

Mick Wradley Xavier Silva

# Ensino básico de frações utilizando Origami

“À minha mãe, Maria Da Luz Ferreira Xavier, que sozinha, com muito esforço e dedicação, investiu na minha educação e me ensinou que estudar é o melhor caminho.”

## **Agradecimentos**

Agradecimento especial para minha esposa, Luciana Macedo Duarte, que esteve ao meu lado em todos os momentos desde o início da minha graduação que se iniciou em 2004. Seu amor, carinho, amizade, apoio e incentivo ao longo destes dez anos, foram muito importantes para que eu pudesse concluir mais esta etapa na minha vida.

Aos meus filhos Davi e Théo que me inspiram e me dão força a crescer cada vez mais como pessoa, como pai e como professor.

À minha mãe Maria Da Luz Ferreira Xavier e meus irmãos Mitchel Xavier, Max Xavier e Mitchela Xavier por todos os ensinamentos e aprendizados compartilhados ao longo de nossas vidas.

Aos amigos André Souza, José Felipe e Alexander Afonso, pelas discussões, conversas e reflexões divertidas nas idas e vindas ao mestrado.

A todos os colegas da turma PROFMAT/2012 pelos inúmeros momentos de debate, reflexão e descontração.

À minha orientadora Mirian Abdón pela dedicação, conversas e ensinamentos que compartilhamos.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

## Resumo

Neste trabalho relatamos a nossa experiência depois de aplicar algumas atividades envolvendo origami na tentativa de facilitar o aprendizado do conteúdo de frações nas aulas de matemática. Foram aplicadas cinco atividades com dobraduras onde trabalhamos o conteúdo de frações com enfoque na sua essência, tentando como objetivo principal, despertar o raciocínio e participação dos alunos. Foram trabalhados os seguintes modelos: Modelo do Copo, das Casas Geminadas, da Borboleta, do Porta Moedas e do Barco. O modelo do *Copo* é o primeiro e mais simples, e foi utilizado basicamente para trabalhar a noção de metade de um inteiro na forma triangular. O modelo das *Casas Geminadas* nos permite trabalhar com a metade nas formas triangular e retangular, e se trata de um modelo mais elaborado, com dobras um pouco mais complexas. O modelo da *Borboleta* eo modelo do *Porta – Moedas*, nos permitem trabalhar frações equivalentes, simplificação de frações e operações de frações com metade, quarta parte, oitava parte, terça parte e sexta parte. Por último, com o modelo do *Barco*, trabalhamos o conceito de frações decimais e números decimais, fazendo então um teste final para verificar o aprendizado e desenvoltura dos alunos com o conteúdo.

Palavras - chave: Ensino de frações utilizando *Origami*; Matemática e *Origami*; Frações e *Origami*.

## Abstract

We report our experience after applying some activities involving origami in an attempt to facilitate the learning of the content of fractions in math classes. Five activities where we work with foldings content of fractions with a focus on its essence, the main objective of trying to arouse the students' participation and reasoning were applied. Template Glass of Town Houses, Butterfly, the Purse and the Boat: The following models were worked. The model's Cup is the first and simplest, and was used primarily to work the notion of an entire half of the triangular shape. The model of Townhouses allows us to work with half the triangular and rectangular forms, and it is a more elaborate model, with a little more complex folds. The model and model of the Butterfly Door - Coins, allow us to work equivalent fractions, simplifying fractions and operations with fractions half, quarter, eighth part, third and sixth. Finally , the model of the boat , work the concept of decimal fractions and decimals , then doing a final test to ensure learning and resourcefulness of students with content .

Keywords: Teaching fractions using *Origami*; Mathematics and *Origami*; Fractions and *Origami*.

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Modelo do copo.....</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>Modelo das Casas Geminadas.....</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>Modelo da Borboleta.....</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>Modelo do Porta Moedas.....</b>	<b>34</b>
<b>6</b>	<b>Modelo do Barco.....</b>	<b>41</b>
<b>7</b>	<b>Modelo do Cata Vento.....</b>	<b>51</b>
<b>8</b>	<b>Conclusão.....</b>	<b>52</b>
<b>9</b>	<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>54</b>

# 1 Introdução

Sabe-se que o estudo de matemática através de material concreto, em geral, apresenta melhores resultados, pois basicamente estimula a curiosidade e interesse dos alunos, tornando as aulas mais interessantes e dinâmicas, fazendo os alunos participarem e interagirem, com o professor e entre si, alcançando assim um nível de aprendizado mais significativo. Existem diversos trabalhos e livros que tentam levar aos professores justamente essa ideia, de que os alunos precisam ter acesso à relação existente entre o conteúdo estudado e o mundo à nossa volta. Por exemplo, [1], [2], [3] e [4].

As escolas em geral incentivam os professores de Matemática a usarem material concreto ou *softwares* em suas aulas, no entanto, muitos professores ainda utilizam apenas o método tradicional. Este fenômeno ocorre devido a uma série de fatores como a falta de recursos disponíveis nas escolas, falta de um bom laboratório de informática, falta de planejamento e até mesmo a falta de interesse e preparo dos professores, que muitas vezes não sabem utilizar ou não conhecem os materiais ou *softwares* que podem ser utilizados em suas aulas. Atualmente já existem alguns *softwares* gratuitos muito relevantes para serem utilizados como ferramenta no processo de ensino – aprendizagem nas aulas de Matemática, no entanto, muitas escolas ainda não dispõem de um laboratório que comporte uma turma inteira ou não possuem máquinas suficientes para uso dos alunos. Algumas escolas até deixam de investir num bom laboratório para investir em salas de dança, judô, entre outros. Ainda enfrentamos também o fato dos professores não receberem treinamento sobre como usar estes *softwares* em suas aulas.

Um tema muito rejeitado pelos alunos, as frações, na maioria das vezes é ensinado apenas através do uso do quadro e livro didático, sem utilização de nenhum material concreto, e neste trabalho vamos abordar justamente o ensino deste conteúdo. Ensinar este conteúdo sem a utilização de material concreto significa na maioria dos casos, que os alunos serão estimulados a decorar uma série de conceitos, fórmulas e métodos práticos para efetuarem os cálculos. Primeiramente (ou na primeira aula) apresentamos o conceito ou

definição de fração como parte ou pedaço de um inteiro, e apresentamos alguns exemplos no quadro, de situações no cotidiano onde elas podem aparecer. Em seguida mostramos como é feita a leitura das frações, definimos *Numerador* e *Denominador* de uma fração, e definimos frações próprias, frações impróprias e frações decimais. Por fim, trabalhamos com alguns exercícios básicos para fixação.

Na segunda aula apresenta-se alguma situação ou exercício para que os alunos tentem comparar frações, e na maioria dos casos eles apresentam grandes dificuldades, o que quase sempre já é esperado pelo professor. Então mostramos que toda fração está relacionada ao quociente de uma divisão, fazemos as divisões e comparamos. Aproveitamos essa ideia para definir *Frações Equivalentes* como frações que representam a mesma parte de um inteiro, e mostramos que o quociente das divisões de frações equivalentes, é o mesmo. Nas próximas aulas trabalharemos o conceito fração de um número, operações entre frações e neste momento os alunos já apresentam grande dificuldade, não pelo conteúdo em si, mas pelo fato de apresentarmos uma série de métodos e processos mecânicos para efetuarmos os cálculos, sem utilizar alguma justificativa que esteja ao alcance do entendimento deles. E quando apresentamos alguma justificativa, utilizamos um caminho puramente algébrico, se tornando muito abstrato e conseqüentemente difícil de entender.

Fórmulas e métodos práticos são úteis, mas acabam limitando o raciocínio e entendimento sobre o conteúdo. Na tentativa de obtermos melhores resultados no ensino de frações, utilizaremos neste trabalho atividades sugeridas no livro *Matemática e Origami: Trabalhando Frações*, de Eliane Moreira da Costa, [5]. O *Origami* é uma arte de dobrar papel, originalmente japonesa, que possibilita a criação de representações de determinados seres ou objetos com dobras geométricas de uma peça de papel, sem cortá-lo ou colá-lo. Na elaboração de um modelo de origami, são realizadas, em ordem, várias dobras no papel que ficam marcadas sobre a folha criando malhas quadriculadas, retangulares ou triangulares, que permitem estudar o conceito de fração através da divisão do papel em partes iguais. Este método possibilita o professor a ensinar desde o conceito básico de frações até as quatro operações, que representam justamente a grande preocupação, já que freqüentemente trabalhamos com alunos no final do ensino fundamental e também no ensino médio, que não dominam os cálculos envolvendo frações, ou sequer apresentam um nível de conhecimento intermediário. E sem essa habilidade, sabemos que os alunos também deixarão de avançar seus conhecimentos não apenas em Matemática, mas também em outras disciplinas,



principalmente em Física e Química, mas também em Geografia e Biologia. Estas duas últimas, por exemplo, trabalham cotidianamente com Estatística e Porcentagem, cuja base de cálculo é a multiplicação de fração por inteiro.

É comum um professor se deparar com alunos que sabem fazer cálculos mentais de porcentagem, ou outro conteúdo, mas eles não sabem expor suas ideias no papel para justificar o valor encontrado ou dizem que sabem fazer, mas não sabem explicar como fizeram. Certamente no seu cotidiano, eles aprenderam algum método prático para fazer tais cálculos, mas não aprenderam na escola como funcionam por completo, e como eles poderiam também aproveitar esse conhecimento já adquirido para alcançar assim, um nível de aprendizado maior do que àquele que já é de posse do aluno. Neste momento o papel do professor é fundamental, pois ele é quem deve vincular e associar os estudos em sala de aula aos conhecimentos dos alunos, sendo o elo entre teoria e realidade. Infelizmente muitos professores chegam despreparados em sala de aula, sem experiência e embasamentos pedagógicos suficientes para enfrentarem tal situação, e recaem sobre o tradicional, a explanação de conteúdo, escrita sucessiva e exercícios que apenas na teoria, são de fixação.

