UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Curso de Pós-Graduação em Matemática

Dissertação de Mestrado Profissional

Jorge André Silva de Paiva

MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE UM ANTIDEPRESSIVO

Santo André

2013

Curso de Pós-Graduação em Matemática

Dissertação de Mestrado Profissional

Jorge André Silva de Paiva

MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE UM ANTIDEPRESSIVO

Trabalho apresentado como requisito parcial

para obtenção do título de Mestre em

Matemática Profissional, sob orientação do Professor Doutor

Rodney Carlos Bassanezi.

Santo André

Dedico este trabalho a minha família que sempre me apoiou nesta labuta em especial a minha esposa com seu carinho, sempre dispensado a mim e a nossos filhos, podendo assim me encorajar para a conclusão deste trabalho. Dedico também, a duas pessoas (in memorian),que mesmo morando sempre distante, e não ter a oportunidade de compartilhar mais tempos juntos nunca deixaram de estar no meu coração. Essas pessoas, Sebastião, meu pai, me ensinou muito, e meu sogro Severino.

AGRADECIMENTOS

A Deus, porque sem ele não conseguiria chegar onde eu cheguei.

Aos meus pais, pela educação que me deram, e pelos incentivos e pela forma demonstrar o orgulho pelo seu filho e filhas.

À minha esposa por todo incentivo e pela paciência durante o desenvolvimento desta dissertação.

Às minhas irmãs pelo apoio e consideração.

Ao meu sogro, minha sogra, minha única cunhada, meus cunhados e meus sobrinhos por estarem sempre presentes.

Ao meu orientador, Rodney Carlos Bassanezi, pelo auxilio e paciência, para que eu conseguisse concluir essa dissertação.

Aos professores do mestrado, por repartir comigo seus conhecimentos, proporcionando-me um maior conhecimento.

À direção e supervisão da Universidade Federal Fluminense (pólo São Fidélis) por toda a atenção dispensada na conclusão do curso de Licenciatura em Matemática.

Ao meu colega e Professor Pimenta que sempre deu apoio para conclusão de minha licenciatura.

Aos meus filhos peço desculpas por não poder ter compartilhado mais tempo com vocês em virtude da conclusão deste trabalho. Amo vocês.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”

José de Alencar

RESUMO

O objetivo principal desta dissertação é apresentar uma proposta de trabalho em um ambiente de Modelagem Matemática através de um antidepressivo. A Fluoxetina é um medicamento da classe dos inibidores, que segundo Wikipédia foi utilizada por mais de 19 milhões de pessoas só no ano 2006 nos Estados Unidos. Por se tratar também de um antidepressivo foi escolhido para este trabalho. A metodologia de pesquisa foi o estudo do modelo matemático e a comparação com informações médicas do tratamento deste medicamento em uso contínuo ou não. O resultado é realmente fascinante. O referencial do modelo matemático são as informações da bula receitual do medicamento que é comparado com as respostas dos pacientes que utilizaram a Fluoxetina. Esses resultados foram obtidos através de trabalho de pesquisa para o projeto de Diretrizes da Associação Médica Brasileira.

O presente trabalho procura buscar alternativas de ensino, onde os quais os alunos se sintam mais à vontade e mais participativos. Os resultados apresentados neste trabalho, bem como o roteiro foram feitos para que através de situação de aprendizagem contribua para uma melhor compreensão dos conteúdos desenvolvidos. Como produto final, há um material elaborado e aplicado neste estudo, o qual pode ser utilizado por outros professores que buscam aplicar atividades semelhantes em suas aulas.

Palavras chave:

Modelagem Matemática – Utilização da Fluoxetina x Aspecto comportamental – Ambientes de aprendizagem.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

Modelagem Matemática – Ensino e Aprendizagem

1.1 - Introdução.

O porquê das coisas e a razão de ser e de existir é uma busca em nosso dia-a-dia. Em aulas de matemática os alunos sempre estão perguntando aos seus professores o porquê de estudarmos isto ou aquilo. Desde que comecei a lecionar busco sempre levar ao aluno uma forma contextualizada para facilitar o seu aprendizado e estimulando assim a sua necessidade de aprender. A experiência docente nos leva a buscar alternativas de ensino, as quais os alunos se sintam menos passivos, e se tornem sujeitos ativos na aprendizagem.

A modelagem Matemática trata do processo da criação de um modelo que posteriormente deverá ser aplicado na resolução do problema que originou o modelo.

Diversos professores de níveis de Ensino Básico e Superiores têm procurado cursos de aperfeiçoamento na expectativa de melhorar o que tem sido feito na prática de ensino de matemática em suas aulas. Assim Bassanezi[1] (2011, p204) relata que *"A inquietação maior desses professore caminha, portanto no sentido de procurar aprimorar suas formas consagradas de transmitir o conteúdo matemático estabelecido pelo programa. Entre as demandas mais comuns estão: Como explicar aos alunos por que 'menos com menos dá mais?' Como explicar trigonometria em sala de aula? Para que servem os polinômios?"*

Bassanezzi conclui o seu pensamento: *Por que estudar Matemática? Por que ensinar Matemática? Ou Como fazer com que a Matemática que ensinamos aos alunos contribua mais diretamente para a melhoria da qualidade de vida do nosso povo?*

Buscar entendimento para fatos que ocorrem no cotidiano, pesquisar, refletir, e depois buscar uma explicação em um processo de formulação matemática torna a modelagem uma situação de aprendizagem onde os alunos são participantes ativos. No trabalho na busca de informações, os alunos podem ser os pesquisadores, ou seja, são os responsáveis na tarefa de coleta de dados, sujeitos ativos da ação.

Na busca dos porquês, a Modelagem Matemática é uma técnica que não se limita apenas à Matemática Aplicada e Educação Matemática, pois pode ser desenvolvida também na Matemática dita pura para estabelecer uma base firme. A Aplicada por sua própria essência, mas também aborda os estudos da Educação Matemática, por se tratar de uma atividade voltada para o estímulo e aperfeiçoamento matemático.

O objetivo fundamental do uso de matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formaliza em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância. (Bassanezi). É com esta linha pensamento que buscamos explicações para aceitar como verdade aquilo que vejamos claramente e distintamente como tal, já afirmava René Descartes em seu Método. Assim podemos estimular processos em que alunos sejam vistos como protagonistas de sua aprendizagem.

1.2 – Modelagem Matemática e suas fases.

Em um breve resumo podemos dividir a modelagem matemática em algumas fases (Interação, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação). Vale ressaltar para que um processo de modelagem tenha sucesso com os alunos, deve ser introduzido de forma responsável, ou seja, com planejamento e com respaldo pedagógico.

A interação é a primeira etapa e representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar. Esta fase pode se estender durante o desenvolvimento da atividade, considerando que novas informações podem aparecer durante o processo de modelagem.

Matematização é a linguagem matemática da apresentação da situação-problema. Essa linguagem evidencia o problema matemático a ser resolvido, ou seja, da um significado matemático para a realidade.

Resolução é a construção de um modelo matemático para responder às perguntas formuladas sobre o problema.

Interpretação de Resultados é um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica na Validação da representação matemática associada ao problema.

Validação é o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para validação;

CAPÍTULO 2

Modelagem Matemática e o uso de um anti-depressivo.

2.1 – Escolha da Situação Problema.

Antes de começarmos a modelar a nossa situação problema, eclarecendo alguns detalhes que me motivaram a escolha do tema desta dissertação. Após ler alguns artigos sobre o aumento contínuo e significativo de pessoas com depressão procurei fontes como a Associação Médica Brasileira para tratamento da depressão e ler artigos das revistas VEJA e Galileu, que são revistas de grande circulação e em conjunto com informações da Organização Mundial de Saúde; observei que o tratamento de tal doença estava associado ao aumento da venda de Fluoxetina, substância utilizada no tratamento antidepressivo, na bula deste medicamento está indicado que ele possui uma meia vida e que os sintomas das pessoas submetidas a tal medicação apresentam. Segundo a Associação Médica uma recuperação entre a segunda e a quarta semana de uso e que após a quarta semana a ausência de resposta a este tratamento diminui. Então fui à busca de uma formulação matemática e posterior validação de todas as informações obtidas.

2.2 - O que é depressão e alguns números

Segundo a revista Revista Brasileira Psiquiatra 2003.

> *"A depressão é uma condição médica comum, crônica e recorrente. Está freqüentemente associada a incapacitação funcional e comprometimento da saúde física. Os pacientes deprimidos apresentam limitação da sua atividade e bem-estar, além de uma maior utilização de serviços de saúde. No entanto, a depressão é sub-diagnosticada e sub-tratada. Em torno de 50% a 60% dos casos de depressão não são detectados pelo médico clínico. Muitas vezes, os pacientes deprimidos também não recebem tratamentos suficientemente adequados e específicos. A morbi-mortalidade associada à depressão pode ser em boa parte prevenida (em torno de 70%) com o tratamento correto."*

Parte da reportagem extraída da *Revista Veja* publicada em 09/10/2012:

Doenças mentais

"Mais de 350 milhões de pessoas têm depressão, diz OMS."

"Estudo realizado pela Organização Mundial da Saúde mostra que aproximadamente 5% da população sofreu com a depressão no último ano."

Figura 2.1- cápsulas de antidepressivos.

