



Universidade Federal de Goiás
Regional Jataí
Coordenação de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional



A Matemática Financeira e o Uso Consciente do Cartão de Crédito

Aline Martins da Silva

Jataí
2014

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional**

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	Aline Martins da Silva		
E-mail:	tamenila@yahoo.com.br		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não		
Vínculo empregatício do autor	Secretaria da Educação do Estado de Goiás		
Agência de fomento:	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior	Sigla:	CAPES
Pais:	Brasil	UF:	Go CNPJ: 00889834/0001-08
Título:	A Matemática Financeira e o Uso Consciente do Cartão de Crédito		
Palavras-chave:	Cartão de crédito. Matemática financeira. Crédito Rotativo. Consciência financeira.		
Título em outra língua:	The Financial Mathematics and the Responsible Use of Credit Card		
Palavras-chave em outra língua:	Credit card. Financial Mathematics. Revolving credit. Financial Awareness.		
Área de concentração:	Matemática do Ensino Básico		
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	25/07/2014		
Programa de Pós-Graduação:	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)		
Orientador (a):	Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa		
E-mail:	3sdras@gmail.com		
Có-orientador(a):*			
E-mail:			

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Aline Martins da Silva
Assinatura do (a) autor (a)

Data: 25/07/2014

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Aline Martins da Silva

A Matemática Financeira e o Uso Consciente do Cartão de Crédito

Trabalho de Conclusão de Curso defendido pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/ UFG, Pólo de Jataí da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientador: Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa

Jataí

2014

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)
BSCAJ/UFG**

S586m

Silva, Aline Martins da.

A matemática financeira e o uso consciente do cartão de crédito [manuscrito] / Aline Martins da Silva. - 2014.
xv, 90 f. : il., figs, tabs.

Orientador: Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás,
Regional Jataí, 2014.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras e tabelas.

Apêndices.

1. Matemática financeira. 2. Consumo consciente –
Cartão de crédito. 3. Consciência financeira.

CDU: 51:336.58

Aline Martins da Silva

**A matemática financeira e o uso consciente do
cartão de crédito.**

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, Pólo Jataí da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 25 de julho de 2014, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Esdras Teixeira Costa

Prof. Dr. Esdras Teixeira Costa
Presidente-CAJ/UFG

Wallysonn Alves de Souza

Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza
Membro-IFG/Jataí

Gecirlei Francisco da Silva

Prof. Dr. Gecirlei Francisco da Silva
Membro-CAJ/UFG

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Aline Martins da Silva graduou-se em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás – Unidade de Quirinópolis em 2003. Cursou Pós-Graduação "Lato Sensu" em Matemática e Estatística na então FESURV, hoje UNIRV, no período de janeiro de 2004 a julho de 2005. Atualmente é professora efetiva da Secretaria Estadual de Educação em Quirinópolis, e atua sob o regime de contrato temporário no Colégio Expansão de Santa Maria dos Anjos (rede particular) e na Universidade Estadual de Goiás (UEG).

Dedico este trabalho a todos os meus familiares que muito contribuíram para o alcance desta conquista.

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus pela bondade de conceder esta oportunidade, à Universidade Federal de Goiás - Campus de Jataí por toda a condução profissional e ética desse trajeto, ao professor Dr. Esdras Teixeira Costa, meu orientador pelo apoio na elaboração deste trabalho. Agradeço também de forma bastante especial a Capes pela bolsa de estudos concedida, que muito contribui dando suporte financeiro ao longo desta caminhada.

RESUMO

Nos dias atuais a temática do consumo consciente e as suas consequências são temas cada vez mais frequentes, este trabalho foi desenvolvido visando alertar para a prática da consciência financeira no uso do crédito, em especial ao usar os cartões de crédito. Inicialmente procurou-se conhecer a história desse instrumento como forma de pagamento e os fatores que envolvem a mediação entre esse mecanismo e o consumidor. Posteriormente, através de conhecimentos básicos de matemática financeira, procurou-se despertar no consumidor por meio de cálculos, a consciência de como o abuso das facilidades de crédito, pode contribuir negativamente para organização da vida financeira. Os conteúdos de matemática financeira, cálculos e demonstrações abordados mostraram como um resultado, que envolve valor presente, taxa de juros, valor futuro e tempo, afeta o bolso do consumidor; cabe salientar que os tópicos de matemáticas abordados são voltados para o público da educação básica, que serão os consumidores do futuro. O trabalho trouxe ainda algumas reflexões sobre a prática do consumo consciente no uso do crédito a fim de orientar as escolhas diárias. O propósito maior desse estudo foi servir de instrumento para a conscientização no uso de cartões de crédito por meio do conhecimento de matemática e efetivação de hábitos financeiros saudáveis.

Palavras-Chave

Cartão de Crédito. Matemática Financeira. Crédito Rotativo. Consciência Financeira.

ABSTRACT

Nowadays the theme of conscientious consumption and its consequences are increasingly common themes, this work was made to draw attention to the practice of financial awareness in the use of credit, especially when using credit cards. Initially sought to know the history of this instrument as payment and factors that involve mediation between this mechanism and the consumer. Subsequently, through basic knowledge of financial mathematics, sought to arouse the consumer through calculations, awareness of how the abuse of credit facilities, can negatively contribute to the organization's financial life. The content of financial mathematics, calculations and statements addressed shown as a result, which involves present value, interest rate, future value and time affects the consumer's pocket; it should be noted that the mathematical topics covered are public-facing basic education, to be consumers of the future. The work also brought some reflections on the practice of conscious consumption in the use of credit in order to guide everyday choices. O major purpose of this study was to serve as a tool to raise awareness in the use of credit cards through knowledge of mathematics and effectiveness healthy financial habits.

Keywords

Credit Card. Financial Mathematics. Revolving Credit. Financial Awareness.

Lista de Figuras

1.2.1 Indústria de cartões	21
1.2.2 Funcionamento dos meios eletrônicos de pagamento	23
1.2.3 Informações contidas no cartão	24
2.2.1 Comparação entre regimes de capitalização de juros	29
2.3.1 Anuidade Postecipada	31
2.3.2 Anuidade Antecipada	31
2.3.3 Anuidade Diferida	31
2.3.4 Anuidade Postecipada	33
2.4.1 Fluxos de pagamentos	36
2.4.2 Comparação entre sistemas de amortização	39
5.3.1 Anuidade - cartão básico nacional - pessoa física	81
5.3.2 Avaliação emergencial de crédito - pessoa física	82
5.3.3 Utilização de canais de atendimento para retirada em espécie no país - pessoa física	83

Lista de Tabelas

1	Regime de capitalização	28
2	Comparação entre sistemas de amortização.	39
3	Encargos financeiros	41
4	Custo efetivo total	41
5	Fatura de 25 de janeiro	42
6	Resumo de encargos para fatura de fevereiro	43
7	Fatura de 25 fevereiro	44
8	Resumo de encargos da fatura de março	45
9	Fatura de 25 de março	45
10	Resumo de encargos da fatura de abril	47
11	Fatura de 25 de abril	47
12	Resumo de encargos da fatura de maio	49
13	Fatura de 25 de maio	49
14	Resumo de encargos da fatura de junho	51
15	Fatura de 25 de junho	51
16	Resumo de amortizações	51
17	Financiamento da Fatura	52

Sumário

Lista de Figuras	11
Lista de Tabelas	12
Introdução	15
Capítulo 1. O problema e sua importância	17
1.1. As relações atuais de crédito e fatores envolvidos no uso dos cartões	18
1.2. O cartão de crédito	19
Capítulo 2. A matemática financeira por trás dos cartões de crédito	25
2.1. Tópicos de matemática financeira	25
2.2. Juros simples e compostos	27
2.3. Fluxos de caixa e anuidades	31
2.4. Sistemas de Amortização	34
2.5. Taxas e tarifas do Cartão Crédito:	39
2.6. As informações contidas numa fatura.	40
2.7. Fazendo as cálculos envolvidos numa fatura	40
Capítulo 3. Consciência financeira: um caminho possível	54
3.1. Primeiro passo: alertar para o problema	54
3.2. Segundo passo: fazer as contas e organizar o orçamento	56
Capítulo 4. Exercícios de aplicação	59
4.1. Parte I: Discussões sobre o assunto.	59
4.2. Parte II: Exercícios de matemática financeira básica.	61
4.3. Parte III - Cálculos envolvendo cartões de crédito	65
Capítulo 5. Soluções	67
5.1. Parte I: Discussões sobre o assunto.	67
5.2. Parte II: Exercícios de matemática financeira básica.	67
5.3. Parte III - Cálculos envolvendo cartões de crédito	73
Conclusões e Limitações	79
Anexos	81
Anexo I	81
Anexo II	82

	SUMÁRIO	14
Apêndices		87
Apêndice I		87
Apêndice II		87
Referências Bibliográficas		88

Introdução

Esta dissertação é parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

O trabalho faz uma análise das consequências do comportamento financeiro nas operações de crédito em particular no uso dos cartões de crédito; para abordagem de taxas e juros envolvidos nas operações com cartões foram levantados dados em diferentes órgãos que atuam no sistema financeiro como o Banco Central, por exemplo, e também diversos órgãos que atuam na proteção dos direitos do consumidor entre outros que tratam de questões pertinentes ao tema.

Este trabalho tem por objetivo conhecer o cartão de crédito como instrumento de forma de pagamento eletrônico, discutir e avaliar os fatores que permeiam a conquista da consciência financeira por parte do usuário do cartão de crédito através da análise do sistema econômico envolvido, da matemática financeira que rege as dívidas contraídas pelo uso indevido dos cartões de crédito e sua consequente ampliação do leque de consumo e também estabelecer medidas de precaução e reorganização do orçamento pessoal a fim encontrar possíveis alternativas para liquidar as dívidas de forma reduzir o pagamento de encargos financeiros pelo uso do crédito rotativo.

Especificamente, pretende-se:

- _ Entender sobre os fatores que envolvem o uso do cartão de crédito;
- _ Retomar conceitos de matemática financeira básica, como pré-requisitos para os cálculos envolvidos no orçamento pessoal;
- _ Orientar sobre as possibilidades de cálculos para negociação de dívidas com cartões de crédito a fim de reduzir o pagamento de juros;
- _ Encetar toda a comunidade a despertar para a prática da consciência financeira, a partir dos resultados obtidos pelos conhecimentos da matemática.

Este trabalho tem com público alvo inicialmente professores e alunos da educação básica, enquanto sujeitos e objetos na formação de cidadãos conscientes, uma vez que aí nesse locus é que se constroem conceitos, definições e aplicações de conteúdos de matemática básica, aqui especialmente com foco na matemática financeira. Não obstante, a classe que desfruta do crédito não é composta apenas por professores e alunos da educação básica - pela abrangência deste público, esta pesquisa volta-se também à população em geral, como instrumento de contribuição na efetividade da cidadania nas relações de crédito.

O texto está dividido em cinco capítulos; o primeiro capítulo aborda o problema e sua importância, levantando aspectos relativos ao crédito e os fatores envolvidos no uso de cartões de crédito, o segundo capítulo trata de tópicos da matemática financeira e da matemática envolvida

nos cálculos relativos aos cartões de crédito, o terceiro capítulo traz uma reflexão sobre a conquista da consciência financeira por meio do conhecimento matemático e, finalmente, os dois últimos capítulos são referentes à exercícios de aplicação e suas soluções, tais exercícios visam treinar a resolução de cálculos em situações que envolvem a matemática financeira de forma geral e mais especificadamente envolvendo cartões de crédito.

Enfim, espera-se que o consumidor atue como protagonista na prática suas escolhas financeiras no que tange ao uso consciente do cartão de crédito e às consequências individuais no padrão de consumo.

CAPÍTULO 1

O problema e sua importância

Este capítulo aborda os fatores envolvidos na temática do consumo por meio do cartão de crédito, revelando um pouco da história do seu surgimento e ressaltando os fatores histórico-culturais e operacionais envolvidos nas relações de compra e venda por meio deste equipamento; o capítulo trata ainda alguns tópicos regulamentados pelo Banco Central e pelo Conselho Monetário Nacional no regimento legal das operações.

Nos últimos anos, o comportamento do consumidor e a temática do consumo consciente são temas que tem se tornado cada vez mais frequentes. Uma variedade de estudos, dedicam-se a analisar o comportamento do consumidor e as consequências deste comportamento para o desenvolvimento sustentável da humanidade; sob diversas formas de abordagem, pesquisas investigam como se dão os processos de compra e utilização de bens e serviços pelos consumidores.

O estudo do comportamento do consumidor envolve o estudo de indivíduos, grupos, organizações e o processo que eles usam para obter, usar e dispor de produtos, serviços, experiências ou idéia para satisfazer necessidades e o impacto que esses processos têm sobre o consumidor e a sociedade (HAWKINS, MOTHERSBUG e BEST, 2007, apud FERREIRA , 2012, p.38).

A análise do comportamento do consumidor está intimamente ligada aos fatores que envolvem todo o processo de obtenção, consumo e da disponibilidade de bens e serviços. Além disso, há de se incluir a análise dos processos que precedem e sucedem as ações de consumo verificando os impactos que consumo tem sobre o consumidor em si e também sobre os rumos da sociedade.

Praticamente todas as análises que inferem sobre o comportamento do consumidor remetem a um fator notável entre as formas de consumo: o crédito, e justamente a democratização do crédito é sem dúvida um dos maiores estímulos ao consumo, como bem colocado por Bauman, (2010, p.34), “como poucas drogas, viver a crédito cria dependência”.

A sociedade globalizada moderna, pautada pelas facilidades que a tecnologia proporciona, é impulsionada a necessitar com frequência do fator crédito. Um elemento fundamental neste cenário é o cartão de crédito, que alimenta a cadeia do consumismo e desafia uma gigantesca população de mais de cem milhões de brasileiros a utilizar suas comodidades. É uma realidade comum que faz parte do cotidiano de milhões de negociações feitas sob diversas situações que facilitam e agilizam o acesso ao mercado, e com benefícios impressionantes vinculados à fidelidade, pontuação, vinculação às bandeiras, etc.

O cartão de crédito é um meio de pagamento que oferece inúmeros benefícios, dentre estes a facilidade na aquisição de produtos e serviços, flexibilidade de pagamento e acesso a dinheiro mediante saques emergenciais. A segurança, a praticidade e o consumismo podem fazer com que os clientes não tenham a dimensão dos riscos e da falta de equilíbrio financeiro para quem o utiliza de forma irresponsável.

Embora pareça fácil utilizá-lo, muitas vezes por abusar de suas vantagens pessoas se vêem cheias de dívidas e pagando uma das taxas de juros mais altas do mercado; portanto é bom saber evitar suas armadilhas, uma vez que, como ressalta Bauman:

Para garantir seu lucro, assim como o de seus acionistas, bancos e empresas de cartões de crédito contam mais com o “serviço” continuado das dívidas do que com o seu pronto pagamento. Para eles, o “devedor ideal” é aquele que jamais paga integralmente suas dívidas. (BAUMAN, 2010, p.30)

Para assegurar uniformidade em decisões que envolvem o risco de crédito, existem as chamadas políticas de crédito, que são adotadas pelas instituições financeiras e aplicadas em todos os negócios que envolvem risco de perdas econômicas, elas aperfeiçoam a relação entre risco e retorno, zelando pela saúde financeira da instituição e orientam medidas para os ajustes necessários. Em suma os riscos são classificados por modelagem e no caso dos cartões a inadimplência é dividida por toda a carteira, que inclui a dos clientes que pagam em dia sua fatura.

Uma realidade muito preocupante, segundo pesquisa realizada pelo SPC¹ é que a maior parte dos consumidores que utiliza esse mecanismo de crédito sabe o quanto paga pela anuidade do cartão (79%), mas cerca de a de 72% desconhece o valor do juro cobrado pelo uso do crédito rotativo². Ainda segundo a economista Ana Paula Bastos, do SPC Brasil, "A lógica deste jogo é muito simples: aqueles que não quitam o valor integral da fatura pagam pela comodidade e praticidade daqueles que usam o cartão de maneira consciente. A taxa média gira em torno de 200% ao ano. É a maior do mundo. O estudo mostra que brasileiro demonstra interesse em saber o quanto que vai desembolsar para adquirir o cartão, mas ignora o valor de custos secundários como a multa paga por atrasar o pagamento da fatura ou o juro cobrado pelo uso do crédito rotativo".

1.1. As relações atuais de crédito e fatores envolvidos no uso dos cartões

1.1.1 Noções gerais sobre a moeda

A moeda em forma de pedaços de metal para efetuar compras e pagamentos diários existe desde a antiguidade, porém pensando na moeda como dinheiro em circulação em um país,

¹disponível em: <https://www.spcbrasil.org.br/imprensa/pesquisas/201-seteemcadadezbrasileirosnaosabemquantopagampelastaxasdocartaodecredito> Acesso em: 05 janeiro 2014.

²Os termos técnicos mencionados serão explicados em maiores detalhes nos próximos capítulos.

existem muitas faces e funções associadas a todas as transações financeiras, com destaque para a emissão e a autonomia de fixar e controlar o valor de uma moeda, que é responsabilidade do governo do país.

A diferença de valor entre as diversas moedas dos países é chamada de câmbio, são esses movimentos noticiados diariamente pelos meios de comunicação que interferem na competitividade das empresas nos países e conseqüentemente afetam diretamente na inflação. A inflação por sua vez tem influência no poder de compra, estabelecendo conseqüências relacionadas ao crescimento econômico, demanda e oferta de empregos, entre outros; desse modo percebe-se que na economia de um país tudo é interligado, e uma alteração em um dos seus setores gera impactos nos demais.

Dentro desse cenário, inserem-se os cartões de crédito, eles não se tratam de dinheiro real, também chamado de dinheiro de plástico, ele representa apenas uma forma imediata de crédito, por meio da qual o consumidor se compromete a honrar com uma dívida numa data estabelecida em contrato, essa relação baseada na confiança de pagamento tem altos preços para o consumidor dados os riscos de inadimplência.

Dinheiro e crédito, por natureza, despertam interesse imediato de cidadãos das mais diversas categorias e interesses, permeiam todas as decisões cotidianas, atuais e futuras. O crédito é uma relação de confiança entre duas ou mais partes de determinada operação viabilizando a compra e a venda de produtos e serviços; é um fator muito importante na economia, uma vez que traz agilidade e expansão nas transações através da intermediação financeira e do fornecimento de liquidez aos agentes econômicos, ao mesmo tempo em que pode tornar-se artigo de dominação e escravização responsável por grandes desequilíbrios na sociedade. Conhecer como as coisas os setores e os objetos da economia se relacionam permite às pessoas conhecer como os seus “bolsos” são afetados, levando lá no fim dessa cadeia interligada ao pagamento de juros.

