UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de São José do Rio Preto

Michelle Aparecida Silveira

# A Interdisciplinaridade da Obra O Homem que Calculava, Aplicada ao Ensino de Matemática

São José do Rio Preto
2015

Michelle Aparecida Silveira

# A Interdisciplinaridade da Obra O Homem que Calculava, Aplicada ao Ensino de Matemática

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Orientador: Prof. Dr. Vanderlei Minori Horita

São José do Rio Preto
2015

Silveira, Michelle Aparecida.
A interdisciplinaridade da obra O homem que calculava, aplicada ao ensino de matemática / Michelle Aparecida Silveira. -- São José do Rio Preto, 2015 50 f. : il.

Orientador: Vanderlei Minori Horita
Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Abordagem interdisciplinar do conhecimento na educação. 3. Tahan, Malba 1895-1974, O homem que calculava. 4. Matemática - Metodologia. I. Horita, Vanderlei Minori. II. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. III. Título.

CDU – 51(07)

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Michelle Aparecida Silveira

A Interdisciplinaridade da Obra O Homem que Calculava, Aplicada ao Ensino de Matemática

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Vanderlei Minori Horita
UNESP – São José do Rio Preto
Orientador

Prof. Dr. Claudio Aguinaldo Buzzi
UNESP – São José do Rio Preto

Prof. Dr. Marcus Augusto Bronzi
UFU – Uberlândia

São José do Rio Preto
06 de fevereiro de 2015

# AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Ayrton e Osvaldira, por todo amor e dedicação, e por serem exemplos de superação e honestidade. Devo a eles o que sou hoje e toda a formação que tive.

À minha querida irmã, Danielle, por toda paciência e companheirismo sempre demonstrados, principalmente durante minha graduação e mestrado.

Ao meu amado esposo, Luiz Henrique, por ser altruísta e tratar meu mestrado como se fosse dele também. Que todas as conquistas futuras, assim como essa, sejam nossas.

Aos familiares e amigos, pelo interesse e compreensão demonstrados durante essa jornada, saibam que cada um à sua maneira me ajudou muito.

Ao meu querido amigo, Emilio, pelo carinho e paciência, durante toda minha formação acadêmica.

À Claudia, amiga que sempre tratou minhas conquistas como se fossem dela.

À Wiviane, pela amizade e companheirismo, tanto no PROFMAT quanto na graduação, onde dividimos cada angustia e conquista. Fico muito feliz de estarmos concluindo mais uma etapa juntas.

À professora Luana, por todo apoio, dedicação e amizade dados a mim e ao projeto que inspirou essa dissertação.

À professora Sandra, pelo belíssimo cenário confeccionado em suas aulas, e por tamanha dedicação ao teatro “A Princesa e o Calculista”.

À todos do Colégio Ateneu, principalmente direção e coordenação, que por valorizarem uma educação completa, sempre apoiaram meus projetos interdisciplinares.

Ao meu orientador, Vanderlei, que apoiou minha decisão de escrever sobre o livro “O Homem que Calculava”, confiando e me auxiliando no desenvolvimento de um bom trabalho.

Aos envolvidos na criação e manutenção do PROFMAT, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, por acreditarem em nossa capacidade de melhorar a qualidade do ensino de matemática no Brasil.

E finalmente, aos meus queridos alunos, que são a razão de cada projeto desenvolvido e de todas minhas conquistas, profissionais e acadêmicas.

# RESUMO

Diante de uma situação educacional, na qual os alunos demonstram dificuldades em interpretar e assimilar os conteúdos, elevando o índice de notas baixas, recuperações e repetências, a investigação de metodologias alternativas se faz necessária. Apresentaremos nesse trabalho, formas diferenciadas de ensino, inspiradas na obra literária “O Homem que Calculava”, escrita por Malba Tahan, heterônimo do professor Júlio César de Mello e Souza, com o objetivo de fornecer aos professores do Ensino Fundamental II uma visão interdisciplinar dessa obra como ferramenta de ensino.

Palavras-chave: *Interdisciplinaridade. Malba Tahan. Ensino de Matemática. Mello e Souza. O Homem que Calculava.*

# *ABSTRACT*

*When faced with an educational situation in which students show difficulties to understand and to assimilate the mathematical contents, the amount of low grades and grade repetition increase. So, research on alternative methodologies is needed. Inspired by the literary work "The Man Who Counted", by Malba Tahan (heteronym of teacher Júlio César de Mello e Souza) we present different ways of teaching, in order to provide to Secondary School teachers an interdisciplinary view this book as a teaching tool.*

*Keywords: Interdisciplinary. Malba Tahan. Teaching Math. Mello e Souza. The Man Who Counted.*

# Sumário

# Lista de Figuras

# 1 Introdução

Júlio César de Mello e Souza, nasceu em 6 de maio de 1895, foi professor, educador, pesquisador, arquiteto, engenheiro, escritor e editor. Dos 120 livros que publicou, 51 deles eram sobre matemática, sendo a obra "O Homem que Calculava", seu maior sucesso de vendas.

Segundo Lorenzato (2004), em meio a um ensino de matemática arcaico e inflexível, Júlio César sem medo de assumir o papel de herege, recomendava: o jogo como situação de aprendizagem; a criação de Laboratórios de Ensino da Matemática; a utilização de paradoxos e recreações em sala de aula; a apresentação de problemas interessantes; a narração de histórias bem como a integração da Língua Portuguesa com a linguagem matemática. Práticas até os dias de hoje, pouco utilizadas no ensino de matemática.

Com o vasto trabalho de Malba Tahan, heterônimo de Júlio César de Mello e Souza, surgiu uma nova face do ensino de matemática, ele a tornava mais interessante e o motivo é que esta não estava mais sozinha em seu inalcançável pedestal, mas sim vinculada às outras áreas do saber, aos problemas cotidianos de seus alunos e à construção do conhecimento prático necessário para resolvê-los. Para Júlio Cesar ensinar matemática era mais do que incutir em seus alunos conhecimentos algébricos específicos, visando uma forma de ensino completa ele promoveu um diálogo entre a matemática e as outras áreas do saber, ou seja, promoveu a interdisciplinaridade. Em seu discurso na Academia Brasileira de Letras, durante a premiação de "O Homem que Calculava", Júlio César de Mello e Souza expressa seu modo inovador de ver a matemática, bem como o significado da "interdisciplinaridade" em plena década de 30, antes mesmo desse termo sequer existir:

> Vosso gesto, senhores, vem provar, mais uma vez, o erro cometido pelos que consideram a Matemática uma ciência árida, transcendente, nebulosa, e destinada exclusivamente a reduzido número de iniciados. Ao contrário. A Matemática é simples, interessante e atraente e de uma acessibilidade que assombra.
> Ciência altamente estética, dotada de virtudes que encantam e de belezas sublimes que impressionam. Os que se ocupam da Matemática – afirma Gomes Teixeira, sábio português – começam a estudá-la pelo que tem de útil, principiam a amá-la quando compreendem o que tem de belo e apaixonam-se por ela quando alcançam o que tem de sublime.

> Apesar dessas virtudes e excelências, avulta entre nós, com alhures, o preconceito de que a Matemática vive em constante dissídio com as demais atividades da humana inteligência. Daí o desamor, senão a invencível ojeriza que lhe dedicam tantos lúcidos espíritos.
> O matemático, para muita gente, é um ser estranho, fora do comum. Não se interessa pela beleza da arte; não pratica os voos da imaginação. Eternamente distraído, passa a vida indiferente a tudo, retido naquela prisão gradeada de símbolos e figuras, onde se compraz em viver. No meio de tanta emoção, só ele não vibra! (...)
> Não pode haver, senhores, mais falsa imagem. (...)
> A que deve atribuir esses preconceitos senhores? Ao objeto da Matemática, tão vasto e tão útil em suas aplicações práticas? Não, certamente. Ao caráter da ciência dedutiva, lógica por excelência, de que se reveste? De forma alguma; o método seria, ao contrário, um fator de atração para o espírito. Ao alcance incomensurável de suas concepções, que nos fazem pensar, graças aos recursos de seu simbolismo, do simples, do elementar, para o inextricável, o incompreensível? Também não me parece residir aí a fonte de todo o mal. Os prodigiosos recursos que nos permitem, graças a um simples traço numa expressão numérica, uma letra que se transfere debaixo para o alto, um ponto a mais numa figura, que nos permitem alterar tudo, modificar tudo, transformar um problema banal em questão de análise transcendente – tudo isso deveria aumentar o interesse despertado pela Matemática, estimulada a curiosidade de estudioso pela invencível sedução do mistério.
> (MELLO e SOUZA,1939 *apud* FARIA,2004, p.119).

Ao tornar-se Malba Tahan, Júlio César não assume apenas um personagem, mas sim, um compromisso de ensinar uma matemática bem diferente da matemática tradicional, algebrista e rigorosa, ele encara o desafio de tornar o ensino de matemática instigante. E quase um século depois, não temos nós educadores o mesmo compromisso? A matemática está em toda parte, ela passeia livremente por todas as áreas do conhecimento e cabe a nós professores mostrarmos isso aos nossos alunos, propiciando um ensino interdisciplinar e aplicado a soluções de problemas que podem surgir em suas vidas pessoais e profissionais.

## 1.1 O Homem que Calculava, uma leitura compartilhada.

Este trabalho tem como foco de estudo a obra mais famosa de Malba Tahan, “O Homem que Calculava”, nela presenciamos a união entre matemática e literatura, e destas com as demais áreas do saber.

Em seu livro, Malba Tahan nos leva a Bagdá para acompanharmos as aventuras e proezas matemáticas do calculista persa Beremiz Samir, um hábil calculista que aplicava matemática de modo extraordinário, durante as incontáveis histórias que iam surgindo ao longo de sua viagem rumo a Bagdá. Com sua brilhante capacidade de raciocínio que o levava a resolver problemas até então, sem solução, Beremiz encanta seus companheiros, é admirado pelo rei e encontra o amor.