Segundo a OMS, existem tratamentos muito eficazes contra a depressão. Infelizmente, menos da metade das pessoas deprimidas recebem os cuidados de que necessitam (Philippe Huguen/AFP)

Mais de 350 milhões de pessoas no mundo sofrem de depressão, segundo estimativas da Organização Mundial da Saúde (OMS), divulgadas por ocasião do Dia Mundial da Saúde Mental, que será promovido nesta quarta-feira. Segundo a OMS, a depressão é comum em todas as regiões do mundo. Um estudo realizado com o apoio da OMS mostra que em torno de 5% de pessoas sofreram com a depressão no último ano.

"As mulheres são mais propensas a sofrer com a depressão do que os homens", afirmou Shekhar Saxena, diretor do Departamento de Saúde Mental e Abuso de Substâncias Psicoativas da OMS. O número de mulheres afetadas pela depressão é 50% mais elevado que o dos homens. Esta maior prevalência nas mulheres se deve principalmente à depressão pós-parto, que afeta até uma mãe em cada cinco.

A depressão, segundo a OMS, é diferente das mudanças de humor mais comuns

. Ela se manifesta por um sentimento de tristeza que dura, ao menos, duas semanas, e que impede a pessoa de levar uma vida normal. É fruto da interação de fatores sociais, psicológicos e biológicos. Em muitas ocasiões, está relacionada com a saúde física. Uma doença cardiovascular pode, por exemplo, desencadear a depressão no enfermo. Além disso, em circunstâncias particulares, como as dificuldades econômicas, o desemprego, as catástrofes naturais e os conflitos podem aumentar o risco de a pessoa sofrer com a depressão. Nos casos mais graves, a depressão pode levar ao suicídio. Cerca de um milhão de pessoas se suicida a cada ano e uma grande porcentagem delas padece de depressão profunda. "Mais de 50% das pessoas que se suicidam sofriam de depressão", diz Saxena.

Depressão é problema de saúde pública em todo o mundo

Falta de diagnóstico — Devido ao estigma associado à doença, muitos dos portadores de depressão não admitem que estão doentes. Além disso, segundo o especialista, a depressão muitas vezes está mal diagnosticada nos jovens e crianças.

A primeira etapa do tratamento consiste em admitir que se sofre com a doença e buscar ajuda, enfatiza a OMS. "Quanto antes for iniciado o tratamento, mais eficiente ele é", afirma a organização. Os tratamentos são psicossociais e farmacológicos. Por outro lado, "a participação ativa das pessoas deprimidas e de seus parentes no tratamento é essencial", segundo a OMS.

"Existem tratamentos muito eficazes contra a depressão. Infelizmente, menos da metade das pessoas deprimidas recebem os cuidados de que necessitam. Este índice é, inclusive, inferior a 10% em muitos países", diz Saxena.

2.2.1 – Depressivos no Brasil.

A reportagem da revista Galileu aponta o Brasil como o país que mais apresentaram doentes no último ano. Reportagem do Jornal Estadão de São Paulo afirma que Depressão será doença mais comum do mundo em 2030.

Reportagem Revista Galileu:

> *"Mapa da depressão: Brasil é o país com mais casos no mundo."*
>
> *"Proporcionalmente, País é o que apresentou mais doentes no último ano, de acordo com estudo da Organização Mundial de Saúde."*

.

Reportagem Jornal O Estadão de São Paulo:

> *"OMS: Depressão será doença mais comum do mundo em 2030."*
> *"De acordo com entidade, países pobres sofrem mais com o problema do que nações ricas."*
>
> *"Dados divulgados nesta quarta-feira pela Organização Mundial da Saúde (OMS) apontam que, nos próximos 20 anos, a depressão deve se tornar a doença mais comum do mundo, afetando mais pessoas do que qualquer outro problema de saúde, incluindo câncer e doenças cardíacas."*

2.3 – Anidepressivo – A Fluoxetina.

Segundo estudos da Federação Nacional dos Farmacêuticos (Fenafar), os antidepressivos agem no organismo melhorando o humor. As drogas aumentam a disponibilidade de neurotransmissores no sistema nervoso central. Entre as drogas mais utilizadas no tratamento está a Fluoxetina.

A Fluoxetina é uma droga de origem psiquiátrica indicada no tratamento de transtornos do estado do ânimo e humor. Além de ser um antidepressivo, a depressão não é sua única indicação. Os antidepressivos também podem ser usados em outros distúrbios psiquiátricos como transtorno bipolar, distúrbios de ansiedade, transtorno obsessivo-compulsivo, estresse pós-traumático e até mesmo em doenças orgânicas e tensão pré-menstrual. A sua posologia de um comprimido de 20 mg/dia é recomendada como dose inicial e o seu perfil de efeitos adversos leves, principalmente o colocaram a Fluoxetina como a segunda droga mais vendida nos EUA durante o início da década de 90 e o principal antidepressivo do mundo.

(Fonte md.saude.com)

Na Internet temos o portal de Bulário de Medicamentos (*www.centralx.com*), onde encontramos toda a informação do cloridrato de Fluoxetina. O tempo de absorção desta droga é dentro de 6 a 8 horas é sua meia vida é de 4 a 6 dias. A Associação Médica Brasileira para tratamento da depressão afirma que a resposta ao tratamento com antidepressivo ocorre entre duas a quatro semanas, a ausência de resposta após a quarta semana diminui a chance de resposta, embora alguns pacientes possam vir a responder depois deste período.

Todas estas informações contribuem para confirmação de que a maioria das dispensas médicas de professores do ensino básico são devidas à depressão (tema de especialização de dissertação da UFABC)

CAPÍTULO 3

A meia vida da Fluoxetina no organismo.

3.1 – Metodologia de Pesquisa - Uma cápsula de Fluoxetina

A Fluoxetina ingerida por um paciente sofre um processo de eliminação gradual. A meia-vida: tempo para que a massa se reduza à metade. Se a quantidade que decai possui um valor no início do processo, na meia-vida a quantidade terá metade deste valor. A fluoxetina tem meia vida de 4 a 6 dias. Vamos trabalhar com sua média aritmética, ou seja, a meia vida de 5 dias.

Para investigar o comportamento da Fluoxetina no organismo, vamos construir uma tabela da concentração de cloridrato de Fluoxetina, com dose inicial de 20 miligramas, como exemplo.

(variável auxiliar) n	Concentração de cloridrato de fluoxetina (mg) $D(n) = \frac{D(n-1)}{2}$	Tempo em Dias
0	20,00	0
1	10,00	5
2	5,00	10
3	2,50	15
4	1,25	20
5	0,63	25
6	0,31	30
7	0,16	35
8	0,08	40
9	0,04	45
10	0,02	50
11	0,01	55
12	0,00	60

Tabela 3.1: Concentração de Cloridrato de Fluoxetina

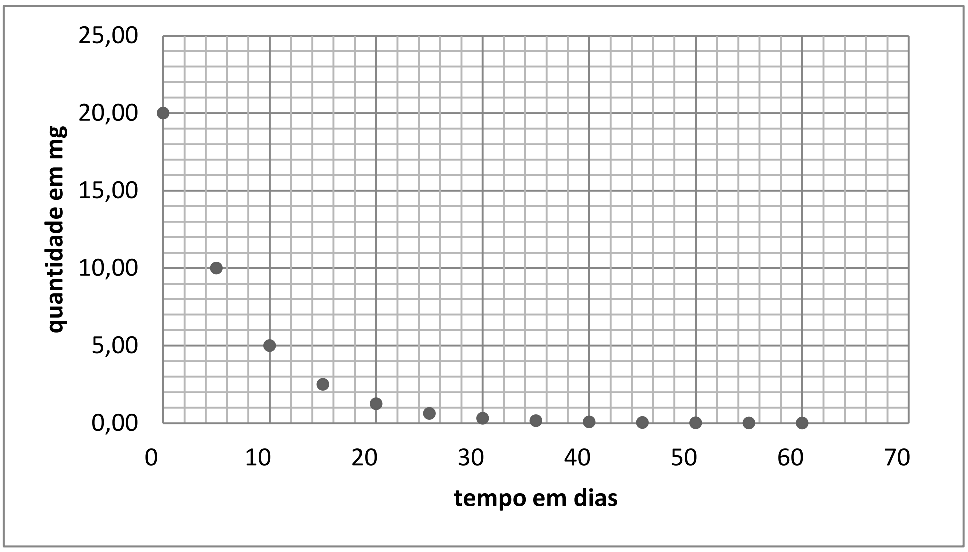

Figura 3.1: Tendência dos dados da tabela 3.1 construída em planilha do Excel.

Na construção da tabela 3.1 foi observado que a concentração de Fluoxetina reduz pela metade a cada 5 dias, temos que a dose inicial é 20mg, então:

$$D(0) = 20$$

$$D(1) = \frac{D(0)}{2} = 10$$

$$D(2) = \frac{D(1)}{2} = 5$$

$$D(3) = \frac{D(2)}{2} = 2{,}5$$

$$D(4) = \frac{D(3)}{2} = 1{,}25$$

Ou seja:

$$D(n) = \frac{D(n-1)}{2}$$

Utilizando recorrência para poder achar uma fórmula para um $D(n)$ e um $D(t)$ qualquer:

Temos o produto dos fatores dos primeiros membros das igualdades abaixo,

$$D(0) = 20$$

$$D(1) = \frac{D(0)}{2}$$

$$D(2) = \frac{D(1)}{2}$$

$$D(3) = \frac{D(2)}{2}$$

$$D(4) = \frac{D(3)}{2}$$

Ou seja:

$$\boxed{D(n) = \frac{D(n-1)}{2}}$$

Temos o produto dos fatores dos primeiros membros das igualdades acima iguais ao produto dos fatores de todos os segundos membros:

$$D(0).D(1).C(2) \dots\ D(n) = 20.\frac{D(0)}{2}.\frac{D(1)}{2}\dots\frac{D(n-1)}{2}$$

Simplificando:

$$D(n) = 20.\frac{D(0)}{2}.\frac{D(1)}{2}\dots\frac{D(n-1)}{2} \div [D(0).D(1).D(2) \dots\ D(n-1)]$$

$$D(n) = 20.\frac{D(0)}{2D(0)}.\frac{D(1)}{2D(1)}\dots\frac{D(n-1)}{2D(n-1)}$$

$$D(n) = 20.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\dots\frac{1}{2}$$

$$\boxed{D(n) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

$$\boxed{Como\ n = \frac{t}{5}}$$

Logo:

$$\boxed{D(t) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}}$$

Utilizando a forma algébrica para a representação gráfica do modelo matemático do comportamento do medicamento no decorrer do tempo, utilizando a linha de tendência do Excel.