Já no sétimo ano do Ensino Fundamental, são exigidos conhecimentos avançados dos alunos sobre o conteúdo de frações, nos tópicos de Proporção e Equações. Principalmente no contexto das equações fracionárias, os livros já transmitem conhecimentos avançados nos cálculos com frações, utilizando todas as operações, somas e subtrações com denominadores diferentes, juntamente com multiplicações e divisões, e ainda uma ou duas incógnitas. Na maioria dos casos não existe um processo de Ensino – Aprendizagem, mas apenas uma transmissão exagerada de conhecimento onde o que importa é a quantidade de conteúdo que foi transmitido. O objetivo deste trabalho foi criar um material para ser utilizado por professores e alunos, como ferramenta no processo de ensino – aprendizagem de um conteúdo tão importante: as frações.

Trabalhamos o conteúdo de frações com enfoque na sua essência, tentando sempre despertar o raciocínio e conclusão dos alunos. As atividades aplicadas foram em turmas de sétimo ano, e visaram trabalhar o conteúdo de frações de forma simples, mas significativa. O trabalho foi desenvolvido em turmas de sétimo ano, justamente pelo fato de os alunos não apresentarem boa noção sobre o conteúdo. Esse diagnóstico foi concluído após uma aula de revisão, onde foi constatado que a maioria dos alunos não sabia somar frações e não

dominavam conceitos importantes, como o de Frações Equivalentes. Portanto, a utilização do *Origami* foi uma nova tentativa para que os alunos conseguissem finalmente aprender o conteúdo.

Outro material que pode auxiliar o professor no ensino de frações é a “caixa de frações” que pode ser construído com madeira, borracha de *EVA* ou até mesmo papel. Os alunos constroem várias frações utilizando um tamanho padrão de unidade e assim vão manipulando as frações, podendo compará-las, percebendo, por exemplo, uma relação entre as frações equivalentes.

O foco deste trabalho foi que os alunos conseguissem entender a essência do termo “fração” matematicamente, no sentido algébrico e geométrico, propiciando assim que eles conseguissem somar e subtrair frações algebricamente e geometricamente, sem utilização de processos mecânicos e do menor múltiplo comum. Para a multiplicação e divisão também utilizamos o Origami para concluir o processo mecânico usual que utilizamos nestas operações. Assim alguns alunos conseguiram, de fato, construir o seu próprio conhecimento sobre frações através de atividades dirigidas e questionamentos feitos durante os processos de dobradura. Foram trabalhados com os alunos, cinco modelos de origami: Modelo do Copo, das Casas Geminadas, da Borboleta, do Porta Moedas e do Barco.

Segundo Eliane Moreira da Costa, o modelo do Copo é simples e pode ser utilizado para iniciar o trabalho, não exigindo muitas dobras e permitindo que os alunos identifiquem algum significado ou aplicação nas dobras. Este modelo não tem autor conhecido e foi utilizado basicamente para trabalhar a noção de metade na forma triangular, sugerido em [5]. Também utilizamos essa atividade para trabalhar notação de fração, leitura e escrita. O modelo das Casas Geminadas, de Alfredo Giunta, nos permite trabalhar, logo no primeiro passo, com a metade nas formas triangular e retangular, e se trata de um modelo mais elaborado, com dobras um pouco mais complexas e com resultado final surpreendente, deixando os alunos entusiasmados para trabalhar outros modelos. Já com o modelo da Borboleta, de Yoshisawa, vamos trabalhar frações equivalentes, simplificação de frações e soma de frações com metade, quarta parte e oitava parte. Com o modelo do Porta – Moedas vamos continuar trabalhando soma, e subtração também, de frações com metade, terça parte e sexta parte. Com o modelo do Barco, será possível trabalhar com frações decimais, pois o

papel ficará subdividido em dez partes iguais, o que também permite uma melhor compreensão da representação dos números decimais.

## 2 O copo

Essa foi a primeira atividade aplicada, com utilização do método de *Origami* ou dobraduras. Apenas alguns alunos conheciam o método por meio de algumas experiências que já haviam realizado no seu cotidiano, sendo a principal delas o modelo que resulta em um “barquinho”. Vale ressaltar que a importância da utilização do *Origami* também ocorre porque os alunos não utilizam materiais concretos prontos, mas sim produzem o seu próprio material a partir de um simples pedaço de papel branco ou colorido, representando assim uma atividade extremamente construtiva e com baixíssimo custo. Nas atividades aplicadas neste trabalho os alunos receberam a metade de uma folha A4 e lápis de cor para pintar um dos lados. Em [5] é sugerido a utilização, para iniciantes, do papel espelho 15cm x 15cm, colorido de um lado e branco do outro para facilitar a visualização. Segundo o livro também não é aconselhável utilizar papéis que tenham uma única cor em ambos os lados.

Com o desenvolvimento das dobras, o papel começa a ficar dividido em várias partes iguais, que são as frações, o foco deste trabalho. Mas como o processo de dobras também é puramente geométrico existe a possibilidade de se trabalhar diversos conteúdos de Geometria, simultaneamente ou não ao ensino de frações, como segmentos e polígonos proporcionais, elementos de um polígono, área, entre outros. Durante o processo de dobras, eram feitas pausas para que os alunos pudessem ser questionados sobre as divisões da figura e associar tais divisões às frações. Alguns cálculos também eram propostos para que os alunos calculassem geometricamente, ou seja, apenas visualizando a figura e suas partes, sem utilizar qualquer tipo de mecanismo algébrico.

- **Descrição da atividade na primeira turma**

A atividade com o modelo do Copo foi aplicada em momentos diferentes em duas turmas. Cada aluno recebeu uma metade de folha A4 e foi pedido inicialmente que os alunos pintassem um dos lados do pedaço de papel. Como os alunos receberam um pedaço de papel retangular, eles foram orientados a executar algumas dobras, descritas abaixo, para recortar parte da figura e obter assim, o maior quadrado possível. Nenhum aluno apresentou dificuldade neste processo.



Fig.1

Figura 1: A figura acima mostra a primeira dobra realizada no papel retangular que os alunos possuíam (metade de uma folha A4). Esta dobra deixará marcado no papel o maior quadrado possível e sua diagonal. A parte de papel que sobra será cortada e vamos obter um quadrado e uma de suas diagonais conforme figura abaixo.



O procedimento descrito anteriormente para obtenção de um quadrado foi realizado em todas as atividades realizadas neste trabalho, e foi preciso explicá-lo para os alunos apenas na primeira atividade. O objetivo foi utilizar os modelos de Origami como base para que os alunos através das dobras e seus resultados pudessem responder as perguntas que seriam apresentadas durante o desenvolvimento das dobras. O primeiro modelo de Origami utilizado foi o modelo do “copo de origami”, um modelo simples, com poucas dobras, mas com um resultado interessante para os alunos. O processo de dobras segue a seguir.

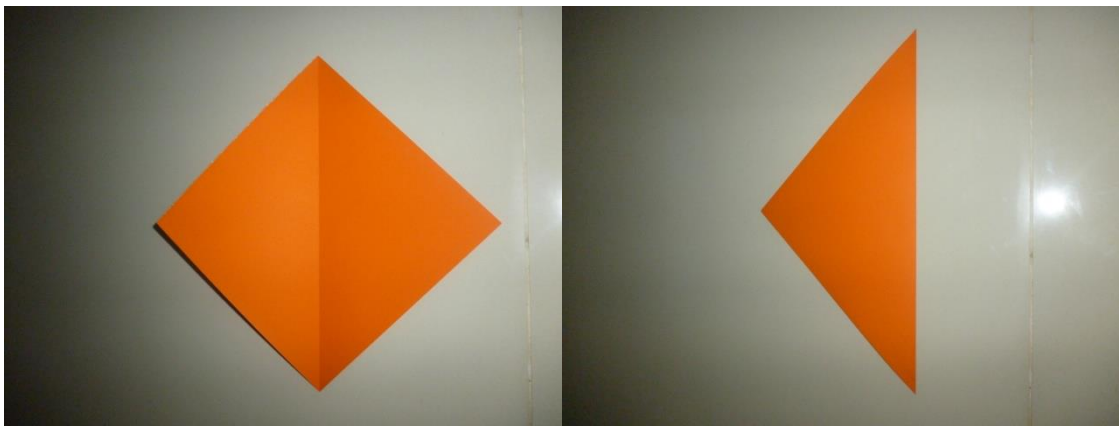


Fig.:2

Figura 2: Marquemos a dobra referente à “justaposição de pontas” que une os dois vértices que não são as extremidades da diagonal que está marcada no papel.

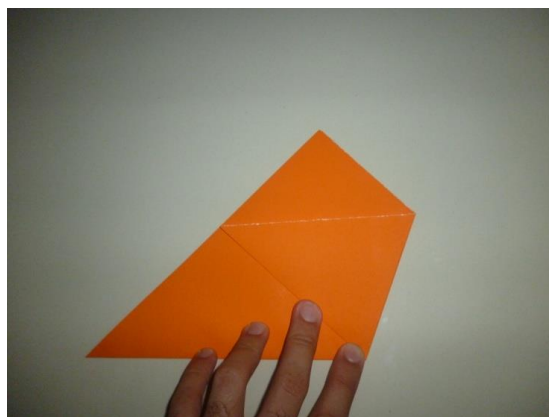


Fig.:3

Figura 3: Marquemos uma dobra que vai trazer um dos vértices da base do triângulo ao seu lado oposto.