1.2. O cartão de crédito

O uso de cartões de crédito vem ganhando muito espaço atualmente, ele tem substituído a velha prática de pagar à vista usando moedas e cédulas, dadas as facilidades para adquiri-los e a enorme adesão do comércio para pagamentos usando-se dessa modalidade; cabe ressaltar também o grande crescimento de compras e vendas efetuadas pela internet que tem o cartão de crédito como um forte aliado facilitador das transações. As novas tecnologias nos segmentos de meios eletrônicos que surgem vinculadas ao uso do crédito proporcionam grandes inovações e oportunidades de negócios, impulsionando a economia em diversos setores, ainda que dentro desta perspectiva, inovação e obsolência caminham muito próximas.

Dentro desse contexto todos os setores envolvidos no processo de mediação entre o cartão de crédito e o consumidor vivem um constante processo de atualização de tecnologias, produtos e estratégias de sedução para cativar e atrair consumidores.

O cartão de crédito não representa dinheiro de verdade na mão, mas é usado como meio de pagamento para realizar o sonho de adquirir bens e serviços ainda que no dado momento

da compra, o consumidor sequer saiba de onde sairá o dinheiro para “pagar a conta”, assim a administradora concede o crédito e o cliente se compromete a efetuar o pagamento em data prevista pelo contrato do cartão.

Quando o consumidor não consegue arcar com a dívida na data do vencimento, ele automaticamente está contraindo um empréstimo junto a instituição financeira e por conta disso paga juros, neste caso o saldo não pago é financiado com base em taxas de juros e encargos pré-acordadas com os bancos e emissores de cartões.

O crédito rotativo é a modalidade de financiamento automático mais associada ao uso do cartão de crédito. Quando um cliente não paga a fatura integralmente, o saldo não quitado é arrolado para o mês seguinte, logicamente isso implica em juros para o consumidor, pois trata-se de crédito que foi contratado. Essa modalidade tem uma das taxas mais agressivas para o consumidor, e é uma das principais causas de endividamento.

Esta forma de pagamento pode ser solicitada a bancos, instituições financeiras e lojas e é oferecida a pessoas que tenham renda comprovada e nenhuma restrição financeira no mercado. O limite de crédito, ou seja, o valor que a pessoa pode gastar mensalmente é determinado pela instituição administradora do cartão.

1.2.1 Como nasceu o cartão de crédito

Os cartões de crédito surgiram nos Estados Unidos na década de 1920, quando empresas privadas decidiram criar mecanismos para vender a crédito para os seus próprios clientes. O primeiro cartão que existiu para ser usado em vários estabelecimentos foi o Diners Club, ele foi criado em 1950 pelo empresário Frank Macnamara. Inicialmente os cartões eram confeccionados em papel cartão e usados principalmente por pessoas de negócios trazendo praticidade no pagamento de despesas. Com o passar do tempo ele foi evoluindo e ganhando a aceitação das pessoas, e em 1955 ele já era confeccionado em plástico. Em 1958 nos Estados Unidos a American Express lançou seu cartão e pouco tempo depois nasceu o BankAmericard sendo o primeiro lançado por instituição financeira e precursor da abrangência em todo o território dos Estados Unidos da América, mais tarde passando a se chamar Visa.

No Brasil o cartão chegou em 1954, foi trazido pelo tcheco Hanus Tauber, o qual adquiriu a franquia do Diners Club nos Estados Unidos, lembrando que ele surgiu como um cartão de compra.

Recurso quase indispensável hoje, os cartões de crédito são muito populares e promovem o mercado de consumo facilitando as operações de compra e venda na medida em que extinguem a burocracia necessária na abertura de crediários. Por essa e outras contribuições extraordinárias, pessoas se dedicam a criar propostas cada vez mais tentadoras para adesão ao universo dos cartões de crédito e tem conseguido cada vez mais adeptos, porém as comodidades dos cartões tem seu preço, as operadoras cobram caro pelo seus serviços. Há de se destacar que, ao não pagar as faturas em dia, ou não efetuar o pagamento integral do valor da fatura são cobrados juros altíssimos, e o que era instrumento de comodidade pode trazer grandes transtornos e desequilíbrio financeiro.

1.2.2 Operações com cartão de crédito

Coelho (2010) argumenta sobre a definição do cartão de crédito, é o documento pelo qual o titular prova, perante o fornecedor, a existência do contrato com a instituição financeira emissora, servindo também para confecção da nota de venda, que é o instrumento de outorga do crédito pelo fornecedor titular.

Mesmo sendo um dos grandes responsáveis pela movimentação financeira no país, a maior parte da população consumidora desta modalidade não conhece como ele funciona e os fatores que envolvem seus processos operacionais. Funciona assim: uma instituição financeira emissora de cartão de crédito faz um contrato com uma pessoa física ou jurídica, que é chamada titular do cartão, se comprometendo perante a esta pagar o crédito concedido nas operações feitas entre o titular e os empresários fornecedores credenciados à instituição financeira. As questões específicas relativas ao contrato bancário, à concessão do crédito e às taxas e juros envolvidos nesse processo serão abordadas mais detalhadamente adiante no texto.

A figura a seguir apresenta a estrutura de mercado de cartões:



FIGURA 1.2.1. Indústria de cartões

Fonte: SPC

De acordo com Belle, Oliveira e Paula (S/D), a movimentação com os cartões de crédito envolve a atuação de cinco participantes, a saber:

- o portador do cartão, que é a pessoa que contrata os serviços de uso do cartão para pagamentos, é também comumente chamado de titular do cartão;
- o estabelecimento vendedor do produto ou serviço, que trata-se de toda a sociedade empresária ou prestadores de serviço que se prestam a receber pagamentos de seus clientes (portador do cartão) por meio do cartão de crédito;
- o adquirente, que consiste na empresa responsável pela comunicação das transações entre o estabelecimento e a bandeira, são exemplos de adquirentes no Brasil pela internet o PagSeguro, PayPal, e nos estabelecimentos comerciais: Redecard, Cielo e Getnet;
- a bandeira é a empresa responsável pela comunicação da transação entre o adquirente e o emissor do cartão de crédito, são exemplos de bandeiras no Brasil a Visa e a Mastercard;
- o emissor é o denominado administradora do cartão, são instituições financeiras, especialmente os bancos que emitem o cartão de crédito, definem os limite de compras, decidem se as transações poderão ser aprovadas, emitem fatura para pagamento, cobram dos titulares em caso

de inadimplência e oferecem produtos atrelados ao cartão, tais como seguro, pontuações para trocas, cartões adicionais e plano de recompensas.

Na página do Banco Central, sobre as administradoras de cartão de crédito, a referida autarquia federal fiscaliza apenas instituições financeiras que sejam também administradoras de cartão de crédito.

As atividades de emissão de cartão de crédito exercidas por instituições financeiras estão sujeitas à regulamentação baixada pelo Conselho Monetário Nacional (CMN) e pelo Banco Central do Brasil, nos termos dos artigos 4º e 10 da Lei 4.595, de 1964. Todavia, nos casos em que a emissão do cartão de crédito não tem a participação de instituição financeira, não se aplica a regulamentação do CMN e do Banco Central. (Banco Central do Brasil, 2013)

Para saber mais sobre as administradoras do cartão de crédito e as instituições financeiras, sugiro a leitura do texto elaborado em julho de 2004, por Jefferson Carrara, Perito judicial, formado em Ciências Econômicas, professor da Universidade São Judas Tadeu, em São Paulo.

1.2.3 Dinâmica de uso do cartão de crédito

A praticidade de uso incentiva milhares de consumidores a aderirem ao uso de cartões de crédito, com opções cada vez mais modernas, hoje já é possível usar equipamentos portáteis compartilhados pelas diversas bandeiras, alimentam-se os equipamentos com os dados básicos e diversificados, tais como opção de crédito, número de parcelas e taxa de juros caso haja. Quando o botão verde é acionado uma série de ações é realizada. O sinal chega inicialmente à credenciadora e a comunicação automática é feita com a bandeira, que, por sua vez, aciona o emissor, que geralmente é uma instituição financeira, este emissor decidirá se a transação será aprovada ou não e enviará a decisão de volta para a bandeira, que enviará para o adquirente e, então, redireciona para o equipamento do estabelecimento. O aceite da transação e os documentos que comprovam tais operações são realizados por meio de assinaturas ou por senhas, neste último, quando os cartões possuírem chips, com o fim de se evitar fraudes nas operações.

O esquema hipotético a seguir mostra a relação entre os integrantes do sistema de cartão de crédito.



FIGURA 1.2.3. Informações contidas no cartão

Fonte: Portal guia cartão de crédito

a cobrança de tarifas sobre cartões de crédito. Assim, desde 1º de junho de 2011, entraram em vigor novas regras para cobranças do cartão de crédito que agora se limitam a cinco:

- a anuidade;
- a emissão de 2ª via;
- a retirada em espécie na função saque;
- o uso do cartão para pagamento de contas; e
- no caso de pedido de avaliação emergencial do limite de crédito.

Com relação ao pagamento mínimo da fatura também houve alterações, o CMN também aumentou a porcentagem do pagamento mínimo da fatura mensal a partir da data acima citada, o pagamento mensal não pode ser inferior a 15% do valor total da fatura, com objetivo de diminuir o risco de superendividamento do consumidor, esta medida estabelecida pelo Banco Central reforça a preocupação com o efeito do crédito no consumo, fica implícito que uma decisão desse porte tem lá na sua gênese vínculo com a falta de instrução financeira, conhecimentos indispensáveis para a organização das finanças pessoais.

No caso de cartões que foram adquiridos antes desta data, as novas tarifas começaram a valer em 1º de junho de 2012. Para socializar as informações sobre essas alterações, o Banco Central do Brasil (BCB) elaborou uma cartilha, que ajuda a esclarecer melhor o consumidor.

CAPÍTULO 2

A matemática financeira por trás dos cartões de crédito

2.1. Tópicos de matemática financeira

Com intuito de facilitar o entendimento de alguns conceitos básicos da matemática financeira, necessários para os cálculos envolvidos nas faturas de cartões, este capítulo trata de tópicos da matemática envolvida no mercado financeiro, buscando seguir uma lógica na abordagem que não pretende esgotar o assunto, fornecendo apenas subsídios fundamentais para o desenvolvimento do tema proposto, conta também com algumas simulações de cálculos para faturas hipotéticas a fim exemplificar as possíveis situações envolvidas.

Com a atual facilidade do crédito, as pessoas são instigadas a realizar compras a prazo por não possuírem condição de realiza-las à vista. Conforme Lima, Carvalho e Wagner (2006, p. 44) “ a operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo”.

Para pagar uma dívida ou adquirir um bem ou serviço, consumidores em geral contam com diversas opções de pagamento, entre elas, o cartão de crédito, mas na maioria das vezes não sabem decidir racionalmente sobre qual das opções disponíveis é a melhor para o seu bolso. Para mediar esse entendimento que influencia na tomada de decisões financeiras uma pessoa precisa saber aplicar conhecimentos básicos de matemática financeira; precisa conhecer conceitos de: taxas de juros, prazos, carências, entre outros. Olhando por esse viés, faz-se necessário trabalhar de forma eficaz e eficiente conteúdos de matemática financeira na educação básica, visto que aí reside o público que já representa ou representará no futuro a população de consumidores desse país.

Analisando os conteúdos do currículo trabalhado no ensino fundamental, percebe-se que devem estar presentes conceitos e aplicações de porcentagens e descontos, uma vez que o aluno já possui conhecimentos inerentes às operações do conjunto dos números racionais. Neste contexto, a mídia impressa/televisiva e de internet constitui uma boa opção de ligação entre o “mundo da sala de aula” e o “mundo exterior”; os envolvidos no processo de ensino/aprendizagem podem se beneficiar muito nesse processo, uma vez que somos arrebataados diariamente com anúncios de ofertas sob as mais diversas condições, e aí se encontram recursos riquíssimos para análises e comparações na verificação das opções mais vantajosas para o consumidor, exercitando a prática da autonomia financeira.

No ensino médio por sua vez, por meio dos conteúdos de funções e progressões, pode-se analisar o comportamento dos juros ao longo do tempo, e a partir daí estabelecer um elo com cálculos mais específicos de matemática financeira, que trabalhados de forma coerente e criativa, incentivam o despertar de interesse para a consciência financeira e em particular no uso correto dos cartões de crédito, aqui fundamentado e defendido.

Há ainda de se destacar que empregar a matemática como instrumento de organização financeira vai além do público da educação básica, é de interesse de toda a população envolvida no processo de compras à crédito, desse modo esse estudo visa também alertar para o interesse de todos os consumidores e órgãos de políticas públicas que possam atuar no sentido de promover programas capacitação para a educação financeira e de conscientização no uso do cartão de crédito.

Neste capítulo serão tratados tópicos de matemática financeira, que estão presentes nas operações de compra e venda do mercado financeiro. Cabe ressaltar que todo conhecimento, matemático ou não, deve estar a serviço do desenvolvimento do conhecimento crítico e da defesa da cidadania, dessa forma, os cálculos e demonstrações abordados aqui sugerem a reflexão sobre de que forma um resultado, que envolve valor presente, taxa de juros, valor futuro e tempo, afeta o consumidor diante de pagamentos, financiamentos e recebimentos.

Pretende-se expor à sociedade de consumidores concomitantemente com a matemática, a percepção de conhecimentos básicos de matemática financeira a fim de orientar a tomada de decisões de consumo, no que se refere ao cartão de crédito.

Para principiar a reflexão sobre a necessidade de fazer cálculos para organizar a vida financeira, serão tomadas como lição as histórias de dois filmes nacionais recentes: “Até que a sorte nos separe I” e “Até que a sorte nos separe II”, são dois filmes brasileiros dirigidos por Roberto Santucci, e Coprodução Globo filmes, Gullane, Paris Filmes, RioFilme, Telecine, com personagens principais: Leandro Hassum, Danielle Winitz, Camila Morgado, entre outros. O filme I (2012) conta a história de Tino, um pai de família que tem sua rotina transformada ao ganhar na loteria. Em dez anos, o fanfarrão gasta todo o dinheiro com uma vida de ostentação. Ao descobrir que está falido, Tino é obrigado a aceitar a ajuda de Amauri, seu vizinho, um consultor financeiro nada divertido e extremamente econômico. Até que a Sorte nos Separe 2 (2013) também é protagonizado por Hassum, que vive o perdulário Tino. Depois de gastar todo o dinheiro que havia ganhado na loteria no primeiro filme, Tino recebe uma herança no início do segundo, porém, para receber a bolada de R\$ 50 milhões, ele precisa realizar o último desejo do falecido Tio Olavinho: jogar suas cinzas no Grand Canyon. Ele aproveita, então, para passear com a família em Las Vegas – a Meca dos cassinos – e perde tudo novamente; tratam-se de duas comédias de erros com situações hilárias.

A partir das histórias dos filmes com caracteres bem contemporâneos, podemos começar a perceber a necessidade dos conhecimentos matemáticos para orientar a consciência financeira. Ao assistir as duas tramas o leitor conseguirá perceber como elas exploram a questão do consumismo exagerado, como uma visão deturpada da realidade os personagens perdem toda a fortuna por não saberem administrá-la, e em determinado momento tem todos os seus cartões recusados num estabelecimento comercial; a partir de então o personagem de Leandro Hassum percebe que está falido novamente.

Em nosso dia a dia é comum usarmos como referência casos de pessoas que conseguiram construir um patrimônio e alcançaram a tão desejada estabilidade financeira, no entanto

é preciso se lembrar de que atingir e manter a estabilidade financeira exige planejamento, comedimento e muito equilíbrio ao lidar com o dinheiro, é preciso investir em coisas que geram retorno financeiro. Cabe aqui ressaltar que os dois filmes são baseados no livro de autoajuda “Casais Inteligentes Enriquecem Juntos”, e nos mostra o drama consequente da atitude negativa do casal em gastar tanto dinheiro com coisas supérfluas.

No capitalismo valem as seguintes regras:

Primeira: o destino final de toda mercadoria colocada à venda é ser consumida por compradores. Segunda: os compradores desejam obter mercadorias para consumo se, e apenas se, consumi-las for algo que prometa satisfazer seus desejos. Terceira: o preço que o potencial consumidor em busca da satisfação está preparado para pagar pelas mercadorias em oferta dependerá da credibilidade dessa promessa e da intensidade desses desejos (BAUMAN, 2008, apud BARROSO, 2013, p.14).

A partir do desenvolvimento econômico, toda relação econômica passou a ser pautada em componentes financeiros na negociação de bens e serviços, determinando o surgimento de dívidas. A Matemática Financeira estuda como se dá o pagamento dessas dívidas, geralmente em médio e longo prazo, através de desembolsos periódicos agregados a encargos financeiros.

A capitalização composta está presente em todos os sistemas de concessão de crédito, desta forma faz-se necessária a abordagem de tópicos de matemática financeira a fim de entender como se comportam e evoluem todas as dívidas ao longo do tempo, em especial as contraídas pelo uso de cartões de crédito.

2.2. Juros simples e compostos

Começaremos esta seção com um exemplo comum no cotidiano: uma pessoa dispõe de um capital para investir (chamado de valor principal) e outra pessoa que por sua vez não dispõe de capital, toma-o emprestado; após o tempo determinado pela negociação entre as partes envolvidas, a pessoa que emprestou recebe seu capital de volta acrescido de uma remuneração denominada juros. Segundo Assaf Neto (2009, p. 1):

Postergar uma entrada de caixa (recebimento) por certo tempo envolve um sacrifício, o qual deve ser pago mediante uma recompensa, definida pelos juros. Desta forma, são os juros que efetivamente induzem o adiamento do consumo, permitindo a formação de poupanças e de novos investimentos na economia.

A soma capital (C) + juro (J) resulta no montante (M) da operação e a razão $i = J/C$ representa o coeficiente que determina o crescimento do capital em determinado período de tempo sendo designada taxa de juro; cabe ressaltar que o valor de uma quantia depende da época à qual ela se refere e que para efeitos de cálculos os prazos das operações e as taxas de juros devem estar na mesma unidade.