Unindo matemática e literatura, como atividade complementar ao currículo, em parceria com professora de literatura Luana Carolina Constantino Pereira, iniciamos um projeto de leitura compartilhada do livro “O Homem que Calculava”, com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II do Colégio Ateneu, localizado em São José do Rio Preto - SP.

A razão de termos escolhido a leitura compartilhada é que ela favorece a reflexão e a discussão sobre o que está sendo lido. Nela trocamos impressões, opiniões e analisamos os acontecimentos importantes no decorrer da história. O papel do professor como mediador de tal leitura é de ampliar a compreensão e apreciação dos alunos, chamando a atenção deles para aspectos da obra que passariam despercebidos e que são necessários para a um real entendimento. Tornando-se um espaço oportuno para colocar os alunos em contato com obras e autores mais desafiadores, obras que normalmente eles não leriam sozinhos, pois nessa leitura a cada dificuldade de interpretação o professor, como mediador, fornecerá o caminho para um entendimento completo sobre cada assunto.

Em virtude da necessidade de seguirmos um cronograma de conteúdo referente ao nono ano de ensino, essa leitura tornou-se uma atividade complementar. Uma aula por semana fazíamos a leitura de cerca de dois ou três capítulos do livro, seguida de uma discussão sobre os pontos principais. Percebemos logo no início que nossa atividade interdisciplinar estava fornecendo aos alunos uma espécie de ponte entre literatura e matemática, os que preferiam declaradamente a área de humanas mostraram-se muito satisfeitos de estarem lendo um livro na aula de matemática, já aqueles que gostavam de exatas, mas não gostavam de ler, mostraram-se mais interessados, pois segundo eles, “pelo menos era um livro que falava de matemática”. Não paramos na leitura, exploramos a escrita também, ao final de cada aula os alunos tinham a tarefa de refletir sobre o que foi lido e discutido e então produzir uma espécie de resumo sobre aqueles capítulos, enfatizando as questões matemáticas aprendidas. Dessa maneira, incluímos também, a gramática da Língua Portuguesa em nosso projeto.

E embora utilizássemos apenas uma, dentre as cinco aulas semanais de matemática, o projeto refletiu em todas elas, pois uma vez por semana tínhamos a oportunidade de resgatar conhecimentos matemáticos que, embora fossem pré-requisitos para o nono ano, não eram dominados por todos os alunos, dentre eles: operações com números racionais, múltiplos e divisores de um número inteiro e o conceito de razão e de proporção. Tivemos também a oportunidade de complementar conteúdos daquele ano, como função linear, radiciação e potenciação. Era um tipo de aula completamente nova para a maioria deles, agora a matemática era uma ferramenta para resolver problemas, ajudar pessoas e até mesmo, um reino inteiro.

No Capítulo 2, abordaremos alguns dos problemas do livro " O Homem que Calculava", que foram discutidos em sala durante o projeto: o problema dos 35 camelos; as três divisões; a dívida do joalheiro; o desafio dos quatro quatros; os pássaros cativos e os números perfeitos. No Capítulo 3, comentaremos sobre a avaliação interdisciplinar realizada com os alunos. No Capítulo 4, trataremos da segunda fase do projeto, que foi teatralizar parte da obra "O Homem que Calculava" através da peça "A Princesa e o Calculista", cujo roteiro pode ser encontrado no apêndice. E por fim no Capítulo 5, dentre as considerações finais, incluiremos depoimentos de alunos e professores que participaram do projeto.

# 2 Resolução de problemas - uma abordagem diferenciada.

A resolução de problemas é uma estratégia de ensino matemático que nos fornece ferramentas diferenciadas, ela propicia o abandono dos exercícios repetitivos e traz nossos alunos para uma matemática mais prática e com mais sentido permitindo assim, que os alunos sejam mais participativos em sala de aula. Cabe ao professor, durante o processo de resolução de um problema, fornecer oportunidades para que os alunos partilhem suas ideias quanto à estratégia e raciocínio de pensamentos matemáticos, dando-lhes a oportunidade de que eles mesmos verifiquem a praticidade dos conceitos matemáticos aprendidos.

Por mais simples que um problema matemático seja, ele pode estimular o gosto pelo raciocínio lógico, principalmente quando desafia a curiosidade e proporciona ao aluno a satisfação na descoberta da solução.

Nesse aspecto a literatura foi uma ferramenta indispensável, pois em seu livro Malba Tahan dispensa a mera aplicação de fórmulas, optando por estimular a curiosidade e o raciocínio do leitor solucionando problemas desafiadores e sem resposta trivial com a utilização de conceitos fundamentais da matemática.

Os tópicos abaixo fornecem alguns exemplos de uma leitura compartilhada aliada à resolução de problemas. São partes da obra "O Homem que Calculava", vinculadas não só ao seu respectivo conteúdo matemático, mas também à curiosidades matemáticas e desenvolvimento do raciocínio lógico. Tais tópicos tem como objetivo, mostrar uma parte do que foi trabalhado com os alunos, apresentando aos professores ideias de como usar o livro de Malba Tahan, para desenvolver aulas de matemática descontraídas, alegres e motivadoras.

## 2.1 O problema dos 35 camelos.

A seguir veremos como o impasse da divisão de 35 camelos pode tornar-se uma oportunidade de resgatar propriedades matemáticas importantes dos números naturais e dos racionais.

O trecho abaixo foi retirado do livro "O Homem que Calculava" e narra a divisão de uma herança de 35 camelos entre três irmãos:

> Poucas horas havia que viajávamos sem interrupção, quan-

do nos ocorreu uma aventura digna de registro, (...), três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos. Por entre pragas e impropérios gritavam possessos, furiosos:
- Não pode ser!
- Isto é um roubo!
- Não aceito!
O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.
- Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos como herança esses 35 camelos. Segundo a vontade expressa de meu pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed Namir uma terça parte, e, ao Harim, o mais moço, deve tocar apenas a nona parte. Não sabemos, porém, como dividir dessa forma 35 camelos, e, a cada partilha proposta segue-se a recusa dos outros dois, pois a metade de 35 é 17 e meio. Como fazer a partilha se a terça e a nona parte de 35 também não são exatas?
- É muito simples – atalhou o Homem que Calculava. – Encarrego-me de fazer com justiça essa divisão, se permitirem que eu junte aos 35 camelos da herança este belo animal que em boa hora aqui nos trouxe!
(...)
- Vou, meus amigos – disse ele, dirigindo-se aos três irmãos -, fazer a divisão justa e exata dos camelos que são agora, como vêem em número de 36. E, voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:
- Deverias receber meu amigo, a metade de 35, isto é, 17 e meio. Receberás a metade de 36, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão.
E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:
- E tu, Hamed Namir, deverias receber um terço de 35, isto é 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, isto é 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.
E disse por fim ao mais moço:
- E tu jovem Harim Namir, segundo a vontade de teu pai, deverias receber uma nona parte de 35, isto é 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, isto é, 4 camelos. O teu lucro foi igualmente notável. Só tens a agradecer-me pelo resultado!
E concluiu com a maior segurança e serenidade:

> - Pela vantajosa divisão feita entre os irmãos Namir – partilha em que todos três saíram lucrando – couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo e 4 ao terceiro, o que dá um resultado (18+12+4) de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobram, portanto, dois. Um pertence como sabem ao bagdali, meu amigo e companheiro, outro toca por direito a mim, por ter resolvido a contento de todos o complicado problema da herança! (TAHAN,2010, p.21-23).

Ao lermos tal passagem com os alunos, nos deparamos com a oportunidade de relembrar conteúdos matemáticos fundamentais. Vejamos alguns desses conteúdos e como eles podem ser inseridos na divisão dos 35 camelos.

### 2.1.1 Múltiplos e divisores de um número natural.

Dados dois números naturais $a$ e $b$, diremos que $a$ *divide* $b$, quando existir $c \in \mathbb{N}$, tal que $b = ac$. Neste caso, diremos também que $a$ é um *divisor* de $b$, ou ainda que $b$ é um *múltiplo* de $a$ .

**Exemplo**: 5 é divisor de 10, pois $10 = 5.2$, e 10 é múltiplo de 5.

O problema dos irmãos, começa justamente pelo fato da quantidade de camelos (35) não ser um múltiplo de nenhum dos números pelo qual a herança deveria ser dividida (2, 3 e 9). Isto é, não existe nenhum número natural $s$, $r$ ou $t$, tal que:

$$\begin{aligned} 2.s &= 35, \\ 3.r &= 35, \\ 9.t &= 35. \end{aligned}$$

Por se tratarem de camelos, a divisão tinha que ser inteira e por ser a última vontade de seu pai, os irmãos não poderiam mudar o modo como deveria ser feito a partilha. Ao acrescentar o único camelo de seu companheiro bagdali, Beremiz obteve a quantidade de 36 camelos, o que resolveu o problema da divisibilidade e consequentemente o problema dos três irmãos pois:

$$\begin{aligned} 2.18 &= 36, \\ 3.12 &= 36, \\ 9.4 &= 36. \end{aligned}$$

Ou seja, 36 é divisível por 2, 3 e 9.

### 2.1.2 Operações com números racionais.

Os números naturais são fechados em relação às duas operações:
Adição: dados $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, se $a + b = c$ então $c \in \mathbb{N}$.
Multiplicação: dados $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$, se $ab = c$ então $c \in \mathbb{N}$.

Os números inteiros são fechados em relação às três operações:
Adição: dados $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}$, se $a + b = c$ então $c \in \mathbb{Z}$.
Subtração: dados $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}$, se $a - b = c$ então $c \in \mathbb{Z}$.
Multiplicação: dados $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}$, se $a.b = c$ então $c \in \mathbb{Z}$.

Porém nenhum desses conjuntos é fechado em relação à divisão, pois ao dividirmos números naturais ou inteiros podemos obter frações como: $\frac{3}{4}$, $\frac{-2}{3}$, $\frac{7}{5}$, etc.