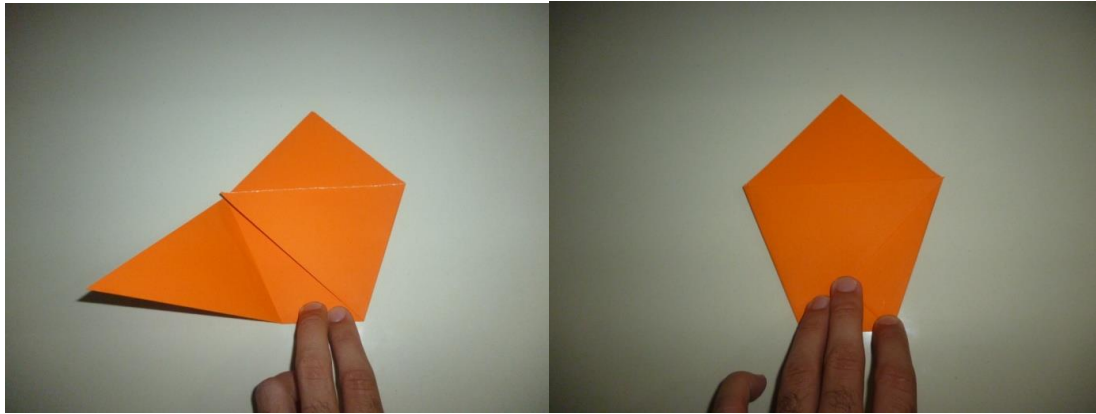


Fig.:4

Figura 4: Façamos o mesmo processo com o outro vértice da base do triângulo. Note que obtemos dois novos triângulos na parte superior do papel.

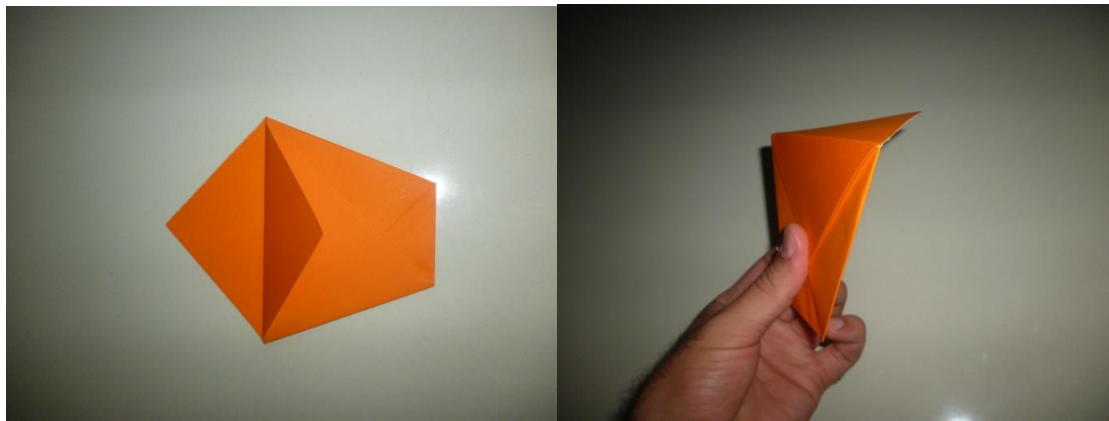


Fig.:5

Figura 5: Façamos a dobra que vai trazer para frente um dos triângulos obtidos.

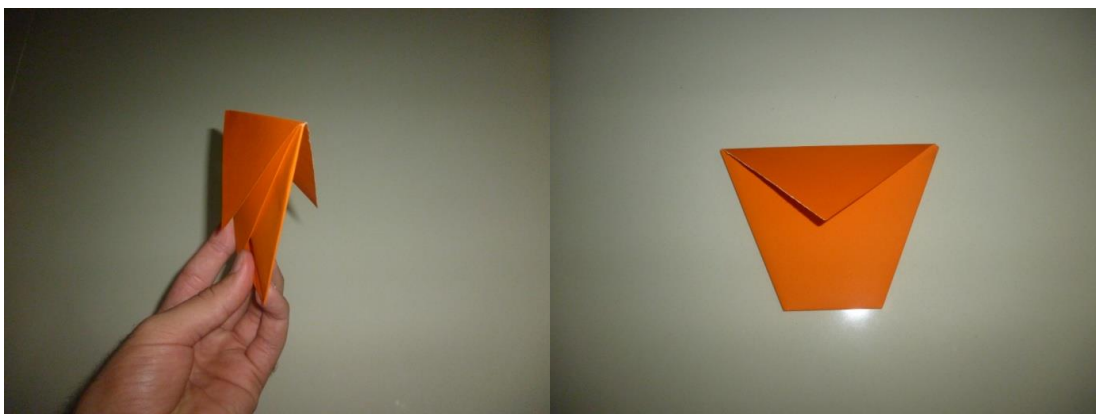


Fig.:6

Figura 6: Façamos a mesma dobra do passo anterior com o outro triângulo. Agora é só abrir o copo e o resultado segue abaixo.

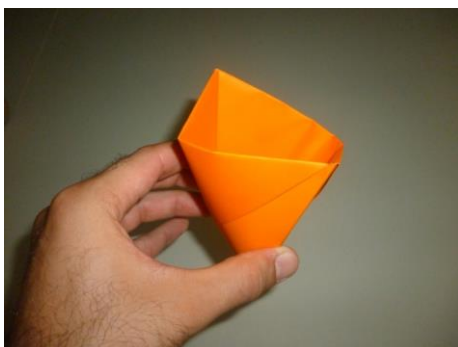


Fig.:7

Depois de os alunos terem construído cada um o seu “copo” podemos debater com eles sobre a importância da água e sua preservação ou ainda sobre formação de hábitos e atitudes sustentáveis. Como o copo pode ser utilizado como porta-recado também podemos estimular o estudo sobre os meios de comunicação. Estas sugestões são dadas por Eliane Moreira da Costa, autora do livro utilizado neste trabalho. Elaboramos um questionário sobre a atividade para apresentar aos alunos e o mesmo segue abaixo.

- **Questionário modelo do *Copo***

1- Ao executar a primeira dobra no papel quadrado, ele fica dividido em duas figuras.

- a) Que figuras são essas?
- b) As duas figuras são iguais ou diferentes?
- c) Cada uma destas figuras representa qual parte do inteiro?
- d) Podemos representar esta parte na forma de fração. Como fica?
- e) Escreva como se lê a fração que você escreveu acima.

f) Se juntarmos duas metades do papel vamos obter que parte do papel?

2- Calcule os resultados abaixo de acordo com suas respostas dos itens anteriores:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$2x \frac{1}{2} =$$

## • Resultado

Os alunos gostaram da atividade de dobradura, não apresentaram dificuldade com as dobras e se mostraram muito interessados e entusiasmados. Para criar um ambiente mais acolhedor os alunos sentaram em forma de “roda” e o professor ficou no centro explicando o passo a passo das dobras. A maioria dos alunos se concentrou para responder o questionário, no entanto, muitos tiveram dúvidas e não estavam seguros em suas respostas. O resultado mostrou que grande parte da turma apresentava pouco conhecimento sobre o assunto. Segue abaixo o resultado mais detalhado sobre o questionário.

1- Ao executar a primeira dobra no papel quadrado, ele fica dividido em duas figuras.

a) Que figuras são essas?

**Todos acertaram.**

b) As duas figuras são iguais ou diferentes?

**Dentre as 21 respostas da turma, 5 responderam "diferentes"**



c) Cada uma destas figuras representa qual parte do inteiro?

**16 erraram ou deixaram em branco.**

d) Podemos representar esta parte na forma de fração. Como fica?

**11 erraram ou deixaram em branco.**

e) Escreva como se lê a fração que você escreveu acima.

**17 erraram ou responderam errado.**

f) Se juntarmos duas metades do papel vamos obter que parte do papel?

**10 erraram ou deixaram em branco.**

2- Calcule os resultados abaixo de acordo com suas respostas dos itens anteriores:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$2x \frac{1}{2} =$$

**14 pessoas erram as duas, ou uma ou deixaram alguma em branco.**

- **Descrição da atividade na segunda turma**

O modelo de Origami utilizado também foi o modelo do “copo de origami” e o procedimento inicial foi o mesmo. Depois de os alunos terem construído cada um o seu “copo” foram elaboramos algumas frases que eles deveriam completar, diferentemente da primeira turma que respondeu um questionário. Como o resultado na primeira turma foi considerado ruim, foi feita essa alteração. Seguem abaixo as frases que os alunos deveriam completar.

1- Ao executar a primeira dobra o papel fica dividido em dois \_\_\_\_\_ exatamente \_\_\_\_\_.

2- Cada um destes \_\_\_\_\_ representa a \_\_\_\_\_ do papel. E esta figura pode ser representada pela fração \_\_\_\_\_. Podemos ler esta fração como um \_\_\_\_\_.

3- Se juntarmos essas duas metades vamos obter o papel \_\_\_\_\_.

4- Da frase acima podemos concluir que:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$2x \frac{1}{2} =$$

## • Resultado

Mais uma vez os alunos gostaram e se interessaram pela atividade de dobradura, e não tiveram dificuldade com as dobras. A maioria também se concentrou para responder as perguntas, mas muitos tiveram dúvidas e não estavam seguros na resposta, o que mostrou também que esta turma também não apresentava conhecimentos básicos sobre o assunto. O resultado detalhado segue abaixo

1- Ao executar a primeira dobra o papel fica dividido em dois \_\_\_\_\_ exatamente \_\_\_\_\_.

