

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

*REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA ÁLGEBRA PARA PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL DE  
MANAUS: uma proposta metodológica*

Meng Huey Hsu

MANAUS

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM MATEMÁTICA

Meng Huey Hsu

*REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA ÁLGEBRA PARA PROFESSORES DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL DE  
MANAUS: uma proposta metodológica*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata

MANAUS  
2015

MEN HUEY HSU

REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA ÁLGEBRA PARA PROFESSORES  
DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE  
MUNICIPAL DE MANAUS: uma proposta metodológica

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática

Aprovado em 30 de janeiro de 2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Roberto Antonio Cordeiro Prata  
Presidente

Prof. Dr. Valtemir Martins Cabral  
Membro

Profa. Dra. Jeanne Moreira de Sousa  
Membro

# AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Aos professores do Mestrado Profissional em Matemática - (PROFMAT) da Universidade Federal do Amazonas - (UFAM) pela riqueza de suas aulas.

A meu orientador, Roberto Antonio Cordeiro Prata, pela paciência, confiança, incentivo e disponibilidade.

A todos os meus colegas de mestrado, pelo carinho, convívio, apoio nas dificuldades, alegrias e tristezas.

A Luciana da Cunha Ferreira, em especial, pela grande amizade demonstrada em inúmeras atitudes e por me ajudar incondicionalmente.

A todos os amigos da Divisão de Desenvolvimento Profissional do Magistério - (DDPM), em especial ao grupo de Matemática que me apoiaram, dando-me força nos momentos de desânimos, ou comemorando comigo nos momentos de vitórias, como a concretização deste trabalho.

À Secretaria Municipal de Educação de Manaus, pelo apoio concedido para a realização desta dissertação.

À Fundação Centro de Análise, Pesquisa e Inovação Tecnológica - (FUCAPI) pela concessão e apoio para estudo durante um semestre.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - (CAPES) pelo apoio financeiro.

A meu pai, minha mãe e meus irmãos pelo apoio incondicional em todos os momentos.

A minha filha, Sophia Hsu Hidalgo, heroína que me deu apoio, incentivo nas horas difíceis e cansaço.

A minha família, com quem divido esse momento feliz e por me ajudarem a alimentar esse sonho. Obrigada pela compreensão diante da minha impaciência, pelo amor e por acreditar em mim.

## RESUMO

Este trabalho versa de forma clara e sucinta sobre reflexões no ensino da álgebra para professores de matemática do ensino fundamental 6<sup>o</sup> ao 9<sup>o</sup> ano da rede municipal de Manaus: uma proposta metodológica, enfatizando sobre a importância da formação continuada, práticas e reflexões de educadores matemáticos e demonstrar como podemos auxiliar na aprendizagem da álgebra: a generalização, a exploração, a formulação, a validação das conjecturas sobre as propriedades aritméticas e a quem pretende dominar fórmulas matemáticas. Almeja ainda, subsidiar nas oficinas de matemática, simulando situações do cotidiano tornando a matemática mais prazerosa e mais próxima do seu mundo, trazendo assim, a realidade concreta da matemática para os estudantes.

Palavras-chave: Formação continuada , Ensino da álgebra , Propostas metodológicas.

## ABSTRACT

This work will present clearly and succinctly about reflections on the teaching of algebra for mathematic teachers elementary school from 6<sup>o</sup> to 9<sup>o</sup> year of Municipal Education System of Manaus: a methodological proposal, emphasizing on the importance of continuing education, practicing and reflections of mathematics educators and to demonstrate how we can help in algebra learning: generalization, exploration, formulation, validation of conjectures about the arithmetic properties and those who want to master mathematical formulas. Further, it aims to support in math workshops, simulating everyday situations making mathematics most pleasurable and closer to your world, thus bringing the reality of mathematics for students.

Keywords: Continuing Education, Algebra education, Methodological proposals.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CENP - Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas  
DDPM - Divisão de Desenvolvimento Profissional do Magistério  
GFC - Gerencia de Formação Continuada  
GTE - Gerencia de Tecnologia  
HTP - Horário de Atendimento Pedagógico  
IAP - Investigação da Ação Participativa  
LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação  
LEM - Laboratório de Ensino de Matemática  
PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais  
SAEB - Sistema Nacional de Avaliação de Educação Básica  
SEMED - Secretaria de Educação Municipal de Manaus  
UFAM - Universidade Federal do Amazonas

# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>Motivação</b>	<b>4</b>
<b>1 ASPECTOS HISTÓRICOS NO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO DAS CI- ÊNCIAS</b>	<b>6</b>
1.1 Um breve Histórico sobre a Evolução da Álgebra . . . . .	6
1.2 O Processo do Ensino da Álgebra no Brasil . . . . .	9
1.3 Relacionando a Álgebra a e Aritmética . . . . .	10
1.4 Alguns conceitos da Aritmética e da Álgebra . . . . .	11
<b>2 A FORMAÇÃO CONTINUADA: EXPERIMENTANDO A MATEMÁTICA</b>	<b>14</b>
2.1 Oficinas pedagógicas . . . . .	14
2.2 Pensando na proposta . . . . .	16
2.2.1 Título do projeto . . . . .	16
2.2.2 Área de conhecimento . . . . .	16
2.2.3 Unidade responsável . . . . .	16
2.2.4 Coordenador da formação tapiri em polos . . . . .	16
2.2.5 Formadores (a) . . . . .	16
2.2.6 Vagas por turma . . . . .	17
2.2.7 Natureza da formação . . . . .	17
2.2.8 Período de realização . . . . .	17
2.2.9 Carga horária . . . . .	17
2.2.10 Público-alvo . . . . .	17
2.2.11 Modalidade . . . . .	17
2.2.12 Objetivo geral . . . . .	17
2.2.13 Módulos das oficinas com professores do 6º ao 9º ano do ensino funda- mental . . . . .	18
2.2.14 Justificativa . . . . .	18
2.2.15 Metodologia . . . . .	18
2.2.16 Avaliação . . . . .	19



2.3	Descrição das formações continuadas . . . . .	19
2.4	Propostas da formação do quarto módulo . . . . .	21
<b>3</b>	<b>PERCURSO DA PESQUISA</b>	<b>39</b>
3.1	Instrumentos da pesquisa . . . . .	39
3.2	Local da pesquisa . . . . .	40
3.3	Perfil dos professores entrevistados . . . . .	40
3.4	Caminho percorrido para realização das oficinas . . . . .	41
3.5	Apresentação e investigação dos dados . . . . .	42
3.6	Análises dos dados . . . . .	42
3.7	Relatos e análise do questionário final . . . . .	51
	<b>Considerações Finais</b>	<b>64</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>66</b>
<b>A</b>	<b>Truque com dominó</b>	<b>70</b>
<b>B</b>	<b>O mistério das tampas de garrafas</b>	<b>71</b>
<b>C</b>	<b>Aplicando álgebra</b>	<b>73</b>
<b>D</b>	<b>Logística</b>	<b>74</b>
<b>E</b>	<b>A produção de fórmulas para contar sequências</b>	<b>76</b>
<b>F</b>	<b>Questionário inicial</b>	<b>78</b>
<b>G</b>	<b>Questionário final</b>	<b>80</b>
<b>H</b>	<b>Termo de autorização e oncordância de imagens e pesquisa</b>	<b>81</b>

# Introdução

Em grego, mathema significa "pensamento" e "aprendizagem". Ensinar matemática hoje é o desafio de preparar o aluno para um futuro que se afigura altamente tecnológico e que exige de cada um o desenvolvimento do potencial criativo que permita lidar com situações da vida cotidiana e do mundo do trabalho, cada vez mais diversificadas e complexas.

Pode-se considerar a matemática como a construção do conhecimento que trata das relações qualitativas e quantitativas do espaço e do tempo; a atividade humana que trata de padrões, resolução de problemas, raciocínio lógico, na tentativa de compreender o mundo e fazer uso desse conhecimento. Assim, a matemática é um modo de pensar, é um patrimônio cultural da humanidade.

O conhecimento matemático surgiu e desenvolveu-se em diferentes culturas, ao longo da história, principalmente como resposta às necessidades de contar, medir, desenhar, planejar, localizar, explicar e julgar.

Uma das questões fundamentais na área educacional quando se trata do processo de ensinar e aprender matemática na escola é o entendimento do que são hoje as competências matemáticas essenciais a todos os cidadãos.

Há décadas, saber matemática era sinônimo de saber "fazer contas", e ainda hoje isso ocorre. Costuma-se identificar as necessidades básicas da matemática com o desenvolvimento das competências e habilidades de cálculo, de aplicação de algoritmos, fórmulas e procedimentos algébricos. Esta é uma visão ultrapassada e inadequada do que deve ser um indivíduo matematicamente competente.

Claro que as competências de cálculo no sentido explicitado são fundamentais e não perderam sua importância, porém, não bastam para que os indivíduos possam mobilizar conhecimentos diante de situações problemas em contextos diferentes nem são capazes de colocar alunos em condições de pensar matematicamente.

Hoje a Álgebra tem muitas aplicações se mostrando muito útil como estratégia de resolução de problemas, mas assim como os outros campos da Matemática, a sua aprendizagem apresenta dificuldades. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs de Matemática) "a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem

um índice de 40% de acerto em muitas regiões do país". (Brasil, 1998, p.115-116)

Percebe-se que o aluno tem uma grande dificuldade em compreender os procedimentos que fazem parte do estudo algébrico. Existem erros que se repetem e persistem de um ano para outro. Estes conceitos que envolvem a Álgebra são enfatizados no 8º ano do Ensino Fundamental e serão utilizados até o final do Ensino Médio. Então, é importante que o aluno consiga apropriar-se deles para que possa aplicá-los nas mais diversas situações.

Nesse contexto entende-se que a qualidade do ensino passa pela formação e compreensão do professor, e principalmente do seu papel como educador, e que consciente do seu papel transformador do processo ensino aprendizagem das ciências. É nesse fundamento que este trabalho norteia, fazendo uma abordagem no ensino de Matemática com a proposta de reflexões sobre o ensino da álgebra para professores de matemática do ensino fundamental da rede municipal de Manaus: uma proposta metodológica, com o seguinte problema:

Que metodologia poderia ser inserida nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental para tornar o processo de aprendizado mais significativo no ensino da álgebra.

A hipótese proposta para solucionar o problema é:

- Ilustrar como a matemática, longe de ser uma ciência fria e inalcançável em sua abstração, pode ser aprendida e aplicada em nosso cotidiano participando da formação continuada de professores na rede municipal de Manaus promovendo discussões, vivências e interações das propostas que poderá ser um valioso auxílio neste processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano.

Portanto o objetivo geral da pesquisa foi:

- Propor ao professor atividades com recursos alternativos para ensinar os conteúdos de maior dificuldade da álgebra aos alunos nas quatro séries do Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano.

Para desenvolver a pesquisa, foi necessário estabelecer os seguintes objetivos específicos:

- Realizar pesquisas sobre evolução da linguagem algébrica e o processo do ensino da álgebra no Brasil;
- Delimitar os conteúdos que os alunos apresentam maior dificuldade no Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano;
- Aplicar na formação continuada com os professores da rede municipal;
- Propor atividades de ensino sobre álgebra com materiais alternativos.

O objeto da investigação caracteriza-se com propostas de atividades, que tem por

nome reflexões sobre o ensino da álgebra, que fará parte do ensino básico das quatro séries do Ensino Fundamental do 6º ao 9º, para uso das escolas municipais de Manaus. Essa reflexão será direcionando e dirigido pelo professor de matemática em sala de aula. Não iremos nós referir aos todos os entraves no ensino da álgebra, e sim, apenas a parte introdutória e uma alternativa de dirimir as dúvidas dos alunos.

A presente investigação se constituiu em quatro capítulos. O primeiro capítulo, intitulado aspectos históricos no desenvolvimento científico das ciências, refere-se ao período histórico dos acontecimentos e desenvolvimento científico, do século XV ao século XX. Em seguida fragmentamos este capítulo em quatro etapas: Um breve Histórico sobre a evolução da linguagem algébrica, o processo do ensino da álgebra no Brasil, relacionando à álgebra e a aritmética e por fim, conceitos da álgebra, e nesta etapa verificaram que a Matemática e a ciência, mais fundamental e abrangente, exercendo um profundo efeito em todo o desenvolvimento científico.

No capítulo II apresentamos a formação continuada e as oficinas realizadas, onde foi apontado a cada atividade, material utilizado, objetivo, procedimentos, relato da formação com registro dos participantes e comentários.

Para o capítulo III apresentamos o percurso da pesquisa: experimentando a matemática; são os instrumentos utilizados para a construção da proposta, relatados pelos professores, baseado no capítulo II, já que esta parte do trabalho configura o produto/processo das oficinas, cujo detalhamento e desenvolvimento também faz parte desse item. Portanto este capítulo mostrará os dados coletados, organizados, para a análise dos dados e os resultados dos questionários aplicados.

Para complementar a essas questões, faremos as considerações finais no capítulo IV necessárias para futuras pesquisas, em outros enfoques das ciências. Já que está é um ponto de partida segura para futuros aprofundamentos.

No percurso desse trabalho esperamos, ter deixado evidente à importância da necessidade de um olhar diferenciado para o Ensino de Matemática, em particular o ensino da álgebra. Desejo que essa proposta seja flexível e adaptável a diferentes enfoques disciplinares, contemplando temas sociais da atualidade, contextualizados com a realidade local.

# Motivação

No decorrer do processo acadêmico por volta do ano de 2000, a grade curricular nos cursos de Licenciatura e Bacharel em Matemática não estava inserida disciplinas de Metodologias do Ensino da Matemática e/ou outras que estivessem diretamente ligadas à prática de ensino deste curso. Percebemos a forma abstrata das demonstrações e conceitos que eram trabalhados durante todo o curso de Licenciatura em Matemática.

Durante uma década na sala de aula, percebemos na prática docente que os professores tratam o conceito de álgebra como espelho daquilo que estudou durante sua formação acadêmica, não utilizando exemplos didáticos, concluindo as aulas semestrais sem atingir os objetivos, que é ensinar o conceito e a estrutura da álgebra.

Em 2010, com a oportunidade de compor o quadro na Divisão do Desenvolvimento Profissional do Magistério - DDPM da Secretaria Municipal de Manaus - SEMED, como formadora até o presente momento, e por compartilhar saberes com grupo de Mestres em Educação Matemática, situações de aprendizagem tanto bibliográfica como de cunho prático, participando desse universo de formação junto ao corpo docente, foi observado o avanço dos professores no aspecto metodológico de ensino, proporcionando o momento de reflexão e de estudo voltado para a docência.

Entende-se que os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), no processo de ensinar e aprender matemática constitui-se em um importante referencial para a formação docente. Esse documento apresenta os objetivos, conteúdos e orientações didáticas a serem abordados em cada ano de ensino. Assim, o nosso objetivo durante a formação de professores de Matemática é de propor análise e de pôr em discussões os PCNs, para que possam ter habilidades de planejar, fazer escolha e de se fazer sujeito do próprio processo de ensinar e aprender Matemática.

Por outro lado, muito do que o professor sabe ou precisa saber para o bom desempenho de sua função, ele não aprende apenas no curso de graduação. Escolas e livros, por melhores que sejam não conseguem oferecer conhecimentos que o professor adquire por meio de sua prática pedagógica. A sabedoria constituída pela experiência do magistério, além de insubstituível, é também necessária para aqueles que desejam aprender, de modo significativo.

Nos cursos de formação continuada para professores, percebem-se nitidamente as diferenças entre os recém formados e os experientes. Ao longo dos anos de magistério, o professor constata que os alunos apresentam inúmeras diferentes respostas, raciocínios, observações

e soluções diante dos mesmos fatos, exercícios, problemas, materiais didáticos ou indagações. Não há curso superior para professores que proporcione essa riqueza de situações didáticas. Aqui está um paradoxo do qual nenhum professor escapa e que pode ser assim resumido: ao tentar ensinar, inevitavelmente, ele aprende com seus alunos.

Assim, os professores formados que não tiveram disciplinas pertinentes à metodologia de ensino no curso de graduação, seja Federal, Estadual ou Particular devem buscar melhoria de seu desempenho e não somente a obtenção do diploma para garantia de emprego e muito menos a garantia da eficiência em sala de aula. Além disso, a educação recebe fortes influências dos avanços produzidos na área de informática, tecnologia educacional, ciências sociais e pesquisa educacional, as quais redundam em mudanças nas áreas de currículos, legislação e avaliação de desempenho do professor e do aluno.

O presente estudo em questão tratará sobre o ensino da álgebra para professores em formação da rede pública de Manaus, verificando a eficiência desse ensino nas séries específicas de cada professor, para que posteriormente no decorrer das oficinas nos cursos de formação conseguiremos com que eles possam proporcionar um aprendizado mais eficiente no ensino da álgebra em sala de aula.

# Capítulo 1

## ASPECTOS HISTÓRICOS NO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO DAS CIÊNCIAS

A análise da evolução histórica da linguagem algébrica é um importante subsídio para a reflexão sobre as possíveis dificuldades dos discentes em relação à aprendizagem da álgebra e, particularmente, ao uso da linguagem simbólica. Como nosso interesse é relacionar a evolução da linguagem algébrica e da álgebra, como conhecimento matemático no ensino básico, focaremos especialmente no desenvolvimento da notação algébrica na fase elementar.

### 1.1 Um breve Histórico sobre a Evolução da Álgebra

A origem da palavra "Álgebra" é decorrente da palavra árabe "Al-jabr", utilizada no trabalho do matemático persa, e membro da House of Wisdom, Abu-Abdullah Muhammed ibn-Musa al-Khwarizmi (783 - 850), em seu livro "Al-Kitab al-jabr wa'l Muqabalah", literalmente, traduzido por "ciência da redução e da confrontação" (Struik, 1989), ou seja, livro sobre as operações "al-jabr e qabalah". O termo "al-jabr", significa restauração e refere-se à transposição de termos para o outro lado de uma igualdade; o termo "qabalah" significa redução ou equilíbrio e refere-se ao cancelamento de termos semelhantes em lados simétricos de uma equação.

A forma como Al-Khowarizmi resolvia as equações lembra o modo semelhante que usamos hoje. Ele utilizava apenas três elementos: raízes, quadrados e números. Como tantos outros matemáticos, ele não conseguiu expressar equações totalmente em símbolos. A expressão de equações totalmente em símbolos aconteceu somente após sete séculos, devido às mudanças bruscas que aconteceram na Europa com a passagem da Idade Média para a Idade Moderna.

A palavra moderna "algorismo" também é procedência do nome "al-Khwarizmi", onde o registro do livro mostra métodos para resolver equações tais como:  $ax^2 = bx$ ,  $ax^2 = c$ ,

$bx = c$ ,  $ax^2 + bx = c$ ,  $ax^2 + c = bx$  e  $bx + c = ax^2$  para designar a operação de "transposição de termos", essencial na resolução de uma equação, isto é, na notação moderna.

Nos meados do século 3 d.C., um matemático considerado como o fundador da Álgebra, é Diofante de Alexandria (c. 200 - c. 284), que foi o primeiro matemático a fazer uso de símbolos algébricos, utilizando abreviações, tanto em problemas, quanto em operações numéricas. Seus estudos marcaram de forma significativa a passagem da Álgebra Retórica para a mais prática, conhecida como Álgebra Sincopada. Além disso, desenvolveu diversos métodos para a resolução de equações e sistemas de equações num estilo "sincopado". Desse modo, os enunciados dos problemas, que eram expressos em linguagem natural, passaram a incluir pequenas abreviações.

Toda essa mudança foi lenta e gradual até que foram aprendendo a substituir as palavras por letras e pequenos sinais: =, +, -, :, etc.; com todas essas mudanças foi possível escrever expressões algébricas como conhecemos hoje totalmente em símbolos chamada: Álgebra simbólica.

François Viète (1540-1603) é indicado pelos historiadores como aquele que introduziu o uso sistemático das letras para indicar números desconhecidos e símbolos nas operações, da forma como são utilizados até hoje. A partir de seus estudos foi possível escrever equações e suas propriedades através de expressões gerais. No século XVI, ocorre uma transformação fundamental, entrando-se numa nova etapa, a da Álgebra simbólica. Nessa mesma época, dão-se grandes progressos na resolução de equações.