Existem dois critérios de capitalização de juros, eles determinam como os juros formados são calculados e incorporados ao capital anterior ou inicial no decorrer do tempo, são eles: juros simples (ou linear) e composto (ou exponencial). O regime de juros simples comporta-se como uma P.A.¹, crescendo linearmente com o tempo; já o regime de juros compostos comporta-se como uma P.G.², onde os juros referentes a cada período são calculados sobre os juros acumulados até o período anterior, não incidindo assim, unicamente no capital inicial. Segundo Vieira Sobrinho (2010) a capitalização simples é aquela em que a taxa de juros incide somente sobre o capital inicial; não incide, pois, sobre os juros acumulados. Já a capitalização composta é aquela em que a taxa de juros incide sobre o capital inicial, acrescido dos juros acumulados até o período anterior.

O quadro abaixo ilustra um comparativo entre as duas modalidades, considerando-se um capital inicial de R\$ 1000,00 com incidência de uma taxa de 10% ao ano:

	Capitalização Simples		Capitalização Composta		Diferença: Composta – Simples	
	Juros anuais (R\$)	Saldo devedor (R\$)	Juros anuais (R\$)	Saldo devedor (R\$)	Juros anuais (R\$)	Saldo devedor (R\$)
Início do 1º ano	—	1000,00	—	1000,00	—	—
Fim do 1º ano	100,00	1100,00	100,00	1100,00	0	0
Fim do 2º ano	100,00	1200,00	110,00	1210,00	10,00	10,00
Fim do 3º ano	100,00	1300,00	121,00	1331,00	21,00	31,00
Fim do 4º ano	100,00	1400,00	133,10	1464,10	33,10	64,10
Fim do 5º ano	100,00	1500,00	146,41	1610,51	46,41	110,51

TABELA 1. Regime de capitalização

Fonte: próprio autor, 2014.

O gráfico a seguir elucida o comportamento descrito pelos dois regimes a partir da tabela:

Pela análise dos dados, é possível fazer as seguintes observações:

I. Para o primeiro período os dois regimes de capitalizações produzem os mesmos resultados;

II. A diferença entre os dois regimes se estabelece em operações com mais de um período de capitalização;

III. Enquanto que os juros simples crescem linearmente, os juros compostos crescem exponencialmente.

Os juros simples tem aplicações práticas bem limitadas em operações financeiras no Brasil, geralmente restringe-se à operações do contexto de curto prazo, um exemplo, é , em excessos

¹Progressão aritmética.

²Progressão geométrica.

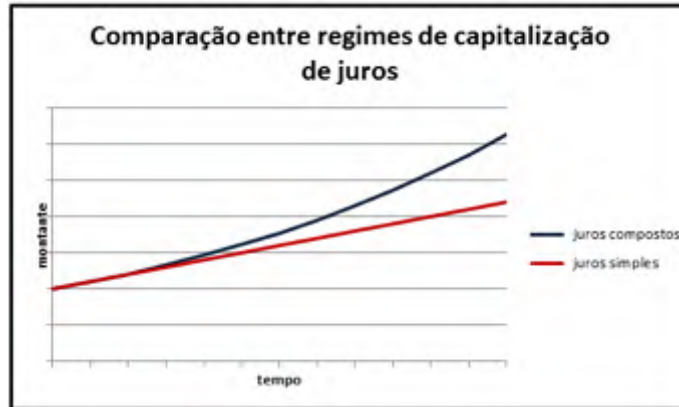


FIGURA 2.2.1. Comparação entre regimes de capitalização de juros

Fonte: próprio autor, 2014.

em conta corrente (cheque especial), muitas taxas do mercado são em juros simples; outras tem a formação do montante processada de forma exponencial, como a caderneta de poupança por exemplo. Os juros simples são mais usados em países em que a inflação é muito baixa, ou em contextos em que as taxas de juros anuais são muito pequenas, pois nestes casos, a perda ao longo dos tempos é relativamente desprezível.

O regime composto, por ser mais amplamente adotado, por retratar melhor a realidade das operações financeiras, será mais bem detalhado aqui. Para desenvolver seu conceito e construir suas fórmulas de cálculo vamos seguir o seguinte raciocínio:

Um capital C_0 é aplicado a uma taxa composta i por um período t (expresso na mesma unidade de i), então:

$$C_1 = C_0 \cdot i + C_0 = C_0 \cdot (1 + i)$$

$$C_2 = C_1 \cdot i + C_1 = C_0 \cdot (1 + i) \cdot i + C_0 \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^2$$

$$C_3 = C_2 \cdot (1 + i) + C_2 = C_0 \cdot (1 + i)^2 \cdot i + C_0 \cdot (1 + i)^2 = C_0 \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^3$$

$$\vdots$$

$$(2.2.1) \quad C_t = C_0 \cdot (1 + i)^t$$

É usual também se escrever: $FV = PV(1 + i)^n$

Onde:

- FV é o valor futuro (montante);
- PV é o valor presente (capital);
- i é a taxa da operação;
- n é o período.

A fórmula acima é o fundamento da equivalência de capitais. Por se tratar de capitalização exponencial, a expressão que permite calcular a taxa equivalente composta é dada pela média geométrica da taxa de juros do período todo, assim:

$$(2.2.2) \quad 1 + I = (1 + i)^{\frac{q}{t}} \rightarrow I = [(1 + i)^{\frac{q}{t}} - 1] \cdot 100$$

Onde:

- q é período solicitado;
- t é período dado.

Segundo o Dicionário inFormal online³ de Português, efetiva significa: Que existe; que se realiza; que funciona de fato. Isto quer dizer que para efeitos de cálculo utilizamos a taxa efetiva, que é a taxa de juros apurada durante todo o prazo da operação formada exponencialmente. A taxa efetiva pressupõe a incidência de juros uma vez em cada período, assim, a unidade de tempo da taxa coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização

A taxa nominal por sua vez, prevê a incidência de juros mais de uma vez em cada período em que a taxa está referida, isto é, a unidade de tempo a que se refere a taxa, não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. Quando uma taxa é expressa desse modo, antes de ser praticada, ela deve ser transformada em taxa efetiva utilizando o critério da proporcionalidade, fazendo coincidir a unidade de tempo da taxa com a unidade de tempo do período de capitalização; ao se capitalizar uma taxa nominal apura-se uma taxa efetiva que é em geral superior à declarada como nominal.

“Um conjunto de quantias (chamadas usualmente de pagamentos ou termos), referidas a épocas diversas, é chamada de série, ou de anuidade (apesar de o nome nada a ver com ano) ou, ainda, renda. Se esses pagamentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, a série é dita uniforme.” (LIMA, CARVALHO e WAGNER, 2006, p. 50)

Esse tema serve para mostrar como realizamos a equivalência de capitais com títulos de mesmo valor e vencimentos consecutivos no juro composto; é bastante comum na prática, estão presentes em planos de poupança, financiamentos, aposentadoria, pensão, pagamentos de aluguel, recebimento mensal de salário e avaliação de investimentos.

Quando queremos fazer um investimento, podemos depositar todos os meses uma certa quantia em, por exemplo, uma caderneta de poupança, quando queremos comprar um bem qualquer, podemos fazê-lo em prestações, a serem pagas mensalmente, podemos, portanto, constituir um capital ou resgatar uma dívida depositando ou pagando certa quantia, em épocas distintas.

No primeiro caso temos uma capitalização e no segundo, uma amortização. Então:

- Capitalização refere-se à ação de investir periodicamente uma quantia fixa, com taxa de juros também pré-fixados, com a intenção de acumular um determinado capital.
- Amortização refere-se ao ato de quitar uma dívida através de parcelas periódicas, sejam elas fixas ou não.

³Disponível em: <<http://www.dicionarioinformal.com.br/efetiva/>>. Acesso em: 15 janeiro 2014.

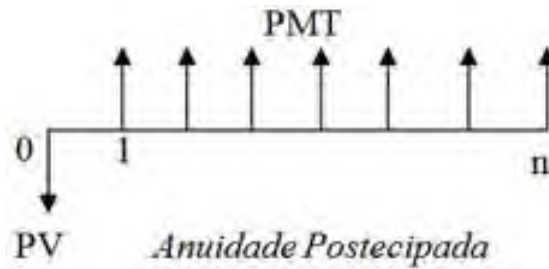


FIGURA 2.3.1. Anuidade Postecipada

Fonte: próprio autor, 2014.



FIGURA 2.3.2. Anuidade Antecipada

Fonte: próprio autor, 2014.

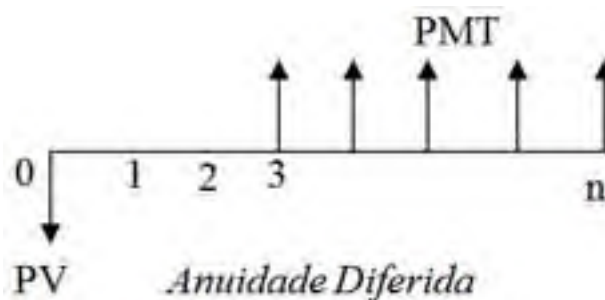


FIGURA 2.3.3. Anuidade Diferida

Fonte: próprio autor, 2014.

2.3. Fluxos de caixa e anuidades

“Um fluxo de caixa ou anuidade representa uma série de pagamentos ou de recebimentos que se estima ocorrer em determinado período de tempo” (ASSAF NETO, 2009, p.101).

“Uma anuidade é uma série de fluxos de caixa anuais iguais. Esses fluxos de caixa podem ser fluxos de entrada de retornos obtidos sobre investimentos ou fluxos de saída de fundos investidos para obter retornos futuros” (GITMAN, 2000, p. 176).

As anuidades podem ser finitas (quando ocorrem durante um período determinado de tempo) ou infinitas (quando ocorrem para sempre, também chamado de perpetuidades).

As anuidades podem ser postecipadas, isto é quando ocorrem ao final de cada período, podem ser antecipadas que é quando ocorrem no começo de cada período ou podem ainda ser diferidas, quando ocorre um prazo de carência para a primeira prestação, por exemplo.

Onde:

- ✓ PV é o valor presente;
- ✓ PMT são as prestações;
- ✓ n é o tempo.

Reportando-se à representação da figura 1, o valor presente (PV) equivalente é dado pela soma dos valores de todos os termos descontados para a origem (data 0) por uma dada taxa de juros i , assim, tem-se;

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$

$$(2.3.1) \quad PV = PMT \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

O termo entre colchetes da equação representa a soma finita de uma progressão geométrica, na qual:

- a razão é $\frac{1}{(1+i)}$;
- o primeiro termo é $\frac{1}{(1+i)}$;
- o último termo é $\frac{1}{(1+i)^n}$.

A fórmula da soma dos termos de uma PG, é: $S = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, então:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{(1+i)} \cdot \frac{\left[\frac{1}{(1+i)}\right]^n - 1}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \\ S &= \frac{1}{(1+i)} \cdot \frac{\left[\frac{1}{(1+i)}\right]^n - 1}{\frac{1 - (1+i)}{1+i}} \\ S &= \frac{1}{(1+i)} \cdot \frac{\left[\frac{1}{(1+i)}\right]^n - 1}{\frac{-i}{1+i}} \\ S &= \frac{1}{(1+i)} \cdot \left\{ \left[\frac{1}{(1+i)}\right]^n - 1 \right\} \cdot \frac{1+i}{-i} \\ S &= \frac{(1+i)^{-n} - 1}{-i} \end{aligned}$$

$$(2.3.2) \quad S = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Substituindo (2.3.2) em (2.3.1), obtém-se:

$$(2.3.3) \quad PV = PMT \cdot \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

Em que $\frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$ é o fator de valor presente - $FV(i, n)$.

O valor futuro (FV) é a soma dos montantes de cada um dos termos da série, assim representado:

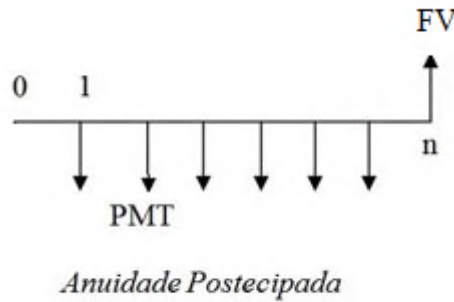


FIGURA 2.3.4. Anuidade Postecipada

Fonte: próprio autor, 2014.

Em relação à série de pagamentos efetuados da figura pode-se calcular:

$$(2.3.4) \quad FV = PMT + PMT \cdot (1+i) + PMT \cdot (1+i)^2 + PMT \cdot (1+i)^3 + \dots + PMT \cdot (1+i)^{n-1}$$

$$FV = PMT \cdot [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}]$$

O termo entre colchetes da equação representa a soma finita de uma progressão geométrica, na qual:

- a razão é $(1+i)$;
- o primeiro termo é 1;
- o último termo é $(1+i)^{n-1}$.

Efetuada a soma dos termos de uma PG, sendo $S = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, então:

$$(2.3.5) \quad S = 1 \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{1+i - 1} \right]$$

$$S = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Substituindo-se 2.3.5 em 2.3.4, obtém-se:

$$(2.3.6) \quad FV = PMT \cdot \frac{[(1+i)^n - 1]}{i}$$

Onde a expressão $\frac{[(1+i)^n - 1]}{i}$ é definida por fator de valor futuro - $FFV(i, n)$

Para as séries uniformes antecipadas, isto é, com pagamento no início de cada período, não é necessária fórmula específica, pois pela equivalência de capitais, chega-se ao resultado apenas multiplicando o resultado das “postecipadas” por $(1 + i)$; para as séries uniformes com pagamentos diferidos, usa-se raciocínio análogo, efetuando apenas a divisão do resultado inicial do postecipado por $(1 + i)^n$, com “ n ” sendo o período de carência, ou multiplicar por $(1 + i)$, no caso do valor futuro.

Dois ou mais fluxos de caixa são equivalentes a uma determinada taxa de juros se os seus valores presentes, calculados numa mesma data, forem iguais. Esse estudo de equivalência de fluxos de caixa se dá no regime de juros compostos. Cabe lembrar que na análise de equivalência não precisa tomar como referência ao valor presente (data 0), a igualdade dos valores em um período “ n ” qualquer, nos conduz a obter a verificação da equivalência entre eles desde que os dois fluxos estejam sujeitos à mesma taxa.

2.4. Sistemas de Amortização

Como já dito anteriormente, amortização é o pagamento de uma parte ou do total, do valor original (sem os juros) de um empréstimo. As parcelas ou prestações são a soma de duas cotas: a amortização ou devolução do principal emprestado e os juros correspondentes aos saldos do empréstimo ainda não amortizados.

Existem várias maneiras de se amortizar uma dívida, entre os principais e mais utilizados sistemas de amortização de empréstimos tem-se:

- Sistema de Amortização Francês – SAF, (conhecido também como Sistema Price);
- Sistema de Amortização Constante (SAC);
- Sistema de Amortização Americano (SAA);
- Sistema de Amortização Misto (SAM).

Muitas vezes os bancos e as instituições financeiras criam sistemas de amortização específicos, não-convencionais, adequados a determinadas situações ou características do mercado ou dos clientes, pela especificidade de cada caso e por não contribuir com os objetivos dessa pesquisa, esses casos não serão detalhadamente analisados.

Antes do estudo dos vários sistemas acima citados, para melhor compreensão dos termos utilizados em empréstimos e amortizações, serão apresentadas as definições de alguns destes termos:

- ✓ Mutuante ou credor: aquele que é provedor do dinheiro e concede o empréstimo.
- ✓ Mutuário ou devedor: aquele que contrai o empréstimo.
- ✓ Taxa de juros: é a taxa contratada entre as partes acima citadas, ela é calculada sobre o saldo devedor e pode se tratar do custo efetivo ou não, dependendo das condições adotadas.

- ✓ IOF⁴ : Imposto sobre Operações Financeiras.
- ✓ IOC: Imposto sobre Operações de Crédito.
- ✓ Crédito: Termo originário do latim que faz referência à confiança numa boa reputação em operações financeiras, refere-se às operações para obtenção de bens, serviços ou capital por meio de empréstimo, assim, o comprador recebe imediatamente o que foi adquirido, mas só fará o pagamento depois de algum tempo determinado. O crédito inclui duas noções fundamentais baseadas em requisitos de confiança de pagamento, e tempo entre a aquisição e a liquidação da dívida que são pré-estabelecidos na negociação.
 - ✓ Prazo de utilização: refere-se ao intervalo de tempo durante o qual o empréstimo é repassado do credor para o devedor. Caso seja em uma parcela, este prazo é dito unitário.
 - ✓ Prazo de carência: corresponde ao período compreendido entre o prazo de utilização e o pagamento da primeira amortização. No caso de amortizações antecipadas, a primeira amortização acontece na data final de carência. Pode ocorrer de durante o prazo de carência o devedor saldar apenas os juros, numa só parcela na primeira amortização, ou ainda esses juros serem capitalizados junto ao saldo devedor inicial e distribuídos nas prestações, estas possibilidades são acordadas no contrato.
 - ✓ Parcelas de amortização: correspondem às parcelas de devolução do principal, ou seja, do capital emprestado.
 - ✓ Prazo de amortização: é o intervalo de tempo durante o qual são pagas as amortizações.
 - ✓ Prestação: é o soma da amortização, juros e outros encargos, pago em dado período.
 - ✓ Planilha: é um quadro onde são colocados os valores referentes ao empréstimo, ou seja, o cronograma dos valores de recebimentos ou de desembolsos.
 - ✓ Prazo total do financiamento: é a soma do prazo de carência com o prazo de amortização.
 - ✓ Saldo devedor: é o valor do empréstimo a pagar ou receber em determinado momento. É o resultado do saldo anterior subtraído do valor da amortização ou, durante a carência, o saldo anterior adicionado aos juros não pagos referentes ao período.
 - ✓ Período de amortização: é o intervalo de tempo existente entre duas amortizações consecutivas.

A cada valor financiado (*PV*) corresponde uma contrapartida de “*n*” parcelas (ou pagamentos) ao longo do prazo de contratação do financiamento.

O diagrama abaixo mostra como se distribui “*n*” parcelas ou pagamentos ao longo do prazo de contratação do financiamento para um valor financiado (*PV*) postecipado qualquer:

⁴São contribuintes do IOF as pessoas físicas e as pessoas jurídicas que efetuarem operações de crédito, câmbio e seguro ou relativas a títulos ou valores mobiliários. Disponível em: <http://www.receita.fazenda.gov.br/Alíquotas/iof.htm> acesso em: 14 fevereiro 2014.

