Universidade Estadual de Santa Cruz

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO NO IFBA – CAMPUS EUNÁPOLIS

por

Dilo Marquesini †

Mestrado Profissional em Matemática - Ilhéus - BA

Orientador: Prof. Dr. Fabíolo Moraes Amaral

†Este trabalho contou com apoio financeiro da Capes obtido através da SBM–PROFMAT–UESC.

Dilo Marquesini

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO NO IFBA – CAMPUS EUNÁPOLIS

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) para a obtenção do título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Prof. Doutor Fabíolo Moraes Amaral

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC

Mestrado Profisional em Matemática em Rede Nacional –PROFMAT

Programa de Pós-Graduação

Ilhéus - BA

2015

Dilo Marquesini

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UM ESTUDO DE CASO NO IFBA – CAMPUS EUNÁPOLIS

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) para a obtenção do título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus - BA, 10 de março de 2015:

Prof. Doutor Fabíolo Moraes Amaral
Orientador

Prof. Doutor Vinícius Augusto Takahashi Arakawa
Convidado 1

Prof. Mestre Josaphat R. R. Gouveia Junior
Convidado 2

Ilhéus - BA
2015

M357 Marquesini, Dilo.
Resolução de problemas no ensino da matemática: um estudo de caso no IFBA – Campus Eunápolis / Dilo Marquesini. – Ilhéus, BA: UESC, 2015.
68 f. : il.

Orientador: Fabíolo Moraes Amaral.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Referências: f. 67-68.

1. Matemática. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Solução de problemas. 4. Processo ensino-aprendizagem. I. Título.

CDD 510

DEDICATÓRIA

Ao meu Deus.
À minha esposa Rosana V. A. Marquesini.
Aos meus filhos Igor e Pedro.
A todos os meus familiares, em especial meus pais: Victorini e Odette .

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos:

A todos aqueles que de alguma forma doaram um pouco de si para que a conclusão deste trabalho se tornasse possível:

À Deus , razão principal da nossa existência.

À minha esposa e meus filhos por entenderem e aceitar os momentos em que estive ausente.

Ao meu professor orientador Dr. Fabíolo Moraes Amaral pelo apoio e dedicação na construção deste trabalho.

Aos meus colegas de curso, Aldo, Glauber, Fabio e Cezar pelo apoio que recebi nos momentos difíceis ao longo desta caminhada.

Ao Sr. Carlos José da Silva e D. Eduarda Conceição da Silva pelo acolhimento em sua residência durante todo o curso.

À CAPES pelo apoio financeiro para realização deste curso.

À todos os meus colegas de trabalho, em especial a Igor Breda que muito me ajudou na realização deste trabalho,

Aos alunos da turma ED 11|14 pelo empenho e comprometimento em resolver os problemas propostos neste trabalho

ABSTRACT

In this paper, we treat the use of problem solving as a function of teaching mechanism in a class of the 1st year of high school integrated into the technical Buildings in the IFBA - Campus Eunapolis with application in two steps, problems to be solved in room during class. Initially described on the theoretical foundation which shows the importance of problem solving as a teaching strategy for teaching mathematics showing the stages suggested by Polya problem solving as improvement of the teaching and learning of mathematics then a graphical analysis of the results obtained in fixes the problems.

Key-words: Problem Solving. Mathematics. Teaching and Learning.

RESUMO

Neste trabalho, apresentamos os resultados obtidos a partir de uma experiência vivenciada em uma turma do 1º ano do Curso Técnico de Nível Médio em Edificações do IFBA-Campus-Eunápolis onde exploramos o método de resolução de problemas para ensinar funções afim e quadrática. A pesquisa foi realizada em duas etapas, sendo todas elas realizadas durante as aulas. Inicialmente descrevemos sobre a fundamentação teórica que mostra a importância da resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da Matemática apresentando as fases sugeridas por [3] na resolução de problemas como melhoria do processo ensino aprendizagem da Matemática. E em seguida, apresentamos uma análise gráfica dos resultados obtidos nas correções dos problemas.

Palavras-chaves: Resolução de problemas. Matemática. Ensino-Aprendizagem.

Sumário

1 INTRODUÇÃO 17

2 CONTEXTO HISTÓRICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 21

2.1 O que é um problema ? 21

2.2 Situando Historicamente a Resolução de Problemas 23

3 A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA 27

3.1 Novas tecnologias: Incremento à resolução de problemas 29

4 ABORDAGEM DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 31

4.1 Tipos de problema 31

4.2 Características de um problema matemático 34

4.3 Problemas e exercícios: diferenças 34

4.4 Etapas de resolução de problemas 35

4.4.1 As quatros etapas de resolução de problemas segundo [3] são: 35

5 ESTUDO DE CASO 39

5.1 Pesquisa-ação no Ensino Médio: caminhos percorridos 39

5.2 Resultados Apresentados 40

5.2.1 Etapa 1 40

5.2.2 Etapa 2 46

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 55

A PROBLEMAS 59

A.1 Primeira lista de exercícios referentes introdução do estudo das funções 59

B PROBLEMAS 63

B.1 Segunda lista de exercícios referentes introdução do estudo das funções 63

Referências 67

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O processo de aprendizagem da matemática vem sendo um tema bastante discutido atualmente, em decorrência do baixo rendimento que a maioria dos nossos alunos apresenta no decorrer das aulas, ou seja, um baixo rendimento que é visivelmente notado nos resultados das avaliações, tanto aquelas feitas na própria escola como também aquelas aplicadas pelo governo através do "Prova Brasil", aplicada no ensino fundamental II (6° ao 9° ano), ENEM que é aplicado no ensino médio e ainda Olimpíada Brasileira de Matemática das escolas publicas.Também merece destaque os resultados apresentados pelo PISA (Programme for International Student Assessment) , segundo uma reportagem da revista Exame(01/04/2014), onde mostra que os alunos estão apresentando sérias dificuldades em testes de raciocínio rápido e de problemas ligados ao dia a dia. Entre os 44 países avaliados em uma nova etapa do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) 2012, o Brasil ficou em 38° lugar. Na prova, aplicada a estudantes de 15 anos sobre problemas matemáticos da vida real, o país conquistou uma média de 428 pontos. Singapura e Coreia, os campeões, conquistaram 562 e 561 pontos, respectivamente.

Mas diante deste quadro, nada animador, devemos buscar alternativas que façam com que nossos alunos se interessem mais pela matemática, e que também possam vê-la de uma maneira menos assustadora, que na maioria das vezes lhes é passada. Devemos criar estratégias que tornem os nossos alunos, não apenas coadjuvantes do processo, mas que eles possam participar diretamente no processo de ensino aprendizagem. O ser humano aprende de acordo com o meio em que vive. Quanto mais atraente o ambiente, melhor será o resultado do processo ensino-aprendizagem. É por esse motivo que devemos proporcionar momentos agradáveis aos nossos alunos para que a aprendizagem de fato aconteça.

Quando falamos em agradável, não pensamos apenas no lúdico e sim no aluno como um dos agentes do seu crescimento intelectual. Devemos envolvê-los em situações onde os mesmos possam buscar alternativas para seu aprendizado. Fornecer-lhes subsídios que os levem a acreditar na possibilidade da existência de várias saídas para uma situação proposta.

A matemática é uma área do conhecimento que vem se desenvolvendo a partir dos problemas oriundos do nosso cotidiano. Dessa forma, a essência da Matemática é a resolução de problemas. Por este motivo para o seu ensino, não basta só conhecer, é necessário ter criatividade, fazer com que os alunos participem das resoluções.

A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da matemática. O processo ensino e aprendizagem podem ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. Na aprendizagem da matemática, os problemas são fundamentais, pois permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras. No entanto, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda é bastante desconhecida da grande maioria e, quando é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos.

O ensino e a aprendizagem da matemática sem a resolução de problemas é um dos fatores do insucesso escolar. Com freqüência encontramos pessoas que manifestam aversão à disciplina e os motivos referem-se à dificuldade para realizar desde as atividades mais simples do cotidiano e até associadas as atividades profissionais. Desta forma, o ensino baseado na resolução de problemas pressupõe que os alunos tenham domínio de procedimentos, que utilizem os conhecimentos disponíveis, para dar respostas a diferentes situações. Assim,segundo [4] ensiná-los a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas das perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor.

O desenvolvimento deste trabalho teve como objetivo mostrar a importância da resolução de problemas para o ensino da matemática. Na primeira parte deste trabalho são apresentados os fundamentos teóricos que cercam e envolvem a resolução de problemas e na segunda parte serão apresentados os resultados de um estudo de caso realizado em uma turma do 1º ano do ensino médio integrado ao curso Técnico em Edificações do Instituto Federal de educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, Campus Eunápolis.

No Capítulo 2, buscamos situar historicamente a resolução de problemas no contexto da educação matemática, tanto a nível nacional como também se estendendo a outros países.

No Capítulo 3, mostramos a importância da resolução de problemas para a aprendizagem da matemática e também o uso de novas tecnologias como incremento à resolução de problemas.

No Capítulo 4, apresentamos alguns tipos de problemas que nos deparamos no dia a dia, tanto em situações reais surgidas em sala, como também os problemas encontrados nos livros didáticos. Neste capítulo também mostramos as principais características de um bom problema matemático, que devemos levar em consideração quando o apresentamos para os nossos alunos resolver. Ainda neste capítulo, mostraremos as etapas de resolução segundo Polya e um exemplo de resolução de um problema observando rigorosamente as quatro etapas propostas por Polya.

No Capítulo 5, fazemos um estudo de caso, em uma turma do 1º ano do ensino médio integrado ao curso Técnico em Edificações do Instituto Federal de educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, Campus Eunápolis. Aplicamos para esta turma duas séries de problemas referentes ao estudo de função, pois este é um dos mais importantes (dentre vários) conteúdos trabalhados no nível básico, devido às inúmeras aplicabilidades no nosso dia a dia. A primeira série de problemas foi aplicada antes da apresentação do conteúdo e a segunda série foi aplicada após um longo período abordando os conceitos de função e problemas semelhantes aos anteriores.

CAPÍTULO 2

CONTEXTO HISTÓRICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste Capítulo, iremos discutir sobre a definição de problema, tanto de uma forma geral como também a definição de caráter matemático segundo Dante. Situaremos historicamente o ensino da matemática através da resolução de problemas e seu desenvolvimento ao longo das décadas até os dias de hoje.

2.1 O que é um problema ?

Um matemático, no desenvolvimento de suas atividades, certamente não deixará de pronunciar uma palavra que está sempre presente no seu vocabulário: problema.

O problema é o meio pelo qual a matemática se desenvolve, ou seja, uns dos principais fatores de desenvolvimento e evolução da matemática. Um problema tem seu grau de importância relacionado à quantidade de ideias novas que traz à matemática e o quão ele é capaz de impulsionar os diversos ramos da matemática, sobretudo àqueles em que ele não está diretamente relacionado.

No contexto da educação matemática, um problema, ainda que simples, pode suscitar o gosto pelo trabalho mental desafiar à curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Neste sentido, os problemas podem estimular a curiosidade do aluno e fazê-lo se interessar pela matemática, de modo que ao tentar resolvê-lo o aluno adquire criatividade e aprimore o raciocínio, além de utilizar e ampliar o seu conhecimento matemático. Considerando a importância do ensino da matemática através da resolução de problemas, almejamos com o desenvolvimento deste trabalho mostrar alguns conceitos e definições de problemas, dentre eles, podemos dizer que um problema matemático é toda situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tente resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado.

Segundo [?] "problema" é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la, e um problema matemático é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar conhecimentos matemáticos para solucioná-lo.

De acordo com essas definições podemos afirmar que quando trabalhamos com conteúdos matemáticos devemos ter o cuidado de envolver os alunos em situações que os coloquem na eminência de pensar, de criar estratégias para nos darem respostas, mesmo que não sejam totalmente corretas.