**Era esperado que os alunos respondessem (triângulos/iguais) com tranquilidade, mas não foi assim que aconteceu. Muitos não entenderam o que era pra fazer e não sabiam como completar os espaços em branco.**

2- Cada um destes \_\_\_\_\_ representa a \_\_\_\_\_ do papel. E esta figura pode ser representada pela fração \_\_\_\_\_. Podemos ler esta fração como um \_\_\_\_\_.

**Dentre os 12 alunos, a grande maioria apresentou grandes dificuldades em completar as frases acima.**

3- Se juntarmos essas duas metades vamos obter o papel \_\_\_\_\_.

Esta frase os alunos não conseguiram completar corretamente, pois não entendiam. Foi preciso explicar mais claramente e fazer uma pergunta direta.

**Dentre os 12 alunos, 10 responderam corretamente.**

4- Da frase 3 acima podemos concluir que:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$2x \frac{1}{2} =$$

**Dentre os 12 alunos, 3 responderam corretamente a soma na forma  $\frac{2}{2}$ . Mas a multiplicação todos erraram respondendo  $\frac{2}{4}$  o que normalmente é esperado.**

Apesar das dificuldades apresentadas pelos alunos, em ambas as turmas, no geral, eles não tiveram dificuldade em entender a explicação sobre cada resposta, onde foi utilizado o quadro branco e o próprio papel que eles possuíam em mãos. Para explicar as respostas da última questão dos questionários, foi necessário fazer uma breve revisão sobre o conceito geral de multiplicação como soma de parcelas iguais, já que os dois itens da última questão eram equivalentes. O objetivo era que eles fossem capazes de concluir que a ação de “juntarmos duas metades do papel” pode ser representada através da linguagem matemática por  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  ou ainda  $2x \frac{1}{2} = 1$ . Essa atividade também mostrou que normalmente quando ensinamos apenas utilizando o quadro e o livro, os alunos não conseguem assimilar toda a linguagem matemática apresentada, por isso precisamos utilizar o material concreto.

### 3 *Casas Geminadas*

O segundo modelo utilizado foi o “casas geminadas” de Alfredo Giunta, segundo Eliane Moreira da Costa. Para trabalhar com os alunos eles receberam novamente uma metade de folha A4 e foi pedido novamente que eles obtivessem o maior quadrado possível através de uma dobra, e em seguida pintassem um dos lados do pedaço de papel obtido. Depois de retirado a sobra de papel, cada aluno terá em mãos um papel quadrado dividido ao meio em dois triângulos, sendo importante pedir para que cada aluno observe atentamente o papel, e questionemos sobre que parte do quadrado cada triângulo representa.

Em seguida deve-se pedir para cada aluno marcar a dobra referente à “justaposição de lados” que mostrará o papel também dividido em duas partes retangulares. Deve-se perguntar novamente aos alunos que parte do quadrado cada retângulo representa. Neste momento chegaremos ao objetivo desta atividade que será questionar se as metades, em formas diferentes, representam a mesma fração do quadrado ou papel. É interessante questionar se as formas diferentes representam a mesma quantidade de papel, perguntando, por exemplo, em qual das metades os alunos gastariam mais tinta para pintar. Também é possível abordar neste modelo diversos tipos de frações, pois o papel chegará a ficar dividido em 16 partes iguais, e se for interessante, podemos fazer também um diagnóstico sobre os conhecimentos geométricos dos alunos.

Com a aplicação desta atividade será possível verificar se a construção do conceito de metade do inteiro está bem estruturada. Devemos então concluir com os alunos que a forma não interfere, e para justificar podemos apresentar uma justificativa geométrica para tal fato, e esta poderá ser feita durante o processo de dobradura do próximo modelo, o da Borboleta. Conforme feito nos modelos anteriores, elaboramos um questionário para os alunos responderem durante o processo de dobraduras. Segue o questionário que cada aluno respondeu.

- **Questionário modelo *Casas Geminadas***

1- Quando marcamos a primeira dobra, formamos um quadrado, retirando o excesso de papel. Este quadrado fica dividido em quantas partes? Que figura geométrica cada uma das partes representa? E que fração do inteiro cada uma representa?

2- Quando marcamos a segunda dobra, o quadrado também fica dividido em dois retângulos. Qual fração do inteiro cada retângulo representa?

3- Se pintarmos um dos triângulos e um dos retângulos mencionados nas perguntas anteriores, em qual figura iremos gastar mais tinta?

Nenhum aluno apresentou dificuldade nas duas primeiras perguntas, mas muitos alunos responderam errado a terceira pergunta, isto é, alguns responderam que gastariam mais tinta pintando o triângulo e outros responderam que gastariam mais tinta pintando o retângulo. O que mostrou que a construção do conceito de metade de um inteiro não estava bem estruturada. Em seguida concluí com os alunos que a forma não interfere, e que se ambos são a metade, gastaremos a mesma quantidade de tinta. Teoricamente os alunos entenderam a explicação do conceito, mas isso não é bastante, pois o ideal seria que eles pudessem ver de fato, que as duas formas representam a metade do papel. No próximo modelo que será trabalhado, será mais fácil mostrar através das dobras, que o triângulo e o retângulo são equivalentes, o que será mais significativo para eles poderem de fato, visualizar este fato.

Segue abaixo todo o processo de dobraduras para a obtenção do modelo das “casas geminadas” de origami.

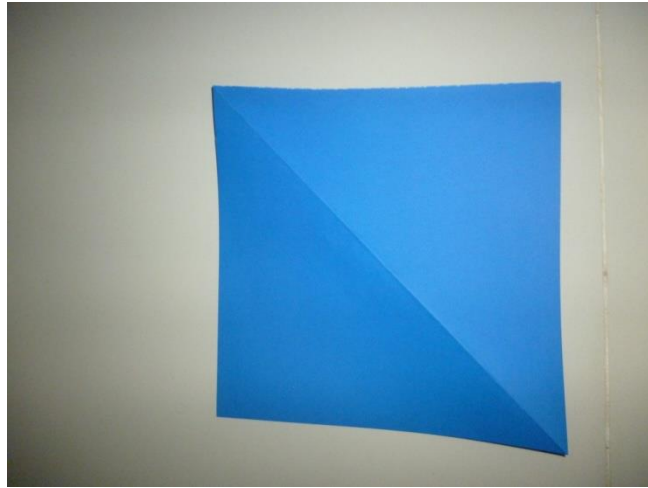
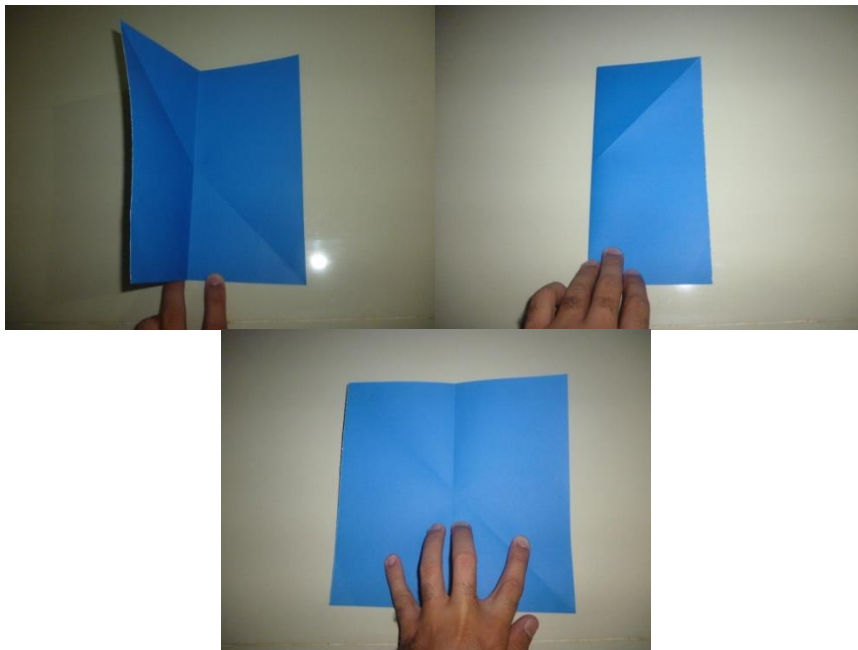


Fig.:1

Figura 1: Lembremos que o primeiro passo foi descrito acima onde entregamos uma folha de papel A4 aos alunos e fazemos uma dobra para marcar o maior quadrado possível. Em seguida recortamos a sobra. Na figura1 temos um quadrado dividido em dois triângulos. Para o quadrado ficar dividido em dois retângulos será necessário fazer uma dobra unindo-se dois lados opostos do quadrado. Esta dobra é chamada de Justaposição de lados ou “juntar lado com lado” e pode ser observado nas figuras abaixo:



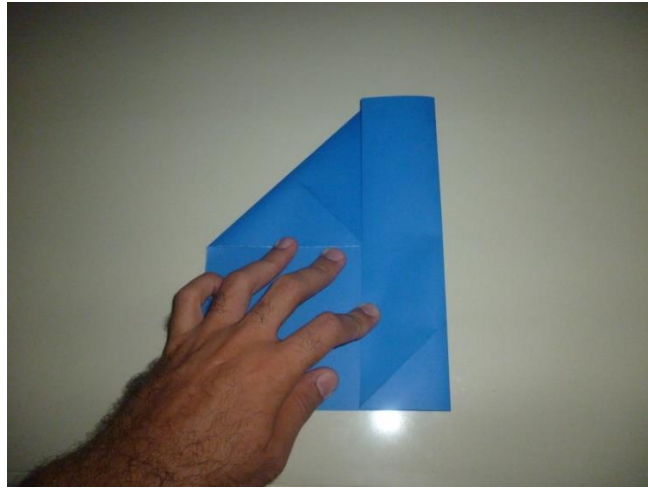


Fig.: 2

Figura 2: Agora com o papel dividido em dois retângulos, deve-se pedir para que os alunos façam uma dobra que une uma ponta (ou vértice do quadrado) ao seu centro, e façam uma dobra unindo-seum lado (que não contém o vértice escolhido) também ao centro do quadrado.