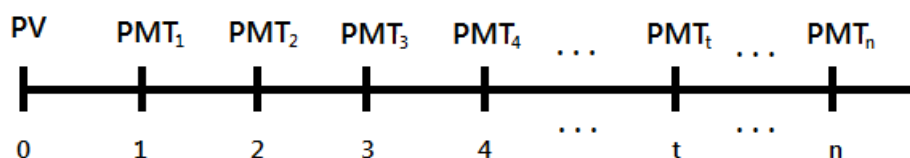


FIGURA 2.4.1. Fluxos de pagamentos

Fonte: próprio autor, 2014.

2.4.1 Sistema de Amortização Francês e Sistema Price

O Sistema de Amortização Francês caracteriza-se por prestações iguais, periódicas e sucessivas, os valores da amortização do principal são crescentes, e dos juros decrescentes, é o modelo padrão de fluxos de caixa, teve sua origem na França, no século XIX, e por isso tem essa denominação; é amplamente adotado no mercado financeiro do Brasil, normalmente para financiamentos de carros, eletrodomésticos, empréstimos bancários de curto prazo, etc...

O Sistema ou Tabela Price tem esse nome em homenagem ao filósofo inglês Richard Price, que incorporou a teoria dos juros compostos às amortizações de empréstimos e financiamentos. Consiste na utilização do próprio sistema francês, a única diferença é que a taxa de juros cobrada é em termos nominais, normalmente ao ano, e as prestações se expressam em períodos menores do que o referido na taxa de juros, normalmente ao mês. Nesse sistema, o cálculo das prestações é feito usando-se a taxa proporcional simples ao período a que se refere à prestação, em vez de taxa equivalente composta, o que implica em uma taxa de juros efetivamente maior.

A seguir serão tratadas as expressões de cálculo para o SAF e Price:

✓ Amortização:

$$Amort = PMT - J$$

No primeiro período tem-se:

$$Amort_1 = PMT - J_1$$

$$Amort_1 = PMT - PV \cdot i$$

Como esse crescimento acontece de forma esponencial, então:

$$(2.4.1) \quad Amort_t = Amort_1 (1 + i)^{t-1}$$

✓ Prestação:

Conforme já mencionado a expressão para cálculo da prestação decorre da fórmula do valor presente em fluxos de caixa, isto é:

$$(2.4.2) \quad PMT = PV \div \frac{[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

✓ Saldo devedor:

$$(2.4.3) \quad SD_t = PMT.FPV.(i, n - t)$$

✓ Juros:

$$(2.4.4) \quad J_t = SD_t.i$$

2.4.2 Sistema de Amortização Constante

Essa seção teve como principal fonte para redação do texto um material desenvolvido pelo professor da Unicap Egenilton Rodolfo de Farias⁵.

O Sistema de Amortização Constante (SAC), como o próprio nome já indica, tem a característica principal de as amortizações do principal serem sempre iguais em todo o prazo da operação. Assim, nesse sistema as prestações são decrescentes, pois os juros por incidirem sobre o saldo devedor diminuem a cada prestação. A amortização é obtida pela divisão do valor do principal pelo número de prestações, em consequência disso, as amortizações, os juros, e as prestações são decrescentes e se comportam como uma P.A. Esse tipo de sistema é amplamente adotado para financiamentos bancários de Sistema Financeiro de Habitação (SFH), especialmente os da Caixa Econômica Federal, é adotado também, em certas situações, de empréstimos às empresas privadas através de entidades governamentais.

A seguir serão tratadas as expressões de cálculo para o SAC:

✓ Amortização:

$$Amort = \frac{PV}{n}$$

✓ Saldo Devedor:

Comporta-se como uma P.A. decrescente cuja razão é o valor da amortização, desse modo, a redução periódica do saldo devedor é .

✓ Juros:

Como a redução do saldo devedor é constante, os juros também se comportam como uma P.A. decrescente, na qual o valor periódico da redução no período t é: $\frac{PV_{t-1}}{n}$ dessa forma, para

⁵Disponível em: <http://www.passeidireto.com/arquivo/1761360/apostila-de-mat-financeira>
acesso em: 20 fevereiro 2014.

um período qualquer t :

...

$$(2.4.5) \quad J_t = \frac{PV_t}{n} \cdot (n - t + 1) \cdot i$$

✓ Prestação:

É a soma da amortização com os juros, assim:

$$(2.4.6) \quad PMT_t = \left[1 + \frac{PV_t}{n} \cdot (n - t + 1) \cdot i \right]$$

2.4.3 Sistema de Amortização Americano

No Sistema de Amortização Americano a devolução do capital é efetuada ao final do período do contrato da operação por meio de uma parcela única. É mais comum os juros serem pagos periodicamente, mas podem ainda ser capitalizados e pagos juntamente com o principal no fim do prazo combinado, não se prevê amortizações durante o período de empréstimo.

Em vistas do impacto financeiro que o sistema cria ao visar o pagamento da dívida em uma única parcela, o devedor pode constituir um fundo de amortização do empréstimo (*sinking fund*)⁶, ele é uma forma de liquidar um título de crédito com vencimento futuro, evitando-se o desembolso de caixa de uma só vez, assim sendo ele vai depositando periodicamente as quotas de amortização, que por sua vez, rendem juros de tal forma que, na data de pagamento do principal, o saldo desse fundo de amortização seja igual ao capital a pagar, liquidando, dessa maneira, o empréstimo.

Se a taxa da operação do *sinking fund*^(is) for menor que a taxa à qual o financiamento foi contratado (i), o custo financeiro do Sistema de Amortização Americano é maior que o custo financeiro do Sistema Price; é comum ainda que as instituições financeiras cobrem juros além do decalorado, um exemplo é o IOC (Imposto sobre operações de crédito), dentre outros, essas despesas são consideradas junto com os desembolsos, aumentando o custo efetivo da operação.

2.4.3.1 Sistema de Amortização Misto

O Sistema de Amortização Misto (SAM) é basicamente a média dos sistemas Francês (SAF) e o Constante (SAC), onde cada um dos valores calculados para o plano de pagamentos é a soma dos dois sistemas iniciais, dividido por dois. No sistema SAM as amortizações são crescentes e os valores dos juros e das prestações são decrescentes, o valor da prestação inicial é superior ao do sistema Francês e inferior ao do SAC.

Comparação entre SAF, SAM e PRICE:

⁶Para aprofundar mais, consulte o material disponível em: http://www.gyplan.com/pt/sinkfund_pt.html acesso em 20 março 2014.

Dados do contrato	
Valor do financiamento	R\$ 50.000,00
Taxa de juros (% ao ano)	4,5
Prazo (meses)	360

Sistema de amortização	Total de juros pagos(R\$)	Total de prestações pagas(R\$)	Total Amortização paga(R\$)
SAC	33.843,75	83.843,75	50.000,00
SAM	37.523,55	87.523,55	50.000,00
PRICE	41.203,36	91.203,36	50.000,00

TABELA 2. Comparação entre sistemas de amortização.

Fonte: clickhabitacao.

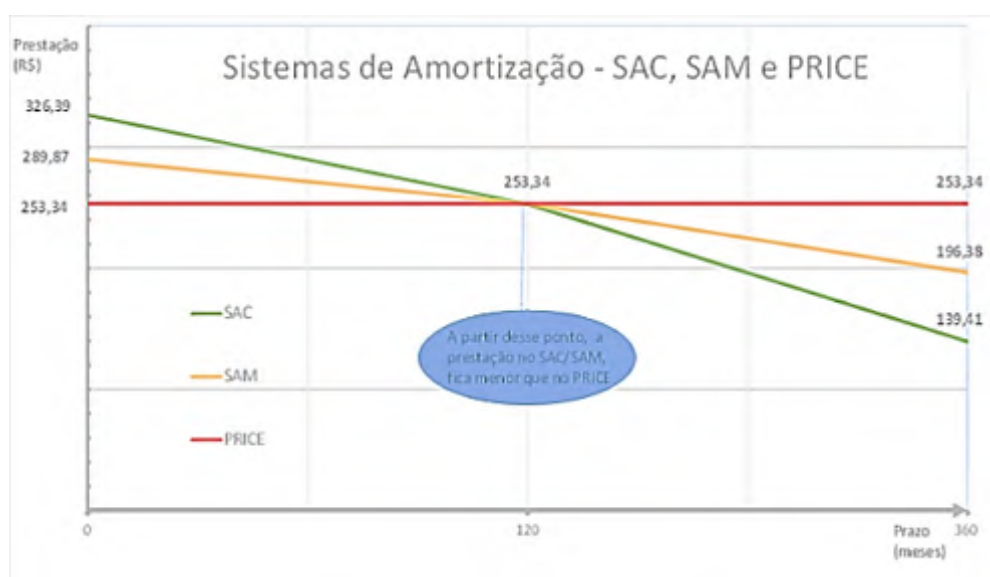


FIGURA 2.4.2. Comparação entre sistemas de amortização

Fonte: clickhabitacao.

2.5. Taxas e tarifas do Cartão Crédito:

Como já é sabido, existem muitas instituições financeiras que disponibilizam cartões de crédito para seus clientes, cada uma delas tem contratos específicos com tais clientes, dessa forma não é viável aqui explicar por instituição as particularidades e modalidades do contrato de cada uma delas, nem analisar os benefícios atrelados aos bancos.

Os bancos têm critérios diferentes para determinar os juros cobrados de cada cliente. Assim, para encontrar a melhor condição para cada perfil, é preciso pesquisar e comparar. A Proteste⁷ - Associação Brasileira de Defesa do Consumidor, em parceria com a FGV (Fundação Getúlio Vargas) realizou uma pesquisa comparando as taxas cobradas nos cartões de crédito, tal pesquisa

⁷Disponível em: <<http://www.proteste.org.br/dinheiro/cartao-de-credito/noticia/pais-continua-campeao-de-juro-no-cartao>>. Acesso em: 30 janeiro 2014.

aponta que, em dezembro de 2013, a taxa média de juros para operações de crédito, o chamado rotativo, chegou ao patamar de 280,82% ao ano no Brasil.

O levantamento considerou 60 cartões de crédito distribuídos por 11 instituições financeiras (Banco do Brasil, Banco IBI, Banrisul, Bradesco, BV Financeira, Caixa, Citibank, Credicard, HSBC, Itaú e Santander). De acordo com a pesquisa da Proteste, o cartão de crédito 'Platinum' do banco Santander se destacou, ao cobrar juros de mais de 700% ao ano. Neste caso, o consumidor que receber uma fatura no valor de R\$ 500,00 e resolver pagar somente o mínimo (20% do total) e, em seguida, deixar rolar essa dívida por um ano, ele estará devendo mais de R\$ 3 mil ao término desses 12 meses.

O site do Banco Central disponibiliza tabelas com as tarifas bancárias separadas por segmentos, para apresentar esses dados encontra-se no Anexo I, os dados para posição em 29/01/2014 para o segmento: Bancos privados + Bancos públicos + Caixa Econômica Federal.

Em todas as tabelas percebe-se que há enormes variações entre os valores das tarifas para as diferentes instituições financeiras, o que pode onerar substancialmente o consumidor.

2.6. As informações contidas numa fatura.

As informações contidas numa fatura são muitas, elas devem ser vistas com atenção, e o entendimento de cada uma é primordial para uma relação saudável com gastos por meio dos cartões de crédito. Para explicá-las melhor leia o texto do Anexo II, no qual todas as informações foram retiradas da cartilha elaborada pela ABECS e suas Associadas com o propósito de contribuir para o uso consciente do cartão.

2.7. Fazendo as cálculos envolvidos numa fatura

Os cálculos de faturas de crédito reais não serão tomados aqui porque envolvem procedimentos de cálculo estritamente internos às instituições financeiras, que não os disponibilizam via canais de atendimento como SAC (Sistema de Atendimento ao Consumidor) ou nas próprias agências bancárias, pois não disponibilizam de manuais de metodologias de aplicação de cálculos à disposição do cliente, o que se faz são simulações em programas internos onde os dados conhecidos são inseridos e os resultados procurados são disponibilizados sem que se tenha acesso ao procedimento do cálculo efetuado.

Para a realização de simulações com informações pertinentes a uma fatura e exemplificação de cálculos, serão tomados como exemplo dados referentes a uma situação hipotética, considerando-se os encargos de uma das instituições financeiras do mercado pesquisada na data da pesquisa, cuja identidade será mantida em sigilo.

Antes, porém, algumas questões legais acerca da cobrança de IOF para uso do crédito com cartões devem ser esclarecidas, conforme o Decreto 6339/07, que altera as alíquotas do IOF (Imposto sobre Operações de Crédito, Câmbio e Seguro, ou relativas a Títulos ou Valores Mobiliários), os dados que serão apresentados a seguir são da Receita da Fazenda⁸.

Para as operações de crédito com Cartão de Crédito:

⁸ Disponível em: <http://www.receita.fazenda.gov.br/automaticoSRESinot/2008/01/08/2008_01_04_19_56_22_529135983.html>

. Acesso em: 25 fevereiro 2014.

- A operação com cartão de crédito não caracteriza empréstimo.
- A compra efetuada a vista ou parcelada não está sujeita ao IOF-Crédito.
- Somente se dará incidência de IOF-Crédito quando a administradora de cartões de crédito tomar financiamento para liquidação da compra efetuada pelo usuário do cartão.
- Pagamentos com atraso, regra geral, estão sujeitos a encargos, inclusive IOF-Crédito, porque a administradora toma emprestado os recursos para liquidar a operação.
- Se houver financiamento, e, portanto, com incidência do IOF-Crédito, a alíquota passa de 0,0041% para 0,0082% ao dia, para pessoa física.
- Adicionalmente, incidirá alíquota de 0,38%, sobre o valor do financiamento, independentemente do prazo da operação, para pessoa física ou jurídica.

Situação geral hipotética:

Considerando-se as faturas de cartão de crédito do cliente Gastão Absurdo com os vencimentos combinados para o dia 25 de cada mês, vamos tomar que incidem os seguintes encargos e tarifas:

Encargos Financeiros	
Taxa do período	
Crédito rotativo	6,27%
Crédito parcelado	4,45%
Juros de atraso	6,79%
Multa por atraso	2,00%

TABELA 3. Encargos financeiros

Fonte: próprio autor, 2014.

Custo Efetivo Total (CET)					
Serviços	Taxas ao mês (%)	Taxas ao ano (%)	IOF adicional	IOF diário(%)	CET ao ano (%) ²
Crédito rotativo/ Saques ¹	6,27	107,45	0,38	0,0041	112,92
Parcelado administradora ³	4,45	68,61	0,38	0,0041	70,45
Pagamento de contas (parcelado) ^{3,4}	4,20	63,83	0,38	0,0041	65,67

TABELA 4. Custo efetivo total

Fonte: próprio autor, 2014.

1- Taxas vigentes até o vencimento da fatura, sujeitos à alteração para o próximo período.

2- Resultado de incidência da taxa ao ano, IOF Adicional e IOF diário projetado para o período de um ano.

3- Taxas de juros sujeitas a alterações.

4- Serviços não disponíveis para clientes não correntistas. Obs.: Tarifa de saque: R\$ 6,50 por evento. Tarifa de pagamento de contas: R\$ 1,50 por evento.

Problematização:

Suponha que Gastão Absurdo tenha a fatura seguinte a vencer dia 25 de janeiro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos	Compras/Débitos	Saldo R\$	Pagamento mínimo
1200,00	1200,00	1300,00	1300,00	195,00

TABELA 5. Fatura de 25 de janeiro

Fonte: próprio autor, 2014.

Questões a considerar:

a) Como calcular o pagamento mínimo?

Conforme informado no capítulo 1, desde 1o de junho de 2011, o CMN o pagamento mensal não pode ser inferior a 15% do valor total da fatura. Assim sendo, o cálculo do valor mínimo a ser pago por Gastão Absurdo para o período em questão é:

$$1300,00 \cdot 0,15 = 195,00$$

b) Como ficarão as faturas dos próximos meses, considerando que para pagamento dessa fatura e das próximas 5 faturas ele só disponha de R\$ 241,00 mensais para pagar, então ele usará do crédito rotativo nesse período, além disso, vamos considerar que nos próximos meses Gastão Absurdo não fará nenhuma despesa com cartão?

Cálculo dos Encargos e IOF de 25 de janeiro até 25 de fevereiro:

- IOF diário: A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{jan} = 1300,00 - 241,00 = R\$ 1059,00$$

Então aplicando-se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 1059,00 \cdot 0,000041 \cdot 31$$

$$IOF_D = R\$ 1,35$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 1059,00 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$ 4,02$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,27% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 1059,00 \cdot 0,0627$$

$$J = R\$66,40$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,79% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem- se:

$$i = [(1,0679)^{\frac{31}{30}} - 1] \cdot 100 = 7,02\%$$

$$J = 1059,00 \cdot 0,0702$$

$$J = R\$74,34$$

- Multa de atraso:

Não incidirá multa de atraso, pois apesar de a fatura não ter sido paga integralmente, o valor pago foi realizado na data do vencimento.

Logo o total de valores a serem cobrados na próxima fatura em função do uso do crédito rotativo é:

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Total
1,35	4,02	66,40	74,34	146,11

TABELA 6. Resumo de encargos para fatura de fevereiro

Fonte: próprio autor, 2014.

A fatura de Gastão Absurdo a vencer dia 25 de fevereiro ficará assim:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos	Compras/Débitos	Saldo R\$	Pagamento mínimo
1300,00	241,00	146,11	1205,11	180,77

TABELA 7. Fatura de 25 fevereiro

Fonte: próprio autor, 2014.

Cálculo dos Encargos e IOF de 25 de fevereiro até 25 de março:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{fev.} = 1205,11 - 241,00 = R\$ 964,11$$

Então aplicando- se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 964,11 \cdot 0,000041 \cdot 28$$

$$IOF_D = R\$ 1,11$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 964,11 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$ 3,66$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,27% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 964,11 \cdot 0,0627$$

$$J = R\$ 60,45$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,79% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem-se:

$$i = [(1,0679)^{\frac{28}{30}} - 1] \cdot 100 = 6,32\%$$

$$J = 964,11 \cdot 0,0632$$

$$J = R\$ 60,93$$

- Multa de atraso:

Não incidirá multa de atraso, pois apesar de a fatura não ter sido paga integralmente, o valor pago foi realizado na data do vencimento.

Logo o total de valores a serem cobrados na próxima fatura em função do uso do crédito rotativo é:

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Total
1,11	3,66	60,45	60,93	126,15

TABELA 8. Resumo de encargos da fatura de março

Fonte: próprio autor, 2014.

A fatura de Gastão Absurdo a vencer dia 25 de março ficará assim:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos	Compras/Débitos	Saldo R\$	Pagamento mínimo
1205,11	241,00	126,15	1090,26	163,54

TABELA 9. Fatura de 25 de março

Fonte: próprio autor, 2014.