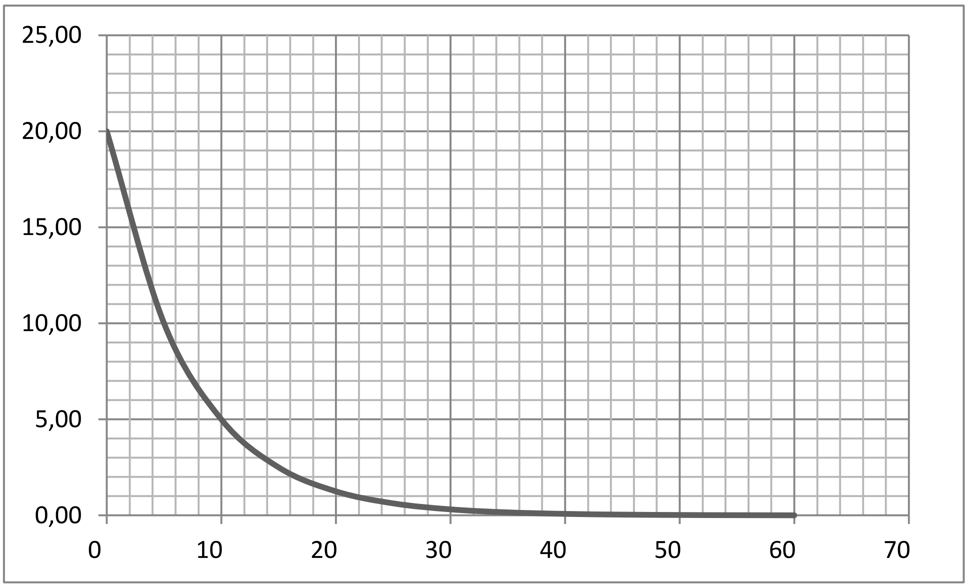

Gráfico 3.1: Concentração de fluoxetina no decorrer do tempo

Observando o gráfico e a tabela acima é fácil verificar que uma dose de 20 mg Fluoxetina, leva aproximadamente 40 dias para ser eliminada do organismo de um paciente.

3.2 – Apresentação e análise inicial dos dados - Fluoxetina x Tratamento contínuo.

Observando a situação de um paciente que toma uma dose por dia da medicação, podemos construir a seguinte tabela:

Tempo (dias)	Dose Diária (20mg)	Retenção do dia anterior (mg)	Concentração total (mg)
t	d	$R(t) = T(t-1).\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}$	$T(t) = d + R(t)$
0	20,00	0,00	20,00
1	20,00	17,41	37,41
2	20,00	32,56	52,56
3	20,00	45,76	65,76
4	20,00	57,25	77,25
5	20,00	67,25	87,25
6	20,00	75,95	95,95
7	20,00	83,53	103,53
8	20,00	90,13	110,13
9	20,00	95,871	115,87
10	20,00	100,871	120,87

Tabela 3.2: Concentração Total de Cloridrato de Fluoxetina diariamente logo após sua ingestão -tratamento contínuo.

Na construção da tabela a concentração total é considerada no instante imediatamente após a ingestão do comprimido de 20 mg. Exemplo: No tempo considerado de dia 1, no momento antes da ingestão do comprimido o paciente tem em seu organismo uma retenção do dia anterior:

$$R(1) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$R(1) = 20.\left(\frac{1}{\sqrt[5]{2}}\right)$$

$$R(1) = \left(\frac{20}{\sqrt[5]{2}}\right)$$

$$R(1) \cong 17{,}41$$

$$Concentração\ total: T(t) = d + R(t)$$

$$Concentração\ total: 20 + 17{,}41 = 37{,}41$$

Então no instante após a ingestão do 2º comprimido de 20 mg, o organismo tem 37,41 mg em seu organismo.

Na tabela 3.2 não conseguimos visualizar um valor que poderíamos considerar estável, mas é perceptível que à medida que se aproxima de um t muito grande, é menor a diferença:

$$\Delta t = T(t) - T(t-1)$$

$$T(1) - T(0) > T(2) - T(1) > T(3) - T(2) > \cdots > T(n) - T(n-1)$$

Até o ponto de ficar desprezível.

Estendendo a tabela com valores de Concentração Total e Dias, temos:

Dias	Concentração Total
0	20,00
5	87,25
10	120,88
15	137,69
20	146,09
25	150,30
30	152,40
35	153,45
40	153,98
45	154,24
50	154,37
55	154,43
60	154,47

Tabela 3.3: Dias x Concentração Total

Com auxílio do Excel, construímos uma linha de Tendência.

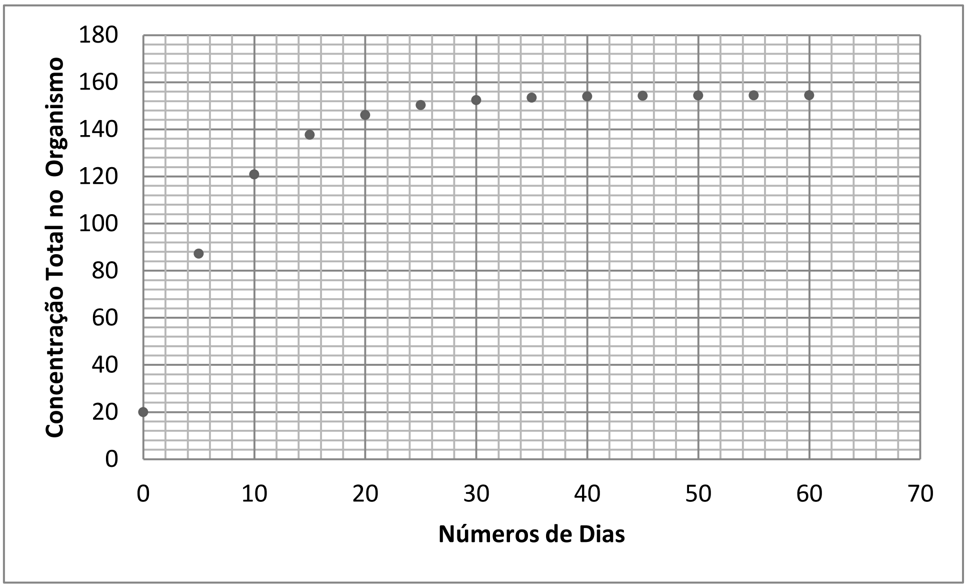

Gráfico 3.2: Tendência dos dados: Dias x Concentração Total (tabela 3.3)

Observando os dados da tabela, é perceptível que a Concentração Total de Cloridrato de Fluoxetina, tende a estabelecer em um valor, o $\boldsymbol{\Delta t}$ está próximo de zero. Antes de construir o gráfico da linha de tendência, vamos achar uma expressão que defina a Concentração Total em um $\boldsymbol{T}$ qualquer.

$$Seja\ T(t)\ a\ representação\ de\ concentração\ total\ em\ um\ t(dia) qualquer$$

$$T(t) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}}$$

$$T(0) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0}{5}} = 20$$

$$T(1) = T(0).\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20 \Leftrightarrow T(1) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20$$

$$T(2) = T(1).\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20 \Leftrightarrow T(2) = \left[20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20\right].\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20$$

$$T(3) = T(2).\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20 \Leftrightarrow T(3) = \left\{\left[20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20\right].\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20\right\}.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 2$$

Para facilitar a compreensão:

$$T(0) = 20$$

$$T(1) = 20+20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$T(2) = 20+20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$T(3) = 20 + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}}$$

Então para um $T(n)$ qualquer temos:

$$T(n) = 20 + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}} + \cdots + 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{5}}$$

$$T(n) = 20\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{5}} + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{5}}\right]$$

$$T(n) = 20.\sum_{0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{5}}$$

$\sum_{0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{5}}$ *é a soma de uma Progressão geométrica*

onde o primeiro termo é 1 *e a razão é* $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}$ *com* $(n+1)$ *termos*:

$$\sum_{0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{5}} = \frac{1.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}} - 1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}} - 1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} - 1} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}$$

$$\boxed{Então\ T(n) = 20.\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right]}$$

Portanto, num uso continuo, quando n for suficientemente grande:

$$T_{Saturação} = 20.\left[\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right] \cong 154{,}5$$

Então ligando os pontos da linha de tendência do Gráfico 3.2, utilizando o Excel obtemos o gráfico abaixo.

