Universidade Estadual de Santa Cruz

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PROPOSTA DE IMPLANTAÇÃO DO CENTRO DE ESTUDOS DE MÁGICAS E CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

por

Aldo José Conceição da Silva †

Mestrado Profissional em Matemática - Ilhéus - BA

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Mota Alves

†Este trabalho contou com apoio financeiro da Capes obtido através da SBM–PROFMAT–UESC.

Aldo José Conceição da Silva

PROPOSTA DE IMPLANTAÇÃO DO CENTRO DE ESTUDOS DE MÁGICAS E CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) para a obtenção do título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Prof. Doutor Sergio Mota Alves

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC

Mestrado Profisional em Matemática em Rede Nacional –PROFMAT

Programa de Pós-Graduação

Ilhéus - BA

2015

Aldo José Conceição da Silva

PROPOSTA DE IMPLANTAÇÃO DO CENTRO DE ESTUDOS DE MÁGICAS E CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) para a obtenção do título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus - BA, 10 de março de 2015:

Prof. Sérgio Mota Alves
Orientador

Prof. Doutor Vinícius Augusto Takahashi Arakawa
Convidado 1

Fabíolo Moraes Amaral

Prof. Doutor Fabíolo Moraes Amaral
Convidado 2

Ilhéus - BA
2015

S586 Silva, Aldo José Conceição da
Proposta de implantação do centro de estudos de mágicas e curiosidade matemáticas / Aldo José Conceição da Silva. – Ilhéus, BA: UESC, 2015.
50 f.: il.

Orientador: Sergio Mota Alves.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Inclui referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Jogos no ensino de matemática. 3. Matemática – (Ensino fundamental). 4. Matemática – (Ensino médio). 5. Matemática – (Ensino superior). 6. Aritmética. I. Título.

CDD 510.7

DEDICATÓRIA

Ao meu Deus.
À minha esposa Clebiane Silva.
Aos meus filhos Haniel e Betina.
Aos meus Pais Carlos Silva e
Eduarda Silva.
À minha sogra Cleondina Santos.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos:

Primeiramente a **Deus**, pois sei que este projeto esteve dentro de sua vontade para minha vida, pois as experiências que vivenciei só contribuiram para que cada vez mais eu confiasse Nele em meio às dificuldades.

À minha amada esposa, **Clebiane Silva**, e a meus filhos, **Haniel** e **Betina**, que durante todo percurso dessa pós-graduação suportaram os difícies momentos vividos, me dando força e motivação para concluí-la. Querida, quero dizer que não tenho como retribuir tudo que você fez por mim durante estes dois últimos anos, mas saiba que você tem todo o meu amor.

Aos meus pais, **Carlos** e **Eduarda**, pelo apoio, pelas orações e pelo acolhimento dado não só a mim, mas também aos meus colegas durante estes dois anos.

À minha sogra **Cleondina** e à minha cunhada **Clébia**, que torceram e intercederam muito a Deus pelo meu sucesso neste programa.

Aos professores que conheci durante o programa, fundamentais no aperfeiçoamento do meu conhecimento matemático. Sei que alguns se tornaram grandes amigos que torcem muito pelo nosso crescimento.

Aos colegas e amigos que vivenciaram comigo a relização deste sonho. Em especial a **Glauber Paiva, Dilo Marquesini, Cézar Rocha** e **Lorena Oss** com os quais vivenciei os grandes temores e dificuldades durante o curso.

Agradeço, também, ao **Prof. Dr. Vinícius Augusto Takahashi Arakawa** e **Prof. Dra. Fernanda Gonçalves de Paula**. Suas contribuições ao longo do curso me foram muito preciosas.

Não tenho como expressar meu agradecimento ao meu orientador **Prof. Dr. Sérgio Mota Alves**, que confiou a mim a construção deste trabalho, estando à disposição para dirimir minhas constantes dúvidas, sendo muito paciente em me orientar. Agradeço pelos grande incentivos durante o curso e pela amizade dispensada.

Aos membros da banca examinadora, pela avaliação deste trabalho e cujas sugestões certamente ajudarão a aperfeiçoá-lo.

À **Capes** pelo apoio financeiro para realização deste trabalho.

ABSTRACT

This present assignment proposes the implementation of the Studies Center of Mathematical Magic and Curiosities, through a partnership between the State University of Santa Cruz (UESC) and the Federal Institute of Education, Science and Technology of Bahia (Eunápolis and Valença campuses). So, we seek the theoretical sieve of authors engaged in the issue of playfulness in mathematics teaching-learning, also considering the official guiding documents, named National Curriculum Standards and Curriculum Guidance for Secondary Education. Therefore, we present the refered center implementation project, as well as examples of teaching sequences that use the magic and mathematical curiosities as a relevant teaching resource for educational practice in this discipline.

Key-words: playfulness; magical and mathematical curiosities; arithmetic, teaching and learning.

RESUMO

O presente trabalho propõe a implantação do Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas, por meio de uma parceria entre a Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (*campi* Eunápolis e Valença). Para tanto, buscamos o crivo teórico de autores que se dedicam à questão da ludicidade no ensino-aprendizagem de Matemática, considerando também os documentos oficiais norteadores, quais sejam os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Por conseguinte, apresentamos o projeto de implantação do referido centro, bem como exemplos de sequências didáticas que se utilizam das mágicas e curiosidades matemáticas como recurso didático relevante para a prática pedagógica nessa disciplina.

Palavras-chaves: ludicidade; mágicas e curiosidades matemáticas; aritmética, ensino-aprendizagem.

Sumário

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem o objetivo de propor a implantação de um Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas, englobando o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (*Campi* Eunápolis e Valença), além da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC).

Para melhor situar a proposta, apresentaremos no capítulo seguinte a fundamentação teórica na qual ela se ampara, o projeto de implantação e modelos de sequências didáticas que serão elaboradas no referido centro, considerando os impactos dos estudos sobre mágicas e curiosidades no ensino-aprendizagem de Matemática, tanto para o Ensino Fundamental II, quanto para o Ensino Médio.

No que se refere ao aporte teórico, este trabalho se fundamenta nos documentos oficiais que norteiam o ensino de Matemática no Brasil, a saber, os Parâmetros Curriculares Nacionais [3] e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio [2], levando em conta também autores cujas contribuições têm sido fundamentais para a temática aqui abordada. São eles: Gardner [6]; Stewart [13], [14], [15]; Sampaio e Malagutti [12].

É interessante salientar que outros pesquisadores têm se debruçado sobre a temática dos jogos, mágicas e curiosidades matemáticas, no intuito de tornar o aprendizado dessa disciplina mais prazeroso e divertido para os alunos, fazendo com que estes passem a se interessar mais por essa área de conhecimento.

Mendonça [9], por exemplo, parte da perspectiva de dar ao lúdico e às atividades criativas e diferenciadas um papel de destaque no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, enquanto novo recurso metodológico. O trabalho da autora tem como ponto de partida atividades que lograram êxito e cuja abordagem sinaliza para a importância de paródias, mágicas e brincadeiras diversas nas aulas de Matemática. A autora entende ser o lúdico uma importante contribuição para o desenvolvimento da criança, devendo ser levado em conta dentro do contexto escolar, sob constante planejamento.

Guelli [7], por sua vez, através de uma narrativa fluida e envolvente, apresenta a história do professor Aldo e seu aluno Alberto, o melhor da classe, em Matemática. No pequeno conto, o autor descreve de forma bastante detalhada, usando a aritmética, uma mágica matemática que pode servir de elemento motivador para a aula. Em sua narrativa, Guelli consegue mostrar passo a passo a mágica presente na história, descrevendo como esse recurso pode trazer à aula de matemática elementos como suspense, curiosidade e diversão.

