



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
Centro de Ciências da Natureza
Pós Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: algumas atividades para o ensino de geometria

Nilmar Almeida da Fonseca Filho

Relatório para o Exame Geral de Qualificação apre-
sentado ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientador
Prof. Dr. Newton Luís Santos

2015



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
Centro de Ciências da Natureza
Departamento de Matemática

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: algumas atividades para o ensino de geometria

Nilmar Almeida da Fonseca Filho

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre

Orientador
Prof. Dr. Newton Luís Santos

2015

111 Nilmar Almeida da Fonseca Filho
X111x LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: algumas atividades para o ensino de geometria/ Nilmar Almeida da Fonseca Filho- Teresina: [s.n.], 2015.
62 f., 20 il., 6 tab.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Piauí, Pós Graduação em Matemática.
Orientador: Newton Luís Santos

1. Laboratório de Ensino de Matemática. 2. LEM. 3. Geometria.
4. Materiais Didáticos Manipuláveis. 5. MD. I. Título

TERMO DE APROVAÇÃO

Nilmar Almeida da Fonseca Filho

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: ALGUMAS
ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Dissertação APROVADA como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Piauí pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Newton Luís Santos
Orientador

Prof. Dr.
Examinador I

Prof. Dr.
Examinador II

Teresina, 24 de março de 2015

*Dedico este trabalho a Deus, meu tutor.
À minha esposa, A meu filho, À minha
mãe e a meu irmão. Aos meus amigos
e colegas de caminhada, e a todos os
professores que encontrei pela vida.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por tudo, desde o dom da vida, as vitórias diariamente alcançadas, a força a mim ofertada, enfim, por todas as graças que Ele tem me dado.

Agradeço à minha esposa Mara de Jesus Costa da Silva, pelo companheirismo, pela compreensão da ausência durante os períodos de estudos, por ser minha âncora nos momentos de dificuldade, por ser a pessoa que me ofertou motivação durante as dificuldades encontradas no curso.

Agradeço ao meu filho Davi Francisco da Silva Fonseca, por ter me dado um combustível extra no meio do curso, por ter trazido um significado especial a esta conquista e por me fazer sorrir nas vezes que o encontro ao chegar em casa, mesmo bastante cansado após mais um dia de trabalho.

Agradeço, de maneira especial, à minha mãe Ana Guimarães da Fonseca pela fortaleza que sempre foi na minha vida, onde recebo abrigo e carinho mesmo nas situações mais adversas.

Agradeço a meu irmão Anildo José da Fonseca e sua esposa Luçamara Beserra Holanda, aos meus sogros Francisco Machado da Silva e Sônia Maria Costa da Silva, às minhas cunhadas Mara Lúcia Costa da Silva e Raimunda Maraíza Costa da Silva, ao meu pai Nilmar Almeida da Fonseca, pelo apoio e sentido de família a mim oferecido.

Agradeço aos meus amigos de graduação, Cláudio Galvão, Gilfran Guedes, Alex Ribeiro, Davi Reis, Márcio Furtado, Antônio José, Jorge Rodrigues e Gilvando Rumão, pelas brincadeiras, companheirismo e estímulo para estudar Matemática.

Agradeço a todos os colegas do PROFMAT, em particular aos de Floriano: Valdeemi Nunes, Flaviano Monteiro, Netanias Oliveira, Gabrielly Saraiva e Kleydiane Silva, que se mostraram grandes fenômenos da Matemática além de serem pessoas com grande sentido de companheirismo, com os quais pude contar no decorrer do curso.

Agradeço a todos os professores que tive na minha vida estudantil e acadêmica, pelo comprometimento e dedicação empenhados no meu processo de formação, em particular, ao professor Marcos Diniz que me acompanhou e me orientou durante minha adolescência me direcionando, mesmo que sem intenção, a me apaixonar pela Matemática e ao professor Odimógenes Soares Lopes que sempre me incentivou nessa caminhada difícil como professor.

Agradeço a meu orientador, Professor Doutor Newton Luís Santos, pela cordiali-

dade de aceitar ser meu orientador, pela paciência a mim oferecida durante o processo de construção desse trabalho, pela compreensão dispensada nas vezes que não apresentávamos um desenvolvimento adequado, pelo comprometimento, pelo tempo a mim dispensado, enfim pela pessoa educada e responsável que mostra ser.

Agradeço a CAPES e a SBM pela criação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede-PROFMAT, pois graças a seu modelo semipresencial foi possível obter mais essa conquista na minha vida.

*É evidente que não pode ser um bom professor
aquele que não tem uma boa compreensão
do significado e do alcance do assunto
que está ensinando.*

Elon Lages

Resumo

Este trabalho tem como objetivo principal discutir o uso do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como metodologia no Ensino da Matemática, assim como apresentar algumas atividades alternativas. Buscou-se caracterizar materiais didáticos manipuláveis, Laboratório de Ensino de Matemática, o percurso histórico do Ensino de Matemática e, por fim algumas propostas para o ensino de geometria.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino de Matemática, LEM, Geometria, Materiais Didáticos Manipuláveis, MD.

Abstract

This work aims to present a discussion on the use of the Mathematics Learning Laboratory as a methodology on the Teaching of Mathematics as well to present some alternative activities characterize manipulable teaching materials, Mathematics Learning Laboratory, the historical background of Mathematics teaching and present some proposals for the teaching of Geometry.

Keywords: Learning Laboratory Mathematics, LLM, Geometry, Teaching Manipulable Materials, MT.

Lista de Figuras

5.1	Primeira malha quadriculada	38
5.2	Segunda malha quadriculada	39
5.3	Terceira malha quadriculada	39
5.4	Quarta malha quadriculada	40
5.5	Quinta malha quadriculada	40
5.6	Terceira malha quadriculada	41
5.7	Polígono entrecruzado	42
5.8	Representação de prédio e rio	45
5.9	Representação de prédio e rio	46
6.1	Construção de um geoplano	55
6.2	Formação de uma malha quadriculada	56
6.3	Finalização da construção de um geoplano	56
6.4	Geoplano quadrangular	57
6.5	Primeira etapa da base giratória	59
6.6	Segunda etapa da base giratória	60
6.7	Finalização da base giratória	60
6.8	Primeira etapa da base fixa	60
6.9	Segunda etapa da base fixa	61
6.10	Junção da base giratória à base fixa	61
6.11	Teodolito artesanal	62

Lista de Tabelas

5.1	Área a partir de 8 pregos na fronteira	41
5.2	Área a partir de 9 pregos na fronteira	41
5.3	Área a partir de 10 pregos na fronteira	41
5.4	Polígonos com três lados	43
5.5	Polígonos com quatro lados	44
5.6	Polígonos com cinco lados	44

Sumário

1	Introdução	19
1.1	Apresentação do problema e questões de estudo	19
1.2	Contexto de pertinência do estudo	20
1.3	Organização do trabalho	21
2	Materiais didáticos manipuláveis	23
2.1	Material Didático (MD)	23
2.2	Material Didático Manipulável	24
2.3	Material Didático e o processo de ensino aprendizagem	25
3	Concepções de Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)	27
3.1	(Pré-) Concepções iniciais de Laboratório de Ensino de Matemática	27
3.2	Laboratório como uma local para guardar materiais	27
3.3	Laboratório como sala de aula	28
3.4	Laboratório como local para ensaios matemáticos com uso de materiais didáticos	29
3.5	Laboratório como ambiente para o ensino de matemática	29
4	Ensino de Geometria no Brasil	31
4.1	Um breve histórico do ensino de Geometria no Brasil	31
4.2	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)	33
5	Algumas atividades para o ensino de geometria	37
5.1	Atividades com o uso do geoplano quadrangular	37
5.1.1	Primeira Atividade: perímetro e áreas	38
5.1.2	Segunda Atividade: investigando áreas (Fórmula de Pick)	40
5.2	Atividades com o uso do teodolito artesanal	42
5.2.1	Primeira Atividade: Soma dos ângulos internos de um polígono	43
5.2.2	Segunda Atividade: Ângulo central e ângulo inscrito numa circunferência.	44
5.2.3	Terceira Atividade: Obtendo medidas inacessíveis com uso de triângulos.	45
5.3	Experiências e expectativas sobre as atividades	47

5.3.1	Relato de uma experiência com Materiais Didáticos Manipuláveis	47
5.3.2	Expectativas esperadas com as propostas de ensino	47
6	Considerações	49
	Referências	51
	Apêndice A–Confecção de um geoplano quadrangular	55
	Apêndice B–Confecção de um teodolito artesanal	59

1 Introdução

Ao iniciarmos nossa pesquisa tínhamos uma concepção de Laboratório de Ensino de Matemática significativamente diferente. Acreditávamos inicialmente que um espaço amplo, com bancadas, materiais didáticos manipuláveis, computadores e carteiras escolares seria suficiente para caracterizar um laboratório de matemática para o ensino.