O homem primitivo quando não conseguiu quantificar mais seus pertences, por meio de marcação em ossos e madeira, encontrou como saída a correspondência biunívoca entre o que possuía e as famosas pedrinhas. Essa era a maneira encontrada pelos antigos pastores de ovelhas para manterem o controle numérico de seus rebanhos. Ao soltar as ovelhas, o pastor separava uma pedra para cada animal que passava e guardava, obtendo assim, um monte de pedras. Quando os animais voltavam, o pastor retirava do monte uma pedra para cada ovelha que passava. Se sobrassem pedras, era certo que tinha perdido ovelhas e se faltassem pedras saberiam que o rebanho tinha aumentado. Em seguida foi forçado a utilizar símbolos, uma vez que os métodos anteriores não estavam mais sendo satisfatórios. Toda essa evolução se deve ao fato do ser humano estar diariamente deparando-se com uma situação-problema, embora sem ninguém cobrando respostas precisas. As várias maneiras de representar quantidades foram se aperfeiçoando com o aumento da complexidade das situações que envolviam.

Pelo que podemos observar, a Matemática deu seus primeiros passos como ciência baseada no concreto, e só depois de muitos anos, devido a práticas excessivas ela se transformou em um emaranhado de abstrações. Como esse fenômeno adquiriu dimensões gigantescas, chegamos ao momento onde agora temos a necessidade de fugir dessa matemática abstrata, para que os docentes, de várias modalidades de ensino, se envolvam e possam criar ferramentas que os levem a caminhos significativos na vida escolar.

Trabalhar com problemas constitui um dos melhores veículos para ensino de qualquer disciplina, principalmente a Matemática. Não vale a pena passar unidades inteiras treinando algoritmos, com números enormes, porque essa prática inibe e mais ainda, é comprovadamente ineficaz na atual conjuntura em que se encontra a educação. Além disso, o advento das calculadoras e da informática tornou obsoletos, lápis e papel para fazer cálculos.

2.2 Situando Historicamente a Resolução de Problemas

Desde o fim do século XIX até meados do século XX, muitos trabalhos foram realizados na linha de resolução de problemas. A própria história da Matemática nos mostra que ela foi construída como uma resposta a várias perguntas que vieram de diferentes origens e contextos, impulsionada por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculos de créditos) e ainda por problemas ligados a investigações de dentro da própria matemática. Mas, atualmente os problemas Matemáticos, fundamentais para o ensino da matemática, não desempenham esse papel dentro da sala de aula, visto que são trabalhados como exercícios repetitivos, desenvolvidos através de alguns procedimentos padronizados e previsíveis pelo aluno e professor.

No começo do século XX, o ensino da Matemática ficou caracterizado por apresentar um trabalho que se apoiava na repetição, no qual se utilizava como recurso fundamental à memorização de fatos básicos; mais tarde, dentro de outra orientação, os alunos deviam aprender com mais compreensão e também deveriam entender o que faziam. Na verdade essas duas formas de ensino foram frustradas quanto à aprendizagem dos alunos, onde uns poucos aprendiam, mas a grande maioria não. Foi nessa época então que se começou a falar em resolver problemas como um método de se aprender Matemática. Mas um problema veio afetar essa nova metodologia: nas décadas de 60 e 70, o ensino de Matemática no Brasil e em outros países foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna. Tal movimento apresentava uma Matemática estruturada, apoiada em uma estrutura lógica, algébrica, topológica e de ordem com ênfase na teoria de conjuntos. Além disso, realçava muitas propriedades, uma das suas principais preocupações eram com as abstrações Matemática e utilizavam uma linguagem universal, precisa e concisa. Todavia se caracterizava por uma ênfase maior ao ensino de símbolos e ainda uma terminologia complexa que prejudicava o aprendizado. Muita formalização no trabalho do ensino o que o distanciava das questões práticas.

Mas todas essas reformas não tiveram o sucesso esperado, com isso já no início da década de 70, começaram as investigações sistemáticas sobre a Resolução de Problemas e as suas implicações curriculares. Diante disso podemos perceber que a resolução de problemas ganhou força apenas nesta década, onde os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas deveria ser olhado com mais atenção. A caracterização da Educação Matemática, em termos de Resolução de Problemas, reflete uma tendência de reação à caracterizações passada, que a configuravam como um conjunto de fatos, como o domínio de procedimentos algorítmicos ou como um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. Somente no fim dos anos 70, a resolução de problemas se evidencia e ganha espaço no mundo inteiro.

Segundo [7] na década de 80, muitos recursos em Resolução de Problemas foram desenvolvidos voltados para o trabalho em sala de aula, na qual se destacava a coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em Resolução de Problemas. Grande parte desse material passou a ajudar os professores a fazer em Resolução de Problemas o foco central do seu trabalho.

O trabalho dessa década não chegou a um bom termo, muito possivelmente devido a uma falta de concordância entre as diferentes concepções que pesquisadores e grupos tinham sobre o significado de Resolução de Problemas ser o foco da Matemática escolar [9]. Os pesquisadores [10] apresentaram três caminhos diferentes de abordar Resolução de Problemas que ajudam a refletir sobre essas diferenças: teorizar sobre Resolução de Problemas; ensinar a resolver problemas; e ensinar Matemática através da Resolução de Problemas. Segundo eles, embora na teoria essas três concepções de trabalhar Resolução de Problemas possam ser separadas, na prática elas tendem a acontecerem simultaneamente em várias combinações e sequências. Também nesta época observou-se que havia muitos estudantes que não sabiam Matemática, mas que eram bons resolvedores de problemas. Destacamos na Tabela 1 que durante o século XX e até atualmente, o ensino de matemática vivenciou seis fases identificáveis com diferentes ênfases:

Tabela 1: Relações entre as Fases da Educação Matemática e as Teorias Psicológicas de Aprendizagem.

[9]

Fases	Principais Teorias e Teóricos	Foco	Como atingir
Exercício e prática (aprox.1920-1930)	Conexionismo e Associacionismo (Wundt, Thorndike, Pavlov)	Facilidade com cálculo	-Rotina, Memorização de fatos e algoritmos. -Quebrar todo o trabalho em séries de pequenos passos
Aritmética significativa (aprox.1930-1950)	Teoria do Gestalt (Brownell,Wertheimer Van Engen, Fehr)	Compreensão de idéias e habilidades aritméticas. Aplicações da matemática em problemas do mundo real	-Ênfase nas relações Matemáticas; -Aprendizagem incidental; -Abordagem de atividade orientada.
Matemática Moderna (aprox.1960-1970).	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural (Erikson, Vygotsky) .	Compreensão da estrutura da disciplina.	-Estudo das estruturas matemáticas; - Currículo em espiral; -Aprendizagem por descoberta.
Volta às bases (aprox.1970).	Retorno ao Conexionismo.	(Retorno à) preocupação com o desenvolvimento do conhecimento e das habilidades.	(Retorno à) aprendizagem dos fatos por exercícios e prática.
Resolução de Problemas (aprox. 1980).	Construtivismo, psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotsky).	Resolução de problemas e processos de pensamento matemático.	-Retorna à aprendizagem por descoberta. -Aprendizagem através da resolução de problemas.
Padrões, avaliações, responsabilidade (aprox. 1990 até o presente).	Psicologia cognitiva e teoria sociocultural versos renovada ênfase na psicologia experimental (Wundt).	Guerras matemáticas: preocupação com a alfabetização matemática dos indivíduos vs preocupação com a gestão dos sistemas educacionais.	-Desenvolvimento de currículos baseados em padrões e orientados as estudantes vs foco na preparação dos testes com expectativas específicas.

CAPÍTULO 3

A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Neste capítulo, iremos discutir a real importância da resolução de problemas no processo ensino aprendizagem matemática, bem como os avanços que esta técnica trouxe e continua trazendo para a melhoria da qualidade das aulas de matemática por parte dos docentes que trabalham com essa metodologia.

Somos sabedores de que a interação entre quem ensina e quem aprende é primordial na educação. O educando não pode se comportar como um simples receptor de informações e sim buscar meios que o impulsione a participar do seu processo de crescimento cognitivo. É fundamental que o educando tenha consciência do que quer aprender, saber por que se deve aprender determinado conteúdo.

Em qualquer um das disciplinas que compõe o currículo escolar, a dialética funciona como uma alavanca na remoção de "barreiras" que bloqueiam o caminho para o sucesso escolar de muitos alunos e realização profissional dos seus educadores.

A importância dada à resolução de problemas é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção. A caracterização da educação matemática, em termos de resolução de problemas, reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho, considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade de resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade. Com isso, devemos implantar métodos que visem mostrar uma proposta de ensino-aprendizagem de matemática em que a resolução de problemas, além de ser assumida como uma metodologia de ensino, possa ser tratada através da perspectiva de educação progressiva e pensada globalmente.

A resolução de problemas não é vista somente no nível de processos e conceitos mas também no nível de questões de natureza sócio-político-cultural, de educação em geral e de educação matemática em particular, em que a sala de aula é observada em seus múltiplos aspectos. Portanto a escolha de uma boa bibliografia é um passo importante neste processo, visto que essa escolha deve ser feita seguindo alguns critérios que envolvam aplicação dos conteúdos matemáticos à resolução de problemas, pois devem enfatizar as situações problemas e esta temática está relacionada ao processo de ensino e aprendizagem. Outro fator importante a ser evidenciado está relacionado à forma com que os livros didáticos estão tratando as discussões referentes à resolução de problemas e, ainda se estão sendo abordados os temas transversais como recomendam os PCN.

Atualmente é grande a discussão sobre a resolução de problemas como meios para ensinar Matemática. Observando os Parâmetros Curriculares Nacionais [2] nota-se que a história da Matemática foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivados por problemas de ordem prática ou por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas vinculados a investigações internas a própria Matemática.

Se a matemática é fruto da resolução de problemas, por que não ensiná-la através do processo que lhe deu origem? Não seremos capazes de encontrar contextos para todos os tópicos da matemática com os quais iremos trabalhar, mas é imprescindível que eles sejam ensinados de forma significativa.

É possível colocar os alunos em ação durante as aulas, basta estruturar os conteúdos de acordo com as características predominantes de cada turma, como bem diz [3], um dos mais importantes deveres do professor é o de auxiliar os seus alunos, o que não é fácil, pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes.

Não devemos fornecer pistas muito claras para os alunos, e sim inquietá-los para que busquem soluções. O estudante nesse processo sentirá que o seu prestígio, seu potencial está em evidência e tende a fazer jus a esse papel de protagonista no processo de ensino aprendizagem da matemática.

A maioria dos livros didáticos já está introduzindo cada tema com situações-problema. O professor poderá também introduzir os conteúdos com problemas adaptados para a realidade de seus alunos.

A situação-problema faz com que o aluno assuma seu papel na aprendizagem. Ele experimentará uma grande satisfação toda vez que alcançar seu objetivo, que é a solução do problema proposto.

Segundo Beatriz S. D'Ambrosio:

> ... a resolução de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações problema caracterizadas por investigação e exploração de novos conceitos. Essa proposta, mais atual, visa a construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade. ([5], p.56)

A aprendizagem matemática através da resolução de problemas não é simplesmente fazer cálculos, e sim saber ler, interpretar, conferir e refletir sobre o que estamos fazendo. Se observarmos as recomendações dos PCN, temos que questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação [2].

3.1 Novas tecnologias: Incremento à resolução de problemas

A calculadora se tornou um dos objetos mais recorrentes para as pessoas, por ser de fácil aquisição e manuseio. O modelo e o preço variam bastante, o que faz com que esse instrumento se torne cada vez mais presentes no conjunto dos materiais escolares.

A nossa ideia de utilizar situações problema para ensinar e aprender matemática contempla o uso da calculadora, por acreditarmos que tudo que vise tornar as tarefas escolares mais atrativas e menos exaustivas será sempre encarado como um incentivo à aprendizagem.

O nosso objetivo é colocar o aluno em ação durante as aulas; perguntando, respondendo, dando idéia, concordando ou discordando.

De acordo com os PCN a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da matemática, porque ela ajuda a motivar e levar os alunos a perceberem a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea e por ser um recurso eficiente na verificação de resultados e correção de erros, [2].