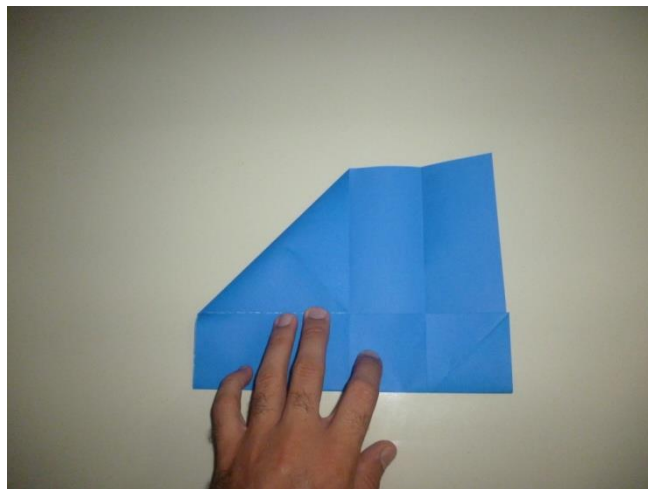


Fig.: 3

Figura 3: Agora os alunos devem abrir a dobra realizada no passo anterior e em seguida realizar o mesmo processo com outro lado do quadrado. Este lado deve ser adjacente ao lado escolhido e não conter o vértice escolhido no passo anterior.

Pedimos para os alunos abrirem a dobra realizada no passo anterior. Observem que uma metade do quadrado ficou destacada no papel, dividida em oito quadradinhos,

representando cada um deles a décima sexta parte do nosso inteiro. Cabe neste momento perguntar aos alunos qual parte do inteiro representa cada um desses quadradinhos, e pedir para que eles respondam na forma de fração e por extenso.

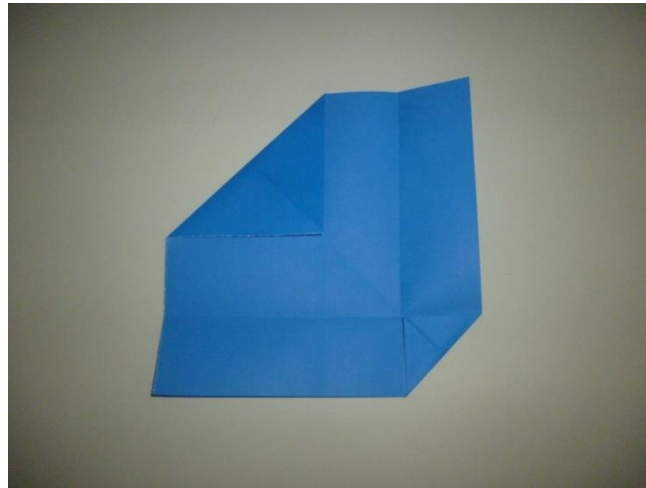


Fig.: 4

Figura 4: Agora os alunos devem fazer uma dobra utilizando um vértice do maior quadrado. Este vértice deve ser exatamente oposto ao vértice trazido ao centro na fig.:2. Este vértice será sobreposto ao outro vértice do mesmo quadradinho ao qual pertence.

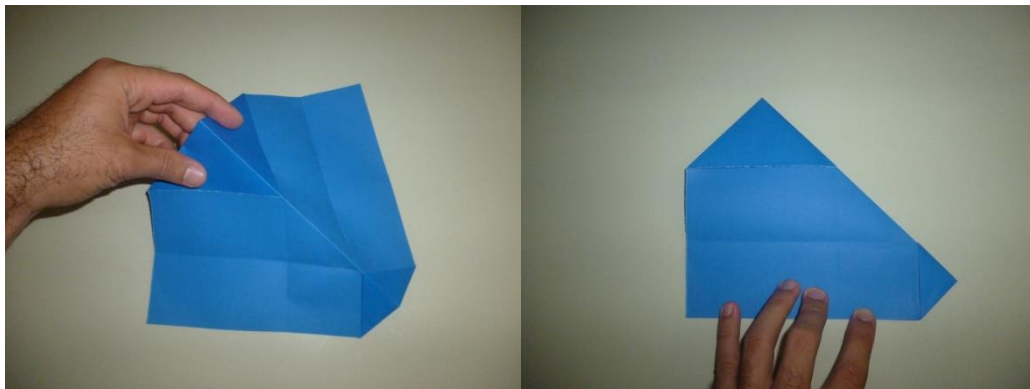


Fig.: 5

Figura 5: Neste passo cada aluno irá dividir ao meio, a figura obtida no passo anterior. Vamos dividir a figura ao meio marcando uma dobra que une os dois vértices que sobraram do maior quadrado e que ainda estavam em suas posições originais. Esta dobra deve ser feita para trás.



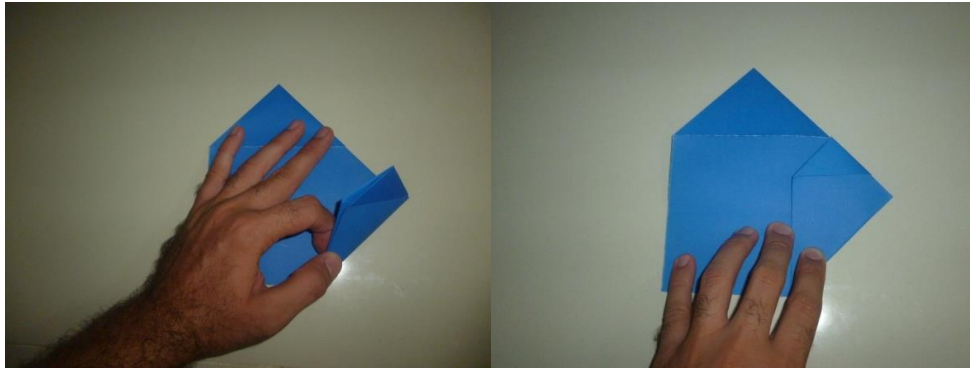


Fig.: 6

Figura 6: Agora cada aluno deve marcar uma dobra que desloca um dos vértices do menor triângulo obtido até a base do maior triângulo. Este vértice é oposto ao maior lado deste menor triângulo.

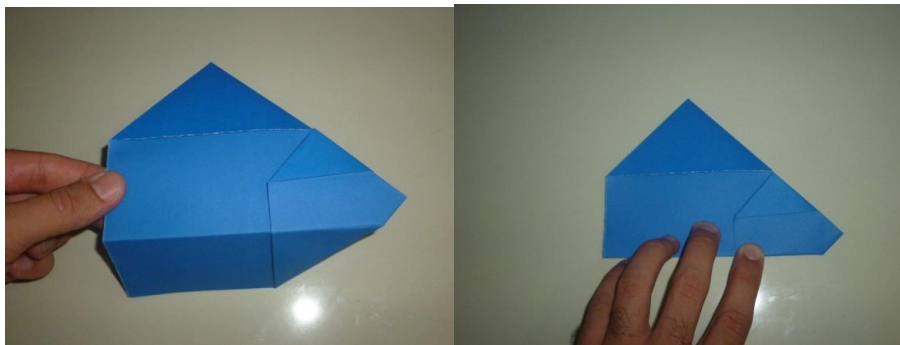


Fig.: 7

Figura 7: Neste passo devemos fazer uma dobra que vai gerar uma base de papel para as casas geminadas. Observe que surgiu um triângulo ainda menor em posição deslocada em relação aos outros dois. Este triângulo se encontra no canto direito da figura acima.

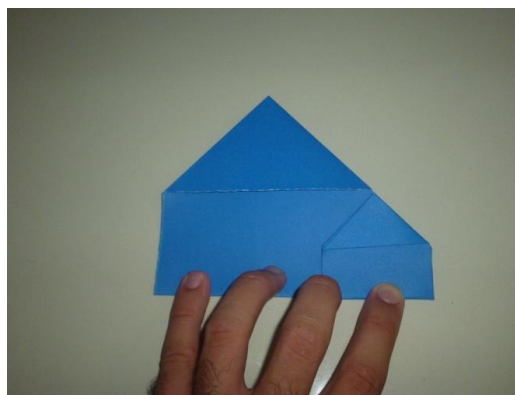


Fig.: 8

Figura 8: Para finalizar as dobras devemos dobrar para trás o menor triângulo (ou uma ponta) mencionado no passo anterior que está no canto inferior direito da figura.

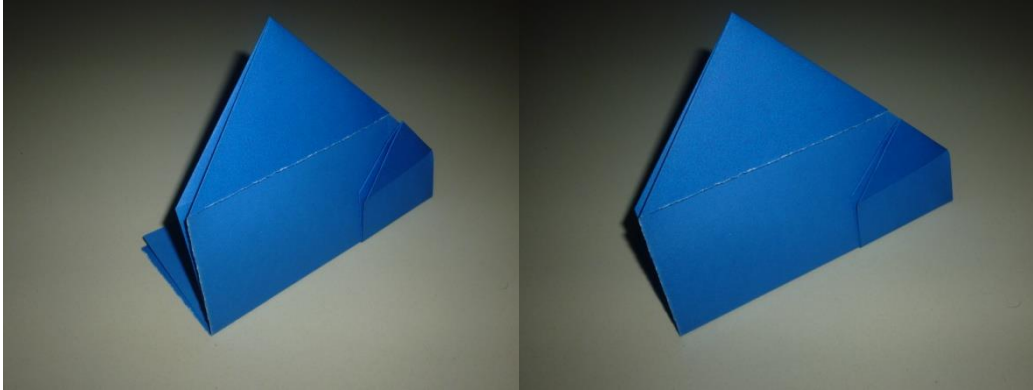


Fig.:9

Figura 9: Resultado final e “casas geminadas” prontas. Note que as casas estão apoiadas sobre uma base de papel na parte de trás, conforme mencionado na figura 7.