Após a leitura de livros, artigos, monografias e dissertações sobre o tema, fomos amadurecendo nossas ideias, descobrindo o aspecto dinâmico de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Este trabalho tem como objetivo principal: realizar uma reflexão sobre o Laboratório de Ensino de Matemática como metodologia para o ensino da Matemática, bem como apresentar algumas atividades alternativas, no contexto de um Laboratório de Ensino de Matemática, procurando contribuir com o ensino de Geometria.

Buscando atingir esse objetivo geral, temos os seguintes objetivos específicos: compreender o significado de um Laboratório de Ensino de Matemática; caracterizar materiais didáticos; mostrar os potenciais de um material didático no processo de ensino aprendizagem; sugerir propostas alternativas para o ensino de Geometria.

1.1 Apresentação do problema e questões de estudo

No ano de 2006, quando ainda cursava a graduação, tive a oportunidade de participar da III Bienal de Matemática, realizada na Universidade Federal do Goiás-UFGO, em Goiânia. Naquele evento, estavam em exposição os Laboratórios para Ensino de Matemática da Universidade de Brasília-UNB, e da Universidade Federal da Bahia-UFBA, o que me causou uma impressão muito positiva e despertou em mim um novo universo de possibilidades dentro do Ensino da Matemática.

A partir de então, surgiu o interesse em utilizar metodologias alternativas para ensinar Matemática. Fizemos, durante a realização do nosso trabalho de conclusão de curso da graduação, uma pesquisa sobre o Ensino de Matemática com uso de softwares nas escolas públicas da cidade de Floriano, aproximando-nos um pouco mais da metodologia de ensino de Matemática através do uso de Laboratórios.

Pouco depois, já como professor (no ano de 2011), fizemos um curso de formação

continuada: Programa Gestão da Aprendizagem Escolar-GESTAR II, que tinha como proposta desenvolver os conhecimentos matemáticos a partir do desenvolvimento de atividades alternativas, com apoio de situações problemas e materiais manipuláveis que eram construídos pelos alunos.

Nesse mesmo curso, conhecemos diversos materiais e atividades para o ensino de Geometria que nos levaram ao tema central da nossa pesquisa: como atividades alternativas com o uso de um Laboratório de Ensino de Matemática podem contribuir para o ensino de Geometria?

Na busca por respostas ao tema central vieram alguns questionamentos: Qual a relação entre materiais manipuláveis e Laboratório de Ensino de Matemática? Como escolher a atividade ou o material manipulável a ser utilizado numa aula de Matemática? E num tema da Geometria? Como adquirir esses materiais manipuláveis?

A tentativa de responder a esses questionamentos, e muitas outras questões que envolvem o uso de materiais manipuláveis e o uso de atividades alternativas num Laboratório de Ensino de Matemática, foi essencial para a realização do nosso trabalho.

1.2 Contexto de pertinência do estudo

Segundo Rêgo (2012, p. 14) "a manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliará o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos". Esses modelos fazem o aluno perceber e identificar propriedades, reconhecendo padrões em diversas situações e problemas.

Nesse sentido, faz-se necessário gerar mecanismos que possam tornar as aulas mais estimulantes, levando os alunos a pesquisarem, formularem hipóteses, resolverem problemas e criarem conjecturas sobre essas informações.

O uso de materiais concretos em sala de aula favorece a aprendizagem, levando o aluno à abstração para que ele identifique as propriedades, desenvolva o raciocínio e consiga assimilar as formas e associá-las aos objetos do dia a dia. Além de favorecer o aluno no processo de uma melhor visualização, as aulas se tornam mais dinâmicas e divertidas, levando o aluno a se sentir mais satisfeito e desinibido para expor e argumentar suas ideias. (MONTEIRO, 2013, p. 45)

Desse modo, concluímos que o manuseio de materiais leva os alunos a uma experiência concreta, favorecendo representações que funcionarão como facilitadores e indutores do processo de abstração. É nesse contexto que estudaremos o uso de materiais manipuláveis e do Laboratório de Ensino de Matemática.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho ficou estruturado em cinco capítulos.

No primeiro capítulo, abordaremos os Materiais Didáticos manipuláveis, caracterizando inicialmente o que se entende por Material Didático, e posteriormente Material Didático manipulável e encerramos falando do Material Didático e o processo de Ensino Aprendizagem.

O segundo capítulo traz uma discussão alusiva às concepções de Laboratório de Ensino de Matemática, abordando inicialmente as nossas concepções iniciais, trazendo em seguida a concepção de laboratório como sala de aula, e então o laboratório como local para ensaios matemáticos com uso de materiais didáticos encerrando a discussão com a concepção de laboratório como ambiente para o ensino de Matemática.

O terceiro capítulo apresenta um breve histórico do ensino de Geometria no Brasil e aborda os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.

No quarto capítulo apresentamos algumas propostas alternativas para o Ensino de Geometria, iniciando com propostas com auxílio de um geoplano quadrangular e posteriormente algumas proposta de ensino com uso de um teodolito artesanal.

Finalizando o trabalho, o quinto capítulo expõe nossas considerações finais.

2 Materiais didáticos manipuláveis

2.1 Material Didático (MD)

Segundo Lorenzato (2012, p. 18), "material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem". Nesse sentido, um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, um cartaz, um computador, um projetor são alguns exemplos de materiais didáticos.

Apesar de seu imenso potencial os MD constituem apenas em um dos inúmeros fatores que interferem no processo de ensino-aprendizagem do aluno. Nesse sentido, ressaltamos que a escolha do MD deve ser precedida de uma reflexão por parte do professor, pois os MDs desempenham muitas atribuições. De acordo com Lorenzato (2012, p. 18) os Materiais Didáticos são utilizados "para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos". São os objetivos que se deseja atingir que irão fazer a escolha do MD mais conveniente à aula.

Devemos observar que o Material Didático cria uma referência dentro do conteúdo estudado e assim seu uso deve permitir ou facilitar a recordação, pois sua utilização propicia significado ao conteúdo tratado nos livros, dando oportunidade ao aluno compreendê-lo de maneira significativa.

Nessa perspectiva, os materiais manipuláveis, enquanto mediadores do processo de ensino e de aprendizagem, são utilizados quando professores procuram meios de tratar a Matemática, presente nos livros, de forma que os educandos possam compreendê-la e se apropriar de seu significado. (JANUÁRIO, 2008, p. 35)

Em suma, destacamos quatro funções para o emprego de Materiais Didáticos, nos quais consideramos importantes no processo de ensino aprendizagem da Matemática:

Motivadora: os materiais despertam o desejo no educando de trabalhar essa ciência que, possivelmente, foi apresentada de forma estática, pronta e fechada;

Auxiliadora na apresentação da matéria: o professor, ao introduzir um novo conteúdo, poderá recorrer a esses recursos para facilitar as explicações e mediar a passagem do concreto ao abstrato;

Fixadora: reforçar o estudo de conteúdos já trabalhados ou que está sendo proposto no momento;

Verificadora: os alunos podem encontrar respostas e justificativas para alguns porquês matemáticos ou a origem de alguns procedimentos (fórmulas, algoritmos). (BEZERRA 1962, apud JANUÁRIO 2008, p. 37)

Nesse sentido, vale observar que o uso de qualquer que seja o recurso para melhorar o ensino deve ser precedido de uma reflexão da parte docente, pois cada conteúdo, cada aula, cada estratégia que será adotada, possui suas particularidades.

Enfim, material didático não está solto no contexto escolar. E é justamente por isso que a opção pelo uso de cada um deles deve se dar somente após reflexão do professor. Para cada assunto deve se considerar o conteúdo a ser aprendido pelos alunos, a estratégia escolhida e como se dará a avaliação. (TURRIONI 2004, p. 65-66)

É importante ressaltar que, por melhor que seja o MD, ele não passa de um instrumento auxiliar de ensino, de uma alternativa à disposição do professor e do aluno. Desse modo, MD não é garantia de sucesso escolar, muito menos, de uma aprendizagem efetiva, tão pouco, substitui professor. Contudo, devido ao grande elenco de tipos de MD, aqui iremos referir-nos apenas ao MD manipulável concreto.