Além da calculadora uma ferramenta muito importante, mas pouco utilizada, é o computador, muitas vezes devido à falta de estrutura das escolas ou até mesmo a insuficiência de equipamentos para atender o alunado em geral. Através de vários softwares matemáticos, o professor poderá aplicar uma metodologia mais atraente fugindo do tradicionalismo, ou seja, propiciando ao aluno a oportunidade de estudar a matemática de uma forma concreta.

Com essas afirmações, podemos concluir que qualquer mecanismo poderá ser somado à resolução de problemas, desde que seja para tornar as aulas mais atraentes e que não tire a liberdade de participação inerente aos alunos, ansiosos pela inclusão social.

CAPÍTULO 4

ABORDAGEM DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo, iremos discutir e apresentar alguns dos principais tipos de problemas, suas respectivas definições e alguns exemplos, diferenças entre exercícios e problemas e ainda as quatro fases de resolução de problemas sugeridas por Polya.

4.1 Tipos de problema

Existem diversos tipos de problemas de matemática, segundo [1] podemos classificá-los da seguinte forma:

a) **Problemas Padrão**
São aqueles que envolvem uma ou mais operações aprendidas anteriormente, sem criar estratégias de resolução, pois a mesma já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações necessárias para resolvê-lo. São os tradicionais problemas de fixação de aprendizagem, que vêm geralmente no final de capítulo nos livros didáticos. O seu objetivo é recordar e fixar os conhecimentos básicos através dos algoritmos das quatro operações fundamentais, reforçando o vinculo existente entre essas operações e seu uso

nas situações cotidianas. De um modo geral, eles não despertam muito a curiosidade do aluno nem o desafiam.

Exemplo: A mãe de Carlos tem o dobro de sua idade. Os dois juntos têm 81 anos. Qual a idade de cada um?

b) **Problemas-processo ou heurísticos**

São os problemas cuja solução não está explícita no enunciado. Normalmente esses problemas não podem ser traduzidos para a linguagem matemática. A sua resolução exige que o aluno crie estratégias que antecedam aos cálculos ou cheguem à solução sem o uso de algoritmos, tornando-os mais interessantes do que os problemas-padrão porque leva o aluno a pensar, arquitetar e executar o seu próprio plano.

Os problemas-processo despertam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva sua criatividade, sua iniciativa e seu poder de explorar bem a sua resolução.

Exemplo: Uma montadora de automóveis apresenta um carro em quatro modelos diferentes e em três cores diferentes. Um consumidor que quiser adquirir esse veículo terá quantas opções de escolha?

c) **Problemas de aplicação**

São os problemas que retratam situações-problema reais do dia-a-dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos.

Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos podemos utilizar a matemática para modelar problemas que surgem no dia a dia, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos, usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Exemplo: Uma família partiu da cidade de Recife com destino a Maceió. Saiu da capital pernambucana às 6 h da manha. No caminho aconteceu de tudo:furou pneu, acabou a gasolina, o bebê teve febre, pararam para almoçar. Bem, chegaram ao destino, percorrendo cerca de 300 km até Maceió, às 16 h. Evidentemente, sem parar, teriam demorado apenas 5 h de viagem. Determine a velocidade escalar media ao longo da viagem.

d) **Problemas com mais de uma solução**

Este tipo de problema, quando usado em uma aula de matemática, vem romper com a crença de que todo problema tem uma única solução, bem como a crença de que há várias soluções e apenas uma é correta. Resolver este tipo de problema faz com que o aluno perceba que resolvê-lo é um processo de investigação do qual ele é a parte principal nesta investigação.

Segundo [6] existem outros tipos de problemas que são levantados em diversas aulas de matemática, dentre eles podemos destacar:

e) **Problemas sem solução**

Quando se trabalha com este tipo de problema rompemos aquela concepção de que os dados apresentados devem ser usados na sua resolução e de que todo problema tem solução. Com isso desenvolvemos nos alunos a habilidade de aprender a duvidar, a qual faz parte do pensamento crítico.

f) **Problemas com excesso de dados**

Nem todas as informações disponíveis no texto são usadas em sua resolução neste tipo de problema. Trabalhar com eles rompe com a crença de que um problema não pode permitir dúvidas e de que todos os dados do texto são necessários para sua resolução. Além disso, mostra ao aluno a importância de ler, fazendo com que aprenda a selecionar dados relevantes para a resolução de um problema.

Estes tipos de problemas são os mais encontrados e que mais se se aproximam das situações mais realistas que os alunos encontrarão em sua vida escolar, pois, na maioria das vezes, os problemas que se apresentam no cotidiano não são propostos de forma clara e objetiva.

g) **Problemas de lógica**

São problemas cuja base de resolução não é numérica, e exigem raciocínio dedutivo e que propiciam uma boa experiência para o desenvolvimento do pensamento como previsão e checagem, levantamento de hipóteses e ainda uma busca de suposições, análise e classificação. Para resolver este tipo de problema podemos usar algumas estratégias, dentre as quais podemos destacar: o método de tentativa e erro, o uso de tabelas, diagramas e listas, entre outras.

4.2 Características de um problema matemático

Um problema matemático deve ter como características primordiais:

(i) Ser desafiador para o aluno;

(ii) Tenha enunciado acessível e de fácil compreensão;

(iii) Exercite o pensar matemático do aluno e que seja adequado a sua série;

(iv) Ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido;

(v) Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas;

(vi) Ter um nível adequado de dificuldade;

(vii) Exija criatividade na resolução;

(viii) Possa servir de trampolim para a introdução ou consolidação de importantes idéias e/ou conceitos matemáticos; e, sobretudo, não seja muito fácil ou muito difícil e sim natural e interessante.

4.3 Problemas e exercícios: diferenças

Por muitas vezes o professor de matemática da educação básica costuma pedir para o aluno resolver exercícios ou problemas, para aprender determinado tópico da matéria. Ou seja, é preciso diferenciar problema de exercício, palavras estas muitas vezes utilizadas como equivalentes pelos professores de matemática.

Em um dado contexto, não é simples distinguir um exercício de um problema. Pode-se, porém, partir de uma definição clássica de problema, citada por [10], como "uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que leva a solução". Podemos dizer de uma forma mais genérica que uma situação, quantitativa ou não, caracteriza-se como um problema para um indivíduo quando não é levada a solução de uma forma imediata ou automática, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou tomada de decisões sobre uma seqüência de passos ou etapas a seguir.

Em um exercício, por outro lado, independe da natureza, o que se observa é o uso de rotinas automatizadas como conseqüência de uma pratica continuada, ou seja, as situações ou tarefas com que o individuo se depara já são dele conhecidas, não exigindo nenhum conhecimento ou habilidade nova, podendo, por isso mesmo, ser superadas por meios de caminhos habituais. Portanto, podemos dizer que o exercício é uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático já conhecido pelo resolvedor. São os tradicionais problemas de fixação de aprendizagem, que vêm geralmente no final de capítulo nos livros didáticos.

O seu objetivo é recordar e fixar os conhecimentos básicos através dos algoritmos das quatros operações fundamentais, reforçando o vínculo existente entre essas operações e seu uso nas situações cotidianas. De um modo geral, eles não despertam muito a curiosidade do aluno nem o desafiam.

4.4 Etapas de resolução de problemas

Segundo Polya o processo de resolução de problemas, pode ser dividido em quatro etapas, porem é importante ressaltar que ele nunca pretendeu que a sua divisão correspondesse a uma seqüência de etapas rígidas a serem percorridas uma depois da outra sem que nunca seja conveniente ou necessário voltar atrás ou que a sua divisão funcionasse de uma maneira engessada para resolver problemas matemáticos.

4.4.1 As quatros etapas de resolução de problemas segundo [3] são:

1ª **etapa:** Compreensão do problema
Entender o problema é o primeiro passo. Podemos fazer algumas perguntas tais como: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar à incógnita? Existem condições redundantes ou contraditórias? Se possível trace uma figura, adote uma notação adequada e separe as diversas partes da condicionante.
2ª **etapa:** Estabelecimento de um plano
Encontrar conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares (problema correlato) ou particulares, ou seja, procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante, caso uma conexão não seja

encontrada em tempo razoável. É preciso chegar afinal a um plano para sua resolução.
3ª **etapa:** Executando o plano
É a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Porém, grande parte dos alunos tende a pular esta etapa antecipadamente e acabam não tendo inicialmente sucesso na sua resolução. Outros elaboram estratégias inadequadas e não conseguem por em prática a sua execução (e, deste modo, acabam sendo obrigados a voltar para a etapa anterior e elaborar uma nova estratégia).
4ª **etapa:** Retrospecto
Você deve examinar a solução obtida, verificando os resultados e os argumentos utilizados. Podemos obter a solução de algum outro modo diferente do que foi usado? Qual a estrutura do problema e do método de resolução aplicado? Em particular, você consegue usar o resultado – ou o método – em algum outro problema? Qual a utilidade deste resultado?

Exemplo de um problema, extraído de [8], resolvido usando as fases propostas por [3]:
(**ENEM adaptado**) - Um boato tem um público alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhece o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhece. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhece o boato, tem-se: $R(x) = k.x.(P\text{-}x)$, em que k é uma constante positiva característica do boato. Considerando o modelo acima descrito, se o público-alvo é de 44000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:

(i) 1º **Passo: Lendo e compreendendo**

a) O que é dado no problema?
É dada uma fórmula que relaciona a rapidez de propagação do boato com o número de pessoas que o conhecem, para determinado público-alvo.

b) O que se pede?
Um boato se espalha devagar quando poucos o conhecem, e a velocidade de propagação do boato vai aumentando conforme mais gente o conheça e passe a propagá-lo. Entretanto, se muitas pessoas já sabem do boato, a sua velocidade de propagação também vai ser baixa, pois tanta gente sabe dele que fica mais

raro encontrar quem não saiba. Assim, existe determinado número de pessoas que toma a velocidade de propagação máxima. Queremos determinar qual é esse número de pessoas.

(ii) 2º **Passo: Planejando a solução**
Observando a fórmula dada, verificamos que ela é uma função quadrática: $R(x) = k.x.(P–x) \Rightarrow R(x) = -kx^2 + kPx$. Sabemos que, em funções quadráticas, o máximo (ou o mínimo) valor ocorre no vértice. Assim, para obter o valor que maximiza a rapidez de propagação do boato, basta obter o valor da abscissa do vértice, ou seja, x_v.

(iii) 3º **Passo: Executando o que foi planejado**
Para um público alvo de 44 000 pessoas, a função quadrática será: $R(x) = k.x.(44000–x) = -kx^2 + 44000kx$. Então, temos $a = -k$ e $b = 44000k$. O x_v é dado por $x_v = -b/2a$. Assim $x_v = 22000$. Portanto, a quantidade de pessoas que maximiza a propagação de boato, neste caso, é 22000.

(iii) 4º **Passo: Verificando**
Substituindo$x = 22000$ na equação dada, com $P = 44000$, temos:

$$R(22000) = k.22000(44000 - 22000) = 484000000k$$

Para verificar se ele é o Máximo, vamos calcular também$R(21999)$ e $R(22001)$ e comparar com $R(22000)$. Observe que propositalmente escolhemos o antecessor e o sucessor de $x = 22000$:

$$R(21999) = k.21999(44000 - 21999) = 483999999k < 484000000k$$

$$R(22001) = k.22001(44000 - 22001) = 483999999k < 484000000k.$$

Ambos são menores que $R(22000)$. Como $R(x)$ é uma função quadrática cujo gráfico é uma parábola (e possui apenas um valor máximo), então $x = 22000$ é o valor que maximiza $R(x)$. Isso basta para verificar a resposta

Nos problemas abordados no estudo de caso e que estão descritos no próximo capítulo seguimos em partes, pois de acordo com cada problema podemos criar as nossas próprias estratégias, as etapas de Polya, onde os alunos foram orientados a estabelecer certa ordem de resolução, porém sempre ressaltando que não necessariamente as resoluções passam por estas etapas, pois cada aluno pode construir a sua própria estratégia de resolução.

CAPÍTULO 5

ESTUDO DE CASO

Neste capítulo, analisaremos os resultados sobre o ensino de funções usando a metodologia de resolução de problemas em um estudo de caso realizado em uma turma do 1° ano do ensino médio integrado ao Técnico em Edificações do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, Campus Eunápolis.