Corroborando o que dizem os pesquisadores anteriormente citados, Falcão, Batista, Silva, Amaral e Souza [5] evidenciam que as mágicas matemáticas podem proporcionar momentos de ludicidade e descontração. Os autores expõem o elemento artístico dessas mágicas, explicando o princípio matemático que as regem. Por meio de uma proposta de oficina para graduandos e professores de Matemática, os pesquisadores defendem que a mágica, assim como outro elemento lúdico, quando planejada, tem o poder de conferir ao aluno a motivação necessária para que ele compreenda a aplicabilidade do que está sendo ensinado.

Neste trabalho, também acreditamos no poder que as curiosidades e mágicas têm para dinamizar as aulas de Matemática, motivando os alunos e despertando sua curiosidade. Nosso diferencial é que propomos a implantação do centro de estudos, para que sejam criadas novas mágicas e para que se ofereçam aos professores subsídios didáticos para a aplicação de mágicas e curiosidades atreladas a conteúdos curriculares específicos da Matemática, através da apresentação de sequências didáticas para turmas de Ensino Fundamental II e de Ensino Médio.

Nessa perspectiva, acreditamos que a implantação do centro de estudos pode ter um grande e positivo impacto na sala de aula, uma vez que nosso objetivo é estabelecer um diálogo eficaz entre a pesquisa acadêmica relacionada às mágicas e curiosidades e a prática do professor de Matemática que tenha acesso às instituições anteriormente mencionadas.

Apresentaremos, pois, no primeiro capítulo deste trabalho, o aporte teórico no qual nossa proposta se fundamenta, indicando a contribuição de estudiosos sobre a temática Mágicas e Curiosidades Matemáticas. Nossa fundamentação se organiza, considerando a ludicidade das mágicas e curiosidades matemáticas e seu papel em sala de aula, bem como o que dizem os documentos oficiais outrora citados a respeito da ludicidade no processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina.

No capítulo seguinte, faremos a apresentação do projeto de implantação do Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas, ressaltando a relevância do referido projeto, seus objetivos, os procedimentos e parcerias a serem desenvolvidos, além do cronograma de ações que serão executadas no intuito de implantar o já mencionado centro.

Enfim, no terceiro capítulo, aduziremos três sequências didáticas cujos conteúdos partem das mágicas e curiosidades matemáticas enquanto recurso didático possível para as aulas de Matemática, em diferentes etapas de ensino. O objetivo desse capítulo é, também, expor o tipo de trabalho que desenvolveremos no centro de estudos cuja implantação estamos a propor.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção está organizada em dois tópicos que acreditamos ser de grande relevância para a nossa proposta. O primeiro deles versa sobre o conceito de ludicidade e seu papel na sala de aula de Matemática, enquanto elemento motivador capaz de gerar interesse e curiosidade sobre determinado conteúdo matemático. No segundo tópico, falaremos a respeito do que dizem os documentos que norteiam o ensino de Matemática no Brasil, em relação à ludicidade como recurso didático para a aula dessa disciplina.

2.1 A ludicidade das mágicas e curiosidades matemáticas e seu papel em sala de aula.

O sentido do vocábulo lúdico é tratado por Cardoso [4] da seguinte forma:

> A etimologia do vocábulo lúdico, surge do latim ludus que significa brincar ou jogar. Convém ressaltar que, na língua portuguesa, o termo lúdico é um adjetivo lusório, embora venha sendo utilizado sem justificativas gramaticais, como substantivo e tradução do francês jeu, do inglês play e do alemão Spiel. Assim, no intuito de tentar abranger os variados termos, existe o termo ludo e, modernamente, o neologismo lúdico ou ludicidade. (CARDOSO, 2008, p.57, [4])

Na Matemática, a ludicidade se caracteriza por ser uma forma prazerosa e divertida de lidar com conteúdos que geralmente são tratados de maneira bastante formal. Por meio de jogos e brincadeiras, a ludicidade tem o objetivo de gerar uma aprendizagem mais significativa para os alunos, durante as atividades pedagógicas.

Não se pode deixar de considerar também que a ludicidade na Matemática há muito interessa aqueles que, no decurso da história, de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento dessa área do conhecimento. A exemplo disso, Gardner [7] afirmou que vários estudiosos de relevância para a Matemática se mostraram interessados no que ele chamou de matemática recreacional, a qual, atualmente se dedica a jogos, mágicas e curiosidades.

> A Topologia teve a sua origem com Euler, em análise que ele fez de uma charada sobre cruzamento de pontes. Leibniz devotou tempo considerável ao estudo de um quebra-cabeça sobre um brinquedo saltador que reapareceu recentemente sob o nome comercial de Test your High-Q. David Hilbert, o grande matemático alemão, provou um dos teoremas básicos do campo das charadas de dissecção. O falecido A. M. Turing, um pioneiro da moderna teoria dos computadores, discutiu a charada dos 15 de Sam Loyd em um artigo sobre problemas solúveis e insolúveis. Contou-me Piet Hain que quando visitou Albert Einsten encontrou uma estante inteirinha dos livros do sábio repleta de obras sobre matemática recreacional. (GARDNER, 1962, XII, [6]).

É válido ressaltar que o referido autor afirma que a matemática recreacional tem seu valor pedagógico amplamente reconhecido. Para ele, o raciocínio aplicado a essa matemática é o mesmo dedicado às grandes descobertas.

> O pensar dedicado a esses assuntos comezinhos é do mesmo tipo do que leva às descobertas matemáticas e científicas. Afinal de contas, o que é matemática senão a solução de quebra-cabeças? E o que é a Ciência senão um esforço sistemático para obter respostas cada vez melhores para os quebra-cabeças impostos pela natureza? (Idem)

Então, seja por meio de jogos de competição, mágicas, curiosidades, charadas ou outros recursos, a ludicidade tem o poder de estimular nos educandos o pensamento científico. Para Gadner [6], por exemplo,

> o elemento jogo, que torna divertida a matemática recreativa, pode tomar vários aspectos: um quebra-cabeça a ser resolvido, um jogo de competição, uma mágica, paradoxo, falácia ou simplesmente Matemática com um toque qualquer de curiosidade ou diversão. (GARDNER, 1962, XI, [6])

No que se refere à diversão atrelada aos estudos de matemática, Stewart [13] apresenta um posicionamento bastante curioso. Assim o autor aduz: "as pessoas tentam, por vezes, dar a ideia de que a matemática pode ser divertida. Penso que a ênfase aí não está correta. Para mim, a matemática é divertida." (STEWART, 2008, p. 08, [13]).

Por essa razão, para o autor, a Matemática não deve ser vista como uma disciplina inimiga, distante do afeto que os estudantes podem nutrir por outras áreas do conhecimento. "A matemática tem de ser encarada como amiga, e não como adversária. Não digo que a matemática seja sempre uma feira de diversões, mas qualquer pessoa deve ser capaz de apreciá-la, qualquer seja o nível a que opere." (Idem)

Ainda segundo Stewart [15], a Matemática ensinada na escola, de grande importância para a formação do aluno que também é cidadão, é parte de algo muito maior, que transcende os espaços da sala de aula. Por isso, assim ele afirma:

> a matemática da escola é apenas uma parte pequenina de um empreendimento muito maior, que atravessa milênios de cultura humana e se estende por todo o planeta. A matemática é essencial para tudo que afeta nossas vidas – telefones celulares, medicina, mudança climática – e está crescendo mais rápido que nunca. Mas a maior parte dessa atividade acontece nos bastidores, e é muito fácil imaginarmos que simplesmente não esteja acontecendo. (STEWART, 2010, p. 14, [15])

O fato é que as contribuições teóricas desse autor se voltam para um público que ele deseja ver descortinando as curiosidades que a Matemática pode apresentar. Em Almanaque das curiosidades matemáticas [14], por exemplo, o autor sustenta:

> o que quero fazer é instigar sua imaginação, mostrando muitos aspectos divertidos e intrigantes dessa ciência. Quero que você se divirta, mas eu ficarei exultante se, ao ler o Almanaque, você sentir vontade de "meter a mão" na matemática, vivenciar a emoção da descoberta e se manter informado sobre avanços importantes – sejam eles de dois mil anos atrás, da semana passada ou de amanhã. (STEWART, 2009, p. 10, [14])

No Brasil, desenvolvendo estudos nessa área, destacam-se Sampaio e Malagutti [12], propondo um trabalho com mágicas e truques atrelados às propriedades aritméticas. Para tanto, ambos sugerem o trabalho com propriedades advindas da teoria dos números, calendários, barbantes e materiais diversos.