O aperfeiçoamento da Álgebra simbólica foi feita pelo grande matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650), que aperfeiçoou a Álgebra de Viète, criando a ideia que usamos até hoje para os expoentes.

Essas três fases (Retórica, Sincopada e Simbólica) caracterizam a Álgebra Clássica. Já a Álgebra "Moderna", inicia-se com a Teoria dos Grupos, por meio dos estudos de Carl Friedrich Gauss, e sobretudo de Evariste Galois.

No século XIX, a álgebra tem como principal objeto o estudo das Estruturas Algébricas Abstratas; juntamente com a Teoria dos Corpos, devida a Kjummer; e a Noção de Ideal de um Anel, atribuída a Dedekind. No século XX, a partir da década de 20, a ênfase são os estudos de Emy Noether e de F. Artin sobre a Estrutura da Álgebra e sobre a Síntese das ideias anteriores.

Desde o fim do século XIX, a álgebra teve numerosas aplicações em análise, em geometria, em mecânica e em física teórica (Chambadal,1978). Dessa forma, pouco a pouco vai-se definindo o conceito de equação e a Álgebra começa a ser entendida como o estudo da resolução de equações. Assim, lentamente vai-se avançando na resolução de equações incompletas e completas dos 1º e 2º graus, embora usando formas de representação dificilmente reconhecíveis ao leitor moderno. Nessa fase, para as equações de grau superior ao 2º só eram resolvidos apenas alguns casos particulares.

Com o avanço da álgebra Scipione del Ferro (1465-1526) é quem primeiro consegue



resolver a equação geral do 3º grau. No entanto, Del Ferro não publica os seus resultados, e a mesma descoberta é feita igualmente por Tartaglia (1500- 1557) e publicada por Cardano (1501-1576), na sua *Ars Magna*. Finalmente, a equação geral do 4º grau é resolvida por Ferrari (1522-1565).

O sucesso desses matemáticos italianos do Renascimento marca um momento importante na História da Matemática, pois, como referem Kolmogorov et al. (1977), é a primeira vez que a ciência moderna ultrapassa claramente os êxitos da Antiguidade. São os processos de resolução das equações algébricas do 3º grau que fazem surgir a necessidade da introdução de um novo tipo de números "os números complexos".

Uma questão central da teoria das equações é saber quantas soluções pode ter uma equação de grau  $n$  (ou, noutros termos, quantos zeros pode ter uma função polinomial de grau  $n$ ). Viète indicou equações de grau  $n$  com  $n$  soluções, mas o primeiro matemático a afirmar que uma tal equação tem sempre  $n$  soluções é Albert Girard (1595-1632), em 1629, num livro intitulado *Invention nouvelle en l'Algèbre*. Este teorema, atualmente designado como "Teorema Fundamental da Álgebra", tem diversas propostas de demonstração. Todas elas refutadas, numa história muito interessante em que intervêm matemáticos famosos como Leibniz (1646-1716), Euler (1707-1783), D'Alembert (1717-1783) e Lagrange (1736-1813). Finalmente, a demonstração é feita de modo considerado satisfatório por Argand (1768-1822) e por Gauss (1777-1855).

Ao mesmo tempo que se desenvolve a teoria das equações algébricas, vai-se desenvolvendo também o conceito de função como uma correspondência entre os valores de duas variáveis. As primeiras funções consideradas são naturalmente as algébricas, ou seja, as funções polinomiais e racionais (que resultam da divisão de um polinómio por outro). No entanto, depressa se passam a considerar funções mais complexas, ditas transcendentais, em que intervêm operações como radiciação e exponenciação, logaritmos e razões trigonométricas, bem como condições de natureza geométrica e mecânica, por exemplo, relativas a movimentos.

No desenvolvimento da teoria das funções, os conceitos de infinitésimo e derivada vão ocupar um lugar central, dando origem a um novo ramo da Matemática a "Análise Infinitesimal". Assim, dois importantes resultados marcaram a etapa final do desenvolvimento da teoria das equações algébricas, encerrando o que podemos designar por período da "Álgebra Clássica". O primeiro resultado é prova da impossibilidade de encontrar uma solução geral para uma equação com coeficientes arbitrários de grau superior ao 4º, dada por Abel (1802-1829). O segundo é a formulação das condições necessárias e suficientes para que uma equação de grau superior ao 4º tenha solução por métodos algébricos, dada por Galois (1811-1832). É este matemático quem, num trabalho célebre, considera pela primeira vez a estrutura de grupo.

A partir de meados do século XIX a Álgebra conhece uma evolução profunda. O estudo das equações algébricas esgota-se com a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra e com a demonstração de que não existem métodos algébricos gerais para a resolução de equações de grau superior ao 4º. A partir dessa altura, a atenção dos matemáticos volta-se cada

vez mais para o estudo de equações não algébricas, ou seja, para o estudo de equações diferenciais, tanto ordinárias como com derivadas parciais e para o estudo de equações envolvendo objetos matemáticos como funções.

Outros matemáticos dedicam-se a partir daí ao estudo de estruturas abstratas como grupo, espaço vetorial, anel e corpo, temas que passaram a constituir o núcleo central da "Álgebra Moderna".

## 1.2 O Processo do Ensino da Álgebra no Brasil

Não é segredo que a Educação no Brasil está entre uma das mais atrasadas entre os países subdesenvolvidos. Percebe-se isso claramente no estudo básico da matemática, em particular da álgebra, onde a dificuldade de aprendizagem é enorme entre os alunos. Sem base alguma das noções fundamentais da matemática propaga-se uma enorme quantidade de alunos desestimulados no aprendizado dessa ciência.

Conforme Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a introdução da Álgebra no Ensino Brasileiro se dá no final do sec. XVIII com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799. Isso ocorreu gradativamente com aulas esporádicas juntamente com outras áreas da matemática como: Aritmética, Geometria e Trigonometria. Somente no início do século XIX que fez parte definitivamente do ensino secundário brasileiro.

A Álgebra assim como outras áreas afins da matemática até a década de 60 era mecânica e sem clareza até o movimento da matemática moderna. Com início desse movimento certos elementos pertencentes a matemática foram unificados como a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas.

Foi nessa época que a Álgebra ganhou lugar de destaque na matemática moderna, e isso se deu pela forma como ela agrega campos da matemática. A maior preocupação da matemática moderna era superar a forma mecânica e clássica no ensino da Álgebra.

Depois da implantação da matemática moderna através da álgebra os educadores preocuparam-se então em recuperar o ensino da Geometria que estava em declínio, com isso o papel de destaque da Álgebra em unificar elementos acaba se perdendo, ficando para a Geometria ocupar o espaço deixado. Com estas novas propostas, a Álgebra parece retornar ao papel exercido anteriormente, conforme MIGUEL, et al (1992):

Mas se, por um lado, na proposta da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) a Geometria passa a dar sustentação à metodologia do ensino da Aritmética e da Álgebra, por outro lado, o próprio ensino de Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar - sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do algebrismo - o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório - descontextualizado e estático - necessário a resolução de problemas e equações. (MIGUEL, FIORENTINI E MIRIOM, 1992, p.51).

Apesar do papel de destaque que a álgebra ocupa dentro do ensino da matemática, é notório as dificuldades dos educadores em refletir sobre o seu ensino e como repassá-la de forma satisfatória para o real aprendizado dos discentes.

### **1.3 Relacionando a Álgebra a e Aritmética**

No cotidiano uma das maiores dificuldades encontradas pelo professor é como repassar a linguagem da interpretação dos problemas para linguagem algébrica. Esta nova etapa se dá a partir do 6º ano do ensino fundamental, sendo que no 7º ano esses problemas algébricas se aprofundam gerando muitas vezes um conflito de ideias, pois o aluno está acostumado a aritmética tradicional desde o início de seus estudos.

Dentre alguns fatores influentes na apropriação do conceito algébrico está a sua relação com a aritmética. Para Oliveira (2002), algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato do aluno trazer para o contexto algébrico, dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estenderem para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem.

Entre tantas coisas das quais o aluno que inicia o estudo da Álgebra tem dificuldade, está relacionada à aritmética e suas aplicações, por exemplo, o uso de parênteses. Percebemos isso, através das expressões algébricas onde há uma grande dúvida em que ordem essas expressões devem ser resolvidas.

Uma diferença clara e básica da Aritmética e a Álgebra é a representação de certos problemas como a justaposição na multiplicação, de  $mn$ , estaríamos indicando a multiplicação de  $m$  por  $n$ , ou seja  $m \times n$ . Já esta multiplicação, a partir da justaposição, não se aplica ao contexto numérico no qual  $23$  não que dizer  $2 \times 3$ . Grande parte da simbologia utilizada no contexto algébrico, já foi, anteriormente utilizada no estudo da Aritmética, e em alguns casos, com significados diferentes. Um erro bastante comum entre os alunos é de simplificar uma expressão como  $2a + 5b$  para  $7ab$ . Percebe-se que o aluno não aceita  $2a + 5b$  como resposta

válida, existindo a dificuldade em "aceitar a ausência de fechamento"(COLLINS, 1975 apud BOOTH, 1995, p. 27).

Outro exemplo bastante comum entre Álgebra e Aritmética está no uso de letras para indicar valores. A letra  $m$ , por exemplo, pode-se ser utilizada em aritmética para representar "metros", mas não para representar o número de metros, como em Álgebra (BOOTH, 1995, p.30). Há uma grande confusão na interpretação do uso das letras na álgebra, generalizando muitas vezes variáveis, incógnitas e parte literal como se todos tivessem o mesmo significado.

Para Usiskin (1995), muitas vezes se associa o estudo de Álgebra com o estudo de variáveis, que não está correto já que nem sempre representações feitas por letras estão associadas à ideia de variação. Não existe aprendizagem quando não se trabalha corretamente com que está sendo estudado.

Segundo Klusener (2001, p. 186): "O uso de variáveis tende a confundir-se com o simples uso das letras  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ... manipulando-as naturalmente, sem chegar a valorar a sua complexidade, nem os seus múltiplos significados ". A autora acredita que para que se adquira o conceito de variável supõe-se a conjunção de dois processos: a generalização e a simbolização. O primeiro é o que permite a passagem de situações concretas para algo comum a todas elas, e o segundo é expressar de forma abreviada essa característica comum em todas as situações.

A ideia de variável acaba ficando pouco clara, e mesmo quando o aluno interpreta a letra como a representação de um número, terá uma grande propensão a dar um valor fixo para esta letra (BOOTH, 1995). Muitas vezes, isso se dá pela imaturidade dos alunos em trabalhar com conceito de variável e uma das maneiras de tentar solucionar este tipo de problema é tentar mostrar de maneira prática o que acontece. De acordo com esta ideia:

Não adiantará por uma variável à frente de uma criança até que esta a veja variar. Quando a variável tiver realmente variado na experiência da criança, então haverá sentido colocar o nosso número escolhido, em lugar de todos os números diferentes que já representaram o nosso número escolhido, e não será necessário muito tempo para convencê-la de que, como economia de expressão, pode usar-se uma letra-código para o nosso número escolhido. ( DIENES, 1974, p.70).

Como quase tudo na vida, a prática juntamente com as experiências concretas do aluno, trará mais segurança ao trabalhar com a ideia de variabilidade.

## **1.4 Alguns conceitos da Aritmética e da Álgebra**

A palavra álgebra vem do árabe de al-jabr, termo que era usado pelo astrônomo e matemático persa Abu-Abdullah Muhammed ibn-Mus AL-Khwarizmi (783-850), para designer

as operações em que a incognita de uma equação era "restaurada"  $x+4=5$ ,  $x=1$  (al-jabr pode ser traduzido como "restauração"; modernamente diríamos "isolada"). O termo algebrista não é utilizado somente na matemática, já na Europa medieval esse termo era utilizado para aqueles que consertavam ossos fraturados.

Segundo Didionário Cegalla (2008, pg 48) a Álgebra pode ser definida como parte da Matemática que consta de um conjunto de cálculos pra generalizar e simplificar questões aritméticas por meios de letras ou números. E na concepção do dicionário da Rocha (2005, pg 22) é a parte da matemática que generaliza as questões concernentes aos números e representa as grandezas ordinariamente por meio de letras, analisando as soluções possíveis.

Definir Álgebra e Aritmética, e de que modo elas se relacionam é uma tarefa difícil. Podemos considerar pelo menos três contextos distintos: o da Matemática Acadêmica, tomando como referência o significado destes termos em alguns dicionários de matemática acadêmica atual; o contexto do "saber social" (senso-comum), ou seja, a matemática dos não-matemáticos, evidenciado nos dicionários, enciclopédias e na própria etimologia das palavras e o contexto da Educação Matemática, representados por alguns textos publicados por esta comunidade.

Uma das maneiras de fazer um estudo mais específico da Álgebra e da Aritmética dentro da área acadêmica recorreremos ao "Atlas des Mathématiques" e à enciclopédia de Matemática (Newman, 1964). Esse estudo tem como base grupos, anéis, corpos e espaços vetoriais. A estrutura algébrica consiste em leis de composição internas e externas, através de propriedades particulares como: comutatividade, distributividade, associatividade, existência do elemento neutro, existência de um inverso. Ao falar de aritmética, podemos associá-la na "teoria dos números" e associá-la a um dos ramos da Álgebra, cujo foco central é o estudo da divisibilidade nos números inteiros.

Na enciclopédia de Matemática (Newman, 1964), encontramos a definição de Aritmética como "sendo parte da matemática", e dividida em aritmética comum "cálculo com números definidos e aritmética literal "cálculo com números representados por letras do alfabeto (cálculo algébrico).

Como já falamos anteriormente o uso de letras não necessariamente diferencia álgebra da aritmética na área acadêmica

No que diz respeito ao saber do senso comum, o Novo Dicionário Aurélio define aritmética como "a arte dos números" e a álgebra como "ciência da reintegração e equiparação".

Ainda num dicionário de língua portuguesa encontramos Aritmética como a parte da matemática em que se investigam as propriedades elementares dos números inteiros e racionais. E álgebra como a parte da Matemática em se que estudam as leis e processos formais de operações com entidades abstratas (Holanda, 1999). Etimologicamente, em árabe, al-gabāra, referia-se à ciência da equiparação ou da comparação. Percebemos que, nos dicionários de língua portuguesa, aritmética refere-se ao número, enquanto na designação do que significa álgebra focaliza-se a etimologia da palavra, fazendo referência à resolução de equações.

Nos estudos de Educação Matemática, Lins e Gimenez (1997) percebe-se que a Ál-

gebra parece ser um domínio exclusivo das escolas. Já para os não-matemáticos, a Álgebra é um conjunto de afirmações genéricas que servem somente para solucionar problemas monetários. E a Aritmética seria o complemento para encontrar soluções e efetuar esses cálculos. Para esses autores, a álgebra pode ser entendida como um conjunto de afirmações interpretadas através de números e operações aritméticas, com o uso de igualdades e desigualdades.

Na Educação Matemática alguns estudiosos também possuem diferentes definições entre Aritmética e Álgebra.

De acordo com Lins e Gimenez (1997), álgebra e aritmética são definidas através de conteúdos como: álgebra e suas equações, inequações, funções e entre outras, e as da aritmética são números, operações, tabuada e etc. Apesar de suas diferenças, a interação entre a álgebra e a aritmética é fundamental para resolução de certos problemas, sendo que uma depende da outra. Há, na verdade, a divisão de dois planos, sendo que na Álgebra se baseia num cálculo mais genérico e a Aritmética em situações mais particulares.

Segundo Garcia (1997), a Álgebra tem como função principal a resolução de problemas, bem como um objeto matemático, além de ser um ramo autônomo da Matemática é uma das disciplinas científicas que tendem a estabelecer uma via de comunicação entre ela e o exterior.

Para Souza e Diniz (1996), a Álgebra é a linguagem da Matemática utilizada para expressar fatos genéricos. A álgebra possui sua linguagem própria e suas particularidades. Temos símbolos representados por letras na álgebra e os sinais na aritmética, sendo que a forma de resolver tem a mesma ideia utilizada na aritmética, dando a certeza do que pode ser usado e o que não pode. Em contraposição, Garcia (1997) afirma que a álgebra trabalha com as ações através de símbolos aritméticos, sendo que determinadas regras específicas da álgebra são contraditórias em relação a aritmética.

A principal diferença entre a álgebra e a aritmética para Souza e Diniz (1996), são seus meios e fins. A aritmética trabalha com números, operações e suas propriedades, procurando a resolução de problemas ou de situações com soluções numéricas; a Álgebra utiliza expressões genéricas, podendo calcular vários valores numéricos independentemente de quais sejam eles exatamente.

Contudo, os estudos mostram que a Aritmética trata de cálculos com números e operações envolvidas, bem como suas propriedades; a Álgebra possui um aspecto mais amplo, utilizando sempre uma linguagem simbólica para resolução de problemas. O importante é perceber que dentro da esfera escolar não é possível estabelecer limites entre a Aritmética e Álgebra, muito menos querer destacar o grau de importância de um.

## Capítulo 2

# A FORMAÇÃO CONTINUADA: EXPERIMENTANDO A MATEMÁTICA

"Não existem sonhos impossíveis para aqueles que realmente acreditam que o poder realizador reside no interior de cada ser humano, sempre que alguém descobre esse poder algo antes considerado impossível se torna realidade". (Albert Einstein)

Como parte integrante da Formação Continuada de Professores, o aprendizado na Matemática, culturalmente modifica visões pessoais de mundo, contrariando, muitas vezes, o senso comum, levando às nossas descobertas e ao desenvolvimento do pensar e organizar melhor os conteúdos dentro de uma proposta coerente e significativa, distante dos moldes tradicionais.

A forma que encontramos para desenvolver a proposta metodológica foi através das oficinas pedagógicas na formação continuada, amparadas legalmente no Art.6 da Seção I da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), que responde diretamente a um anseio legal, social e educacional por ser incluída dentro das modalidades de Recursos Didáticos e Pedagógicos para o Ensino de Ciências, e os Módulos de Projetos (BRASIL, 1998).

As oficinas pedagógicas respondem também a uma necessidade ética e política posta por Galiuzzi (2003), como ressalva e complemento para a Formação Continuada de Professores, onde se deve educar a partir de valores com vista em uma sociedade melhor de se viver consciente, atendendo as necessidades escolares.

### 2.1 Oficinas pedagógicas

Candau, et al (1995) afirmam que o principal objetivo das oficinas pedagógicas é interação coletiva do saber, onde a análise da realidade se funde com o confronto de ideias

e o intercâmbio de experiências. Outra função das oficinas pedagógicas é estimular a busca contínua da aprendizagem, bem como provocar a vontade de investigação de seus integrantes, e levando em conta que é de fácil acesso a todos os docentes.

Segundo Azambuja (1999):

De maneira geral podemos dizer que Oficina Pedagógica é uma metodologia ativa onde se aprende fazendo. Organiza-se em torno de um projeto, cuja responsabilidade está a cargo de uma equipe formada por alunos e professores que participam em todas as etapas de realização. (p. 26)

A cada oficina pedagógica há uma construção nova que surge naturalmente de conhecimento e criatividade. Temos que na oficina há uma troca de conhecimento, onde todos aprendem, e cada um passa a ser uma parte do todo.

Azambuja (1999) enfatiza oito principais aspectos que devem estar presentes em uma metodologia de ensino de oficina: aprender fazendo, utilizar metodologia participativa, vivenciar pedagogia da pergunta, tender a um trabalho interdisciplinar, visar a uma tarefa comum, ter caráter globalizante e integrador, exigir um trabalho grupal e permitir a integração da docência, investigação e prática em um só processo.

Moita e Andrade (2006) ratificam que o principal papel das oficinas é o de aprender e ensinar, onde os conteúdos formais passam a ter uma comunicação mais simples, pois essa comunicação deixa de ser automática, e consegue perceber as principais dificuldades dos alunos, sendo assim essa aproximação docente e discente torna a aprendizagem menos complexa, fazendo a junção da vontade de aprender e o saber sistematizado da escola.