Trabalhos feitos pelos alunos

## 4 *A Borboleta*

Foi aplicado nesta atividade o modelo da "borboleta" de origami. O objetivo era trabalhar simplificação, soma e subtração de frações utilizando principalmente a visualização geométrica, isto é, a malha obtida através das dobras do papel. Portanto, se trata de um momento importante para o aprendizado dos alunos, e o material concreto tem papel fundamental para estimular os alunos e tornar mais prazeroso o processo de ensino – aprendizagem. Lembremos que os alunos, em geral, apresentam grandes dificuldades em tratar deste assunto apenas de forma abstrata, através de conteúdo escrito no quadro, leitura do livro didático e prática de exercícios no caderno. A utilização do material concreto é extremamente importante porque inicialmente ele desperta o interesse e curiosidade do aluno, traz mais prazer para as aulas de Matemática fazendo com que os alunos sejam mais participativos.

Durante o processo de dobras do modelo da “borboleta” obtemos uma malha composta por quatro triângulos congruentes, que determinam uma das metades do papel na forma triangular. Com essa malha em mãos e com o deslocamento de um destes triângulos pequenos é possível observar a formação do retângulo que também representa a metade do papel, conforme questionado no primeiro modelo de origami trabalhado neste trabalho.

Observe as imagens abaixo:

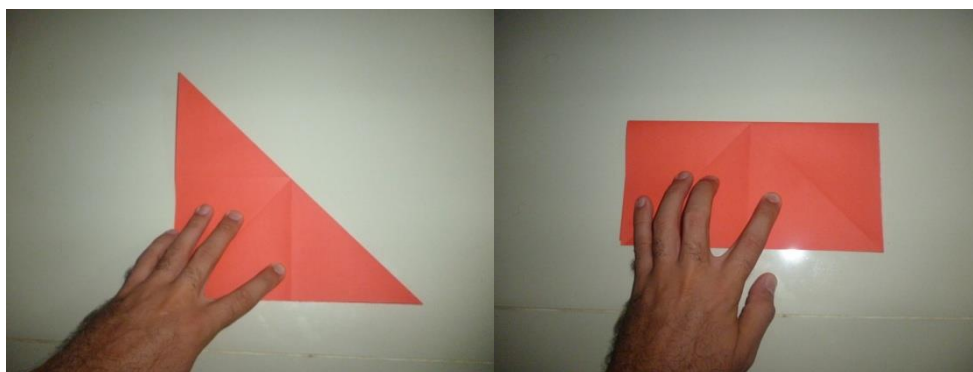


Fig.1

Fig.2

A figura 1 mostra a metade do papel na forma triangular, composta por quatro triângulos pequenos e congruentes. Deslocando o triângulo que está no canto superior

esquerdo e trazendo para o canto inferior direito, obtemos a metade na forma retangular da figura 2.

Continuando as dobras do modelo, num dado momento é obtido uma malha onde o papel fica dividido em oito triângulos pequenos e congruentes, portanto cada um deles representa a oitava parte do papel. A observação desta malha nos permite trabalhar simultaneamente frações com denominadores 2, 4 e 8, e verificar se os alunos são capazes de concluir resultados apenas através da visualização da figura, sem cálculos e fórmulas. Por isso elaboramos um novo questionário para que cada aluno respondesse.

Observe a figura que mostra o papel dividido em oito triângulos congruentes.



- **Questionário modelo da *Borboleta***

1- Observe a figura e escreva em quantas partes iguais ela está dividida. Que fração da figura cada uma dessas partes representa?

2- Se juntarmos 4 dessas partes que fração da figura vamos obter? Simplifique essa fração observando a figura.

3- Observe a figura e dê o resultado das somas abaixo. Simplifique os resultados observando a figura.

a)  $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} =$

b)  $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} =$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{8} =$

d)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$

Com a figura em mãos, os alunos não tiveram dificuldade em responder o questionário, o que realmente já comprovou a eficácia do método. De fato, a visualização geométrica possibilitou os alunos resolverem questões que ainda não eram capazes de resolver apenas algebricamente. Então podemos tornar este momento como uma introdução para que eles consigam posteriormente efetuar procedimentos algébricos, mas já com outro embasamento. Sabemos que todos os métodos algébricos para efetuar os cálculos propostos acima e outros, são extremamente eficientes e necessários, principalmente no Ensino Médio. No entanto, os alunos em geral apresentam muita dificuldade em abstração, por isso este tipo de atividade se faz tão necessária, para que eles não apenas absorvam ou decorem fórmulas, mas que sejam capazes de raciocinar.

Segue abaixo todo o processo de dobraduras para a obtenção do modelo da “borboleta” de origami.



Fig. 1

Figura 1: Conforme os modelos anteriores, no primeiro passo entregamos uma folha de papel A4 aos alunos e fazemos uma dobra para marcar o maior quadrado possível. Em seguida recortamos a sobra e obtemos um quadrado dividido em dois triângulos.

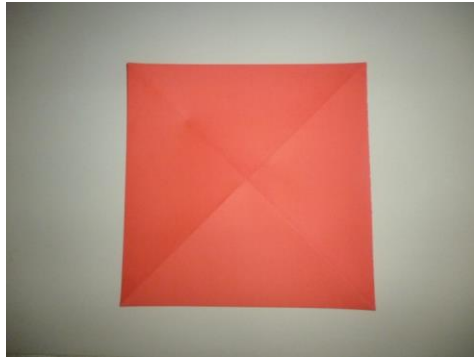


Fig. 2

Figura 2: Neste passo pedimos para os alunos fazerem uma dobra que une as duas extremidades da diagonal ficou marcada na figura 1.



Fig. 3

Figura 3: Neste passo pedimos para os alunos marcarem a dobra referente à “justaposição de lados”.

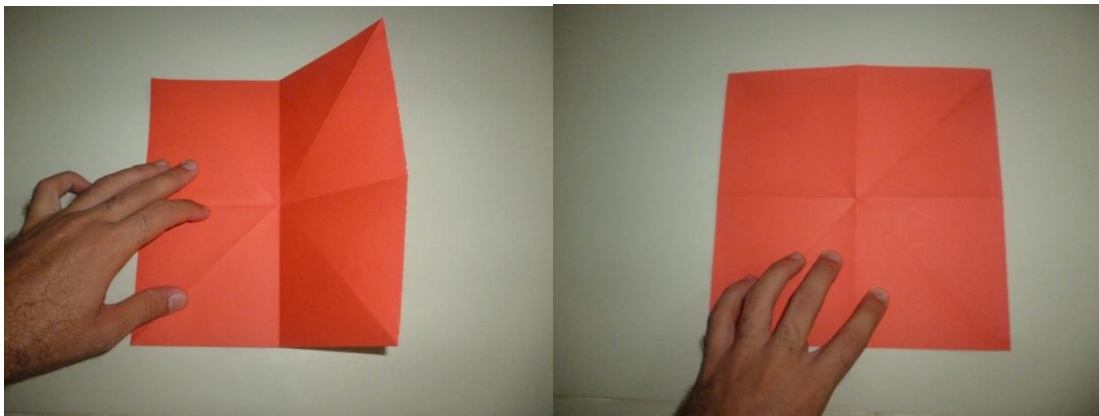


Fig. 4

Figura 4: Neste passo pedimos novamente para os alunos marcarem a dobra referente à “justaposição de lados”. Agora ficaremos com um quadrado dividido em oito triângulos congruentes.

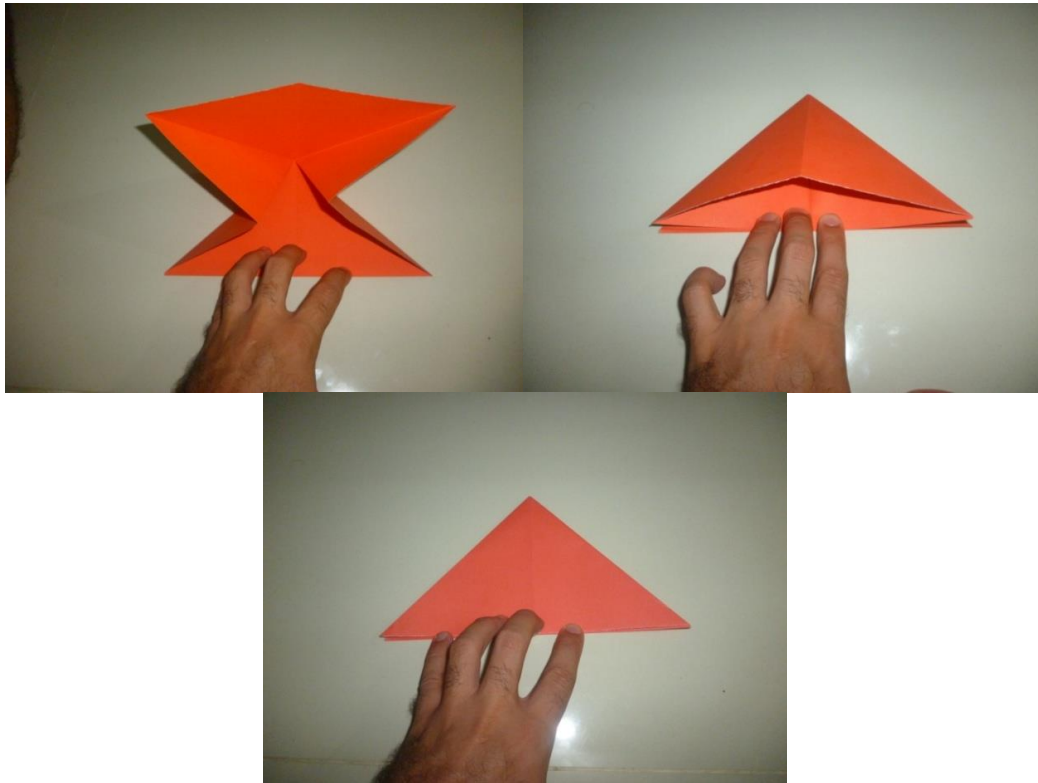


Fig. 5

Figura 5: Neste passo os alunos precisam marcar uma dobra que não é simples. É preciso dobrar para dentro, simultaneamente, dois pontos médios de dois lados opostos conforme a figura. Ao dobrar estes pontos médios ficarão determinados dois triângulos no papel, um superior e o outro inferior, que estarão justapostos.