De acordo com os autores, "a arte de adivinhar ou prever números e cálculos aritméticos faz parte de nossa cultura matemática desde a primeira infância." (SAMPAIO e MALAGUTTI, 2008, p.10, [12]) Por isso, eles pretendem deixar uma contribuição para estudantes de licenciatura em Matemática e para professores da educação básica, a qual pode se constituir como "alternativas de ensino-aprendizagem de Matemática, tornando as aulas mais prazerosas", nas quais elementos lúdicos se aliem ao ato de aprender.

Assim, feitas as devidas considerações pertinentes aos teóricos que se ocupam da temática norteadora de nossa proposta, é importante sabermos o que prescrevem os documentos oficiais sobre aquilo que nos dispomos a tratar.

2.2 A ludicidade na Matemática, a partir dos documentos oficiais.

Dos documentos oficias que norteiam o ensino no Brasil, elegemos dois que, sem dúvida, são primordiais para o entendimento daquilo que se espera em relação ao trabalho com a Matemática em sala de aula, tanto no Ensino Fundamental, quanto no Ensino Médio.

O primeiro deles, os Parâmetros Curriculares Nacionais (doravante PCN), objetiva o construto de um referencial teórico que sirva de orientação para a prática docente, no intuito de contribuir para que toda criança e todo jovem do Brasil possam ter acesso a um conhecimento matemático que lhes dê efetiva possibilidade de inserção, enquanto cidadãos, no mundo das relações sociais, do trabalho e da cultura.

É importante enfatizar que tal documento também poderá dar norte à formação inicial e continuada de professores, orientando também a produção de livros e outros materiais didáticos, como, por exemplo, as sequências didáticas que serão apresentadas como exemplos da produção do centro de estudos que almejamos implantar.

Quanto à ludicidade, os PCN destacam os jogos como uma possibilidade de trabalho em sala de aula de Matemática, fornecendo contextos para os problemas, bem como estratégias de resolução, uma vez que "o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução." (PCN, 1998, p. 40, [3])

Para o referido documento, os jogos se constituem como excelente fonte de proposição de problemas, atraindo, assim, a atenção dos alunos, estimulando, inclusive, sua curiosidade para o trabalho que será desenvolvido.

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.

> Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (PCN, 1998, p. 46, [3])

Além disso, enquanto recurso didático, os jogos podem trazer consigo a possibilidade de desenvolvimento de competências fundamentais para o trabalho com a Matemática. E isso se dá porque mais que uma atividade lúdica,

> os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para a aprendizagem da Matemática. (Idem)

O segundo documento que elegemos para também fundamentar nossa proposta são as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (doravante OCEM), elaboradas com o objetivo de apresentar um conjunto de reflexões que alimentem a prática de professores em todo o país.

Concebidas a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, as OCEM visam ao oferecimento de alternativas didático-pedagógicas para a organização do trabalho pedagógico, buscando atender às necessidades e expectativas das escolas e dos professores na estruturação do currículo para o Ensino Médio.

Nelas, pelo menos no capítulo dedicado aos conhecimentos de Matemática, não há alusões a jogos ou à ludicidade. Entretanto, a referência que o documento faz ao recurso à situação-problema para o ensino da Matemática dialoga perfeitamente com a proposta ora apresentada para o trabalho com as mágicas e curiosidades matemáticas.

Isso se dá devido ao fato de que tanto as mágicas quanto a situação-problema, descrita nas OCEM, "colocam o aluno, guardando-se as devidas proporções, em situação análoga àquela do matemático no exercício da profissão", já que, por meio dela, "o aluno é desafiado a realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados." (OCEM, 2006, p.84, [2])

De igual forma, pelo recurso às mágicas e curiosidades matemáticas, o professor possibilita aos seus alunos a construção de um conhecimento matemático que se dará através de conjecturas, especulações, raciocínio lógico e outras competências tão relevantes para a consolidação desse conhecimento.

A mágica pode, então, convidar o aluno à construção de um novo conhecimento matemático e, tal qual a situação-problema, pode ser o elemento gerador "de um problema cujo conceito, necessário à sua resolução, é aquele que queremos que o aluno construa." (OCEM, 2006, p.84, [2])

É oportuno destacar que, assim como outrora sinalizamos, por meio da citação de Gardner [6], as mágicas e curiosidades matemáticas fazem parte do universo dos jogos, trazendo para a Matemática um caráter lúdico e atraente, sem, contudo, descaracterizar essa ciência que deve ter

> um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (OCEM, 2006, p.70, [2])

Então, seja pela representação dos jogos, seja pela construção de conhecimento propiciada pela situação-problema, as mágicas e curiosidades matemáticas podem conferir às aulas de Matemática, além de interesse, curiosidade, ludicidade e diversão, um conhecimento produzido através da soma de competências fundamentais para a aquisição de qualquer saber matemático.

Assim, com vistas ao exposto até aqui, a seção a seguir tratará do projeto de implantação do Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas, considerando os objetivos da proposta, sua relevância para graduandos e professores de matemática, bem como os procedimentos e parcerias a serem desenvolvidos e o cronograma de ações.

CAPÍTULO 3

PROJETO DE IMPLANTAÇÃO DO CENTRO DE ESTUDOS DE MÁGICAS E CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

3.1 Introdução

O processo de ensino-aprendizagem de Matemática tem passado por várias transformações ao longo do tempo. É bem verdade que a disciplina, apesar dessas transformações, nem sempre pode contar com o gosto e a motivação dos educandos, já que eles, na maioria das vezes, elegem outras áreas de conhecimento como suas prediletas.

Tal situação também é reforçada pela metodologia através da qual a Matemática é ensinada, além da necessidade de abstração de alguns conteúdos, principalmente a partir do Ensino Fundamental II, etapa de ensino na qual a ludicidade passa a ocupar lugar de pouco destaque nas aulas.

É, então, na tentativa de diminuir os impactos negativos desse cenário que pretendemos implantar o Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas. Este centro visa agregar docentes e graduandos desta área, no intuito de promover estudos voltados para as mágicas e curiosidades matemáticas, com a finalidade de desenvolver pesquisas e elaboraração de materiais didáticos que tenham em seu bojo as mágicas e curiosidades matemáticas atreladas a conteúdos específicos desta disciplina, como recurso didático para as aulas.

Cabe afirmar que a motivação para a implantação desse centro surgiu a partir de nossa vivência no PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática, em rede nacional), na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), durante momentos de discussões sobre o assunto com o Professor Doutor Sérgio Mota Alves. Tal motivação ganhou ainda mais estímulo após a nossa participação no 1º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, em Brasília, no ano de 2013.

Naquela ocasião, participamos do minicurso "Mágicas com fundamentação Matemática", ministrado pelo Professor Doutor Pedro Malagutti. Ali, tivemos a oportunidade de constatar que a ludicidade presente nos jogos, mágicas, enigmas e curiosidades matemáticas podem permanecer no processo de ensino-aprendizagem desde as primeiras etapas do ensino até a educação superior, por exemplo.

Assim, desde aquela ocasião temos buscado desenvolver estudos relacionados a essa temática, com a intenção de aproximá-la cada vez mais de graduandos e docentes de Matemática e, consequentemente, do universo da sala de aula. Sabemos que, apesar dessa temática ter sua viabilidade também na educação superior, nossa proposta, em princípio, se vincula ao Ensino Fundamental e ao Ensino Médio, podendo, entretanto, ser ampliada futuramente para o Ensino Superior.