O conjunto $\mathbb{Q}$, de todas as frações de números inteiros com denominador diferente de zero é chamado conjunto de números racionais, isto é:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ tais que } a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}.$$

Lembrando que dado $a \in \mathbb{Z}$, $a = \frac{a}{1}$ e portanto todos os números inteiros também são racionais.

#### Operações com frações.

Adição e subtração: quando as frações têm o mesmo denominador, a adição e a subtração são feitas como a seguir:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, \text{ com } b \neq 0,$$

e

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}, \text{ com } b \neq 0.$$

No caso de frações que apresentam denominadores diferentes, reduzimos as frações ao mesmo denominador:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd},\ \text{com } b,d\neq 0,$$

e

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd},\ \text{com } b,d\neq 0.$$

**Exemplos**:

$$\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=\frac{4.3+2.5}{3.5}=\frac{22}{15}.$$

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{4.3-2.5}{3.5}=\frac{2}{15}.$$

Multiplicação: multiplicamos os numeradores entre si e os denominadores entre si.

$$\frac{a}{b}\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd},\ \text{com } b,d\neq 0.$$

**Exemplo**:

$$\frac{4}{5}.\frac{2}{3}=\frac{4.2}{3.5}=\frac{8}{15}.$$

Divisão: multiplicamos a fração do numerador pelo inverso da fração do denominador.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc},\ \text{com } b,c,d\neq 0.$$

**Exemplo**:

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}}=\frac{4.3}{5.2}=\frac{12}{10}.$$

Se repararmos na nova partilha todos os irmãos ficaram com mais camelos do que antes e ainda assim restaram dois camelos. Como isso é possível?

Vejamos: ao efetuarmos a divisão da herança de 35 camelos obtivemos o seguinte resultado:

Para o irmão mais velho coube metade dos camelos

$$\frac{35}{2} = 17 + \frac{1}{2}.$$

Para o irmão do meio coube a terça parte dos camelos

$$\frac{35}{3} = 11 + \frac{2}{3}.$$

Para o irmão mais novo coube a nona parte dos camelos

$$\frac{35}{9} = 3 + \frac{8}{9}.$$

Ao somarmos a quantia que coube a cada irmão temos:

$$17 + \frac{1}{2} + 11 + \frac{2}{3} + 3 + \frac{8}{9} = 31 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{8}{9} = 31 + \frac{9+12+16}{18}$$

$$= 31 + \frac{37}{18} = 31 + \frac{36}{18} + \frac{1}{18} = 31 + 2 + \frac{1}{18} = 33 + \frac{1}{18}.$$

Portando a partilha não é exata: $35 - \left(33 + \frac{1}{18}\right) = 1 + \frac{17}{18}$.

Note que, se a divisão fosse feita de acordo com o testamento, ainda restariam 1 camelo e $\frac{17}{18}$. Beremiz usou os $\frac{17}{18}$ para completar a herança de cada irmão tornando-as números inteiros:

Acrescentou $\frac{9}{18}$ à herança do irmão mais velho: $17 + \frac{1}{2} + \frac{9}{18} = 18$.

Acrescentou $\frac{6}{18}$ à herança do irmão do meio: $11 + \frac{2}{3} + \frac{6}{18} = 12$.

E acrescentou os $\frac{2}{18}$ restantes à herança do mais novo: $3 + \frac{8}{9} + \frac{2}{18} = 4$.

Somando ao todo 34 camelos!

Quanto ao camelo que restou, esse foi dado ao calculista por seu auxílio na partilha. Assim usando o cálculo de frações Beremiz resolveu o dilema dos três irmãos e ainda recebeu um camelo para poder seguir viagem ao lado de seu companheiro.

## 2.2 As três divisões.

Dividir corretamente não é apenas uma questão matemática. A seguir analisaremos como erros de divisão podem passar desapercebidos, revisaremos razão e proporção nos números naturais e finalmente discutiremos sobre valor de saber dividir com generosidade.

Rumo a Bagdá, Beremiz e seu companheiro encontram um homem, que depois descobrem ser um rico xeique chamado Salém Nasair, que havia sido roubado e se encontrava ferido e faminto:

> - Trazeis por acaso, ó muçulmanos, alguma coisa que se possa comer? Estou quase, quase a morrer de fome!
> - Tenho, de resto, três pães – respondi.
> - Trago ainda cinco! – afirmou a meu lado, o Homem que Calculava.
> - Pois bem – sugeriu o xeique -, juntemos esses pães e façamos uma sociedade única. Quando chegar a Bagdá prometo pagar com 8 moedas de ouro o pão que comer! (TAHAN,2010, p.25).

A partir desse momento presenciamos três tipos de divisão: uma divisão aparentemente óbvia, porém incorreta, a divisão matematicamente correta e a divisão de Beremiz. Vejamos:

### 2.2.1 Uma divisão aparentemente óbvia, porém incorreta.

Ao encontrar-se em casa e restabelecido o xeique com o objetivo de cumprir sua palavra, se dirige à Beremiz e diz:

“ - Vais receber pelos 5 pães, 5 moedas .”(TAHAN,2010, p.26).

Em seguida dirige-se ao companheiro de viagem de Beremiz, e narrador do livro, e diz:

“ - E tu, ó Bagdali, pelos 3 pães, vais receber 3 moedas! ‘’(TAHAN,2010, p.26).

Aparentemente a divisão parece correta, Beremiz recebeu pelos pães que possuía e o mesmo ocorreu com bagdali. Mas se raciocinarmos sobre a quantidade de pães que cada um deles deu ao xeique, será que seria proporcional à quantidade de moedas recebida? Vejamos primeiramente algumas informações matemáticas úteis para tal verificação:

**Razão e proporção.**
Dados dois números naturais $a$ e $b$, com $b \neq 0$, a razão entre dois números $a$ e $b$ é obtida dividindo-se $a$ por $b$.

**Exemplo**:

$\frac{32}{16} = 2$, onde 2 é a razão de 32 para 16.

Razões iguais formam uma proporção, assim se a razão entre $a$ e $b$ é igual a razão entre os números $c$ e $d$, com $a$, $b$, $c$ e $d \in \mathbb{N}$ onde $b \neq 0$ e $d \neq 0$, dizemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção.

**Propriedade fundamental das proporções:**
Em toda proporção o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
Dado $a$, $b$, $c$ e $d \in \mathbb{N}$ onde $b \neq 0$ e $d \neq 0$, se $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ então $ad = cb$ .

Para verificarmos, portanto, se cada um recebeu pela proporção exata de pães que deu ao xeique, usaremos as definições acima. Vejamos então a quantidade exata de pães que Beremiz e bagdali forneceram ao xeique: Beremiz tinha cinco pães e bagdali três, totalizando oito pães, eles dividiram esssa quantidade igualmente entre os três logo, cada um dos homens consumiu $\frac{8}{3}$ de pães. Isso significa que dividiram cada um dos 8 pães em três partes iguais, e cada um ficou com uma terça parte. Sabendo que Beremiz tinha cinco pães temos:

$$\frac{5}{\frac{1}{3}} = 5\frac{3}{1} = 15.$$

Dos cinco pães de Beremiz obtivemos 15 pedaços, já bagdali tinha três pães, portanto:

$$\frac{3}{\frac{1}{3}} = 3.\frac{3}{1} = 9.$$

Dos três pães de bagdali obtivemos nove pedaços. Totalizando então 24 pedaços de pão que foram divididos em três partes iguais, ou seja, a cada um couberam oito pedaços.

Então, dos 15 pedaços de pão de Beremiz ele ficou com oito, e deu o restante ao xeique ($15 - 8 = 7$), e bagdali fez o mesmo dando um pedaço de pão ao xeique ($9 - 8 = 1$).

Vamos verificar agora dispondo desses dados se o pagamento pelo xeique foi proporcional a quantia de pães que ele recebeu de cada um dos amigos. Para tanto a razão entre a quantidade de pedaços de pão recebida por um dos dois amigos e o total de pedaços recebidos pelo xeique deve ser igual a razão entre a quantidade de moedas recebida por esse amigo e o total de moedas.

Beremiz cedeu sete pedaços de pão, dos oito dados ao xeique, e recebeu cinco moedas de um total de oito moedas, se o pagamento fosse proporcional teríamos $\frac{7}{8} = \frac{5}{8}$ , o que implicaria em $7 = 5$ . Absurdo!

Fazendo a mesma verificação no caso de bagdali chegaríamos a $\frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ , o que implicaria em $1 = 3$, que também nos aponta uma proporção incorreta.

O pagamento, portanto, feito pelo xeique embora inicialmente parecesse lógico, está proporcionalmente incorreto.

### 2.2.2 A divisão matematicamente correta.

Para encontramos a quantidade proporcionalmente correta de moedas que deve ser paga à cada um dos amigos podemos usar a propriedade fundamental das proporções: Dado que Beremiz recebeu uma quantidade $x$ de moedas, proporcionais a quantidade de pães que ele deu ao xeique, com $x \in \mathbb{N}$, temos:

$$\frac{7}{8} = \frac{x}{8} \text{ , o que implica em } x = 7 \text{ .}$$

Logo, Beremiz deveria receber sete moedas.

Já, a bagdali caberia uma quantidade de moedas igualmente proporcional a quantidade de pedaços de pão fornecida por ele, ou seja uma moeda.

Essa seria a divisão corretamente proporcional, mas Beremiz nos deu uma bela lição no desfecho dessa narrativa.