2.2 Material Didático Manipulável

De acordo com Monteiro (2013, p. 45), "o material a ser manipulado em sala de aula deve ser trabalhado juntamente com atividades que façam com que o aluno interaja e participe das aulas desenvolvendo sua percepção e clareando o raciocínio". Existem diversos Materiais Didáticos: alguns são estáticos em suas formas, é o caso dos sólidos geométricos construídos em acrílico ou madeira, por exemplo, que, por não possibilitarem modificações, permitem apenas a observação; Outros, já possibilitam uma interação maior com o discente, por exemplo, jogos de tabuleiro, cubo mágico e ábaco.

Temos também, segundo Lorenzato (2012, p. 19), "aqueles dinâmicos, que, permitem transformações por continuidade, facilitam ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem". É o caso do geoplano, que pode numa construção de um triângulo apresentar diversas variações e, assim, facilitar a descoberta de propriedades do triângulo, o estudo de simetrias, e operações geométricas, entre outros.

Concordando com Mesquita Filho (2008, p. 17), que nos alerta dizendo: "convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno". Pois, a aprendizagem não é uma via de mão única, uma vez que, se o aluno não fizer o mínimo de esforço para aprender, o professor nunca atingirá as metas pretendidas.

2.3 Material Didático e o processo de ensino aprendizagem

Um MD está diretamente ligado com o processo de ensino. Entretanto, de acordo com Lorenzato (2012, p. 22), "é muito difícil, ou quase impossível, para qualquer pessoa caracterizar objetos sem nunca terem visto, tocado ou utilizado". Por exemplo, considerem um espelho: quando falamos para pessoas que já tiveram contato com esse objeto, fluem naturalmente ideias correspondentes a tal objeto, como forma, peso, cor, função. Os conceitos evoluem naturalmente, facilitando o processo de ensino.

O uso de MD possibilita interações com colegas, com professores, contribuindo com descobertas e redescobertas do aluno, tornando mais fácil e motivadora a aprendizagem. Conforme nos ensina Sarmiento (2010):

[...] podemos destacar: a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas. (SARMENTO, 2010, p. 4)

Além disso, sabemos que o Material Didático exerce um papel muito importante no processo de ensino aprendizagem, pois ele, segundo Turrioni (2004, p. 66), "facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos".

Nesta perspectiva e considerando a nossa experiência como professor de Matemática, concordamos com Sarmiento (2010), quando nos apresenta como proposta para ensino com apoio de material didático manipulável:

a) Inicialmente os discentes manuseiam (ou constroem) os materiais manipuláveis. Neste momento, objetiva-se aproximar os estudantes dos materiais que serão utilizados, é um momento de exploração, visualização e reconhecimento, momento também

de aproximação entre os alunos e o professor;

b) Nesta etapa, propomos ações programadas, visando à percepção das relações qualitativas e/ou quantitativas potencialmente fornecidas pelos objetos e pretendidas nos objetivos;

c) Por meio das interações aluno-objeto-conteúdo-professor buscar a interiorização das relações percebidas na fase anterior;

d) Aquisição e formulação das definições, conceitos e proposições, objetivando o aluno relacionar com os conceitos anteriores e fazendo eles o perceberem em outras situações;

e) Levantar questões pertinentes, generalizações, entre problemas que podem/poderão ser explorados em conteúdos que o professor já trabalhou, esteja trabalhando ou trabalhará com sua turma.

Contudo, é importante ressaltar, que não pretendemos dizer que a contextualização de conhecimentos matemáticos se dá, apenas, por meio do uso de material didático manipulável. Pretendemos, unicamente, fortalecer a ideia de que o uso de materiais manipuláveis favorece o processo de ensino e de aprendizagem.

E ainda, de acordo com Lorenzato (2012, p.18), "por melhor que seja, o MD nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno". Desse modo, o uso de um Material Didático não é garantia de um bom ensino, não é garantia de uma aprendizagem significativa, apenas representa um recurso alternativo no processo de ensino aprendizagem.

3 Concepções de Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)

3.1 (Pré-) Concepções iniciais de Laboratório de Ensino de Matemática

Antes de iniciar nossa pesquisa tínhamos uma concepção tradicional (estática) de Laboratório de Ensino de Matemática. Acreditávamos que um espaço amplo, com bancadas, materiais didáticos manipuláveis, computadores e carteiras escolares eram suficientes para caracterizar um Laboratório de Matemática para o Ensino.

Nossa aproximação ao tema nos propiciou a leitura de textos atuais sobre MD e LEM desconstruindo nossa (pré) concepção de um Laboratório de Ensino como um ambiente estático, disponível a ser utilizado, quando necessário, quando necessário, pelo professor, conduzindo-nos a uma concepção dinâmica em que professores e alunos constroem juntos o conhecimento, exploram propriedades, levantam questionamentos e buscam juntos soluções.

Nas próximas seções iremos apresentar e discutir as várias concepções de LEM.

3.2 Laboratório como uma local para guardar materiais

Nessa concepção, temos o laboratório de ensino de matemática como uma sala/depósito para guardar os materiais que poderão ser utilizados pelo professor no desenvolvimento de suas atividades docentes. Segundo Lorenzato (2012) inicialmente ele (Laboratório de Ensino de Matemática) poderia ser um local para guardar materiais essenciais, tornando-os acessíveis para as aulas.

Esse contexto pressupõe que o professor terá um lugar no qual irá guardar os materiais, procurando-os quando precisar utilizá-los. Nesse sentido, podemos imaginar um Laboratório de Ensino de Matemática móvel, pois:

nada impede que este laboratório aconteça sob a forma de um laboratório móvel, ou seja, dentro de uma caixa que pode ser transportada, ou mesmo no porta-malas de um carro. Porém, ainda nesse caso, tanto o objetivo como o seu papel ainda continuam sendo os mesmos de um Laboratório Depósito/arquivo. (RODRIGUES 2011, p. 60)

Dessa maneira, as aulas de Matemática ficam difíceis de ocorrer nesse ambiente, pois não oferece condições para o trabalho docente, limitando-se a ofertar atividades experimentais fora desse local, oferecendo material de apoio e suporte a essas atividades. Alinhando com nosso pensamento, Rodrigues (2011, p. 60), diz que "fica implícita a ideia de que as aulas de Matemática não ocorrerão no espaço físico deste laboratório, estando o mesmo apenas restrito ao apoio e suporte, por meio de seus materiais manipuláveis, para as atividades experimentais que serão desenvolvidas pelo professor fora desse ambiente".

Concluimos então que essa concepção de Laboratório de Ensino de Matemática apresenta aspecto puramente estático sem uma relação entre docente e discente, sem dinâmica, pois para Passos (2012, p. 90) "o LEM não pode ficar restrito a lugar ou processo, devendo incluir atitude".

3.3 Laboratório como sala de aula

De acordo com Lorenzato (2012), um LEM pode ser utilizado regularmente por professores não só para dar suas aulas de Matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos, para realização de exposições, olimpíadas, avaliações, entre outros.

Nesse sentido, acreditamos que os professores de Matemática podem utilizar esse espaço para criar clubes de Matemática, realizar minicursos planejar suas atividades, além de trazer um atrativo diferente, acarretará em um processo teoria-e-prática, fazendo com que discentes percebam a Matemática na sua vida do dia-a-dia.

Com a utilização de um Laboratório de Ensino de Matemática o professor poderá vincular à teoria a prática através de atividades lúdicas que possam fazer com que o aluno tenha mais prazer em estudar matemática, é neste momento que o professor poderá aproximar a matemática da vida do aluno mostrando na prática ou através de demonstrações algébricas, como a matemática é utilizada para explicar diversos fenômenos físicos. (ANDRADE, 2014, p. 4)

Não podemos conceber o Laboratório de Ensino de Matemática como uma sala de aula repleta de materiais ilustrativos ou demonstrativos de conhecimentos matemáticos, pois, conforme Scheffer (2012) não basta introduzir na escola o vídeo, a televisão, o computador, ou mesmo um laboratório de ensino de matemática, devemos com a presença desses recursos fazer uma reflexão na ação escolar.

3.4 Laboratório como local para ensaios matemáticos com uso de materiais didáticos

Segundo Rosa Neto (2003), materiais manuseáveis, com sugestões de atividades, que contribuirão na formação do "cantinho da Matemática" podem levar o professor e a própria escola a criarem um laboratório ou uma sala ambiente, sem muitos custos, ele cita também que o laboratório poderá ter um museu e uma biblioteca.