Por isso, entendemos que a implantação desse centro de estudos poderá oferecer novo alento para graduandos e docentes, trazendo consigo impactos muito positivos para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática e, por conseguinte, atrair a atenção e o interesse de um maior número de alunos para a construção de conhecimento dessa disciplina.

3.2 Justificativa

Não se pode dizer que há fórmulas prontas ou manuais perfeitos para o ensino de Matemática. Conforme os PCN, por exemplo,

> é consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado

> como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor conheça sua prática. (PCN, 1998, p. 42, [3])

Nesse sentido, nossa proposta almeja oferecer outra possibilidade de trabalho em sala de aula, aliando ao ensino da Matemática a ludicidade intrínseca às mágicas e curiosidades matemáticas. Não sustentamos que elas sejam o único e perfeito caminho, mas certamente têm muito a contribuir para o desenvolvimento de competências necessárias ao saber matemático.

Por isso, a implantação do Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas se justifica pelo fato de ser uma possibilidade de sinalizar outros recursos didáticos igualmente importantes para a prática docente. Além disso, poderá reaproximar docentes de Matemática e graduandos dessa licenciatura, ou seja, o conhecimento construído a partir da prática de sala de aula se aliará aos estudos acadêmicos daqueles que futuramente ocuparão esses espaços como professores.

De acordo com os PCN [3], é na busca por novos conhecimentos e na escolha por assumir uma postura de constante reflexão, que professores, quer individualmente, quer em pequenos grupos, desenvolvem práticas mais eficientes para ensinar Matemática.

Outro fator de relevância se refere à possibilidade de mudança de metodologia de ensino de docentes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, uma vez que, havendo a adesão deles à temática por nós proposta, as aulas serão revisitadas pelo elemento lúdico, proporcionando aos aprendizes a diversão, a curiosidade e a elaboração de hipóteses atreladas à construção do saber matemático.

Por essa razão, concordamos com as OCEM [2], quando partem do princípio de que toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”, pensar este, estimulado e evidenciado no trabalho com as mágicas e curiosidades matemáticas.

Também é conveniente enfatizar que outro elemento indicador da relevância da implantação do centro de estudos é a produção de material didático a ser realizada pelos seus componentes, a saber, professores do ensino superior, professores da educação básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio) e graduandos de Matemática.

Em princípio, os materiais serão produzidos através de sequências didáticas para as já mencionadas etapas de ensino, o que não impede a produção futura de outros materiais. Não podemos deixar de evidenciar, contudo, que essas sequências serão elaboradas considerando as mágicas e curiosidades matemáticas atreladas a conteúdos específicos da disciplina.

Este é, inclusive, um grande diferencial da nossa proposta, visto que, dos materiais que pesquisamos até aqui, vimos apenas o trabalho com as mágicas enquanto passatempo ou estratégia de motivação para a aula, sem qualquer associação com os conteúdos da Matemática a serem trabalhados nas etapas de ensino.

Também constatamos ser superficial a teorização a respeito das mágicas e curiosidades matemáticas, principalmente quando aliadas a conteúdos específicos da referida disciplina. Com a implantação do centro de estudos essa realidade poderá ser transformada, em virtude de buscarmos desenvolver outras mágicas e curiosidades, juntamente com outros materiais didáticos, visto que, "não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas de sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória." (PCN, 1998, p. 21, [3]).

Destarte, reiteramos a noção de que a implantação do Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas terá um impacto significativamente positivo para a prática docente, contribuindo para a formação de futuros professores, para a prática de professores que já estão em sala de aula e para o desenvolvimento de um saber matemático associado à ludicidade, à curiosidade e ao "pensar matematicamente".

3.3 Objetivos

3.3.1 Geral

Propor a implantação do *Centro de Estudos de Mágicas e Curiosidades Matemáticas* na Universidade Estadual de Santa Cruz, com a parceria entre o Instituto Federal de Ciência e Tecnologia da Bahia – Campus Eunápolis e Campus Valença.

3.3.2 Específicos

Estudar os principais materiais produzidos a respeito das mágicas e curiosidades matemáticas, em âmbito nacional e internacional;

Analisar e produzir estudos e relatos de experiência que evidenciam as vantagens da utilização de mágicas e curiosidades matemáticas como recurso didático;

Identificar e separar os materiais produzidos, por conteúdos envolvidos e séries pertinentes; Elaborar sequências didáticas que envolvam o trabalho com mágicas e curiosidades matemáticas, para aplicação em turmas de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Estabelecer parcerias com o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (*Campi* Eunápolis e Valença).

3.4 Procedimentos e parcerias

Trataremos aqui acerca das ações que serão realizadas para a implantação do centro de estudos. Contudo, é válido ressaltar que algumas dessas ações já foram executadas, principalmente na Universidade Estadual de Santa Cruz (doravante UESC), onde foram iniciados os primeiros estudos do grupo que comporá o referido centro, a saber, o autor dessa proposta; alunos do bacharelado em Matemática, também participantes do Projeto de Iniciação Científica, Daniel Lima, Larissa Tito e Geisa Oliveira; a aluna de licenciatura em Matemática Fabiana Serra, além do Professor Doutor Sérgio Mota Alves.

Na referida instituição de ensino, o já mencionado grupo compõe o primeiro núcleo de estudos cuja expansão se dará pela parceria com os campi do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (doravante IFBA), em Eunápolis e Valença.

Na UESC, os primeiros estudos já tiveram como resultado a elaboração de algumas sequências didáticas cuja apresentação fará parte da próxima seção deste trabalho. Também já começamos a revisão bibliográfica pertinente à temática, assim como a catalogação das mágicas e curiosidades matemáticas relacionadas a conteúdos específicos da disciplina.

No intuito de se fazer conhecida a proposta de implantação do centro de estudos, serão organizadas apresentações deste projeto, tanto em Valença quanto em Eunápolis, para que também seja discutida a viabilidade da proposta e para que se estabeleçam possíveis coordenadores para esses dois novos núcleos.

Uma ação de igual importância é a abertura de um laboratório no qual todos os materiais produzidos no centro de estudos sejam disponibilizados, tanto para a comunidade docente quanto para graduandos. Inicialmente, tal laboratório terá seu núcleo na UESC, com a possibilidade de ser instalado nas instituições de ensino parceiras.

Cabe evidenciar que as referidas instituições foram eleitas para a participação no projeto pelo fato de terem em seu quadro de cursos a Licenciatura em Matemática. Além disso, essas instituições são importantes colaboradoras do PROFMAT, nas pessoas do Professor Doutor Fabíolo Amaral e dos Professores Mestres Cíntia Souza e Roque Lyrio.

Outra ação importante é dar visibilidade ao trabalho desenvolvido no já citado centro de estudos, através da participação de seus membros em simpósios, colóquios, congressos, encontros, seminários e outros eventos, bem como a publicação em anais, periódicos e outros suportes de comunicação científica, físicos ou virtuais.

3.5 Cronograma

As ações aqui elencadas se referem tanto àquelas que já começaram a ser executadas na UESC, no ano de 2014, quanto aquelas que ainda serão implementadas nas instituições parceiras, para que nossa proposta seja colocada em prática.

Atividades	**Meses (2014 – 2015)**											
	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun
Formação do núcleo da UESC	X											
Revisão Bibliográfica		X	X									
Catalogação das mágicas e curiosidades matemáticas				X	X							
Produção das primeiras sequências didáticas						X						
Elaboração do projeto de implantação						X	X					
Apresentação do projeto no IFBA/Campus Valença							X					
Recesso								X				
Apresentação do projeto no IFBA/Campus Eunápolis									X			
Formação do Núcleo de Valença										X		
Formação do núcleo de Eunápolis											X	
Primeira reunião do Centro de Estudos para definir diretrizes de trabalhos.												X

CAPÍTULO 4

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS ENVOLVENDO MÁGICAS E CURIOSIDADES MATEMÁTICAS: UM RECURSO DIDÁTICO POSSÍVEL.