### 2.2.3 A divisão de Beremiz.

Ao concluir a explicação matematicamente correta Beremiz finaliza com uma admirável atitude:

> O grão-vizir, depois de fazer os maiores elogios ao Homem que Calculava, ordenou que lhe fossem entregues sete moedas, pois a mim me cabia, por direito, apenas uma. Era lógica, perfeita e irrespondível a demonstração apresentada pelo matemático.
> - Esta divisão – retorquiu o calculista – de sete moedas para mim e uma para meu amigo, conforme provei, é matematicamente certa, mas não é perfeita aos olhos de Deus! E tomando as moedas na mão dividiu-as em duas partes iguais. Deu-me uma dessas partes (4 moedas), guardando para si, as quatro restantes.
> - Esse homem é extraordinário – declarou o vizir. – Não aceitou a divisão proposta de 8 moedas em duas parcelas de 5 e 3, em que era favorecido; demonstrou ter direito a 7 e que seu companheiro só devia receber uma moeda, acabando por dividir as 8 moedas em 2 parcelas iguais, que repartiu, finalmente com o amigo.
> E acrescentou com entusiasmo:
> - Mac Allah! Esse jovem além de parecer-me um sábio e habilíssimo nos cálculos e na Aritmética, é bom para o amigo e generoso para o companheiro. Tomo-o, hoje mesmo, para meu secretário! (TAHAN,2010,p.27).

Estar certo nem sempre é o ponto principal, como educadores temos não só a oportunidade de compartilhar conhecimentos matemáticos, mas também o dever de exemplificar e estimular atitudes generosas entre nossos alunos. Iniciar ou reforçar o conceito de razão e proporção contando-lhes essa bela história seria uma ótima maneira de fazermos isso. Nessa aula em questão poderíamos ir além mediando uma discussão sobre os seguintes temas: Em nosso dia a dia, que tipo de divisão nós costumamos fazer com nossos amigos? O que posso aprender com Beremiz?

## 2.3 A dívida do joalheiro.

O ensino de função linear pode ser complementado com o tema abordado neste capítulo, que trata da resolução de um problema por meio de interpolação linear, e embora não seja um assunto abordado no ensino fundamental pode ser perfeitamente compreendido pelos alunos, além de fornecer um exemplo prático de matemática aplicada a resolução de problemas.

Recém chegados em Bagdá a fama de Beremiz começa a se espalhar, e quando ele e bagdali encontravam-se em uma hospedaria, atraíram a atenção de vários curiosos, mas dentre eles havia o dono da hospedagem e um vendedor de jóias que estavam em um verdadeiro impasse, o hospedeiro relatou tal impasse ao calculista:

> Esse homem (e apontou para o joalheiro) veio da Síria vender jóias em Bagdá; prometeu-me que pagaria, pela hospedagem, 20 dinares se vendesse as jóias por 100 dinares, pagando 35 se as vendesse por 200. Ao cabo de vários dias, tendo andado daqui para ali, acabou vendendo tudo por 140 dinares. Quanto deve pagar, consoante a nossa combinação, pela hospedagem?
> - Devo pagar apenas vinte quatro dinares e meio! – replicou logo o mercador sírio.
> - Se para a venda de 200 eu pagaria 35, para venda de 140 eu devo pagar 24 e meio! (TAHAN,2010, p.31-32).

O vendedor de joias usou o conceito de proporção, 35 está para 200, assim como $x$ está para 140, sendo $x$ o valor que ele deveria pagar ou seja: $\dfrac{35}{200} = \dfrac{x}{140}$ , o que resulta em $x = 24,5$ .

Mas o dono da hospedagem discordava:

> -Está errado! – Contrariou irritado o velho Salim. –Pelas minhas contas são 28.-Veja bem: Se para 100 eu deveria receber 20, para 140, da venda, devo receber 28. E vou provar:
> E o velho Salim raciocinou do seguinte modo:
> - Se para 100 eu deveria receber 20, para 10 (que é a décima parte de 100), eu deveria receber a décima parte de 20.
> Qual é a décima parte de 20?
> A décima parte de 20 é 2.
> Logo, para 10, eu deveria receber 2.
> 140 quantos 10 contêm?
> 140 contêm 14 vezes 10.

> Logo, para 140, eu devo receber 14 vezes 2, que é igual a 28, como já disse (TAHAN,2010, p.32-33).

O dono da hospedaria também utilizou o conceito de proporção, mas com uma razão diferente, 20 está para 100, assim como $y$ está para 140, sendo $y$ o valor que ele deveria receber do joalheiro, ou seja: $\dfrac{20}{100} = \dfrac{y}{140}$ , o que resulta em $y = 28$ .

Os conceitos de razão e proporção aplicados pelo joalheiro e o hospedeiro, incialmente parecem corretos, pois as duas razões haviam sido combinadas previamente pelo joalheiro e o hospedeiro, mas qual razão seria a correta? A matemática nos responde.

### 2.3.1 Interpolação linear.

Em matemática, denomina-se interpolação linear a aplicação do método de interpolação polinomial quando se utiliza um polinômio de primeiro grau $p(x)$ para representar, por aproximação, uma suposta função $f(x)$ que originalmente se conhece os valores da função em um conjunto $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ de pontos.

A aproximação de funções por polinômios é uma das ideias mais antigas da análise numérica, e ainda uma das ferramentas mais utilizadas em áreas como computação e engenharia, onde durante determinado experimento é comum possuirmos valores de um fenômeno aplicado sobre um certo conjunto de dados $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$, bem como o resultado observado $\{f(x_1)$, $f(x_2)$, ..., $f(x_n)\}$. Por meio da interpolação encontraremos o polinômio que será a aproximação da função que representa o fenômeno estudado que é desconhecida, mas quando queremos simular o resultado deste fenômeno para um dado $x$ podemos utilizar o polinômio para obtermos um resultado aproximado. No caso da interpolação linear utilizamos um polinômio interpolador de primeiro grau.

Assim sendo, o problema geral da interpolação por meio de polinômios consiste em, dados $n+1$ números (ou pontos) distintos (reais ou complexos) $x_0, x_1, x_2, ..., x_n$ números (reais ou complexos) $f(x_0), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n)$, números estes que, em geral, são $n + 1$ valores de uma função $f(x)$ em $x_0, x_1, x_2, ..., x_n$, determinar-se um polinômio $P_n(x)$ de grau no máximo $n$ tal que (FRANCO,2006, p.287):

$$P_n(x_0) = f(x_0), P_n(x_1) = f(x_1), ..., P_n(x_n) = f(x_n).$$

Existem vários métodos para se obter o polinômio interpolador, um dos mais comuns é o método que utiliza a fórmula de Lagrange:

Sejam $x_0, x_1, x_2, ..., x_n$ $n+1$ pontos distintos. Consideremos para $k = 0, 1, ..., n$ os seguintes $l_k(x)$ de grau $n$:

$$l_k(x) = \frac{(x - x_0)...(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})...(x - x_n)}{(x_k - x_0)...(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})...(x_k - x_n)}.$$

É fácil verificar que:

$$l_k(x_j) = 0, \text{se } k \neq j \text{ e } l_k(x_j) = 1, \text{ se } k = j.$$

O polinômio interpolador utilizando a fórmula de Lagrange fica como:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k) l_k(x).$$

No caso em que se substitui a função $f(x)$ entre dois pontos $a$ e $b$ por um polinômio de interpolação $P_1(x)$ do primeiro grau, tal que $P_1(a) = f(a)$ e $P_1(b) = f(b)$, diz se que se fez uma *interpolação linear* entre $a$ e $b$. Neste caso, em que $n = 1$, a fórmula de Lagrange se reduz, sucessivamente, à:

$$P_1(x) = \sum_{k=0}^{1} f(x_k) l_k(x) = f(x_0) l_0(x) + f(x_1) l_1(x) =$$

$$f(x_0)\frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + f(x_1)\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = f(a)\frac{x - b}{a - b} + f(b)\frac{x - a}{b - a} =$$

$$P_1(x) = -\frac{x - b}{b - a} f(a) + \frac{x - a}{b - a} f(b).$$

Chegamos, portanto, a fórmula analítica da interpolação linear entre dois pontos. Os dois valores ($x_1$ e $x_2$) combinados entre o hospedeiro e o joalheiro eram referentes a quantidade de dinares que fosse recebida pelo joalheiro ($f(x_i)$ com $x_i \in D(f)$, para todo $i \in \mathbb{N}$), dois pontos conhecidos de uma função $f(x)$ desconhecida, onde $x_1 = 20$ e $x_2 = 35$ implica em $f(x_1) = 100$ e $f(x_2) = 200$.

O grande problema desses dois homens era o fato de não conhecerem $x_i$ , tal que $f(x_i) = 140$, o valor que o joalheiro recebeu de suas vendas. Para tanto, utilizaremos a interpolação linear:

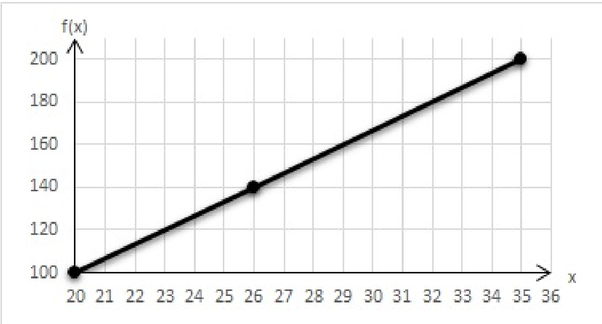
$$f(x_i) = 140 = P_1(x_i)$$

$$140 = P_1(x_i) = -\frac{x_i - 35}{35 - 20} f(20) + \frac{x_i - 20}{35 - 20} f(35) = -100 \frac{x_i - 35}{-15} + 200 \frac{x_i - 20}{15}$$

$$210 = -10x_i + 350 + 20x_i - 400$$

$$260 = 10x_i.$$

Resolvendo essa proporção obtemos $x_i = 26$, logo o joalheiro deve pagar 26 dinares ao hospedeiro.




