Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT

KURTH CORREA WALDHELM

O USO DE FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Orientador: Mário Olivero

NITERÓI
DEZEMBRO/2014

KURTH CORREA WALDHELM

O USO DE FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada por **Kurth Correa Waldhelm** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Mário Olivero

Niterói
2014

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca de Pós-graduação em Matemática da UFF

W161 Waldhelm, Kurth Correa
O uso de ferramentas tecnológicas para o ensino de funções /Waldhelm Kurth Correa. – Niterói, RJ : [s.n.], 2014.
65f.

Orientador: Prof. Dr. Mário Oliveiro
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) – Universidade Federal Fluminense, 2014.

1. Ensino de matemática. 2. Função (Matemática). 3.Geogebra I. Título.

CDD 510.7

KURTH CORREA WALDHELM

O USO DE FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada por **KURTH CORREA WALDHELM** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre. Linha de Pesquisa: Matemática.

Aprovada em: 12/12/2014

Banca Examinadora

Prof. Mário Olivero- Orientador

Doutor – Universidade Federal Fluminense

Prof. Léa de Freitas Silva - Membro

Doutor – Universidade Cândido Mendes

Prof. Nancy de Souza Cardim - Membro

Doutor – Universidade Federal Fluminense

Prof. Luiz Manoel Figueiredo- Membro

Doutor – Universidade Federal Fluminense

NITERÓI

2014

DEDICATÓRIA

Aos meus ex-alunos, atuais alunos e futuros alunos, que junto comigo serão os maiores beneficiados deste programa de aperfeiçoamento. Dedico ainda aos demais colegas de profissão que compartilham das mesmas angústias e alegria que nossa profissão nos propícia.

AGRADECIMENTOS

À Deus, de onde provem toda a minha fé e que em todos os momentos de dificuldade foi a minha esperança e alivio.

Aos meus familiares, em especial minha mãe, minha tia e meu irmão por todo carinho e zelo.

Aos meus avós e a meu pai que mesmo não presentes fisicamente me deixaram a missão de ser uma pessoa melhor a cada dia.

Aos meus colegas de curso Marcone Soares e Antônio José que durante essa jornada foram fontes de experiências impagáveis.

À Universidade Federal Fluminense e ao Professor Mario Olivero, por toda estrutura e atenção destinada ao meu aprendizado.

Em especial a minha noiva, grande encorajadora que me apoiou de forma ímpar para que eu enfrentasse essa jornada. Agradeço a ela toda a sua paciência nas horas que eu faltei, por toda dedicação, carinho e amor destinado a mim. Pois não sei se chegaria aqui sem ela.

LISTA DE QUADROS OU GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais

RESUMO

Neste trabalho propomos ferramentas tecnológicas como alternativa para o ensino de funções, buscando introduzir metodologias que se aproximem mais da realidade dos estudantes, em lugar do ensino tradicional, que roupam um ciclo de distanciamento dos estudantes, que resulta em falta de motivação, gerando muito insucesso. Propomos a utilização de ferramentas tecnológicas, tais como o GeoGebra, as planilhas de calculo, as calculadoras científicas. Buscamos também usar uma linguagem que aproxime esse conceito das outras ciências e o torne mais atraente para os alunos.

Acreditamos que a inserção de novas tecnologias nas práticas de ensino contribui para melhorar a qualidade do ensino da Matemática. Para evidenciar esse ponto de vista, foram preparadas, aplicadas e analisadas algumas oficinas nas quais essas ideias são colocadas em prática. Esse trabalho acadêmico também tem o objetivo de encorajar colegas professores de Matemática para o uso de novas metodologias de ensino.

Palavras-chave: Ensino, Função, Tecnologia, GeoGebra.

ABSTRACT

We propose technological tools as an alternative to teaching functions, seeking to introduce methodologies that approach more the reality of students, instead of the traditional education, which broken a distancing cycle of students, resulting in a lack of motivation, generating much failure . We propose the use of technological tools such as GeoGebra, the calculation worksheets, scientific calculators. We also try to use language that brings the concept of the other sciences and make it more attractive to students.

We believe that the inclusion of new technologies in teaching practices contribute to improve the quality of mathematics teaching. To highlight this point of view, have been prepared, implemented and analyzed some workshops in which these ideas are put into practice. This academic work also aims to encourage mathematics teachers colleagues to the use of new teaching methodologies.

Keywords: Education, Function, Technology, GeoGebra.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática, principalmente por estar relacionado ao conhecimento de outras áreas humanas. É fundamental então que estudantes tenham um conhecimento adequado desse conteúdo e é trabalho do professor compreender como se processa esse aprendizado para identificar e analisar os principais obstáculos e problemas com que eles se deparam ao estudar esse conceito.

Muitas são as dificuldades apresentadas pelos estudantes e entre elas podemos destacar: a dificuldade de relacionar as diferentes representações: fórmulas, gráficos, tabelas, diagramas, além da percepção de que uma função pode ser representada de forma verbal e através de relações. Podemos exemplificar citanda a dificuldade que os alunos apresentam ao tentar relacionar aspecto algébrico e o aspecto geométrico das questões matemáticas. Frequentemente os alunos concebem essas perspectivas matemáticas como áreas isoladas, sem nenhuma conexão uma com a outra.

O presente trabalho acadêmico utiliza com afinco os procedimentos didáticos com o auxilio de tecnologia para diminuir tal abismo entre as representações dos campos algébrico e geométrico. Podemos ainda mencionar as dificuldades em compreender o conceito de variável, interpretação de gráficos, bem como a manipulação e o entendimento de símbolos matemáticos.

INTRODUÇÃO

- Questionamentos primordiais da prática docente em Matemática.

Existem diversas respostas para a pergunta: “o que é Matemática?”. Respostas estas que são produzidas no dia a dia de cada docente, tendo assim a Matemática diversas concepções.

Há de se destacar nesse âmbito a relação existente entra a Matemática e o seu ensino. É comum acompanharmos em salas de professores, fóruns, seminários e até mesmo em meios de comunicação a notoriedade entre o fracasso escolar e sua ligação com a Matemática

É recorrente trabalharmos com a Matemática como um conjunto acabado e completo de conteúdos, transmitidos de maneira formal e rígida, como se os conteúdos fossem independentes dos homens.

Geralmente as ideias matemáticas são apresentadas segundo a sua procedência lógica, reservando ao professor papel central no processo ensino/aprendizagem. Por outro lado, o aluno se torna passivo, cabendo a sua prática memorizar e reproduzir os procedimentos previamente adotados pelo professor.

Nessa perspectiva em que não se leva em consideração aspectos psicológicos, culturais e nem tão pouco os interesses dos estudantes, a Matemática se torna algo laborioso, sem sentido. Isto a desvincula das demais ciências. Um primeiro passo no sentido de tentarmos reverter esse quadro é nos indagarmos: afinal, o que é a Matemática?

✓ O que é Matemática?

Ao pesquisarmos temos o seguinte significado denotativo segundo Dicionário Web (2012):

> “...s.f. Ciência que estuda, por meio do raciocínio dedutivo, as propriedades dos seres abstratos (números, figuras geométricas etc.), bem como as relações que se estabelecem entre eles. // Matemática aplicada, aplicação da teoria matemática às ciências físicas e naturais. // Matemática pura, a que estuda as propriedades dos seres em abstrato.”

Esta questão é fundamental para nós professores, pois a nossa maneira de enxergar e pensar Matemática influencia diretamente nossa prática docente e consequentemente o aprendizado dos alunos. Como mencionado no inicio do texto, não existe uma resposta única para essa pergunta. Podemos conceber a Matemática como um corpo de conhecimento munido de técnicas, métodos e padrões definidos, com uma linguagem singular, pautada na lógica e seus desencadeamentos, ou então como uma atividade humana que nasce da necessidade do homem de resolver problemas.

Ernest (1989, p. 555-559) em um artigo publicado no *Journal of Education, Science of Techenology,* em 1989, intitulado *Philosophy, Mathematics and Education,* disserta a respeito de um debate corrente em torno da questão “o que é Matemática?”:

“De um lado uns veem a ciência como uma descrição racional do mundo e que converge para a verdade; de outro a afirmação que a ciência é uma construção social para explicar o mundo’’. (ERNEST, 1989).

Dessa maneira, a visão absolutista da Matemática a vê como universal, com verdades matemáticas estabelecidas através de provas, sendo assim a

Matemática um produto, visão parecida com a encontrada nas escolas de pensamentos tradicionais, Logicismo, Formalismo, Instrucionalismo e Platonismo.

O oposto é uma visão falibilista, que concebe a Matemática como uma atividade humana, um processo baseado na resolução de problemas, associando a Matemática a um conjunto de práticas sociais como, por exemplo, a pesquisa acadêmica e Matemática escolar, ambas distintas. Portanto, o conhecimento matemático como qualquer outro conhecimento científico, não pode garantir certezas. (BRASIL, s/p).

Vale ressaltar que essa visão não afirma que alguma parte da Matemática é falível, no sentido de que seja falsa, apenas nega a existência da verdade absoluta, deixando claro que a Matemática admite diversas interpretações diferentes. Em sua essência, esta corrente reafirma a importância do conhecimento matemático, necessário autônomo e estável, uma vez que a humanidade inventa algo descrevendo suas regras tal como um jogo de xadrez, a teoria dos números, a álgebra, as implicações e os padrões que emergem das regras podem nos surpreender, porem não mudam o fato que foi uma invenção nossa, mas sim demonstra essa riqueza. (ERNEST, 1989).

Assim sendo, a Matemática que conhecemos é uma produção social, que permeia as atividades de pesquisas assim como o processo ensino/aprendizagem. O conhecimento, as competências e habilidades são adquiridos através de participações em diferentes contextos. É valoroso saber, desejável que inclui um modo de pensar lógico e organizado, com uma linguagem simbólica concisa, munida de técnicas úteis a serviço do desenvolvimento das ciências, ciências essas que permitem a construção de modelos simplificados da realidade facilitando a sua compreensão, além de representar a beleza intrínseca e o poder da mente humana.

Grande parte dos modelos utilizados em outras áreas científicas, tais como Física, Química e Biologia, são modelos dinâmicos. A modelagem Matemática propicia então a construção e a manipulação destes modelos de forma clara e concisa.

O autor Cury (2003), elucida:

> "O uso de modelagem Matemática no ensino da ciência em qualquer nível pode ser uma forma de trazer questionamentos a alunos e professores, despertando a reflexão e o espírito crítico para ter ***educação crítica,*** ao invés de treinamento para resolução de problemas padronizados".