Esta seção apresenta três exemplos de sequências didáticas que envolvem o trabalho com mágicas e curiosidades matemáticas, sendo uma destinada ao Ensino Fundamental, outra ao Ensino Médio e a última delas ao Ensino Superior.

Embora toda a nossa proposta, em princípio se direcione à educação básica, entendemos que esse projeto de implantação tem plena condição de se expandir para a graduação. Em virtude disso, optamos por apresentar também uma sequência didática destinada à educação superior.

O que pretendemos é exemplificar com essas sequências o tipo de trabalho que desejamos desenvolver a partir da implantação do referido centro. Ainda ressaltamos que tais sequências foram desenvolvidas pelo autor dessa proposta, como resultado dos primeiros estudos sobre a temática aqui apresentada.

Antes, porém, faremos uma breve explanação acerca do que são as sequências didáticas e de seu papel no processo de ensino-aprendizagem, enquanto recurso eficaz para o planejamento e desenvolvimento das aulas.

Segundo Zabala [16], "as sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores quanto pelos alunos." (ZABALA, 1998, p.18, [16])

Ainda de acordo com o autor, pensar na configuração dessas sequências é um dos caminhos mais acertados para melhorar a prática educativa.

Por essa razão, acreditamos serem as sequências didáticas uma excelente ferramenta para o trabalho docente, uma vez que elas apresentam de maneira bastante detalhada os passos que serão seguidos para a efetivação do que se espera alcançar numa aula ou num conjunto delas.

A nosso ver, tais sequências permitem que o professor desenvolva sua aula a partir de um planejamento que considere os objetivos que ele tem para aquela turma, mediante o conteúdo a ser abordado. Por isso, concordamos com Pais [11], quando ele afirma que uma sequência didática é formada por um número de aulas planejadas e analisadas previamente, com a finalidade de observar situações de aprendizagem.

Assim, as sequências didáticas permitem um fazer pedagógico que se distancia do improviso, da falta de planejamento e do despreparo, para dar lugar a uma prática docente cujo desenvolvimento se dá com vistas a garantir a reflexão das ações a serem executadas ao longo da aula, aos objetivos a serem atingidos e a interação com os discentes.

Nessa perspectiva, eis as seguintes sequências didáticas, destinadas, como sinalizamos anteriormente, ao Ensino Fundamental, ao Ensino Médio e ao Ensino Superior, tendo como recurso didático para a aprendizagem, mágicas e curiosidades matemáticas.

4.1 Sequência didática para o Ensino Fundamental

Resgatando o dígito perdido: uma sequência didática para o trabalho com os critérios de divisibilidade.

ÁREA: Matemática e suas tecnologias
DISCIPLINA: Matemática

SÉRIE: 6º ano/ 5ª série
CONTEÚDO: Critérios de divisibilidade
OBJETIVOS
Geral:

- Identificar e utilizar as regras da divisibilidade.

Específicos:

- Desenvolver habilidade na determinação dos divisores de um número natural;
- Utilizar a "mágica matemática" como elemento motivador para a aula;
- Estabelecer relações entre a "mágica matemática" apresentada e o conteúdo a ser estudado.

TEMPO ESTIMADO: 3 aulas

DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA

1ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: Antes da abordagem do conteúdo da aula, será apresentado um número de mágica matemática intitulado "Resgatando o dígito perdido".

Desenvolvimento: O mágico pede a uma pessoa para escrever, em segredo, um número inteiro, de quatro ou cinco algarismos diferentes de 0, mas que não precisam ser diferentes entre si. Ressalte-se que o número de algarismos é irrelevante para esta brincadeira. Em seguida o mágico pede à pessoa para calcular a soma dos algarismos de seu número. Suponhamos que a pessoa escreveu o número 24543. A soma dos algarismos deste número é 18.

O mágico pede, então, para que a pessoa suprima um dos algarismos de seu número, riscando-o e, com os algarismos que restaram, forme um novo número, alterando a ordem dos algarismos como quiser.

No exemplo que estamos tomando, a pessoa pode suprimir, do seu número original, o algarismo 5 e, em seguida, com os algarismos restantes, formar o número 3442.

Assim, o mágico solicita à pessoa para subtrair, desse novo número (encurtado e com seus algarismos embaralhados), a soma dos algarismos do número original.

No nosso exemplo, a pessoa calculará: $3442 - 18 = 3424$.

O mágico pede à pessoa que lhe informe o resultado dessa subtração e, ouvido o resultado, revela imediatamente qual foi o algarismo suprimido do número original.

Atividade 2: A turma será desafiada a desvendar o mistério por trás da mágica, "pensando matematicamente" por meio de inferências, conjecturas e especulações, uma vez que os alunos ainda não têm um conhecimento prévio dos critérios de divisibilidade.

2ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: Serão ensinados os "Critérios de divisibilidade" enfatizando que eles serão ferramentas necessárias para desvendar os mistérios da mágica anteriormente realizada.

Atividade 2: Mostrar algumas propriedades do critério de divisibilidade. Dentre elas, deve-se dar ênfase a que segue abaixo:

O resto da divisão de um número por 9 e o resto da divisão da soma dos seus algarismos por 9, são iguais.

Exemplo: $129/9$ deixa resto 3, como $1+2+9 = 12$, temos que $12/9$, também deixa resto 3.

A diferença entre um inteiro e a soma de seus algarismos é sempre divisível por 9, já que ambos deixam o mesmo resto na divisão por 9.

Exemplo: $129 - 12 = 117$, e 117 dividido por 9 deixa resto 0.

Atividade 3: Propôr aos alunos que voltem a realizar o primeiro procedimento pedido na mágica. Em seguida que subtraiam a soma desse número, de um novo número formado ao suprimir um dos dígitos do número anterior. Depois, solicita-se que façam a soma dos algarismos do resultado (caso a soma possua mais de um algarismo, deve-se refazer o procedimento anterior, até que ele gere somente um algarismo).
Peça para que ele analise o seu resultado e o de outros colegas, atentando para o dígito retirado e resultado da soma obtido.

Exemplo: O número 54132 tem a soma de seus algarismos igual a 15. Retirando o número 2, teremos $5413 - 15 = 5398$. Aplicando a soma, resulta que $5 + 3 + 9 + 8 = 25$. Aplicando a soma novamente, tem-se $2 + 5 = 7$.

Obs.: O objetvo é que os alunos, lembrado do resultado anteriormente citado e da analise do resultado dele e dos colegas, perceba que o valor do algarismo retirado é exatamente o que falta para que a soma final seja divisível por nove, ou seja, para que o resultado dela seja 9.

Atividade 4: Desafiar a turma novamente a desvendar o mistério da mágica, utilizando as propriedades trabalhadas.

Caso os educandos não tenham conseguido concluir, deve-se mostrar o procedimento matemático por trás da mágica que apresentaremos asseguir.
Vamos explicar o truque, sem demonstrar as justificativas aritméticas.

Um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos for divisível por 9. Quando o número não é divisível por nove, ele e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 9.

Por exemplo, para saber qual é o resto da divisão de 45176 por 9, calculamos $4 + 5 + 1 + 7 + 6 = 23$. O resto da divisão de 23 por 9 é 5. Portanto o resto da divisão de 45176 por 9 também é 5.

Iteradamente, podemos ainda fazer:

$4 + 5 + 1 + 7 + 6 = 23$

$2 + 3 = 5$ (repetindo o procedimento de somar os algarismos),e chegamos ao número 5, resto da divisão de 45176 por 9.

Como conseqüência dos fatos acima, a diferença entre um inteiro e a soma de seus algarismos é sempre divisível por 9, já que ambos deixam o mesmo resto na divisão por 9.