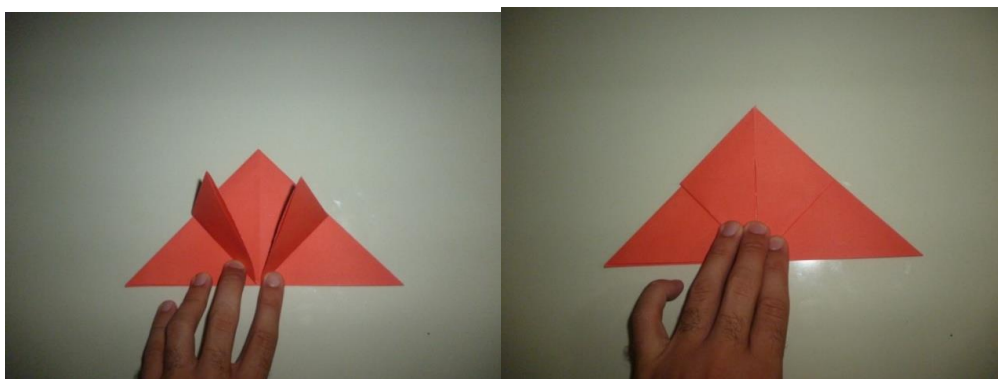


Fig. 6

Figura 6: Neste passo vamos trabalhar com o triângulo que está sobre o papel. Devemos juntar os dois vértices da base ao outro vértice. Em seguida vamos virar a figura e trabalhar com o outro triângulo no próximo passo.

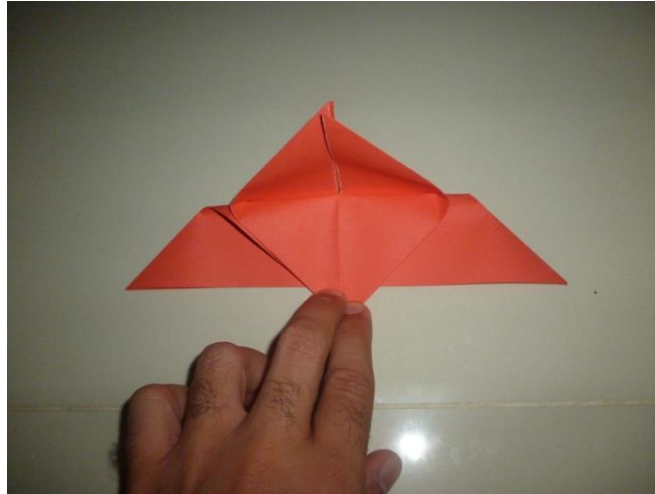


Fig. 7

Figura 7: Depois de virado o papel, vamos trabalhar com o outro triângulo que ainda está intacto. Marcaremos então uma dobra que vai trazer o vértice oposto à base até um nível abaixo da base. Após essa dobra vamos visualizar os dois vértices do outro triângulo que foram dobrados para cima.

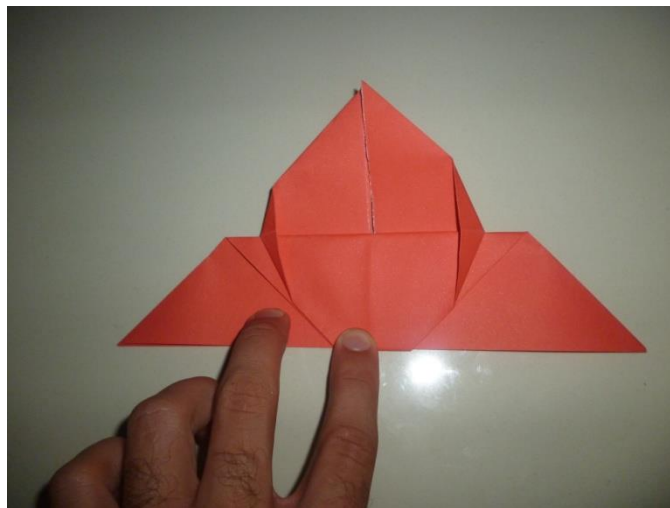


Fig. 8

Figura 8: Agora devemos dobrar para trás a sobra de papel que ficou abaixo da base, após efetuarmos a dobra no passo anterior.



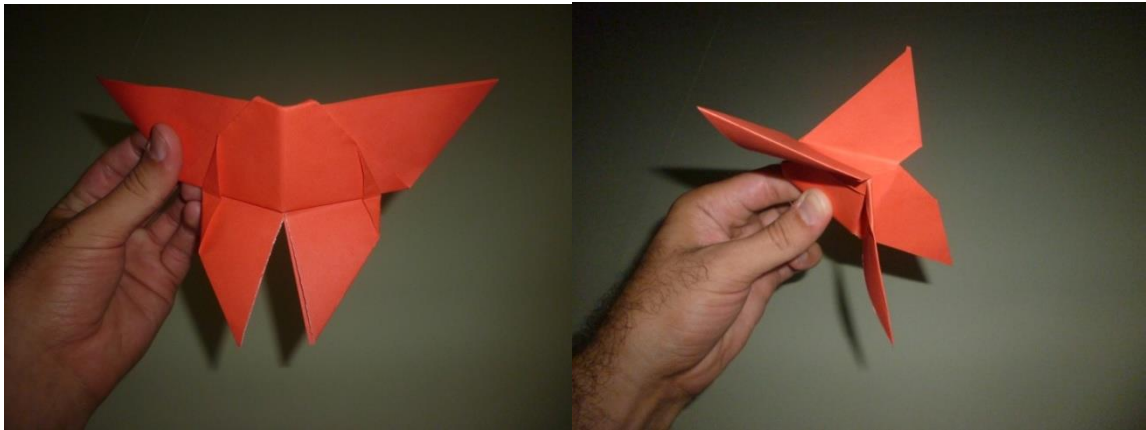


Fig. 9

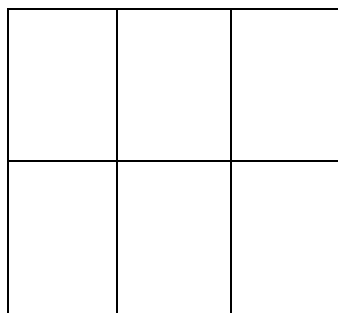
Figura 9: Girando o papel em  $180^{\circ}$  e marcando a dobra que divide o papel no meio, obtemos a borboleta. Para finalizar dobres as “asas da borboleta”.

## 5 Porta – Moedas

Nesta atividade foi utilizado o modelo de "PORTA-MOEDAS" de origami. O objetivo deste modelo era trabalhar novamente simplificação, soma e subtração de frações, porém com denominadores 2, 3 e 6, utilizando apenas o raciocínio e a visualização geométrica da malha gerada através das dobraduras. No primeiro passo durante as dobraduras o papel fica dividido em três retângulos congruentes, e em seguida, cada um destes retângulos é dividido ao meio. Obtemos assim uma malha dividida em seis retângulos congruentes, e, portanto, cada retângulo representa a sexta parte do quadrado inicial. Ao efetuarmos a dobra que divide a figura em seis retângulos, pode-se mostrar "a metade da terça parte" e podemos já inserir a ideia para divisão de frações. Vejamos se os alunos conseguem tirar alguma conclusão sobre o resultado obtido algebricamente, e posteriormente, podemos inserir o processo mecânico que utilizamos normalmente na divisão de frações, mas sem muita formalização. Utilizando o resultado já encontrado no modelo anterior da "metade da metade" e "metade da quarta parte" construímos uma tabela e verificamos se os alunos tiravam alguma conclusão. Nas turmas trabalhadas aqui neste trabalho, todos os alunos perceberam que existia uma multiplicação. A tabela segue abaixo:

Fração	Metade	Resultado
Metade $\left(\frac{1}{2}\right)$	Metade da metade $\left(\frac{\frac{1}{2}}{2}\right)$	$\frac{1}{4}$
Terça parte $\left(\frac{1}{3}\right)$	Metade da terça parte $\left(\frac{\frac{1}{3}}{2}\right)$	$\frac{1}{6}$
Quarta parte $\left(\frac{1}{4}\right)$	Metade da quarta parte $\left(\frac{\frac{1}{4}}{2}\right)$	$\frac{1}{8}$

Neste modelo os alunos já se mostraram adaptados às dobraduras e ainda com muito interesse, curiosidade e participação. Como já foi mencionado, o trabalho em sala de aula com origami se mostrou muito produtivo, e apesar de parecer uma atividade muito repetitiva, não é. Como existem vários modelos conhecidos que podem ser trabalhados, e cada um com um resultado surpreendente, os alunos sempre se mostram curiosos e entusiasmados pelo resultado das dobras que estão realizando. Este entusiasmo e animação são os “combustíveis” necessários para que possamos tornar as aulas de matemática divertidas, dinâmicas e imprevisíveis. Durante as dobras do modelo de "PORTA-MOEDAS" obtemos uma malha dividida em seis retângulos congruentes que segue abaixo:



Com o papel dividido conforme a malha acima elaboramos um questionário com algumas operações para que os alunos pensassem e tentassem resolver.