De certa forma, é comum encontrarmos uma postura formal assumida por parte dos educadores do Ensino Básico, onde o ensino da Matemática é concebido de forma isolada, deixando assim as demais ciências carentes de propostas metodológicas que privilegiem o desenvolvimento da criatividade e das habilidades conectivas. Diversos trabalhos recentes apontam para o rompimento dessa barreira epistemológica, indicando a modelagem Matemática como pivô desta proposta, que visa estreitar as relações entra a Matemática e outras ciências, inclusive no que diz respeito ao uso e desenvolvimento de novas tecnologias, com o objetivo de privilegiar a aquisição e desenvolvimento do aprendizado significativo.

Podemos destacar algumas contribuições ao realçarmos a relação entre a Matemática e outras ciências:

- A motivação, uma vez que os alunos são levados a participar de um ambiente investigativo por meio da Matemática, em situações oriundas de outras áreas de conhecimento.
- Exploração, formulação de conjecturas e testes, justificativas e avaliações, aproximando o que é o proposto no ensino das outras ciências ao ensino da Matemática.

- Mudança do estado passivo do aluno para o estado ativo, onde ele é colocado no centro do processo de aprendizagem.

A indicação ao uso da modelagem Matemática também é encontrada e bastante explorada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), juntamente com a menção ao uso de tecnologias, visando a promoção do desenvolvimento da aprendizagem em Matemática e sua interação fundamental com outras ciências.

Para a metodologia desse trabalho acadêmico, adotou-se num primeiro momento, uso de processo do tipo pesquisa bibliográfica. Já num segundo momento elegeu-se processo de estudo de caso. Ambos os processos que compuseram a metodologia do estudo tiveram por meta a estruturação de material textual sobre a Matemática na prática da docência.

No primeiro momento, o processo foi exploratório de pesquisa bibliográfica lidou com investigação de assuntos pertinentes a linha de pesquisa, alguns presentes na literatura outros de explanação do aluno com seu orientador, sendo explorados em: periódicos especializados, livros e trabalhos acadêmicos (teses, dissertações, palestras, etc.)..

O segundo momento, o estudo de caso, buscou-se exemplo empírico da temática em estudo. Por meio de pesquisa documental da vivência em sala de aula foi possível explanar sobre a Matemática na prática docente. A coleta do Material para composição desta parte do estudo foi feita em dados documentais já existentes e ofertados pela prática docente.

1 ENSINO DE FUNÇÕES E OS PCNs

O entendimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) é de contribuir para uma direção na prática docente com o objetivo de amenizar situações nas quais estudantes e a sociedade de modo geral questionam a importância e praticidade do que é aplicado em sala de aula, principalmente a respeito do que interfere na formação do cidadão. De fato, o ensino tradicional da Matemática não tem privilegiado a aprendizagem dos conceitos, mas sim a resolução mecânica de problemas abstratos.

Dessa maneira, é natural que o adolescente se sinta desmotivado e questionamentos como mencionados anteriormente nesse trabalho acadêmico se tornam cada vez mais frequentes. A proposta dos PCNs é motivar um caminho a ser trilhado no qual o ensino e a aprendizagem da Matemática se tornem mais estimulantes e eficazes, recomendando com bastante ênfase, a contextualização e a interdisciplinaridade.

> *"o potencial de um tema é permitir conexões entre os diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência".* (BRASIL, p.43, 2000).

Objetiva-se uma adequação do ensino para o desenvolvimento dos alunos através de diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para que o aluno se insira neste mundo globalizado, onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos a todo instante. Por isso, algumas competências Matemática são de grande importância, pois possibilitam um valor formativo e ajudam a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo. A Matemática também opera como uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para tarefas especificas em quase todas as atividades humanas e outras ciências.

A Matemática do Ensino Médio deve ser encarada pelo nosso alunado como um conjunto de técnicas e estratégias a serem aplicadas em outras áreas de conhecimento. É preciso criar condições para a modelagem e a interpretação da realidade. A Matemática também deve ser vista como uma ciência com características e estruturas especificas. Deve-se dar atenção também às definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos, a fim de dar sentido às técnicas aplicadas.

> *"...é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações".* (BURAK, 2004).

É relevante que os PCN's fazem menção ao uso de tecnologias no ensino da Matemática, afirmando que cabe uma reflexão sobre a relação existente entre a Matemática e a tecnologia, deixando claro que o uso de computadores e calculadoras são importantes porem não podem ser o centro dessa questão.

O impacto da tecnologia em nossas vidas exige mais do que saber lidar com máquinas, pois o surgimento e renovação de saberes se tornam cada vez mais corriqueiras.

Desse modo, o trabalho acadêmico ganha uma nova exigência, onde a Matemática deve servir para um redirecionamento curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades nas quais o individuo seja capaz de se orientar nesse mar de informações em constante movimento. Surge então a necessidade de selecionar, analisar, e a partir disso, tomar decisões o que exige uma linguagem, procedimentos e o pensar Matemático.

De acordo com o espirito contextualizado e interdisciplinar dos PCN's, é fundamental instigar os alunos a:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;

- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Nesse sentido, o ensino de funções não pode ser dado de forma isolada. Deve-se explorar o estudo de funções como um meio integrador seja inserida na própria Matemática. Por exemplo: as sequências e, em especial, as progressões aritméticas e geométricas, nada mais são do que casos particulares de funções. É necessário estabelecer as conexões entre os gráficos das funções afins e quadráticas com as retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica.

O estudo de polinômios e equações algébricas pode ser relacionado com os estudos de funções, enriquecendo o enfoque algébrico. Já o conceito de função, pode desempenhar em outras áreas de conhecimento um papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos representando fenômenos do nosso cotidiano.

Dessa forma, cabe ao ensinar matemático então garantir que o estudo de funções sirva para lidar com diversas situações problemas de Matemática e de outras áreas, incentivando o aluno a buscar a solução, ajustando seu conhecimento sobre esse tema.

2 ENSINO DE FUNÇÕES COM O AUXÍLIO DE TECNOLOGIAS

A tecnologia se faz presente cada vez mais em nosso cotidiano e em praticamente todas as áreas de desenvolvimento humano, remetendo ao cidadão a necessidade de lidar com recursos tecnológicos, de forma direta ou indireta, a todo o momento e em diversas situações. É desafio da educação, acompanhar essa evolução e promover o uso de tecnologias no ensino.

Os estudantes vivem cercados de tecnologias e em meio ao paradigma da educação está o papel do professor que agora não deve se comportar como um depositador de informação, mas sim como um gestor e facilitador de aprendizado. Isto por que os estudantes agora não só leem, ouvem e falam, mas eles são partes ativas e interagem com todos os processos sociais no quais estão inseridos, principalmente no que diz respeito à educação e a sua formação.

Por esse motivo, torna-se fundamental não restringir a forma de abordar os conteúdos na forma verbal e escrita. A integração de tecnologias, especificadamente o uso de computadores como ferramenta didática, pode auxiliar ao professor a despertar o interesse no aprendizado.

Os PCN’s já apontam para essa tendência integradora, por evidenciarem que o uso de novas tecnologias na sala de aula contribui para a criação de ambientes investigativos, que favorecem a aquisição de conhecimento do aluno, com o objetivo de transformar uma educação que esta centrada na transmissão de informação, para uma educação voltada para o aluno. Em especial os PCNs citam para o ensino da Matemática que:

> *‘’Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento, sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos, com os quais o*

> *indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento".* (BRASIL, 2000).

Há alguns anos a Matemática é encarada por parte dos alunos como uma disciplina complicada sem muita aplicação prática, distante do seu cotidiano. Isto leva ao desestimulo e ao insucesso. Nas salas de aula, ao explorarmos os conteúdos de forma discursiva, onde aluno assume um papel passivo em sua aprendizagem, ele é induzido a memorizar e repetir o que lhe foi passado, estando distante assim da construção do seu próprio conhecimento. A nosso ver, a introdução de recursos didáticos e de preferência tecnológicos contribui para a motivação dos alunos. Há de se mencionar também a necessidade da flexibilização dos currículos de Matemática para criar espaços para essa inserção. Assim, como em seu dia a dia fora da classe, os alunos com acesso ao uso de tecnologias terão a oportunidade de interagir com os colegas, construir, dar significados a conceitos e criar o ímpeto de pesquisa e investigação e principalmente assumir com maior disposição o seu papel ativo no processo ensino/aprendizagem.

Segundo elucida (FREIRE; 1996) , *"saber ensinar não é transferir conhecimento, mas sim criar as possibilidades para a sua própria produção ou sua construção."*

Vale ressaltar que a tecnologia por si só não garante mudança e resultados satisfatórios, nesse contexto, o computador pode se tornar um aliado do professor no processo de aprendizagem, desde que usado de maneira adequada, pois se usado apenas para informatizar os métodos tradicionais de ensino de nada adiantará.

Mendes (2006), ainda contribui:

> *"O uso da informática em aulas de Matemática pode alterar o pensamento matemático, provocando mudanças nas práticas pedagógicas e permitindo aos estudantes maior acesso ao estudo da Matemática e à resolução de problemas."*

A criação de novas ferramentas tecnológicas, traz benefício para sociedade. Na educação ela ganha força na intenção de coadjuvar o processo de ensino e aprendizagem, mas também pode tornar-se um vilão entre os docentes, quando não despertados a conhecerem, entenderem e usufruírem dos seus benefícios.

3 COMO UTILIZAR A TECNOLOGIA

O autor Romero (2006) suscita em sua concepção acerca do ensino com e sem o uso de softwares: “*os Softwares Educacionais estimulam e podem vir a facilitar a transmissão da informação, mas o papel do professor continua e continuará sendo fundamental para auxiliar o aluno a construir o conhecimento”*

Dessa maneira, um meio de integrarmos o uso de computadores de forma produtiva é através da resolução de atividades ou tarefas, explorando softwares que possuam potencial específico para a realização dessas atividades. Softwares esses que permitam interação, representação de um objeto matemático, facilitando assim a compreensão da Matemática de tal maneira, que os alunos ganhariam uma nova fonte de exploração dos conteúdos, conceitos e procedimentos matemáticos.

Já se considera que o uso de softwares deve contribuir para uma interação entres os alunos e o professor, aguçando a criatividade e imaginação e favorecendo os diversos níveis de aprendizado matemático desde os mais simples raciocínios lógicos até aos mais complexos abstratos.

A utilização de atividades relacionadas ao uso de softwares matemáticos, quando bem planejadas, contribuem para a aprendizagem de muitos conteúdos, dentre eles podemos destacar a Álgebra e Geometria, pois de forma orientada o uso de softwares contribui para as varias representações de um objeto matemático, facilita a compreensão, induz ao aluno uma exploração do problema em questão aprofundando conceitos e fazendo com que processos rotineiros sejam executados de forma ágil e exata, deixando assim para os alunos tempo disponível para discussões, tomadas de decisões e reflexões de dados obtidos a partir de um problema dado.