5.1 Pesquisa-ação no Ensino Médio: caminhos percorridos

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 1° ano do ensino médio integrado ao Técnico em Edificações do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, Campus Eunápolis. O Universo da Pesquisa foi uma turma composta por 38 alunos, sendo 24 meninas e 14 meninos. De modo geral, a turma é tranquila e entrosada, têm bom relacionamento uns com os outros, gostam de auxiliar os amigos e de realizar as atividades em grupo, mas apresenta uma grande heterogeneidade em relação aos conhecimentos prévios em Matemática, ou seja, alguns alunos ainda apresentam certas dificuldades com conteúdos das séries anteriores.

Para realizar a pesquisa a turma foi divida em duplas para facilitar a análise dos dados e também verificar como eles se comportavam fazendo um trabalho em equipe e permitindo assim que eles discutissem com o seu colega que estratégias seriam usados nas resoluções dos problemas. Na 1ª etapa, realizada no dia 28/07/14, foram propostos 8 problemas, cujas soluções poderiam ser desenvolvidas da forma que eles achassem mais convenientes e de acordo com as suas interpretações e estratégias. Os dados coletados na correção desses problemas se encontram nos gráficos que seguem a este trabalho. Passado esta 1ª etapa, foi explorado durante um período o conceito de função, resolvidos vários exercícios e principalmente diversos problemas referentes a este conteúdo. Na 2ª etapa, realizada no dia 16/12/14, foram propostos também 8 problemas, sendo 2 repetidos da 1ª lista. As soluções dadas pelos alunos agora já apresentavam algumas estratégias diferentes daquelas da 1ª etapa, ou seja, melhoram a interpretação e passaram a seguir, em partes, as estratégias sugeridas por [3]. Os dados obtidos com as correções desses problemas também se encontram nos gráficos que seguem a este trabalho.

5.2 Resultados Apresentados

Nesta subseção iremos apresentar os resultados dos problemas que foram aplicados nas duas etapas do nosso estudo de caso. Dividimos a aplicação dos problemas em duas etapas, sendo a primeira aplicada no dia 28/07/14, quando na introdução do conteúdo de função e a segunda etapa, aplicada no dia 16/12/14 após um período trabalhando com o conceito e a resolução de diversos exercícios e problemas correlatos aos que seriam aplicados nesta 2ª etapa.

5.2.1 Etapa 1

Ao responderem o Problema 1 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, 50% (8 duplas) dos alunos não conseguiram resolver o problema, 25% (4 duplas) acertaram parcialmente a resposta e 12,5% (2 duplas) não acertaramm ou escreveram apenas a 1ª relação exigida no problema. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 2.

A partir dos resultados coletados no Problema 1 observou-se que para resolver um problema matemático antes de tudo temos que compreender o seu enunciado e neste problema, especificamente, os alunos apresentaram uma grande dificuldade em compreender o enunciado o que prejudicou a sua resolução. Apesar de alguns alunos terem acertado o problema, faltou para muitos estabelecer um plano de resolução, ou seja, estabelecer uma relação entre as grandezas do problema.

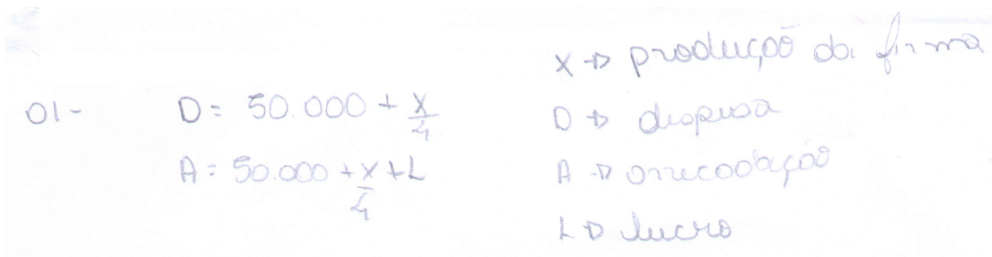


Figura 1: Resolução do Problema 1 por uma das duplas

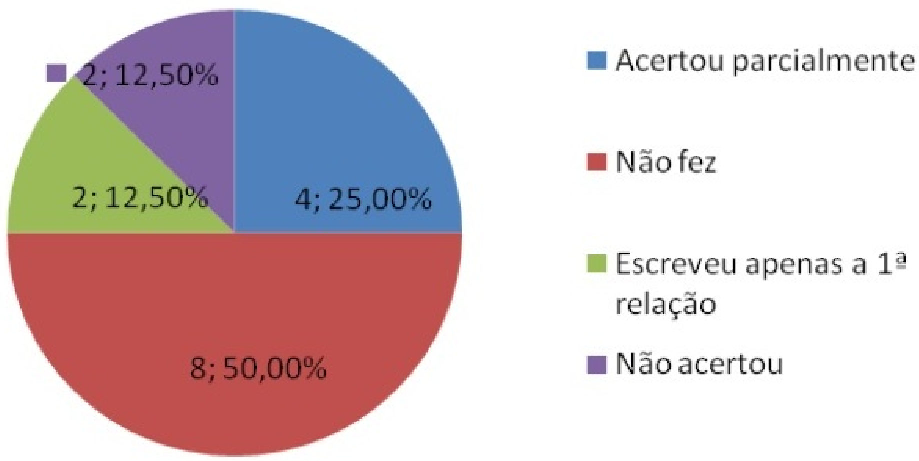


Figura 2: Resultados das respostas do Problema 1

Ao responderem o Problema 2 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, 50% (8 duplas) dos alunos resolveram mas não conseguiram escrever a relação, que era pedido no enunciado, 25% (4 duplas) acertaram e 25% (4 duplas) acertaramm somente os cálculos. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 3. Apesar de a grande maioria ter acertado o problema, faltou para muitos estabelecer um plano de resolução, ou seja, estabelecer uma relação entre as grandezas do problema.

Ao responderem o Problema 3 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, vemos que apenas 25% (4 duplas) dos alunos acertaram todo o problema e $31,25\%$ (5 duplas) acertaram parcialmente (somente os itens a e b), $31,25\%$ (5 duplas) erraram o problema e $12,25\%$ (2 duplas) nem tentaram resolver. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 4. Neste problema o nível de compreensão foi um pouco melhor do que o Problema 1, o que

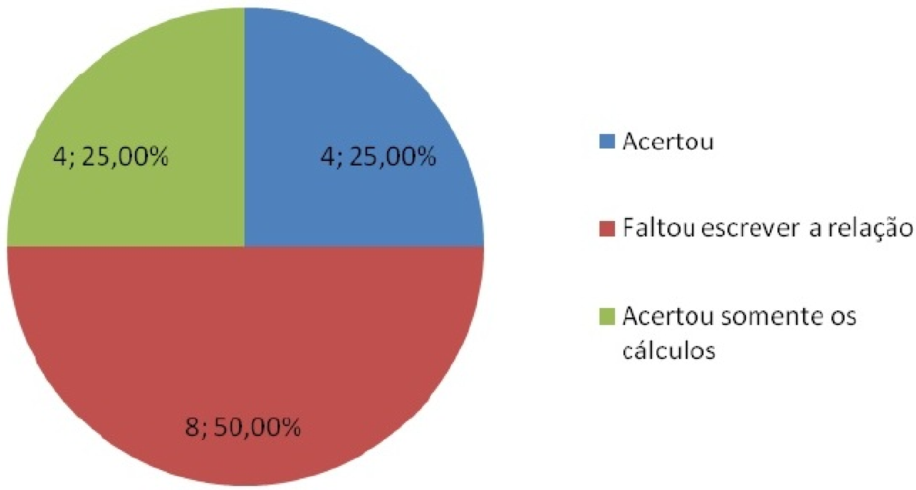


Figura 3: Resultados das respostas do Problema 2

fez com que alguns alunos estabelecessem uma estratégia, porém não conseguiram executar todo o seu plano.

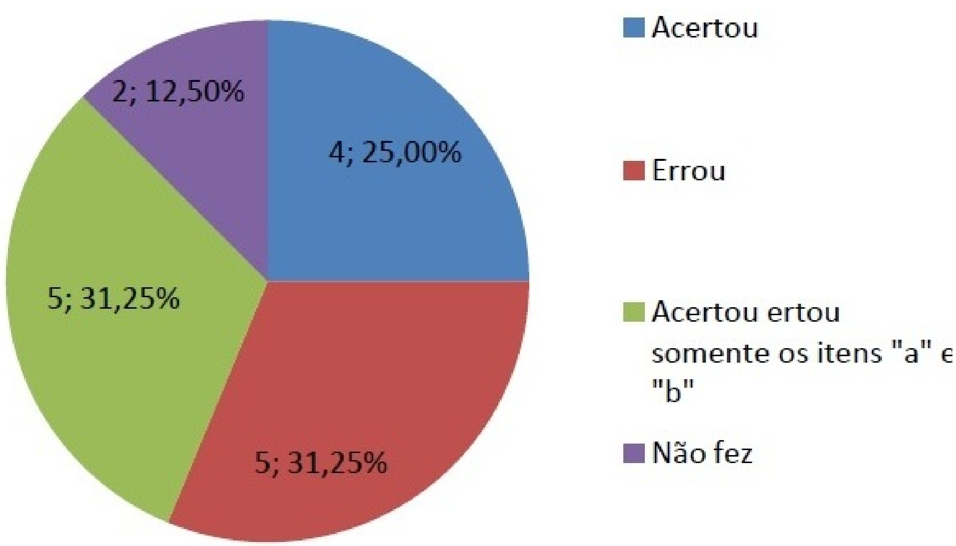


Figura 4: Resultados das respostas do Problema 3

Ao responderem o Problema 4 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, vemos que apenas 6, 25% (1 dupla) acertou completamente o problema, 43, 75% (7 duplas) acertou parcialmente, 31,25% (5 duplas) faltou escrever a relação, 12,5% (2 duplas) não conseguiram fazer e 6,25% (1 dupla) errou parte dos cálculos. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 5.

Neste problema, a grande maioria dos alunos conseguiu resolver a parte numérica, ou seja, desenvolveram os algoritmos das operações, mas não escreveram uma expressão que relacionam o número de lados e a soma dos ângulos internos.

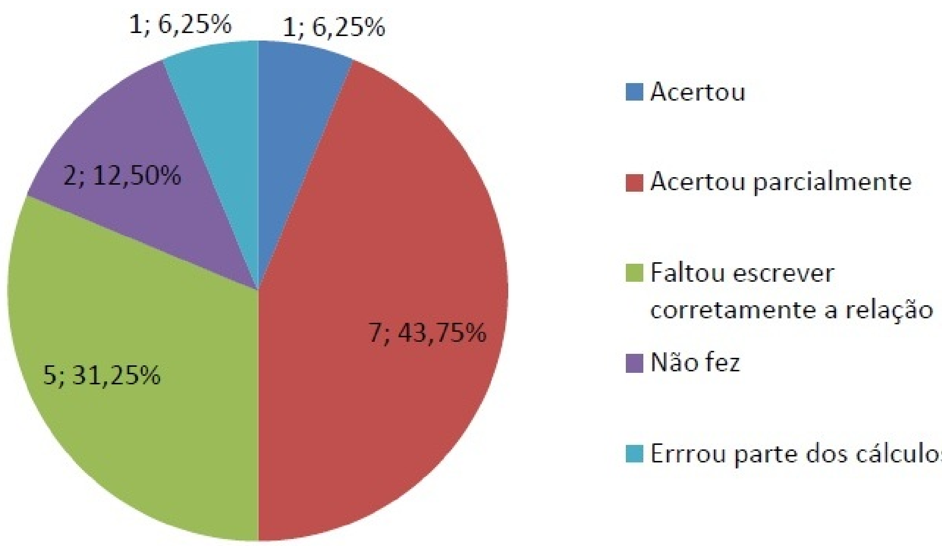


Figura 5: Resultados das respostas do Problema 4

Ao responderem o Problema 5 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, a grande maioria, 87,5% (14 duplas),conseguiram resolver completamente o problema e apenas 12,5% (2 duplas) acertaram parcialmente. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 6.