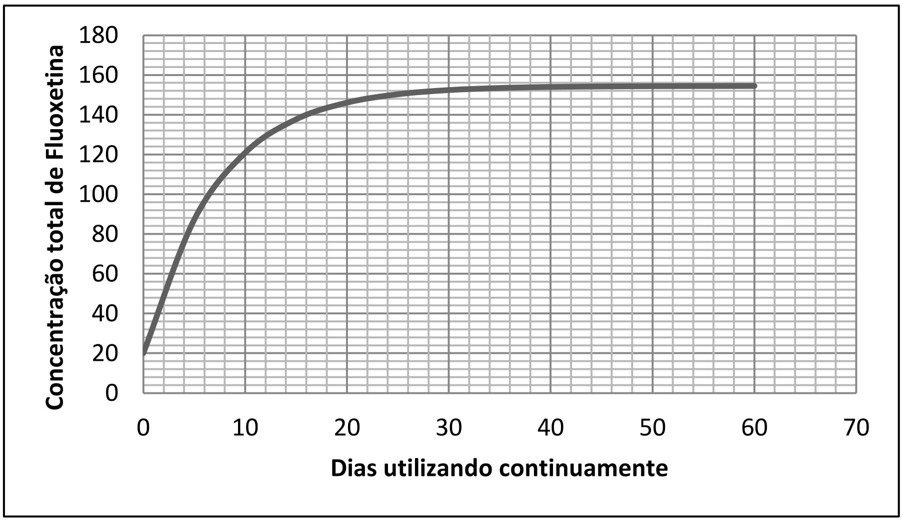

Gráfico 3.3: Concentração do medicamento em uso contínuo de 20 mg por dia

Observe que entre o vigésimo e o trigésimo dia a curva já é quase estável, depois do quadragésimo dia, a alteração de concentração por dia é quase desprezível, na ordem de menos 0,1 mg, ou seja, na faixa de 0,5%.

No item 2.3 foi apontado um dos nossos objetivos neste trabalho, que era a comparação dos estudos realizados pela Associação Médica Brasileira para o tratamento da depressão com o nosso modelo. Nestes estudos foi observada que o paciente submetido a um tratamento antidepressivo através de medicamentos obtinha uma resposta entre a segunda até a quarta semana, que uma resposta positiva após este período seria remota. Observando o gráfico 3.2 é perceptível valores estáveis após o 30º dia, e que entre o 14º e o 28º a variação é pequena. Já poderíamos assim através desta observação, concluir que o modelo atende à pesquisa da Associação.

Calculando $\boldsymbol{T(14)}$ ***e*** $\boldsymbol{T(28)}$:

$$\boldsymbol{T}(14) = 20.\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{14+1}{5}}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right] = 20.\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right] \cong 135{,}18$$

Como:

$$T_S = 20.\left[\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right]$$

Temos

$$T(14) = T_S.\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\right]$$

$$T(14) = T_S.\left(\frac{7}{8}\right)$$

$$T(14) = T_S.\left(\frac{7}{8}\right) = 0{,}875T_S$$

Significa que $T(14)$ é 87,5% de T_S,ou seja, (0,875).(154,5)≅135,18

Calculando de maneira análoga, achamos T(28):

$$T(28) = T_S.\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{28+1}{5}}\right] = T_S.\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{29}{5}}\right] \cong 0.98T_S \cong 151{,}41$$

Então T(28) representa 98% de T_S.

Vale ressaltar que entre o 14º dia e o 28º dia, a variação é na faixa dos 10% de T_S, considerando que $T(0) = 20 \; e \; T_S = 154{,}5$, temos que:

$$T(0) = \frac{20}{154{,}5} \cong 13\% T_S \,,$$

o que significa que nas duas primeiras semanas a variação em relação a T_S é de 87,5%-13%=74,5%, uma variação muito considerável na taxa de concentração.

Um exercício interessante seria como calcular a quantidade de aplicações necessárias para se ter 90% do valor de saturação.

Então temos;

$$(90\%)(154{,}5) = 20.\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right]$$

$$139{,}05 = 20.\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}}\right]$$

$$\frac{139{,}05.\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}\right)}{20} = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}} = 1 - \frac{139{,}05.\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}}\right)}{20}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{5}} \cong 0{,}1$$

$$(2^{-1})^{\frac{n+1}{5}} \cong 10^{-1}$$

$$(2)^{-\frac{n+1}{5}} \cong 10^{-1}$$

$$\ln(2)^{-\frac{n+1}{5}} \cong \ln 10^{-1}$$

$$-\frac{n+1}{5}\ln(2) \quad \cong -\ln 10$$

$$\frac{n+1}{5} \cong \frac{\ln 10}{\ln 2}$$

$$\frac{n+1}{5} \cong \left(\frac{\ln 10}{\ln 2}\right)$$

$$n + 1 \cong 5 \log_2 10$$

$$n \cong 5 \log_2 10 - 1$$

$$n \cong 15\ dias$$

Entre o 15º e o 16º o paciente atingiria 90% do valor de saturação.

3.3 – Análise - Construindo um novo modelo.

Explorando a matemática e mostrando que existem outras formas para confirmação deste trabalho. Utilizando equações diferenciais de primeira ordem, vamos dar um tratamento neste Modelo Matemático

Consideramos que a <u>taxa de variação da concentração é proporcional à concentração existente no organismo a cada instante</u>. Em termos matemáticos, se $\boldsymbol{C = C(t)}$ é a concentração de fluoxetina no organismo, então seu decaimento é dado por:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{dC}}{\mathbf{dt}} = -\mathbf{kC}, \mathbf{onde\ k} > 0 \\ \mathbf{C(0)\ dado} \end{cases}$$

A solução desta equação é:

$$\frac{\mathrm{dC}}{\mathrm{C}} = -\mathrm{k.\,dt}$$

$$\int \frac{\mathrm{dC}}{\mathrm{C}} = \int -\mathrm{k.\,dt}$$

$$\ln|C| = -kt + K$$

$$|C| = e^{-kt+K} = e^{K}e^{-kt}$$

$$C = Ae^{-kt}$$

$onde\ A(=\pm e^{K}\ ou\ 0)\ é\ uma\ constante\ arbitrária. Para\ vermos\ o\ significado\ da\ constante\ A, observamos\ que$

$$C(0) = Ae^{-k.0} = A$$

$Portanto, A\ é\ o\ valor\ inicial\ da\ função, ou\ primeira\ aplicação.$

$$\boxed{C(t) = D_0e^{-kt}}$$

$Como\ já\ temos\ o\ valor\ C_0 = 20\ e\ a\ meia\ vida\ que\ é\ 5\ dias, ou\ seja, C(5) =\ 10\ , podemos\ obter\ k$

$$C(5) = 20e^{-5k} = 10$$

Logo:

$$20e^{-5k} = 10$$

$$e^{-5k} = \frac{1}{2}$$

$$-5k = \ln\frac{1}{2}$$

$$-5k = -\ln 2$$

$$k = \frac{\ln 2}{5}$$

$$\boxed{k \cong 0{,}1386}$$

Então a expressão que define o modelo é:

$$\boxed{C(t) = 20e^{-0{,}1386t}}$$

Observe que:

$$C(0) = 20e^{-0{,}1386.0} \cong 20$$

$$C(1) = 20e^{-0{,}1386.1} \cong 17{,}41$$

Na tabela 3.2 o valor de $R(1)$ é também aproximadamente 17,41. logo também pelo nosso novo modelo teremos uma Concentração Total $T(1) =\ 37{,}4$ após a 2^{a} aplicação.

CAPÍTULO 4

Comparação entre os modelo discreto D(t) e contínuo C(t).

4.1 – Comparando os modelos.

Vamos provar que $D(t) = C(t)$,

Como:

$$C(t) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}} \text{ e } D(t) = 20.e^{-0,1386t}$$

Temos:

$$C(t) = D(t), \text{pois}$$

$$20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}} = 20.e^{-0,1386t}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}} = e^{-0,1386t}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5}} = -0,1386t$$

$$\frac{t}{5}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,1386t$$

$$\frac{1}{5}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,1386$$

$$\frac{1}{5}ln\,(2)^{-1} = -0,1386$$

$$-\frac{1}{5}\ln 2 = -0,1386$$

$$l\,n\,2 = (-0,1386).(-5)$$

$$\boxed{l\,n\,2 \cong 0,693\ o\ que\ \text{é}\ verdade.}$$

Sabendo agora que $D(t) = C(t)$, vamos formular uma função que expresse a concentração total $T(t)$, utilizando nosso novo modelo $D(t)$, e fazer mais algumas considerações.

Um dia após a ingestão do segundo comprimido temos:

$$T(1) = 20 + 20e^{-0,1386}$$

Como:

$$e^{-0,1386} \cong 0,8705$$

Então:

$$T(1) = 20 + 20.(0,8705)$$

$$T(1) = 20(1 + 0,8705)$$

$$T(2) = 20(1 + 0,8705 + 0,8705^2)$$

$$T(3) = 20(1 + 0,8705 + 0,8705^2 + 0,8705^3)$$

Continuando o processo, assim que ingerir o t-ésimo comprimido, a concentração será:

$$T(t) = 20(1 + 0,8705 + 0,8705^2 + 0,8705^3 + \cdots 0,8705^t)$$

Observamos que a soma $S(t)$ é:

$$S(t) = (1 + 0,8705 + 0,8705^2 + 0,8705^3 + \cdots 0,8705^t)$$

Multiplicando $S(t)$ por $0,8705$, temos:

$$(0,8705).S(t) = (0,8705 + 0,8705^2 + 0,8705^3 + \cdots 0,8705^t + 0,8705^{t+1})$$

Efetuando a subtração:

$$(0,8705).S(t) - S(t)$$

Temos:

$$(0,8705).S(t) - S(t) = (0,8705^{t+1} - 1)$$

$$S(t).(0{,}8705-1)=0{,}8705^{t+1}-1$$

$$S(t)=\frac{0{,}8705^{t+1}-1}{0{,}8705-1}$$

Ou seja:

$$S(t)=\frac{1-0{,}8705^{t+1}}{1-0{,}8705}$$

Então podemos escrever a concentração total no momento após a ingestão do comprimido como sendo:

$$\boxed{\boldsymbol{T(t)=20.\frac{1-0,8705^{t+1}}{1-0,8705}}}$$

Então, como queríamos, estamos com mais um modelo para confirmação de nossos estudos.