Cálculo dos Encargos e IOF de 25 de março até 25 de abril:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{mar.} = 1090,26 - 241,00 = R\$ 849,26$$

Então aplicando- se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 849,26 \cdot 0,000041 \cdot 31$$

$$IOF_D = R\$ 1,08$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 849,26 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$ 3,23$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,27% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 849,26 \cdot 0,0627$$

$$J = R\$ 53,25$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,79% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem- se:

$$i = [(1,0679)^{\frac{31}{30}} - 1] \cdot 100 = 7,02\%$$

$$J = 849,26 \cdot 0,0702$$

$$J = R\$59,62$$

- Multa de atraso:

Não incidirá multa de atraso, pois apesar de a fatura não ter sido paga integralmente, o valor pago foi realizado na data do vencimento.

Logo o total de valores a serem cobrados na próxima fatura em função do uso do crédito rotativo é:

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Total
1,08	3,23	53,25	59,62	116,10

TABELA 10. Resumo de encargos da fatura de abril

Fonte: próprio autor, 2014.

A fatura de Gastão Absurdo a vencer dia 25 de abril ficará assim:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos	Compras/Débitos	Saldo R\$	Pagamento mínimo
1090,26	241,00	116,10	965,36	144,80

TABELA 11. Fatura de 25 de abril

Fonte: próprio autor, 2014.

Cálculo dos Encargos e IOF de 25 de abril até 25 de maio:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{abril} = 965,36 - 241,00 = R\$724,36$$

Então aplicando-se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 724,36 \cdot 0,000041 \cdot 30$$

$$IOF_D = R\$0,89$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 724,36 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$2,75$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,27% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 724,36 \cdot 0,0627$$

$$J = R\$45,42$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,79% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem- se:

$$J = 724,36 \cdot 0,0679$$

$$J = R\$49,18$$

- Multa de atraso:

Não incidirá multa de atraso, pois apesar de a fatura não ter sido paga integralmente, o valor pago foi realizado na data do vencimento.

Logo o total de valores a serem cobrados na próxima fatura em função do uso do crédito rotativo é:

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Total
0,89	2,75	45,42	49,18	49,18

TABELA 12. Resumo de encargos da fatura de maio

Fonte: próprio autor, 2014.

A fatura de Gastão Absurdo a vencer dia 25 de maio ficará assim:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos	Compras/Débitos	Saldo R\$	Pagamento mínimo
965,36	241,00	98,24	822,60	123,39

TABELA 13. Fatura de 25 de maio

Fonte: próprio autor, 2014.

Cálculo dos Encargos e IOF de 25 de maio até 25 de junho:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{maio} = 822,60 - 241,00 = R\$581,60$$

Então aplicando- se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 581,60 \cdot 0,000041 \times 31$$

$$IOF_D = R\$0,74$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 581,60 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$2,21$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,27% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 581,60 \cdot 0,0627$$

$$J = R\$36,47$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,79% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem- se:

$$i = [(1,0679)^{\frac{31}{30}} - 1] \cdot 100 = 7,02\%$$

$$J = 581,60 \cdot 0,0702$$

$$J = R\$40,83$$

- Multa de atraso:

Não incidirá multa de atraso, pois apesar de a fatura não ter sido paga integralmente, o valor pago foi realizado na data do vencimento.

Logo o total de valores a serem cobrados na próxima fatura em função do uso do crédito rotativo é:

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Total
0,74	2,21	36,47	40,83	80,25

TABELA 14. Resumo de encargos da fatura de junho

Fonte: próprio autor, 2014.

A fatura de Gastão Absurdo a vencer dia 25 de junho ficará assim:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos	Compras/Débitos	Saldo R\$	Pagamento mínimo
822,60	241,00	80,25	661,85	99,28

TABELA 15. Fatura de 25 de junho

Fonte: próprio autor, 2014.

Assim, podemos concluir que imediatamente ao pagar a fatura com vencimento no dia 25 de junho, ainda restará a Gastão Absurdo um saldo devedor de: $661,85 - 241,00 = R\$ 420,85$, ao qual ainda incidirá encargos e tarifas para o mês seguinte independente do valor que ele vai dispor para pagamento da fatura que vencerá em 25 de julho. Ao desembolsar 6 pagamentos de R\$ 241,00 sem levar em conta as correções ao longo desse período ele desembolsou R\$ 1446,00, portanto muito mais do que o valor do saldo devedor inicial, no entanto depois de ter pago (conforme o modelo descrito acima) a fatura de 25 de junho, ele ainda deve aproximadamente 32,37% do valor inicial da dívida.

Colocando numa tabela de amortizações esses desembolsos ficariam assim representados:

Período	Saldo Devedor	Amortização	Tarifas/ Encargos	Prestação
25/01/2014	1059,00	241,00	Xxxx	241,00
25/02/2014	964,11	94,89	146,11	241,00
25/03/2014	849,26	114,85	126,15	241,00
25/04/2014	724,36	124,90	116,10	241,00
25/05/2014	581,60	142,76	98,24	241,00
25/06/2014	420,85	160,75	80,25	241,00
Total	Xxxx	879,15	566,85	1446,00

TABELA 16. Resumo de amortizações

Fonte: próprio autor, 2014.

Isso mostra o quanto o não pagamento do saldo integral da fatura, ainda que sem atrasos, compromete o bolso do consumidor. Na simulação acima, não foram considerados juros de mora e multa por atraso, uma vez que as faturas não foram pagas em atraso, caso Gastão Absurdo pagasse parcialmente e em atraso durante os períodos considerados, sua situação seria ainda pior.

Período	Dias corridos	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação sem IOF	IOF adicional	IOF diário	Prestação com IOF
25/01/2014	0	1059,09			240,91	0,92		241,83
25/02/2014	31	865,31	193,78	47,13	240,91		1,35	242,26
25/03/2014	28	662,91	202,40	38,51	240,91		0,99	241,90
25/04/2014	31	451,50	211,41	29,50	240,91		0,84	241,75
25/05/2014	30	230,68	220,82	20,09	240,91		0,56	241,47
25/06/2014	31	0,03	230,64	10,27	240,91		0,29	241,20
Total	151		1059,05	145,49	1445,46	0,92	4,03	1450,41

TABELA 17. Financiamento da Fatura

Fonte: próprio autor, 2014.

Cabe ainda ressaltar que as taxas de crédito rotativo e de juros de atraso admitidas na simulação se mantiveram constantes ao longo de todos os períodos, o que não acontece na prática, análises feitas por mim para este trabalho, em faturas reais de algumas instituições financeiras mostraram que de um mês para outro geralmente há uma elevação nesses percentuais; outros fatos a serem considerados são as particularidades do contrato de cada instituição financeira, que tem liberdade para adotar práticas peculiares nos aspectos não regidos por regras determinadas pelo Banco Central, desta forma, caso Gastão Absurdo fosse um personagem real, os resultados dos cálculos seriam ainda mais desvantajosos.

c) Se Gastão Absurdo optasse por parcelar a fatura em 6 vezes, pagaria quantos reais por mês? O custo efetivo seria menor?

O pagamento parcelamento de faturas, é sujeito a algumas condições que podem variar de instituição para instituição, em geral sobre o valor parcelado é acrescentado Imposto sobre Operações de crédito, Câmbio, Seguros, Valores Mobiliários e IOF, os encargos são debitados mensalmente proporcionais às parcelas de capital; o valor das prestações é calculado pela Sistema Price de Amortização, no modo antecipado, isto é a primeira parcela é exigida na data do parcelamento da fatura, além disso, geralmente o prazo máximo é de até 12 parcelas mensais.

Como a taxa de juros para parcelamento de fatura é de 4,45% a.m. tem-se:

$$PV = PMT \cdot \frac{[1 - (1 + i)^{-(n-1)}]}{i} + PMT$$

$$1300 = PMT \cdot \frac{[1 - (1,0445)^{-5}]}{0,0445} + PMT$$

$$PMT = 240,91$$

Colocando os dados na tabela Price, tem-se:

Cabe destacar que, para os cálculos da tabela acima, não foi considerado o dia da semana em que caiu o vencimento de cada parcela para a contagem dos dias corridos, mas na prática,

quando a data do vencimento da fatura não recai em dia útil, a exigibilidade dos encargos financeiros fica postergada para o primeiro dia útil subsequente.

Pela análise dos dados, podemos perceber que para o consumidor que não consegue quitar o valor integral da fatura em curto prazo, o parcelamento é menos agressivo que o crédito rotativo, os dados mostraram que com desembolsos de R\$ 240,91(desconsiderando-se o IOF que incide em cada prestação) em 6 pagamentos com entrada Gastão conseguiu liquidar sua dívida, enquanto que usando do crédito rotativo, apesar de dispor de desembolsos de mesmo valor, ao final desses períodos ele não o faz, daí conclui-se que o custo efetivo do parcelamento da fatura, apesar de não ser brando, ainda é menor que o custo efetivo do crédito rotativo.

O problema maior de não se pagar a fatura integral do cartão de crédito consiste no fato do pagamento mínimo ou parcial da fatura do cartão cobrir em grande parte apenas os juros do cartão, não amortizando a dívida. Vale destacar que, ao optar por dividir os débitos, o limite de crédito do cartão ficará comprometido, sendo liberado à medida que as parcelas forem sendo pagas.

Para casos de saques do limite do cartão ou realização de pagamento de contas com cartão de crédito, foi considerado nessa situação hipotética que a instituição financeira cobra tarifa de saque de R\$ 6,50 por evento e tarifa de pagamento de contas de R\$ 1,50 por evento, mas as tarifas e condições de uso na prática variam de instituição para instituição, geralmente incidem encargos financeiros para crédito rotativo calculados a partir da data do saque até a efetuação do pagamento.

Não serão tomados aqui cálculos exaustivos no sentido de confrontar todas as possibilidades de pagamentos de juros possíveis para opções de pagamento de uma fatura, pois em face do que já foi argumentado e comprovado com alguns cálculos, é possível perceber que quanto maior for a quantidade de agravantes que geram cobrança de juros e tarifas e impostos, pior fica o leiaute da fatura do consumidor.

CAPÍTULO 3

Consciência financeira: um caminho possível

Mudar hábitos e costumes com relação ao uso do dinheiro e do crédito melhora não apenas a saúde financeira, mas transforma toda uma filosofia de vida. Este capítulo levanta algumas análises sobre despertar no indivíduo o interesse pelo tema das finanças pessoais e desenvolver conhecimentos, bem como habilidades práticas que lhe permitam usar o cartão de crédito no consumo de forma racional e consciente.

3.1. Primeiro passo: alertar para o problema

O ato do consumo consciente permite às pessoas planejar suas despesas e conseqüentemente melhorar a sua qualidade de vida; diversos fatores interferem na prática do consumo, desde a situação econômica do indivíduo até questões psicológicas ligadas ao consumo compulsivo, como por exemplo, os casos de onimania que é uma doença que causa compulsão pelo prazer da compra.

Independentemente da ordem dos fatores que afetam o consumo, é comum perceber que a má utilização do dinheiro e do crédito tanto na utilização dos cartões quanto em outras formas de uso, quando não planejadas, afeta diretamente o bem estar de um indivíduo, tem conseqüências no seu poder aquisitivo e numa ordem mais ampla gera conseqüências em todo o sistema econômico.

Em publicação para o Instituto Akatu, no caderno diálogos 5 intitulado: O consumo consciente do dinheiro e do crédito, sobre o consumo consciente do dinheiro e do crédito, Szajman, então Presidente do Grupo VR, destaca que:

Hoje, no Brasil, contamos com uma relativa estabilidade econômica, inflação baixa e taxas de juros que, embora altas, são menores que as do passado. Com isso, vivemos uma expansão muito grande do crédito, processo que atinge parcelas da população que não têm tradição nem condições culturais de atuar de forma mais estruturada diante do desafio de não se endividar, ou de solicitar crédito de forma consciente.

Diante de tudo que foi exposto até o presente momento, já se tornou inquestionável que o uso inconseqüente dos cartões de crédito pode levar a um agressivo desajuste orçamentário na vida de qualquer cidadão. A falta de conhecimentos matemáticos, às vezes pautada na falta de instrução ou até mesmo na falta de interesse em saber como os juros e encargos se comportam, leva uma grande massa da população brasileira a se afundar em grandes prejuízos financeiros e que muitas vezes passam até despercebidos. Silvestre (2010, p. 243) alerta que:

Há muita gente que, embalada pela onda consumista e amparada por uma inconstante relação com as dívidas, se esquece de que o crédito para a pessoa física tem de ser combinado com altas doses de planejamento e eficaz autogestão financeira para dar certo. Só assim pode funcionar efetivamente como uma alavanca para a qualidade de vida plena.

Dentro desta perspectiva, o ponto de partida é alertar para o problema. Perceber que há algo de errado na forma como se conduz o uso do crédito, em particular aqui se tratando dos cartões de crédito é o pontapé para a reviravolta na luta contra os juros. Não se questiona aqui a legalidade ou até a justiça nas práticas adotadas pelas instituições financeiras, uma vez que o consumidor tem livre arbítrio de operar com a instituição que melhor atenda as suas necessidades, e que todas as cobranças de juros e encargos são embasadas em contrato de emissão e utilização de cartões previamente estabelecidos. Dessa forma, a intenção aqui é promover o equilíbrio financeiro por meio de práticas pessoais de controle e utilização do crédito, dessa forma, olhando por esse viés, cabe a parte interessada no uso do crédito, isto é, ao consumidor, se inteirar dos aspectos que podem favorecê-lo ou não nas operações de uso de crédito por meio do cartão.

Outro fato a ser considerado, é a liberdade que as instituições financeiras têm de estabelecer algumas condições específicas no contrato para utilização de seus cartões de crédito não estabelecidas na LEI Nº 4.595, DE 31 DE DEZEMBRO DE 1964, que trata das atividades de emissão de cartão de crédito exercidas por instituições financeiras; algumas normas dos contratos variam de instituição para instituição. Ao optar por fazer uso de um cartão de crédito o consumidor deve ter ciência do que lhe será cobrado.

Ao solicitar um cartão de crédito, o consumidor deve ter em mente que precisa ler atentamente todas as informações antes de aceitar a proposta, deve ter a condição de avaliar a partir dessa leitura se as disposições estabelecidas se adequam à sua realidade e se lhe confere a melhor escolha, ao desbloquear e/ou utilizar um cartão o consumidor está admitindo concordar com as condições estabelecidas no contrato.

É fato também que a linguagem adotada nos contratos de cartões de crédito que foram analisados ao longo dessa pesquisa requer certo grau de erudição, o que reforça a necessidade e importância da formação adquirida na escola, não só na disciplina de matemática; algumas cláusulas possuem uma linguagem extremamente formal, além disso, apesar de contar com todas as informações necessárias ao consumidor, algumas delas ficam meio camufladas não permitindo o alcance real do que se destinam a transmitir.

Sobre as dificuldades da população em geral, na consciência ao fazer a tomada de crédito, Eduardo Giannetti, em publicação no caderno diálogos 5 intitulado: O consumo consciente do dinheiro e do crédito para o Instituto Akatu, ressalta que:

A nossa população humilde de baixa renda, que foi prejudicada pelo problema secular de falta de ensino fundamental, está sendo explorada por sua condição de tremenda impaciência, falta de aptidão para números e para a escolha intertemporal. Há

problemas éticos muito sérios envolvidos nisso. E o fato de ser legal e voluntário em nada refresca o problema ético dessa transação.

O processo de despertar para o problema dos juros e encargos cobrados no uso dos cartões de crédito não inclui tão somente o conhecimento das cláusulas de um contrato, vai, além disso, a motivação para a Consciência Financeira em cada pessoa se dá por ensinamentos ou por autoaprendizagem em qualquer etapa da vida, consiste no real entendimento das situações que envolvem suas finanças e no estabelecimento de propósitos para suas ações a fim de manter as contas em dia tendo responsabilidade ao assumir compromissos financeiros. Antes de sair usando o cartão de crédito, o consumidor precisa meditar sobre os custos dos recursos necessários e sua disponibilidade para o futuro.

Mas, afinal, do ponto de vista matemático, o que leva uma pessoa a perceber a necessidade de mudança nos hábitos? Ninguém consegue por em prática ou ensinar aquilo que não sabe, de forma análoga, o consumidor que não se interessa ou que não sabe sequer entender as informações contidas em sua fatura não consegue ter amplitude dos enormes juros e encargos que paga ao fazer uso do crédito rotativo, ao realizar saques do limite do cartão ou ao financiar uma fatura. Silvestre (2010, p. 96) elucida que: “quem não sabe fazer a conta certa com o dinheiro, nunca sabe se está fazendo bom ou mau negócio, não sabe se está enriquecendo ou empobrecendo”.

Na verdade trata-se de educação, a preocupação aqui vai além de salientar os problemas constatados pelo mau uso dos cartões de crédito, pretende-se estabelecer procedimentos para ajudar a educar o consumidor para participar satisfatoriamente desse sistema.

Os conhecimentos de matemática financeira atrelados a uma efetiva transformação interior, no sentido de olhar com cautela para o fomento da prática do consumo excessivo, fortalecem a iniciativa de querer entender e ser o personagem principal na história de um orçamento financeiro organizado e, principalmente que permita às pessoas utilizar seu potencial financeiro para transformação de suas vidas.

3.2. Segundo passo: fazer as contas e organizar o orçamento

Passada a fase de entender a necessidade de mudança e alertar para a saúde financeira, o próximo desafio é avaliar a real situação das dívidas já contraídas pelo uso dos cartões e engajar na realização das alterações necessárias, e, principalmente: cortar gastos. Não usar o limite do cartão de crédito como uma extensão do salário é uma atitude imprescindível.

De acordo com o teor das dívidas já adquiridas, juros e encargos que incorrem sobre o saldo devedor, o restabelecimento total poderá levar curto, médio ou longo prazo, dentro de cada situação, cabe ao consumidor fazer bom uso dos conhecimentos de matemática financeira para reduzir os custos para o seu bolso.

Evitar o pagamento mínimo ou parcial da fatura é muito importante, ele deve ser utilizado somente em situações emergenciais, em casos de uso do crédito rotativo, dependendo do valor

do saldo devedor e da capacidade financeira para pagamento, é preciso avaliar em quanto tempo dentro da real capacidade de desembolsos para pagamento o consumidor consegue quitar a dívida, dependendo desse prazo, talvez financiar a fatura pode sair mais barato, visto que o custo efetivo é menor, conforme verificado pelos cálculos do capítulo anterior. Para quem tem ao seu dispor a possibilidade de fazer empréstimo consignado, também pode avaliar essa possibilidade; essa modalidade não foi abordada nessa pesquisa, mas é amplamente conhecida como uma das que tem as menores taxas de juros de mercado.