Com os alunos salientamos que, pelo fato de ter sido utilizado o caso da interpolação linear, o conceito de linearidade faz com que o valor da função em um ponto $x_i$ seja um valor proporcional a distância que o ponto $x_i$ está dos seus respectivos vizinhos, ou seja, a razão $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ é uma constante para quaisquer pares de pontos no domínio da $f(x)$, e então resolvemos o problema utilizando diretamente esta consequência :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_i)}{x_2 - x_i}.$$

Onde $x_1 = 20$, $x_2 = 35$, $f(x_1) = 100$, $f(x_2) = 200$ e $f(x_i) = 140$.

$$\frac{f(35) - f(20)}{35 - 20} = \frac{f(35) - f(x_i)}{35 - x_i}$$

$$= \frac{200 - 100}{15} = \frac{200 - 140}{35 - x_i} = \frac{60}{35 - x_i} = \frac{100}{15}$$

$$x_i = 26.$$

## 2.4 O desafio dos quatro quatros.

Nesse capítulo analisaremos a importância do desafio, como ferramenta de ensino matemático, fornecendo também uma aplicação prática e versátil de tal ferramenta.

Ao se depararem com uma tenda de mercadorias, onde tudo era vendido por quatro dinares, intitulada "Os Quatro Quatros", Beremiz explica bagdali o motivo de seu interesse pelo título:

"- Ora bagdali – retorquiu Beremiz -, a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros!"(TAHAN,2010, p.47).

Em seguida demonstrou parcialmente o que acabara de dizer para os números de zero a dez:

$$44 - 44 = 0,$$

$$\frac{44}{44} = 1,$$

$$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 2,$$

$$\frac{4+4+4}{4} = 3,$$

$$\frac{4-4}{4} + 4 = 4,$$

$$\frac{4.4+4}{4} = 5,$$

$$4 + \frac{4+4}{4} = 6,$$

$$\frac{44}{4} - 4 = 7,$$

$$4+4+4-4 = 8,$$

$$\frac{4}{4} + 4 + 4 = 9,$$

e

$$\frac{44-4}{4} = 10.$$

### 2.4.1 O desafio como ferramenta de ensino.

A ideia de formar qualquer número com apenas quatro quatros e qualquer operação matemática existente, embora não seja matematicamente comprovada, é sem dúvida um desafio curioso, que podemos transformar em uma ferramenta de ensino poderosa.

O uso de desafios para o ensino de matemática é uma ferramenta para chamar a atenção do aluno como o próprio nome diz, para desafiá-lo. Os desafios agem como verdadeiros motivadores no ensino da matemática, incentivando a liderança, criatividade e o raciocínio lógico dos alunos. Em seu livro "Didática da resolução de problemas de Matemática", Luiz Roberto Dante declara:

> É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela. (DANTE, 2000, p.11-12).

E ainda acrescenta: "O problema deve ser desafiador, mas possível de ser resolvido pelos alunos daquela série." (DANTE, 2000, p.47).

Nesses aspectos podemos dizer que o desafio dos quatro quatros, é uma atividade completa, pois além de cumprir seu propósito de estimular a curiosidade e o raciocínio lógico dos alunos é totalmente adaptável para ser trabalhada no ensino fundamental I, II e até mesmo no ensino médio:

**Ensino Fundamental I**: desafie seus alunos a construir números usando quatro quatros e as seguintes operações matemáticas: soma, subtração, divisão e multiplicação.

$$\frac{44+4}{4} = 12.$$

**Ensino Fundamental II**: acrescente a radiciação e a potenciação ao desafio.

$$4^{(4-\sqrt{4})}.4 = 64.$$

**Ensino Médio**: utilize também números termiais[1] e fatoriais.

$$\left(\frac{4!}{4}\right)? + 4! + 4! = 69.$$

[1]O termial, representado pelo símbolo ?, é uma notação matemática que significa a soma dos números inteiros de $n$ até 1. É definido como: $n? = n + (n-1) + (n-2) + ... + 1$.

O importante é não parar por aí, uma vez estimulada a curiosidade de nossos alunos pela matemática deve ser mantida com aulas interessantes e desafiadoras. Dessa forma, fazer uso do livro "O Homem que Calculava", é sem dúvida uma ação inteligente e eficaz para o ensino de matemática.

## 2.5 Os pássaros cativos e os números perfeitos.

A seguir em mais uma proeza de Beremiz, exploraremos uma propriedade fascinante que alguns números têm, de serem iguais a soma dos seus divisores distintos dele mesmo, esses números foram chamados pelos gregos antigos de números perfeitos, e embora, não seja um conteúdo abordado no ensino básico é uma curiosidade matemática que nos proporciona uma aplicação divertida do conceito de divisibilidade.

A fama de Beremiz, já tinha se espalhado por Bagdá, de forma que ele e o amigo receberam um convite do poeta Iezid-Abdul-Hamid, para uma visita ao palácio do poeta, que temendo pelo destino de Telassim, sua filha, pediu ajuda ao calculista:

> Tenho uma filha chamada Telassim, dotada de viva inteligência e com acentuada inclinação para os estudos. Quando Telassim nasceu, consultei um astrólogo famoso que sabia desvendar o futuro pela observação das nuvens e estrelas. Esse mago afirmou que minha filha viveria perfeitamente feliz até aos 18 anos; a partir dessa idade seria ameaçada por um cortejo de lamentáveis desgraças. Havia, entretanto, meio de evitar que a infelicidade viesse esmagar lhe tão profundamente o destino. Telassim - acrescentou o mago - deveria aprender as propriedades dos números e as múltiplas operações que com eles se efetuam.
> (...).
> Serás capaz, ó irmão dos árabes! de ensinar os artifícios do cálculo à minha filha Telassim, pagarei pelas lições, o preço que exigires! (TAHAN, 2011, p. 63-64).

Beremiz aceitou prontamente tal desafio, mas Iezid tinha um primo, que desconfiava da capacidade de Beremiz. Ele, então, propôs ao homem que calculava um desafio: apontando para um viveiro, que se encontrava no ambiente entre eles, foi logo perguntando quantos pássaros havia naquele viveiro. Após alguns minutos Beremiz fez um curioso pedido:

"- Peço-vos, ó Xeque, mandais imediatamente soltar três daqueles pássaros cativos. Será, desse modo, mais simples e mais agradável para mim anunciar o número total!"(TAHAN, 2011, p.70).

O pedido de Beremiz foi atendido, e diante da curiosidade de todos ali presentes ele prosseguiu:

"- Acham-se agora, nesse viveiro - declarou Beremiz em tom pausado - quatrocentos e noventa e seis pássaros!

- Admirável - exclamou Iezid com entusiasmo - É isso mesmo!"(TAHAN, 2011, p.70).

Mas ainda restava uma questão, porque Beremiz pediu que soltassem aqueles três pássaros do viveiro? O homem que calculava não deixou tal pergunta sem resposta:

> -Posso explicar-vos, ó Xeque, a razão do meu pedido - respondeu Beremiz com altivez - Os Matemáticos procuram sempre dar preferência aos números notáveis e evitar os resultados inexpressivos e vulgares. Ora, entre 499 e 496 não há que hesitar. O número 496 é um número perfeito e deve merecer nossa preferência. (TAHAN, 2010, p.72).

Em seguida Beremiz explica o que são números perfeitos, o que faremos também agora, porém de forma um pouco mais detalhada, tendo em foco uma aplicação em sala de aula.

### 2.5.1 Números perfeitos: definição e aplicação.

Um número natural $n$, é chamado de número perfeito se o número é igual à soma dos seus divisores distintos dele mesmo (HEFEZ, 2014, p.171). Como por exemplo, o número 6, é um número perfeito, pois os divisores distintos de 6 são:$1, 2, 3$. E $1 + 2 + 3 = 6$, logo 6 é um número perfeito.

Até a Idade Média, conheciam-se apenas os seguintes números perfeitos: 6, 28, 496, 8128 e 33550336 (HEFEZ, 2014, p.171). Propondo aos alunos que encontrem os divisores de 496, por exemplo, obteremos: 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248 e sua soma é:

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496.$$

Ao encontrarem os divisores de determinado número perfeito, com o objetivo de comprovar tal propriedade os alunos utilizam o conceito de divisibilidade de maneira descontraída e até mesmo divertida, tornando a aula mais proveitosa e interessante.

E essa é apenas uma dentre tantas histórias vividas pelo calculista ao longo de sua jornada. Ao ler o livro com os alunos nós lhes apresentamos de certa forma, uma nova maneira de ver a matemática, que está muito além da sala de aula, de fórmulas e regras decoradas, uma matemática que os instiga, por meio de desafios, aplicações práticas, histórias e curiosidades, a matemática de Malba Tahan!

# 3 Uma avaliação interdisciplinar.

Ao término da leitura da obra "O Homem que Calculava", os alunos realizaram uma atividade avaliativa que seria somada aos resumos anteriormente entregues e geraria uma nota única para as duas disciplinas, literatura e matemática.

A atividade era muito importante pois marcava a conclusão da primeira fase do projeto, nossa maior preocupação foi que ela estivesse de acordo com todo o trabalho desenvolvido até então, queríamos que fosse realizada de forma descontraída, mas isso foi um desafio, pois era uma atividade individual na qual não era permitido qualquer tipo de consulta, e os alunos costumam ficar muito apreensivos em atividades desse tipo. Sabendo que conosco não seria diferente, conversamos várias vezes com os alunos na intenção de acalmá-los, esclarecendo que a atividade avaliaria interpretação de texto e raciocínio lógico e seria totalmente baseada nas aulas.

Na elaboração das questões, incluímos também o conteúdo específico de cada disciplina desenvolvido ao longo do projeto, priorizando como já foi citado, a interpretação de texto aliada ao raciocínio lógico. Para exemplificar nossos objetivos foram selecionadas algumas questões que fizeram parte da atividade:

**Questão 1**:

Observe o texto a seguir e responda as questões abaixo.