4.2 – Considerações Finais.

Então desta forma, se o tratamento for por tempo ilimitado, ou seja, com um $\boldsymbol{t}$ muito grande, podemos estabelecer um nível de saturação do medicamento utilizando o $\boldsymbol{T(t)}$, calculado no item anterior.

$$\boldsymbol{T_s=\lim_{n\to\infty}20.\frac{1-0,8705^{t+1}}{1-0,8705}=\frac{20}{1-0,8705}=\frac{20}{0,1295}=154,5}$$

Calculando a taxa no 15º dia e no 29º, ou seja, no primeiro dia após a segunda semana é o primeiro dia após a quarta semana respectivamente, período onde os pacientes submetidos a tal medicação apresentam sinais positivos de recuperação. Temos:

$$\boldsymbol{T(15)=20.\frac{1-0,8705^{16}}{1-0,8705}\cong 137,64}$$

$$\boldsymbol{T(29)=20.\frac{1-0,8705^{30}}{1-0,8705}\cong 152,03}$$

O valor no 15º e no 29º dia corresponde em porcentagem em relação ao nível de saturação:

$$\frac{T(15)}{T_s} = \frac{137,64}{154,5} \Leftrightarrow T(15) = 0,89\,T_S$$

$$\frac{T(29)}{T_s} = \frac{152,03}{154,5} \Leftrightarrow T(29) = 0,98\,T_S$$

No 15º dia a taxa de Fluoxetina no organismo já corresponde a 89% do nível de saturação e no 29º a taxa já é quase o limite, chegando a 98%.

Agora iremos utilizar o Winplot, um software livre, que pode ser baixado facilmente da internet é também de fácil manuseio, para representar nossa pesquisa com um gráfico.

Primeiro plotamos a função e os pontos $T(0), T(15)\ e\ T(29)$.

$$T(t) = 20.\frac{1 - 0,8705^{t+1}}{1 - 0,8705}$$

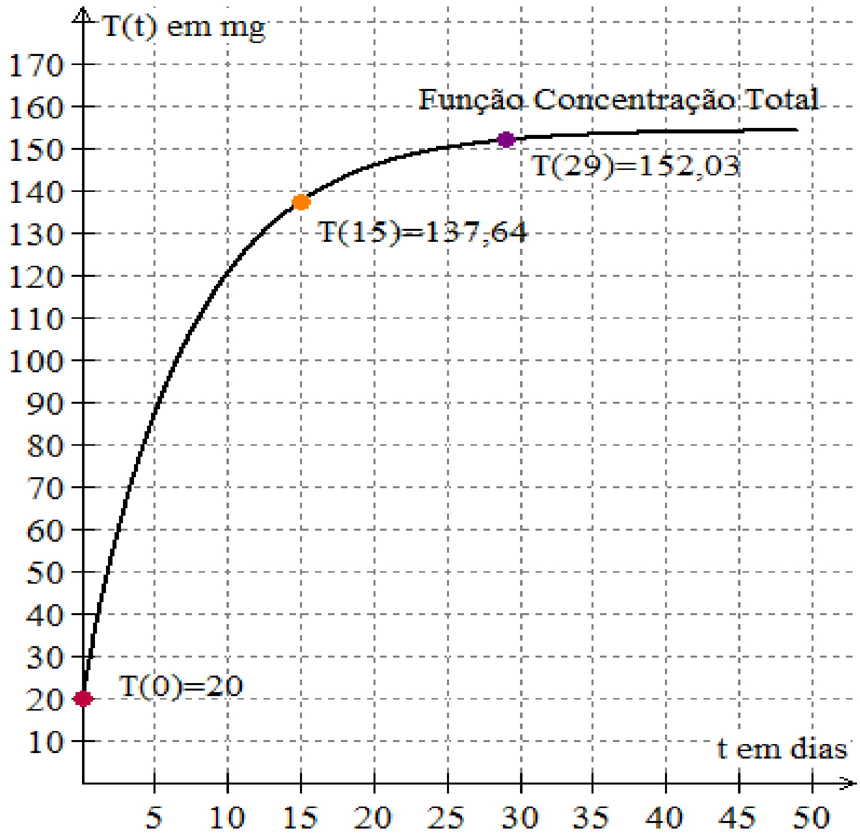

Gráfico 4.1 - Winpltot: Concentração Total de Fluoxetina feita.

Traçando agora uma linha de saturação, ou seja, $\boldsymbol{T_s} = \mathbf{154,5}$.

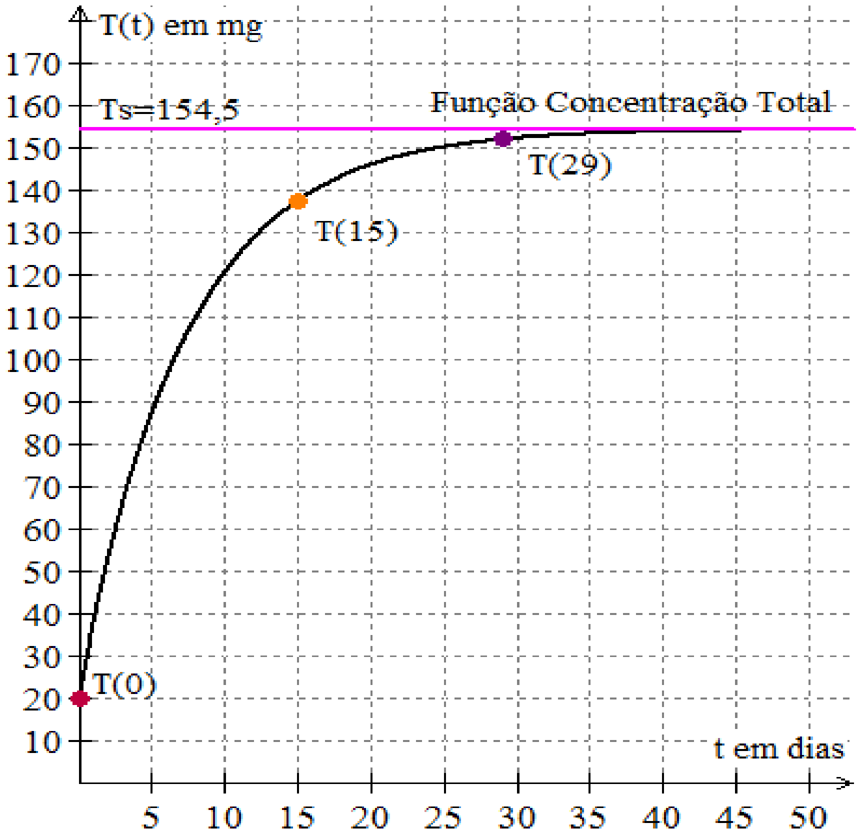

Gráfico 4.2 - Winplot: Concentração Total e Linha de Saturação

Ficou concludente através do gráfico, que o medicamento começa a agir com 90% de eficácia no 15º dia, e que no 29º dia o remédio está na linha de saturação, o que nos leva a afirmar que após este período de medicação contínua, a não interrupção do medicamento é para manter o nível estável no organismo. O paciente que não mostrou uma recuperação utilizando o remédio de forma adequada continuamente nestas quatro semanas, pouco provável será a chance de recuperação em um período maior de tratamento.

A Associação Médica Brasileira para o tratamento da depressão levou em consideração em sua pesquisa, bem como em nosso Modelo Matemático, que o paciente submetido a tal tratamento utilizou o remédio de forma contínua, realizando a ingestão deste nos dias e horários receitados para que pudesse ter uma confiabilidade no tratamento e na pesquisa, e que o paciente não tenha ingerido algum tipo de alimento ou bebida que seria proibida pelo médico ou na bula do remédio. Essa não observação alteraria o tratamento do paciente bem como não validaria o nosso Modelo Matemático.