O importante é saber fazer os cálculos a seu favor, evitando o pagamento de juros e encargos desnecessários, driblando assim, o pagamento de valores que se pode eliminar, nesse âmbito, destaca-se a importância dos juros compostos; sobre o poder de atuação dos juros compostos contra ou favor dos objetivos de uma pessoa, Silvestre (2010) alerta para as decisões ao avaliar o poder que os juros sobre juros tem sobre os ganhos, mas também sobre a terrível ameaça que o pagamento de juros compostos exerce sobre o uso mal calculado dos recursos financeiros, é o desafio da matemática do dinheiro.

Ao realizar compras parceladas com cartão de crédito, o consumidor deve ficar atento às duas modalidades de parcelamento, caso a compra seja parcelada pelo lojista, significa que a loja é que está oferecendo a opção de pagamento em parcelas fixas, caso seja parcelado pelo emissor, é este que está financiando a compra parcelada, e, nesse caso são incluídos juros e encargos no valor da compra, nessa modalidade o lojista recebe o valor total da venda de uma única vez. Ainda sobre compras parceladas com cartão, é importante lembrar que as parcelas a vencer no futuro comprometem o limite do cartão que só vai sendo recomposto proporcionalmente ao valor pago das faturas.

Para planejar melhor o orçamento é importante saber adequar a data de vencimento da fatura aos dias posteriores ao recebimento de proventos e salários, assim o consumidor evita atrasos no pagamento e o conseqüente pagamento de todos os juros e encargos que foram detalhados no capítulo anterior.

Para quem tem cartão de uso internacional, os encargos sobre pagamentos em moeda estrangeira são mais elevados; é de 6,38% a alíquota do imposto sobre Operações Financeiras (IOF). O cartão de crédito permite que o consumidor pague a compra segundo a cotação do dólar ou outra moeda no vencimento da fatura, no entanto, é sabido que uma moeda pode desvalorizar ou ficar mais cara ao longo do tempo, devido a uma série de fatores que não cabe aqui serem detalhados, enfim, trata-se de uma decisão de risco, caso haja variação cambial entre o a data de fechamento da fatura e o pagamento da mesma, a diferença será considerada no próximo vencimento. As despesas em moeda estrangeira são pagas em real, para isso cabe ao emissor converter o valor das despesas realizadas em moeda estrangeira para o respectivo valor em real.

Ainda com relação ao uso do cartão internacional, é necessário saber que o consumidor é responsável por fazer o desbloqueio junto ao banco, do uso de cartão de crédito no exterior antes da realização da viagem ou compra, a fim de evitar transtornos, porém é importante saber que é obrigação dos bancos detalhar em contrato qualquer tipo de restrição de uso do cartão em viagens, bem como prever as formas de cobrança das faturas com relação a taxas e conversões.

Outra opção de uso dos cartões de crédito é usá-lo para o pagamento de contas, pela falta de dinheiro em mãos para pagar um boleto, uma conta de luz, telefone, entre outras, é comum pessoas efetuarem esse pagamento usando o cartão de crédito, essa opção pode representar uma vantagem ou não, pois a maior parte dos bancos cobra pela prestação desse tipo de serviço, a cobrança de tarifas pelos bancos para pagamento de contas é autorizada pela Resolução 3919/10 do Banco Central; além do mais é também cobrado o IOF nessas operações sobre todos os valores pagos, portanto é necessário pesquisar a taxa sobre pagamento de contas cobrada pela administradora de cartão de crédito, fazer os cálculos para verificar se apesar de pagar essas tarifas vai compensar ainda assim.

De fato, não se trata de uma receita de bolo, que é só seguir e todos os problemas estarão resolvidos, as fórmulas de matemática financeira não conseguirão responder a tudo, fazendo com que o consumidor não sofra nenhum impacto ao interagir na sociedade de consumo. Mas, o conhecimento de matemática financeira pode aguçar a desconfiança, a incerteza e o pudor de não se deixar seduzir pelas facilidades do cartão de crédito.

CAPÍTULO 4

Exercícios de aplicação

Para treinar os cálculos envolvidos no uso dos cartões de crédito, este capítulo destina-se a apresentar ao leitor uma lista de exercícios dividida em três partes: a primeira parte procura despertar para uma auto avaliação sobre o grau de racionalidade e consciência associado ao contrato e às operações realizadas por meio de cartões, a segunda parte conta com exercícios de matemática financeira básica e por fim, a terceira parte apresenta uma lista de exercícios com simulações de faturas de cartões.

4.1. Parte I: Discussões sobre o assunto.

Leia a reportagem a seguir e responda aos questionamentos de 1 a 7.

Juros do cartão chegam a quase 1.000% ao ano

Segundo dados do Banco Central, um terço das concessões de crédito no cartão no ano passado entrou no rotativo.



São Paulo - No final da fatura, em uma tabelinha repleta de números, uma informação chama a atenção. Custo total do saque à vista no cartão de crédito do banco Santander: 967% ao ano. Para quem não consegue visualizar claramente quão caro é esse juro, é como se um banco emprestasse dinheiro para que o consumidor comprasse um carro popular de R\$ 30 mil em janeiro e em dezembro lhe mandasse a conta da compra de um apartamento de R\$ 320 mil.

Mas o leitor pode agora pensar que jamais sacaria dinheiro do cartão de crédito. Pensa mais: que faz os saques tradicionais de sua conta corrente e usa o cartão apenas para fazer compras. Mas, se num mês ficar mais apertado, paga apenas o valor mínimo e vai levando adiante. Esse adiante, entretanto, também sai caro, pois essa dívida começa a ter incidência de juros, no que é chamado no jargão bancário de empréstimo rotativo. Voltando ao caso do Santander, o juro de alguns dos cartões do banco pode chegar a 705,61% ao ano. É menos do que o saque à vista. Em vez de um apartamento de R\$ 320 mil, o banco cobraria um de R\$ 241 mil.

Segundo dados do Banco Central, um terço das concessões de crédito no cartão no ano passado entrou no rotativo. Foram R\$ 26 bilhões, número maior do que o que foi emprestado em crédito consignado ou crédito ao consumo. Do total, quase 37% está com o pagamento da fatura em atraso de mais de 90 dias, ou seja, inadimplentes. A inadimplência não é preocupante, segundo o BC, porque ela é dividida por toda a carteira, que inclui a dos clientes que pagam em dia sua fatura, de aproximadamente R\$ 62 bilhões no ano passado. Logo, o juro também não seria tão elevado, já que ele serviria para o banco fazer frente ao dinheiro que deixa disponível para os clientes pagarem apenas a cada 30 dias e também para fazer frente ao crédito parcelado sem juros.

Se a taxa média fosse de 140% ao ano, dividida pela carteira e descontando a inadimplência, o juro total cairia para 30% ao ano. Mas não é possível saber qual é a média cobrada, nem se os juros vêm subindo, porque o BC não tem esse acompanhamento. Os bancos tampouco divulgaram essa informação e se restringem a prestá-las apenas nas faturas de seus clientes.

Uma pesquisa recente do Proteste mostra que o Santander tem os juros mais altos do cartão de crédito, mas não é o único a ter taxas tão elevadas. Basta reunir as faturas de diferentes clientes de diferentes bancos para constatar que os outros grandes bancos privados - Bradesco, HSBC e Itaú Unibanco - têm juros acima de 400% ao ano. É mais que o dobro do juro médio do cheque especial, acompanhado pelo BC.

Os bancos, entretanto, não falam do assunto. Todos foram procurados e enviaram apenas notas informando que cobram juros compatíveis com os riscos e que oferecem opções aos clientes. O Bradesco disse apenas que não comentaria. O Santander, que tem todos os seus cartões com juros acima de 400% ao ano, reforçou que propõe alternativas ao crédito rotativo com juros baixos. Nem mesmo o Banco do Brasil, que tem um dos juros mais baixos - segundo a Proteste, 107% ao ano - fala sobre o assunto.

O Estado de S. Paulo, 02/02/2014. Disponível em: <http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/juros-do-cartao-chegam-a-quase-1-000-ao-ano-2>. Acesso em: 30 abril 2014.

1. Você utiliza o cartão de crédito como meio para pagamento de compras e/ou para realizar saques? Por quê?

Em caso afirmativo para a questão 1, responda:

2. Antes de assinar o contrato para adquirir o seu cartão de crédito, você o leu atentamente e procurou verificar se continha todas as informações necessárias e se lhe conferia a melhor opção para atender suas necessidades? Você fez comparações entre as tarifas dos bancos entre os quais poderia operar?

3. Você entende as informações contidas na sua fatura? Tem conhecimento dos valores cobrados em caso de inadimplência ou atraso?

4. Você tem o hábito de conferir os dados da fatura, a fim de saber quanto está pagando de juros e encargos? Em que medida?

5. Como você avalia seus conhecimentos de matemática financeira no sentido de capacitá-lo(a) ou não para prática da consciência financeira, nas relações de compra em especial ao usar o cartão de crédito?

6. Você geralmente paga em dia e integralmente a fatura do seu cartão? Em caso negativo, como você organiza o orçamento, para realizar esses desembolsos?

7. Diante dos dados mostrados pela notícia e da reflexão sobre as respostas dadas aos questionamentos anteriores, como você avalia sua relação com os gastos no cartão de crédito?

4.2. Parte II: Exercícios de matemática financeira básica.

8. Assinale a alternativa e preenche corretamente a lacuna. Quando se toma uma taxa de $i\%$ ao mês, o montante acumulado sob o sistema de capitalização composta sempre gera um saldo _____ que o sistema de capitalização simples.

- a) Menor para qualquer prazo de observação;
- b) Menor para prazos superiores a um mês;
- c) Maior para qualquer prazo de observação;
- d) Maior para prazos superiores a um mês.

9. Você aplicou R\$42.800,00 à taxa de juro composto de 15% ao ano. Responda o que se pede:

- a) Considerando a taxa de 15% ao ano como efetiva qual a taxa efetiva mensal?
- b) Considerando a taxa de 15% ao ano nominal, com capitalização mensal, qual a taxa efetiva anual da operação?

10. Uma pessoa emprestou R\$ 12.000,00 a serem pagos após sete meses à taxa de 5% ao mês. Qual será o juro recebido considerando o regime de capitalização composto?

11. Em quanto tempo, uma taxa de juro composta de 18% ao ano triplica um capital inicial?

12. Você contraiu um financiamento no valor de R\$ 48.000,00 para comprar um carro novo, que será amortizado em 48 parcelas mensais, iguais e consecutivas, sabendo que a taxa de juro é de 1,5% ao mês, calcule:

- a) o valor das parcelas do financiamento, sendo que a primeira será feita no ato da contratação?
- b) o valor das parcelas do financiamento, sendo que a primeira será feita em 30 dias?
- c) o valor das parcelas do financiamento, considerando-se um período de três meses de carência, com os juros desse período distribuído nas parcelas.

13. (PROFMAT - AV1 - MA 12 - 2012) Uma venda imobiliária envolve o pagamento de 12 prestações mensais iguais a R\$ 10.000,00, a primeira no ato da venda, acrescidas de uma parcela final de R\$ 100.000,00, 12 meses após a venda. Suponha que o valor do dinheiro seja de 2% ao mês.

- a) Se o comprador preferir efetuar o pagamento da parcela final junto com a última prestação, de quanto deverá ser o pagamento dessa parcela?
- b) Se o comprador preferir efetuar o pagamento à vista, qual deverá ser o valor desse pagamento único?

14. Um comerciante tomou empréstimo cuja amortização se dará conforme o seguinte padrão:

- a) 1º ano: pagamentos mensais de R\$ 2.750,00;
- b) 2º ano: pagamentos mensais de R\$ 3.000,00;
- c) 3º ano: pagamentos mensais de R\$ 3.250,00. Qual é o valor presente líquido deste empréstimo, admitindo uma taxa de juro de 4,5 % ao mês?

15. Considere um empréstimo de R\$ 85.000,00 a ser pago em 12 prestações mensais, taxa de juro de 3% ao mês, complete as planilhas de amortização pelos sistemas:

- a) SAF.

n	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

b) SAC.

n	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

c) SAM

n	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

4.3. Parte III - Cálculos envolvendo cartões de crédito

Considere as faturas de cartão de crédito de uma pessoa com os vencimentos para o dia 10 de cada mês, que não tem débitos anteriores, nas quais incidem os seguintes encargos e tarifas:

Encargos Financeiros	
Taxa do período	
Crédito rotativo	6,27%
Crédito parcelado	4,45%
Juros de atraso	6,79%
Multa por atraso	2,00%
IOF adicional	0,38%
IOF diário	0,0041%
Tarifa de saque	R\$ 7,00 por evento

Considere que os próximos gastos se darão conforme a tabela a seguir, e que as faturas não serão pagas integralmente. Essa pessoa pagará R\$ 800,00 do valor total de cada uma das faturas a vencerem em 10 de setembro, 10 de outubro e 10 de novembro. Faça os cálculos conforme os procedimentos adotados no decorrer do trabalho e analise o comportamento da dívida para os próximos três meses.

Meses	Compras/Débitos (R\$)	Data de vencimento	Data em que será efetuado o pagamento
Agosto	1300,00	10/ 09/ 2014	19/ 09/ 2014
Setembro	1280,00	10/ 10/ 2014	10/ 10/ 2014
Outubro	974,00	10/ 11/ 2014	25/ 11/ 2014
Novembro	959,00	10/ 12/ 2014	05/ 12/ 2014
Dezembro	1486,00	10/ 01/ 2015	17/ 01/ 2015

Fatura a vencer em 10 de setembro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)

Fatura a vencer em 10 de outubro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)

Fatura a vencer em 10 de novembro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)

Fatura a vencer em 10 de dezembro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)

CAPÍTULO 5

Soluções

Este capítulo apresenta as soluções dos exercícios propostos no capítulo anterior.

5.1. Parte I: Discussões sobre o assunto.

As respostas dessa primeira parte são pessoais, no entanto, espera-se que os questionamentos levem o leitor a avaliar como é o seu grau de conhecimento sobre os custos financeiros envolvidos nas operações com cartões de crédito e também conduzi-lo a perceber que entender sobre matemática financeira é um fator determinante para conviver bem com as faturas do cartão, pretende-se estreitar a relação entre o leitor e os fatores envolvidos nas compras com cartões a fim de despertá-lo pra a prática da consciência financeira por meio de conhecimentos matemáticos.

5.2. Parte II: Exercícios de matemática financeira básica.

Questão 8:

Espera-se que o leitor perceba a característica principal que diferencia os dois critérios de capitalização de juros, constatando assim que para períodos superiores a mês no caso do exercício proposto, o montante gerado pelo critério dos juros compostos é superior ao montante gerado para o critério de juros simples. Desta forma a alternativa correta é a letra E.

Questão 9:

a) Considerando-se 15% ao ano como efetiva, para apurar a taxa efetiva mensal basta descapitalizar a taxa anual, desta forma obtém:

$$i = [(\sqrt[12]{1 + 0,15} - 1)] \cdot 100$$

$$i = 1,17\% a.m.$$

b) Considerando a taxa de 15% ao ano nominal, com capitalização mensal, deve-se apurar a taxa efetiva mensal com base no critério linear e em seguida capitalizar pelo critério exponencial a fim de se obter a taxa efetiva anual da operação, então, têm-se:

$$i = \frac{15}{12} = 1,25\% a.m.$$

$$i = [(1 + 0,0125)^{12} - 1] \cdot 100$$

$$i = 16,08\% a.a.$$

Questão 10:

Este exercício trata-se de uma aplicação básica da fórmula (2.2.1) para juros compostos, tem-se:

$$J = FV - PV$$

$$J = PV \cdot (1 + i)^n - PV$$

$$J = PV \cdot [(1 + i)^n - 1]$$

$$J = 12000,00 \cdot [(1 + 0,05)^7 - 1]$$

$$J = 4885,21$$

Questão 11:

Deve-se calcular o tempo necessário para que à taxa composta de 18% ao ano, se tenha $FV = 3 \cdot PV$, então:

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

$$3PV = PV \cdot (1 + 0,18)^n$$

$$(1,18)^n = 3$$

$$\log(1,18)^n = \log 3$$

$$n = \frac{\log 3}{\log 1,18}$$

$$n = 6,6 \text{ anos}$$

Questão 12:

Trata-se de uma aplicação de fluxos de caixa, basta aplicar (2.3.3) fazendo uma pequena alteração para a entrada.

a) Sendo a primeira parcela paga no ato da contratação, então nela não incidirá juros assim:

$$48000,00 = PMT + PMT \cdot \frac{[1 - (1 + 0,015)^{-47}]}{0,015}$$

$$48000,00 = PMT \cdot 34,55319195$$

$$PMT = \frac{48000,00}{34,55319195}$$

$$PMT = 1389,16$$

b)

$$48000,00 = PMT + PMT \cdot \frac{[1 - (1 + 0,015)^{-48}]}{0,015}$$

$$48000,00 = PMT \cdot 34,04255365$$

$$PMT = \frac{48000,00}{34,04255365}$$

$$PMT = 1410,00$$

c) Considerando-se um período de três meses de carência, com os juros desse período distribuído nas parcelas, o saldo devedor inicial será capitalizado nesse período, assim:

$$FV = 48000,00 \cdot (1 + 0,015)^3$$

$$FV = 50192,56$$

$$50192,56 = PMT + PMT \cdot \frac{[1 - (1 + 0,015)^{-48}]}{0,015}$$

$$50192,56 = PMT \cdot 34,04255365$$

$$PMT = \frac{50192,56}{34,04255365}$$

$$PMT = 1474,41$$

Questão 13:

Esta questão foi retirada da AV1 - MA 12 – 2012 – PROFMAT, desta forma será apresentada aqui a solução sugerida pelo gabarito divulgado pelo programa do mestrado.

a) O valor de R\$ 100.000,00 trazido um mês para trás é igual a:

$$100000,00 \cdot \frac{1}{1,02} \cong 0,980 \cdot 100000,00 = 98000,00$$

b) Trazendo os valores para a data de compra, o comprador pagará:

$$100000,00 + \frac{10000,00}{1,02} + \frac{10000,00}{(1,02)^2} + \dots + \frac{10000,00}{(1,02)^{11}} + \frac{10000,00}{(1,02)^{12}}$$

Isso é igual a:

$$10000,00 \cdot (1 + (1,02)^{-1} + (1,02)^{-2} + \dots + (1,02)^{-11}) + 100000,00 \cdot (1,02)^{-12}$$

$$= 10000,00 \cdot \frac{1 - (1,02)^{-12}}{1 - (1,02)^{-1}} + 100000,00 \cdot (1,02)^{-12}$$

$$\cong 10000,00 \cdot \frac{1 - 0,788}{1 - 0,980} + 100000,00 \cdot 0,788$$

$$= 106000,00 + 78800,00 = 184800,00$$

Portanto, se o dinheiro vale 2% ao mês, pagar o esquema de prestações do enunciado equivale a pagar (aproximadamente) R\$ 184.800,00 à vista.