> Voltava eu, certa vez, ao passo lento do meu camelo, pela estrada de Bagdá, de uma excursão à famosa cidade de Samarra, nas margens do Tigre, quando avistei, sentado numa pedra, um viajante, modestamente vestido, que parecia repousar das fadigas de alguma viagem.
> Dispunha-me a dirigir ao desconhecido o sala trivial dos caminhantes quando, com grande surpresa, o vi levantar-se e pronunciar vagarosamente:
> - Um milhão, quatrocentos e vinte e três mil, setecentos e quarenta e cinco!
> Sentou-se em seguida e quedou em silêncio, a cabeça apoiada nas mãos, como se estivesse absorto em profunda meditação. Parei a pequena distância e pus-me a observá-lo, como faria diante de um monumento histórico dos tempos lendários. Momentos depois o homem levantou-se novamente e, com voz clara pausada, enunciou outro número

> igualmente fabuloso:
> - Dois milhões, trezentos e vinte e um mil, oitocentos e sessenta e seis! (TAHAN,2010, p.15-16)

a) Quantos e quais são os personagens que participam do trecho?

b) Diga qual é o tipo de narrador da história.

**Questão 2**:

Em sua visita ao Palácio do Vizir, quando testado sobre sua capacidade de calcular, Beremiz explica uma curiosa relação que poderia ser chamada a "amizade quadrática". O texto a seguir narra o acontecido, complete-o corretamente:

> Realmente, se os números falassem, poderíamos ouvir o seguinte diálogo. O (___) diria ao (___):
> - Quero prestar-te uma homenagem, meu caro. O meu quadrado é 256 e a a soma dos algarismos desse quadrado é (___).
> O (___) responderia:
> - Agradeço a tua gentileza, meu amigo, e quero retribuí-la na mesma moeda. O meu quadrado é 169 e a soma dos algarismos desse quadrado é (___).
>
> (TAHAN,2010, p.43)

**Questão 3**:
No desfecho da obra "O homem que calculava", teve um final feliz ou trágico? Justifique o porquê do final de Beremiz ter sido feliz ou trágico. Lembre-se de tudo o que ele fez durante a narrativa.

**Questão 4**:
Ao se depararem com uma tenda de mercadorias, onde tudo era vendido por 4 dinares, intitulada "Os Quatro Quatros", Beremiz explica à bagdali o motivo de seu interesse pelo título: "- Ora bagdali – retorquiu Beremiz -, a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros!"(TAHAN,2010, p.47). Em seguida mostra parcialmente o que acabara de dizer:

$$\frac{44}{44} = 1$$

$$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 2$$

$$\frac{4+4+4}{4} = 3$$

$$\frac{4-4}{4} + 4 = 4$$

Forme mais dois números, diferentes dos exemplos acima, utilizando "Quatro Quatros" e quaisquer operações matemáticas existentes.

A atividade, como podemos perceber nas questões acima, abordou matemática e literatura de forma integrada, refletindo assim a principal característica do livro "O Homem que Calculava". Ela aconteceu de forma tranquila e ao finalizarmos as correções, notamos uma considerável evolução por parte de alguns alunos que antes apresentavam dificuldades em alguma das disciplinas, fato este que nos deixou ainda mais motivadas para dar sequência à segunda fase do projeto.

# 4 Da leitura ao teatro.

Figura 1: Cena da peça “A Princesa e o Calculista”.

No segundo semestre de 2013, fomos para fora da sala de aula, somamos o teatro às nossas ferramentas de ensino.

> Ensinar o conteúdo disciplinar, atualmente, não é a única função da escola. Enquanto instituição formadora, ela deve viabilizar formas de acesso ao lazer, à cultura, às práticas esportivas e até questões religiosas, permitindo a integração mais efetiva dos alunos na sociedade.
> Nesse sentido, o teatro tem um papel importante na vida dos estudantes, uma vez que, sendo devidamente utilizado, auxilia no desenvolvimento da criança e do adolescente como um todo, despertando o gosto pela leitura, promovendo a socialização e, principalmente, melhorando a aprendizagem dos conteúdos propostos pela escola. Além disso, sob a perspectiva de obra de Arte, o teatro também incomoda, no sentido filosófico, porque faz repensar e querer modificar a realidade instaurada. Ademais, possui caráter lúdico e constituísse como forma de lazer. (MIRANDA et al.,2009, p.176).

A segunda fase de nosso projeto foi usar o teatro para dar vida a história lida pelos alunos, ou pelos menos à parte dela, somando assim mais uma ferramenta interdisciplinar ao projeto. Não se tratava mais da união entre apenas duas disciplinas, agora éramos um trio: Matemática, Literatura e Artes!

A primeira decisão que tomamos foi para quem apresentaríamos a peça, deixamos que os alunos decidissem, chegando então a conclusão de que ela seria apresentada para o ensino fundamental I. Na mesma escola já vinha sendo desenvolvido um projeto com o ensino fundamental I, que visava a construção e desenvolvimento do raciocínio lógico, o que facilitou a seleção dos trechos do livro "O Homem que Calculava", que seriam adaptados à nossa peça. Outro fator importante foi consultar os alunos sobre como gostariam de participar do teatro (personagens, dançarinos ou equipe técnica).

A partir de tais informações o próximo passo foi a adaptação de trechos da obra "O Homem que Calculava", para a peça de teatro que intitulamos de "A Princesa e o Calculista", cujo roteiro encontra-se como apêndice nesse artigo. Já com o roteiro em mãos demos início não só aos ensaios das cenas, como também a construção do cenário, orientada pela professora Sandra Elena Oliveira Zamarioli, e aos ensaios de dança do ventre, cuja coreografa e professora foi Isabella Cristina Martins Diniz, aluna do primeiro ano do ensino médio da mesma escola. A equipe técnica não fez por menos, os alunos com nossa supervisão e orientação complementaram a peça com seleção musical, escolha dos figurinos e disposição de tarefas, afim de que nenhum elemento necessário para uma apresentação de teatro passasse desapercebida.

Tanto nos ensaios, na confecção do cenário (realizado nas aulas de artes), quanto nas apresentações, os alunos demonstraram disciplina e responsabilidade. É válido ressaltar tal postura, pois alguns professores deixam de realizar atividades fora da sala de aula, por temerem "perder o controle da sala". Ao iniciarmos a fase da teatralização também tivemos tal temor, mas os alunos estavam cientes que continuavam a ser avaliados, e percebiam que embora as aulas fossem diferentes das do primeiro semestre, eles continuavam aprendendo conteúdos respectivos à cada matéria e que o fato de a atividade ser "divertida" não diminuía sua importância didática e avaliativa.

Tivemos três meses entre ensaios e confecção do cenário, e o resultado desse gratificante projeto, ou pelo menos uma parcela dele, pode ser visto pelos leitores no seguinte link:<www.youtube.com/watch?v=jG4O43lUxwc>.

Quanto aos alunos do Ensino Fundamental I, ao assistirem a peça tiveram sua curiosidade aguçada, e puderam esclarecer suas dúvidas nas aulas de raciocínio lógico que eram ministradas também pela professora de matemática do nono ano.

Sendo assim, pode-se afirmar que o teatro, não somente deu vida ao que os alunos do nono ano estavam aprendendo, como os tornou mensageiros de uma nova maneira de ver a matemática, estimulando o raciocínio e a curiosidade de outros alunos.

# 5 Considerações finais.

Acreditando que o melhor modo de relatar as contribuições didáticas do projeto interdisciplinar realizado seria por meio da visão dos próprios participantes, foi feita uma breve entrevista com professores e alunos.

A professora de Literatura, Luana Pereira, relata as contribuições evidenciadas enquanto o projeto era realizado, bem como a postura dos alunos nas aulas posteriores ao projeto:

> Durante o projeto de correlação disciplinar, percebemos que nas aulas de Literatura houve pelos alunos, no que tange o interesse pela leitura, um maior envolvimento. Este se deve ao fato do poder que foi dado a eles de teatralização de uma obra.
> Ao terem que ler um livro que se tratava de cálculos matemáticos aqueles que se mostravam desinteressados passaram a se envolver mais com a obra, pois ali encontravam algo que para si era prazeroso. E claro, os mais interessados pelas humanidades se viam envolvidos pelo poder de encontrar em uma obra literária problemas matemáticos.
> Depois da realização de nosso projeto as aulas de Literatura passaram a ser bem mais interessantes para todos os alunos, pois incluímos o teatro durante as nossas leituras, claro, de uma maneira bem mais modesta, todavia sempre havia um personagem para cada aluno, então todos sempre estavam concentrados para saber exatamente a hora que tinha que ler e interpretar sua personagem. Para eles não era importante ser o personagem principal ou narrador, o que importava para cada um era fazer parte de alguma forma da leitura da obra, independendo do tema; pois com nosso projeto os alunos perceberam que a obra literária é viva e que eles podem fazer parte dela; que eles podem trazer personagens e ensinamentos para suas vidas.

E concluiu: "Para as aulas de Literatura o projeto trouxe vida à obra literária e com ela, um maior interesse dos alunos pela leitura".

A professora de Artes, Sandra Elena, declarou que "os alunos passaram a ter mais disciplina e responsabilidade", percebeu também que para muitos alunos o projeto proporcionou uma "abertura da mentalidade, para outras linguagens" uma vez que os colocamos em contato direto com o teatro, e com costumes de outra cultura.

A aluna Lorena Fernandes, relata como o projeto a fez mudar o modo de encarar a matemática:

> Eu nunca fui muito boa em matemática, na verdade eu tinha uma certa negação com essa matéria. Quando a professora Michelle começou o projeto com o livro "O Homem que Calculava" no qual foram misturadas outras matérias como literatura e artes, me levou a ver a matemática de outra forma (...) as aulas eram muito mais descontraídas sem perder o foco da matéria.

O aluno Breno Carlos, que mesmo estando com a perna quebrada não deixou de participar de nenhuma etapa do projeto declara:" Foi muito bom, apesar de estar com a perna quebrada me diverti muito, aprendi muito e parei de odiar matemática".

Na época em que Júlio César de Mello e Souza, escreveu, "O Homem que Calculava", a matemática já era uma disciplina temida e odiada por grande parte dos alunos, como professor ele não se conformou com essa visão, mas procurou uma nova forma de ensinar matemática, embora por vezes ele tenha sido desacreditado.