No anexo deste trabalho há uma proposta de trabalho utilizando os dados desta pesquisa feitos no Winplot, uma atividade dinâmica, explorando outros valores de dose iniciais e períodos diferentes, bem como interrupções no tratamento. O pensamento errôneo de alguns dos pacientes submetidos a um tratamento antidepressivo, faz pensar que ao deixar de ingerir a medicação por 5 dias, este tratamento ficou comprometido somente aos nestes dias, o que não é verdade. Observe o que acontece com um paciente que usou ininterruptamente a medicação em sete semanas ou seja 49 dias e depois ficou em abstinência de 5 dias. Para esta analise utilizaremos nosso modelo já validado.

$$\boldsymbol{T(49) = 20.\frac{1-0,8705^{16}}{1-0,8705} = 154.28}$$

O valor de $\boldsymbol{T(49) = 154.28}$ este muito próximo do $\boldsymbol{T_s = 154,5}$

$$\boldsymbol{\frac{T(49)}{T_s} = \frac{154,28}{154,5} \Leftrightarrow T(49) = 0,99T_S}$$

Ou seja, 99% da Concentração Total, ao ficar sem medicamento por 5 dias temos que a Concentração Total de Fluoxetina ficará reduzida à metade pois sua meia vida é de 5 dias.

$$\boldsymbol{\frac{T(49)}{2} = 77,14}$$

Chegando ao final do 5º dia sem medicação o paciente possui 77.14 mg do medicamento no organismo o que corresponde:

$$\boldsymbol{T(t) = 77,14}$$

$$77,14 = 20.\frac{1-0,8705^{t+1}}{1-0,8705}$$

$$\frac{77,14}{20} = \frac{1-0,8705^{t+1}}{0,1295}$$

$$(3,857).(0,1295) = 1-0,8705^{t+1}$$

$$1 - 0{,}8705^{t+1} = 0{,}499$$

$$-0{,}8705^{t+1} = 0{,}499 - 1$$

$$-0{,}8705^{t+1} = -0{,}5$$

$$(t+1)\ln 0{,}8705 = \ln 0{,}5$$

$$t + 1 = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 0{,}8705}$$

$$t + 1 = \frac{-0{,}6831}{-0{,}1386}$$

$$t + 1 = 4{,}99$$

$$\boldsymbol{t = 3{,}99} \ \text{ ou } \ \boldsymbol{t \cong 4\ dias}$$

Resumindo, o tratamento de 49 dias com 5 dias de interrupção voltaria ao estágio aproximado do 4º dia de tratamento, necessitando agora de mais 45 dias aproximadamente para retornar a taxa de medicamento interrompida no 49º dia.

$$\boldsymbol{5\ dias\ de\ interrup\text{ção} \cong\ 45\ dias\ dias\ para\ reposi\text{ção}}$$

Observe o gráfico da página seguinte;

Observe o gráfico, que ilustra o nosso exemplo;

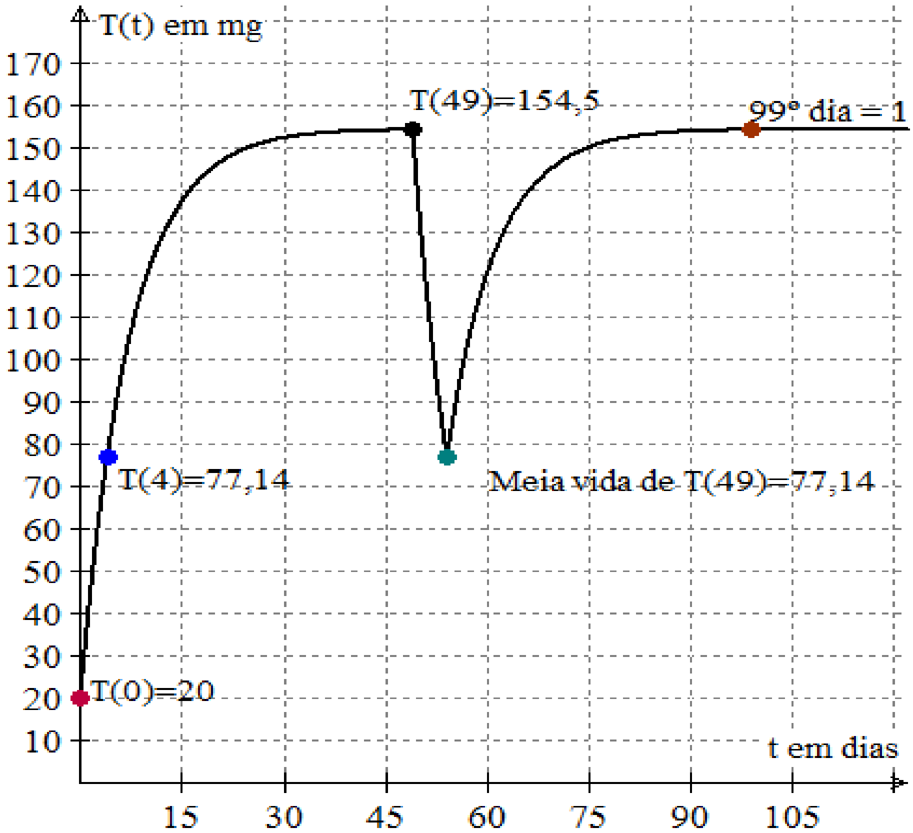

Gráfico 4.3 Winplot – Interrupção no Tratamento.

Concluímos que uma interrupção de cinco dias após 49 dias ininterruptos de tratamento equivale a 45 dias para o organismo voltar ao mesmo nível de concentração quando antes da interrupção.

CAPÍTULO 5

Trabalhando com Ensino Médio

5.1.Professores do Ensino Médio.

Professores do ensino médio podem utilizar esta dissertação como apoio em suas aulas, trabalhando assuntos como exponencial e logaritmo bem como o estudo do comportamento da função exponencial, seus deslocamentos nos eixos utilizando recursos gráficos para uma fácil compreensão dos seus alunos. Softwares como o Winplot e o Geogebra, poderam ser utilizados, devido ao seu dinamismo o aluno tem uma melhor percepção do assunto relacionado. Podendo assim construir tabelas e plotara em gráficos para uma melhor compreensão.

5.2. Estudando a função exponencial através da meia-vida.

1ª Atividade:

Uma atividade proposta para aplicação no ensino médio é o estudo da função exponencial, utilizando à meia-vida de um medicamento. Nesta atividade com ajuda de tabelas e do winplot ou outro software dinâmico, o aluno pode explorar diversos valores para dosagens iniciais, bem como modificar o tempo da droga para atingir sua meia vida(metade). Segue a estratégia para desenvolvimento do tema, :

1º Qual o significado do termo meia-vida?

2º Qual o tempo que um remédio tem para ficar no organismo?

3º Criar uma tabela do tempo com a quantidade de droga no organismo no plano cartesiano.

4º Instigado pelo professor, o aluno construiria um gráfico desta função

5º Orientado também pelo professor, o aluno exploraria o comportamento desta função, que regra descreve o que acontece com a droga no organismo no decorrer do tempo?

O objetivo desta atividade é fazer com que o aluno explore e ele mesmo conclua sua tarefa com orientação do professor.

2ª Atividade:

Considerando que o aluno tenha explorado a primeira atividade e as dúvidas tenham sido esclarecidas, podemos então trabalhar um modelo animado da 1ª atividade para qualquer substância. Nesta atividade temos como pré-requisito o domínio básico do software dinâmico e de fácil manuseio como o Winplot, ou Geogebra, vale lembrar que o estes softwares são gratuitos, fácil de achar e baixar na internet.

Então escrevemos a função da meia vida:

$$\boldsymbol{f(x) = a.\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x}{b}\right)}}$$

Onde os termos $\boldsymbol{a\ e\ b}$ respectivamente representam a dose inicial e o tempo para atingir a meia vida; $\boldsymbol{x}$ é o tempo. No nosso trabalho o tempo será em dias e a dose inicial em $\boldsymbol{mg}$

Inserindo a função anterior considerando $\boldsymbol{a = 5\ e\ b = 5}$, temos:

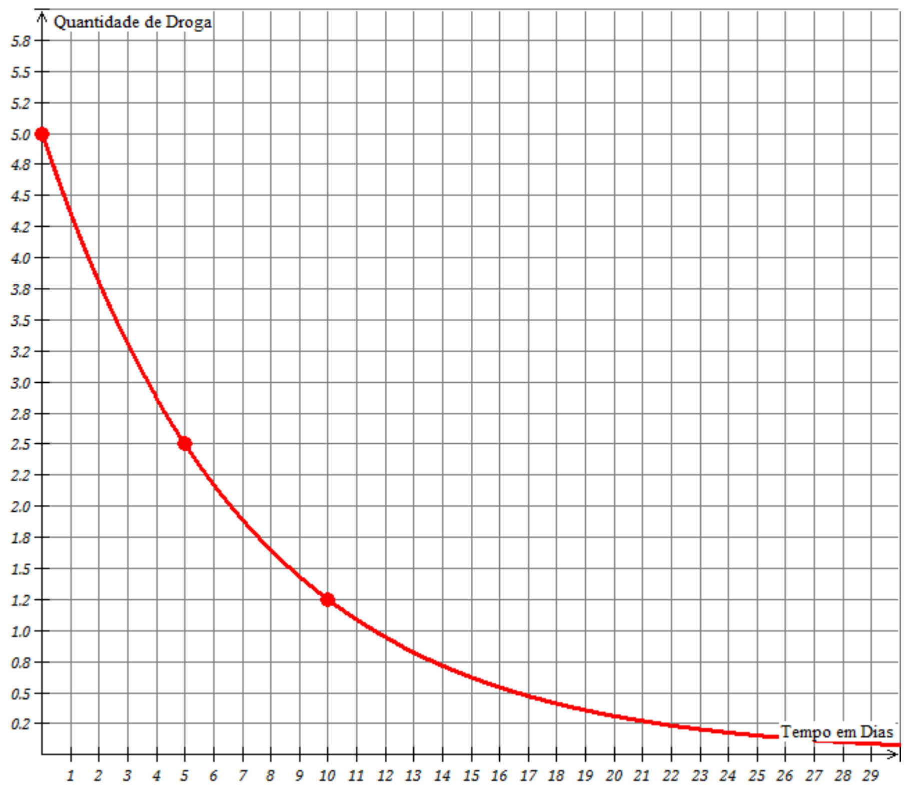

Gráfico 5.1 - Winplot: Concentração Inicial de 5 mg e Meia Vida de 5 dias.

O aluno pode observar no gráfico acima que decorridos 5 dias a quantidade droga no organismo cai pela metade, e que após mais 5 dias, a metade do valor anterior.