A metodologia de oficinas tem as seguintes vantagens, segundo Azambuja (1999):

- Desenvolve a capacidade de aprender a aprender, de aprender a fazer e de pôr em prática os conhecimentos adquiridos;
- Estimula a iniciativa, a originalidade, a criatividade e a autonomia para atuar frente a situações concretas, bem como a participação e a responsabilidade pela própria formação;
- Integra teoria e prática através da relação conhecimento e ação;
- Desenvolve a capacidade de trabalhar e refletir em grupo. (p. 29)

A partir das oficinas realizadas na formação continuada dos professores, percebemos que a vantagem acima descrita torna-se satisfatória, pois os participantes relatam durante a formação que ao trabalharem na sala de aula os conhecimentos adquiridos nas oficinas, os alunos ficam mais interessados e participativos, além de promover análise, discussões entre eles sobre o assunto.



## **2.2 Pensando na proposta**

Para esta pesquisa, pensamos em estudar apenas uma parte da intrincada didática da álgebra escolar. Almejando se tornar uma ferramenta de estudo, que revisita alguns problemas no ensino da álgebra na escola, e convidativa para o professor se aprofundar nos fundamentos e análise de uma proposta de iniciação a essa disciplina.

Nosso objetivo é contribuir para a melhoria no ensino de Matemática do Ensino Fundamental 6º ao 9º ano. Nesse contexto foi pensado no tema: "Laboratório: Um espaço de construção do conhecimento Matemático" pelo grupo de formadores de Matemática da Divisão de Desenvolvimento Profissional do Magistério - DDPM.

Idealizado com materiais alternativos de baixo custo, seguido de um roteiro de atividades propostas em cada um dos módulos, para auxiliar os professores em suas práticas diárias em sala de aula e colaborando para minimizar as dificuldades encontradas nos conteúdos de Matemática ministrados nas escolas.

Segue abaixo o projeto de identificação apresentado na Secretaria Municipal de Manaus - SEMED para a formação de 2014.

### **2.2.1 Título do projeto**

Laboratório: Um espaço de construção do conhecimento Matemático

### **2.2.2 Área de conhecimento**

Matemática

### **2.2.3 Unidade responsável**

DDPM - Divisão de Desenvolvimento Profissional do Magistério  
GFC - Gerencia de Formação Continuada

### **2.2.4 Coordenador da formação tapiri em polos**

Rita Esther Luna

### **2.2.5 Formadores (a)**

- Erilúcia Souza da Silva
- José de Alcântara Filho
- Meng Huey Hsu

## **2.2.6 Vagas por turma**

O que houver

## **2.2.7 Natureza da formação**

Formação Continuada

## **2.2.8 Período de realização**

Março a novembro de 2014

## **2.2.9 Carga horária**

16 horas/aula presenciais

## **2.2.10 Público-alvo**

Profissionais da Educação na Rede Pública Municipal - professores do 6º ao 9º da disciplina Matemática

## **2.2.11 Modalidade**

Mensal/Presencial

## **2.2.12 Objetivo geral**

Proporcionar uma reflexão e ação em relação à construção do conhecimento matemático, bem como, fundamentar o professor em atividades que contribuam para a melhoria do ensino de matemática.

### 2.2.13 Módulos das oficinas com professores do 6º ao 9º ano do ensino fundamental

<b>QUADRO I - Laboratório: Um espaço de construção do conhecimento Matemático</b>	
<b>1º Módulo</b>	Elaboração de itens
<b>2º Módulo</b>	Tangram no ensino fundamental
<b>3º Módulo</b>	O uso do Software: Hot Potatoes
<b>4º Oficina</b>	Reflexões sobre o ensino da álgebra

Quadro 01: Elaboração - HSU (2014)

### 2.2.14 Justificativa

"Muitos foram os educadores famosos que, nos últimos séculos, ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como facilitador de aprendizagem"(LORENZATO, 2009, p.3). Estudar matemática trata-se principalmente do desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de resolver problemas e estimulação da criatividade. Diante disto, faz-se necessário criar estratégias que despertem o gosto pela Matemática e o trabalho no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) possibilita e facilita aos alunos a aquisição do conhecimento, oportunizando o contato com diversos materiais manipulativos, num ambiente prazeroso.

Neste sentido, nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas, como o LEM, para complementar os ensinamentos transmitidos em sala de aula, aumentando ao aluno a motivação para a aprendizagem, e desenvolvendo nele a autoconfiança, a concentração e o raciocínio lógico-dedutivo, sem esquecer também de elevar a interação social.

### 2.2.15 Metodologia

Os encontros formativos serão pautados por dois momentos, no primeiro serão ressaltados os aspectos teóricos e conceituais dos conceitos matemáticos e no segundo, será realizada uma ou mais atividade de cunho prático.

## 2.2.16 Avaliação

Do cursista: ocorrerá durante todo o processo de formação através da observação da participação, interesse, socialização e envolvimento nas atividades práticas, bem como, através da frequência nos módulos. Do formador: através de instrumento avaliativo padronizado disponibilizado pela DDPM.

## 2.3 Descrição das formações continuadas

Nesse item faremos uma breve descrição dos módulos ocorridos respectivamente em cada mês com quatro horas de duração no horário matutino e vespertino com cada Divisão Distrital de Zonas - DDZ assim distribuídas: I, II, II, IV, V e VI.

### MÓDULO I

O primeiro módulo ocorreu no mês de março de 2014 cujo tema proposto foi "**Elaboração de itens**", com foco nas questões que norteavam os critérios, as competências e habilidades propostas pela secretaria de estado e do município para realizarem provas avaliativas nas escolas.

A elaboração de um item deve estar referenciada na matriz de referência da área que será avaliada. Esse referencial é o ponto de partida para a construção das questões e o ponto de chegada, após a aplicação, na interpretação dos resultados.

É preciso que o professor compreenda que um instrumento de avaliação tem duas vias: a do aluno e a dele próprio. A via do aluno é a que possibilita a ele certificar-se de quais habilidades relacionadas aos descritores que deveria ter desenvolvido até aquele momento; e a via do professor que é a que lhe assegura compreender o processo de aprendizagem que o aluno está percorrendo para que se possa repensar estratégias favorecendo o desenvolvimento das habilidades planejadas (RODRIGUES e SIMON, 2014).

Nessa perspectiva, o referencial torna-se essencial, pois o docente terá controle sobre o que abordar no teste ou na prova e, ao analisar os resultados, terá a matriz como apoio para compreender o processo de aprendizagem que deve ou deveria percorrer.

### MÓDULO II

Nossa proposta no segundo módulo ocorreu no mês de maio de 2014, e exploramos o tema "**Tangram no ensino fundamental**", que é um dos quebra cabeças mais populares em todo o mundo, e também um dos mais antigos. Conhecido como "as sete tábuas da sabedoria", é constituído de sete peças que permite a composição de centenas de figuras diferentes, além de possibilitar o desenvolvimento de atividades relacionadas com diversos conteúdos de Mate-

mática, que foram propostos e trabalhados com os seguintes tópicos: identificação de formas geométricas, estudo de frações, composição e decomposição das figuras planas, razão de semelhança de triângulos, coordenadas cartesianas, desafio da convexidade, álgebra, trabalhando com áreas, trabalhando com demonstrações, generalização do teorema de Pitágoras, perímetros, ângulos com uso do transferidor e desafios com tangram.

Durante o processo de execução, os professores poderão trabalhar de forma contextualizada, com discussões e reflexões sobre as ações efetuadas nas atividades propostas, e esperamos que tenham alcançado o entendimento do aluno através dos conceitos da Matemática de forma lúdica.

### **MÓDULO III**

O terceiro módulo, ocorreu no mês de setembro de 2014, onde teve a participação do grupo de Gerencia de Tecnologias - GTE que contribuiu com a formação "**O uso do Software: Hot Potatoes**". O objetivo desta formação foi oferecer um recurso alternativo de como criar e inserir banco de questões para atividades, trabalhos e avaliações.

Nossa participação do grupo de matemática foi de acompanhamento durante as atividades com os professores de matemática, durante a formação, realizada na sala de informática da Gerencia de Tecnologia.

### **MÓDULO IV**

Ocorreu no mês de novembro de 2014 com a formação "**Reflexões sobre o ensino da álgebra**", onde fizemos uma ênfase maior, já que este seria usado para a conclusão da dissertação desenvolvida. Os tópicos abordados foram:

- Definição da Álgebra;
- O papel das letras;
- Os erros de Álgebra que os estudantes cometem com maior frequência em Matemática;
- Sugestão de 05 (cinco) atividades propostas a serem utilizados pelos professores com diferentes enfoques no papel das "letras" e os erros que cometem na álgebra especificamente, onde mostraremos passo a passo como ocorreu durante a formação.

## 2.4 Propostas da formação do quarto módulo

Ao iniciar cada atividade proposta, todos os professores recebem a cópia com o enunciado da atividade e, em seguida deixamos aproximadamente vinte minutos para leitura e interação entre eles. As atividades apresentadas neste módulo estão relacionadas diretamente a conteúdos aritméticos/algébricos (ou ambos) do Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano.

O planejamento e adaptações de roteiros dessas atividades são importantes e devem ter uma atenção especial do professor de matemática. É necessário que as atividades constituam desafios para que os alunos tenham as propostas e roteiros como uma ferramenta de estudo que revisita problemas da álgebra, dessa forma essas práticas irão despertar seu interesse e promover um desenvolvimento intelectual e produtivo nas linguagens simbólicas da álgebra.

Seguem abaixo as 05 (cinco) atividades realizadas sobre o ensino da álgebra de forma detalhada durante as formações:

### ROTEIRO I: TRUQUE COM DOMINÓ - (APÊNDICE A)

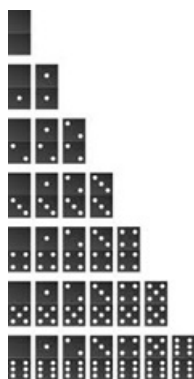


Figura 01: Dominó. Fonte:

<http://www.blogdacrianca.com/wp-content/uploads/2011/11/tudo-sobre-domino.png>

**Material utilizado:** uma caixa de dominó

**Objetivos:**

- Reconhecer a importância do uso da propriedade distributiva no cálculo mental;
- Descrever verbalmente regularidades observadas na sequência dos resultados;
- Analisar a relação entre a equação e os possíveis valores da solução.

**Procedimentos:** Com as 28 peças viradas para baixo, pede-se a uma pessoa que retire uma peça e logo verifique, sem que aquele que realiza o truque, o proponente possa ver qual é a peça. Em seguida, o participante, sem fazer comentário algum, deve realizar as seguintes operações: escolhe um dos dois números presentes na peça selecionada, aquele que desejar, e o multiplica

por 2; ao produto de tal multiplicação soma-se 4; o número obtido pela adição é multiplicado por 5; à quantidade resultante é somado o outro número da peça; finalmente o participante diz ao proponente o valor obtido.

**Relato da formação:** Nesta atividade, solicitamos a um participante/professor (foto 01) para fazer a interação (foto 02). Ao iniciar a atividade, colocou-se de frente para o quadro, em seguida solicitei que o participante retirasse uma peça do dominó que estão virados na mesa, e logo mostrasse para todos e em conjunto fizessem conforme o comando dos enunciados mencionado no apêndice A. Nesse momento todos os demais participantes realizaram, conjuntamente, os cálculos descritos para que confirmassem com claresa o resultado final.

Por exemplo, suponhamos que o participante tenha a peça (3,5) e escolha o 3 para realizar as primeiras operações. Então, seguindo os passos acima descritos, obterá 6 ao multiplica-lo por 2; 10 ao somar-lhe 4; 50 ao multiplicá-lo por 5; e 55 ao somar-lhe o outro número da peça, 5 nesse caso.

Pode-se propor para complementar a atividade, questões do tipo:

1) Quando o proponente subtrai 20 da quantidade que o participante lhe disse, obtém 35, logo, já sabe que a peça é formada pelos números 3 e 5. Se não tem mais que subtrair 20 do número que o participante lhe havia mencionado para conhecer os dois algarismos da peça escolhida. O que deve ser alterada?

2) Demonstre algebricamente, generalizando pelo qual o truque funciona.

3) Qual é o papel das letras na equação obtida? Uma equação linear com duas incógnitas possui quantas soluções?



Foto 01: Oficina - SILVA (2014)



Foto 02: Oficina - SILVA (2014)

**Comentários:** Vejamos a razão pela qual o truque funciona.

Denotemos por  $(a,b)$  a peça extraída e suponhamos que o número escrito à esquerda é o escolhido para realizar as primeiras operações (se não fossem assim, nós os escreveríamos na ordem inversa, pois nas peças do dominó não importa a ordem em que aparecem os números). Então, ao multiplicar por 2, resulta  $2a$ ; ao somar 4 tem-se  $2a+4$ ; ao multiplicar por 5, fica  $5(2a+4)$ ; ao somar-lhe o outro número da peça, obtém-se  $5(2a+4)+b$ . Operando, tem-se  $10a+20+b$ , que é o número que o participante fornece ao mágico. Quando este lhe subtrai 20, obtém  $10a+20+b-20$ , ou seja,  $10a+b$ . Ora, dado que  $a$  e  $b$  são números compreendidos entre 0 e 6,  $a$  é o algarismo que aparece no lugar das dezenas, enquanto que  $b$  representa as unidades.

## ROTEIRO II - O MISTÉRIO DAS TAMPAS DE GARRAFAS - (APÊNDICE B)

**Material utilizado:** tampas de garrafa (no mínimo vinte), uma ficha ou qualquer outro marcador.

**Objetivo:**

- Ilustrar a propriedade comutativa da adição;
- Aplicar a decomposição de um número inteiro.

**Procedimentos:** As tampas de garrafa deverão inicialmente estar dispostas sobre uma mesa, como ilustrado na figura 2 (qualquer número de tampas no círculo e na reta).

O proponente fica de costas para o participante e, este solicita do participante, que escolha um número maior que o número de tampas da reta (no exemplo da figura dada, deverá escolher um número maior que seis).



A participante deverá contar as tampinhas de uma em uma a partir da extremidade da reta (pela tampa indicada com a letra A, figura 2), para cima e no sentido anti-horário, ao entrar no círculo, até atingir o número pensado (se, por exemplo, fosse escolhido o número dez, a contagem pararia na tampa indicada com a letra B).

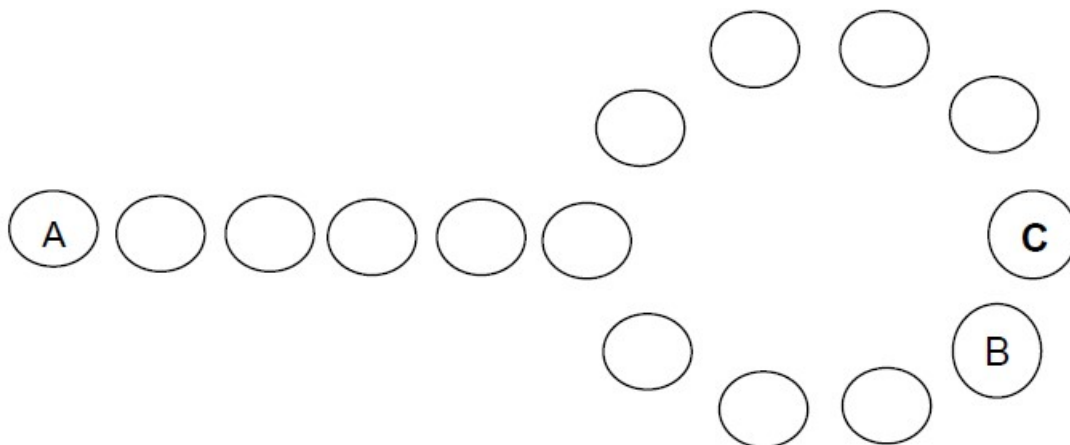


Figura 02: Tampas de garrafa - HSU (2014)

Reinicia-se a contagem a partir da tampa em que terminou a contagem anterior (tampa B), mas desta vez em sentido horário em volta do círculo de tampinhas até chegar novamente ao número pensado (tampa indicada pela letra C, no caso em que o número pensado fosse dez). Esconder o marcador sob essa tampa, para que o proponente descubra onde ele está.

O proponente vira-se e, sem saber qual o número pensado pelo participante, imediatamente descobre onde está escondido o marcador.

**Observação:** se for fazer a mágica mais de uma vez, o mágico deverá modificar o número de tampinhas da reta ou do círculo para que não se descubra facilmente seu funcionamento.

**Relato da formação:** Esta atividade precisa um proponente e um participante onde foi solicitado que pensasse um número natural maior que x conforme a orientação do proponente, e este em seguida retira-se da sala (ou vira de costas) para que todos possam acompanhar a contagem do número pensado e esconder o marcador conforme os procedimentos indicados na atividade pelo proponente, nesse momento socializando-os com todos presentes, logo em seguida, o proponente retorna ao ambiente e indica a tampinha que esconde o marcador conforme a ilustração das fotos 03 e 04.



Foto 03: Oficina - SILVA (2014)



Foto 04: Oficina - SILVA (2014)

Em seguida conforme mostram as fotos 05 e 06 é feita a interação entre os professores, de como a atividade funcionou e, em seguida, retoma-se a discussão do resultado.



Foto 05: Oficina - SILVA (2014)



Foto 06: Oficina - SILVA (2014)

**Comentários:** Você saberia explicar como o truque funciona?

Qualquer que seja o número escolhido, a contagem terminará sempre na mesma tampinha. Basta que o proponente escolha um número qualquer e repita a contagem com seu próprio número.

### ROTEIRO III - APLICANDO ÁLGEBRA - (APÊNDICE C)

**Material utilizado:** uma folha de papel e lápis

**Objetivo:**

- Representar e analisar situações com uso dos símbolos algébricos.

**Procedimentos:** Comece com os alunos escrevendo qualquer número de três algarismos (composto de três algarismos diferentes). A seguir, eles devem formar todos os arranjos de dois algarismos que possam ser feitos a partir dos três algarismos do número original (deve haver seis dessas permutações ou arranjos dos algarismos). Peça para todos somarem os seis números de dois algarismos. Depois, peça que dividam essa soma pela soma dos algarismos do número original. Todos obterão o resultado 22. Pergunte-lhes por que isso acontece.

Inicialmente, os alunos ficarão "impressionados" com o fato de a resposta de todos serem iguais a 22. A curiosidade deles deve ser provocada para que perguntem por que isso acontece independentemente dos três algarismos com que começaram. Eles devem lhe pedir para mostrar por que sempre funciona, o que leva a uma aula sobre as provas ou justificativas algébricas.

**Relato da formação:** Esta atividade foi extraída do livro "A arte de motivar os estudantes do ensino médio para a matemática"(foto 07) e sugerida aos professores que fizessem inicialmente a leitura individual que os desafia a explicar como e por que as instruções levam a um determinado resultado (foto 08), conforme o enunciado dos procedimentos que cada um receberam no início da atividade

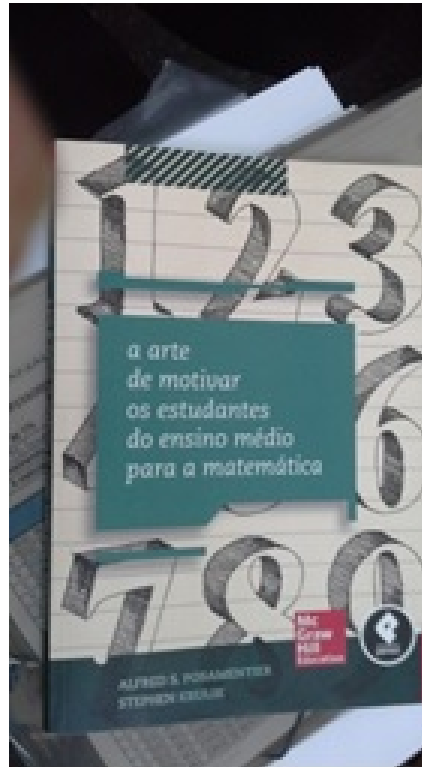


Foto 07: Oficina - SILVA (2014)



Foto 08: Oficina - SILVA (2014)

Este problema aparentemente simples revelou se bastante desafiador para os professores no momento da socialização em grupo (fotos 09, 10 e 11), onde cada professor disseram

os números escolhidos, em particular, para exemplificar para o entendimento de todos do resultado 22. Em seguida, estes também questionaram sobre o algarismo 0 (zero), se mantinham o resultado independente se desempenhava como representação posicional da unidade, da dezena ou da centena.