Questão 14:

Basta trazer cada fluxo de caixa para a data atual, assim:

$$PV = 2750,00 \cdot \frac{[1 - (1 + 0,045)^{-12}]}{0,045} + 3000,00 \cdot \frac{[1 - (1 + 0,045)^{-12}]}{0,045} \cdot \frac{1}{(1 + 0,045)^{12}} +$$

$$3250,00 \cdot \frac{[1 - (1 + 0,045)^{-12}]}{0,045} \cdot \frac{1}{(1 + 0,045)^{24}}$$

$$PV = 51511,12$$

Questão 15:

a) SAF

Cálculo do valor das parcelas:

$$85000,00 = PMT \cdot \frac{[1 - (1 + 0,03)^{-12}]}{0,03}$$

$$85000,00 = PMT \cdot 9,954003994$$

$$PMT = 8539,28$$

N	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0	85000,00			
1	79010,72	5989,28	2550,00	8539,28
2	72841,76	6168,96	2370,32	8539,28
3	66487,73	6354,03	2185,25	8539,28
4	59943,08	6544,65	1994,63	8539,28
5	53202,09	6740,99	1798,29	8539,28
6	46258,87	6943,22	1596,06	8539,28
7	39107,36	7151,51	1387,77	8539,28
8	31741,30	7366,06	1173,22	8539,28
9	24154,26	7587,04	952,24	8539,28
10	16339,61	7814,65	724,63	8539,28
11	8290,52	8049,09	490,19	8539,28
12		8290,56	248,72	8539,28

b) SAC

Cálculo do valor das amortizações:

$$Amort = \frac{85000,00}{12}$$

$$Amort = 7083,33$$

n	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0	85000,00			
1	77916,67	7083,33	2250,00	9333,33
2	70833,34	7083,33	2337,50	9420,83
3	63750,01	7083,33	2125,00	9208,33
4	56666,68	7083,33	1912,50	8995,83
5	49583,35	7083,33	1700,00	8783,33
6	42500,02	7083,33	1487,50	8570,83
7	35416,69	7083,33	1275,00	8358,33
8	28333,33	7083,33	1062,50	8145,83
9	21250,03	7083,33	850,00	7933,33
10	14166,70	7083,33	634,50	7717,83
11	7083,33	7083,33	425,00	7508,33
12		7083,33	212,50	7295,83

a)SAM.

Para obter o valor de cada célula, basta fazer a média aritmética entre as duas células correspondentes dos sistemas SAF e SAC.

n	SALDO DEVEDOR	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PRESTAÇÃO
0	85000,00			
1	78463,70	6536,31	2400,00	8936,31
2	71837,55	6626,14	2353,91	8980,06
3	65118,87	6718,68	2155,12	8873,81
4	58304,88	6813,99	1953,56	8767,56
5	51392,72	6912,16	1749,14	8661,31
6	44379,45	7013,28	1541,78	8555,06
7	37262,03	7117,42	1331,38	8448,81
8	30037,32	7224,70	1117,86	8342,56
9	22702,15	7335,18	901,12	8236,31
10	15253,16	7448,99	679,56	8128,56
11	7686,93	7566,21	457,60	8023,81
12		7686,94	230,61	7917,56

5.3. Parte III - Cálculos envolvendo cartões de crédito

Encargos Financeiros

	Taxa do período
Crédito rotativo	6,5% a.m.
Crédito parcelado	4,5%
Juros de atraso	6,9%
Multa por atraso	2,00%
Tarifa de saque: R\$ 7,00 por evento.	

IOF adicional (%)

0,38

IOF diário (%)

0,0041

Meses	Compras/Débitos (R\$)	Data de vencimento	Data em que será efetuado o pagamento
Julho	1000,00	10/08/2014	10/08/2014
Agosto	1300,00	10/ 09/ 2014	19/ 09/ 2014
Setembro	1280,00	10/ 10/ 2014	10/ 10/ 2014
Outubro	974,00	10/ 11/ 2014	25/ 11/ 2014
Novembro	959,00	10/ 12/ 2014	05/ 12/ 2014

Fatura a vencer em 10 de setembro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)
1000,00	1000,00	1300,00	1300,00	195,00

Cálculo dos Encargos e IOF de 10 de setembro a 10 de outubro:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{set.} = 1300,00 - 800,00 = R\$ 500,00$$

Então aplicando-se a fórmula de juros simples:

$$IOFD = 500,00 \cdot 0,0041 \cdot 30$$

$$IOFD = R\$ 0,62$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 500,00 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$ 1,90$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,5 % a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem-se:

$$J = 500,00 \cdot 0,065$$

$$J = R\$ 32,50$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,9% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem-se:

$$J = 1300,00 \cdot [(1,069)^{\frac{9}{30}} - 1]$$

$$J = 26,28$$

$$J = 500,00 \cdot [(1,069)^{\frac{21}{30}} - 1]$$

$$J = 23,91$$

Somando os resultados obtém-se:

$$J = 50,19$$

- Multa de atraso:

É de 2% sobre o saldo em atraso:

$$Multa = 1300,00 \cdot 0,02 = 26,00$$

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Multa de atraso	Total
0,62	1,90	32,50	50,19	26,00	111,21

Fatura a vencer 10 de outubro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)
1.300,00	800,00	1.280,00	1.891,21	283,68

Cálculo dos Encargos e IOF de 10 de outubro a 10 de novembro:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{out.} = 1891,21 - 800,00 = R\$ 1091,21$$

Então aplicando-se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 1091,21 \cdot 0,000041 \cdot 31$$

$$IOF_D = R\$1,39$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 1091,21 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$4,15$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,5 % a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 1091,21 \cdot 0,065$$

$$J = R\$70,93$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,9% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem- se:

$$i = [(1,069)^{\frac{31}{30}} - 1] \cdot 100 = 7,14\%$$

$$J = 1091,21 \cdot 0,0714$$

$$J = R\$77,91$$

- Multa de atraso:

Não incidirá multa de atraso, pois apesar de a fatura não ter sido paga integralmente, o valor pago foi realizado na data do vencimento.

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Multa de atraso	Total
1,39	4,15	70,93	77,91	xxxxx	154,38

Fatura a vencer em 10 de novembro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)
1891,21	800,00	974,00	2219,59	332,94

Cálculo dos Encargos e IOF de 10 de novembro a 10 de dezembro:

- IOF diário:

A taxa de IOF diário de 0,0041% incide no saldo devedor do período, calculado com base na taxa equivalente diária (ano civil) isto é:

$$SD_{nov.} = 2219,59 - 800,00 = R\$ 1419,59$$

Então aplicando-se a fórmula de juros simples:

$$IOF_D = 1419,59 \cdot 0,000041 \cdot 30$$

$$IOF_D = R\$ 1,75$$

- IOF adicional:

A taxa de IOF adicional é de 0,38% projetado para todo o período do mês, assim:

$$IOF_A = 1419,59 \cdot 0,0038$$

$$IOF_A = R\$ 5,39$$

- Crédito Rotativo:

Esse encargo é de 6,5 % a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, apurado na forma de juro comercial (30 dias), assim tem- se:

$$J = 1419,59 \cdot 0,065$$

$$J = R\$92,27$$

- Juros de atraso:

Esse encargo é de 6,9% a.m. e incide sobre o saldo devedor do período, referente à quantidade de dias em atraso, tem- se:

$$J = 2219,59 \cdot [(1,069)^{\frac{15}{30}} - 1]$$

$$J = 75,30$$

$$J = 1419,59 \cdot [(1,069)^{\frac{15}{30}} - 1]$$

$$J = 48,16$$

Somando os resultados obtém-se:

$$J = 123,46$$

- Multa de atraso:

É de 2% sobre o saldo em atraso:

$$multa = 2219,59 \cdot 0,02 = 44,39$$

IOF diário	IOF adicional	Crédito rotativo	Juros de atraso	Multa de atraso	Total
1,75	5,39	92,27	123,46	44,39	267,26

Fatura a vencer em 10 de dezembro:

Saldo Período Anterior	Pagamentos/Créditos (R\$)	Compras/Débitos (R\$)	Saldo (R\$)	Pagamento mínimo (R\$)
2219,59	800,00	959,00	2645,85	396,88

Conclusões e Limitações

O uso do cartão de crédito no país expande a passos largos, mas o consumidor na maioria das vezes não sabe fazer bom uso dos seus serviços; além disso, as ofertas e a prática estimulante do consumismo levam ao uso desenfreado do dinheiro de plástico, o que pode conduzir ao endividamento.

Este trabalho se propôs a analisar pelo viés matemático, alguns fatores que envolvem o uso de cartões de crédito, a partir daí fazer algumas análises referentes ao endividamento que o uso inconsequente pode trazer para o bolso do consumidor.

Como se trata de um assunto muito amplo, no sentido de que existem vários fatores que vulnerabilizam o consumo exacerbado por meio dos cartões de crédito, alguns tópicos não estritamente ligados aos procedimentos de cálculo de juros e encargos que incidem em faturas, foram brevemente comentados, mas o enfoque principal foi despertar o consumidor em geral para o conhecimento dos cálculos que envolvem a formação das dívidas pela cobrança juros e encargos nas faturas, alertando assim, para a prática do consumo consciente.

As reflexões realizadas a partir deste estudo revelaram que nas complexas operações que ocorrem com cartões de créditos, há muitos fatores que oneram o uso dos cartões, e caso o consumidor não tenha o conhecimento necessário para aferir a melhor escolha para si, ele pode se tornar um refém ao comprometer seu orçamento em obrigações financeiras que não conseguirá cumprir.

O forte poder de atuação das instituições financeiras, associado à falta de instrução matemática, contribui para que se verifique a realidade atual, amplamente divulgada pela mídia: milhares de pessoas se endividam ao usar cartões de crédito, sem perspectivas de restabelecer a saúde financeira.

As cobranças às vezes abusivas de encargos variam de instituição para instituição, e por isso limitaram a possibilidade de generalização para a realidade na aplicação dos cálculos, além disso, foram encontradas algumas dificuldades no esclarecimento das práticas adotadas por parte das instituições financeiras, visto que não dispõem dos procedimentos de cálculo das faturas para fornecimento aos clientes. Dessa forma, convidam o consumidor a ter prudência ao analisar contratos de emissão e uso de cartões, a fim de escolher a melhor opção para atender as suas necessidades.

Existem várias associações e organizações que trabalham no sentido de conscientizar, orientar e mobilizar a sociedade para a prática do consumo consciente. Trabalham no sentido de ajudar a sociedade a arregar a importância do poder de compra e a conhecer seus direitos, a maior parte delas disponibiliza pela internet pesquisas realizadas com informações alertando para mecanismos de defesa do consumidor, legislações de consumo, intensificação do uso consciente

do crédito entre outros. É importante dedicar atenção especial à busca por esses instrumentos de informações e/ou orientações antes da tomada de decisões sobre assuntos ligados ao crédito em especial ao cartão de crédito.

São exemplos de órgãos com esse fim a ABECS (Associação brasileira das empresas de cartões de crédito e serviços), a PROTESTE (Associação Brasileira de Defesa do Consumidor) e o Instituto Akatu (organização não governamental sem fins lucrativos que trabalha pela conscientização e mobilização da sociedade para o Consumo Consciente), todas tem muitas publicações que podem ajudar na orientação do consumidor para as práticas de consumo.

A ABECS dispõe de uma cartilha com o propósito de contribuir para o uso consciente do cartão de crédito, ela possui várias informações importantes que podem ajudar o consumidor a entender sobre os aspectos envolvidos no uso de cartões e também orientações para o uso cartão de crédito de forma mais adequada; a PROTESTE, por sua vez, atua na promoção da defesa dos direitos do consumidor, a fim de contribuir para a melhoria nas relações de consumo, em se tratando dos cartões de crédito, tem diversas publicações sobre as práticas atuais de uso e orientações para escolha de cartões comparando juros e benefícios; já o Instituto Akatu tem como missão a defesa para atos de consumo consciente, em relação ao consumo do crédito tem diversas pesquisas relacionadas à sustentabilidade das finanças; enfim, todos servem de aporte para o consumidor que deseja fazer bom uso do cartão de crédito.

Entre todas as medidas já mencionadas, é importante ressaltar que o conhecimento dos direitos do consumidor por meio do Código de Defesa do Consumidor entre outros é muito válido, para questionar os valores de juros e encargos não basta tão somente saber fazer os cálculos, assim como tudo na vida, as administradoras cometem erros, e estes devem ser reparados segundo os direitos do consumidor.

O propósito maior desse estudo foi servir de instrumento para a conscientização no uso de cartões de crédito por meio do conhecimento de matemática financeira, afinal, a consciência ao fazer escolhas nas ações diárias contribui para uma melhor qualidade de vida.

Anexos

Anexo I

Posição em 29/01/2014 para o segmento: Bancos privados + Bancos públicos + Caixa Econômica Federal.

Anuidade - cartão básico nacional - Pessoa física

Avaliação emergencial de crédito - Pessoa física

Utilização de canais de atendimento para retirada em espécie - no país - Pessoa física

Fonte: BCB

CNPJ	Instituição	Valor máximo	Periodicidade
50585090	BCV - BCV	300,00	A cada 360 dias
33603457	BCO RODOBENS S.A. - REDE	200,00	A cada 365 dias
07450604	BCO INDUSTRIAL E COMERCIAL S.A - BIC	144,00	A cada 364 dias
58616418	BCO FIBRA S.A. - FIBRA	130,00	A cada 365 dias
33684941	BANIF BRASIL BM S.A. - BANIF PRIMUS	120,00	A cada 365 dias
59118133	BCO LUSO BRASILEIRO S.A. - LUSO BRASILEIRO	100,00	A cada 365 dias
17351180	BCO TRIANGULO S.A. - TRIANGULO	84,00	A cada 360 dias
04184779	BANCO BRADESCARD - IBIBANK	83,88	A cada 365 dias
62232889	BCO DAYCOVAL S.A. - DAYCOVAL	80,00	A cada 360 dias
01181521	BCO COOPERATIVO SICREDI S.A. - BANCO SICREDI	75,00	A cada 360 dias
34098442	BCO CITICARD S.A. - CREDITCARD	72,00	A cada 365 dias
10664513	BCO GERADOR S.A. - GERADOR	70,80	A cada 365 dias
04902979	BCO DA AMAZONIA S.A. - BASA	60,00	A cada 360 dias
00558456	BCO BGN S.A. - BGN	59,90	A cada 360 dias
00000208	BRB - BCO DE BRASILIA S.A. - BRB	54,00	A cada 360 dias
07679404	BANCO TOPAZIO S.A. - BANCO TOPAZIO	54,00	A cada 365 dias
90400888	BCO SANTANDER (BRASIL) S.A. - SANTANDER	54,00	A cada 360 dias
17192451	BCO ITAUCARD S.A. - ITAUCARD	52,00	A cada 360 dias
61071387	UNICARD BM S.A. - UNICARD	52,00	A cada 360 dias
31895683	BCO INDUSTRIAL DO BRASIL S.A. - INDUSTRIAL	50,00	A cada 365 dias
00000000	BCO DO BRASIL S.A. - BB	45,00	A cada 360 dias
00360305	CAIXA ECONOMICA FEDERAL - CEF	45,00	A cada 360 dias
60746948	BCO BRADESCO S.A. - BRADESCO	42,00	A cada 360 dias
59285411	BCO PANAMERICANO S.A. - PANAMERICANO	30,00	A cada 365 dias
61186680	BCO BMG S.A. - BMG	30,00	A cada 360 dias
02038232	BANCOOB - BANCOOB	28,80	A cada 360 dias
17184037	BCO MERCANTIL DO BRASIL S.A. - BMB	24,00	A cada 365 dias
08357240	BCO CSF S.A. - CSF	5,49	A cada 30 dias
00253448	BCO POTENCIAL S.A. - POTENCIAL	0,00	-
14388334	PARANA BCO S.A. - PARANA	0,00	-
28127603	BCO BANESTES S.A. - BANESTES	0,00	-
42272526	BNY MELLON BCO S.A. - BK	0,00	-

FIGURA 5.3.1. Anuidade - cartão básico nacional - pessoa física

Fonte: BCB.

CNPJ	Instituição	Valor máximo	Periodicidade
33603457	BCO RODOBENS S.A. - REDE	100,00	Por evento
33884941	BANIF BRASIL BM S.A. - BANIF PRIMUS	50,00	Por evento
62232889	BCO DAYCOVAL S.A. - DAYCOVAL	50,00	Por evento
17192451	BCO ITAUCARD S.A. - ITAUCARD	18,90	Por evento
59438325	BCO BRADESCO CARTOES S.A. - BANKPARMULTIPLO	18,00	Por evento
60419645	BCO BANKPAR S.A. - BANKPAR	18,00	Por evento
60746948	BCO BRADESCO S.A. - BRADESCO	18,00	Por evento
03012230	HIPERCARD BM S.A. - BANCO1.NET	17,90	Por evento
04184779	BANCO BRADESCARD - IBIBANK	17,90	Por evento
08357240	BCO CSF S.A. - CSF	17,90	Por evento
59285411	BCO PANAMERICANO S.A. - PANAMERICANO	17,90	Por evento
61071387	UNICARD BM S.A. - UNICARD	17,90	Por evento
90400888	BCO SANTANDER (BRASIL) S.A. - SANTANDER	17,00	Por evento
00000000	BCO DO BRASIL S.A. - BB	15,00	Por evento
00000208	BRB - BCO DE BRASÍLIA S.A. - BRB	15,00	Por evento
00360305	CAIXA ECONOMICA FEDERAL - CEF	15,00	Por evento
01701201	HSBC BANK BRASIL SA BCO MULTIP - HSBC BANK	15,00	Por evento
04902979	BCO DA AMAZONIA S.A. - BASA	15,00	Por evento
04913711	BCO DO EST. DO PA S.A. - BANPARA	15,00	Por evento
10664513	BCO GERADOR S.A. - GERADOR	15,00	Por evento
17184037	BCO MERCANTIL DO BRASIL S.A. - BMB	15,00	Por evento
33479023	BCO CITIBANK S.A. - CITIBANK	15,00	Por evento
34098442	BCO CITICARD S.A. - CREDICARD	15,00	Por evento
58160789	BCO SAFRA S.A. - SAFRA	15,00	Por evento
92702067	BCO DO ESTÁO DO RS S.A. - BANRISUL	12,00	Por evento
17351180	BCO TRIANGULO S.A. - TRIANGULO	10,00	Por evento
58616418	BCO FIBRA S.A. - FIBRA	10,00	Por evento
00253448	BCO POTTENCIAL S.A. - POTTENCIAL	0,00	-
02038232	BANCOOB - BANCOOB	0,00	-
28127603	BCO BANESTES S.A. - BANESTES	0,00	-
31895683	BCO INDUSTRIAL DO BRASIL S.A. - INDUSTRIAL	0,00	-
42272526	BNY MELLON BCO S.A. - BK	0,00	-
51938876	BCO REP ORIENTAL URUGUAY BCE - BROU	0,00	-
59118133	BCO LUSO BRASILEIRO S.A. - LUSO BRASILEIRO	0,00	-

FIGURA 5.3.2. Avaliação emergencial de crédito - pessoa física

Fonte: BCB.