Alterando a dose inicial para $\boldsymbol{a = 10}$, temos:

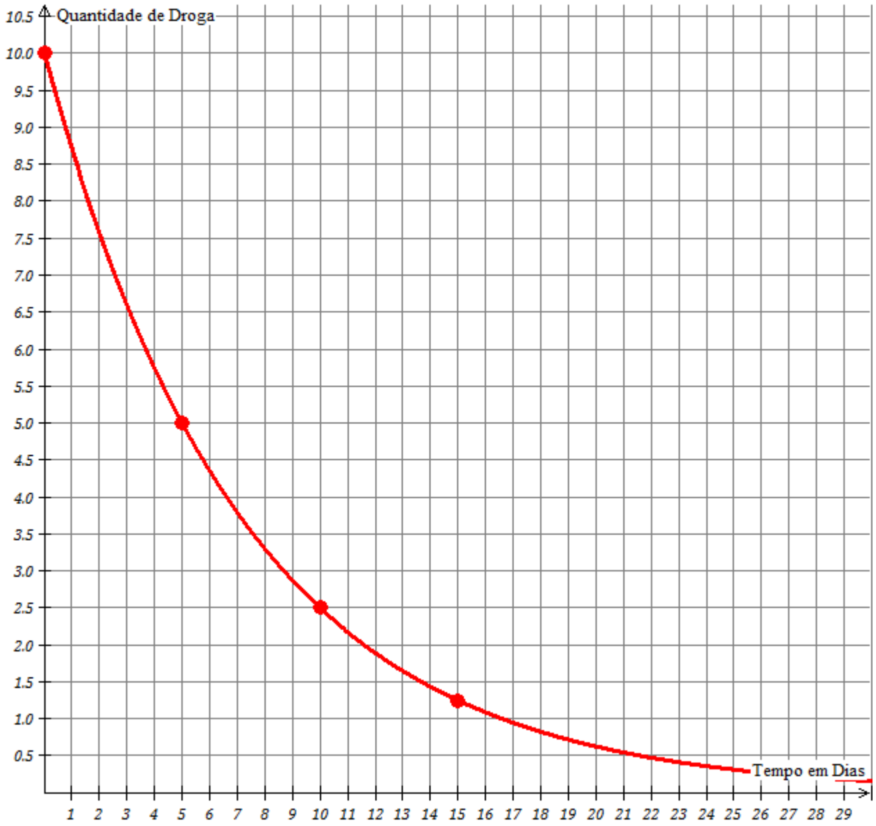

Gráfico 5.2 - Winplot: Concentração Inicial de 10 mg e Meia Vida de 5 dias.

É fácil observar que ao dobrar o valor da dose inicial, decorrido o tempo de meia vida o gráfico volta a ser o da dose inicial que é $\boldsymbol{a = 5}$, só que agora deslocado $\mathbf{5}$ unidades a direita da origem. Se passarmos o valor para $\boldsymbol{a = 20}$ e mantivermos novamente a meia vida em □ dias, teremos dobrado o valor inicial e continuaremos sem alterar o gráfico após decorridos 5 dias, como é confirmado no gráfico da próxima página.

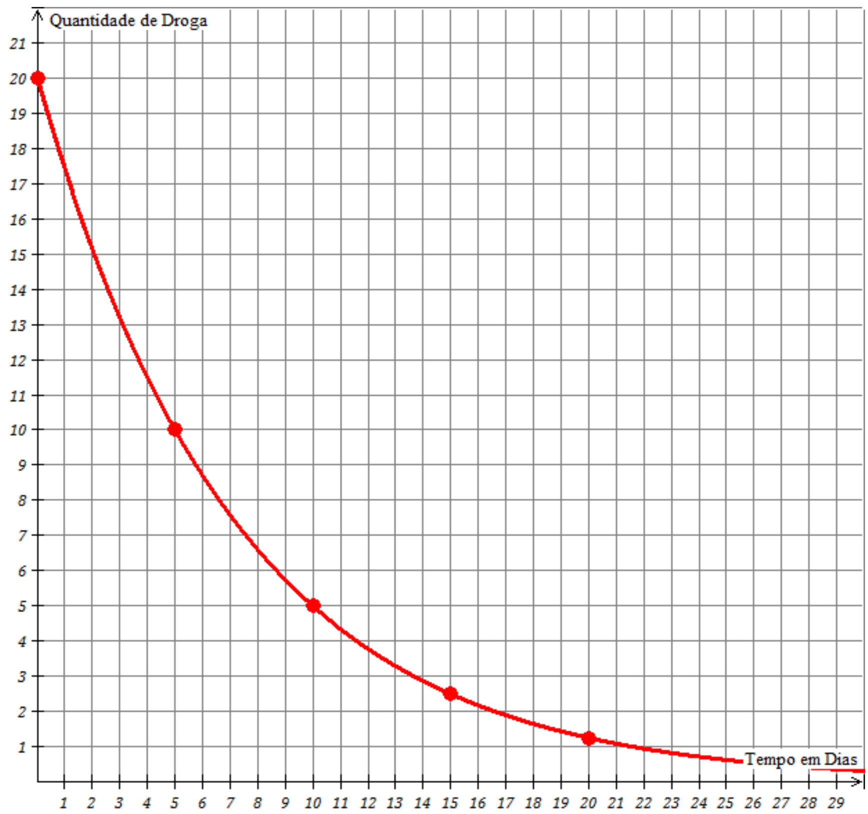

Gráfico 5.3 - Winplot: Concentração Inicial de 20 mg e Meia Vida de 5 dias.

No tratamento de informações a utilização de gráficos apresenta uma ferramenta que pode ampliar a capacidade do aluno na compreensão do assunto abordado.

Na atividade 2, é proposto alterar o valor da meia vida do Gráfico 5-3.

Passando então a meia vida para $\boldsymbol{b} = \mathbf{10}$ e continuando com $\boldsymbol{a} = \mathbf{20}$.

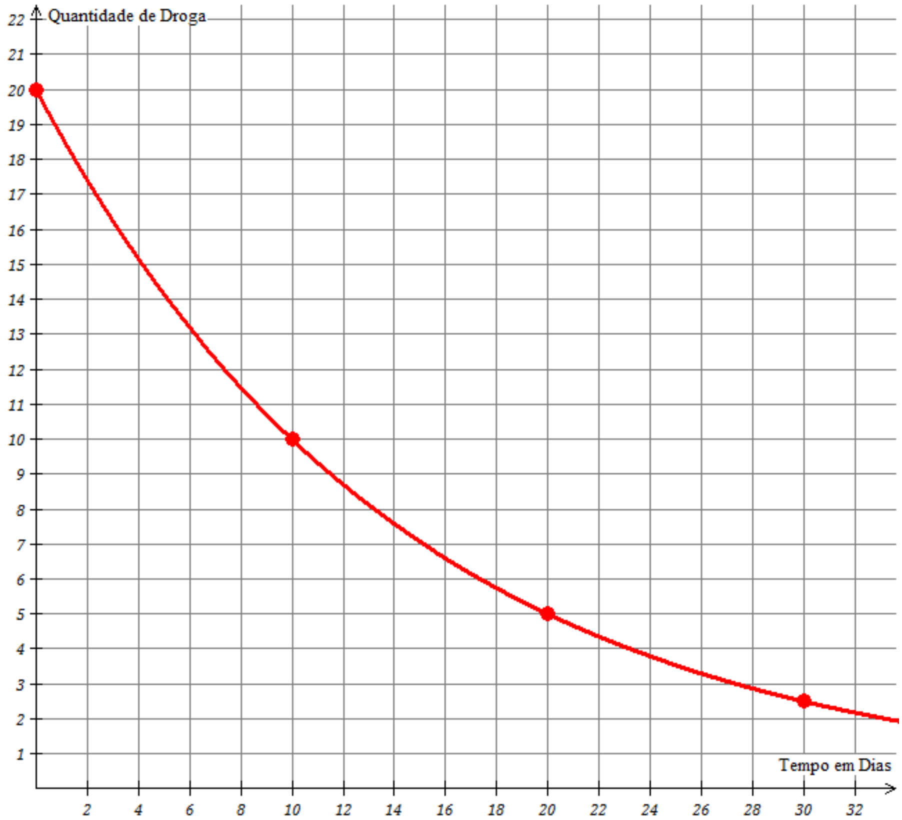

Gráfico 5.4 - Winplot: Concentração Inicial de 20 mg e Meia Vida de 10 dias.

Observe que o professor poderá alterar da maneira que ele achar mais conveniente, aproveitando-se das dúvidas e curiosidades dos seus alunos.

O objetivo desta tarefa é fazer com que o aluno compreenda que o gráfico de uma função exponencial é uma curva que a medida que se altera as constantes o decaimento pode ser mais ou menos acentuado no decorrer do tempo, ter noções do limite de uma função exponencial através da observação do gráfico.

5.3.Estudando o deslocamento do gráfico de uma função exponencial.

Aproveitando ainda dos gráficos apresentados neste capitulo, plotamos os gráficos 5.1 e 5.2 no mesmo plano.