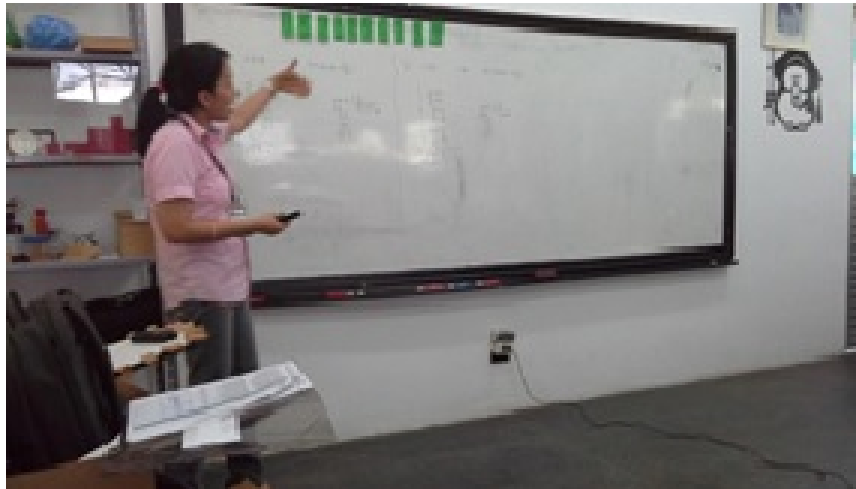


Foto 09: Oficina - SILVA (2014)

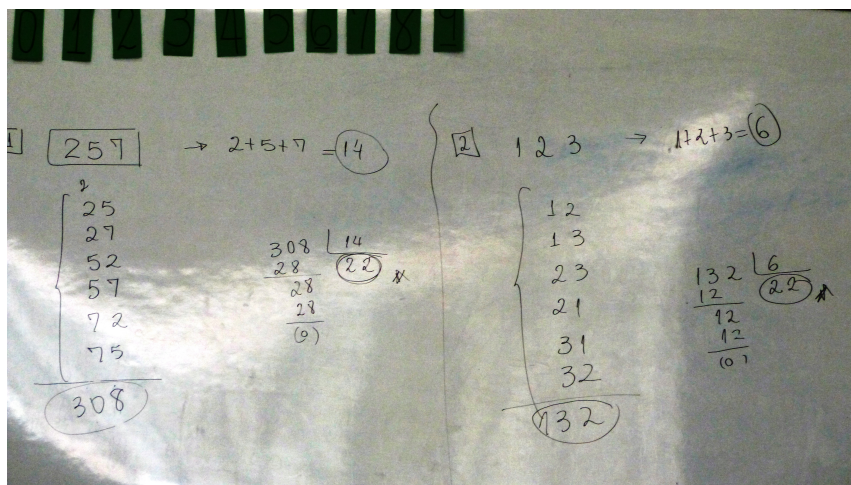


Foto 10: Oficina - SILVA (2014)



Foto 11: Oficina - SILVA (2014)

**Comentários:** Essa atividade envolve os alunos em uma tarefa de "Leitura da mente" que os desafia a explicar como e por que as instruções levam a um determinado resultado. A seguir, eles aprendem que devem usar as suas habilidades algébricas para comprovar as respostas. Esse motivador proporciona uma excelente atividade para introduzir uma aula sobre prova ou justificativa algébrica (POSAMENTIER e KRULIK, 2014)

A prova consiste em representar algebricamente números de dois e três algarismos e seguir as instruções cuidadosamente. Um número de três algarismos pode ser escrito como  $100h+10t+u$  onde  $h$ ,  $t$  e  $u$  são os três algarismos. A soma dos algarismos é  $(h+t+u)$ .

O trabalho deles deve ser algo como seguinte:

Escreva um número de três algarismos distintos (com três algarismos diferentes):

$$100h+10t+u$$

Forme as seguintes permutações de dois algarismos:

$$10h + t$$

$$10t + h$$

$$10u + h$$

$$10h + u$$

$$10t + u$$

$$10u + t$$

Some estes seis números para obter:  $22h+22t+22u = 22(h+t+u)$

Dividir pela soma dos algarismos do seu número original:  $22(h+t+u)/(h+t+u) = 22$

Os alunos verão a justificativa para que a resposta seja sempre igual a 22.

## ROTEIRO IV - LOGÍSTICA - (APÊNDICE D)

**Material utilizado:** emborrachado enumerados de 0 a 9, uma folha de papel ofício e durex

**Objetivo:**

- Ilustrar as operações aritméticas;
- Enfatizar procedimentos para obter um resultado expresso por um único número.

**Procedimentos:** Ele é jogado por duas pessoas: um desafiante e um oponente.

- O desafiante escreve um número de dois algarismos em segredo. Suponha que ele escreveu 37.

- O oponente escreve, à sua frente, os números de 1 a 9, escolhendo dois deles para realizar uma operação. Por exemplo: ele escolhe usar os números 5 e 8 e realizar a operação de multiplicação, ou seja,  $5 \times 8$ . Em seguida, o oponente deve anunciar o resultado de sua operação que, neste nosso exemplo, é 40, e riscar os números usados 5 e 8, que não poderão ser reutilizados.

- O resultado 40 está acima do número escolhido em segredo (37). O desafiante deve, então, responder "ALTO", significando que o número obtido pelo oponente ultrapassou o valor que ele escolheu. Caso o resultado da operação fosse menor que 37, ele deveria responder "BAIXO".

- O oponente, daqui para frente, deverá utilizar, em seus cálculos, o resultado anterior (que nessa rodada é 40) e um dos números disponíveis para uma nova tentativa (1, 2, 3, 4, 6, 7, 9). Suponha que agora ele escolha o número 4 e a operação de divisão. Assim, o oponente irá fazer a operação  $40:4=10$ .

- Neste caso, a resposta do desafiante será "BAIXO".

- Prosseguindo, poderíamos ter o seguinte desfecho das rodadas seguintes:

- **Números restantes:** 1, 2, 3, 6, 7, 9

Operação executada:  $10$  (resultado anterior)  $\times$   $3$  (número escolhido) =  $30$

Resposta do oponente: **BAIXO**

- **Números restantes:** 1, 2, 6, 7, 9

Operação executada: 30 (resultado anterior) + 6 (número escolhido) = 36

Resposta do oponente: **BAIXO**

- **Números restantes:** 1, 2, 7, 9

Operação executada: 36 (resultado anterior) + 2 (número escolhido) = 38

Resposta do oponente: **ALTO**

- **Números restantes:** 1, 7, 9

Operação executada: 38 (resultado anterior) - 1 (número escolhido) = 37

Resposta do oponente: **ACERTOU!**

Como o oponente encontrou a resposta correta antes de acabarem os números de 1 a 9, ele venceu. Se isso não tivesse ocorrido, o desafiante teria sido o vencedor.

**Relato da formação:** Durante a formação, solicitamos a participação de dois professores (fotos 12 e 13), sendo um oponente e um desafiante, isto é, representando o restante dos professores presentes na atividade, em seguida, este escreve com pincel um número qualquer de dois algarismos no papel ofício, onde todos possam visualizar, exceto o oponente, logo em seguida o desafiante guarda o papel.



Foto 12: Oficina - SILVA (2014)





Foto 13: Oficina - SILVA (2014)

Vale ressaltar, seguindo conforme os procedimentos exemplificados acima, durante as seis formações ocorridos nesse módulo, o fato é que apenas uma vez o desafiante ganhou.

Outro fato interessante ocorrido em todas as formações, que é um dos objetivos dessa atividade é o erro comum (foto 14) que ocorreu na formação e ocorre com os nossos alunos no momento da necessidade de uma notação precisa para representar uma equação. Cabe a nós professores ressaltarmos e observar conjuntamente com os alunos a representação correta.

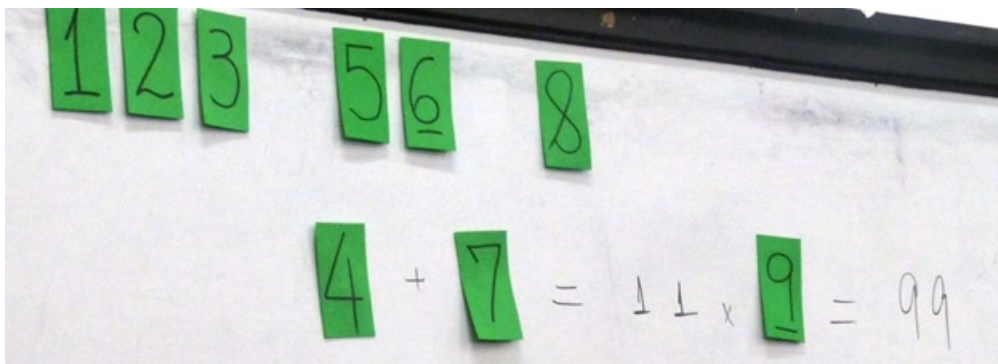


Foto 14: Oficina - SILVA (2014)

Assim Kieran (1981) mostrou, no contexto do estudo de equações, que criança de doze a catorze anos de idade considera o sinal igual (=) como um símbolo unidirecional que precede uma resposta numérica, tal como Wagner (1977) verificara com os alunos de dezessete anos de idade. A ideia de que o símbolo de adição possa indicar tanto o resultado de uma adição como a ação, ou de que o sinal de igualdade possa ser visto como indicador de uma relação de equivalência em vez de um símbolo para "escrever a resposta", pode não ser percebido de imediato pelo aluno, embora essas duas noções sejam necessárias para a compreensão da álgebra.

**Comentários:** Uma boa alternativa para o uso inteligente das operações aritméticas é o jogo conhecido como Prova dos Nove (logística).

Quando falamos a palavra aritmética, vem-nos à mente a definição aprendida na escola: "Parte da Matemática que estuda as propriedades dos números e as operações realizadas sobre eles"(SAMPAIO, 2011).

Entretanto, no século VI a. C., os estudiosos seguidores de Pitágoras, na Grécia, faziam uma clara separação entre aritmética e logística. A primeira referia-se às propriedades dos números, considerada assunto de filósofos. Já a realização de operações entre eles, ou logística, era coisa de comerciante e indígena dos filósofos e matemáticos.

Felizmente, mudanças ocorreram e reconhecemos, hoje, o valor de cada um dos aspectos relacionados aos números. Uma brincadeira com os cálculos, ou melhor, dizendo com as logísticas.

Afinal, o algarismo 0 (zero), por que foi suprimido nessa atividade?

Deixamos você como leitor, fazer suas próprias conclusões.

## **ROTEIRO V - A PRODUÇÃO DE FÓRMULAS PARA CONTAR SEQUÊNCIAS - (APÊNDICE E)**

**Material utilizado:** Um quadrado desenhado com cinco ou seis quadradinhos de lado

### **Objetivo:**

- Escrever expressões que generalizem;
- Avaliar a possibilidade de representar uma mesma situação por meio de diversas expressões;
- Verificar a equivalência entre as diversas expressões algébricas com o uso de técnicas algébricas.

### **Procedimentos:**

#### **1ª etapa**

Entrega-se a cada aluno um quadrado desenhado com cinco ou seis quadradinhos de lado. Pergunta-se aos alunos quantos quadradinhos há na borda.

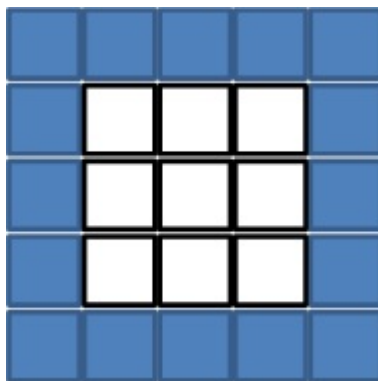


Figura 03: Atividade - HSU (2014)

### 2ª etapa

Pergunta-se aos alunos quantos quadradinhos haverá na borda com 37 quadradinhos de lado.

### 3ª etapa

Reunidos em grupos os alunos socializam as soluções e escolhem uma delas para ser divulgada. Cada grupo deve explicar por escrito qual o método usado para calcular a quantidade de quadradinhos na borda de um quadrado com 37 quadradinhos de lado. Tal método deve ser passível de aplicação a outros casos.

### 4ª etapa

Discussão sobre os métodos de cálculo, apresentados na lousa em linguagem usual. Cada grupo analisará o método dos demais, descartando o que julgue ineficazes. Depois se partilham os resultados para chegar a um consenso.

### 5ª etapa

Cada grupo é orientado a escrever uma fórmula que traduza o método de sua preferência (quer ele tenha sido elaborado pelo próprio grupo, quer por outrem).

### 6ª etapa

As diferentes fórmulas obtidas (é de esperar uma pluralidade de fórmulas corretas) são apresentadas e discutidas.

## 7ª etapa

Várias perguntas são feitas aos alunos a fim de mostrar-lhes como a fórmula é útil para conhecer as características da situação por ela representada.

**Relato da formação:** Nessa atividade, todos os professores passaram por cada uma dessas etapas propostas acima descritos (fotos 14 e 15) e, em seguida, cada representante do grupo mostrou como efetuou a contagem para representar o número total de quadradinhos na borda do quadrado com 37 de lado, mencionado na 3ª etapa. Observa-se que a riqueza dessa atividade está na diversidade de estratégias possíveis, com as respectivas expressões diferentes, porém equivalentes.



Foto 15: Oficina - SILVA (2014)



Foto 16: Oficina - SILVA (2014)

Ao longo dessas formações deste módulo, a experiência realizada em vários momentos forneceu um repertório de repostas para a questão e registramos as possíveis expressões apresentadas pelos professores na discussão sobre a atividade como mostra a tabela a seguir:

<b>QUADRO II – Métodos</b>	
$37^2 - 35^2$	$n^2 - (n - 2)^2$
$4 \times 37 - 4$	$4 \times n - 4$
$2 \times 37 + 2 \times 35$	$2 \times n + 2 \times (n - 2)$
$4 \times 36$	$4 \times (n - 1)$
$37 + 37 + 35 + 35$	$n + n + (n - 2) + (n - 2)$
$37 + 36 + 36 + 35$	$n + (n - 1) + (n - 1) + (n - 2)$
$2 ( 37 + 35)$	$2 (n + n - 2)$
$4 (35) + 4$	$4 (n - 2) + 4$

Quadro 02: Elaboração - HSU (2014)

Durante o trabalho em grupo, confrontam-se diferentes estratégias, que evidenciam critérios talvez implícitos, como a economia, a clareza e a simplicidade. Tais critérios determinarão o andamento das comparações e a eleição de uma estratégia de cálculo passível a generalização, e principalmente, a ser explicada por escrito para o restante dos professores.

**Comentários:** Desafiar os alunos a mostrarem que expressões aparentemente distintas podem ser equivalentes é um meio importante para que os alunos compreendam a utilidade das manipulações algébricas que aprendem. Seguem alguns métodos comentados passo a passo baseados em um quadrado de lado 37:

**Métodos:**

Somar quatro vezes 37, nos quatro lados, e depois tirar um em cada vértice, onde confluem dois lados. Ou seja:

$$37 \times 4 - 4$$

**Métodos:**

Contar dois lados inteiros de 37 e depois 35 para cada um dos outros dois lados.

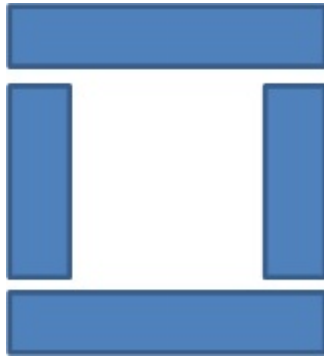


Figura 04: Atividade - HSU (2014)

**Métodos:**

Contar tiras de cada lado de 36 quadrinhos:  $4 \times 36$

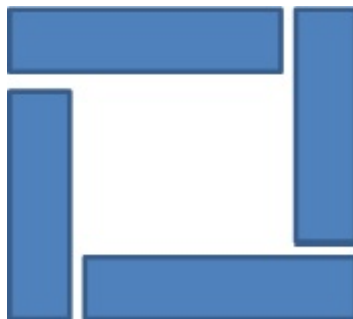


Figura 05: Atividade - HSU (2014)

**Métodos:**

Contar todos os quadrinhos do quadrado com 37 de lado e subtrair-lhe os do quadrado com 35 de lado:

$$37^2 - 35^2$$

A característica central é, em todos os exemplos, encontrar uma fórmula para o passo  $n$  de uma sequência construída, iterativamente, segundo um processo explicitamente regular. A produção da fórmula é o ponto de apoio para abordar questões constitutivas da linguagem algébrica (Combier, Guillaume e Pressiant apud Sessa 2009). Trata-se de contar os

quadrados da borda e achar uma fórmula que possibilite esse cálculo em função da quantidade de quadrados do lado do quadrado.

Nicaud, apud Sessa (2009), fala de três níveis semânticos relacionados ao tratamento das expressões:

1º nível (avaliação): dar sentido a uma expressão algébrica por meio da substituição de valores nas variáveis e da realização do cálculo correspondente.

2º nível (tratamento): transformar as expressões em outras equivalentes. Isso implica conhecer as transformações e saber justificá-las tendo em vista que uma expressão e sua transformação coincidem em toda e qualquer avaliação.

3º nível (resolução dos problemas): ter conhecimento de estratégias que permitam a escolha das transformações mais adequadas para resolver determinado problema, sabendo antecipar o efeito das transformações a serem realizadas.

# Capítulo 3

## PERCURSO DA PESQUISA

"Tudo que vale a pena ser feito, vale a pena ser bem feito". (Confúcio)

Na percepção de um problema deflagra o raciocínio e a pesquisa, levando a formular hipóteses e realizar observações que poderão estimular uma reflexão crítica acerca da natureza dos procedimentos utilizados na pesquisa científica.

Neste capítulo iremos detalhar o percurso utilizado na pesquisa, respondendo as nossas questões sobre o questionário aplicado aos professores, a fim de esclarecer os métodos e as técnicas utilizadas sobre o ensino da álgebra.

### 3.1 Instrumentos da pesquisa

Para alcançarmos nossos objetivos, decidimos trabalhar com dois tipos de pesquisa: o qualitativo e o quantitativo. Uma vez que, para obter uma melhor compreensão da realidade analisada se faz necessário utilizar técnicas sobre os dois tipos de pesquisa.

Segundo Sanches e Minayo (1993), há alguns elementos de diferenciação entre as pesquisas quantitativa e qualitativa, pois a quantitativa atua em níveis de realidade na qual os dados se apresentam como indicadores e tendências observáveis. Já a investigação qualitativa, trabalha com valores, crenças, hábitos, atitudes e representações, se adequando apenas em aprofundar a complexidade dos fatos e processos particulares e específicos de cada grupo.

No entanto, podemos dizer que ambas são de naturezas diferentes, mas não excludentes e podem ou não ser complementares uma da outra na compreensão de uma realidade. Dessa forma, se a relação entre elas não é de continuidade, tampouco elas se opõem ou se contradizem.

A pesquisa qualitativa possibilita ainda a criação de conhecimentos, garantindo a aproximação concreta e histórica dos objetos de estudo, solicita um questionamento, uma vivência histórica crítica por parte do observador-pesquisador, para que haja um diálogo com a realidade do local da pesquisa, o pesquisador e sujeitos da pesquisa (TOZONI-REIS, 2006).



Os elementos da pesquisa quantitativa adotados neste trabalho foram de acordo com Kalhil (2008):

- Utilização de tratamentos estatísticos, como gráficos, para uma adequada interpretação da realidade pesquisada.
- Quantificação das coletas de dados e informações para apurar as opiniões e atitudes explícita dos sujeitos da pesquisa.