Assim, percebemos que a ideia de ter um espaço para comprovar teoremas e regras matemáticas a partir de ensaios com materiais didáticos é factível. Nesse sentido, Benini (2006) nos salienta que o desenvolvimento profissional em algumas áreas, como: física, química, biologia, engenharia, acontece notoriamente com a presença de laboratórios como local para ensaios e comprovação de fenômenos.

Ainda segundo esse autor,

Esse tipo de laboratório possui, geralmente, um texto-guia com as instruções sobre a maneira de agir do aluno e sobre a supervisão constante do professor ou monitor para auxiliá-lo nos experimentos. Isso, porém, limita o poder de decisão do aluno, mas ainda existe maior participação, do que nas experiências de cátedra, e o professor deixa de ser o centro, passando a atuar basicamente como orientador. (BENINI, 2006, p. 49).

3.5 Laboratório como ambiente para o ensino de matemática

De acordo com Rodrigues (2011, p.68), "esse tipo de laboratório tem como meta central a realização de atividades de ensino com ênfase na vivência de processos que auxiliam a construção do conhecimento matemático", além disso, visa também à realização de atividades que promovam o desenvolvimento de atitudes nos discentes.

Nesse sentido, Lorenzato (2012) nos apresenta o LEM como um lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a Matemática mais compreensível aos alunos. Assim, o Laboratório de Ensino de Matemática se torna um lugar dedicado à elaboração de situações para ajudar os discentes no processo de ensino e a aprendizagem da Matemática.

Nesse caso, o Laboratório de Ensino de Matemática é definido como:

uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2012, p.7)

O autor salienta também que, para muitos professores todas as salas de aulas devem ser um laboratório onde pode ocorrer a aprendizagem Matemática. Entretanto, devemos entender que estas argumentações existem apenas para enfraquecer a realização de um LEM na escola.

Nessa descrição de LEM, como sala ambiente, percebemos que não temos apenas a ideia de lugar, concebemos uma ideia de processo, onde o conhecimento matemático vai ser levantado a partir de situações de criação, de amadurecimento, ou mesmo de aprofundamento. Para Andrade (2014), O Laboratório de Ensino de Matemática é um lugar onde ocorrem atitudes positivas em relação à Matemática, onde os discentes encontram confiança em sua capacidade de aprender e fazer Matemática, é um local onde temos a construção, com compreensão, de conceitos, procedimentos e habilidades matemáticas, onde também surge o espírito investigativo e a autonomia.

A partir dessas caracterizações, entendemos que um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode ser entendido como um espaço bem ambientado (com recursos materiais adaptados a uma aprendizagem efetiva), disponível ao professor e à escola, onde o ensino de Matemática ocorre a partir de uma viagem onde encontramos situações motivadoras em relação à Matemática.

4 Ensino de Geometria no Brasil

4.1 Um breve histórico do ensino de Geometria no Brasil

Capaz de desenvolver o processo de abstração e o raciocínio lógico, a Matemática, em particular a Geometria, possui um lugar de destaque no sistema escolar do Brasil e de todo o mundo. No entanto, segundo Ritter (2011, p. 12) "o ensino no Brasil foi dominado pelos jesuítas por um período de aproximadamente duzentos anos" e, ainda de acordo esse autor, a Matemática não recebia lugar de destaque entre os ensinamentos proporcionados pelos jesuítas, primeiramente por não possuírem professores capacitados para lecionar a disciplina e também por não reconhecerem a Matemática como conteúdo importante na formação do Homem.

De acordo com Valente (2008), os primeiros registros sobre o ensino de Matemática no Brasil remontam ao ano de 1699, quando a Coroa Portuguesa decidiu expandir os treinamentos militares em terras além-mar, inserindo na formação de oficiais no Brasil, aulas de Artilharia e Fortificações. Apesar dessa deliberação, teve-se bastante dificuldade para sua implementação, pois não se tinha livros adequados para instrução militar e, além disso, têm-se registros de que uma década após (1710) as aulas de fortificação ainda não tinham sido iniciadas.

Apenas depois da chegada do militar português José Fernandes Pinto Alpoim, por volta de 1738 que as aulas passaram a ser obrigatórias a todos os oficiais. Segundo Chagas de Andrade (2014, p. 24), "Alpoim foi o autor dos dois primeiros livros didáticos de Matemática escritos no Brasil, que ensinavam conceitos de Geometria e Aritmética: Exame de Artilheiros (1744) e Exame de Bombeiros (1748)".

Segundo Meneses (2007), em 1810 foi criado pelo futuro Rei D. João VI a Academia Real Militar, na qual eram ministrados cursos de Matemática que não se preocupava apenas em formar oficiais de engenharia e artilharia, mas também geógrafos e topógrafos objetivando desenvolver mão de obra para trabalhar em minas, caminhos, portos, pontes, fontes e calçadas.

De acordo com Valente (2008), após a independência do Brasil surge a necessidade de se criar uma universidade, onde então, em 1827 são criados os Cursos Jurídicos.

Para ingresso nesses cursos, os candidatos deviam prestar exames de Língua Francesa, Gramática Latina, Retórica, Filosofia Racional e Moral e Geometria. Neste momento, a Matemática muda oficialmente de status, deixando seu caráter técnico-instrumental de formação militar, ascendendo, por meio da Geometria, à categoria de saber de cultura geral.

Pouco tempo depois, Segundo Ritter (2011), a partir de 1832, a Geometria também passa a ser exigida para ingresso de candidatos às Academias Médicas Cirúrgicas do Rio de Janeiro e da Bahia. Também vale ressaltar, o surgimento de escolas secundárias, as quais possuíam entre as referências do programa de ensino, a Matemática.

Para o ensino secundário, surgem primeiramente alguns liceus provinciais tais como o Ateneu do Rio Grande do Norte (1825), os Liceus da Bahia e da Paraíba (1836) e, logo após, a primeira escola de ensino secundário do país, o Imperial Colégio de D. Pedro II (1837) na Corte (Rio de Janeiro), cujo objetivo era a preparação para o ingresso ao ensino superior. O programa de ensino do Colégio será tomado como referência da Matemática escolar secundária. (RITTER, 2011 p. 14).

O autor também salienta que, durante o final do século XIX e início do século XX, a Matemática era composta por três disciplinas separadas: aritmética, álgebra e geometria.

Valente (2008) aponta nossa primeira estruturação do ensino, por volta dos anos de 1930, a partir da Reforma Francisco Campos, no primeiro governo de Getúlio Vargas. Caracterizada pela fusão da Aritmética, com a Álgebra e a Geometria, fazendo nascer a Matemática, disciplina então inexistente.

Decorridos trinta anos, chegamos aos anos de 1960, e então surge o Movimento da Matemática Moderna, no qual a matemática deve ser ensinada com bastante formalidade e rigor, priorizando os aspectos algébricos em detrimento aos geométricos.

A ênfase dada aos aspectos algébricos da Matemática nas décadas de 1960 e 1970, com o Movimento da Matemática Moderna, provocou o abandono do campo geométrico em nossos programas escolares. Os conhecimentos nesse campo hoje são reconhecidos como de inquestionável importância para a formação de nossos alunos, quer consideremos os aspectos didáticos, históricos ou científicos. (RÊGO, 2012 p. 10).

Segundo Ritter (2011), a partir de 1980 com a procura de uma melhor aprendizagem de Matemática surgem novas discussões curriculares, com práticas pedagógicas direcionadas à resolução de problemas. O autor ainda observa que os alunos daquela época apresentam imensas dificuldades no campo da Geometria, indicando um imenso trabalho a ser realizado para resgatar esse campo de conhecimento na estrutura escolar.

De acordo com Chagas de Andrade (2014), também a partir da década de 1980, com o surgimento de teorias que promovem o ensino de Geometria com base na experimentação sensorial dos alunos, vem ocorrendo um resgate da Geometria.

Acreditamos que com a Lei de Diretrizes e Bases da educação implantada em 1996, e com as orientações dispostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), estamos caminhando para uma melhoria no ensino de Matemática, em especial o de Geometria.

4.2 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) Brasil (2006), são propostas educacionais para o Ensino Médio e estão dispostos em quatro partes: parte I-Bases Legais; parte II-Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; parte III-Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e parte IV-Ciências Humanas e suas Tecnologias. Neles encontramos as orientações para desenvolver as competências e habilidades básicas dos nossos discentes. Esses parâmetros consideram o estudante de ensino médio um ser mais consciente de suas responsabilidades, além disso, considera também que nessa etapa de formação os discentes tem um maior desejo de aprender e exigem muito mais do seu processo de formação.