De acordo com Fontes (2009) a utilização das tecnologias com a prática da docência em Matemática:

> *‘’... a utilização de programas matemáticos como ferramentas no ensino de Matemática favorece os processos indutivos e a visualização de conceitos; permite comparar, verificar, supor e contestar hipóteses; possibilita possuir um laboratório de cálculo; individualiza o processo de ensino e aprendizagem; serve como elemento de motivação e como instrumento gerador de problemas matemáticos e facilitam a compreensão e aprendizagem dos conteúdos programáticos’’.*

3.1 Contribuição dos Softwares para diminuição de obstáculos epistemológicos no ensino de Funções

No âmbito da docência, já é sabido que o estudo de funções toma lugar de destaque em diversas áreas de conhecimento, ao longo do tempo. Porém, os alunos da educação básica e até mesmo do ensino superior demonstram muita dificuldade ao lidar com esse assunto. A escola tradicional, introduz o conceito de função como algo pronto e acabado, dando destaque a regras, fórmulas e manipulação de símbolos deixando de lado o uso de noções intuitivas e previamente obtida por partes dos alunos.

De certo modo, o problema pode estar também na maneira como esse conteúdo é abordado em alguns livros didáticos. É comum visualizar sua abordagem sem contextualização e interdisciplinaridade tornando o seu ensino algo maçante e desestimulante.

Dessa maneira, é relevante mostrar ao aluno a utilidade desse conteúdo no seu dia a dia. Isto pode ser um caminho para diminuir tal dificuldade, podendo ser citado como exemplo o estudo de fenômenos geográficos, as aplicações bancárias, o uso de fármacos, etc... É preciso que o aluno entenda que função não é somente um objeto matemático, mas sim um conceito que vai se fazer presente em vários momentos de sua vida, principalmente quando estiver fora da escola.

Uma outra estratégia é o uso de softwares e despertar no aluno interesse de trabalhar com algo que está na sua realidade extra classe, facilitando o processo ensino/aprendizagem com a visualização e interação de gráficos, tabelas, propriedades e definições.

Quando usamos software no ensino de Matemática aumentamos a chance de obter maior observação, investigação e dedução, além de estimular ideias e o uso do raciocínio, itens primordiais para o desenvolvimento do aluno.

Especificadamente os softwares de geometria dinâmica, desempenham papel importante, pois suas manipulações geram benefícios como cita Giraldo *at al* (2013, p.68):

> *''Em geometria dinâmica, as construções não apenas podem ser manipuladas, como também as condições que a determinaram inicialmente sã o preservadas pela manipulação. O aspecto dinâmico dos ambientes pode indicar a validade Matemática das construções, e especialmente sua não validade''.*

Para a realização deste trabalho acadêmico optamos por usar o GeoGebra software de geometria dinâmica desenvolvido por Markus Hohenwarter, tendo sua primeira versão em 2001. O GeoGebra a grosso modo é um software que mistura Álgebra e Geometria além de podermos trabalhar com aritmética e cálculo, é um Software livre que pode servir a diversos níveis de ensino.

O que torna o software atraente é a possibilidade de representação de objetos como: pontos, retas, polígonos, gráficos de funções trabalhando simultaneamente com discrições Algébricas e Geométricas de um mesmo objeto, além de agilizar a construção de gráficos com bastante precisão e também possui interface simples para iniciantes, o que possibilita ao usuário a exploração de conceitos de forma dinâmica. É possível arrastar e fazer modificações, por exemplo. com uma curva e ao mesmo tempo visualizar quais mudanças ocorreram nos parâmetros que a definem. É possível também fazer o uso de outras ferramentas como tabelas e resolução de equação e sistemas de equação.

Em síntese o trabalho com o GeoGebra no estudo de funções promove a articulação e visualização concreta entre objetos geométricos e suas relações algébricas, ligação essa que é dada de forma separada nos livros didáticos, e que contribui em muito a agilidade a visualização e desenvolvimento do aprendizado matemático.

4 DESENVOLVIMENTO DAS OFICINAS PROPOSTAS

4.1 Realizações das oficinas

As oficinas são direcionadas aos alunos do 1ºano do Ensino Médio, com duração média de 30 minutos cada atividade.

Oficina Nº1

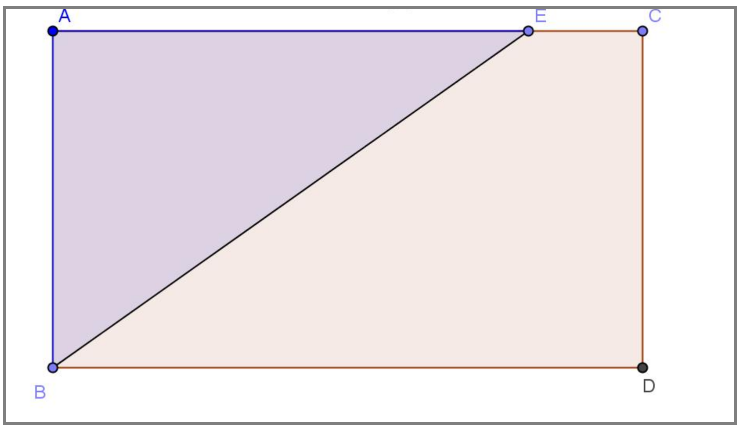
O Objetivo dessa oficina nº 1 é explorar o GeoGebra levando o aluno a entender as relações existentes entre grandezas fixas e variáveis, explorar a ideia de proporção, variável, Domínio e Imagem de uma função e comportamento de uma função no que diz respeito a crescimento e de decrescimento, além de introduzir o uso de tecnologia no estudo de funções.

Descrição da Situação-problema

Área de um Triângulo

Considere uma parede retangular de vértices ABCD, de altura $\overline{AB}$= 4m e de comprimento $\overline{AC}$ = 7m, como ilustra a Figura 1:

Figura 1 – área de um triângulo



Deseja-se pintar sobre essa parede um triângulo de vértices A, B e E, com outra cor que difere em relação ao preço da cor com que vamos utilizar para pintar o restante do retângulo. Portanto, consideramos E um ponto sobre o lado $\overline{AC}$ e temos que diferentes posições para o ponto E leva a diferentes custos de pintura. Vamos analisar os diferentes triângulos formados e responder alguns itens.

✓ Roteiro da atividade para os alunos

Abra o arquivo **Oficina1.ggb** , movimente o ponto E e observe as diferentes maneiras que podemos construir o Triângulo ABE:

Agora responda os itens (a), (b) e (c) abaixo:

(a) Coloque o ponto E a uma distância de 2,5 m de A. Qual a área deste triângulo? Como você a calculou?

(b) Movimente o ponto E por 8 locais diferentes e calcule a área correspondenteem cada caso, preenchendo a tabela 1 abaixo:

Tabela 1 – Oficina nº1

Distância de A até E	**Área**

c) Volte ao GeoGebra e pressione as teclas **ctrl+shift+s** ou então clique em **EXIBIR>PLANILHA.** (Observe que apareceu uma planilha contendo os campos SEGMENTO $\overline{AE}$ e ÁREA. Movimente o ponto E para os mesmos locais utilizados no item (b) e confira se sua tabela esta correta.)

Considerando x como sendo a distancia de A até E, responda aos itens a seguir:

(d) Existe área para os seguintes valores de x?

- X= 0,1
- X = 9
- X=3,79
- X=0

(e) Quais são os valores inteiros que x pode assumir?

Agora clique em **OPÇÔES>ARREDONDAMENTO>10 CASAS DECIMAIS**

Mova o ponto E.

(f) Quais são os valores que x pode assumir?

Considere x a distância de A até E e y a área do triangulo ABE, de altura $\overline{AB}$ = 4m.

Responda:

(g) Podemos dizer que y é uma função de x? Em notação matemática, como podemos escrever y como uma função de x?

(h) É possível estabelecer uma lei que relaciona y em função de x? Escreva esta lei no caso de sua resposta ser afirmativa.

(i) Construa pares ordenados da forma (x,y). (Se preferir, use os valores encontrados no item (b).

(j) construa o gráfico dessa função.

(k) Existe área igual a 5,78? E igual a O?

(l) Qual é o domínio desta função? Qual é a sua imagem?

(m) Essa função é crescente ou decrescente?

✓ Análise a Priori

O objetivo dessa atividade é explorar as diferentes formas de representação de um problema: através de tabelas, desenhos, fórmulas e gráficos, além de trazer para a sala de aula uma ferramenta que está inserida no cotidiano do aluno que é o computador. Isso se dá através do uso do GeoGebra. Assim, o aluno perceberá uma variada forma de representação deste problema contextualizando os conceitos vistos anteriormente em sala de aula.

Nos itens (a) e (b), o objetivo é fazer com que o aluno relembre o cálculo de áreas de triângulos.

Nos itens (c) e (d) é proposto uma interação entre o aluno e o GeoGebra, afim de que ele verifique se seus cálculos estão corretos e seja capaz de responder algumas perguntas.

Nos itens (e) e (f), o objetivo é fazer com que o aluno tenha noção da densidade do conjunto numérico no qual ele pode tomar os valores de $\overline{AE}$.

Os itens (g) e (h) são de caráter algébrico. Aqui é de suma importância que aluno seja capaz de relacionar as grandezas envolvidas através de uma fórmula.

Os itens (i), (j), (k), (l) e (m) são uma espécie de avaliação a respeito do tratamento a uma função por parte dos alunos. É importante que o aluno saiba organizar uma tabela, construir gráficos, definir o Domínio e a Imagem de forma correta e saber como se comporta essa função. Vale ressaltar que através desses itens acima o aluno será capaz de concluir que existem várias representações para um problema e que todas elas estão relacionadas.

Oficina Nº2

O Objetivo desta oficina é resolver um problema prático e significativo, no âmbito algébrico e geométrico. Desta forma, o aluno será levado a tomar decisões, verificar seus conhecimentos a respeito de funções e verificar, com o auxilio do GeoGebra, se suas conclusões acerca de determinados itens estão corretas. Nesta oficina o aluno resolverá um típico problema de otimização de função quadrática de nível médio.

O interessante é que o aluno faça uma verificação graficamente de suas conclusões.

Descrição da Situação-problema

Área máxima de um retângulo.

Suponha que um fazendeiro possua em seu quarto de ferramentas apenas 80m de arame para construir uma área retangular ABCD, de comprimento $\overline{AB}$ e largura $\overline{AD}$, onde será instalada uma criação de avestruz. O fazendeiro sabe que sua criação necessita da maior área possível.

✓ Roteiro da atividade para os alunos

Resolva o problema acima, utilizando os itens abaixo:

Abra o arquivo denominado **oficina2.ggb.**

No GeoGebra, movimente o ponto **B** e verifique que alguns retângulos são formados a partir do deslocamento do ponto **B.**

Responda os itens a seguir.