Monteiro Lobato declarou em sua carta dirigida a Malba Tahan em 1939:

> Malba Tahan: "O Homem que Calculava" já me encantou duas vezes e ocupa lugar de honra entre os livros que conservo. Falta nele um problema — o cálculo da soma de engenho necessário para a transformação do deserto da abstração matemática em tão repousante oásis. Só Malba Tahan faria obra assim, encarnação que ele é da sabedoria oriental — obra alta, das mais altas, e só necessita de um país que devidamente a admire; obra que ficará a salvo das vassouradas do Tempo como a melhor expressão do binômio "ciência-imaginação". Que Allah nunca cesse de chover sobre Malba Tahan a luz que reserva para os eleitos. (MONTEIRO).

Embora em escala muito menor do que na época de Júlio César Mello e Souza, a resistência a novas formas de ensinar ainda existe, atividades como a que desenvolvemos ainda são minoria no ambiente escolar, mas isso não desestimulou Júlio César, e tão pouco deve nos desanimar. É verdade que projetos demandam tempo e dedicação, ao propormos novas metodologias corremos o risco de que as coisas não saiam exatamente como imaginamos, e alguns podem achar loucura o fato de sairmos de nossa zona de conforto em busca de novas formas de ensino, porém “insanidade é continuar fazendo sempre a mesma coisa e esperar resultados diferentes”(CARVALHO).

# Referências

[1] CARVALHO, Ailton. O cúmulo da insanidade. **Recanto das Letras**, c2012. Disponível em: <http://www.recantodasletras.com.br/pensamentos/3546086>. Acesso em: 13 jan. 2015.

[2] DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

[3] DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: projeto voaz. São Paulo: Ática, 2012.

[4] FARIA, Juraci Conceição de. **A prática educativa de Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan**: um olhar a partir da concepção de interdisciplinaridade de Ivani Fazenda. 2004. 278 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação e Letras, Universidade Metodista de São Paulo. São Bernardo do Campo, 2004

[5] FRANCO, Neide Bertoldi. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

[6] HEFEZ, Abramo. **Aritmética**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014.

[7] LORENZATO, Sergio. Malba Tahan, um precursor. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, ano 11, n. 16, p. 63-66, maio de 2004.

[8] MIRANDA, Juliana Lourenço et al. Teatro e a escola: funções, importâncias e práticas. **Revista CEPPG – CESUC**, Catalão, ano 11, n.20, p.172-178, 2009.

[9] MONTEIRO, Lobato. Disponível em: <http://pt.wikiquote.org/wiki/Monteiro_Lobato>. Acesso em: 13 jan. 2015.

[10] MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro. **Manual de redação matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2014.

[11] NIVEN, Ivan. **Números: racionais e irracionais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012

[12] TAHAN, Malba. **O homem que calculava**.79. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

[13] TAHAN, Malba. **Matemática divertida e curiosa**. 30. ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

[14] ROBERTO FILHO, Mário. **Júlio César Mello e Souza – O Malba Tahan**: o homem que calculava, a vida e o legado. 2013. 71 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Uberaba, 2013.

# A Apêndice: roteiro de A Princesa e o Calculista.

**Sobre a peça:**

Inspirada no livro no livro "O Homem que Calculava", a peça "A Princesa e o Calculista", trata de algumas das peripécias matemáticas de Beremiz, e por ser uma adaptação destinada aos anos iniciais do ensino fundamental não deve ser considerada uma retratação fiel do livro, mas sim uma ferramenta de ensino interdisciplinar.

Adaptado por Michelle Aparecida Silveira

**Personagens**:
Astróloga Real
Bagdáli, amigo de Beremiz
Beremiz, calculista
Dançarinas de dança do ventre
Garçom da hospedaria
Namir, Hamede e Harrim, irmãos
Rei, pai de Telassim
Sábio, conselheiro do rei
Salém Nasair, amigo do Rei
Telassim, princesa
Vizir Maluf, amigo de Salém

**Época e local**: é uma narrativa dentro da paisagem do mundo islâmico medieval.

## A.1 Primeiro ato.

Figura 2: Rei consultando uma astróloga sobre o futuro de Telassim.

Narrador: - Era uma vez uma linda princesa chamada Telassim, quando completou sete anos seu pai, o rei, a levou para que a astróloga real lesse a sua sorte.

Cortinas se abrem o rei está ao lado de sua filha e a astróloga consultando seus mapas e cartas.

Rei: - Então minha senhora o que diz sobre o futuro da minha filha?

Astróloga: - O que vejo meu querido rei é que até os 18 anos, Telassim terá uma vida muito feliz, mas depois... (olhando para seus mapas passa a falar assustada) depois acontecerão muitas coisas ruins. Coitadinha!

Telassim: - (corre abraça o rei ) Papai, papai! Estou com medo!

Rei: - (desesperado) Não pode ser, tem que haver um jeito e impedirmos isso, não pode ser!!!!

Astrológa: - As estrelas me dizem (aponta para cima) que há apenas uma maneira, Telassim terá que aprender os segredos da matemática até os 18 anos, só assim se livrará desse futuro terrível.

Rei: - Ah, mas isso é fácil, não é tão complicado assim aprender matemática, veja só, minha filha se eu tenho cinco dinares e pago três a essa bondosa senhora, com quantos dinares papai ficará?

Telassim: - Oito.

Astrológa: - Deixe-me tentar, minha princesa, se eu tenho cinco flores e entrego uma para você, com quantas eu ficarei?

Telassim: - Seis.

Rei: - Acho que ela não é boa com problemas, vamos para as contas, Telassim minha filha, quanto é dois mais dois?

Telassim: - Vinte e dois.

Rei: - Sete menos três?

Telassim: - Hummmmm cinco.

Rei e Astróloga: (dando com os ombros) - E agora?

Fecham-se as cortinas.

## A.2 Segundo ato.

Figura 3: Beremiz e Bagdali se conhecem.

Narrador:- E Telassim passou por inúmeros professores, e embora tivesse aprendido a fazer contas simples, o rei sabia que não bastava, pois ela precisava entender o sentido da matemática, para aprender de verdade. Dez anos se passaram e a situação não mudou muito, mas mal sabia o rei que um calculista muito especial logo estaria em Bagdá.

Beremiz está sentado em uma pedra olhando para o horizonte.

Beremiz: - Um milhão quatrocentos e vinte e três mil setecentos e quarenta e sete.

Bagdali entra em cena enquanto Beremiz profere o número e para curioso no canto do palco, após terminar a fala Beremiz senta-se e apoia a cabeça com as mãos, absorto em profunda meditação, momentos depois Beremiz levanta.

Beremiz: - Dois milhões trezentos e vinte e um mil oitocentos e sessenta e seis!

Bagdali: - (se aproximando curioso) Dá licença meu amigo, mas o que exatamente você está fazendo?

Beremiz: - Posso lhe explicar meu amigo, mas para isso preciso contar minha história (e virando pra plateia ele se apresenta) -Chamo-me Beremiz Samir e nasci em uma pequenina aldeia na Pérsia, trabalhava como pastor, e todos os dias, ao nascer do sol, levava o rebanho e era obrigado a trazê-lo ao abrigo antes de cair à noite. Se eu perdesse uma ovelha que fosse eu seria severamente castigado, por isso de tanto medo eu passava o dia contando ovelhas contava-as várias vezes durante o dia. Fui ficando tão bom com os números que não contava mais as coisas por obrigação e sim por gosto, as vezes me pego contando formigas e outros insetos, cheguei até mesmo a conseguir contar todas as abelhas de um enxame enquanto corria delas. Estou agora rumo a Bagdá quero novos desafios. Quando você chegou eu tinha parado pra descansar e estava contando as folhas daquela arvore (apontando).

Bagdali: - Que maravilha! (Colocando o braço sobre o ombro de Beremiz.) Sabe Beremiz, com a sua habilidade e os meus contatos em Bagdá você poderá ganhar muito dinheiro.

Beremiz: - Como assim? (Achando estranho.) Jamais pensei que pagassem pra gente contar formigas, abelhas e folhas de árvores.

Bagdali: - Sua habilidade pode ser aproveitada de mil maneiras diferentes meu amigo, matemática não é apenas contar coisas, é resolver problemas e ajudar as pessoas, até mesmo um reino inteiro, confie em mim!

Os dois saem andando, fecham-se as cortinas e começa a primeira apresentação de dança do ventre.

## A.3 Terceiro ato.

Figura 4: Beremiz e Bagdali, com os irmãos Namir, Hamed e Harrim.

Cortinas se abrem, três irmãos estão brigando e Beremiz e Bagdali vão se aproximando.

Namir: - Não pode ser!

Hamed: - Isso é um roubo!

Harrim: - Não aceito!

Namir: - Mas é o último desejo de nosso amado pai!

Hamed: - (apontando para Bagdáli) Ei você, qual o seu nome?

Bagdali: - Eu me chamo Bagdali, e esse comigo é meu grande amigo Beremiz Samir, o calculista.

Beremiz: - Olá, qual é o motivo dessa discussão?

Hamed: - Nosso pai nos deixou uma herança impossível de ser dividida!

Harrim: - Nosso amado pai pediu que nossos trinta e cinco camelos sejam divididos segundo suas instruções!

Hamed: - Mas é impossível fazer a divisão!

Namir: - Eu devo receber a metade da herança e trinta e cinco dividido por dois dá dezessete e meio!

Hamed: - Eu devo receber um terço, mas a terça parte de trinta e cinco não é um número exato!

Harrim: - Eu devo ficar com a nona parte, mas também não é um valor exato e não quereremos sacrificar nenhum animal pra fazer a partilha correta!

Bagdali: - Beremiz, é possível realizar esta divisão?

Beremiz: - A solução é simples, se permitirem que eu junte aos trinta e cinco camelos de vocês o único camelo de meu amigo!

Bagdali: - Ei, espere aí! É nosso único camelo!

Beremiz: - Confie em mim! (Diz Beremiz colocando o braço sobre o ombro do amigo)

Beremiz: - A solução é esta: ao irmão mais velho, cabe a metade dos camelos. Como, agora, são trinta e seis camelos, portanto ficará com dezoito camelos!