Sabemos que a Matemática se faz presente no mundo e se relaciona com diversas áreas do conhecimento, exercendo papel importantíssimo para a evolução humana. Nesse sentido, os PCNEM afirmam que:

Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver. A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. (BRASIL, 2006, p. 10)

Dessa maneira, a Matemática no Ensino Médio passa a ser uma ferramenta multi-tarefas, desenvolvendo o pensamento abstrato, o raciocínio lógico dedutivo, a formação para a vida do dia-a-dia, ajudando o educando em quase todas as atividades humanas da vida contemporânea.

Os PCNEM ainda ressaltam a importância de se fazer uma reflexão rápida sobre a relação entre Matemática e tecnologia, uma vez que o impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo exige competências ligadas ao processo de construção e de renovação de situações problema.

Os PCNEM apresentam alguns objetivos para o ensino de Matemática, nos quais o aluno deverá:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 2006, p. 43)

Dos objetivos acima, observamos que devemos desenvolver nos discentes a capacidade de compreender os conceitos matemáticos, que lhes permitam aplicá-los nas mais diversas situações do cotidiano, fazendo o seu reconhecimento, análise e criando assim condições de solução de um problema. Em suma, devemos desenvolver o potencial dos alunos buscando uma conexão entre os diversos conceitos matemáticos e suas aplicações, fazendo interdisciplinaridade e contextualizações.

Entretanto, direcionando para a Geometria, os PCNEM destacam a capacidade dos alunos usarem as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que os cerca.

De fato, essa capacidade de representar formas planas ou espaciais é essencial para a humanidade.

[...] perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências [...] (BRASIL, 2006, p. 45)

Por fim, concluímos que o ensino de Matemática, em particular do de Geometria, necessita de um aporte para que possamos utilizar um processo de ensino baseado na exploração e investigação, pois de acordo com Rêgo (2012, p. 8) temos: "a Geometria, em particular, possibilita o desenvolvimento de atitudes positivas, pois permite que o aluno associe mais facilmente os seus conhecimentos à realidade, compreendendo-a

melhor, ou que a represente em duas ou três dimensões, em uma linguagem formal e elaborada do ponto de vista científico".

Nesse sentido, a utilização de metodologias alternativas para o ensino de Geometria fica fortalecida, pois, concordamos com Scheffer (2012, p. 96) quando nos diz que "a Geometria, é um campo fértil para um ensino baseado na exploração e investigação".

5 Algumas atividades para o ensino de geometria

5.1 Atividades com o uso do geoplano quadrangular

Segundo Rêgo (2012, p. 39) o geoplano facilita o "desenvolvimento da percepção geométrica no plano; o estudo de propriedades de polígonos; identificação de unidades para medida de comprimento e de área (diferenças e relações entre elas)". Nesse sentido, para o desenvolvimento de nossas atividades seguiremos a proposta descrita anteriormente no capítulo 2, item 2.3, adaptada para o geoplano, vejamos:

1ª Etapa: Inicialmente desejamos aproximar os estudantes do geoplano, fazê-los explorar, visualizar, conhecer o artefato. Para isso, sugerimos que os discentes construam seus geoplanos (instruções para construção se encontram no apêndice A).

2ª Etapa: Neste momento, propomos uma explanação fazendo representações e comparações entre o geoplano e o plano: a) explicar que a tábua seria uma representação do plano, este, indicado por uma letra do alfabeto grego; b) os extremos dos pregos (cabeças) indicariam pontos de um plano, sendo representados por letras maiúsculas do alfabeto convencional e; c) os elásticos indicariam segmentos de reta e representamos por letras minúsculas do nosso alfabeto.

3ª Etapa: Nesta etapa, realizamos as interações entre os alunos, os professores, o conteúdo a ser trabalhado e o geoplano. Buscamos a interiorização das relações percebidas na fase anterior. Por exemplo, ao representarmos parte de uma reta com um elástico é concebível que nossos alunos captem que há pontos que não pertencem à reta representada. É importante notar que toda representação é uma aproximação e, portanto, não é o objeto em si.

4ª Etapa: É o momento da aquisição e formulação das definições, conceitos e proposições, objetivando o aluno relacionar com os conceitos anteriores e fazendo eles o perceberem em outras situações.

5ª Etapa: É o período para levantar questões pertinentes, fazer generalizações, apresentar problemas para o aluno refletir sobre o conteúdo, discutir as limitações do modelo e como se extrapolar para ganhar intuição dos objetos em si.

É importante ressaltar que, para um bom andamento das atividades, sugerimos que os trabalhos sejam desenvolvidos em grupos pequenos (no máximo cinco alunos), afinal, grupos muito grandes podem fazer alguns alunos ficarem dispersos, por outro lado, grupos muito pequenos pode tornar a atividade cansativa, desmotivando e afastando o interesse obtido por meio da novidade (atividade com o geoplano).

Convém observar que não queremos dizer que seguindo essas etapas é a única maneira de se atingir sucesso no processo de aprendizagem, relembramos que se trata apenas de uma proposta para o ensino.

Nesse sentido, vejamos algumas propostas de atividades com o uso do geoplano. No entanto, ressaltamos que todos os procedimentos que ilustraremos levam em conta o desenvolvimento a partir da 3ª etapa. Portanto, descreveremos apenas mecanismos para aquisição e formulação das definições, conceitos, proposições, e levantamento de algumas questões pertinentes para reflexão dos saberes matemático.

5.1.1 Primeira Atividade: perímetro e áreas

3ª Etapa: neste momento é conveniente explanar a ideia de área a partir de unidade de área, considerando uma unidade para cada quadrinho da malha representada pelo geoplano.

4ª Etapa: Apresentar uma atividade contendo construções de polígonos no geoplano nos quais o aluno deverá obter a área e o perímetro a fim amadurecer as definições, bem como percebê-las em outras configurações.

- 1) Construa no geoplano os polígonos a seguir e determine sua área:

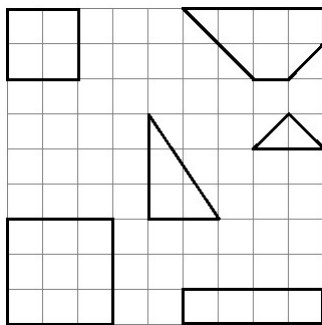


Figura 5.1: Primeira malha quadriculada

2) Utilizando o geoplano, diga qual dos polígonos seguintes possui maior área:

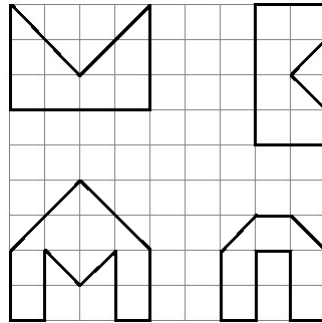


Figura 5.2: Segunda malha quadriculada

3) As figuras a seguir possuem área igual a 6. Analisando os perímetros o que você pode concluir?

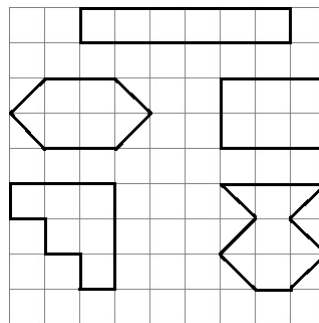


Figura 5.3: Terceira malha quadriculada

4) Construa quatro figuras com perímetro igual a 10. O que você verificou em relação as áreas?

5ª Etapa: É o período para levantarmos questões pertinentes, fazer generalizações, apresentar problemas para o aluno refletir sobre o conteúdo. Devemos realizar um debate na sala e fazer indagações que possam despertar a curiosidade dos discentes. Como por exemplo: será possível determinar a área de uma figura a partir do conhecimento do seu perímetro? Existem outras maneiras de se determinar a área de figuras planas? Um geoplano quadrangular é capaz de representar qualquer figura?

5.1.2 Segunda Atividade: investigando áreas (Fórmula de Pick)

3ª Etapa: neste momento devemos definir número de pontos na fronteira, números de pontos no interior, além de explorar a possibilidade de se calcular a área de uma figura representada no geoplano por meio do conhecimento desses números.

4ª Etapa: apresentar uma atividade contendo construções de polígonos no geoplano nos quais o aluno deverá observar o número de pontos na fronteira, o número de pontos no interior e a área da figura. A partir dessa configuração, levar o aluno a deduzir a Fórmula de Pick.