(a) Movimente o ponto **B** para 15 locais diferentes e complete a tabela abaixo:

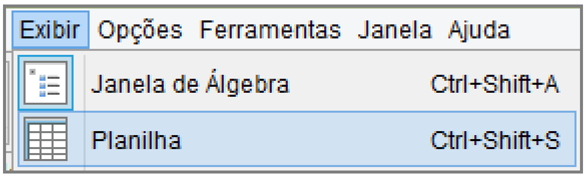
Tabela 2 – Oficina nº2

Comprimento AB	Largura AD

(b) Qual é o perímetro de cada retângulo obtido no item anterior?

(c) Volte ao GeoGebra e pressione as teclas **ctrl+shift+s** ou então clique em **EXIBIR>PLANILHA.**

Figura 2 – Oficina 2



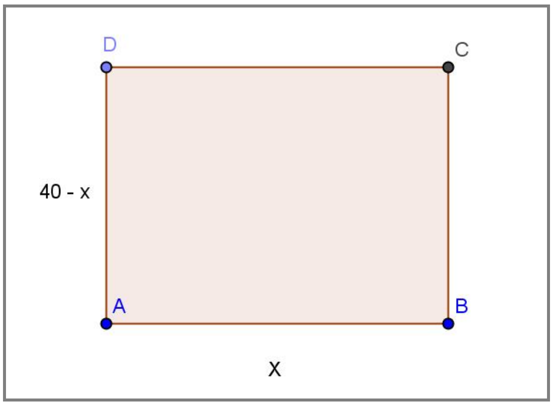
Preencha os campos **comprimento** e **largura** de acordo com o item **a** e verifique as áreas encontradas.

(d) Sem a ajuda do GeoGebra, como você faria para calcular as áreas desse retângulo?

(e) De acordo com os dados encontrados, qual foi a maior área?

(f) considerando y = Área do retângulo ABCD, $\overline{AB}$=x e $\overline{AD}$ = 40-x, construa uma expressão para o cálculo da área y .

Figura 3 – Oficina nº 2

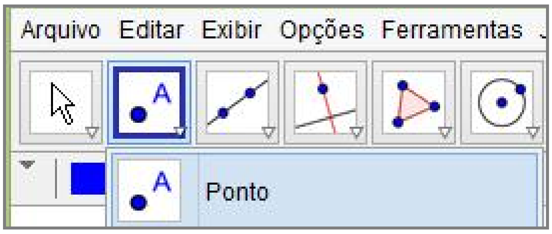


(g) De acordo com o item f, podemos dizer que y é uma função de x? Ou seja, y=f(x). Se sua resposta for afirmativa, justifique.

(h) Abra o arquivo **Gráfico da oficina 2.ggb,** no campo **ENTRADA**, no canto inferior da tela, e digite a fórmula da função encontrada no item (g).

(i) De acordo com o gráfico, quais são os zeros ou as raízes desta função?

Figura 4 – Oficina nº2



(j) Clique sobre o ícone **PONTO,** no canto superior esquerdo, e marque os zeros ou raízes dessa função.

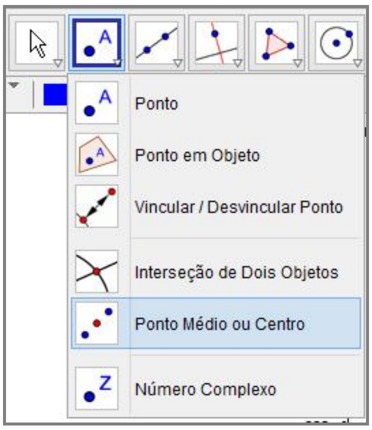
(k) A função desse problema é uma função do **2º grau** e seu gráfico é uma **parábola,** toda parábola possui um ponto de **máximo ou mínimo** denominado de **vértice** da parábola, uma maneira de se encontrar o ponto máximo ou mínimo de uma parábola é encontrando o ponto médio entre suas raízes e depois encontrando a imagem desse ponto de acordo com a lei da função.

De acordo com o item (i) qual é o ponto médio entre as raízes?

Utilize o GeoGebra para verificar se sua resposta acima está correta.

Clique em **PONTO>PONTO MÉDIO OU CENTRO,** no canto superior esquerdo. Clique em uma raiz, depois na outra e o ponto médio será marcado. Qual o valor de x encontrado?

Figura 5 – Oficina nº2



(l) Substitua o valor de x na função escrita por você no item (f) . Qual valor de y você obteve?

No campo **ENTRADA,** localizada na parte inferior da tela, digite o par ordenado: **(x,y)** encontrado por você nos itens (k) e (l)

O Ponto criado é denominado vértice da parábola e nesse caso ele é um ponto máximo dessa função.

(m) Os resultados dos itens (e) e (l) coincidiram? Se sim, responda qual a maior área que pode ser construída por esse fazendeiro, e qual deve ser o comprimento para que isso aconteça?

✓ Analise A priori

O objetivo do item (a) é promover a interação do aluno com o software, e no item (b) é interessante que ele perceba que mesmo ele mudando o comprimento e a largura do retângulo o perímetro se mantem o mesmo, ou seja, é importante que perceba o fato que podemos ter vários retângulos de mesmo perímetro. porém com áreas diferentes o que pode ser observado com a ajuda do item (c).

No item (d) a relevância se dá ao fato de analisar se ele se recorda como encontrar a área de um retângulo através do produto da largura X comprimento. No item (e) o aluno é provocado a resolver o problema proposto de modo empírico, através de testes feitos nos itens (a) e (c).

Utilizando o item (d) ele deverá montar uma expressão para área y em função do comprimento x e da largura 40 –x e posteriormente deverá ser capaz de responder se y é ou não é uma função de x e explicitando tal função, itens (g) e (h), respectivamente.

Os próximos itens introduzem ao aluno, uma nova ferramenta do GeoGebra que é a construção de gráficos, aqui a prioridade é que ele se interesse pela ferramenta e que a encare como tal. Após a construção o aluno deverá analisar o gráfico e localizar pontos importantes como suas raízes, itens (i) e (j). No item (k) há uma breve e simples explanação sobre a parábola e seu vértice. O aluno será levado a calcular o vértice dessa parábola utilizando para isso a imagem do ponto médio de suas raízes.

Primeiramente é proposto que ele faça isso de modo comum através de cálculo com lápis e papel, após, ele fará o mesmo processo porem com o uso de ferramentas do GeoGebra, criando assim meios para comparar o seu resultado com o do software. Tendo encontrado o ponto médio ele deverá ser capaz de calcular a sua imagem e perceber que essa é a resposta para o problema proposto.

Neste ponto o aluno deverá comparar seus resultados obtidos de modo empírico, item (c) com os obtidos no item (l). Por fim o aluno criará um ponto através de suas coordenadas e será capaz de criar um significado geométrico para o vértice de uma parábola. No item (m) ele finalmente chega a conclusão a respeito desse problema.

Oficia nº3

A finalidade desta oficina é apresentar ao aluno um problema de caráter prático, que está em seu cotidiano, para que ele possa fazer o uso da Matemática para a tomada de decisões.

Descrição da Situação Problema.

Em determinada região do Brasil, apenas duas empresas de telefonia celular estão credenciadas a funcionar. A Empresa X-Cel, e a empresa T-BR. Ambas possuem o serviço de dados 3g para acesso a internet e qualidade igual de sinal em todas as partes dessa região. As empresas cobram o mesmo valor para a assinatura de qualquer plano de telefonia, porém diferem no que diz respeito ao plano de dados móveis, como pode se verificar na Tabela 3.

Tabela 3 – Oficina nº3

Plano mensal de dados móveis (3g)	
X-Cel	Mensalidade de R$30,00 mais R$ 0,70 por megabyte trafegado.
T-BR	Mensalidade de R$50,00 mais R$0,30 por megabyte trafegado.

Considere que as empresas cobram pelo MB(megabyte) e por frações do mesmo. Assim por exemplo, quem consumiu 300,2345 MB na empresa X-Cel deverá pagar aproximadamente: 30,00 + 0,70.(300,2345)= R$240,16.

Suponha que um morador esta decidindo em qual empresa vai assinar um plano mensal de dados móveis.

Responda os itens a seguir:

✓ Roteiro de atividades para os Alunos.

(a) Com a ajuda de uma calculadora, calcule qual empresa é mais vantajosa para uma pessoa que trafega 40MB por mês.

(b) Qual Empresa é mais vantajosa se uma outra pessoa necessita de 80 MB por mês?

(c) De acordo com itens acima, é possível dizer qual empresa é mais vantajosa? Justifique.

____

____

____

____

(d) Seja **f(x)** o custo total da assinatura do plano X-Cel , **g(x)** o custo total para assinatura do plano T-BR e x a quantidade MB trafegado. Escreva uma fórmula para f(x) e g(x).

(e) Abra o Arquivo **oficina3.ggb**

No campo **ENTRADA** construa a função f(x) digitando : **f(x) =** *(fórmula encontrada no item d).*

Construa a função g(x) idem ao feito acima

Obs: ao escrever a fórmula no campo ENTRADA substitua a virgula (,) por ponto (.).

(f) Analisando os gráficos construídos pelo GeoGebra, é possível afirmar que eles possuem um ponto em comum, ou seja, existe interseção entre f(x) e g(x)?

____

(g) Calcule a interseção dessas retas:

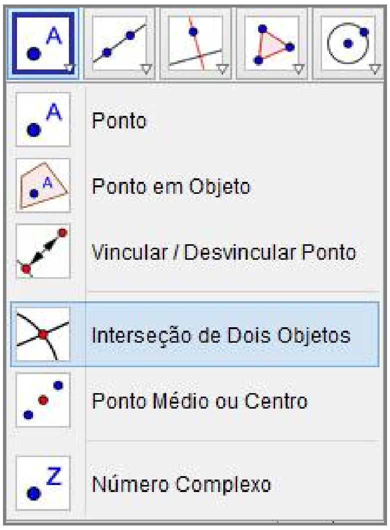
- o valor de x, para que **f(x) = g(x)**:

- Substituindo o valor de x encontrado acima em qualquer uma das funções qual será o valor pago nessas duas empresas?
- Qual a coordenada do ponto de Interseção entre f(x) e g(x)?

(h) Utilizando o GeoGebra marque o ponto de interseção entre essas retas e compare com o obtido com o resultado do item (g).

Clique em **PONTO>INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS,** no canto superior esquerdo como ilustra a figura:

Figura 6 – Oficina nº3



Depois clique sobre a interseção das retas.

O ponto obtido no GeoGebra confere com o ponto do item g)?

Utilizando ainda o gráfico dessas retas responda:

(i) Até quantos megabytes é mais vantajoso utilizar a empresa X-Cel?

(j) Um morador dessa região pretende utilizar 120MB de dados por mês,ele deverá escolher qual plano? Quanto ela pagará?