Como exemplo, a diferença $45176 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) = 45153$ é divisível por 9:

$45176 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) =$

$$\begin{aligned} &= (4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 7 \times 10 + 6) - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) \\ &= 4 \times 9999 + 5 \times 999 + 1 \times 99 + 7 \times 9 \end{aligned}$$

Agora, se calculamos a soma dos dígitos de um número inteiro divisível por 9 devemos obter um número divisível por 9. Se aplicarmos o procedimento, de calcular a soma dos dígitos de um inteiro, calcular novamente a soma dos dígitos do resultado, e repetir o cálculo da soma dos dígitos a cada novo resultado, a partir de um número divisível por 9, eventualmente chegaremos a um inteiro positivo, de um só dígito, divisível por 9, que só pode ser ... 9.

E quanto à explicação sobre a descoberta do dígito perdido?

Suponhamos que a pessoa, submetida ao truque do mágico, suprimiu o dígito 7 do número 45176, e que, com os algarismos restantes, formou o número 4561.

A diferença $4561 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) = 456123$, já não será divisível por 9, pois o dígito 7 foi descartado do primeiro número.

Agora, $4561 - 23 = 4538$ é um resultado informado ao mágico. O cálculo iterado da soma dos dígitos deste resultado informado dá

$$\begin{aligned} 4+5+3+8 &= 29 \\ 2+9 &= 11 \\ 1+1 &= 2 \end{aligned}$$

revelando ao mágico que não foi obtido um 9 ao final por falta de 7 unidades, informando-lhe este como dígito perdido.

3ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: Desafiá-los a criar outra mágica, utilizando outro critério de divisibilidade que não seja o mesmo utilizado na mágica anterior.

Obs: O objetivo não é que o aluno consiga o feito, mas que ele manipule os critérios de divisibilidade, gerando uma melhor compreensão sobre eles.

Atividade 2: Os alunos devem fazer um relatório dos passos e dos resultados obtidos, mesmo que não tenham conseguido sucesso em criar uma mágica.

AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante as etapas desenvolvidas ao longo das aulas, considerando a participação dos alunos nas discussões e na atividade de consolidação dos conhecimentos construídos.

RECURSOS

Lousa, marcador para quadro, livro didático.

REFERÊNCIAS

SAMPAIO, João Carlos Vieira. MALAGUTTI, Pedro Luiz Aparecido. **Mágicas, matemática e outros mistérios.** São Carlos: EdUFSCAR, 2008. pág. 16-17

4.2 Sequência didática para o Ensino Médio

Quadrado Mágico: uma matriz com características curiosas

ÁREA: Matemática e suas tecnologias
DISCIPLINA: Matemática
SÉRIE: 2º ano
CONTEÚDO: Matrizes e sistemas lineares.
OBJETIVOS
Geral:

- Abordar conhecimentos relacionados à concepção de matrizes quadradas e sistemas lineares

Específicos:

- Compreender as funções geradoras das entradas de matrizes que formam "quadrados mágicos";
- Demonstrar algumas propriedades dessas matrizes;
- Utilizar sistemas lineares para construir um "quadrado mágico" 3 x 3.

TEMPO ESTIMADO: 3 aulas

DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA

1ª Etapa: 2 aulas

Atividade 1: O professor falará a respeito de uma curiosidade matemática conhecida como "Quadrado Mágico".

Um Quadrado Mágico é uma tabela de números dispostos na forma de um quadrado, de tal modo que a soma dos elementos de uma linha, coluna e diagonais seja uma constante. Estes números devem ser inteiros e consecutivos, começados por 1.

Acredita-se, que os Quadrados Mágicos tenham sido inventados na Índia, chegando à Arábia no século IX. Espalharam-se pelo Japão e Oriente Médio, onde eram associados à astrologia, para cálculos dos horóscopos. Foi na transição entre Idade Média e Renascimento que os quadrados mágicos tornaram objetos de estudo, trazido à Europa, no século XV, por Manuel Moschopoulos.

O menor Quadrado Mágico possível é o de 9 elementos, ou seja, com 3 linhas e 3 colunas, ou como estaremos nos referindo, de ordem 3. A tabela abaixo mostra um Quadrado Mágico de ordem 4 preenchido, onde a soma das linhas colunas e diagonais é igual a 34. Note-se que não conseguimos formar um Quadrado Mágico 2×2, pois não é possível dispor seus elementos, os quais seriam $1, 2, 3$ e 4, de tal forma que a soma de dois desses números fosse igual à soma dos outros dois, que neste caso é o que deveria acontecer.

Ex.:

16	3	2	13
5	10	11	18
9	6	7	12
4	15	14	1

Em seguida, o professor definirá de maneira matematicamente formalizada o que seria um "Quadrado Mágico".

Definição: Um Quadrado Mágico de ordem n é uma matriz $(a_{ij})_{n\times n}$ cujos elementos pertencem ao subconjunto dos naturais $\{1, 2, ..., n^2\}$, são dois a dois distintos e a soma dos elementos de qualquer linha, qualquer coluna e de qualquer uma das duas diagonais é igual a uma constante S_n.

S_n, que também é chamada de constante mágica pode ser facilmente calculada. Basta observarmos que em um quadrado $n \times n$ temos os número de 1 a n^2, o que caracteriza uma progressão aritmética composta por n^2 termos. Logo, esta soma é dada por

$$S_{n^2} = \frac{(1+n^2).n^2}{2}$$

.

Assim, notamos que a soma de cada coluna será $\frac{S_{n2}}{n}$, pois há n colunas. Como a soma das linhas colunas e diagonais devem ser iguais, temos que:

$$S_n = \frac{(1+n^2).n}{2}$$

.

Serão apresentados alguns Quadrados Mágicos, de diversas ordens, para apreciação dos alunos, a fim de que estes possam testar a curiosa propriedade destas matrizes.

Atividade 2: Será proposta uma atividade envolvendo a resolução de um Quadrado Mágico de ordem 3. Para tanto os alunos devem seguir a definição anteriormente dada e calcular o S_n, através da fórmula

$$S_n = \frac{(1+n^2).n}{2}$$

.

Neste momento, o professor deve esperar que, pela definição, os alunos percebam que um Quadrado Mágico de ordem 3 é uma matriz 3×3, onde os elementos pertencem ao conjunto $\{1, 2, \ldots, 9\}$.

Os alunos, ao aplicarem a fórmula, verificarão que a soma das linhas, colunas e diagonais deve ser igual a 15 e tentarão buscar uma maneira de montar a matriz solução. Ressalte-se que a turma deverá ter pelo menos 20 minutos para solucionar o problema e anotar cada passo adotado.

Etapa 2: 1 aula

Atividade 1: O professor, juntamente com a turma, começará a solucionar o problema, induzindo os alunos a executarem os passos necessários. Pedirá para que os alunos observem que entre os algarismos de 1 a 9 temos 5 algarismos pares e 4 algarismos ímpares e que identifiquem as possíveis somas de três parcelas com estes algarismos e o que isso demonstra.

A solução esperada é:

1. PAR + PAR + PAR = PAR
2. PAR + PAR + ÍMPAR = ÍMPAR
3. PAR + ÍMPAR + ÍMPAR = PAR
4. ÍMPAR + ÍMPAR + ÍMPAR = ÍMPAR

Como o resultado da soma é 15, que é ímpar, então os únicos itens possíveis são o segundo e o quarto.

Atividade 2: Agora, deve-se procurar o número que ocupará o centro do quadrado, pois este será parcela de quatro das oito somas.

Pede-se, então, para que os alunos considerem um Quadrado Mágico da seguinte forma:

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

Em seguida, enunciam-se alguns lemas que servirão de base para solucionar o problema, pedindo para que eles verifiquem sua veracidade.

Lema 1: O elemento a_{22} é ímpar.