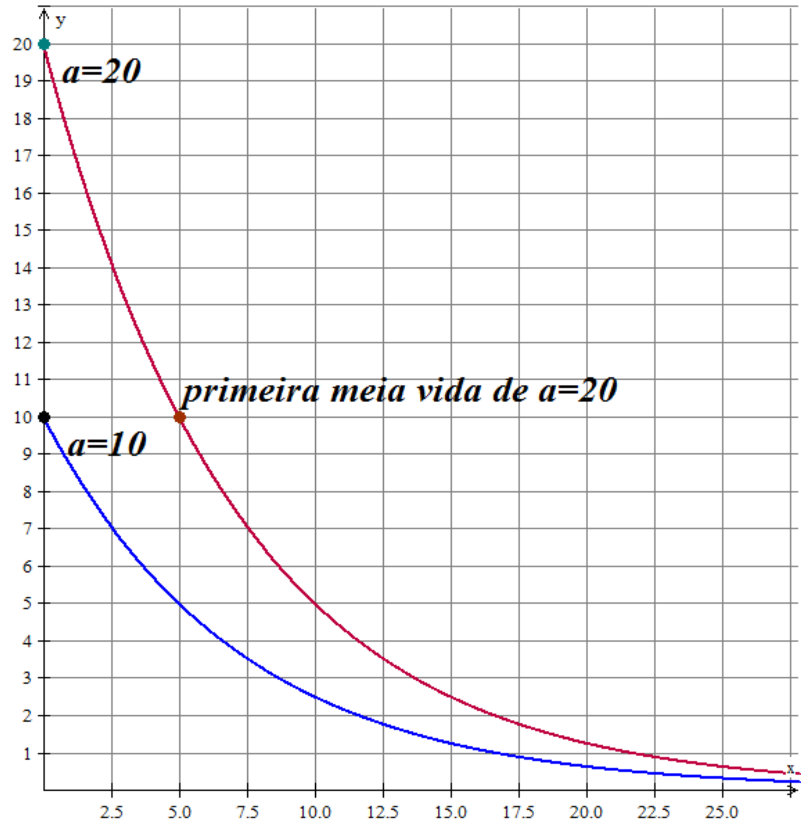

Gráfico 5.5 - Winplot: Meia vida iguais dosagens diferentes.

Já observamos que o gráfico de dosagem $\boldsymbol{de\ a = 10\ e\ b = 5}$, tem o mesmo decaimento do gráfico $\boldsymbol{a =}$ □□ $\boldsymbol{e\ b =}$ □ depois que ele atinge sua primeira meia vida, veja que é fácil a percepção através do gráfico acima, ou seja:

$$\boldsymbol{f_{10}(x) = 10.\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x}{5}\right)}}$$

Esta 5 unidades a esquerda do gráfico:

$$\boldsymbol{f_{20}(x) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x}{5}\right)}}$$

Considerando que estamos aplicando a disciplina para alunos do ensino médio, poderíamos claramente afirma que basta diminuir 5 unidades de x em $f_{10}(x)$ para obtermos o mesmo gráfico de $f_{20}(x)$:

Ou seja plotando novamente:

$$f_{20}(x) = 20.\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x}{5}\right)}$$

Com agora o,

$$f_{10'}(x) = 10.\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{x-5}{5}\right)}$$

Temos:

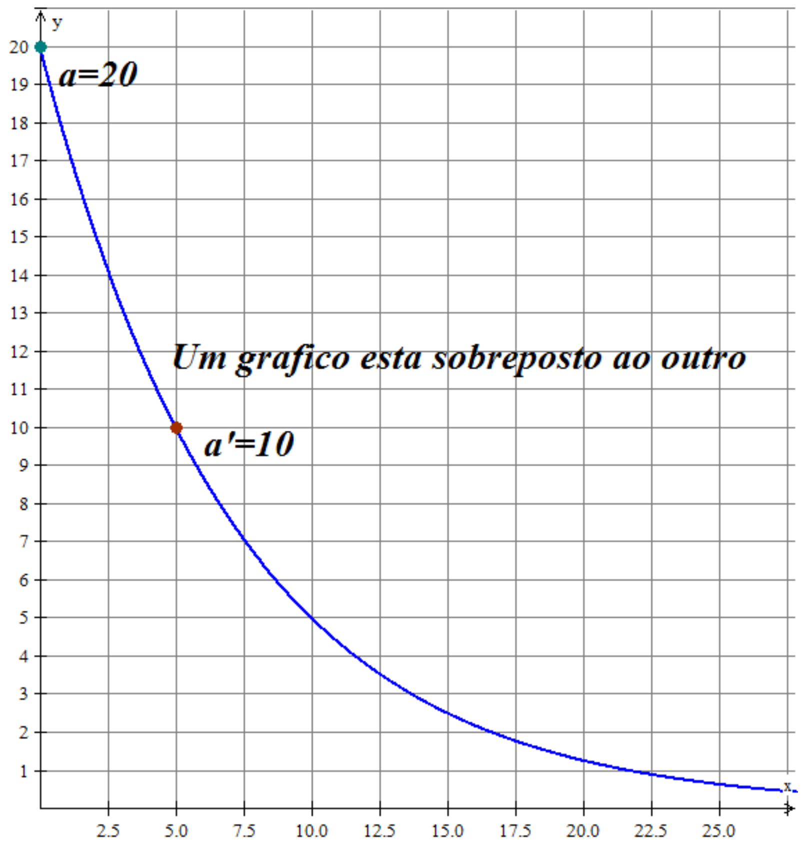

Gráfico 5.5 - Winplot: Meia vida iguais e dosagens diferentes com deslocamento de 5 unidades a esquerda do gráfico que tem a=10.

Observe que podemos provar que as duas funções são iguais, veja a prova:

$$\mathbf{20.}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x}{5}\right)} = \mathbf{10.}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x-5}{5}\right)}$$

$$\mathbf{2.}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x}{5}\right)} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x-5}{5}\right)}$$

$$\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{(-1)}.\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x}{5}\right)} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x-5}{5}\right)}$$

$$\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x}{5}-1\right)} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\left(\frac{x-5}{5}\right)}$$

$$\left(\frac{x}{5}-1\right) = \left(\frac{x-5}{5}\right)$$

$$\left(\frac{x}{5}-\frac{5}{5}\right) = \left(\frac{x-5}{5}\right)$$

$$\left(\frac{x-5}{5}\right) = \left(\frac{x-5}{5}\right)$$

Fica a critério do professor a demonstração, sendo que fica simples o entendimento no gráfico para o aluno entender a necessidade de subtrair o número de unidades que precisamos deslocar. A visualização rápida aperfeiçoa o entendimento.

5.4. Considerações Finais.

Concluímos que o uso do Winplot, seja através do recurso de animação ou somente através da visualização de gráficos, pode proporciona atividades dinâmicas onde o aluno poderá ter a percepção clara do que acontece com uma função exponencial. Exemplos como a troca dos valores das constantes, podem facilitar o entendimento no aprendizado no deslocamento de funções dentre outros aspectos não abordados, que podem ser utilizados com esta ferramenta dinâmica.

O tema abordado como sugestão neste ultimo capitulo foi o tratado nesta dissertação, mas cabe ressaltar que a utilização da função exponencial é ampla, como na utilização em juros compostos e crescimento populacional, assuntos estes que podem ser adaptados.

5.5. Conclusão.

Neste trabalho podemos motivar alunos para uma aprendizagem mais participativa. Com a modelagem Matemática é possível discutir o papel da Matemática nas relações sociais, envolver o aluno com temas de sua realidade e principalmente discuti-los, podendo os alunos serem pessoas ativas na sua própria aprendizagem.

Este atividade pode vir a contribuir com o ensino de Funções Exponenciais no Ensino Médio, mas pode também ser adaptada para Funções Logarítmicas. Ao construir um modelo de uma situação real, existirá discussões levando às reflexões dos assuntos abordados, tornando as atividades mais participativas por parte dos alunos, originando em uma investigação do contexto e tornando a matemática mais simples de ser compreendida e explorada, deixar o aluno escolher com liberdade o assunto abordado é quase que essencial para o objetivo do uso da Modelagem Matemática.

Desde o inicio da pesquisa, a preocupação estava em encontrar elementos que pudessem auxiliar a investigação da Modelagem Matemática é o uso de depressivos. Para isso foi pesquisado junto a uma Associação Médica dados concretos para esta atividade.

A partir daí foram construídos modelos e feitas comparações, trabalhando com uma linguagem de fácil entendimento. O que levou a prática matemática com verificações de caráter evolutivo com um medicamento chamado de Fluoxetina, a importância da pesquisa dos dados foi fundamental para a conclusão desde trabalhado, dando consistência e veracidade no nosso trabalho, concretizando assim a idéia do modelo proposto.

Essas considerações trazem implícitas as idéias de práticas de como podemos trabalhar a matemática com simplicidade e clareza, em um ambiente motivador.

6- Referências bibliográficas

1. BASSANEZI, R. C. - ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.uma nova estratégia. São Paulo. Editora contexto 2011.

2. BASSANEZI, R. C. – Temas e Modelos. Campinas. Edição do autor UFABC 2012.

3. BASSANEZI, R. C. – Equações Diferenciais Ordinárias – um curso introdutório. Coleção BC&T-UFABC volume 1.

4. DE ALMEIDA, L, W. DA SILVA K. P, VERTUAN R. E. – Modelagem Matemática na educação básica. São Paulo. Editora Contexto 2012.

5. FLECK M. P. A. – Departamento de Psiquiatria e Medicina Legal – UFRS – Revista Brasileira de Psiquiatria 2003 – Diretrizes da Associação Médica Brasileira para o tratamento da depressão.

6. Boletim de Psicofarmacovigilancia nº37 – Coordenação: MOVILLA J.

7. www.fenafar.org.br – Federação Nacional dos Farmacêuticos.

8. www.centralx.com.br – Central de Bulas da internet.

9. www.ffup.pt - Faculdade de Farmácia da Universidade do Porto.

10. http://pt.wikipedia.org.

11. Revista veja edição de 09/10/2012.

12. Revista Galileu publicação de 27 de julho do BMC (http://www.biomedcentral.com).

13. STEWART, J. – Cálculo, volume 1 e 2. São Paulo. Editora Cengage Learning 2012.