Neste problema o enunciado estava mais claro, em comparação com os demais, então ficou mais fácil a sua interpretação e também estabelecer um plano e executá-lo.

Ao responderem o Problema 6 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, percebemos que apenas 6,25% ,(1 dupla) conseguiu acertar completamente o problema e que as demais cometeram algum tipo de erro, sendo que 37,5% (6 duplas) errou o problema, 12,5% (2 duplas) acertou parcialmente, 12,5% (2 duplas) acertou a resposta mas não apresentou os cálculos, 6,25% (1 dupla) escreveu apenas a relação entre as grandezas do problema, mas não resolveu, 18,75% (3 duplas) não fizeram nada da solução e finalmente 6,25% (1 dupla) me surpreenderam quando resolveram o problema montando uma tabela, ou seja, usaram

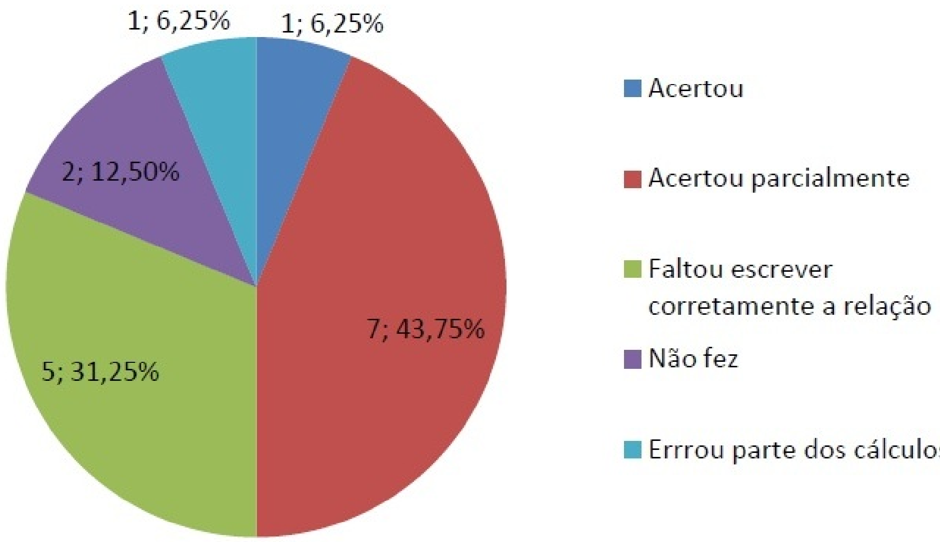


Figura 6: Resultados das respostas do Problema 5

uma estratégia uma pouco diferente. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 8.

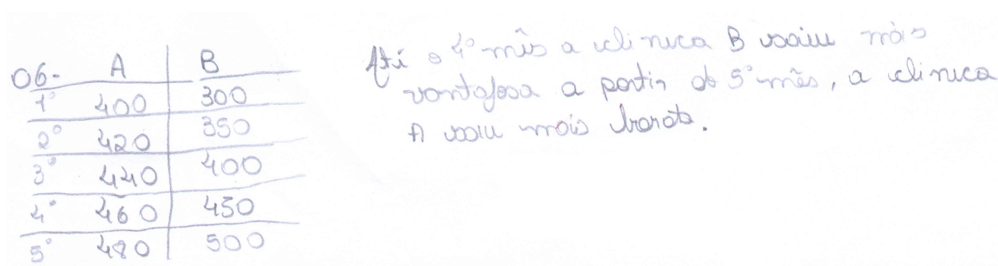


Figura 7: Resolução do Problema 6 por uma das duplas

Neste problema ficou evidenciado mais uma vez a falta de compreensão do enunciado, o que prejudicou substancialmente a sua resolução.

Ao responderem o Problema 7 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, vimos que a quantidade de resoluções certas foi consideravelmente alta 62, 5% o que nos surpreendeu, 6, 25% (1 dupla) não fizeram , 6, 25% (1 dupla) erraram e 12, 5% (2 duplas) acertaram parcialmente a resposta. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 10.

Muito parecido com o problema anterior (Problema 6) , este apresentou um resultado surpreendente onde a maioria das duplas conseguiu estabelecer as relações entre as grandezas

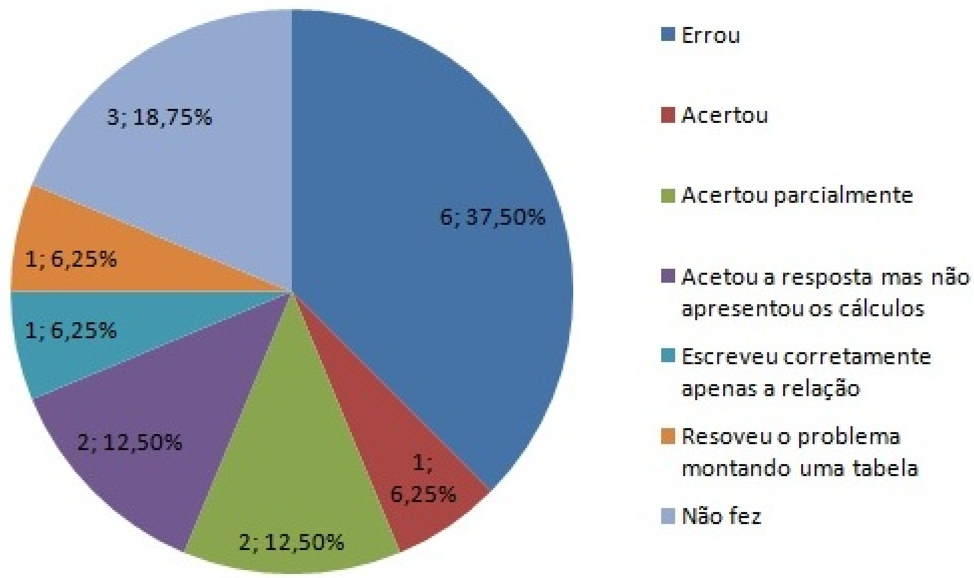


Figura 8: Resultados das respostas do Problema 6

e resolvê-lo. Neste problema não tivemos grandes problemas com relação a compreensão do enunciado.

Ao responderem o Problema 8 proposto na Lista de Exercício que segue anexo, os alunos encontraram algumas dificuldades, sendo que apenas $18,75\%$ (3 duplas) acertaram completamente o problema, $37,5\%$ (6 duplas) acertaram parcialmente, $18,75\%$ (3 duplas) não fizeram e também $18,75\%$ (3 duplas) fizeram porem erraram a resposta final. Todos esses dados podem ser visualizados na Figura 11.

Também muito parecido com o Problema 6 e, apesar do enunciado estar bem mais claro, tivemos algumas duplas que encontraram dificuldades na interpretação e escrita das expressões referentes a cada variável.

Encerrada esta primeira parte do diagnóstico, foram abordados em sala os conteúdos

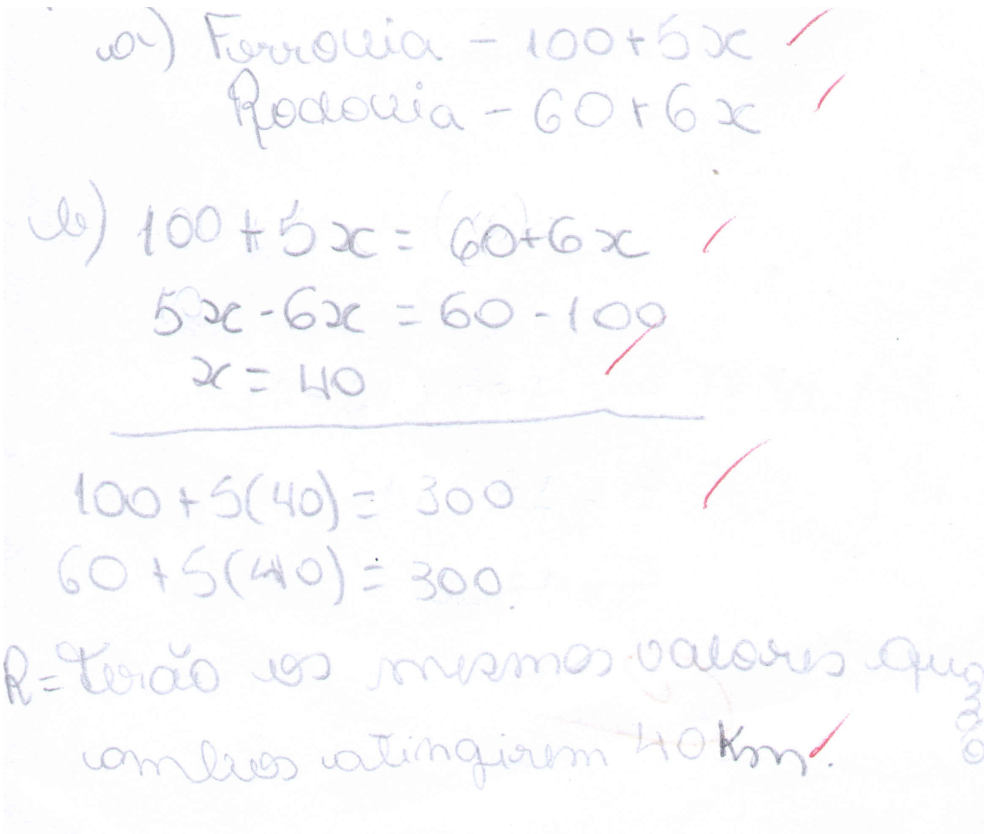


Figura 9: Resolução do Problema 7 por uma das duplas

referentes ao estudo das funções afim e a quadrática. Terminado esta abordagem foi realizado um segundo teste diagnóstico que também foi objeto de análise das estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas.

5.2.2 Etapa 2

A 2ª etapa foi aplicada após termos explorado os conteúdos em sala e resolvido vários exercícios e problemas seguindo as etapas de resolução de um problema proposta por Polya. Ao responderem o Problema 2.1, proposto na Lista de Exercício que segue anexo, vimos grande parte dos alunos, 68, 75% (11 duplas) conseguiram resolvê-lo corretamente, 12, 5% (2 duplas) acertaram parcialmente e 18, 75% (3 duplas) não conseguiram desenvolver a solução. Todos esses dados podem ser observados na Figura 12.