✓ Analise a priori

Sabemos que a internet móvel tomou conta do nosso dia a dia, não é difícil verificar em qualquer lugar pessoas utilizando a internet através de celulares, notebooks, tabletes, realidade essa que se faz mais presente ainda em uma escola e até mesmo em salas de aula.

Assim sendo, como um meio motivador resolvi criar uma situação problema envolvendo esse fato. As empresas citadas nesse problema são empresas fantasia, não existem na realidade, porem o objetivo é que aluno leve esse aprendizado para uma reflexão no seu dia a dia e seja capaz de decidir o que é melhor pra ele. A finalidade maior é utilizar a Matemática auxiliada por um software para a tomada de uma decisão que envolva valores econômicos, criando assim uma oportunidade do aluno perceber uma face importante da Matemática, além do fato de ele estar fazendo o uso de uma ferramenta tecnológica.

Ao fazer os cálculos dos itens (a) e (b) ele perceberá que ora uma empresa é mais vantajosa ora a outra empresa será item (c). Partindo desse princípio o aluno será levado a escrever uma função afim para cada empresa e construir os gráficos com a ajuda do GeoGebra (d) e (e) respectivamente.

De posse dos gráficos plotados em uma mesma janela de visualização ele deverá fazer uma análise e verificar se existe interseção entre os gráficos, calculando essa interseção de dois modos: um através da resolução de um sistema e o outro através de uma ferramenta do GeoGebra que marca a interseção entres dois objetos, fazendo uma comparação entre seu resultado e o obtido com a ajuda do GeoGebra, itens (f), (g) e (h).

Nesta etapa da oficina é interessante que aluno perceba que realmente existe um ponto em que as imagens dessas funções coincidem, portanto existe um mesmo valor a ser pago para as duas empresas relacionada a um mesmo valor x (MB trafegado).

A partir daqui o aluno é capaz de decidir até, e a partir de que ponto uma empresa se torna mais vantajosa que a outra, o aluno poderá responder qualquer pergunta dessa natureza apenas fazendo uma análise do gráfico sem a necessidade de cálculos como feita no item (a) e (b).

4.2 Diagnósticos posteriores a aplicação das oficinas.

Como o conteúdo das atividades propostas envolve o estudo de funções, escolhemos uma turma do 1º ano do ensino médio. Entramos em contato com um professor de Matemática de uma escola Estadual do município de Nova Friburgo, no estado do Rio de Janeiro, que disponibilizou tempo em suas aulas para que realizássemos as atividades.

O uso de laboratório de computação da escola foi inviabilizado devido ao mau estado das máquinas e o pouco espaço, que não permitiria acomodar todos os alunos confortavelmente. Diante disso, buscamos realizar a oficina na própria sala de aula, com o uso de computadores portáteis.

Os alunos foram informados da realização das atividades pelo professor e se mostraram muito entusiasmados a participar. Solicitou-se então que os alunos levassem os seus computadores portáteis no dia proposto para a oficina, em 14 de maio de 2014.

Vale ressaltar que nos comprometemos a levar alguns computadores portáteis, para o caso de algum aluno não ter acesso ao mesmo e pudesse participar da oficina sem qualquer problema.

No dia 14 de maio, às 07 h da manhã, fizemos o primeiro contato com a turma na qual foi realizada a oficina. Os alunos foram informados que a oficina faria parte de um Trabalho de Conclusão de Curso.

A turma de 20 alunos foi dividida em nove grupos, denominados Grupo A, Grupo B, até Grupo I.

Os estudantes negaram de maneira unânime ter usado qualquer software de Matemática, em particular desconheciam o GeoGebra. Neste ponto eles foram informados sobre as linhas gerais do programa e seu funcionamento, além do fato de que na oficina iríamos realizar apenas operações simples, guiadas pelas próprias atividades. Deixamos claro que se alguém sentisse alguma dificuldade no uso do programa, bastaria perguntar. Eles se mostraram dispostos a aprender a manusear o GeoGebra e alguns até perguntaram se existi tutoriais, o que nos mostra o interesse pelo uso de tecnologias novas.

O primeiro problema técnico que surgiu foi o de conectar os computadores portáteis na energia elétrica, uma vez que alguns deles já não funcionavam diretamente de suas baterias. A sala possuía apenas uma tomada e usamos uma extensão elétrica com adaptadores. Esse pequeno incidente nos levou a refletir sobre o despreparo em que nos encontramos para adaptar a educação às novas tecnologias. Nem mesmo as salas estão minimamente estruturadas. De qualquer forma, assim como sobrepusemos essa dificuldade inicial, devemos nos esforçar, ser criativos e persistir.

A segunda fase da oficina foi a instalação do GeoGebra e dos arquivos necessários para realização da mesma. Tudo correu tranquilamente e com êxito em todas as máquinas. Levamos uma hora para terminar a instalação em todos os computadores, o que já estava previsto no planejamento. Um computador conectado a um projetor para dar suporte aos alunos durante a realização da oficina.

Além dos computadores, os alunos dispunham de lápis, borrachas e calculadoras, pois esses objetos também seriam usados. De posse de suas ferramentas, foram distribuídas as fichas de atividades (em anexo) e começamos então as atividades.

Percebemos alguma insegurança dos alunos quando eles começaram a realizar a primeira atividade. Parecia que eles não sabiam por onde começar, nem tão pouco o que fazer com uma atividade e um computador. Diante disso, deixamos claro que a oficina não era um teste para verificar o que eles sabiam, mas o objetivo era que eles visualizassem um novo meio de aprendizado. Enfatizamos que eles deveriam resolver problemas e manusear o GeoGebra de acordo com o as informações dispostas nas fichas que eles receberam.

Acreditamos que esse desconforto se deu por eles nunca terem tido contado com uma maneira diferente de aprender, estando acostumados ao uso de cadernos, lápis e borrachas. No entanto, a adaptação ao uso dos computadores e ao GeoGebra foi se dando de forma rápida e eles já estavam confiantes em o que fazer e como fazer de acordo com as instruções. Por vez ou outra aparecia alguma dúvida no uso do GeoGebra, que era explicada para todos.

Oficina 1

Ao começarem a resolver a primeira atividade, os alunos acharam interessante o fato de poderem interagir com o retângulo e começaram a perceber que, na medida em que eles arrastavam o ponto E, obtinham um novo triângulo. Alguns alunos enfrentaram problemas para posicionar o ponto E a uma distância de 2,5 u.m. de A, o que foi sanado com a ajuda de outros colegas. Claramente alguns alunos tinham mais facilidade para lidar com o computador e, por isso, avançavam nos itens propostos, porém quando necessário, ajudavam uns aos outros estabelecendo assim um excelente clima de camaradagem.

Quando pedido para calcular a área do triangulo, alguns alunos não se recordaram da fórmula. Alguns até escreveram que área poderia ser calculada através do produto da base pela altura e ao conferir com o os colegas verificaram que resultado deveria ser dividido por dois, chegando assim ao resultado correto. O grupo D não realizou tal item e os demais não responderam o item de forma completa. Expressando-se oralmente e explicando como eles fizeram o calculo, somente responderam o valor da área.

Observamos que no item b, alguns alunos preferiram escolher números inteiros para o comprimento AE enquanto alguns poucos trabalharam com números com casas decimais, uma vez que eles mesmo iriam calcular essas áreas com a ajuda de calculadora. Quando questionados o porque seles escolherem números inteiros, alguns responderam “- Professor, fica mais fácil com números inteiros do que com números com virgula”

Tabela 4 – Oficina 1

Distância de A até E	Área
5	10
1	2
6	12
3	6
2	4
7	14
4	8
1,2	2,4

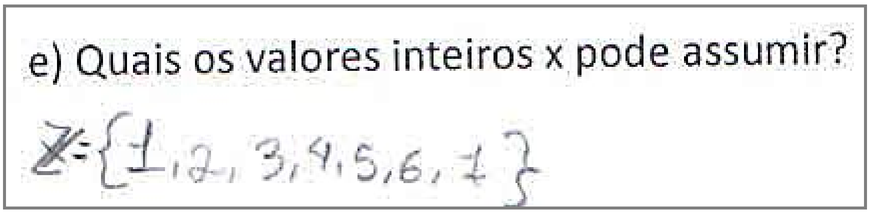
Tabela 5 – Oficina 1

Distância de A até E	Área
3	6
4,25	8,49
2,55	5,1
5,25	10,5
6	12
1,65	3,3
2,75	5,5
6,35	12,7

Após o preenchimento da tabela os alunos foram convidados a conferir suas respostas com o auxilio de uma planilha. Eles acharam interessante o fato de eles mesmos terem a certeza se aquilo que estavam fazendo estava ou não correto.

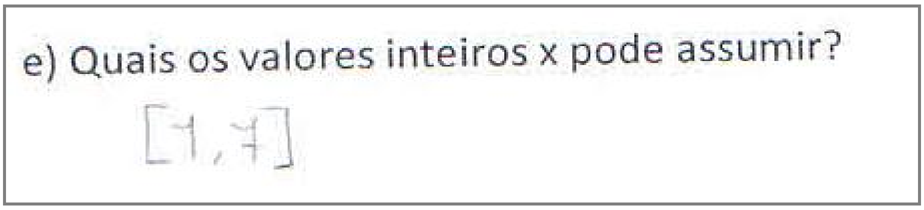
Quando perguntados sobre para quais valores de AE=x existiria a área do triângulo, os alunos constataram que o segmento AE era limitado e, portanto, para alguns valores não existia a área. Diante dessa observação, perguntamos quais valores inteiros x poderia assumir. Tivemos dois tipos de respostas: uns escreveram na forma de intervalo enquanto outros descreveram o conjunto.

Figura 7 – Oficina 1, grupo A


e) Quais os valores inteiros x pode assumir?

Z={1,2,3,4,5,6,7}

Figura 8 – Oficina 1, grupo B


e) Quais os valores inteiros x pode assumir?

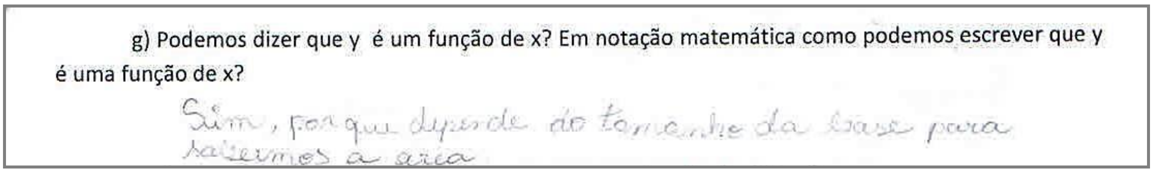
[1,7]

No item f), o grupo B não soube responder quais valores que x poderiam assumir. 60% dos que responderam escreveram sob a forma de intervalo [0,7] e os demais alunos responderam [1,7]. Nesse caso o objetivo foi parcialmente atingido.