Vejamos uma proposta de atividade a seguir:

1) Nas figuras seguintes, observe o número de pontos na fronteira, o número de pontos no interior e a área de cada uma.

a)

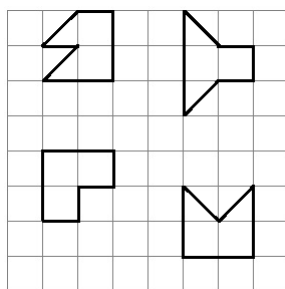


Figura 5.4: Quarta malha quadriculada

b)

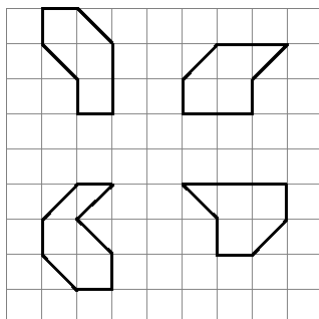


Figura 5.5: Quinta malha quadriculada

c)

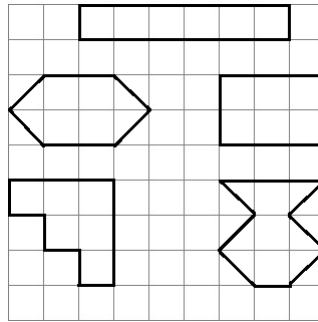


Figura 5.6: Terceira malha quadriculada

2) De acordo com as informações obtidas da questão anterior, preencha a tabela seguinte.

8 pregos na fronteira								
Nº de pregos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área								

Tabela 5.1: Área a partir de 8 pregos na fronteira

3) Continue as construções, e preencha as tabelas seguintes:

a)

9 pregos na fronteira								
Nº de pregos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área								

Tabela 5.2: Área a partir de 9 pregos na fronteira

b)

10 pregos na fronteira								
Nº de pregos no interior	0	1	2	3	4	5	6	7
Área								

Tabela 5.3: Área a partir de 10 pregos na fronteira

4) Tente determinar a área de um polígono com 15 pregos na fronteira e 4 pregos no interior.

5) Deduza que a área de um polígono conhecendo o número de pregos na fronteira e o número de pregos no interior é determinado pela Fórmula de Pick:

$$A = \frac{F}{2} + I - 1$$

Onde:

A: representa a área da figura;

F: significa o número de pregos na fronteira;

I: indica a quantidade de pregos no interior da figura.

5ª Etapa: Neste momento é interessante apresentar problemas para fixação da aprendizagem e tecer indagações pertinentes, tais como: A fórmula obtida funciona para polígonos entrecruzados?

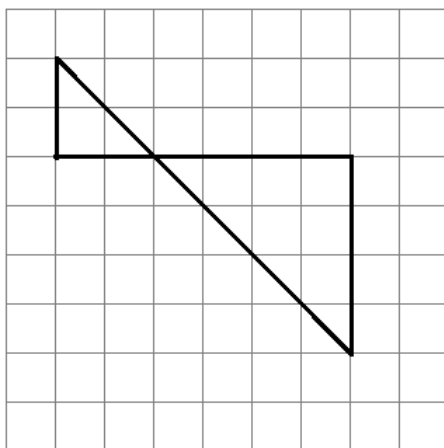


Figura 5.7: Polígono entrecruzado

5.2 Atividades com o uso do teodolito artesanal

De acordo com Rêgo (2012), no ensino de ângulo devemos observar a sua abrangência, no sentido de desenvolver: o seu conceito, a compreensão de seus diferentes significados, a habilidade para representá-lo, medi-los e classificá-los, a capacidade de operar instrumentos de medidas, a reprodução de suas representações gráficas e a capacidade de interpretá-las, o conhecimento de suas propriedades, a sua utilização de forma funcional em outros conteúdos matemáticos, em outras disciplinas e as suas aplicações do dia a dia.

Souto (2013) salienta que o teodolito é um instrumento usado para medição de ângulos, principalmente para medidas de ângulos horizontais e verticais, muito utilizado na engenharia geológica. Dessa maneira, propomos a seguir algumas atividades, utilizando um teodolito construído de maneira artesanal (ver procedimentos de construção

no anexo B), com a finalidade de tornar mais atraente o ensino de geometria.

5.2.1 Primeira Atividade: Soma dos ângulos internos de um polígono

1ª Etapa: Neste momento, desejamos aproximar os alunos do teodolito artesanal, objetivando, visualizar, conhecer o artefato, manusear. Para tal, propomos que os estudantes façam seus teodolitos.

2ª Etapa: Momento para explicações, momento para falar sobre medidas, angulares, comentar sobre o grau, o minuto o segundo. Explicar que estaremos fazendo medidas de ângulos com o uso do teodolito. É importante ressaltar que estamos trabalhando com um instrumento rudimentar, por essa razão é conveniente utilizar aproximações.

3ª Etapa: Nesta etapa, realizamos as interações entre os alunos, os professores e o conteúdo a ser trabalhado. Apresentar alguns polígonos (com três lados, com quatro lados, com cinco lados, etc). Deixar claro o significado de vértices, lados e ângulos internos. Buscamos a interiorização das relações percebidas na fase anterior.

4ª Etapa: É o momento da aquisição e formulação das definições, conceitos e proposições, objetivando o aluno relacionar com os conceitos anteriores e fazendo eles o perceberem em outras situações. Sugerimos aproveitar o ambiente escolar de fora da sala de aula para situar alguns pontos de modo a se obter polígonos (com três lados, com quatro lados, com cinco lados, etc).

Em seguida, com o uso do teodolito, medir os ângulos internos desses polígonos efetuando as anotações em tabelas como as seguintes:

para triângulos

Polígonos com três lados: triângulos			
Vértices	A	B	C
Medida do ângulo encontrado			

Tabela 5.4: Polígonos com três lados

para quadriláteros

Polígonos com quatro lados: quadriláteros				
Vértices	A	B	C	D
Medida do ângulo encontrado				

Tabela 5.5: Polígonos com quatro lados

para pentágonos

Polígonos com cinco lados: pentágonos					
Vértices	A	B	C	D	E
Medida do ângulo encontrado					

Tabela 5.6: Polígonos com cinco lados

Logo após, solicitaremos para os alunos efetuarem a adição das medidas encontradas para cada vértice, observando o tipo de polígono.

Depois desta etapa, devemos motivar os discentes a descobrirem alguma relação entre os valores encontrados. O objetivo é que cheguem na fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono: $S(n) = 180^\circ(n - 2)$, onde $S(n)$ significa a soma das medidas dos ângulos internos e n representa o número de lados do polígono, por eles mesmos.

5ª Etapa: É o momento para levantar questões pertinentes, fazer generalizações, apresentar problemas para o aluno refletir sobre o conteúdo. Por exemplo: será que essa fórmula determina a soma dos ângulos internos de um polígono não convexo? É importante que os alunos também tenham espaço para fazer conjecturas.

5.2.2 Segunda Atividade: Ângulo central e ângulo inscrito numa circunferência.

Para as atividades seguintes iremos descrever as propostas a partir da 3ª etapa, por considerar repetitivo explicar sobre a construção e apropriação do artefato didático (teodolito artesanal).

3ª Etapa: Realizamos as interações entre os alunos, os professores e o conteúdo a ser trabalhado. É necessário deixar claro os elementos da circunferência, em particular, o arco. Definir ângulo central e ângulo inscrito numa circunferência. Efetuar uma ligação desse momento com as relações percebidas na fase anterior.

4ª Etapa: Para este momento, iremos aproveitar novamente o ambiente escolar de fora da sala de aula. Sugerimos, caso a escola tenha uma quadra de esportes, aproveitar a circunferência do centro da quadra, caso não tenha, o professor e os alunos poderão construir uma circunferência, por exemplo com barbante e giz.

Em seguida, devemos marcar dois pontos distintos pertencentes à circunferência. Logo após, com o uso do teodolito, medir o ângulo central e posteriormente escolher um terceiro ponto pertencente à circunferência, distinto dos dois escolhidos anteriormente, e medir o ângulo inscrito.

É importante, repetir o processo acima com outros pontos, a fim de propiciar aos alunos a oportunidade de perceberem a relação entre ângulo central e ângulo inscrito numa circunferência.

5ª Etapa: Apresentar algumas atividades para fixação da aprendizagem e efetuar indagações do tipo: qual o tipo de triângulo obtido caso escolhêssemos dois pontos colineares com o centro da circunferência?