## **3.2 Local da pesquisa**

A pesquisa foi realizada na Divisão do Desenvolvimento Profissional do Magistério (DDPM) da Secretaria Municipal de Educação (SEMED) em turnos matutino e vespertino, contando com a participação de 95 (noventa e cinco) professores de Matemática de ensino fundamental de 6º ao 9º ano, cujo tema da oficina pedagógica do ano 2014: "Laboratório: Um espaço de construção do conhecimento Matemático", distribuídos em quatro módulos e, realizados entre os meses de março a novembro. Os dias que realizamos as atividades eram somente as terças-feiras no horário de atendimento pedagógico (HTP), pois esse é o dia que os professores eram liberados para participar das formações e oficinas de matemática conforme o turno que trabalham.

## **3.3 Perfil dos professores entrevistados**

Antes de descrevermos o perfil dos entrevistados, tomamos por base o ano de 2011, conforme as informações cedidas no Departamento de Matemática da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, eis que a partir desse ano que foi inserido metodologia do ensino da matemática na grade curricular do curso de licenciatura em matemática. Os professores envolvidos na pesquisa lecionavam, na época, a disciplina de Matemática nas series do 6º ao 9º ano na Rede Pública Municipal de ensino.

Foram entrevistados 95 (noventa e cinco) professores. Desse total, 97% finalizaram a graduação antes de 2011, enquanto apenas 3% concluíram a graduação depois de 2011, ou seja, de um total de 95 professores, apenas 3 (três) destes tiveram a oportunidade de cursar metodologia de ensino, independe de instituições particulares ou privadas.

Percebeu-se também que mais de 50% dos professores entrevistados estão na carreira do magistério a mais de 10 anos. Por outro lado, percebemos ainda, que existem muitos profissionais atuando em sala de aula, sem a formação específica em licenciatura em Matemática, ou seja, são formados em outra graduação e apenas com a complementação em Matemática.

### 3.4 Caminho percorrido para realização das oficinas

No percurso da pesquisa, decidimos trabalhar com a Investigação Ação Participativa (IAP), já que este enfoque difere do método tradicional de se fazer investigação científica, uma vez que conceitua as pessoas como sujeitas em interação com os peritos investigativos.

Marconi e Lakatos (2010) definem a IAP como uma modalidade de investigação, e neste o pesquisador atuará como auxiliar do processo, visto que os objetivos é conseguir que o sujeito consiga transformar a sua realidade e a dos estudantes. Esses autores definem ainda que:

Para a IAP, a importância do conhecimento é a condição de ele poder orientar e transformar o grupo, a comunidade ou a organização, melhorando a qualidade de vida de seus integrantes. Ela possui a capacidade de ação e poder transformador, resultante da reflexão e investigação contínua sobre a realidade. No processo de mudança, torna-se importante a participação e a comunicação entre os integrantes da investigação, no qual o plano, as decisões e a execução constituam-se em um compromisso por toda a equipe. (MARCONI E LACATOS, 2010, p.73)

A escolha dessa temática foi devido à primeira percepção com o cenário da pesquisa, quando atuei como professora de Matemática do Ensino Fundamental, de uma Escola Municipal da cidade de Manaus, durante quatro anos. Nesse percurso, durante o desenvolvimento dos trabalhos, observei que as dificuldades dos estudantes em entender os conceitos do ensino da álgebra estavam presentes notoriamente em todas as aulas ministradas durante o ano. Percebeu-se ainda que o entendimento dos estudantes em relação à álgebra era distante de sua realidade, e de seu cotidiano.

Sobre essa realidade observada, os autores Pozo e Crespo (2009), destacam que os estudantes aprendem cada vez menos, e tem menos interesse pelo que lhes é ensinado, pois...

Muitas vezes, os alunos não conseguem adquirir as habilidades necessárias seja para elaborar um gráfico, a partir de alguns dados ou para observar corretamente através de um microscópio, mas outras vezes o problema é que eles sabem fazer as coisas, mas não entendem o que estão fazendo e, portanto, não conseguem explicá-las nem aplicá-las em novas situações (POZO e CRESPO, 2009, p. 16.)

Tendo essa inquietação e a preocupação, ao longo do ano de 2014 pensamos na realização de oficinas que abordassem esta e outras realidades presentes no ensino básico. E atualmente, como formadora da Divisão de Desenvolvimento Profissional do Magistério - DDPM,

na Secretaria Municipal de Educação de Manaus - SEMED, decidimos em conjunto com o grupo de formadores de Matemática que nos quatro módulos de formação continuada dos professores da área, abordaríamos no último módulo conteúdo específico de álgebra: "Reflexões sobre o ensino da álgebra", uma vez que esse conteúdo escolar é um dos que mais os discentes apresentavam dificuldade de aprendizagem no Ensino Fundamental.

### **3.5 Apresentação e investigação dos dados**

Gil (1989) define o questionário como uma "técnica de investigação composta por número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos interesses e situações vivenciadas"(p. 128). Para captar a realidade vivenciada pelos professores, utilizamos mais de um instrumento de coleta de dados, sendo elas: um questionário inicial para verificar as características de formação e de atuação dos professores, assim como estratégias utilizadas para o ensino da álgebra e um questionário final a fim de obter a satisfação e a aplicação nas aulas de matemática.

O questionário inicial (apêndice F) apresenta dez questões, sendo quatro perguntas fechadas, que investigaram a instituição de ensino em que o professor cursou sua graduação, o ano que iniciou e finalizou o curso, campo de atuação, isto é, série que estão ministrando e o tempo atuando no magistério, onde tratará de definir as categorias explicativas do que é necessário analisar os fenômenos que são objetos da pesquisa (SEVERINO, 2007, p. 131).

Nas seis perguntas abertas verificamos o quantitativo de professores que não cursaram a disciplina de metodologia de ensino da álgebra durante sua formação, analisamos também sobre a compreensão da álgebra e suas estratégias de ensino. Posteriormente verificamos, de acordo com as respostas dos questionários, as dificuldades encontradas e as possíveis respostas em inserir o lúdico no processo de ensino da álgebra. Por último fechamos o questionário inicial com a pergunta, sobre a participação em aperfeiçoamentos ou cursos referentes à metodologia no ensino da álgebra.

No questionário final (apêndice G), apresenta apenas uma pergunta aberta, e procuramos verificar se o curso de formação continuada de professores contribuía para a melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas.

### **3.6 Análises dos dados**

Os gráficos a seguir mostram os dados coletados no que se refere ao questionário inicial.

Notamos nos dois primeiros gráficos, que os professores que cursaram graduação nas instituições públicas tem maior predominância (gráfico 01), comparando as instituições privadas.



Gráfico 01: Qual a instituição que você cursou a graduação?

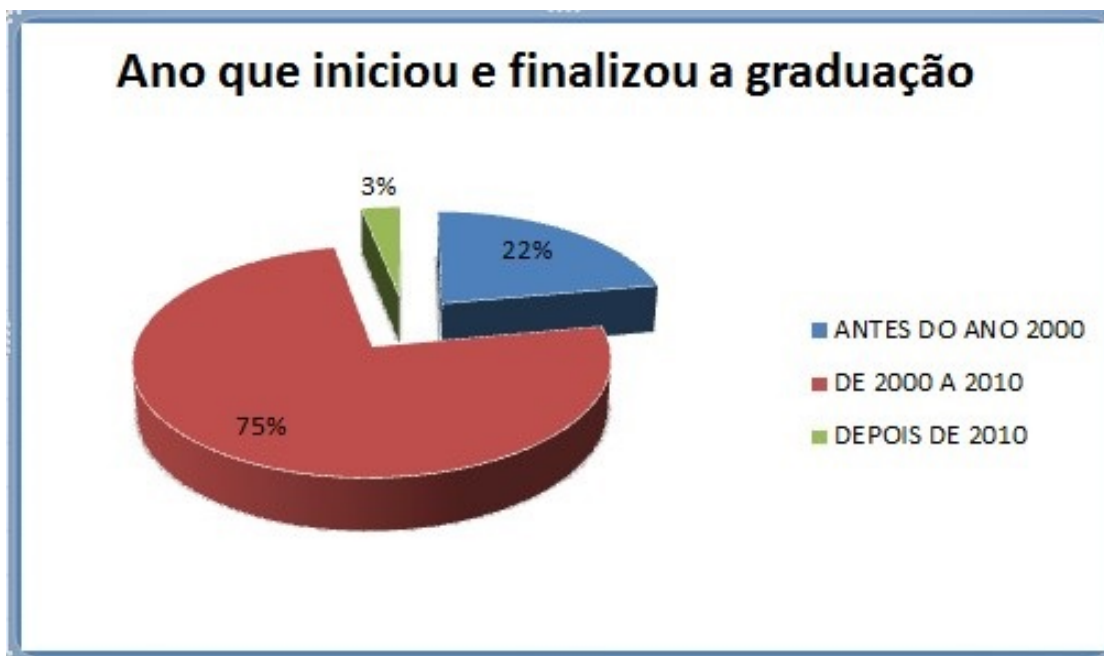


Gráfico 02: Em que ano você iniciou e finalizou sua graduação?

Observa-se ainda que a análise feita para os que concluíram nas duas instituições pública/privada (gráfico 02) o ano de início e término do curso de graduação, no intuito de verificar o tempo em que cada professor concluiu seu curso, possui quase a totalidade dos entrevistados concluíram o curso antes de 2011, e neste período, a metodologia do ensino não fazia parte da grade curricular.

Isso acaba limitando o desenvolvimento das aulas e as práticas de ensino da turma em que o professor está atuando independentemente de qualquer conteúdo ministrado. Vale ressaltar que somente 3% dos entrevistados, formaram depois do ano de 2011 e esses, conseguem ministrar boas aulas de álgebra?

Na pergunta seguinte, os entrevistados responderam sobre a realização de algum módulo de metodologia para o ensino da álgebra durante no seu curso de graduação.

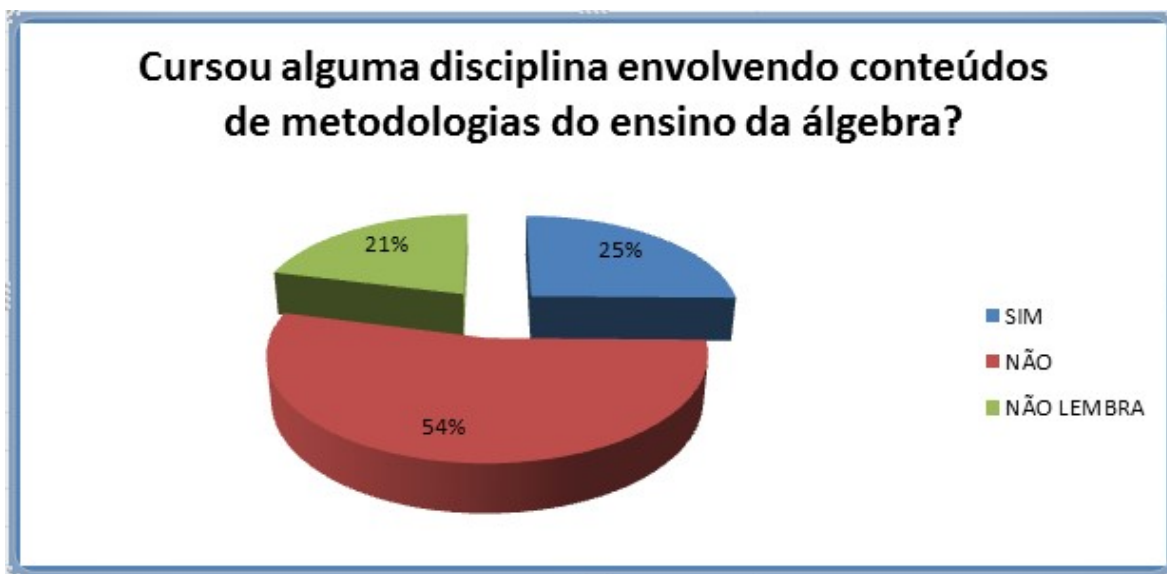


Gráfico 03: Durante sua graduação você cursou alguma disciplina envolvendo conteúdos de metodologia para o ensino da álgebra?

E o resultado apenas ratificou a nossa preocupação, pois mais de 50% dos professores independente da instituição concluída, infelizmente não fizeram metodologias de ensino da álgebra ou das ciências.

Os que fizeram, citaram as seguintes disciplinas: Álgebra abstrata, Conteúdo complexo, Metodologia de ensino da álgebra, Estruturas algébricas e Critério de divisibilidade, Matemática para o ensino do 1º e 2º grau, Prática de ensino em Matemática I e II, Introdução a álgebra, Introdução a álgebra moderna, Operações com polinômios usando recortes de papel e Material concreto envolvendo monômios e polinômios.

Cabe ao professor se manter atualizado e acompanhar as mudanças existentes. É fundamental que ele possua ou adquira o hábito de leitura, além de acompanhar e procurar informações que possam melhorar sua prática pedagógica.

A Educação Matemática a cada ano é mais presente entre nós, e são os livros que tem por objetivo a divulgação da matemática: tratando de jogos, história, aplicações, conceitos fundamentais, curiosidades, resoluções de problemas, dificuldades de aprendizagem e divertimento, por isso os professores deveriam se aprofundar e familiarizar com o tema.

Na sequência, o gráfico abaixo mostra o campo de atuação dos professores de matemática que fazem parte do curso de formação. Estes concentram sua docência no Ensino Fundamental.

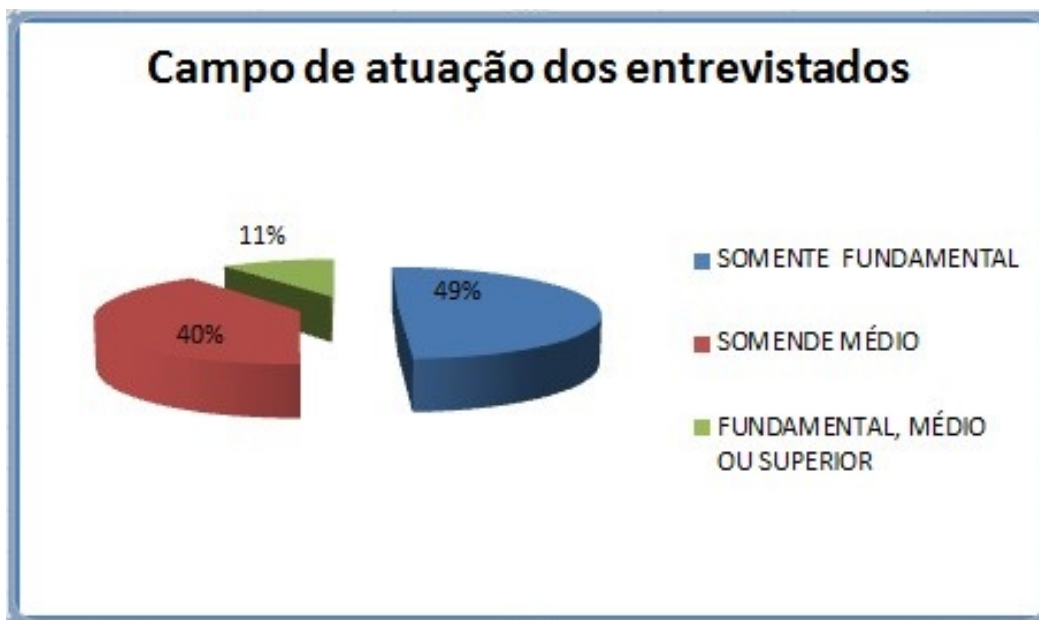


Gráfico 04: Qual seu campo de atuação?

Ministrando uma aula que motive os alunos a aprender cada vez mais tem sido um desafio incessante dos professores da disciplina de matemática. O desafio amplia-se consideravelmente em dados que são históricos, mostrando que algumas dificuldades de ensinar e aprender essa disciplina estão presentes vários lugares do mundo. Todos os professores, sem exceção, desejam motivar seus alunos para que aprendam a matemática e veem na aula o lugar de descobertas sobre a sua realidade do cotidiano, e principalmente, os professores que atuam no ensino fundamental tem a sua relevância neste processo de ensino e aprendizagem.

Outro aspecto que merece destaque, é a identificação do tempo de magistério, observa-se no gráfico abaixo, a sua predominância de professores que atuam há mais de 10 anos na carreira de docência.



Gráfico 05: Qual seu tempo de magistério?

A teoria e a prática do professor não se restringem na graduação, aos cursos de formação de professor e livros, e por melhores que sejam, não conseguem oferecer a sabedoria construída pela experiência do magistério e os conhecimentos que o professor adquire por meio de sua prática pedagógica para desempenhar bem a sua função (LOURENZATO, 2006, p.9).

Na pesquisa em Educação Matemática e um novo papel para professor, segundo Ubiratan D'Ambrósio:

Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Propõem-se tanto a educação a distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substituirá o professor. Todos serão meios auxiliares para o professor. Mas este, incapaz de se utilizar desses meios, não terá espaço na educação. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade, em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e na crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa (2012, p.73).

Portanto os saberes da experiência podem ser melhorados, em quantidade e em qualidade, se o professor se habilitar a refletir sobre sua prática docente.

Na sequência temos o gráfico que mostra sobre o entendimento da álgebra no ensino fundamental.



Gráfico 06: O que entende por álgebra?

Na descrição da resposta, é notório que a definição de álgebra pelos professores, esteja caracterizada por letras e símbolos. Segundo os relatos dos professores durante a formação do último módulo, a definição dos alunos se resume em letras.

A Álgebra para muitos é uma fonte de confusão, levando à atitudes negativas consideráveis entre os alunos e, obviamente, é um sentimento que poderia ter sido expresso por qualquer professor de matemática. Uma das razões para que os alunos considerem a Álgebra difícil, é o fato de existirem concepções diferentes na compreensão dos significados das letras.

Não é fácil definir a álgebra, pois a álgebra ensinada no ensino fundamental tem conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de matemática. Dois matemáticos cujos trabalhos muito influenciam o ensino de álgebra em nível da escola superior, Saunders Mac Lane e Garret Birkhoff (1967), começam sua álgebra com uma tentativa de ligar as álgebras no fundamental e superior:



A álgebra começa como arte de manipular somas, produtos e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representem os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um sistema algébrico, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contanto apenas que essas operações satisfaçam certas regras básicas ( p. 1).

Na sequencia da investigação das estratégias de ensino utilizadas, temos o resumo:

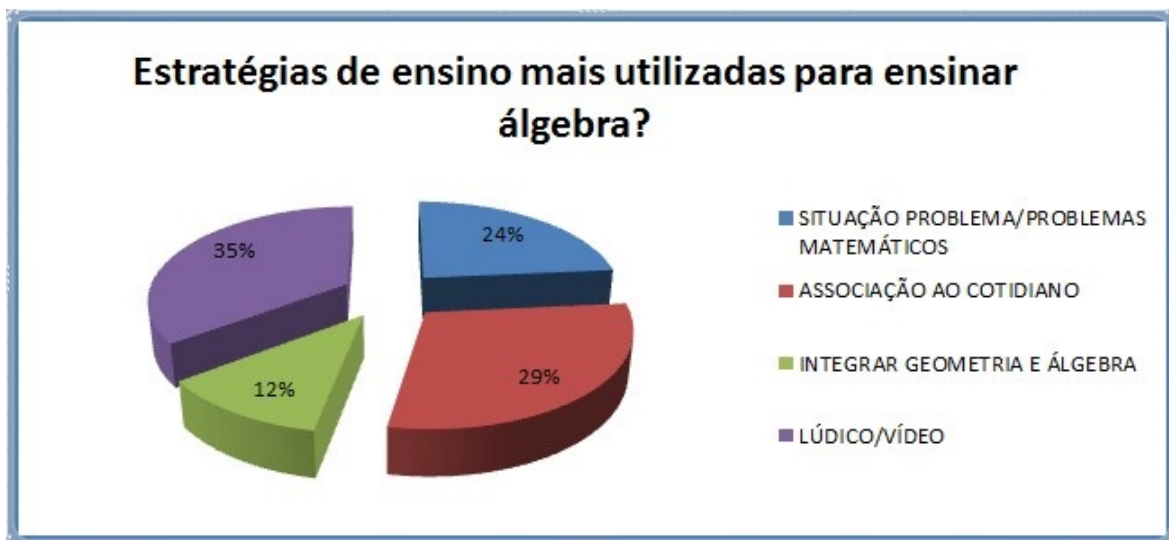


Gráfico 07: Quais estratégias de ensino você costuma utilizar ao ensinar esse tema?