Esperávamos que alguém falasse a respeito dos números reais, já que foi proposto anteriormente que eles aumentassem o número de casas decimais no GeoGebra.

No item g), apenas um grupo conseguiu justificar porque y=área era uma função de x. Os demais apenas afirmaram porem não conseguiram uma justificativa. Nenhum aluno usou a notação y=f(x).

Figura 9 – Oficina 1, grupo F



g) Podemos dizer que y é um função de x? Em notação matemática como podemos escrever que y é uma função de x?

Sim, porque depende do tamanho da base para sabermos a área

‘’ - Sim, porque depende do tamanho da base para sabermos a área’’

O item h foi o item no qual os alunos apresentaram uma maior dificuldade em encontrar uma fórmula para relacionar x e y. O grupo C usou uma função afim *(y=ax +b),* pois este foi a única família de funções estudadas por eles até aquela altura. Os demais utilizaram a própria fórmula do calculo da área de triângulos para chegarem à lei da função. Com exceção do grupo C que respondeu y = 2x, os demais responderam que y = $\frac{4x}{2}$, sem atentaram para o fato de que poderiam dividir o numerador pelo denominador.

A construção do gráfico se deu de forma tranquila. Alguns alunos aproveitaram os valores encontrados por eles no item b e construíram o gráfico com a ajuda de um plano cartesiano. Vale ressaltar que alguns grupos diferiram dos outros ao esboçarem o gráfico. O grupo I, por exemplo, tomou valores negativos para x. Os grupos B, C, F, G e H não construíram o gráfico de forma completa. Houve aqui uma desatenção ao domínio proposto. Somente os grupos A e D construíram o gráfico de forma adequada.

Figura 10 – Oficina 1, grupo I

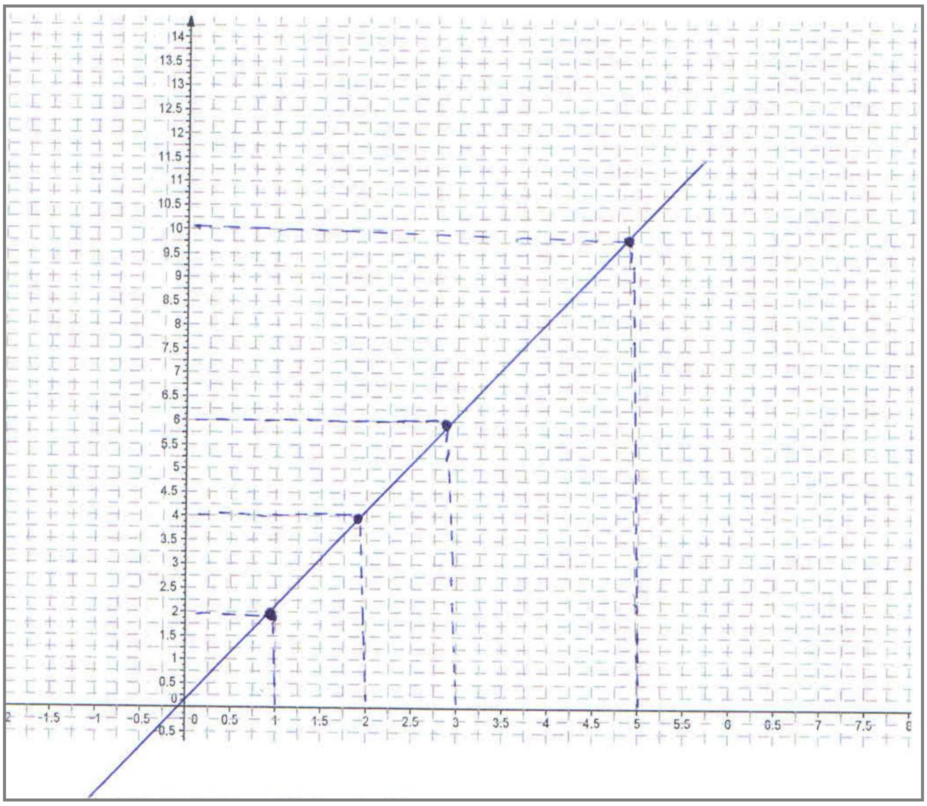


Figura 11 – Oficina 1, grupo G

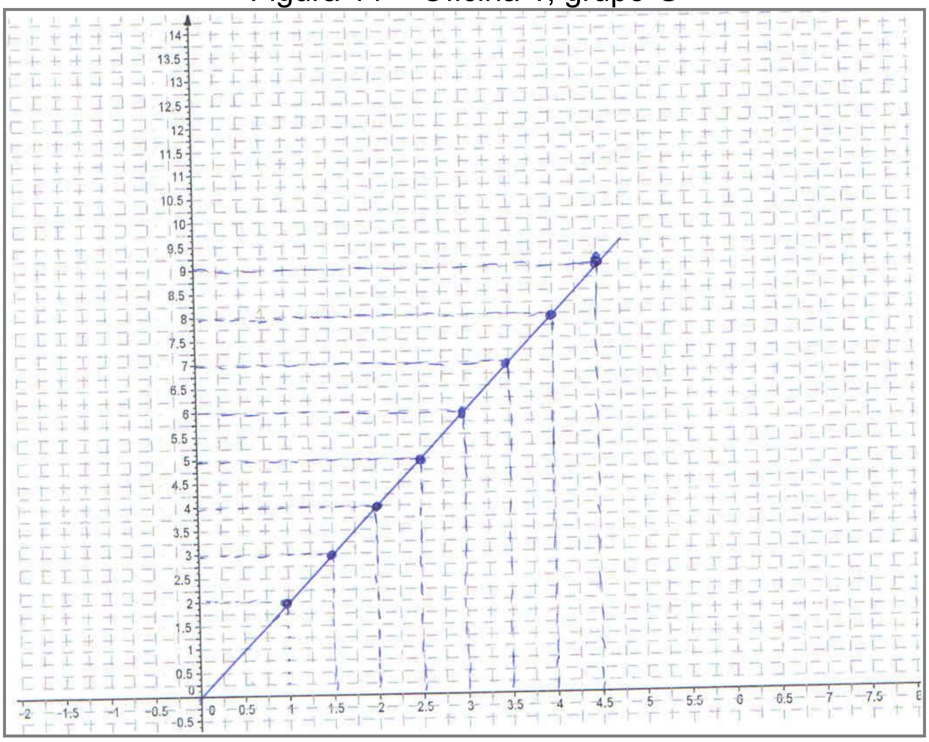
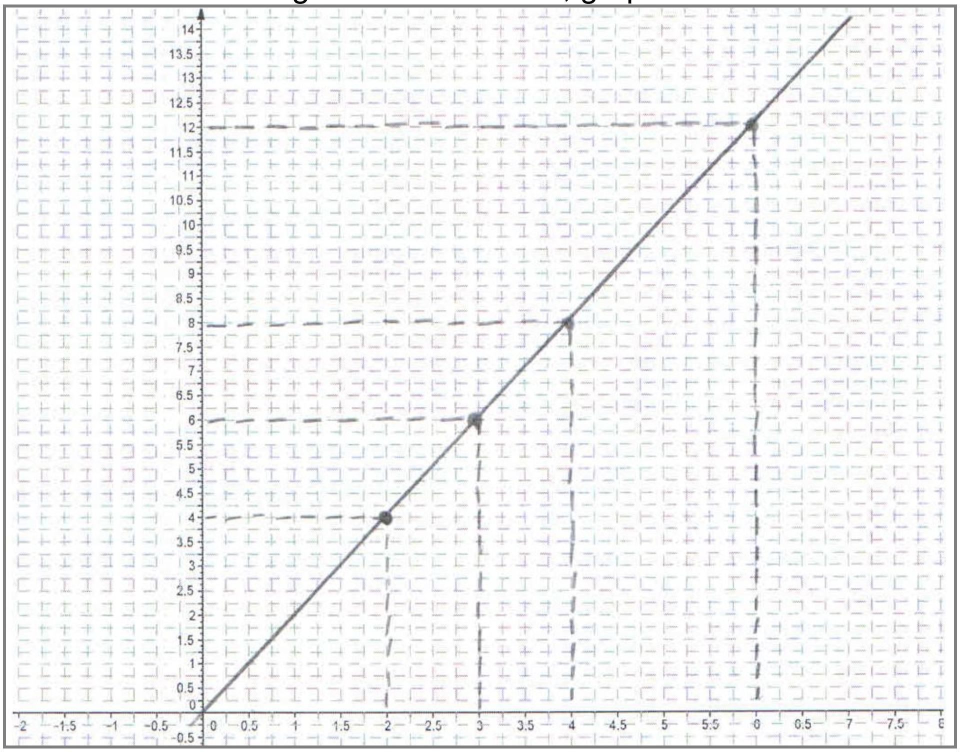


Figura 12 – Oficina 1, grupo D



O item I tratava do conjunto domínio e do conjunto imagem. Muitos alunos relataram que haviam estudado isso anteriormente, porém não se recordavam. Posteriormente a alguns estímulos e sugestões de análises, alguns alunos conseguiram responder de forma parcial o item I. Analisando o gráfico todos os grupos responderam que se tratava de uma função crescente.

Ao fim da primeira oficina, percebeu-se que eles já mostravam desenvoltura no uso do GeoGebra. Era perceptível um grande interesse dos alunos em resolver o restante das atividades e usar mais o programa.

O objetivo de mostrar para os alunos outras ferramentas além da rotina de lápis, papel e borracha foi atingido com êxito. Foi importante, nesse primeiro momento, mostrar para o aluno que existem outras maneiras para construir o conhecimento matemático, quebrando assim um pouco a rotina. Vale ressaltar que o uso do GeoGebra foi restrito a poucos passos.

Nas oficinas 2 e 3 os alunos tiveram uma maior oportunidade de explorar ainda mais o software e aumentar seu interesse em resolver os problemas propostos.

Oficina 2

Como já mencionado na descrição dessa oficina, o foco aqui é que o aluno consiga resolver um problema de otimização relacionado a uma função quadrática, com o auxilio de planilhas, plotagem de gráfico e analise do mesmo, vale ressaltar que em conversa com o professor da turma o mesmo relatou que a turma ainda não tinha tido contato com a função quadrática, o que se encaixa perfeitamente com o meu objetivo, pois aqui era interessante o aluno resolver esse problema sem pré-requisito no estudo de funções quadráticas.

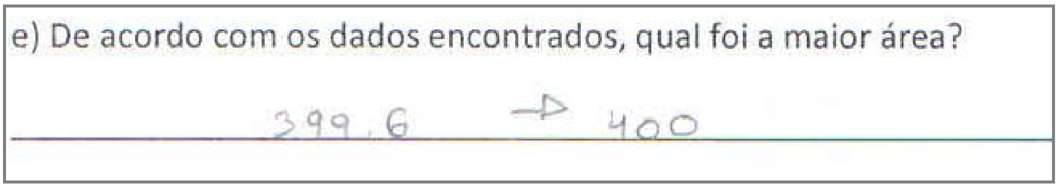
Percebia-se que para a segunda oficina os alunos estavam mais a vontade quanto ao manuseio do GeoGebra.