Apesar de este problema apresentar um enunciado longo, o grande número de acerto se

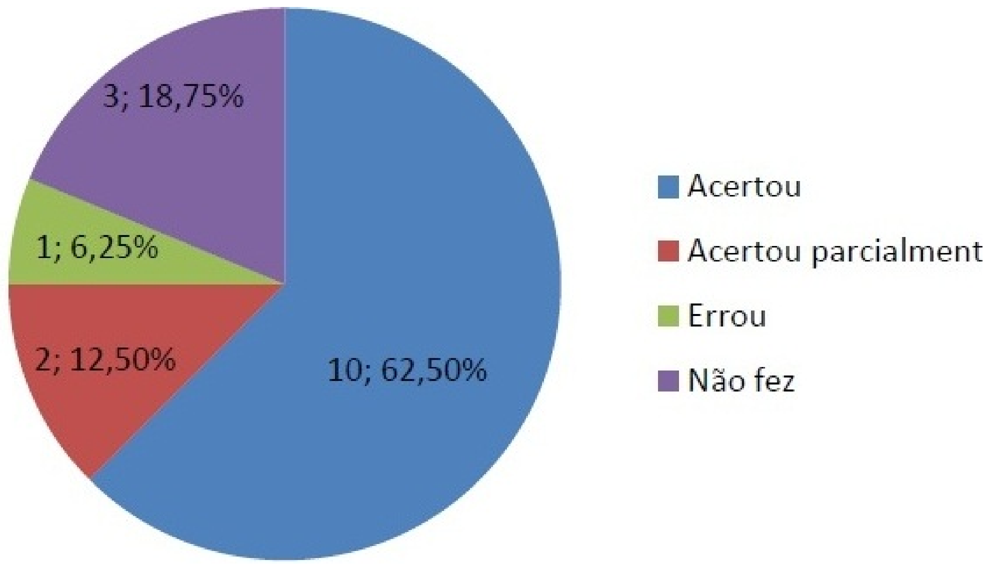


Figura 10: Resultados das respostas do Problema 7

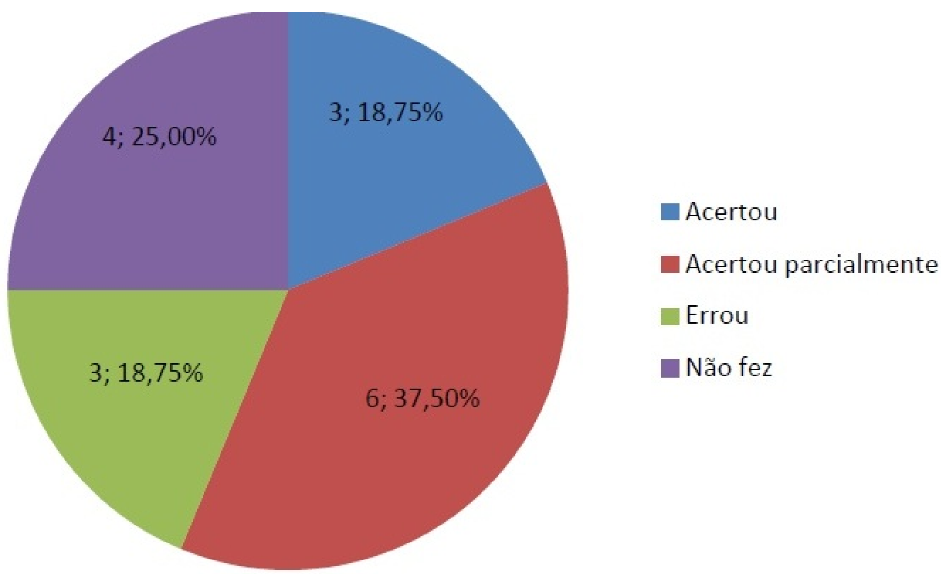


Figura 11: Resultados das respostas do Problema 8

deve ao fato de ter tido uma boa interpretação no seu enunciado e uma organização dos seus dados.

Na resolução do Problema 2.2, proposto na Lista de Exercício que segue anexo vimos que o numero de resoluções certas foi elevado, ou seja, 68,75% (11 duplas) e também tivemos um bom numero de resoluções parcialmente certas, 18,75% (3 duplas), não organizou corre-

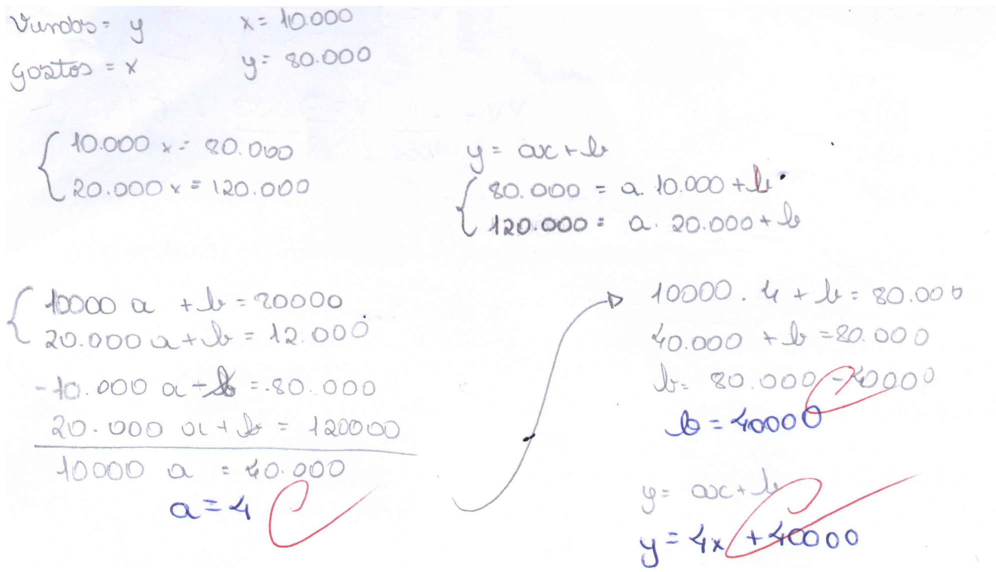


Figura 12: Resolução do Problema 2.1 por uma das duplas

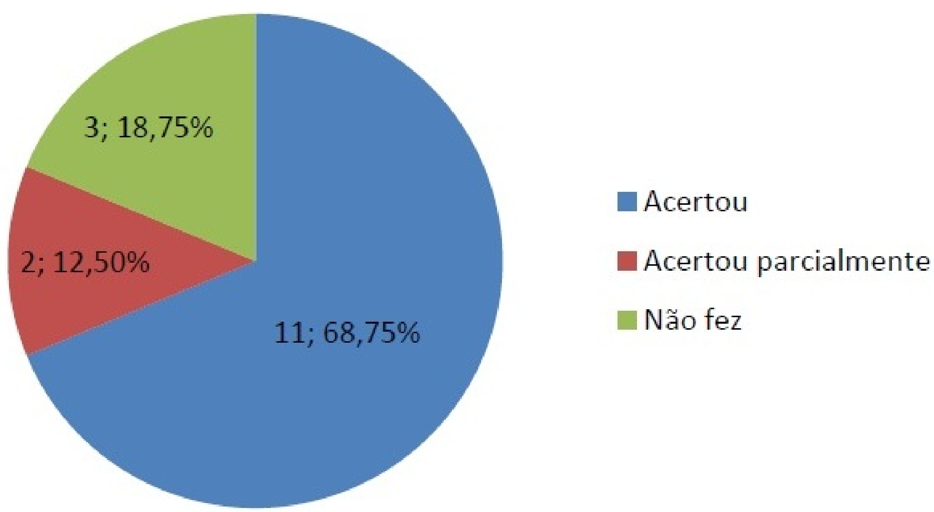


Figura 13: Resultados das respostas do Problema 2.1

tamente os dados, $6,25\%$ (1 dupla) e escreveu somente a relação mas não resolveram $6,25\%$ (1 dupla). Todos esses dados podem ser observados na figura 14.

Problema com enunciado pequeno e de fácil interpretação, pois o próprio enunciado já dizia que se tratava de uma função do 1º grau, o que facilitou a sua resolução.

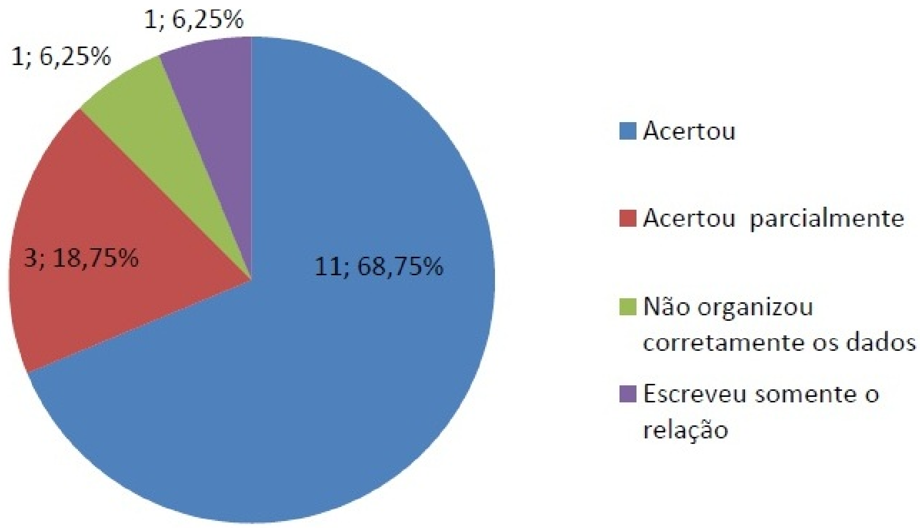


Figura 14: Resultados das respostas do Problema 2.2

Na resolução do Problema 2.3, proposto na Lista de Exercício que segue anexo vimos que praticamente todos acertaram, sendo que 62, 5% (1 dupla) acertaram completamente e 37, 5% (6 duplas) acertaram parcialmente a resolução do problema. Todos esses dados podem ser observados na Figura 16.

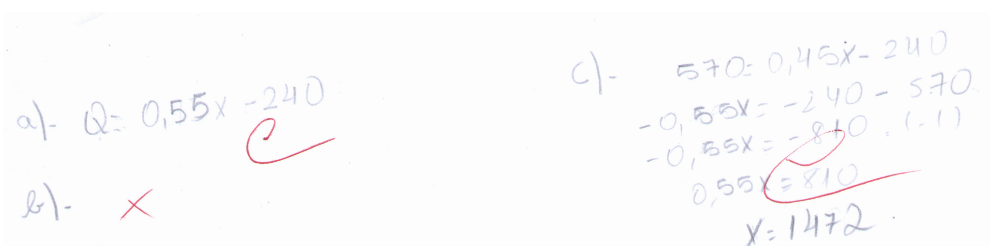


Figura 15: Resolução do Problema 2.3 por uma das duplas

Este problema também foi aplicado no 1º estudo de caso e não teve um grande número de acertos, mas como podemos perceber, com o desenvolvimento das aulas e a resolução de outros problemas parecidos, os alunos melhoraram sua capacidade de interpretação e organização dos dados na sua resolução.

Na resolução do Problema 2.4, proposto na Lista de Exercício que segue anexo tivemos o maior numero de duplas que não fizeram , 62, 5% (1 dupla) e apenas um parte acertou

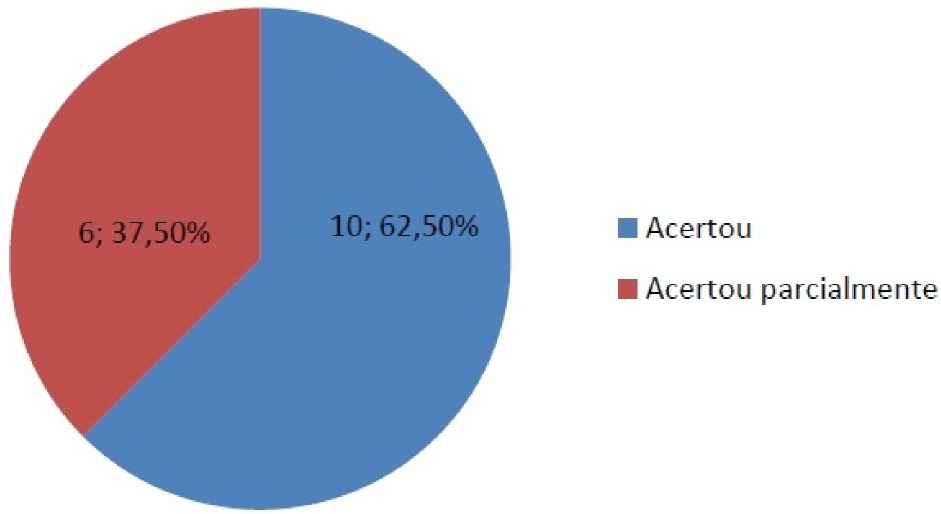


Figura 16: Resultados das respostas do Problema 2.3

parcialmente o problema, 37, 5% (3 duplas). Todos esses dados podem ser observados na Figura 17.

Como este problema se tratava de uma figura geométrica, os alunos encontraram grande dificuldade na interpretação das medidas dos lados da figura, o que ocasionou um grande número de erros na sua resolução e muitos ainda não conseguiram resolvê-lo.

Na resolução do Problema 2.5, proposto na Lista de Exercício que segue anexo, tivemos um grande numero de acertos, 81, 25% (13 duplas) e ainda 12, 5% (2 duplas) acertaram parcialmente, somente uma dupla não fez o problema. Todos esses dados podem ser observados na figura 18. Um problema com um enunciado curto e de fácil interpretação o que fez com a maioria conseguisse resolvê-lo.