Anexo II

Todas as informações a seguir são retiradas da cartilha elaborada pela ABECS e suas Associadas com o propósito de contribuir para o uso consciente do cartão.

CNPJ	Instituição	Valor (R\$)	Modalidade
32603437	BDO RODOBENS S.A. - REDE	100,00	Por evento
00558456	BDO BGN S.A. - BGN	99,00	Por evento
31895663	BDO INDUSTRIAL DO BRASIL S.A. - INDUSTRIAL	30,00	Por evento
338E4941	BANIF BRASIL EM S.A. - BANIF PRIMUS	20,00	Por evento
07450604	BDO INDUSTRIAL E COMERCIAL S.A. - BIC	15,00	Por evento
61186680	BDO BMO S.A. - BMO	15,00	Por evento
62232889	BDO DAYCOVAL S.A. - DAYCOVAL	15,00	Por evento
90400888	BDO SANTANDER (BRASIL) S.A. - SANTANDER	15,00	Por evento
12664313	BDO GERADOR S.A. - GERADOR	13,50	Por evento
01701201	HSBC BANK BRASIL SA BDO MULTIP - HSBC BANK	12,00	Por evento
08257240	BDO CSF S.A. - CSF	10,30	Por evento
01181521	BDO COOPERATIVO SICREDI S.A. - BANCO SICREDI	10,00	Por evento
07679404	BANCO TOPÁZIO S.A. - BANCO TOPÁZIO	10,00	Por evento
17192451	BDO ITAUCARD S.A. - ITAUCARD	10,00	Por evento
58616418	BDO FIBRA S.A. - FIBRA	10,00	Por evento
59119133	BDO LUSO BRASILEIRO S.A. - LUSO BRASILEIRO	10,00	Por evento
59282411	BDO PANAMERICANO S.A. - PANAMERICANO	10,00	Por evento
04184779	BANCO BRADESCARD - IBIBANK	9,90	Por evento
71027866	BANCO BONSUCESSO S.A. - BONSUCESSO	9,00	Por evento
00000208	ERS - BDO DE BRASILIA S.A. - ERB	8,00	Por evento
33479023	BDO CITIBANK S.A. - CITIBANK	8,00	Por evento
34098442	BDO CITICARD S.A. - CREDITCARD	8,00	Por evento
58160789	BDO SAFRA S.A. - SAFRA	8,00	Por evento
17331180	BDO TRIANGULO S.A. - TRIANGULO	7,90	Por evento
59438325	BDO BRADESCO CARTOES S.A. - BANKPARMULTIPL	7,90	Por evento
60419649	BDO BANKPAR S.A. - BANKPAR	7,90	Por evento
60748948	BDO BRADESCO S.A. - BRADESCO	7,90	Por evento
02038232	BANCOOB - BANCOOB	6,60	Por evento
00000000	BDO DO BRASIL S.A. - BB	6,50	Por evento
28127603	BDO BANESTES S.A. - BANESTES	6,00	Por evento
92702067	BDO DO ESTADO DO RS S.A. - BANRISUL	6,00	Por evento
00360303	CAIXA ECONOMICA FEDERAL - CEF	3,00	Por evento
04902979	BDO DA AMAZONIA S.A. - BASA	3,00	Por evento
50585090	BCV - BCV	3,00	Por evento
61071387	UNICARD EM S.A. - UNICARD	3,00	Por evento
04913711	BDO DO EST. DO PA S.A. - BANPARA	4,90	Por evento
17184037	BDO MERCANTIL DO BRASIL S.A. - BMB	4,00	Por evento
00253448	BDO POTENCIAL S.A. - POTENCIAL	0,00	-
43272926	BNY MELLON BDO S.A. - BK	0,00	-

FIGURA 5.3.3. Utilização de canais de atendimento para retirada em espécie no país - pessoa física

O extrato bancário apresenta as seguintes informações e pontos de destaque:

- 6:** Data da fatura: 7/4/2011
- 7:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 8:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 9:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 10:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 11:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 12:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 13:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00
- 14:** Saldo anterior: R\$ 1.382,00

Adicionalmente, o extrato mostra uma lista de débitos com o valor de R\$ 15,00 em 14 parcelas (12/3 a 21/3).

Fonte: Abecs

- 1) Saldo anterior:** valor total da sua fatura do mês anterior.
- 2) Créditos:** soma do valor pago da fatura no mês anterior e demais créditos que possam ter entrado, como, por exemplo, estorno de despesas.
- 3) Débitos/Despesas:** total dos lançamentos financeiros do período. É a soma dos valores das compras, serviços, taxas, tarifas e encargos, quando houver.

4) **Saldo (ou total) a pagar:** é o valor total que você deve pagar até o dia do vencimento da fatura.



Fonte: Abecs

5) **Pagamento mínimo:** é o menor valor que você pode pagar ao receber sua fatura. Geralmente, corresponde a um percentual do valor total da fatura. **Ao optar pelo pagamento mínimo, você estará financiando o valor restante da fatura e pagará juros sobre esse valor na próxima fatura.** O pagamento mínimo só deve ser usado em caso de emergência, quando, por exemplo, você gastou a mais e não tem mesmo alternativa para quitar a fatura total.

6) **Data do vencimento:** data-limite para pagamento de sua fatura. **Se você pagar após a data de vencimento, além dos juros sobre o valor total da fatura, também serão cobradas multa e outras penalidades previstas no contrato.**

7) **Limite de crédito:** valor disponibilizado pelo emissor do seu cartão para que você faça pagamento de compras de bens e/ou serviços com o seu cartão.

7a) **Limite de crédito disponível:** é o valor disponível para utilização na data de fechamento da fatura, já descontando o valor utilizado.



Fonte: Abecs

8) **Crédito rotativo:** é uma linha de crédito oferecida pelo emissor do seu cartão de crédito que permite que você pague apenas uma parte do valor da sua fatura e financie o restante para ser pago na fatura do mês seguinte, **acrescido de encargos financeiros.**

9) **Taxa de encargos de financiamento ou encargos financeiros:** é a taxa cobrada pelo emissor do cartão de crédito quando você opta por pagar uma parte do saldo da sua fatura e financia o restante pelo crédito rotativo; ou quando você faz compras parceladas e financiadas pelo emissor; ou efetua saques/empréstimos emergenciais com o cartão de crédito; ou parcela o saldo da fatura.



Fonte: Abecs

9a) **IOF:** Imposto sobre Operações de Crédito, Câmbio e Seguro, que é cobrado sobre operações de crédito e sobre as despesas feitas no exterior (em moeda estrangeira).

9b) **CET:** sigla para Custo Efetivo Total. O objetivo do CET é informar a você qual é o custo total de uma operação de crédito, apresentando todos os encargos, tarifas e taxas, impostos e outras despesas que incidem na operação de crédito. O emissor deve informar o CET sempre antes da contratação. O valor desses custos pode variar de um emissor para o outro.

9c) **Multa:** se você não efetuar o pagamento da fatura do seu cartão de crédito na data do vencimento, **o emissor pode cobrar uma multa por atraso, de 2% sobre o saldo devedor.**

9d) **Juros de mora ou encargos de financiamento por atraso:** é o percentual cobrado pelo emissor sobre o saldo em atraso, que não foi pago na data do vencimento.

10) **Pagamento parcelado da fatura:** é uma opção de pagamento da fatura do cartão de crédito disponibilizada por alguns emissores. Nesse caso, o valor integral da fatura é parcelado e **acrescido dos encargos de financiamento.**

11) **Saques emergenciais/empréstimos:** alguns emissores permitem que sejam feitos saques de dinheiro em terminais eletrônicos, pelo cartão de crédito. **Essa transação é considerada um “empréstimo” e está sujeita a cobrança de juros/encargos de financiamento e/ou tarifas pelo emissor do cartão.**

12) **Compras no exterior/moeda estrangeira:** se o seu cartão de crédito tem validade internacional, você pode fazer despesas fora do Brasil, em moeda diferente do Real. As despesas em moeda estrangeira devem ser pagas no Brasil e em Reais (R\$). Para isso, o emissor do seu cartão de crédito internacional irá converter as suas despesas em moeda estrangeira (US\$, € etc.) para Reais.

13) **Taxa do dólar/taxa de conversão:** os emissores utilizam uma taxa para conversão de despesas em moeda estrangeira para Reais. Essa taxa é informada pelo emissor do cartão na fatura. Caso ocorra uma variação na taxa do dólar utilizada para a conversão das despesas em moeda estrangeira entre a data de emissão do extrato (ou na data da compra, conforme o caso) e a data do vencimento da fatura, o débito ou crédito (dependendo dessa variação) será lançado na fatura seguinte.

14) **Descritivo de despesa:** nesse espaço são descritos todos os lançamentos de débito e de crédito da sua fatura, tais como: tarifa de anuidade, compras, encargos de financiamento, pagamentos recebidos, estornos e outros. Além disso, o emissor informa a data do lançamento (débito ou crédito), o nome do estabelecimento em que você efetuou uma compra, o valor do lançamento e se a compra/despesa é parcelada.

Apêndices

Apêndice I

Progressão Geométrica. Uma progressão geométrica, ou simplesmente P.G. é uma sucessão de números reais obtida, com exceção do primeiro, multiplicando o número anterior por uma quantidade fixa q , chamada de razão. Para se calcular a razão da progressão, realiza-se a divisão entre dois termos consecutivos.

Cálculo do termo geral. Numa progressão geométrica de razão q , os termos são obtidos, por definição, a partir do primeiro, da seguinte maneira:

a_1	a_2	a_3	\dots	a_n
a_1	$a_1 \cdot q$	$a_1 \cdot q^2$	\dots	$a_1 \cdot q^n$

Assim, deduz-se a seguinte expressão do termo geral, também chamado enésimo termo, para qualquer progressão geométrica:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Soma dos n primeiros termos de uma PG. Seja a PG $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots)$. Para o cálculo da soma dos n primeiros termos S_n , vamos considerar o que se segue:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

Multiplicando ambos os membros pela razão q segue que:

$$S_n \cdot q = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + a_4 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q$$

Conforme a definição de PG, pode-se reescrever a expressão como:

$$S_n \cdot q = a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n + a_n \cdot q$$

Observe que $a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$ é igual a $S_n - a_1$. Logo, substituindo, vem:

$$S_n \cdot q = S_n - a_1 + a_n \cdot q$$

Daí, simplificando convenientemente, chega-se à seguinte fórmula da soma:

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - 1}{q - 1}$$

Substituindo a_n por $a_1 \cdot q^{n-1}$, obtém-se:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Apêndice II

Desenvolvemos também, uma página de internet para simulação de faturas de cartão de crédito adotando-se os procedimentos de cálculo desenvolvidos no decorrer do trabalho. O endereço da página é: <https://docs.google.com/forms/d/1AhuGSx5nFt2HwpW_EQYDYFKb-QOcsEk34u-H3TSnrew/viewform>

Referências Bibliográficas

- [1] ABECS. **Cartão**: A dica é saber usar. Cartilha. Associação Brasileira das Empresas de Cartões de Crédito e Serviços – ABECS. São Paulo, S/N. Disponível em: < <http://www2.camara.leg.br/atividade-legislativa/comissoes/comissoes-permanentes/cdc/link/cartao-a-dica-e-saber-usar>>. Acesso em: 26 janeiro 2014.
- [2] ABECS. **Glossário do Mercado de Cartões**. Disponível em: <http://www.abecs.org.br/consumidores-glossario>. Acesso em; 20 janeiro 2014.
- [3] ASSAF NETO, ALEXANDRE. **Matemática financeira e Suas Aplicações**. 11.ed. SÃO PAULO: Atlas, 2009.
- [4] BARROSO, Dejair Frank. **Uma Proposta de Serviço para a Disciplina Matemática Financeira**: mediada pela produção de significados dos estudantes de administração. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/09/Produto-Educacional-Curso-de-Servi%C3%A7o.pdf>> . Acesso em: 05 janeiro 2014.
- [5] BAUMAN, Zygmunt, 1925. **Vida a Crédito**: conversas com Citali Rivirosa- Madraro; tradução Alexandre Wernec. Rio de Janeiro: Zahar, 2010. GUIA CATRÃO DE CRÉDITO (PORTAL). Aprenda Onde fica o Número do Seu Cartão. Disponível em: < <http://www.cartaodecreditoguia.com.br/onde-fica-o-numero-do-cartao-de-credito>>. Acesso em: 16 janeiro 2014.
- [6] BELLE, Helena Beatriz de M.; OLIVEIRA, Elis Regina de e PAULA, Mauro César de. **Cartão de Crédito**: instrumento contemporâneo potencial armadilha para o endividamento consciente. Artigo Científico. S/D. Disponível em: < <http://www.cpgls.ucg.br/ArquivosUpload/1/File/V%20MOSTRA%20DE%20PRODUO%20CIENFICA/DIREITO/cc1.pdf>> .Acesso em: 22 janeiro 2014.
- [7] BRASIL. **FAQ – Cartão de Crédito**. Banco Central do Brasil. Brasília, 2014. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/?CARTAODECREDITOFAQ>>. Acesso em: 16 dezembro 2013.

- [8] BRASIL. **Imposto sobre operações de Crédito, Câmbio e Seguros - IOF**. Receita da Fazenda. Brasília, S/D. Disponível em: < <http://www.receita.fazenda.gov.br/Alíquotas/iof.html>> . Acesso em: 14 fevereiro 2014.
- [9] BRASIL. **Receita Esclarece Alterações de Alíquotas de IOF. Receita da Fazenda**. Brasília, 2008. Disponível em: < http://www.receita.fazenda.gov.br/automaticoSRFSinot/2008/01/08/2008_01_04_19_56_22_529135983.html> . Acesso em: 12 fevereiro 2014.
- [10] BRASIL. RESOLUÇÃO Nº 3.919. Disposições Transitórias. Disponível em: < <https://www.bcb.gov.br/htms/normativ/RESOLUCAO3919.pdf>> . Acesso em: 08 janeiro 2014.
- [11] BRASIL. **Tarifas Bancárias**. Banco Central do Brasil. Brasília, 2014. Disponível em: < <http://www.bcb.gov.br/fis/tarifas/htms/SegmentoServicos03.asp?idpai=TARBANRANK>> . Acesso em: 12 fevereiro 2014.
- [12] COELHO, Fábio Ulho. **Manual de Direito Comercial: direito de empresa**. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.
- [13] Diálogos Akatu: **O Consumo Consciente do Dinheiro e do Crédito** / Textos de Mattar, Hélio; Belinky, Aron; Milnitzky, Fátima; Frankenerg, Louis; Musa, Álvaro; Lara, Luiz; Giannetti, Eduardo. São Paulo: Instituto Akatu, 2006.
- [14] FARIAS, Egenilton Rodolfo de. **Matemática Comercial e Financeira**. Disponível em: < Disponível em: <http://www.passeidireto.com/arquivo/1761360/apostila-de-mat-financeira>. Acesso em: 20 fevereiro 2014.
- [15] FERREIRA, Gilciney. **Gaste com Moderação: um estudo sobre o comportamento do jovem adulto universitário de classe C frente ao discurso do consumo consciente do dinheiro e do crédito**. 123 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Administração e Desenvolvimento Empresarial). Universidade Estácio de Sá, Rio de Janeiro, 2012. Disponível em: <http://portal.estacio.br/media/4038693/gilciney_ferreira.pdf> . Acesso em: 18 fevereiro 2013.
- [16] GITMAN LAWRENCE, Jeffrey. **Princípios de Administração Financeira**. Tradução: Jorge Ritter. 2.ed.Porto Alegre: Bookman, 2000.

- [17] GROSSI, Pedro. **Brasil Lidera em Juros do Cartão**. Jornal O Tempo. Belo Horizonte. Publicado em 22/01/2014. Disponível em: <<http://www.otempo.com.br/brasil-lidera-em-juros-do-cart%C3%A3o-1.776904>>. Acesso em: 25 janeiro 2014.
- [18] LIMA, Elon Lages; CARVALHO; Paulo Cesar Pinto; WAGNER, Eduardo. **A Matemática do Ensino Médio** - Volume 2. 6. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. efetiva. Bahia, 2009. Disponível em: <<http://www.dicionarioinformal.com.br/efetiva/>>. Acesso em: 15 janeiro 2014.
- [19] PROTESTE. **País Continua Campeão de Juro no Cartão**. São Paulo, 16 janeiro 2014. Disponível em: <<http://www.proteste.org.br/dinheiro/cartao-de-credito/noticia/pais-continua-campeao-de-juro-no-cartao>> . Acesso em: 30 janeiro 2014.
- [20] SERVIÇO DE PROTEÇÃO AO CRÉDITO (SPC). **Sete em Cada Dez Brasileiros não Sabem Quanto Pagam pelas Taxas do Cartão de crédito**: Disponível em: <<https://www.spcbrasil.org.br/imprensa/pesquisas/201-seteemcadadezbrasileirosnaosabemquantopagampelastaxasdocartaodecredito>>. Acesso em: 05 janeiro 2014.
- [21] SILVESTRE, Marcos. **12 Meses Para Enriquecer**: o plano da virada. São Paulo: Lua de papel, 2010.
- [22] VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática Financeira**. 7.ed. São Paulo: Atlas, 2010.