Descrevendo a estratégia utilizada pelo docente para ensinar álgebra concentra-se em lúdico/vídeo, porém há necessidade, primordialmente, é de tentar descobrir o que torna a álgebra difícil e, este identificar os tipos de erros que os alunos comumente cometem nessa matéria e investigar as razões desses erros.

Em alguns momentos também saltamos etapas no ensino por desconhecimento minucioso do conteúdo, ou por não utilizar a melhor estratégia didática, ou falta de material didático.

Lourenzato (2006, p. 53), ressalta a importância de explorar as aplicações da matemática no cotidiano. Comumente na sala de aula, o professor recebe perguntas como: onde vou aplicar isso? quando usarei isso? por que tenho que estudar isso?. O constante questionamento é plenamente justificável, pois quem sente bem, quando é sem sentido o que faz?

Ensinar matemática associando no cotidiano torna a aprendizagem mais atraente, mais próximo da realidade e significativa. A presença de aplicações da matemática nas aulas é

um dos fatores que mais podem auxiliar nossos alunos a se prepararem para a sociedade. Elas explicam os "porquês matemáticos" e são ótimas auxiliares na resolução de problemas.

No gráfico seguinte, apresentamos o que se refere as dificuldades encontradas para ensinar álgebra. Destaca-se uma das possíveis causas é na compreensão/associação das letras, representando 27% dos entrevistados.



Gráfico 08: Qual a dificuldade que você encontra ao trabalhar com o tema da álgebra?

Porém, nós como professores, devemos ter a engenhosidade de procurar uma forma de partir de onde o aluno apresenta dificuldades. Quando a preocupação consiste em vencer o conteúdo e o nosso objetivo é que nossos alunos realmente aprendam, que se envolvam com o que estão trabalhando, que saibam agir com autonomia e iniciativa diante dos problemas, devemos realmente repensar o encaminhamento que estamos dando às nossas aulas de matemática.

No que concerne o lúdico nas aulas de matemática, todos os entrevistados ratificaram sobre a sua relevância e, notamos que maior parte dos professores apontam apenas a necessidade no ensino fundamental e os demais relatam que é importante ensinar de forma lúdica em outros aspectos como mostra o gráfico seguinte.

Faz-se necessário, mudar a nossa postura para que a escola não seja o lugar no qual o aluno aprende a executar e repetir aquilo que lhe é ensinado, acomodando-se sem questionar. Como educadores que somos, devemos estar constantemente preocupados em tentar ensinar menos, no sentido de mostrar como fazer, e deixar maior espaço para que os alunos aprendam.

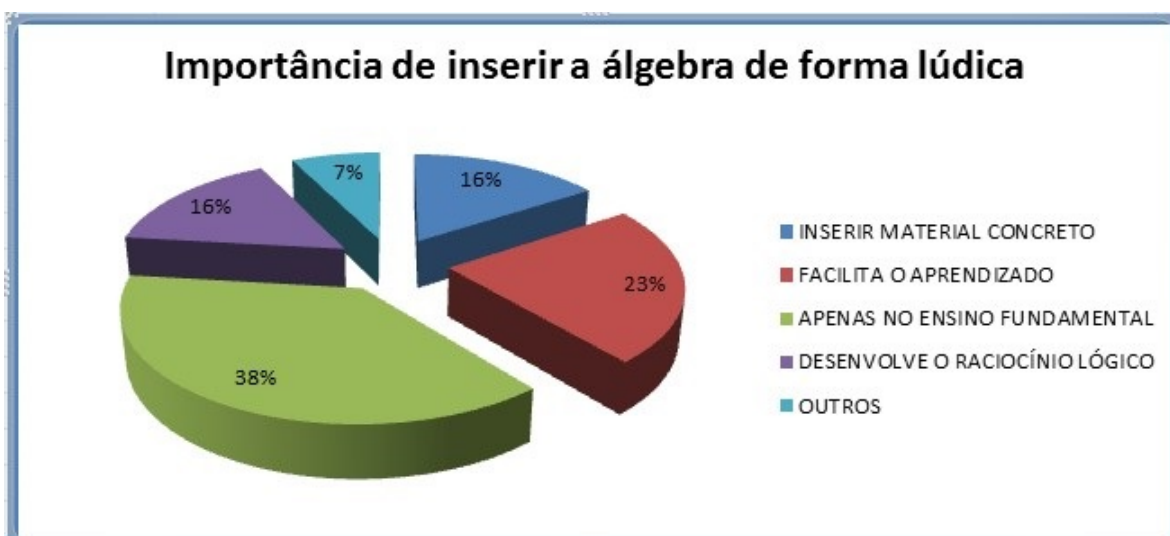


Gráfico 09: Você acha importante inserir aspectos de álgebra de forma lúdica? Justifique.

Dessa forma, devemos desempenhar nosso papel como desafiadores e questionadores, encorajando nossos alunos a ir além daquilo que a educação baseada na transmissão pode oferecer.

Apesar das constantes e crescentes referências acerca do uso de jogos no ensino, esta é uma prática ainda pouco difundida e aceita em nossas salas de aula. Entretanto, se a maneira como se joga, como lembra Rêgo (1997) significa nada mais nada menos que a maneira como estamos no mundo, recomendamos àqueles que apresentam ainda alguma resistência a concessão de espaço para o lúdico em sua sala de aula, que experimentam pensar que o jogo não se opõe ao sério, mas deve ser seriamente considerado como recurso didático que pode conferir a eficiência, entusiasmo e prazer no processo de ensino/aprendizagem da Matemática.

Starepravo (2009) considera que o uso dos jogos nas aulas de matemática pode ser um bom começo. Quando jogam, os alunos têm a oportunidade de formular e testar suas hipóteses, porque se veem constantemente, diante de situações-problema. Os conteúdos matemáticos são descobertos como ferramentas das quais podem dispor para solucioná-los.

Certamente, quando o aluno pode ser o agente, e não apenas ver seu professor mostrando como se faz, passa a se relacionar melhor com as situações-problema. Gostamos daquilo que nos desafia, que nos envolve e gostamos de saber que somos capazes de superar desafios.

Dentro desta concepção de aprendizagem, os professores envolvidos da pesquisa, acreditam no uso do material concreto tem fundamental importância. A partir da utilização adequada do mesmo os alunos passam a ter uma nova visão do que seja Matemática, vencendo mitos e preconceitos negativos e superando os obstáculos surgidos destas crenças. O ensino é complementado através da formação de ideias, imagens e esquemas surgidos das ações executadas sobre o material e os professores de Matemática passam a executar seu trabalho enfrentando uma menor reação do aluno, tornando a aprendizagem mais eficaz.

Por último, deixamos uma pergunta sobre a participação de alguma formação sobre metodologia.



Gráfico 10: Você já participou de alguma formação ou aperfeiçoamento de professores em que foi abordada ou explorada alguma experiência metodológica de ensino com álgebra?

No universo dos entrevistados, tivemos 23% que responderam sim, um professor justificou que a formação envolvia mais a ênfase do treinamento de aluno a extrair as informações dos problemas para interpretar e montar a equação.

Outro participou de uma formação sobre cálculos algébricos e, este relatou que foi muito importante, pois mostrou uma forma bem simples e divertida de ensinar sobre o assunto, válido para aplicar na sala de aula, relatou um professor.

### 3.7 Relatos e análise do questionário final

Após o término do último módulo da formação continuada de professores foi entregue um questionário final (apêndice G) para cada docente presente, contendo apenas uma pergunta aberta. No questionário eles responderam individualmente, sobre a relevância das atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores que podem contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas.

Na tabela abaixo, organizamos em grupos de professores que tiveram as descrições equivalentes da pesquisa.

**QUADRO III – TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO FINAL DOS PROFESSORES QUE RESPONDERAM “SIM”**

GRUPO	DESCRIÇÃO	QUANTIDADE
A	Os materiais apresentados são de fácil acesso, compreensão e aplicação.	08
B	A apresentação, iniciativa e prática contribuem significativamente para alcançar novos conhecimentos, vontade e reflexões nos praxis metodológicas em sala de aula.	03
C	As atividades apresentadas foram de fundamental importância, pois deu uma forma lúdica de ensinar;  Contribui bastante no processo ensino aprendizagem, pois os alunos participam mais em sala de aula através do lúdico;  Proporcionam o envolvimento dos alunos de uma forma prazerosa na construção do conhecimento, despertando os mesmos para a realização das atividades.	18
D	Antes de aplicar os conceitos e as propriedades da álgebra é interessante desenvolver a visão mais abrangente do aluno.	02
E	É muito importante esse contato que temos nessas formações. As novas metodologias são sempre novidades de se transmitir conhecimentos matemáticos de forma diferenciada e contribui bastante no processo ensino-aprendizagem	17
F	Trabalhando com material concreto e algumas questões problemas, facilita o raciocínio nos alunos.	02

G	<p>Este tipo de formação é fundamental para os professores desenvolverem suas atividades em sala de aula. Este incentivo deve continuar, pois desperta o interesse do professor em querer adquirir sempre mais conhecimentos;</p> <p>Excelente atividade com certeza irá aplicar os métodos e também as ideias obtidos com a formação em minhas aulas;</p> <p>Eu mesmo como professor de matemática estava equivocada sobre os conceitos de álgebra. As atividades propostas são bastante interessantes e produtivas.</p>	15
H	Na formação obtemos uma nova perspectiva quanto aos conteúdos ministrados. Há um enriquecimento das opções de trabalho em sala de aula (técnicas inovadora, motivadoras e curiosas).	05
I	Há necessidade que as atividades realizadas nas formações sejam mais voltadas ao cotidiano.	01
J	Ótimas ferramentas apresentadas para que os alunos dos níveis básicos possam ter maior afinidade com os conceitos algébricos para o dia a dia.	02
L	Muito proveitoso; aprimora conhecimentos do docente e discente; muito boa e atrativa para os alunos do nível fundamental; excelente abordagem da álgebra, de acordo com a série e o nível da capacidade dos alunos; melhora a compreensão do aluno.	12
M	Achou importante, porém não contemplou a pergunta (sem nexos).	05
<b>TOTAL</b>		<b>90</b>

Quadro 03: Elaboração - HSU (2014)

Em termos metodológicos, a opção por um enfoque qualitativo foi decorrendo naturalmente de um percurso que está sendo trilhado durante as oficinas. Além do mais, este é um enfoque que permite fazer um enlace constante e permanente entre a importância da formação continuada e a proposta metodológica no ensino da álgebra durante o próprio desenvolvimento do trabalho.

Realimentada por vários fatores citados pelos 90 (noventa) professores, que mar-

caram e ratificaram positivamente, ganhando contornos tão nítidos, que passa a constituir uma proposta e referência para os docentes no que diz no ensino da álgebra.

Notamos que não se trata de algo estático, ao contrário, as inquietações que manifestam sobre essa prática, revelam tratar-se de um grupo dinâmico, aberto as alterações.

Segue alguns registros com imagens descritas pelos entrevistados, que responderam "SIM", onde citam que são relevantes e que contribuem significativamente para processo de ensino e aprendizagem da álgebra nas escolas.

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

sim                      ( ) não                      ( ) em parte

Justifique.

Há vários métodos ótimo p/ ser trabalhado em sala de aula para motivar os alunos e esses métodos são ensinados na formação e estas sendo ótimo pois já trabalhei alguns deles com meus alunos e eles gostaram.

Foto 16: Relato do professor - HSU (2014)

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

sim

não

em parte

Justifique.

A educação matemática se encontra em constante evolução, junto com isso, há a necessidade dos professores seguirem com o propósito de melhoria no processo ensino-aprendizagem. Isso é preocupações em melhorar o sistema educacional vigente, e isso é muito motivador. Por fim, essas formações são muito importantes para compartilhar com os colegas e alunos as experiências adquiridas.

Foto 17: Relato do professor - HSU (2014)

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

sim

não

em parte

Justifique.

Esta é a terceira formação que participe e para mim foi uma das melhores. Gostei muito, pois tive diversas atividades simples, porém interessantes. São atividades que com certeza vou aplicar aos meus alunos. Parabéns a todos.

Foto 18: Relato do professor - HSU (2014)



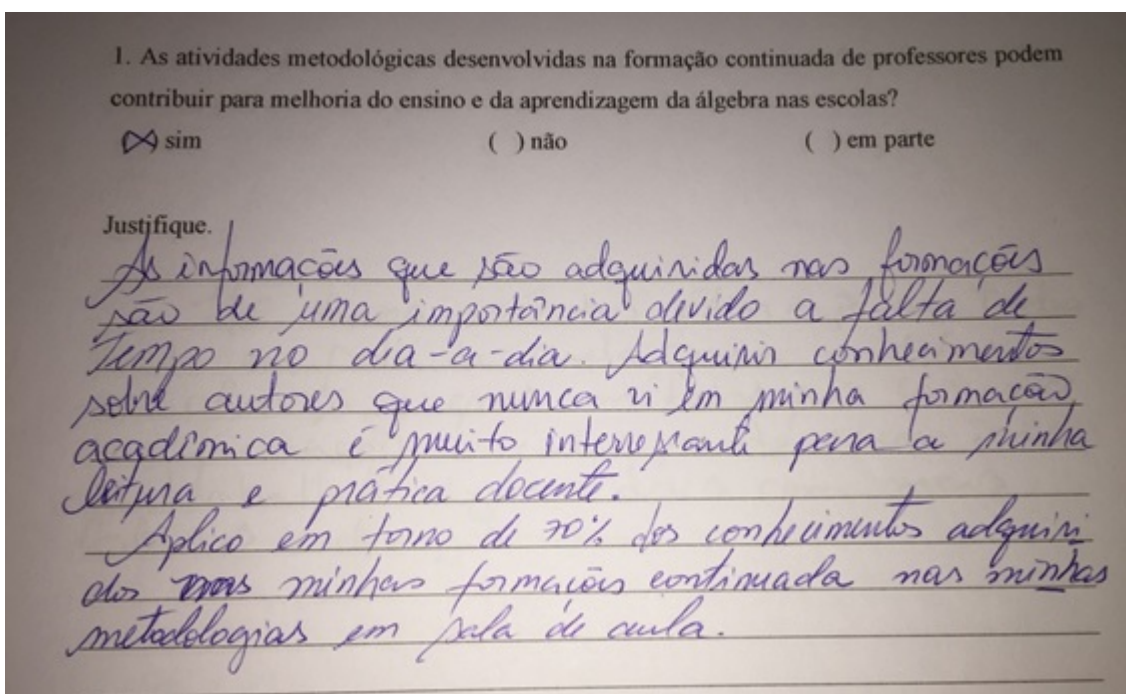


Foto 19: Relato do professor - HSU (2014)

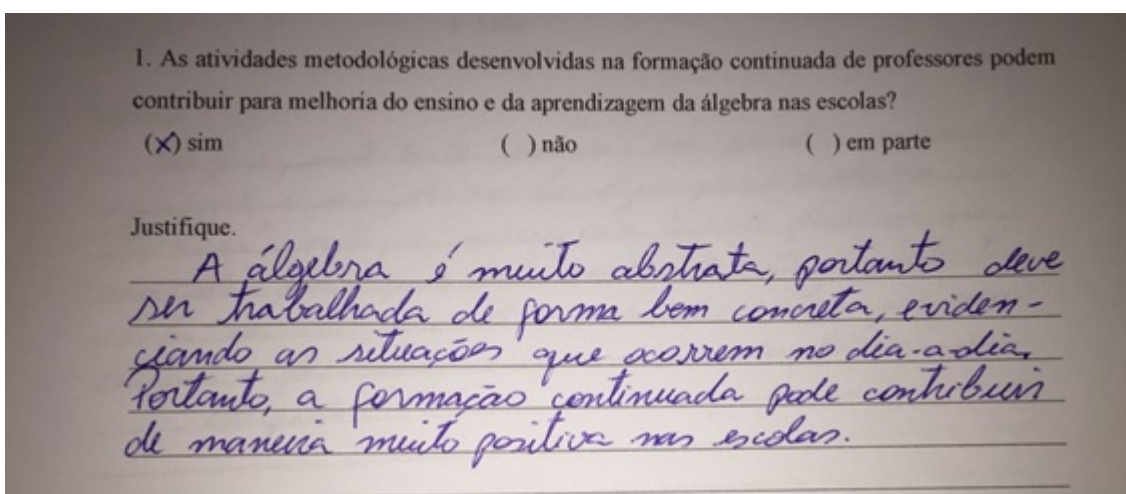


Foto 20: Relato do professor - HSU (2014)

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

sim

não

em parte

Justifique.

As formações ~~x~~ tornam ambientes de troca de conhecimento tornando possível o professor ampliar seus métodos de ensino, integrar ou até mesmo criar novas técnicas de ensino. Se o professor realmente se mostrar interessado ele transforma o ensino da álgebra para algo interessante e divertido.

Foto 21: Relato do professor - HSU (2014)

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

sim

não

em parte

Justifique.

As formadoras sempre mostraram formas lúdicas, interessantes e motivadoras de abordar a matemática em sala de aula. Além disso utilizaram recursos simples e de baixo custo. As atividades vivenciadas nas formações podem ser facilmente adaptadas para que sejam desenvolvidas em sala de aula, contribuindo para o ensino e aprendizagem da álgebra nas escolas.