Na resolução do Problema 2.6, proposto na Lista de Exercício que segue anexo, 43, 75% (7 duplas) acertaram totalmente o problema, 43, 57% (7 duplas) acertaram parcialmente e apenas 12, 5% (2 duplas) erraram o problema. Todos esses dados podem ser observados na Figura 19.

Após o desenvolvimento do conceito de função afim, os alunos puderam interpretar o problema e concluir que se tratava de um problema que envolvia a definição de função afim o que tornou bem mais fácil a sua resolução.

Na resolução do Problema 2.7, proposto na Lista de Exercício que segue anexo, tivemos

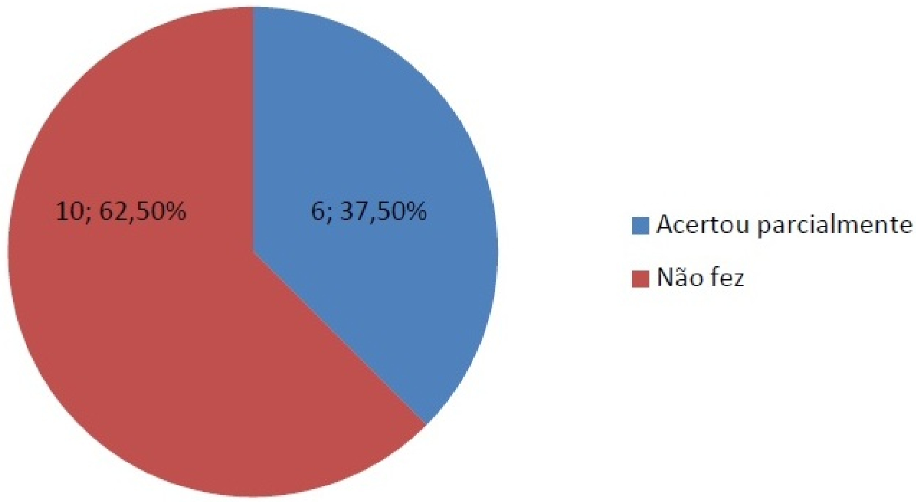


Figura 17: Resultados das respostas do Problema 2.4

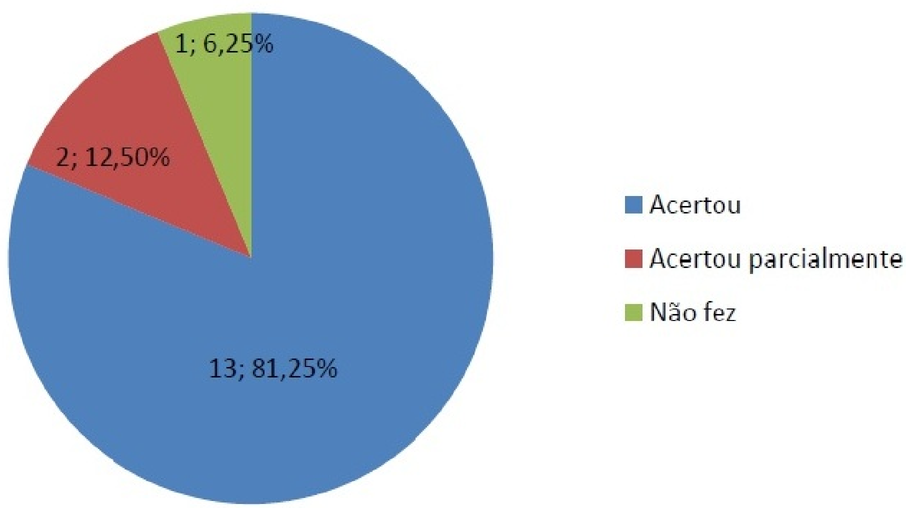


Figura 18: Resultados das respostas do Problema 2.5

o maior numero de acertos da nossa pesquisa, $93,75\%$ (15 duplas) e outros $6,25\%$ (1 dupla) acertaram parcialmente o problema. Todos esses dados podem ser observados na Figura 20. Um problema de enunciado longo, porém de fácil interpretação o que facilitou a sua resolução. Neste problema também os alunos puderam perceber facilmente que se tratava

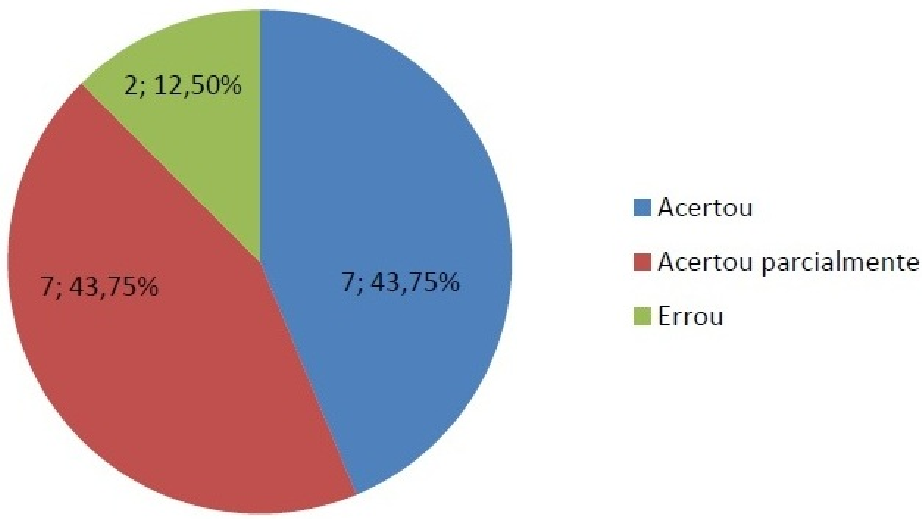


Figura 19: Resultados das respostas do Problema 2.6

de um problema onde deveriam usar a definição de função afim.

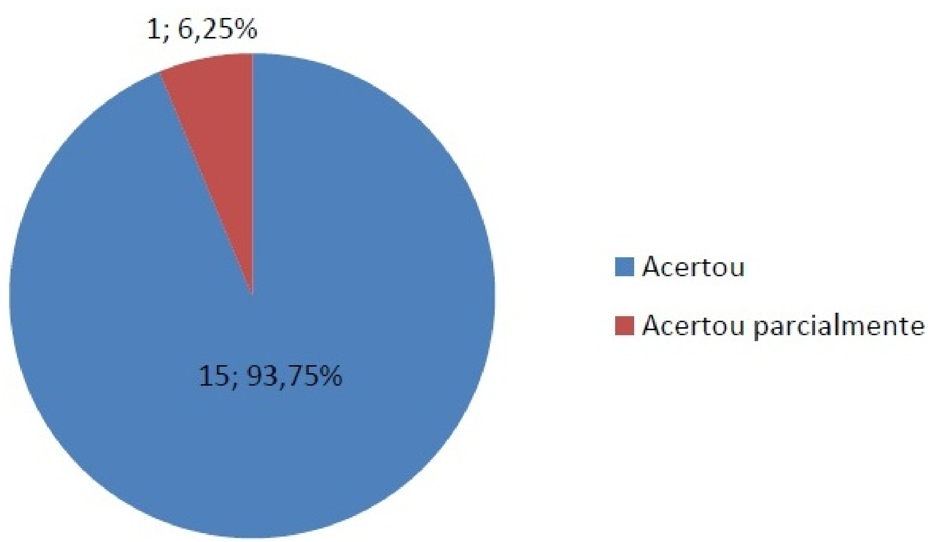


Figura 20: Resultados das respostas do Problema 2.7

Na resolução do Problema 2.8, proposto na Lista de Exercício que segue anexo, 75% (12 duplas) resolveram de forma correta, 6, 25% (1 dupla) resolveram parcialmente e 18, 75% (3 duplas) não fizeram. Todos esses dados podem ser observados na Figura 21.

Este problema apresentava uma figura (gráfico) o que facilitou a sua interpretação, apesar de alguns alunos não terem conseguido resolvê-lo, a grande maioria o fez com certa facilidade.

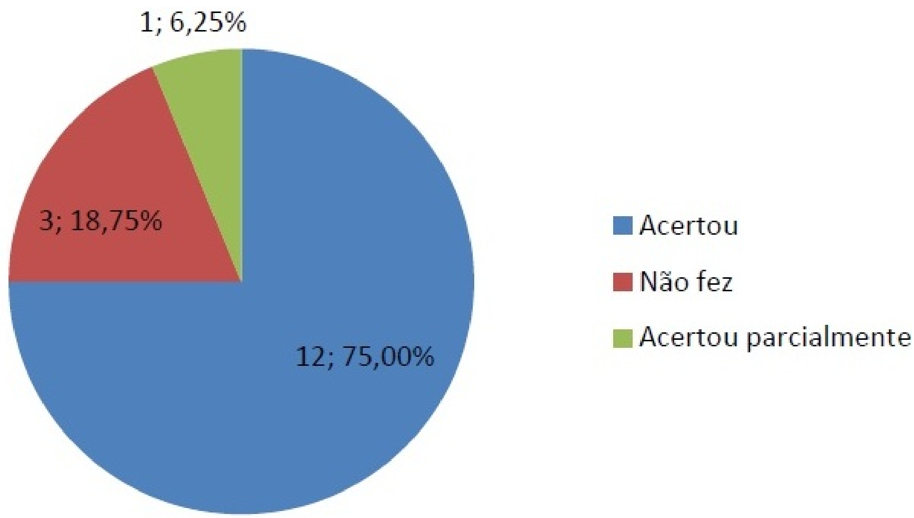


Figura 21: Resultados das respostas do Problema 2.8

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar matemática está se tornando uma tarefa mais difícil a cada dia, devido a alguns fatores que podemos destacar: a falta de interesse na disciplina pelos alunos (pois muitos acham a disciplina difícil e não conseguem aprendê-la), despreparo de grande parte dos docentes e a dificuldade em se usar a tecnologia como ferramenta no processo de ensino aprendizagem. Ao terminar este trabalho, reafirmamos a necessidade das situações problema fazerem parte da rotina das aulas de matemática, bem como a necessidade de que os professores dos diversos níveis de ensino saibam utilizar a resolução de problemas como método de ensino. Não basta que o professor se considere apto e especialista em situações problema, porque muitos problemas que extraímos dos livros didáticos estão muito longe de ser uma situação-problema.

As considerações feitas ao longo deste trabalho salientam que uma situação problema deve englobar tanto os conhecimentos que o aluno já adquiriu em sua vida quanto os novos que apreende diariamente na escola. Só assim o ensino da Matemática pode tornar-se atrativo, significativo e coerente com a realidade dos alunos.

O uso de situações problema no ensino de Matemática é um dos métodos que mais viabiliza o processo de ensino-aprendizagem de forma significativa para o aluno. Além de valorizar as práticas pedagógicas em sala de aula e de contribuir na obtenção de conhecimentos que serão úteis à vida acadêmica dos alunos, também favorece um melhor rendimento escolar e contribui na melhora da indisciplina que, na maioria das vezes, está relacionada às aulas teóricas e/ou às atividades mecânicas. Entretanto, é relevante lembrar que sua implantação não dispõe de maiores recursos financeiros e que o ideal é construir no momento oportuno as situações-problema com os próprios alunos.

O que propomos neste trabalho é a vontade de mudar a realidade do ensino da matemática para que sua aprendizagem aconteça levando em consideração as idéias de pesquisadores consagrados, como George Polya e Luis Roberto Dante. Trabalhar com resolução de problemas não é tarefa fácil, pois exige bastante dedicação da parte de professores e alunos. Os professores devem ter um planejamento mais criterioso de suas aulas e, por sua vez, os alunos devem assumir uma postura curiosa de pesquisadores, buscando as respostas apropriadas, os caminhos a serem seguidos com vistas à solução da questão proposta.