5.2.3 Terceira Atividade: Obtendo medidas inacessíveis com uso de triângulos.

3ª Etapa: Nesta etapa, devemos explicar sobre o uso de triângulos para obter medidas inacessíveis. Para tal, é importante fazer uso de conhecimentos da trigonometria, tais como: as razões trigonométricas, a lei dos senos e a lei dos cossenos.

4ª Etapa: O professor deverá procurar um local para obter uma medida, porém que não seja acessível. Sugerimos, por exemplo, ou calcular a altura de um prédio, ou a largura de um rio.

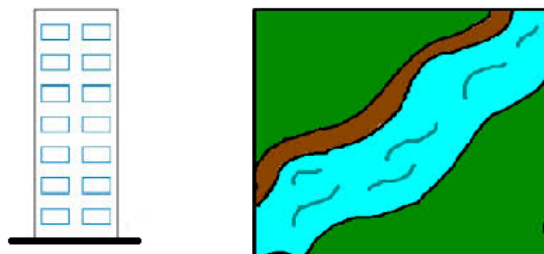


Figura 5.8: Representação de prédio e rio

Para isso, devemos inicialmente imaginar um triângulo em nosso cenário.

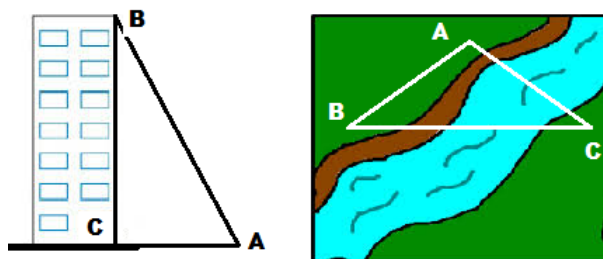


Figura 5.9: Representação de prédio e rio

A partir daí, com auxílio de uma trena, do teodolito e de uma tábua trigonométrica ou uma calculadora científica, deveremos solicitar aos alunos efetuarem algumas medidas para em seguida proceder alguns cálculos:

Para o prédio:

Medir o comprimento do segmento \overline{AC} (como na figura 5.8) e o ângulo \widehat{BAC} , para então calcular a tangente do ângulo \widehat{BAC} e obter o comprimento \overline{BC} .

É importante ressaltar que se o teodolito ficar apoiado sobre um tripé ou algum objeto acima do solo deveremos acrescentar a medida da altura do tripé ao resultado final.

Para a largura do Rio:

Medir o comprimento do segmento \overline{AB} e as medidas dos ângulos \widehat{BAC} e \widehat{ABC} , em seguida, determinar o ângulo \widehat{ACB} : $\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{BAC} - \widehat{ABC}$, e utilizando a lei dos senos obtermos a medida de \overline{AC} .

5ª Etapa: Apresentar alguns exercícios para os alunos resolverem e desenvolver um debate com os alunos. É importante estimular os alunos a se indagarem sobre os eventuais erros de medida, sobre as condições das medidas, por exemplo, teodolito sobre um suporte.

5.3 Experiências e expectativas sobre as atividades

5.3.1 Relato de uma experiência com Materiais Didáticos Manipuláveis

Durante o decorrer do período letivo do ano de 2011, em meio a um curso de formação continuada no qual estávamos participando, realizamos uma atividade com materiais didáticos manipuláveis, numa turma do segundo ano do ensino médio da Unidade Escolar Bucar Neto, na cidade de Floriano-PI.

Elaboramos duas questões nos quais os alunos deveriam utilizar as relações trigonométricas, já ensinadas em sala de aula. A primeira foi explanada dentro da sala de aula, objetivava trazer esclarecimentos sobre o uso de triângulos retângulos para obter medidas inacessíveis utilizando as relações trigonométricas.

Para a segunda questão utilizamos uma proposta prática, desejávamos obter a altura da caixa d'água da escola a partir do uso de triângulos retângulos e as relações trigonométricas. Inicialmente fomos a campo realizar as medidas angulares com o uso de um teodolito artesanal (semelhante ao que indicamos nas propostas anteriores) e a medida do cateto formado pelo comprimento da base da caixa d'água até o ponto onde fixamos o teodolito artesanal. Em seguida, solicitamos aos alunos identificar a relação trigonométrica que deveria ser utilizada (tangente) para conseguirmos obter a altura da caixa d'água. Posteriormente, fizemos discussões na sala de aula, das quais destacamos, a discussão sobre o erro obtido, algo em torno de três centímetros, afinal por se tratar de um instrumento rústico tivemos uma diferença muito pequena da altura real da caixa d'água.

Vale ressaltar, que por maior que seja o erro, este não deve ser considerado como entrave para utilização da atividade, pois nosso objetivo nesse momento é didático e não obter medidas precisas. É importante ressaltar também que, esse tipo de atividade conseguiu trazer grande motivação nos discentes provocando discussões entre eles e com isso nos trouxe um ambiente favorável para o Ensino da Matemática.

5.3.2 Expectativas esperadas com as propostas de ensino

Segundo Januário (2008, p. 21) "Nossa prática pedagógica, enquanto professores, está associada à expectativa e à preocupação de que o aluno tenha um bom desempenho nas aulas de Matemática". Dessa maneira, acreditamos que nossas propostas de atividades serão capazes de desenvolver nos discentes uma motivação adicional para incentivar a participação e a interação dos alunos, fazendo dessa maneira que os alunos melhorem seu desempenho em Geometria.

Quanto às expectativas em relação às atividades propostas, destacamos primeiramente o fato de favorecer a interdisciplinaridade dos conteúdos matemáticos, em particular os de Geometria, tornando o seu ensino mais atraente e prazeroso.

De modo mais específico, acreditamos que a utilização do Geoplano possibilita o amadurecimento dos conhecimentos geométricos, fazendo nossos alunos refletirem sobre o estudo de perímetros e áreas, além de oportunizar situações de discussões nos quais os alunos podem conjecturar sobre problemas matemáticos. Já quanto ao teodolito artesanal, cremos que esse artefato possa contribuir de forma significativa para o aprendizado dos alunos, principalmente em relação aos conhecimentos que envolvam o estudo de ângulos. Proporcionando uma aula diferente, possibilitando aos alunos uma autonomia para refletirem, argumentarem, conjecturarem, deduzirem algumas propriedades de figuras Geométricas.

6 Considerações

Ao longo deste trabalho, buscamos no contexto de Laboratório de Ensino de Matemática, apresentar algumas atividades alternativas para o ensino de Geometria. Abordamos o uso de materiais didáticos manipuláveis no processo de ensino aprendizagem, caracterizamos o Laboratório de Ensino de Matemática, e apresentamos algumas atividades que consideramos importantes para melhorar o ensino de Geometria.

Naturalmente, entendemos que para tornar uma aula motivadora, de modo que seu aluno aprenda, não existe apenas o recurso do uso de materiais didáticos manipuláveis, como o geoplano ou o teodolito, existem outros processos e estratégias de ensino que interligadas ofereçam essa aprendizagem.

Entretanto, concordamos com os autores que nos ajudaram a estruturar nosso trabalho, no sentido de que o professor como membro do processo de construção do conhecimento matemático, deve oferecer nas suas aulas diferentes estratégias afim de estimular os estudos e prazer pela Matemática.

Nesse sentido, considerando o ensino de Geometria e, nossa experiência como professor de Matemática, que seu ensino muitas vezes, acaba relegado ao final do ano letivo, e em outras vezes, sendo deixado de lado por alguns professores. Diante disso, consideramos o uso de recursos alternativos como meio motivador, tanto por parte dos professores, no sentido do prazer de ensinar, como por parte dos alunos que sentem maior curiosidade e estímulo para estudar.

Esperamos que nosso trabalho possibilite, acima de tudo, um enriquecimento dos conhecimentos alusivos aos pontos positivos do uso de materiais didáticos manuseáveis, dentro das aulas de geometria, num contexto de Laboratório de Ensino de Matemática. Além disso, possa trazer uma reflexão das mais diversas estratégias de ensino, a fim de possibilitar um melhor planejamento de aulas de Geometria para que facilitem a aprendizagem dos alunos.

Referências

ANDRADE, W. M. **Laboratório de Ensino de Matemática-LEMA**. Disponível em: matematicadowendel.blogspot.com.br. Acesso em 01 dez. 2014.

BENINI, M. B. C. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: uma comparação**. Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual de Londrina, Londrina-PR. Orientador: Dr. Carlos Eduardo Laburú. 2006.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Matemática e suas tecnologias. MEC, 2000.