Hamed: - E a minha parte? Meu irmão saiu lucrando, pois ao invés de receber dezessete camelos e meio, recebeu dezoito!

Beremiz: - Um terço de trinta e seis... Deixe-me pensar...

Harrim: - São doze! Meu irmão receberá doze camelos! E a minha nona parte?

Beremiz:- E você também sairá lucrando: um nono de trinta e seis camelos são quatro camelos!

Harrim:- Estou muito satisfeito!

Hamed: - Eu também! E proponho que o calculista seja recompensado!

Namir: - Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça!

Bagdali: - Mas espere! (Desesperado.) Agora, como faremos nossa viagem? Ficamos sem nenhum camelo!

Beremiz: - A soma dos camelos que couberam a cada irmão, dezoito mais doze mais quatro é trinta e quatro! Sobraram, portanto, dois camelos! Um deles é o seu camelo e o outro se os três irmãos permitirem poderia ser o meu pagamento.

Namir: - Aceitamos a proposta! Obrigado meu bom homem!

Os irmãos vão para um lado, Beremiz e Bagdali para outro, fecham-se as cortinas.

## A.4 Quarto ato.

Figura 5: Salém e Bagdali apresentando exemplos, dados por Beremiz, de números formados por "quatro quatros".

Um homem com roupas rasgadas está desacordado no chão. Beremiz e Bagdali entram em cena andando e conversando.

Bagdali: - Veja Beremiz (assustado) aquele homem ali, será que está morto?

Beremiz e Bagdali:(correm em direção ao homem gritando) -Senhor acorde, acorde!

Beremiz: - Diga-nos senhor o que lhe aconteceu?

Salém: - Eu estava andando pelo deserto e fui surpreendido por assaltantes que me levaram tudo o que eu tinha, eu morreria no deserto de sede e de fome se vocês não tivessem me encontrado, imploro que vocês me deem pão para comer, e assim que chegarmos a Bagdá eu lhes pagarei com oito moedas de ouro.

Beremiz: - Senhor tenho cinco pães, e o Bagdali três, são oito dias de jornada até Bagdá dividiremos um pão a cada dia para nós três, não se preocupe, venha conosco.

Salém apoia-se nos dois, e os três saem de cena. Começa a segunda apresentação de dança, ao final as cortinas se abrem, Beremiz e Bagdali já estão no palco e Salém, já bem vestido, entra em cena.

Salém: - Bem meus amigos, como prometi aqui estão as oito moedas de ouro, fiz os cálculos e como Beremiz tinha cinco pães ele ficará com cinco moedas, Bagdáli por ter três pães, três moedas.

Beremiz: - Senhor com todo respeito mas a conta está errada (e tomando seu pergaminho faz anotações brevemente e começa a explicar), a cada dia que passamos no deserto dividimos um pão em três, e ao todo cada um comeu oito pedaços, eu tinha cinco pães, ao fazer a divisão se tornaram quinze pedaços, eu comi oito, sobram sete. Já Bagdáli tinha três pães, quando fez a divisão tornaram-se nove pedaços onde ele comeu oito, e sobrou apenas um. Por esse motivo o pagamento correto seria sete moedas para mim e uma para Bagdáli.

Bagdali: - Xi me dei mal!

Beremiz: - Não meu amigo apesar dos cálculos eu pretendo dividir igualmente as moedas com você, quatro pra cada.

Bagdali: - Me dei bem!

Salém : (entrega as moedas para cada um e em seguida diz) - Queridos amigos gostaria de oferecer ainda por minha conta que fiquem hospedados na “Hospedaria dos Quatro Quatros”.

Beremiz: - Mas que nome interessante, quatro quatros, há nisso tudo espantosa coincidência digna de atenção.

Salém: - Coincidência?

Beremiz: - Caros amigos, isso me lembra uma das maravilhas do cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros! Veja o zero (rabisca no pergaminho e mostra), o dois, o três e o próprio quatro (enquanto fala vai rabiscando e mostra aos amigos).

Bagdali: - Me deixe tentar (pega um pergaminho rabisca, logo em seguida mostra) é verdade aqui está o seis e o sete, mas que maravilha meu amigo.

Salém: - Beremiz você é com certeza o homem que o rei vem procurando todos esses anos, não sei se é do conhecimento de vocês que o rei procura desde muito tempo por um calculista que consiga ensinar sua filha Telassim a arte da matemática, disso depende a felicidade da princesa, o meu amigo Vizir Maluf os levará até o rei.

Cortinas se fecham.

## A.5 Quinto ato.

Figura 6: Beremiz, Bagdali e o Vizir Maluf, sendo atendidos pelo garçon da hospedaria.

Beremiz, Bagdali e o Vizir Maluf estão sentados bebendo em uma hospedaria, o garçon traz a conta.

Garçom: - Trinta dinares senhores.

Bagdali: - Ahhhh essa conta eu sei fazer, isso dá dez dinares pra cada.

O três pagam dez dinares cada um e o garçom volta logo depois.

Garçom: - Desculpe-me senhores, houve um erro a conta na verdade deu 25 dinares.

Bagdali: - E agora?

Vizir: - Vamos fazer o seguinte, dos cinco dinares que o garçom nos trouxe de volta cada um fica com um, e os dois dinares que sobraram nós damos a esse gentil garçom (diz já estendendo as moedas ao garçom e dividindo as três moedas entre os três).

Bagdali: - Há um erro nessa conta está faltando um dinar, se nós demos dez dinares e nos devolveram um, quer dizer que gastamos nove dinares cada um, três vezes nove é vinte e sete, demos dois dinares ao garçom, vinte e sete mais dois dá vinte e nove, se tínhamos trinta dinares está faltando um dinar.

Garçom: - (indignado) Eu não roubei nada!

Beremiz: - Não Bagdali, não podemos fazer a conta dessa forma, vinte e cinco ficaram para pagar a nossa conta, dois demos ao garçom e três dividimos entre nós, 25+3+2=30 viu? Não falta dinar nenhum, temos que prestar atenção sempre meus amigos, porque é muito fácil cometermos enganos quando efetuamos um cálculo.

Bagdali: (falando com Beremiz)- Você tem razão meu amigo,(e dirigindo-se ao garçom com um aperto de mãos) me desculpe senhor pelo engano!

Os homens levantam e saem, as cortinas se fecham.

## A.6 Sexto ato.

Figura 7: O rei acompanhado de seu sábio, e de seus convidados Beremiz e Bagdali, assistindo à uma apresentação de dança.

As cortinas se abrem o rei está sentado, ao seu lado está Beremiz, Bagdali e o sábio do rei, enquanto uma dançarina do ventre se apresenta eles batem palmas, ao final da dança a dançarina sai de cena.

Sábio: - Caro rei me perdoe mas esse simples pastor não pode saber mais que todos os sábios que já tentaram sem sucesso ensinar a princesa.

Beremiz: - Gostaria nobre sábio de uma chance de ao menos tentar, é claro se o rei me permitir.

Rei: - (falando alto) Que entre Telassim (a princesa entra e Beremiz a observa admirando sua beleza), minha filha esse é Beremiz Samir um habilidoso e sábio calculista que veio indicado por meus amigos para te ensinar tal ciência e te livrar do destino tão cruel que as estrelas lhe reservaram.

A princesa, após fazer reverência aos presentes, senta-se em uma mesa cheia de livros e ali Beremiz também se senta e os dois começam a conversar, a música aumenta e momentos depois vai diminuindo.

Telassim: - Então um número é perfeito se a soma de seus divisores dá o próprio número?

Beremiz: - Sim, me dê dois exemplos

Telassim: - O número seis, pois seus divisores são um, dois e três, e $1+2+3 = 6$. (e para pensativa) ah o 28 também é um número perfeito, pois seus divisores são um, dois, quatro, sete e quatorze e $1+2+4+7+14= 28$.

Beremiz: - Parabéns Telassim, estava vendo aqui que você é muito devotada a leitura religiosa, sabia que o Alcorão contém 46.439 palavras e 323.670 letras, e que o nome de Jesus filho de Maria é citado 19 vezes, falando em dezenove, vamos aprender um pouco agora sobre números primos?

Telassim: - Ah eu acho que me lembro, são os números que têm apenas dois divisores diferentes, ele próprio e o número um.

A música volta eles prosseguem estudando parecendo estar se divertindo, e as cortinas se fecham.

## A.7 Sétimo ato.

Figura 8: Beremiz ensinando Telassim.

Narrador: - Beremiz e Telassim seguiram assim estudando por dias e meses, e ficando cada vez mais amigos, até que chegou o dia do 18º aniversário de Telassim.

Cortinas se abrem Telassim, Beremiz o rei e o sábio estão na sala real.

Rei: - Meu amigo Beremiz esse reino tem com você uma dívida maior que o tesouro real, você livrou minha filha de um futuro amaldiçoado, como posso lhe retribuir?

Beremiz: - Caro rei, não quero dinheiro, o que quero também vale mais que o tesouro real, quero a mão de Telassim em casamento.

Rei: - O que você acha disso caro sábio?

Sábio: - Amado rei o senhor sabe que eu sempre fui contra Beremiz, mas ele provou seu valor e eu tenho certeza que um dia será um ótimo rei, pois nada melhor que um sábio calculista, justo e puro de coração para ser o marido de Telassim e o nosso futuro rei.

Rei: - E você Telassim, o que pensa sobre isso?

Telassim:- Meu pai o meu amor por Beremiz é infinito.

Rei: - Bem Beremiz, se é assim, eu aceito seu pedido.

Beremiz dá o braço para a princesa eles reverenciam o rei e saem da sala e as cortinas se fecham.

Narrador: - Beremiz e Telassim encontraram a felicidade, pois com Beremiz, Telassim aprendeu o valor do conhecimento, e com Telassim, Beremiz conheceu o valor do amor.

FIM.