A resolução de problemas tem sido discutida como uma estratégia fundamental para auxiliar o aluno no desenvolvimento do raciocínio. Seu uso como estratégia no ensino funciona como um eixo organizador do ensino e da aprendizagem matemática, pois o conhecimento ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

É importante ressaltar que os professores de matemática devem ser preparados para que a sua prática pedagógica inclua a resolução de problemas. Devem conhecer, principalmente, as estratégias a serem adotadas com os alunos, o papel que devem assumir quando estiverem usando a resolução de problemas e o tratamento do erro dos alunos

Dar significado aos conteúdos matemáticos não é simplesmente encontrar um contexto, pois é muito difícil encontrar uma turma com características homogêneas. Neste trabalho nos propusemos colocar os alunos para pensar, se sentirem curiosos pelos conteúdos ensinados. Que eles jamais se comportem como meros assistentes desse mecanismo que é a aprendizagem da matemática.

Mesmo sendo difícil a prática da leitura, ela é imprescindível no ensino da matemática. Só quem lê corretamente poderá deliciar-se, ou interessar-se pelos problemas que surgem dentro dos conteúdos ensinados em sala de aula. Situações como essa é que devem dar entrada para outras mais formais. Com os problemas aplicados nos estudos de caso ficou evidente que, uma melhoria nas resoluções só foi possível, quando melhorou a interpretação dos problemas por parte dos alunos evidenciando uma das etapas sugeridas por Polya.

Acreditamos que as fases citadas por Polya (1995), são de fundamental importância na resolução de problemas. Quem consegue compreender um problema, certamente, arquitetam planos e os executa.

Defendemos uma nova alternativa para o ensino da matemática, porque vemos o estudante como um ser que deve fazer parte da construção da história da sua vida; perguntando, concordando, discordando, ajudando a elaborar ou fazendo críticas construtivas. O professor falar sozinho durante suas aulas não alcançará uma aprendizagem significativa, pois isso só acontece com respeito, compreensão, sensibilidade e diálogo. No ensino da Matemática, trabalhar com resolução de problemas será o método mais eficaz, pois como diz Polya (1995): “A resolução de problemas é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de Rhind”.

A mensagem final é que a resolução de problemas não é uma competência exclusiva da matemática, mas quando esta disciplina é desenvolvida e incentivada, o aprendiz pode se tornar um pensador mais eficaz. O objetivo da escola não é levar o aluno a aprender novos conhecimentos, mas sim aprender a usar estes conhecimentos no seu dia-a-dia. Para que isto aconteça é necessário que ele seja motivado a desenvolver o raciocínio e a capacidade de pensar. Isto pode ser feito não só através da matemática, mas como em qualquer outra disciplina.

APÊNDICE A

PROBLEMAS

A.1 Primeira lista de exercícios referentes introdução do estudo das funções

1) Numa certa empresa, há dois tipos de despesas mensais: uma fixa, de R$ 50.000,00 e outra variável, que depende da produção da firma e representa um quarto da arrecadação das vendas mensais. Sabendo-se que a arrecadação das vendas é igual às despesas mais o lucro obtido, montar uma relação entre vendas e lucros.

2) Em uma loja de tintas, um galão de 1 litro custa em média R$ 27,75. Como sua proporção é direta, quanto vou pagar por 4 galões? Seria possível estabelecer uma relação entre o preço pago e a quantidade de galões comprados? Qual seria essas relação?

3) Roberta recebe, mensalmente, x reais de salário. Em geral, R$ 240,00 de seu salário são gastos com aluguel, 45% são gastos com outras despesas e o restante ela deposita no banco.

    a) Escreva uma fórmula que permita calcular a quantia Q que Roberta deposita no banco de acordo com o valor x de seu salário.

    b) Quantos reais Roberta irá depositar se o seu salário for de R$ 1.200,00?

c) De acordo com a fórmula que você escreveu, se Roberta depositou R$ 570,00, qual foi o valor do seu salário?

4) A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo está relacionada com o numero de lados desse polígono. Veja na tabela a soma das medidas dos ângulos internos de alguns polígonos.

Polígono	Número de lados	Soma das medidas dos ângulos internos
Triângulo	3	180º
Retângulo	4	360º
Pentágono	5	540º
Hexágono	6	720º

a) Qual é a soma dos ângulos internos de um polígono convexo que possui:

$a.1)$7lados $a.2)$20 lados $a.3)$12 lados

b) Qual é o números de lados de um polígono convexo cuja soma dos ângulos internos é:

$b.1)$1080º $b.2)$3780º $b.3)$2340º

c) Estabeleça uma relação geral entre o número de lados e a soma dos ângulos internos de um polígono.

5) Uma barraca de praia, em Porto Seguro, vende copos de suco naturais ao preço de R$ 0,80 cada. Para não fazer contas a toda hora, o proprietário da barra resolveu montar uma tabela com o preço de até 10 copos de suco.

a) Monte essa tabela você também;

b) Qual seria o preço de 30,5 copos desse suco, sendo que independente da quantidade consumida não há desconto.

c) estabeleça uma relação matemática, que permite calcular o preço a ser pago para qualquer quantidade de copos consumidos, sem precisar recorrer à tabela.

6) Na clínica odontológica A, um aparelho ortodôntico custa R$ 380,00 mais uma taxa mensal de manutenção de 20 reais. Na clínica odontológica B, o mesmo aparelho custa

R$ 250,00 porém a taxa de manutenção é de 50 reais por mês. Qual das duas opções é mais vantajosa?

7) O custo de transporte de uma certa carga por ferrovia é composta de uma quantidade fixa de R$ 100,00 mais R$ 5,00 por quilometro rodado. A mesma carga transportada por rodovia tem um custo fixo de R$ 60,00 mais R$ 6,00 por quilometro rodado.

   a)) Expresse o custo em função da quilometragem rodada do transporte por ferrovia e do transporte por rodovia.

   b) Encontre quando os transportes por ferrovia e por rodovia terão o mesmo custo.

8) A e B são locadoras de automóvel. A cobra R$ 1,00 por quilômetro rodado mais uma taxa de R$ 100,00 fixa. B cobra R$ 0,80 por quilômetro mais uma taxa de R$ 200,00. Discuta a vantagem de A sobre B ou de B sobre A em função do número de quilômetros a serem rodados.

APÊNDICE B

PROBLEMAS

B.1 Segunda lista de exercícios referentes introdução do estudo das funções

2.1) (FGV-SP) A receita mensal de vendas de uma empresa (y) relaciona-se com os gastos mensais com propaganda (x) por meio de uma função do primeiro grau. Quando a empresa gasta R$10 000,00 por mês de propaganda sua receita naquele mês é de R$80 000,00; se o gasto mensal com propaganda for o dobro daquele, a receita mensal cresce 50% em relação àquela.

a) Qual a receita mensal se o gasto mensal com propaganda for de R$30 000,00?

b) Obtenha a expressão de y em função de x.

2.2) (FGV-SP) Um terreno vale hoje R$ 40 000,00 e estima-se que daqui a 4 anos seu valor seja R$ 42 000,00. Admitindo que o valor do imóvel seja função do primeiro grau do tempo (medido em anos e com valor zero na data de hoje), seu valor daqui a 6 anos e 6 meses será aproximadamente:

2.3) Roberta recebe, mensalmente, x reais de salário. Em geral, R$ 240,00 de seu salário são gastos com aluguel, 45% são gastos com outras despesas e o restante ela deposita no banco.

a) Escreva uma fórmula que permita calcular a quantia Q que Roberta deposita no banco de acordo com o valor x de seu salário.

b) Quantos reais Roberta irá depositar se o seu salário for de R$ 1.200,00?

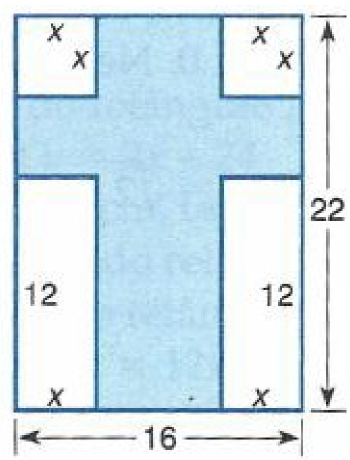
c) De acordo com a fórmula que você escreveu, se Roberta depositou R$ 570,00, qual foi o valor do seu salário?

2.4) No retângulo mostrado na figura a seguir, foram retirados:

1) De cada canto superior, um quadrado de lado x cm;

2) De cada canto inferior, um retângulo de x por 12 cm.

Dessa forma, obteve a cruz destacada. Dê o perímetro e área dessa cruz em função de x.



2.5) Um ônibus de 40 lugares foi fretado para uma excursão. A empresa exigiu de cada passageiro R$ 20,00 mais R$ 2,00 por lugar vago. Qual o numero de passageiros para que a rentabilidade da empresa seja máxima?

2.6) Na clínica odontológica A, um aparelho ortodôntico custa R$ 380,00 mais uma taxa mensal de manutenção de 20 reais. Na clínica odontológica B, o mesmo aparelho custa R$ 250,00 porém a taxa de manutenção é de 50 reais por mês. Qual das duas opções é mais vantajosa?

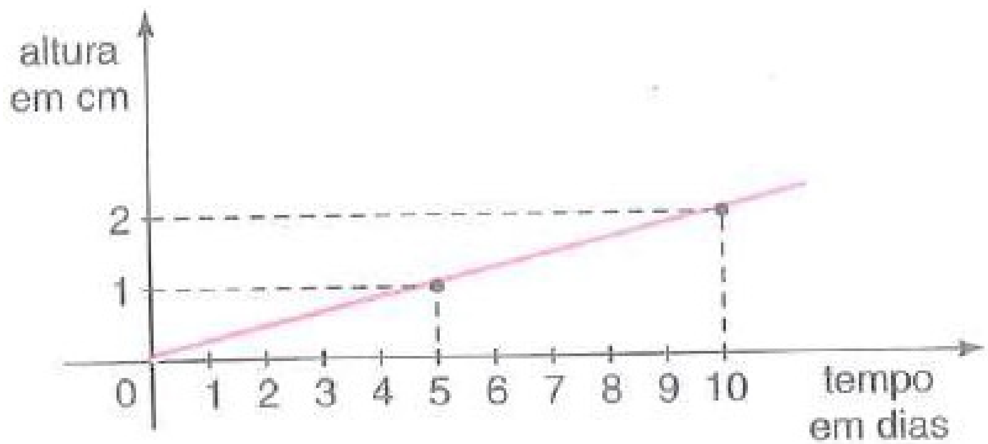
2.7) - Em razão do desgaste, o valor (V) de uma mercadoria decresce com tempo (t).Por isso, a desvalorização que o preço dessa mercadoria sofre em razão do tempo de uso é chamada depreciação. A função depreciação pode ser uma função afim, como neste caso: o valor de uma máquina é hoje R$ 1000,00, e estima-se que daqui a 5 anos será R$ 250,00.

a) Qual será o valor dessa máquina em t anos?

b) Qual será o valor dessa máquina em 6 anos?

c) Qual será sua depreciação total após esse período de 6 anos?

2.8) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em cm, todos os dias. Ligando-se os pontos colocados por ele num gráfico, resulta a figura seguinte. Se for mantida sempre esta relação entre tempo e altura, determine a altura que a planta terá no $30°dia$.



REFERÊNCIAS

[1] DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de matemática*, 8 ed. S ao Paulo: Ática, 1996.

[2] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática* - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2001.

[3] POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Tradução Heitor Lisboa de Arajo; Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

[4] POZO, Juan Ignacio. *A Solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Tradução Beatriz Affonso Neves ; Porto Alegre:ArtMed,1998.

[5] D'AMBROSIO, Beatriz S.. *Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates*. São Paulo: Summos, 1989.

[6] STOCCO S, Ka e Diniz I, Maria. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

[7] BICUDO,Maria Aparecida Viggiani . *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez Editora ,4 ed.

[8] DANTE, Luiz Roberto.*Contexto e Aplicações*, 2 Ed.-São Paulo: Ática, 2013. v. 1.

[9] ONUCHIC, Lourdes de La Rosa: *Pesquisa em ResoluÇe Problemas: Caminhos, Avanços e novas perspectivas*. Boletim de Educação Matemática, vol. 25, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, 2011. Pg. 73- 98.

[10] SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. *Trends and issues in mathematical problem solving research*. New York: Academic Press, 1983. In: DANTE, Luiz Roberto, Didática da resolução de problemas de matemática. 8 Ed, São Paulo: Ática, 1996.