Foto 22: Relato do professor - HSU (2014)

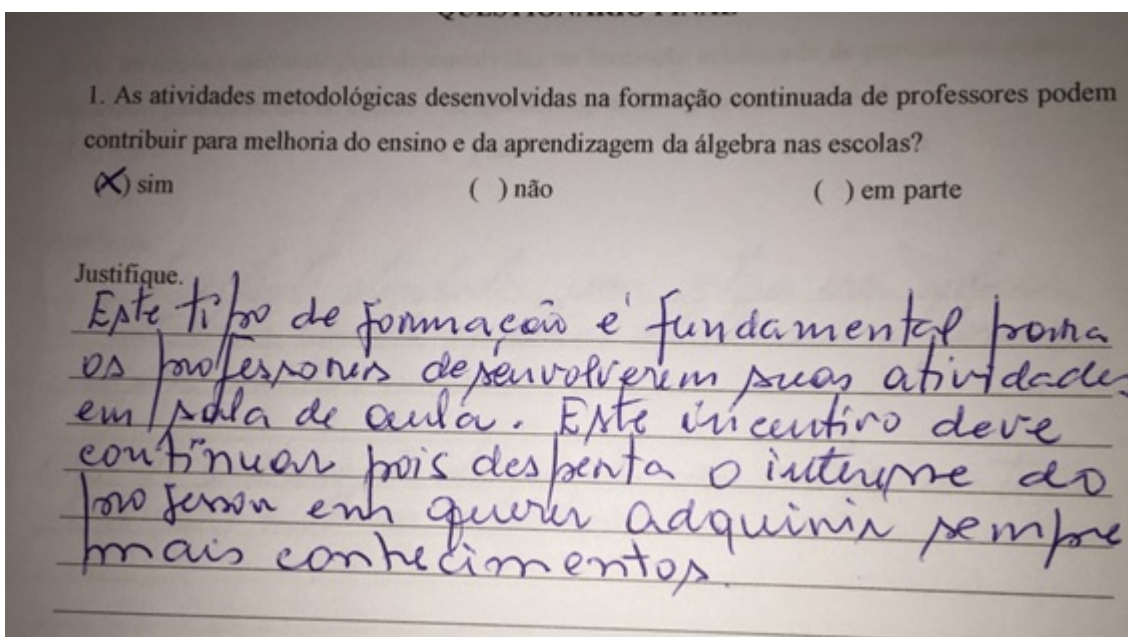


Foto 23: Relato do professor - HSU (2014)

QUADRO IV – TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO FINAL DOS PROFESSORES QUE RESPONDERAM “NAO”		
PROFESSOR (A)	DESCRIÇÃO	QUANTIDADE
N	As formações continuadas são mais chatas que as aulas em sala de aula.	01
TOTAL		01

Quadro 04: Elaboração - HSU(2014)

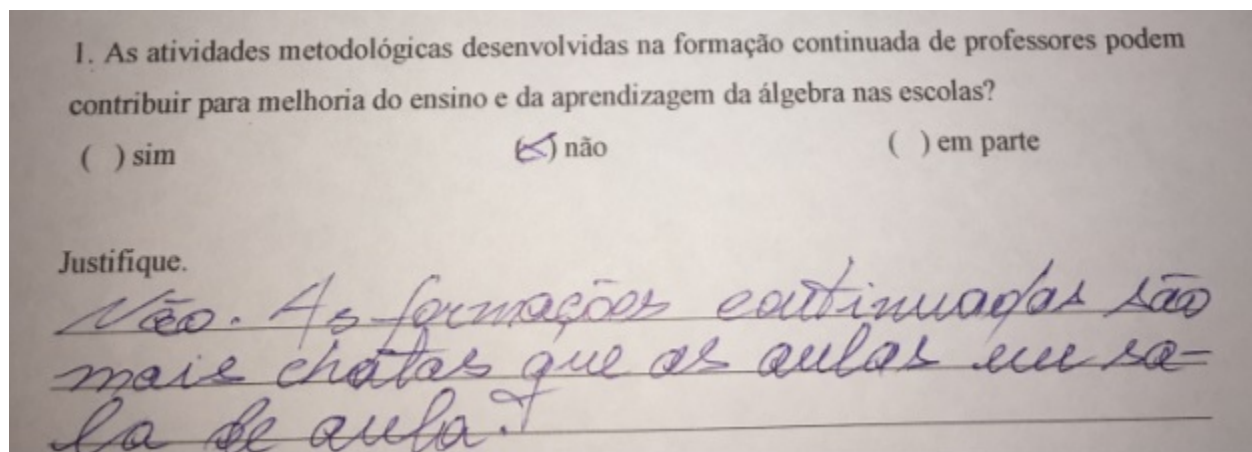


Foto 24: Relato do professor N - HSU (2014)

As escolas públicas apresentam problemas particularmente com relação ao ensino da matemática, há bastante tempo. Infelizmente, alguns professores resistem às mudanças e observa-se que no universo dos entrevistados, apenas um professor não esteve satisfeito com a inserção das atividades metodológicas.

Considerando esta posição, podemos analisar sobre um novo prisma a questão da resistência dos professores à mudanças em sua prática. O que observamos geralmente é que, na maioria das vezes, são eles considerados como únicos responsáveis pelo direcionamento dado à sua prática, desconsiderando-se os variados elementos que interferem em suas decisões relativas ao trabalho pedagógico.

Podemos ainda observar, que muitas vezes o interesse do professor em introduzir alguma mudança em sua sala de aula não encontra apoio ou respaldo na escola. Geralmente, no interior da escola se assume uma atitude de, como vimos nos relatos, culpam o professor pelos atropelos que porventura surgirem em um processo de mudança na prática. Dessa forma, o que se observa é que a escola, enquanto instituição pode desencorajar atitudes inovadoras por parte dos professores mais propensas à mudança.

Relacionando os contextos da prática pedagógica com a questão da mudança, (SACRISTÁN, 1992) ressalta que a mudança e a inovação são fenômenos complexos e neste sentido, indica:

"A formação contínua de professores deve por em causa as bases da profissionalidade docente, não limitando-se a uma reciclagem a nível dos conteúdos ou das destrezas. (...) a mudança pedagógica e o aperfeiçoamento dos professores devem ser entendidos no quadro de desenvolvimento pessoal e profissional."(p. 76)

A questão da resistência à mudança é discutida também por (NÓVOA, 1995). De acordo com este autor, os professores podem tornar-se resistentes à mudança devido ao seu apego a práticas que funcionaram com sucesso anteriormente em sua trajetória profissional.

"Há aqui um efeito rigidez que, num certo sentido, torna os professores indisponíveis para a mudança. E é verdade que os profissionais do ensino são por vezes muito rígidos, manifestando uma grande dificuldade em abandonar certas práticas, nomeadamente as que foram empregues com sucesso em momentos difíceis de sua vida profissional."(p. 17)

Nesse sentido, podemos constatar que o processo de mudanças na prática pedagógica está relacionado ao processo de formação de professores e que estas mudanças para se efetivarem devem ser pensadas em um contexto mais amplo, considerando-se a inserção dos professores nas escolas e destas no contexto social.

Infelizmente na falta de reflexão do professor sobre a sua prática pedagógica acabam por repetição, um ensino destituído de significado para os alunos. Assim, ser reflexivo é uma exigência ao professor que procura por uma melhor postura profissional.

QUADRO V – TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO FINAL DOS PROFESSORES QUE RESPONDERAM “EM PARTE”		
PROFESSOR (A)	DESCRIÇÃO	QUANTIDADE
O	A troca de experiências nas formações continuadas é válida e importante quando realmente a temática proposta é direcionada ao público alvo das séries que trabalhamos. Portanto contribui sim.	01
P	Acredito que tudo é válido para incentivar e motivar os educandos, porém vejo que ainda faltam muitos recursos para propormos algumas atividades como esta em uma sala de aula com 40 alunos em média. Mas realmente haver uma dedicação, acho que podemos tentar, e com certeza o retorno será excepcional.	01
Q	O tempo de aula é curto e o comportamento deles não é muito bom. Nada podem atrair a atenção deles, apenas alguns deles.	01
R	O sistema de ensino não deixa que você utilize práticas ou tire os alunos da sala (ou rotina) são muitos recursos desnecessários: tabletes, Datashow, lousa digital, quadro interativo e apostila do positivo. O professor acaba não utilizando quase nada das formações, ou seja, essas formações são interessantes, mas sem utilização.	01
TOTAL		04

Quadro 05: Elaboração - HSU (2014)

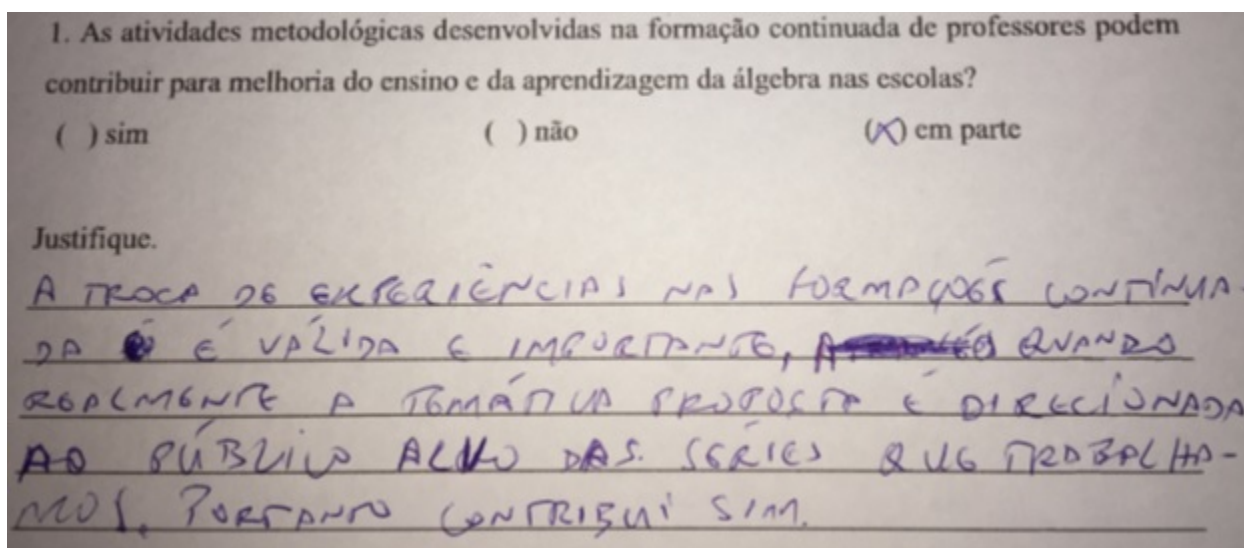


Foto 25: Relato do professor O - HSU (2014)

Sabemos que quando participamos de formações, cursos ou outros meios do ensino da matemática para ser proveitoso ao aluno precisam estar vinculados à realidade na qual este está inserido. Para isso, precisa ser planejado, organizado e adequá-las as possibilidades e necessidade do conteúdo ministrado.

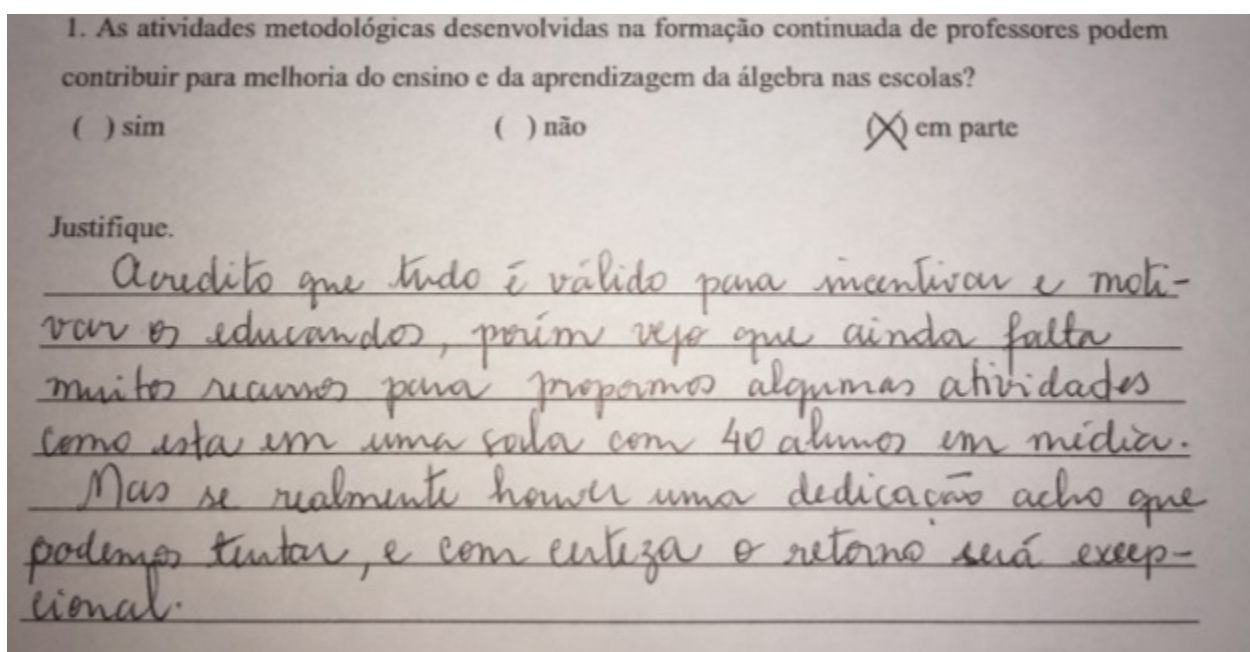


Foto 26: Relato do professor P - HSU (2014)

Uma das dificuldades no ensino de um modo geral, é o quantitativo de alunos em cada sala de aula, e esses comentários, lamentavelmente é a realidade do nosso estado e há décadas vem se repetindo com esse quantitativo em cada turma. Cabe realmente, nós docentes e, com uma dose de boa vontade, como relata e ressalta um professor da pesquisa, se houver dedicação, teremos com certeza o sucesso nessa empreitada.

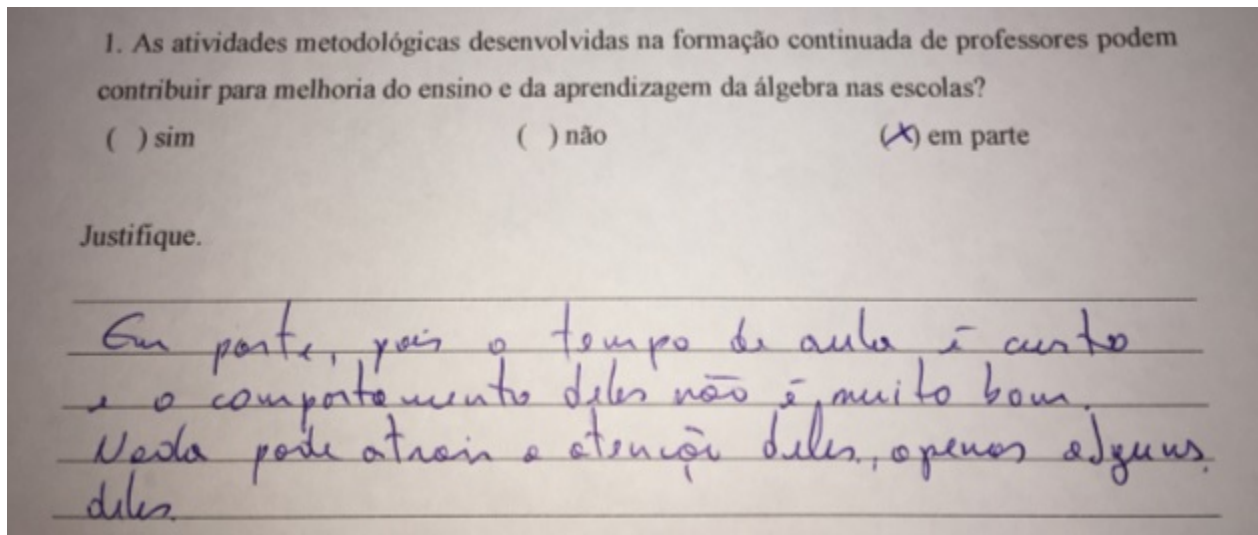


Foto 27: Relato do professor Q - HSU (2014)

Importante analisarmos o porquê desses comportamentos de alguns alunos, pois sabemos que no contexto social no qual ele está inserido influi também em seu modo de pensar e de agir, em seus interesses e necessidades e na hierarquização de seus valores. E o tempo de aula, nós podemos ser seletivos nos conteúdos, sabemos dos pré-requisitos necessários referentes ao assunto a ser aprendido pelo aluno e o que é essencial para a sequência didática ao longo do tempo de magistério.

No passado, o professor era a autoridade, fora e dentro da sala de aula. Muitos professores ministram as aulas como detentor da verdade, cabendo os alunos somente ouvirem e obedecerem. Foi uma época de culto ao silêncio, na qual, descreve Paulo Freire, "em lugar de comunicar-se, o educador faz comunicados"(1987, p.58).

Essas são algumas maneiras de tornar o aluno passivo, indiferente e repetidores e, até mesmo, temerosos com relação à matemática. Se acreditarmos e desejamos auxiliá-lo a transformar-se um cidadão, é preciso permitir e incentivar que nossos alunos se pronunciem em nossas aulas e saber ouvi-los para tomadas de decisões.

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

( ) sim

( ) não

em parte

Justifique.

O sistema de ensino não ajuda  
aqui não utilizo ferramentas ou  
TIZO os alunos da sala (ou POTINA)  
SÃO MUITOS OS RECURSOS DESNECESSÁRIOS  
TABLETS, DINASHOW, LUSA DIGITAL, QUADRO  
INTERATIVO. APOSTILA DA POSITIVO.  
E O PROFESSOR AINDA NÃO UTILIZANDO  
QUASE NADA DAS FORMAÇÕES. OU SEJA  
ESSAS FORMAÇÕES SÃO INTERESSANTES  
MAS SEM UTILIZAÇÃO

Foto 28: Relato do professor R - HSU (2014)

Cabe para este relato, em particular, o professor verificar a necessidade e a realidade da turma que atua para selecionar e utilizar os recursos oferecidos para que tenha um resultado satisfatório no ensino e aprendizagem dos discentes.



# Considerações Finais

Não existe um único problema na sociedade moderna cuja solução não passe pela educação. Por isso, nenhum educador sério deve prescindir de uma análise sobre sua prática e seus métodos. Todo e qualquer instrumento de auxílio deve ser aproveitado pelos profissionais envolvidos com as práticas pedagógicas.

Assim, esta dissertação abordou a importância da formação continuada dos professores, apresentando como proposta aos estudantes, diferentes enfoques e aplicações interessantes sobre o ensino da álgebra, tratando de motivá-los com problemas contextualizados para auxiliá-los no processo ensino e aprendizagem da matemática.

Neste contexto, o professor quase sempre não encontra ajuda e apoio para realizar essa tarefa de motivar e instigar o aluno, relacionando a Matemática com outras áreas de estudo e identificando no nosso cotidiano a presença de conteúdos que são desenvolvidos em sala de aula. Para isso, é importante compartilhar experiências que já foram testadas na prática e é essencial que o professor tenha contato com os textos de leitura acessível, que ampliem seus horizontes e aprofundem seus conhecimentos.

Inserir o conteúdo em contexto mais amplo provocando a curiosidade do aluno ajuda a criar a base para um aprendizado sólido que só será alcançado através da real compreensão dos processos envolvidos na construção do conhecimento.

Um dos grandes problemas neste campo parece residir no fato de que os atores envolvidos, dentre alunos e professores, encaram os problemas matemáticos como algo distante e abstrato e metafísico. Na verdade, a matemática é apresentada simbolicamente durante toda a vida escolar. No entanto, percebe-se que as metodologias mudam de acordo com os conteúdos trabalhados em cada série.

Contudo os obstáculos sempre irão existir independentes da metodologia que se use, pois não existe receita pronta que ao seguirmos garanta o sucesso do ensino, mas com as inovações, experiências e reflexões sobre as metodologias, pode-se promover a aprendizagem.

Assim, os resultados obtidos durante a formação continuada dos professores através dos dois questionários: inicial e final, respondidos pelos participantes da pesquisa nos permitiram concluir que alcançamos os objetivos da pesquisa. No decorrer da oficina, notamos o entusiasmo e o interesse deles em participar das atividades que foram propostas e que produziu o efeito esperado, isso vem corroborar nas análises do questionário final.

De modo geral, os participantes declararam-se satisfeitos com relação à oficina e,

ainda ressaltaram a importância do uso das materiais alternativos e de baixo custo para a realidade dos alunos.

Entretanto, sabemos que é um trabalho árduo para os professores que estão trabalhando diretamente em sala de aula, há um número excessivo de alunos por sala, principalmente acompanhar e nivelar individualmente os conteúdos deixados em lacunas nas séries anteriores. Contudo, acreditam que poderia haver melhoria na aprendizagem da álgebra se os conteúdos abordados e explorados na oficina tivessem inseridos nas grades dos cursos de licenciaturas.

Trazer a matemática para o universo cotidiano é um desafio premente para os educadores sérios e qualquer instrumento de apoio é válido neste contexto. Conhecer é uma grande aventura para o espírito humano e não pode ser fonte de desprazer nem de medo. Aprender brincando, mas reconhecendo na brincadeira e nos seres que brincam uma seriedade singular deve ser uma prática cotidiana em nossas escolas.

Esperamos que esta dissertação tenha provocado a reflexão sobre a prática do ensino e que as buscas para a melhoria do ensino não se esgotem para fortalecer a gratificação que sente todo professor quando consegue envolver seus alunos nos desafios da aprendizagem.

Portanto, a pesquisa permitirá novos desafios, pois se trata de pesquisa posterior com professor/aluno, e via de fato, acompanhar e verificar se realmente há aprendizagem significativa dos cursos e oficinas trabalhados com os professores em sala de aula, cabem também, outras pesquisas deverão ser abordadas e desenvolvidas uma vez que os questionamentos e dificuldades dos estudantes podem ser diferentes no decorrer do trabalho.