CHAGAS DE ANDRADE, F. **Jujubas: Um proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ. Orientador: Dr. Ronaldo da Silva Busse. 2014.

SOUTO, K. C. Et al. CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 6, 2013, Canoas, RS. **O Uso do Teodolito como uma ferramenta no Ensino de Trigonometria**. Canoas: ULBRA, 2013.

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. Coleção Formação de Professores.

MENESES, R. S. de. **Uma História da Geometria Escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. Dissertação (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP. Orientador: Dr. Wagner Rodrigues Valente. 2007.

MESQUITA FILHO, J. H. **Ensino de Matemática com materiais didáticos alternativos**. 2008. Monografia. Faculdade Ateneu. Orientadoras Prof^a Lucidalva Bacelar e Prof^a Solange Mesquita.

MONTEIRO, B. G. **O uso de material concreto para melhor visualização dos**

sólidos geométricos. 2013. Monografia. Faculdade de Pará de Minas. Orientador Prof. Msc. Anderson Baptista Leite.

ROSA NETO, E. **Didática da Matemática**. 11^a ed. São Paulo: Ática, 2003.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recurso didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012. P 77-92.

RÊGO, R. G. do; RÊGO, R. M. do; VIEIRA, K. M. **Laboratório de Ensino de Geometria**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. Coleção Formação de Professores.

RITTER, A. M. **A Visualização no Ensino de Geometria Espacial: possibilidades com o Software Calques 3D**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre-RS. Orientador: Prof^a Dr^a Maria Alice Gravina. 2011.

RODRIGUES, F. C. **Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades de seu uso em um curso de formação de professores**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG. Orientadora: Eliane Scheid Gazire. 2011.

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas salas de aula de matemática**. Disponível em: <http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI>. Acesso em 02 dez. 2014.

SCHEFFER, N. F. **O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobraduras e software dinâmico**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012. P 93-112.

VALENTE, W. R. **Quem somos nós, professores de matemática?** Cad. Cedes, Campinas, vol 28, n. 74, p. 11-23, jan/abr. 2008. Disponível em: <http://www.cedes.unicamp.br>. Acesso em 05 jan. 2015.

Apêndices

Apêndice A – Confecção de um geoplano quadrangular

Material necessário:

- Tábua 30x30 cm;
- Pregos;
- Elásticos;
- Régua e;
- Lápis.

Procedimentos para confecção:

- Fazer marcações, com espaçamento de 3cm, em cada lateral da tábua;



Figura 6.1: Construção de um geoplano

- Em seguida, unir as marcações correspondentes, formando primeiramente segmentos de retas paralelos e posteriormente formar uma malha quadriculada;

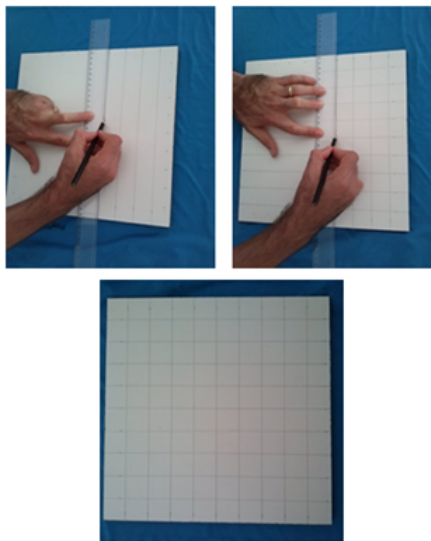


Figura 6.2: Formação de uma malha quadriculada

- Logo após, bater um prego em cada intersecção da malha quadriculada, observando a altura dos mesmos;

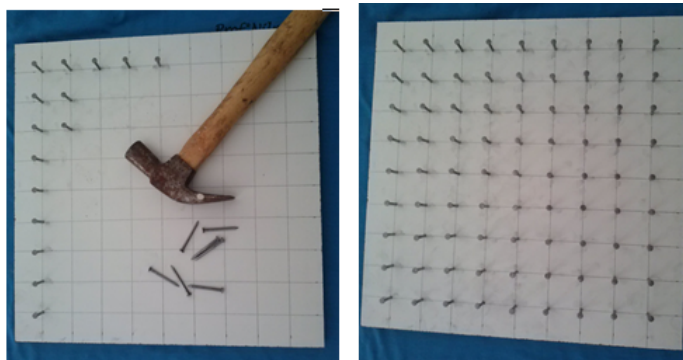


Figura 6.3: Finalização da construção de um geoplano

- Identificar o geoplano e pronto, agora é só trabalhar.

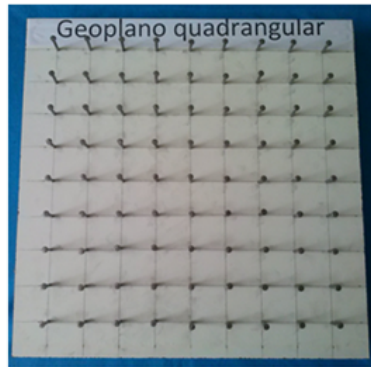


Figura 6.4: Geoplano quadrangular

Apêndice B – Confecção de um teodolito artesanal

Material necessário

- Tábua 30x30 cm e tábua 65x50 mm;
- Cópia de transferidor (360°) e parafuso;
- Caneta laser e Peça de arame;
- Régua e lápis;
- Cola, tesoura e serra;
- Chave estrela, fradeira e alicate.

Procedimentos para confecção:

Preparação da base giratória:

- Marcar o centro da tábua 65x50 mm e fazer um furo;

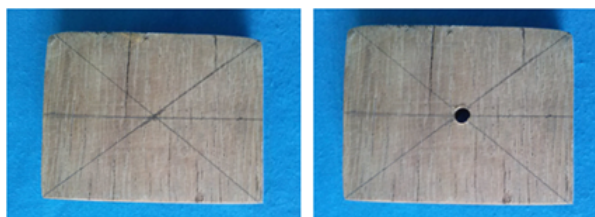


Figura 6.5: Primeira etapa da base giratória

- Em seguida, fazer um friso em uma das bases da tábua 65x50 mm, sobre o eixo de simetria, dividindo-a em dois retângulos de 25x65 mm, de modo a fixar o pedaço de arame;

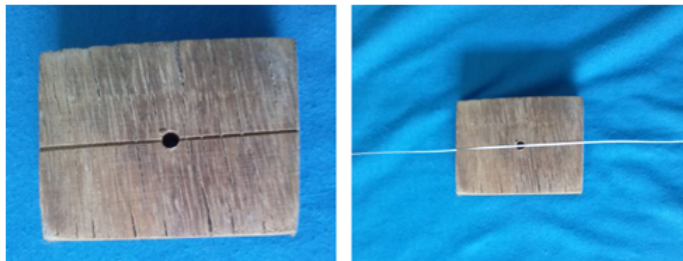


Figura 6.6: Segunda etapa da base giratória

- Fazer uma cavidade na outra base, a fim de encaixar a caneta laser;

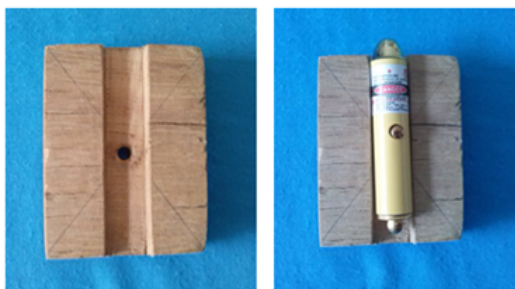


Figura 6.7: Finalização da base giratória

- Na tábua 30x30 cm, colar a cópia do transferidor (360°);



Figura 6.8: Primeira etapa da base fixa

- Marcar o centro do transferidor e fazer um furo;



Figura 6.9: Segunda etapa da base fixa

- Fixar a tábua 65x50 mm (base giratória) na tábua 30x30 cm (base fixa) com um parafuso;

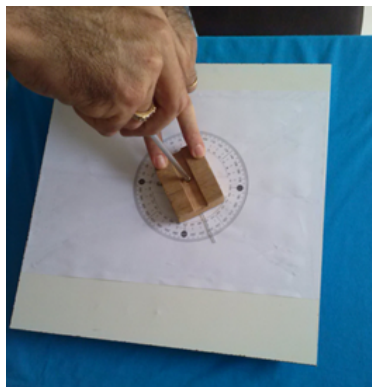


Figura 6.10: Junção da base giratória à base fixa

- Identificar o teodolito artesanal;



Figura 6.11: Teodolito artesanal