No item a) desta oficina foi proposto uma interação com o retângulo previamente construído, de forma que ao movimentar um ponto sob comprimento AB obteríamos uma largura AD, foi então preenchida pelos alunos uma tabela, item b) com 15 valores diferentes para AB, feito isso eles foram questionados a respeito do perímetro desses 15 retângulos, e todos os grupos chegaram a conclusão que esse perímetro era constante, tal conclusão se deu na minha opinião ao motivo deles mesmos estarem interagindo com o retângulo de forma dinâmica e simultânea, eles conseguiram perceber que mesmo mudando as dimensões do retângulo o perímetro continuaria o mesmo.

O próximo passo foi calcular as áreas de acordo com as dimensões obtidas no item b), como o uso de uma planilha.

Os alunos gostaram bastante da interação com a planilha, alguns nunca tinham tido contatos com esse tipo de aplicação e acharam muito interessante o fato da área ser calculada de forma automática, $\frac{7}{9}$ dos grupos ao preencher a planilha tomaram como valor para AB = 20m, portanto encontraram uma área máxima, item e) igual a 400m², já os demais não tomaram o 20m como uma medida para AB porém chegaram bem próximo do valor correto para a resposta desse problema, que é de 400m². O grupo I, por exemplo, encontrou como área máxima 399,6m², mas ao dar a resposta eles aproximaram a área para 400m², algo que foi relevante pois entendo isso como uma forma de resolver um problema prático, para eles era mais aceitável cercar uma área com 400m² do que com 399,6m². O grupo H também achou uma área próxima da correta que foi de 399,4m².

Figura 13 – Oficina 2, grupo I


e) De acordo com os dados encontrados, qual foi a maior área?

399.6 → 400

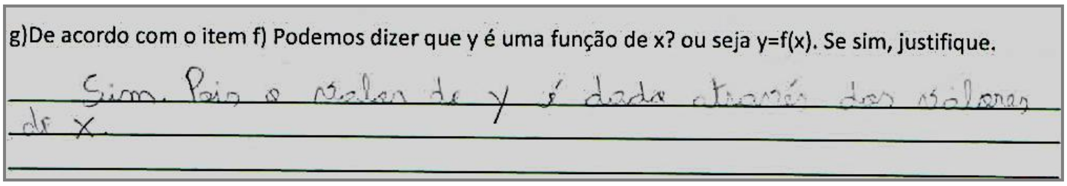
Feito as análises de modo empírico, os alunos foram convidados a encontrar a área máxima através da construção do gráfico da função que representa essa situação. Foi dado a eles uma figura com as dimensões x e 40 –x e foi pedido para que eles relacionassem a área y com essas dimensões, todos os grupos conseguiram escrever que y = x(40 –x), porém no momento da oficina só o grupo C utilizou a propriedade distributiva e conseguiu visualizar uma equação do segundo grau.

Percebendo essa dificuldade dos alunos em usar essa propriedade da multiplicação eu fiz uma primeira intervenção na oficina, dando dicas que tal expressão poderia ser um pouco mais desenvolvida, a partir daí todos os grupos aplicaram a distributiva e encontraram uma formula para y de forma desenvolvida. A justificativa dessa intervenção se da ao fato que aqui era necessário que eles percebessem que se tratava de uma função quadrática, então era importante uma visualização explicita do formato desse tipo de função.

Novamente foram perguntados se y era uma função de x (item g)) e todos os grupos responderam que sim, porém aqui para minha surpresa eles conseguiram dar uma justificativa diferente da Oficina 1, onde eles não conseguiram uma justificativa. Cerca de 45% dos alunos conseguiram uma justificativa, em resumo todos eles responderam que a medida que x muda o valor de y também muda. Mais uma vez aqui, acredito que a interação dos alunos com o problema, ou seja com o retângulo, com a planilha, fez com que eles conseguissem enxergar e observar fatos que eles não conseguiram concluir na oficina 1, onde a interação foi menor.

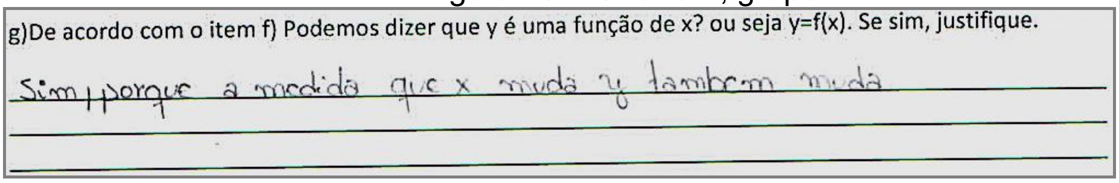
Figura 14 – Oficina 2

Figura 15 – Oficina 2


g)De acordo com o item f) Podemos dizer que y é uma função de x? ou seja y=f(x). Se sim, justifique.

Sim. Pois o valor de y é dado através dos valores de x.

Figura 16 – Oficina 2, grupo I


g)De acordo com o item f) Podemos dizer que y é uma função de x? ou seja y=f(x). Se sim, justifique.

Sim, porque a medida que x muda y tambem muda

A próxima etapa era construir o gráfico com a função obtida no item f) no GeoGebra, dadas as instruções necessárias para a construção do gráfico, os alunos encontraram dificuldade para escrever x² no campo de entrada, foi então que fiz uma segunda intervenção na oficina, explicando que o GeoGebra entende x² como ‘’x^2’’, feito isso todos conseguiram plotar de forma correta o gráfico. Vale uma observação feita por um aluno ao se deparar com o gráfico, o mesmo disse em tom alto na sala: ‘’ - Professor, a área máxima é 400m², é o ponto mais alto no gráfico’’ o interessante dessa observação feita pelo aluno independente dos termos utilizados por ele, foi perceber que ao visualizar apenas o gráfico, ele foi capaz de dar a resposta ao problema, ele conseguiu perceber, e logicamente os demais colegas após ele, que não existia um ponto de ordenada maior que 400. Apesar dessa observação, foi pedido que eles confirmassem tal fato encontrando o vértice dessa parábola, todos os grupos conseguiram encontrar os zeros dessa função e através de uma função do GeoGebra conseguiram marcar o ponto médio sem problemas encontrando x = 20. Ao substituir x por 20 na função(item l) apenas dois grupos cometeram erro de conta (grupos B e E), e consequentemente acharam respostas diferentes no item m) quando comparado ao item e), os demais conseguiram encontram a resposta de forma satisfatória com exceção do grupo H que no item e) não encontrou a área igual a 400m².

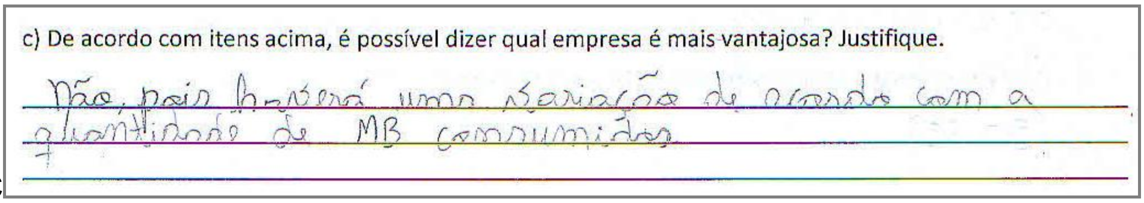
A oficina 2 foi muito interessante, tanto para a minha análise quanto para a realização por parte dos alunos, pois aqui basicamente eles resolveram o problema usando o GeoGebra e uma planilha. Foi importante para mim perceber que ao lidar com diversos tipos de abordagens e imagens de um conceito, sejam eles geométricos, gráficos e algébricos os alunos adquirem maior poder de percepção, analise e julgamento de suas conclusões e respostas. É nítido que as diversas formas de representações semióticas contribuem para dar um maior significado a conceitos e aplicação da Matemática, para a resolução de problemas práticos.

Oficina 3

Como na descrição dessa atividade, trata-se aqui de uma atividade de cunho motivador, para que aluno perceba o quanto é importante o uso da Matemática para a tomada de decisões. O problema proposto visa discutir as vantagens e desvantagens na hora de contratar um serviço de dados móveis entre duas empresas fictícias, de acordo com a quantidade de MB trafegados.

No item a) e b) foi proposto ao aluno diferentes quantidades de MB consumidos por dois clientes e perguntado em qual das empresas era mais vantajoso fazer um contrato de acordo com os preço definidos em tabela. Todos os alunos chegaram a conclusão que para uma pessoa que trafega 40MB a empresa X-Cel é mais vantajosa, ao passo que uma pessoa que consome 80MB paga menos se usar a empresa T-BR. Perguntado então se era possível definir qual empresa era mais vantajosa podemos observar algumas analises opostas por partes dos grupos(item c)). Cerca de 45% dos grupos responderam que não era possível dizer qual empresa era mais vantajosa pois o preço dependia da quantidade de MB trafegado e que isso variava de empresa para empresa, impossibilitando assim de definir qual empresa era mais vantajosa.

Figura 17 – Oficina 3, grupo

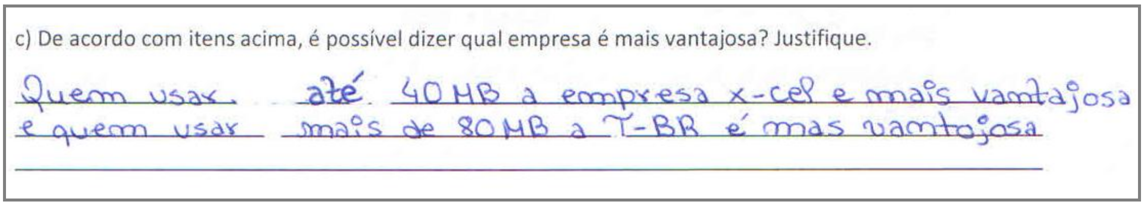

c) De acordo com itens acima, é possível dizer qual empresa é mais vantajosa? Justifique.

Não, pois haverá uma variação de acordo com a quantidade de MB consumidos

C

Cerca de 33% dos grupos responderam que era mais vantajoso utilizar a empresa X-Cel para um consumo até 40MG enquanto , para um consumo maior de 80MB a empresa T-BR.Percebe-se que estes alunos responderam essa pergunta sob influencia dos itens a) e b), um grupo afirmou que T-BR era sempre mais vantajosa, enquanto outro grupo não soube responder.

Figura 18 – Oficina 3, grupo G


c) De acordo com itens acima, é possível dizer qual empresa é mais vantajosa? Justifique.