# Referências Bibliográficas

- [1] AZAMBUJA, C. R. J. Oficina pedagógica de matemática da PUCRS contribuições à prática de professores de matemática do ensino fundamental e médio. Dissertação (Mestrado em Educação), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1999.
- [2] BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
- [3] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [4] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [5] CANDAU, Vera et al. Tecendo a cidadania: oficinas pedagógicas de direitos humanos. Petrópolis: Vozes, 1995.
- [6] CHAMBADAL, Lucien. Dicionário da Matemática Moderna. São Paulo: Editora Nacional, 1978.
- [7] CEGALLA, Domingos Paschoal. Dicionário escolar da língua portuguesa/Domingos Paschoal Cegalla. 2.ed. São Paulo. Companhia das Letras.
- [8] DIENES, Z. P. Aprendizado Moderno da Matemática. Rio De Janeiro: ZAHAR EDITORES, 1974.
- [9] GARCIA, Francisco Fernandes. Aspectos históricos del paso de la aritmética al álgebra. IN: Revista de Didáctica de las Matemáticas. Número 14, ano IV, outubro de 1997.
- [10] GIL, Antônio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. São Paulo: Atlas, 1989.
- [11] KALHIL, Josefina Barrera. Seminário de Metodologia da Investigação. A pesquisa científica. Material audiovisual, 2008.

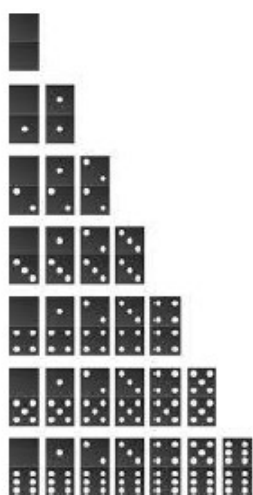
- [12] KIERAN, Carolyn. "Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra". IN: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
- [13] KLUSENER, Renita. Ler, Escrever e Compreender a Matemática, ao Invés de Tropeçar nos Símbolos. In: NEVES, Iara et al. Ler e Escrever: Compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001. p. 177-191
- [14] LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI. Campinas: Papyrus, 1997.
- [15] LOURENZATO, Sérgio. Para aprender matemática - Campinas, SP; Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- [16] LORENZATO, Sérgio. (org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. - 2.ed.rev. - Campinas-SP: Autores associados, 2009. (Coleção formação de professores).
- [17] MACLANE, Saunders, BIRKHOFF, Garrett. Álgebra. Nova Iorque: Macmillan Co., 1967. FREIRE, Paulo. Pedagogia do oprimido. São Paulo, Paz e Terra, 1987.
- [18] MacLane, Saunders e Garret Birkoff. Algebra. Nova Iorque: Macmillan Co., 1967. D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: Da teoria à prática - 23a ed. - Campina, SP; Papyrus, 2012 - (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- [19] MARCONI, Marina de Andrade, LAKATOS, Eva Maria. Metodologia do trabalho científico. São Paulo: Atlas, 2001.
- [20] MINAYO, M.C.S. e SANCHES, O. (1983) Quantitativo-Qualitativo: oposição ou complementaridade. Cadernos de Saúde Pública. Rio de Janeiro, v.9, n.3, pp.239-262.
- [21] MOITA, F. M. S. C.; ANDRADE, F. C. B. O saber de mão em mão: a oficina pedagógica como dispositivo para a formação docente e a construção do conhecimento na escola pública. Minas Gerais: Caxambu, 2006. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT06-1671-Int.pdf>> Acesso em: 25 de out de 2014.
- [22] MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. Zetetiké, São Paulo, ano 1, n. 1, p. 19 - 39, 1993.
- [23] MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? Pró-Posições, v. 3, n. 1(7), p. 39 - 54, mar. 1992.

- [24] NEWMAN, James R. (org.). The Universal Encyclopedia of Mathematics. Londres: George Allen Unwin Ltd, 1964.
- [25] NÓVOA, António. Os professores e as histórias da sua vida. In: NÓVOA, António (org.). Vidas de professores. Lisboa: Porto Editora, 1992
- [26] OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra. Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, ano 9, n. 12, p. 35-39, jun. 2002.
- [27] POSAMENTIER, Alfredo S. KRULIK, Stephen. A arte de motivar os estudantes do ensino médio para a matemática. Porto Alegre: AMGH, 2014.
- [28] POZO, Juan Ignacio, CRESPO, Miguel Angel Gómez; tradução Naila Freitas. A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico. - 5a ed. - Porto Alegre: Artmed, 2009.
- [29] RODRIGUES, Margarida Maria Marino; SIMON, Daniel Andrade. Conversando sobre a Prova Brasil: oficina de elaboração de itens "Matemática (9.º ano do Ensino Fundamental)" Manaus: Travessia, 2014 REGO, Rogéria Gaudencio. REGO, Rômulo Marinho. Matematicativa. 3.ed. - Campinas, SP, 2009. (Coleção formação de professores)
- [30] ROCHA, Antonio Olinto Marquesda, 1919 - Minidicionário Antonio Olinto da língua portuguesa/Antonio Olinto Marques da Rocha. 3.ed. São Paulo.
- [31] SACRISTÁN, José Gimeno. Consciência e ação sobre a prática como libertação profissional dos professores. In: NÓVOA, António (org.). Profissão Professor. Lisboa: Porto Editora, 1992.
- [32] SESSA, Carmen. Iniciação ao estudo didático da álgebra: origem e perspectiva. Tradução Damian Kraus. São Paulo: Edições SM, 2009.
- [33] SOUZA, Eliane Reame e DINIZ, Maria Ignez de S. Vieira. Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções. São Paulo: IME-USP, 1996.
- [34] STRUIK, Dirk J. História Concisa das Matemática. Gradiva. Lisboa: 1989.
- [35] TORRES, Juan Diego Sánchez. Jogos de Matemática e de Raciocínio Lógico. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012. SAMPAIO, Fausto Arnaud. Matemática: História, aplicações e jogos matemáticos-Volume I. 5a ed. - Campinas, SP: Papyrus, 2011. (Série Atividades).
- [36] TOZONI-REIS, M.F.C.; TOZONI-REIS, J.R. Conhecer, transformar e educar: fundamentos psicossociais para a pesquisa-ação participativa em educação ambiental. UNESP. Botucatu, 2004. [www.anped.org.br/reunioes](http://www.anped.org.br/reunioes).

- [37] USISKIN, Zalman. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. IN: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
- [38] USISKIN, Zalman. O Que É Álgebra Da Escola Média? In: COXFORD, Arthur F. e HULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
- [39] WAGNER, Sigrid. "Conservation of Equation, Conservation of Function, and Their Relationship to Formal Operational Thinking". Tese de Doutorado. New York University, 1977. KIERAN, Carolyn. "Concepts Associated with the Equality Symbol". Educational Studies in Mathematics 12 (1981): 317-26.

# Apêndice A

## Truque com dominó



Fonte: <http://www.blogdaciencia.com/wp-content/uploads/2011/11/tudo-sobre-dominio.png>

Material: Uma caixa de dominó

Com as 28 peças viradas para baixo, pede-se a uma pessoa, o participante, que retire uma e a verifique, sem que aquele que realiza o truque, o mágico possa ver qual é a peça. Em seguida, o participante, sem fazer comentário algum, deve realizar as seguintes operações: escolhe um dos dois números presentes na peça selecionada, aquele que desejar, e o multiplica por 2; ao produto de tal multiplicação soma-se 4; o número obtido pela adição é multiplicado por 5; à quantidade resultante é somado o outro número da peça; finalmente você diz ao mágico o valor obtido.

TORRES, Juan Diego Sánchez. *Jogos de Matemática e de Raciocínio Lógico*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

## Apêndice B

### O mistério das tampas de garrafas

- o Material: tampas de garrafa (no mínimo vinte tampas), 1 ficha ou qualquer outro marcador.

As tampas de garrafa deverão inicialmente estar dispostas sobre uma mesa, como ilustrado na figura 1 (qualquer número de tampas no círculo e na reta).

O mágico fica de costas e pede que alguém escolha um número maior que o número de tampas da reta (no exemplo da figura dada, deverá escolher um número maior que seis).

A pessoa deverá contar as tampinhas de uma em uma a partir da extremidade da reta (pela tampa indicada com a letra A, figura 1), para cima e no sentido anti-horário, ao entrar no círculo, até atingir o número pensado (se, por exemplo, fosse escolhido o número dez, a contagem pararia na tampa indicada com a letra B).

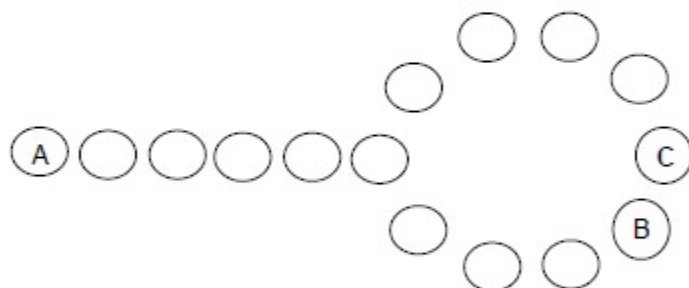


Figura 1: Tampinhas de garrafa. HUEY (2014)

Reinicia-se a contagem a partir da tampa em que terminou a contagem anterior (tampa B), mas desta vez em sentido horário em volta do círculo de tampinhas até chegar novamente ao número pensado (tampa indicada pela letra, no caso em que o número pensado fosse dez). Esconder o marcador sob essa tampa, para que o mágico descubra onde ele está.

O mágico vira-se e, sem saber qual o número pensado pelo desafiante, imediatamente descobre onde está escondido o marcador.



**Observação:** se for fazer a mágica mais de uma vez, o mágico deverá modificar o número de tampinhas da reta ou do círculo para que não se descubra facilmente seu funcionamento.

**Método:** Qualquer que seja o número escolhido, a contagem terminará sempre na mesma tampinha. Basta que o mágico escolha um número qualquer e repita a contagem com seu próprio número.

Você saberia explicar como o truque funciona?

Esta mágica é uma ótima ilustração da propriedade comutativa da adição, aplicada à decomposição de um número inteiro.

REGO, Rogéria Gaudencio. REGO, Rômulo Marinho. **Matemática**. 3.ed. – Campinas, SP, 2009. – (Coleção formação de professores)

# Apêndice C

## Aplicando álgebra

### Aplicação da estratégia de motivação

A maioria dos currículos de ensino de matemática espera que os alunos sejam capazes de representar e analisar situações matemáticas usando os símbolos algébricos. Esse motivador envolve os alunos em uma atividade de “Leitura da mente” que os desafia a explicar como e por que as instruções levam a um determinado resultado. A seguir, eles aprendem que devem usar as suas habilidades algébricas para comprovar as respostas. Esse motivador proporciona uma excelente atividade para introduzir uma aula sobre prova ou justificativa algébrica.

Comece com os alunos escrevendo qualquer número de três algarismos (composto de três algarismos diferentes). A seguir, eles devem formar todos os arranjos de dois algarismos que possam ser feitos a partir dos três algarismos do número original (deve haver seis dessas permutações ou arranjos dos algarismos). Peça para todos somarem os seis números de dois algarismos. Depois, peça que dividam essa soma pela soma dos algarismos do número original. Todos obterão o resultado 22. Pergunte-lhes por que isso acontece.

Inicialmente, os alunos ficarão “impressionados” com o fato de a resposta de todos ser 22. A curiosidade deles deve ser provocada para que perguntem por que isso acontece, independentemente dos três algarismos com que começaram. Eles devem lhe pedir para mostrar por que sempre funciona, o que leva a uma aula sobre as provas ou justificativas algébricas.

POSAMENTIER, Alfredo S. KRULIK, Stephen. *A arte de motivar os estudantes do ensino médio para a matemática*. Porto Alegre: AMGH, 2014.

# Apêndice D

## Logística

Uma boa alternativa para o uso inteligente das operações aritméticas é o jogo conhecido como Prova dos Nove. Ele é jogado por duas pessoas: um desafiante e um oponente.

- ✓ O desafiante escreve um número de dois algarismos em segredo. Suponha que ele escreveu 37.
- ✓ O oponente escreve, à sua frente, os números de 1 a 9, escolhendo dois deles para realizar uma operação. Por exemplo: ele escolhe usar os números 5 e 8 e realizar a operação de multiplicação, ou seja,  $5 \times 8$ . Em seguida, o oponente deve anunciar o resultado de sua operação que, neste nosso exemplo, é 40, e riscar os números usados 5 e 8, que não poderão ser reutilizados.
- ✓ O resultado 40 está acima do número escolhido em segredo (37). O desafiante deve, então, responder "ALTO", significando que o número obtido pelo oponente ultrapassou o valor que ele escolheu. Caso o resultado da operação fosse menor que 37, ele deveria responder "BAIXO".
- ✓ O oponente, daqui para frente, deverá utilizar, em seus cálculos, o resultado anterior (que nessa rodada é 40) e um dos números disponíveis para uma nova tentativa (1, 2, 3, 4, 6, 7, 9). Suponha que agora ele escolha o número 4 e a operação de divisão. Assim, o oponente irá fazer a operação  $40:4=10$ .
- ✓ Neste caso, a resposta do desafiante será "BAIXO".
- ✓ Prosseguindo, poderíamos ter o seguinte desfecho das rodadas seguintes:

- ✓ **Números restantes: 1, 2, 3, 6, 7, 9**
  - Operação executada:  $10$  (resultado anterior)  $\times 3$  (número escolhido) =  $30$
  - Resposta do oponente: **BAIXO**
  
- ✓ **Números restantes: 1, 2, 6, 7, 9**
  - Operação executada:  $30$  (resultado anterior) +  $6$  (número escolhido) =  $36$
  - Resposta do oponente: **BAIXO**
  
- ✓ **Números restantes: 1, 2, 7, 9**
  - Operação executada:  $36$  (resultado anterior) +  $2$  (número escolhido) =  $38$
  - Resposta do oponente: **ALTO**
  
- ✓ **Números restantes: 1, 7, 9**
  - Operação executada:  $38$  (resultado anterior)  $-1$  (número escolhido) =  $37$
  - Resposta do oponente: **ACERTOU!**

Como o oponente encontrou a resposta correta antes de acabarem os números de 1 a 9, ele venceu. Se isso não tivesse ocorrido, o desafiante teria sido o vencedor.

SAMPAIO, Fausto Araud. *Matemática: História, aplicações e jogos matemáticos- Volume I*. 5ª ed. – Campinas, SP: Papirus, 2011. – (Série Atividades)

## Apêndice E

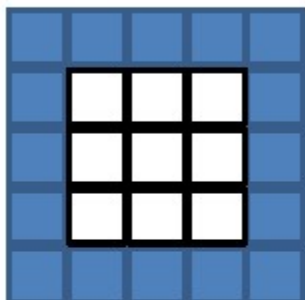
# A produção de fórmulas para contar sequências

### Característica

É central em todos os exemplos encontrar uma fórmula para o passo  $n$  de uma sequência construída iterativamente segundo um processo explicitamente regular.

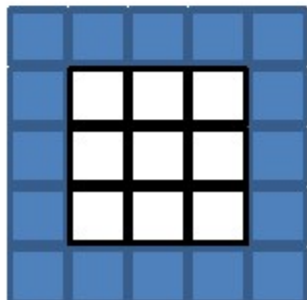
A produção da fórmula é o ponto de apoio para abordar questões constitutivas da linguagem algébrica.

(Combiér, Guillaume e Pressiant apud Sessa 2009)



Trata-se de contar os quadradinhos da borda e achar uma fórmula que possibilite esse cálculo em função da quantidade de quadradinhos do lado do quadrado.

1ª etapa: Entrega-se a cada aluno um quadrado desenhado com cinco ou seis quadradinhos de lado. Pergunta-se aos alunos quantos quadradinhos há na borda.



**2ª etapa:** Pergunta-se aos alunos quantos quadradinhos haverá na borda com 37 quadradinhos de lado.

**3ª etapa:** Reunidos em grupos os alunos socializam as soluções e escolhem uma delas para ser divulgada. Cada grupo deve explicar por escrito qual o método usado para calcular a quantidade de quadradinhos na borda de um quadrado com 37 quadradinhos de lado. Tal método deve ser passível de aplicação a outros casos.

**4ª etapa:** Discussão sobre os métodos de cálculo, apresentados na lousa em linguagem usual. Cada grupo analisará o método dos demais, descartando os que julgue ineficazes. Depois se partilham os resultados para chegar a um consenso.

**5ª etapa:** Cada grupo é orientado a escrever uma fórmula que traduza o método de sua preferência (quer ele tenha sido elaborado pelo próprio grupo, quer por outrem).

**6ª etapa:** As diferentes fórmulas obtidas (é de esperar uma pluralidade de fórmulas corretas) são apresentadas e discutidas.

**7ª etapa:** Várias perguntas são feitas aos alunos a fim de mostrar-lhes como a fórmula é útil para conhecer as características da situação por ela representada.

SESSA, Carmen. **Iniciação ao estudo didático da álgebra: origem e perspectiva.** Tradução Damian Kraus. São Paulo: Edições SM, 2009.



# Apêndice F

## Questionário inicial

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS – UFAM  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA – SBM  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- (PROFMAT)

### QUESTIONÁRIO INICIAL

Prezados professores,

Este questionário faz parte de uma das etapas para a conclusão da pesquisa de mestrado (PROFMAT). Sua contribuição para realizá-lo é indispensável.

O objetivo da pesquisa é identificar estratégias utilizadas para o ensino da álgebra e propor procedimentos metodológicos para tornar o processo de ensino mais eficaz. Relacioná-las com conceitos matemáticos e oferecer situações que o aluno possa redescobrir padrões, regras e relações sobre o significando do seu aprendizado.

Meng Huey Hou  
Mestranda

1. Qual a instituição que você fez a graduação?

Pública

Privada

Mista

2. Em que ano você iniciou e finalizou sua graduação?

---

3. Durante sua graduação você cursou alguma disciplina envolvendo conteúdos de Metodologia para o ensino da álgebra?

Sim

Não

Não lembro

Caso a resposta anterior seja afirmativa, o que você pode descrever sobre o conteúdo?

---

---

---

4. Qual seu campo de atuação?

somente ensino fundamental

somente ensino médio

somente fundamental e médio

fundamental, médio ou superior

outros \_\_\_\_\_

5. Qual seu tempo de magistério?

- ( ) menos de 5 anos
- ( ) de 5 a 10 anos
- ( ) mais de 10 anos

6. O que você entende por Álgebra?

---

---

---

7. Quais estratégias de ensino você costuma utilizar ao ensinar esse tema?

---

---

---

8. Qual a dificuldade que você encontra ao trabalhar com o tema da álgebra?

---

---

---

9. Você acha importante inserir aspectos de álgebra de forma lúdica? Justifique

---

---

---

10. Você já participou de alguma formação ou aperfeiçoamento de professores em que foi abordada ou explorada alguma experiência metodológica de ensino com álgebra?  
Em caso afirmativo, descreva sua experiência.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



# Apêndice G

## Questionário final

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS – UFAM  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA – SBM  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- (PROFMAT)

### QUESTIONÁRIO FINAL

1. As atividades metodológicas desenvolvidas na formação continuada de professores podem contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem da álgebra nas escolas?

sim                       não                       em parte

Justifique.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

# Apêndice H

## Termo de autorização e concordância de imagens e pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS – UFAM  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA – SBM  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL-  
(PROFMAT)

### TERMO DE AUTORIZAÇÃO E CONCORDÂNCIA DE IMAGEM E PESQUISA

Eu, \_\_\_\_\_, dou meu consentimento livre e esclarecido para participar como voluntário da pesquisa intitulada "REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA ÁLGEBRA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL DE MANAUS: uma proposta metodológica", de responsabilidade da pesquisadora Meng Huey Hsu, sob orientação do Prof. Dr. Roberto Antônio Cordeiro Prata, do Curso de Mestrado Profissionalizante em Matemática na Universidade Federal do Amazonas - UFAM.

Informo que esta autorização está vinculada ao uso de minha imagem, assim como de materiais entre fotos e documentos. Os dados pessoais dos participantes da pesquisa serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos com a pesquisa serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2014.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do participante

\_\_\_\_\_  
Assinatura da pesquisadora