Sugere-se que a turma considere I um número ímpar e P um número par, e tente gerar o resultado ímpar na soma das parcelas com a_{22} sendo par. (Com tal sugestão, estamos induzindo os alunos a usarem o método da contradição para demonstrar o lema).

A partir da sugestão dada, teremos as seguintes possibilidades para a configuração do Quadrado Mágico:

P		P
	P	
I		I

P		I
	P	
P		I

I		P
	P	
I		P

I		I
	P	
P		P

Completando a primeira e a última colunas da primeira possibilidade, chegamos em:

P		P
P	P	P
I		I

E, assim, a linha central resulta em par.

Completando a primeira e a última linhas da segunda possibilidade, temos:

P	P	I
	P	
P	P	I

Agora, a coluna central resulta em par.

Completando a primeira e a última linhas da terceira possibilidade, temos:

I	P	P
	P	
I	P	P

Aqui, a coluna central também resulta em par.

Completando a primeira e a última colunas da última possibilidade, temos:

I		I
P	P	P
P		P

Donde vemos que a linha central resulta em par.

Portanto, temos, para todas as possibilidades em que o elemento a_{22} é par, uma contradição. Assim, concluímos que o elemento a_{22} é ímpar.

Lema 2. Os elementos $a_{11}, a_{13}, a_{31}, a_{33}$ são pares.

Demonstração. Sugere-se que os alunos analisem cada caso possível.

Tem-se pelo lema anterior que o elemento central é um número ímpar. Para mostrar o lema, analisaremos todas as possibilidades de elementos pares e ímpares que podem ocupar os cantos (que são justamente os elementos $a_{11}, a_{13}, a_{31}, a_{33}$) do quadrado.

1ª Possibilidade:

I		I
	I	
I		I

Com isso, o que nos resta é completar as casas vagas com números pares. Note-se, porém, que, feito isso, a soma da primeira linha, por exemplo, resulta em par.

Sendo assim, descartamos essa possibilidade.

2ª Possibilidade:

I		I
	I	
P		I

Também podemos descartar essa possibilidade, pois vemos que a soma da diagonal secundária está resultando em par.

3ª Possibilidade:

P		I
	I	
I		P

Aqui, para termos a soma resultando em um número ímpar, teríamos que preencher todas as casas vagas com números pares, o que não é possível, pois temos apenas 4 pares e não 6.

4ª Possibilidade:

P		P
	I	
I		P

Aqui também vemos que a soma da diagonal secundária resulta em par.

5ª Possibilidade:

P		P
	I	
P		P

Esta sim é uma possibilidade válida, pois basta completarmos as casas vazias com números ímpares.

Portanto, os elementos $a_{11}, a_{13}, a_{31}, a_{33}$ são números pares.

Lema 3. O elemento a_{22} é igual a 5.

Demonstração: O elemento a_{22} é parcela comum da soma das duas diagonais. Vamos listar as somas que resultam em 15 e que tenham como parcelas dois números pares e um ímpar.

$$1+8+6, \quad 2+8+5, \quad 2+6+7, \quad 2+9+4, \quad 3+4+8, \quad 4+5+6.$$

Note-se que o único ímpar que aparece em mais de uma soma é o número cinco. Desta maneira $a_{22} = 5$.

Atividade 3: Os educandos devem, a partir dos dados obtidos, montar um sistema linear com todas as somas e resolvê-lo, a fim de obterem o Quadrado Mágico.

Solução: Agora temos um Quadrado Mágico 3×3 da seguinte forma:

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	5	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

Além disso, sabemos que $a_{11}, a_{13}, a_{31}, a_{33} \in \{2,4,6,8\}$, $a_{12}, a_{21}, a_{23}, a_{32} \in \{1,3,7,9\}$ e que a soma das linhas, colunas e diagonais é igual 15.

Montando um sistema linear com a soma das linhas, colunas e diagonais temos:

$$\begin{cases} a_{11}+a_{12}+a_{13}=15 \\ a_{21}+5+a_{23}=15 \\ a_{31}+a_{32}+a_{33}=15 \\ a_{11}+a_{21}+a_{31}=15 \\ a_{12}+5+a_{32}=15 \\ a_{13}+a_{23}+a_{33}=15 \\ a_{11}+5+a_{33}=15 \\ a_{13}+5+a_{31}=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{11}+a_{12}+a_{13}=15 \\ a_{21}+a_{23}=10 \\ a_{31}+a_{32}+a_{33}=15 \\ a_{11}+a_{21}+a_{31}=15 \\ a_{12}+a_{32}=10 \\ a_{13}+a_{23}+a_{33}=15 \\ a_{11}+a_{33}=10 \\ a_{13}+a_{31}=10 \end{cases}$$

Reescrevendo o sistema, deixando como variáveis livres a_{11} e a_{12}, temos:

$$\begin{cases} a_{13} = 15 - a_{11} - a_{12} \\ a_{21} = 20 - a_{11} - a_{12} \\ a_{23} = -10 + a_{11} + a_{12} \\ a_{31} = -5 + a_{11} + a_{12} \\ a_{32} = 10 - a_{12} \\ a_{33} = 10 - a_{11} \end{cases}$$

Onde $a_{11} \in \{2, 4, 6, 8\}$ e $a_{12} \in \{1, 3, 7, 9\}$.

Como o valor dos a_{ij} deve pertencer ao conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e devem ser dois a dois distintos, conforme vimos anteriormente, podemos efetuar verificações no sistema. Por exemplo, se $a_{11} = 2$ e $a_{12} = 1$, que pelos lemas anteriores são valores que eles podem assumir, vemos que pelo sistema acima $a_{13} = 15 - 2 - 1 = 12 \notin \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, e assim eliminamos esta possibilidade.

Outro caso que deve ser eliminado é, por exemplo, se $a_{11} = 6$ e $a_{12} = 3$ daí temos que $a_{13} = 15 - 6 - 3 = 6$, ou seja, $a_{13} = a_{11}$, o que não pode ocorrer. Eliminando esses casos, temos que $(a_{11}, a_{12}) \in \{(2, 7), (2, 9), (4, 3), (4, 9), (6, 7), (6, 1), (8, 1), (8, 3)\}$.

Resolvendo o sistema para cada um desses pares possíveis, chegamos a oito possíveis configurações para o Quadrado Mágico:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	3	8
9	5	1
2	7	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	7	2
1	5	9
8	3	4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Atividade 4: Fazer uma pesquisa sobre as técnicas de construção de Quadrados Mágicos de ordem ímpar, de ordem par e não múltipla de 4 e de ordem múltipla de 4.

AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante as etapas desenvolvidas ao longo das aulas, considerando a participação dos alunos nas discussões e na atividade de pesquisa proposta.

RECURSOS

Lousa, marcador para quadro, livro didático.

REFERÊNCIA

ARSIE, Karla Cristiane. **Jogos sudoku e quadrado mágico**./Monografia/Curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da Universidade Federal do Paraná-2010. Disponível em: http://people.ufpr.br/ ewkaras/ic/karla10.pdf Acesso em: 06/02/2015.

4.3 Sequência didática para o Ensino Superior

Dos restos ao todo: Uma sequência didática para o ensino do Teorema Chinês dos restos

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática
DISCIPLINA: Matemática Discreta
PÚBLICO ALVO: Ensino Superior
CONTEÚDO: Teorema Chinês dos Restos
OBJETIVOS:
Geral:

- Enunciar e demonstrar o Teorema Chinês dos restos

Específicos:

- Utilizar a "mágica matemática" como elemento motivador para a aula;

- Estabelecer relações entre a "mágica matemática" apresentada e o conteúdo a ser estudado;
- Solucionar sistemas de congruências, utilizando o Teorema Chinês dos restos;

TEMPO ESTIMADO: 3 aulas

DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA

1ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: O professor anuncia que naquele momento será executado um número de mágica matemática de adivinhação, que muito terá a ver com o conteúdo a ser estudado na aula.