Quem usar. até 40MB a empresa x-cel e mais vamtajosa e quem usar mais de 80MB a T-BR é mas vamtojosa

Diante desse imbróglio, foi proposto a construção de leis de funções que definissem cada empresa de acordo com seus preços. Todos os grupos conseguiram corretamente uma lei que associasse o preço y em função dos MB trafegados x item d).

O próximo passo foi a construção dos gráficos no GeoGebra em um mesmo plano, para que eles visualizassem a diferença entre as empresas. Quando perguntado se as empresas possuíam uma interseção, todos sinalizavam que sim, foi proposto então que eles encontrassem essa intersecção através da resolução de um sistema. Apesar de certa dificuldade para iniciar a resolução do sistema todos os grupos o resolveram de forma satisfatória. Vale ressaltar um fato curioso, alguns grupos ao resolverem chegaram ao final do sistema e se deparam com a expressão $x = \frac{20}{0,4}$, e questionaram o fato de como é possível dividir o 20 e e ao invés do quociente ser menor que 20 ser maior?

Encontrado os valores de x e y eles perceberam que conseguiram encontrar as coordenadas dos pontos que eles tinham visualizado no GeoGebra e perceberam que as empresas tem um mesmo preço quando consumidos 50MB.

Ao serem questionados então qual empresa era mais vantajosa , com exceção de um grupo, todos responderam de forma correta e alguns tiveram respostas diferentes das dadas no item c), mostrando assim que uma analise gráfica e algébrica ajuda na tomada exata de decisões como neste exemplo. Para finalizar foi proposto que os alunos respondessem então qual empresa era mais vantajosa consumir 120MB. Todos responderam T-BR, porém a maioria utilizou a expressão definida por eles e calcularam o valor. Fica nítido que esses alunos do ensino básico que realizaram a oficina ainda tem muita dificuldade em lidar com outras formas de representações de grandezas, ao meu ver, falta-lhes estimulo para tal.

Chegado ao fim das oficinas que tiveram aproximadamente duas horas de duração, como previsto, os alunos se demostravam bastante entusiasmados por terem participado dessa experiência.

Com exceção de problemas relacionados à infraestrutura da sala, a oficina transcorreu de modo tranquilo, os alunos a todo momento demonstravam interesse em resolver os itens, houve uma interação muito grande por parte dos grupos. Foi de grande valia perceber que é possível sim, introduzir o uso de tecnologia para o ensino de Matemática, especificadamente no ensino de funções, possibilitando ao aluno consiga entender por diferentes vias este conteúdo de grande importância no estudo da Matemática. Foi interessante perceber que o uso de tecnologias pode trazer para o aluno autonomia, e segurança ao resolver um problema, além do fato de tornar as aulas mais atrativas e prazerosas.

Figura 19 – Realização da Oficina

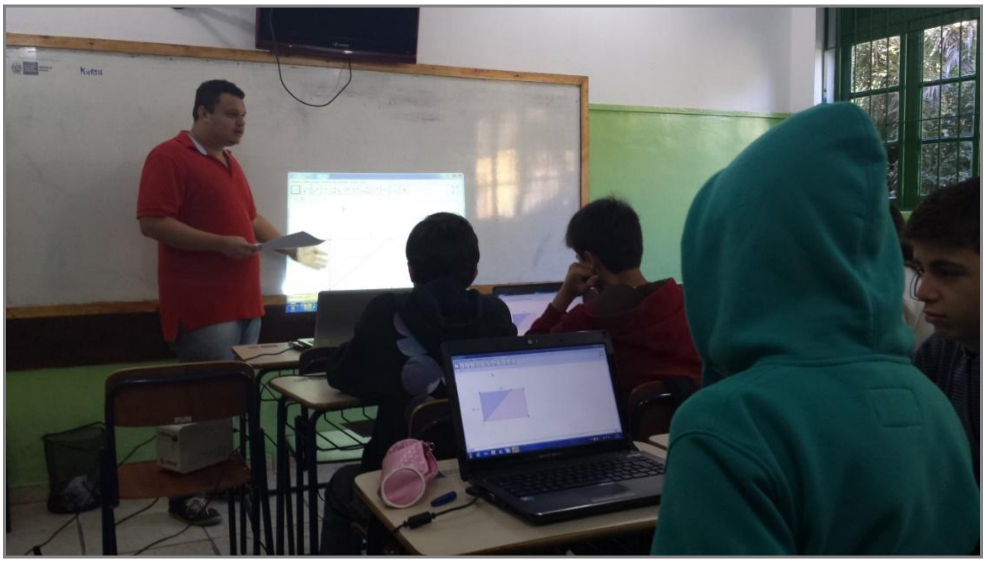


Figura 20 – Realização da Oficina

CONCLUSÃO

Após preparo, reflexões e estudos para montagem da oficina e inclusive sua execução, foi realizado com os alunos uma espécie de debate com o intuito de saber a opinião no que é pertinente a realização das atividades propostas, analisar com que intensidade o uso de tecnologia pode impactar de fato o processo ensino/aprendizagem e verificar se o todo o trabalho desenvolvido e realizado convergiu de forma satisfatória para o objetivo apresentado.

No referido debate, levantamos questionamentos sobre diversos pontos, como por exemplo, a opinião dos alunos sobre o uso de tecnologias na sala de aula, em particular nas aulas de Matemática, se era válido, construtivo; se a tecnologia realmente contribui de alguma forma para que o aprendizado seja efetivo; a contribuição dos Softwares como meio facilitador de realização de atividades e de entendimento dos conteúdos de forma mais plena e menos distante da realidade, entre outras questões.

Os resultados colhidos durante o debate foram significativos, pois nos mostrou que para aquele grupo de alunos, o uso de tecnologia na realização das atividades efetivou de forma notória e contribuiu para o aprendizado.

Conforme falado pelo aluno A, *“ (...) o uso de novas tecnologias é importante porque auxilia a feitura de cálculos, tabelas e gráficos, diminuindo assim o tempo de que levamos a fazê-los. ”.* O aluno B mencionou que *“ (...) foi muito importante à contribuição do uso de softwares de geometria dinâmica, no caso o GeoGebra”.*

Acreditamos que isso se explica, uma vez que para eles o fato de fazer algumas mudanças e visualizar as mesmas simultaneamente ajuda muito em um entendimento melhor da situação problema e consequentemente aumenta as chances de resolução.

Quanto ao entrosamento de conteúdos, foi unânime a opinião dos alunos a respeito do uso de tecnologias, em que todos afirmaram que acreditam sim que a tecnologia influencia diretamente em seu aprendizado, já que para eles o uso da mesma, abre outros caminhos de exploração dos conteúdos.

De posse dessas análises e da forma como as atividades foram realizadas, concluímos que os objetivos traçados para esse trabalho acadêmico, foram alcançados, sendo importante ressaltar que o mesmo contribui como um ato encorajador para que os professores de Matemática estejam preparados e abertos à inserção de novos procedimentos didáticos em suas aulas a fim de favorecer o processo ensino/aprendizagem, contribuindo para a mudança.

É importante ainda levar em consideração que as oficinas apresentadas são apenas exemplos de atividades que podemos fazer em salas de aula de forma simples e planejada, porém, de grande valia para a contribuição e construção de espaços favoráveis a aprendizagem.

Devem ser criados meios de inserir a tecnologia em prática cotidiana afim de que se torne algo natural às salas de aula assim como é fora dela.

Diante do exposto, uma das estratégias para que se ocorra à quebra do paradigma que liga o fracasso escolar a Matemática, está uso das tecnologias, que no contexto atual é próximo à maioria da juventude e não teria somente, o papel do professor como figura central, uma vez que os alunos iriam interagir com um contexto que eles têm acesso e se identificam.

Além disso, o conteúdo extenso, rígido e acabado da Matemática, praticado por muitos em sala de aula, poderia estar ligado a diferentes formas de aprendizado, tendo em vista que as tecnologias no ensino da Matemática podem abrir um leque de exploração da temática.

Destaca-se que o estudo não pretende findar o tema, posto ser de importância realizar novos aprofundamentos, pretendendo aquecer o debate acerca do mesmo.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 2000. p.43. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 26 junho 2014.

BURAK, Dionisio. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. In: I EPMEM - Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática, 2004. Londrina. Anais do I EPMEM, 2004.

BORBA, M. de C., PENTEADO, M. G., **Informática e Educação Matemática.** 2ª Ed., Belo Horizonte, Ed. Autêntica, 2001. Aplicações do GeoGebra ao ensino de Matemática, disponível em: http://pt.wikibooks.org/wiki/Aplicações_do_GeoGebra_ao_ensino_de_Matemática/Conhecendo_o_GeoGebra. Acesso em: 11 julho 2014.

CURY, H.N. **Modelagem matemática e problemas em ciências**: uma experiência em um curso de mestrado. Revista Perspectiva, 27 (98), 2003 p.75-86. Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/helena/pages/Perspectiva_Cury.pdf. Acesso em: 05 agosto 2007.

DEVLIN, Keith, Introduction to Mathematical Thinking. First published, July 2012. 331 Poe St Unit 4 Palo Alto, CA 94301 USA

DICIONÁRIOWEB. **Conceito de Matemática**. Disponível no site: http://www.dicionarioweb.com.br/matem%C3%A1tica.html. Acesso em: 20/06/2012

ERNEST, Paul. **Philosophy, mathematics and education.** International Journal of Education, Science and Technology, v. 20, n. 4, p. 555-559, 1989.

FONTES, Maurício de Moraes et. al. **O Computador como recurso facilitador da aprendizagem Matemática**. Atas do I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia/SNECT. Ponta Grossa-PR, 2009. Disponivel em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/sinect2009.php>. Acesso em: 28 junho 2014.

GIRALDO, Victor. CAETANO, Paulo, MATTOS, Francisco. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**, SBM, Rio de Janeiro, 2013.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, R. M. **As potencialidades pedagógicas do jogo computacional Simcity 4**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação), 2006, Universidade São Francisco, USF, Itatiba. Disponível em: <http://www.saofrancisco.edu.br> Acesso em: 11 julho 2014.

ROMERO, C. S. **Recursos Tecnológicos nas Instituições de Ensino**: Planejar Aulas de Matemática utilizando Softwares Educacionais. UNIMESP – Centro Universitário Metropolitano de São Paulo, 2006, Disponível em <http://www.unimesp.edu.br> Acesso em: 12 julho 2014.

CLOTILDE, Vera. Fundamentação teórica para as perguntas primárias:
O que é Matemática? Por que ensinar? Como se ensina e como se aprende? Educação, Porto Alegre, v. 32, n. 2, p. 176-184, maio/ago. 2009.

LIMA, E. L., CARVALHO, P. C. P., WAGNER, E. e MORGADO, A. C. A Matemática do Ensino Médio - Volume 1, 9.ed. Rio de Janeiro: SMB-Coleção do Professor de Matemática, 2006.