Atividade 2: O professor pede a um de seus alunos para escolher um número natural de pelo menos dois algarismos e menor do que 1000. Em seguida, ele pede que lhe seja revelado apenas os restos da divisão deste número por $9, 10$ e 11, respectivamente. Sem nenhuma outra informação, ele revela o número escolhido pelo aluno. Esse processo é repetido com mais 3 alunos, a fim de que vejam que não se trata de sorte.

Exemplo: Se o aluno escolher o número 60, então terá, respectivamente, como restos da divisão por $9, 10$ e 11, os números $6, 0$ e 5. Ao informar esses valores, o professor informará o número que foi escolhido pelo aluno. Neste caso, 60.

Atividade 3: Os alunos são desafiados a desvendarem o mistério por trás da mágica. O professor, após um tempo, sugere que os discentes se utilizem dos conhecimentos de congruências.

2ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: Será proposto aos alunos que montem um sistema de congruências com os restos das divisões por $9, 10$ e 11, substituindo o número pensado por uma incógnita.

Sendo M o número pensado por cada aluno e r_1, r_2, r_3 os restos encontrados, o sistema esperado terá a seguinte característica:

$$\begin{cases} M \equiv r_1 \quad mod \quad 9 \\ M \equiv r_2 \quad mod \quad 10 \\ M \equiv r_3 \quad mod \quad 11 \end{cases}$$

Seguindo o exemplo da **atividade 2** da **etapa 1**, teríamos

$$\begin{cases} M \equiv 6 \quad mod \quad 9 \\ M \equiv 0 \quad mod \quad 10 \\ M \equiv 5 \quad mod \quad 11 \end{cases}$$

Atividade 2: Para dar continuidade, os alunos serão requisitados a encontrar a solução mínima de cada uma das seguintes congruências. Às soluções encontradas chamaremos aqui de y_1, y_2, y_3, que são, respectivamente, as soluções de

1. $10.11Y \equiv 1 \quad mod \quad 9$
2. $9.11Y \equiv 1 \quad mod \quad 10$
3. $9.10Y \equiv 1 \quad mod \quad 11$

Atividade 3: A turma será questionada sobre o que se pode afirmar a respeito dos números 9, 10 e 11, quando montamos pares distintos, por exemplo $(9, 10), (9, 11), (10, 11)$. Espera-se dos alunos a percepção de que esse sistema tem a característica de que seus módulos são primos entre si, aos pares.

Atividade 4: Será enunciado o Teorema Chinês dos Restos, afirmando ser este o tema a ser tratado na aula e que com ele é possível desvendar o mistério por trás da mágica.

Teorema Chinês dos Restos: Se $b_1, b_2, \ldots, b_k$ são inteiros quaisquer e $a_1, a_2, \ldots, a_k$ são primos entre si dois a dois, o sistema de equações

$$\begin{aligned} X &\equiv b_1 \quad mod \quad a_1 \\ X &\equiv b_2 \quad mod \quad a_2 \\ &\vdots \\ X &\equiv b_k \quad mod \quad a_k \end{aligned}$$

admite solução, que é única módulo $A = a_1 a_2 \cdots a_k$. Tal solução pode ser obtida como se segue:

$$x_0 = A_1 y_1 b_1 + \cdots + A_k y_k b_k,$$

onde $A_i = \frac{A}{a_i}$ e y_i é solução de $A_i Y \equiv 1 \quad mod \quad a_i$, com $i = 1, \cdots, k$.

Atividade 6: De posse do teorema e dos resultados das atividades $2, 3$ e 4, os alunos tentarão relatar como a mágica foi concebida.

Solução: Tomando por base o exemplo que vem sendo desenvolvido, podemos concluir que

$$\begin{aligned} M &\equiv (110).5.6 + (99).9.0 + (90).6.5 \quad mod \quad 990 \\ M &\equiv 3300 + 0 + 2700 \quad mod \quad 990 \\ M &\equiv 6000 \quad mod \quad 990 \\ M &\equiv 60 \quad mod \quad 990 \end{aligned}$$

Logo, $M = 60$.

3ª Etapa: 1 aula

Atividade 1: A turma será desafiada a generalizar a mágica, para que esta fique em função dos restos de cada divisão. Chamaremos de r_9, r_{10}, r_{11} os restos das divisões respectivas aos números $9, 10$ e 11.

Obs.: O objetivo é que o aluno chegue ao seguinte resultado:

Sendo M o número escolhido, então podemos conhecê-lo a partir da seguinte congruência:

$$M \equiv 550 r_9 + 891 r_{10} + 540 r_{11} \quad mod \quad 990$$

Atividade 2: Os alunos serão solicitados a demonstrar o Teorema Chinês dos restos, tentando deduzir a demonstração a partir dos passos executados na sala de aula.

AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante as etapas desenvolvidas ao longo das aulas, considerando a participação dos alunos nas discussões e na entrega das **atividades 1** e **2** da **etapa 3**.

RECURSOS

Lousa, marcador para quadro, livro didático.

REFERÊNCIAS

MOREIRA, Carlos Gustavo T. de Araujo; MARTÍNEZ, Fabío Enrique Brochero; SALDANHA, Nicolal C.. **Tópicos de Teoria dos Números.** Rio de Janeiro: SBM, 2012 (Coleção PROFMAT)

HEFEZ, Abramo. **Elementos de aritmética.** 2 ed. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro: SBM, 2011.

REFERÊNCIAS

[1] ARSIE, Karla Cristiane. *Jogos sudoku e quadrado mágico*, /Monografia/Curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da Universidade Federal do Paraná-2010. Disponível em: http://people.ufpr.br/ ewkaras/ic/karla10.pdf Acesso em: 06/02/2015.

[2] BRASIL. *Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

[3] BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática*, Brasília: MEC/SEF, 1998.

[4] CARDOSO, M. C.. *Baú de memórias: representações de ludicidade de professores de educação infantil*, /Dissertação de Mestrado/Programa Pós-Graduação - Mestrado em Educação/FACED/UFBA.–2008. Disponível em: http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/11102 Acesso em: 24 Jan. 2015.

[5] FALCÃO, Emanuel de Souza F.;BATISTA, Diego Sanches Freire; SILVA, Fabrício de Lima Bezerra; AMARAL, Jefferson Abreu de; SOUZA, Kamillo Elias Araújo de. *Fazendo mágica para ensinar e aprender matemática: os números ao alcance do ilusionismo*, In: Anais do XI Encontro de Educação Matemática – ISSN 2178 – 034X. Curitiba, PR – 18 a 21 de julho de 2013.

[6] GARDNER, Martin. *Divertimentos matemáticos*, São Paulo: Ibrasa, 1962.

[7] GUELLI, Oscar. *Coleção contando a história da Matemática: Jogando com a Matemática*, v. 5. São Paulo: Ática, 2009.

[8] HEFEZ, Abramo. *Elementos de aritmética*, 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

[9] MENDONÇA, Sílvia Regina Pereira de. *A mágica da Matemática: brincando também se aprende*, Natal, 2009.

[10] MOREIRA, Carlos Gustavo T. de Araujo; MARTÍNEZ, Fabío Enrique Brochero; SALDANHA, Nicolal C.. *Tópicos de Teoria dos Números*, Rio de Janeiro: SBM, 2012 (Coleção PROFMAT).

[11] PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*, Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

[12] SAMPAIO, João Carlos Vieira; MALAGUTTI, Pedro Luiz Aparecido. *Mágicas, matemática e outros mistérios*, São Carlos: EdUFSCAR, 2008.

[13] STEWART, Ian. *Jogos, conjuntos e matemática:enigmas e mistérios*, Espanha: Editec, 2008.

[14] STEWART, Ian. *Almanaque das curiosidades matemáticas*, Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

[15] STEWART, Ian. *Incríveis passatempos matemáticos*, Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

[16] ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*, Porto Alegre: Artmed, 1998.