- **Questionário modelo *Porta Moedas***

Encontre o resultado das somas abaixo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{3} =$$

Já no primeiro cálculo acima, os alunos perceberam imediatamente que  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  e  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ , portanto fizeram o cálculo com tranqüilidade. E logo não apresentaram dificuldade nos outros dois cálculos. Nesta atividade os alunos já mostraram saber intuitivamente que não é possível somar frações com denominadores diferentes, e que precisamos trocá-las por frações equivalentes. Quando normalmente fazemos esses cálculos apenas no quadro, não conseguimos um resultado tão bom e tão rápido no que tange ao entendimento e produção deles. Esse fato ocorre porque trabalhamos apenas procedimentos mecânicos e “decoreba”. Em alguns casos até tentamos ensinar todas as idéias possíveis que envolvem o conceito de fração, tentando despertar o raciocínio dos alunos, mas também não conseguimos bons resultados porque não utilizamos material concreto. Ou seja, o material concreto é muito importante, pois basicamente, motiva, desperta o interesse dos alunos e os tornam de fato, ativos no seu processo de aprendizagem. Segue abaixo o procedimento completo das dobras para se obter o Porta Moedas de origami.

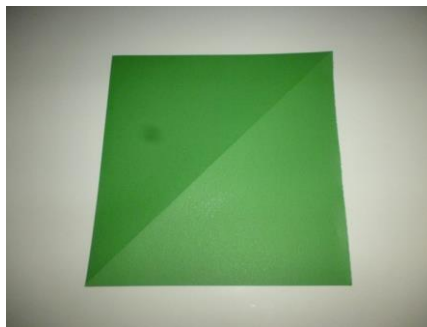


Fig.1

Figura 1: Começamos o procedimento das dobras com um pedaço de papel quadrado como nos outros modelos. Este pedaço é obtido após realizarmos uma dobra em papel retangular (A4).



Fig.2

Figura 2: No passo 2 vamos dividir o papel em 3 partes iguais e para isso precisamos movimentá-lo em “S” como mostra a figura acima.

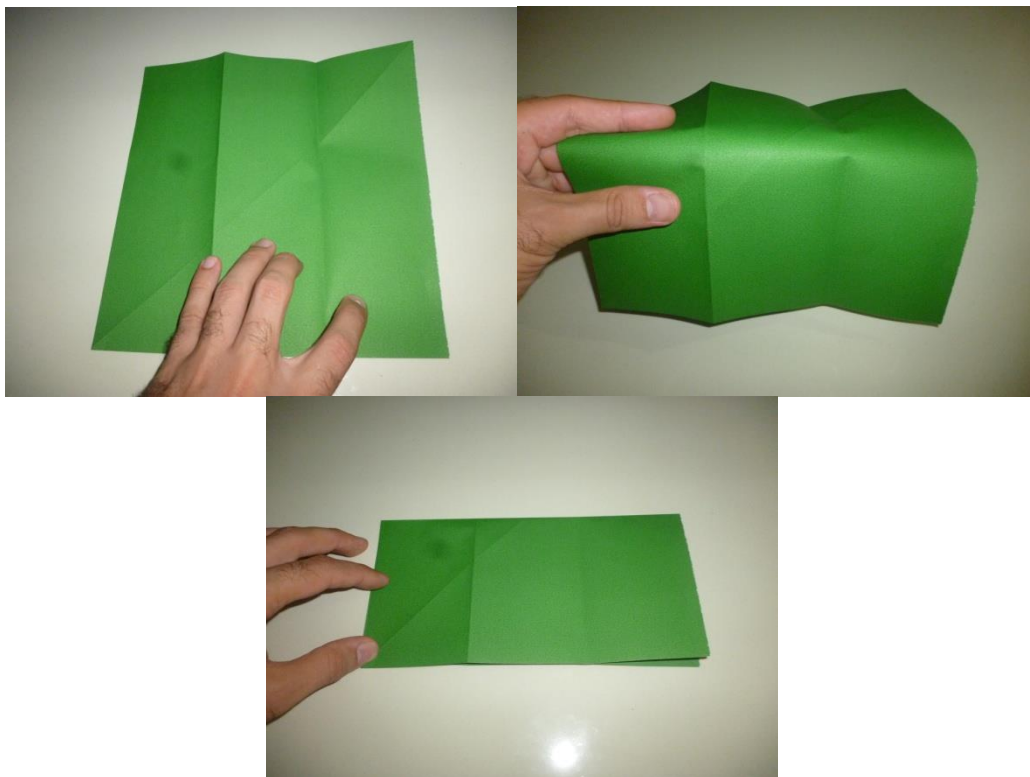


Fig.3

Figura 3: Agora com o papel dividido em 3 partes iguais, vamos dobrá-lo no meio para que agora o papel fique dividido em 6 partes iguais.

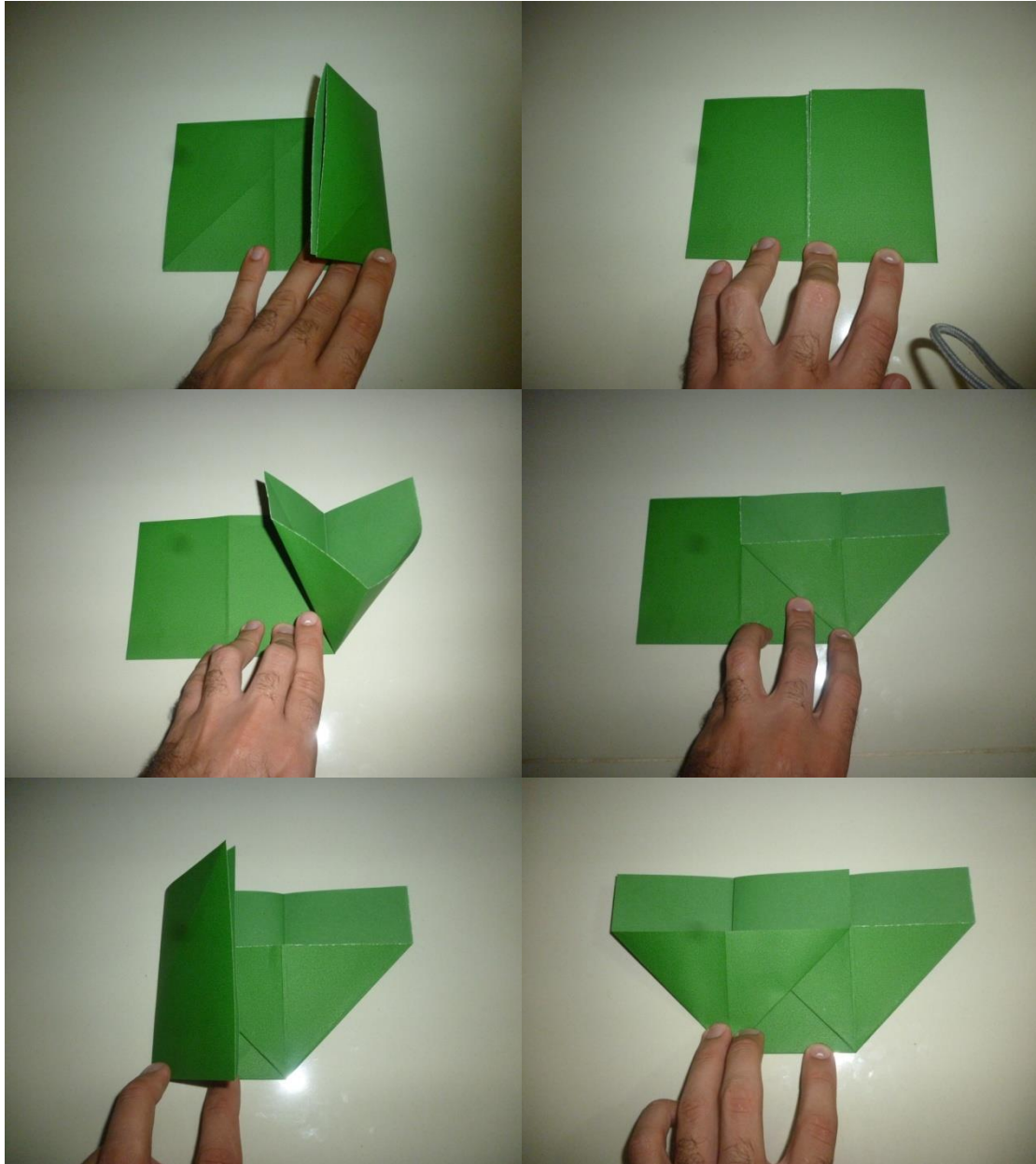


Fig.4

Figura 4: No passo 4, utilizaremos o papel dobrado ao meio, portanto teremos três partes retangulares. Primeiramente vamos dobrar para dentro a parte do canto direito, e vamos marcar a dobra pela própria divisão do papel. Em seguida vamos pegar esse retângulo e vamos abri-lo completamente fazendo um movimento de baixo para cima, e pressioná-lo

sobre o resto do papel. Desta forma vamos obter um triângulo. Em seguida façamos o mesmo procedimento com a parte retangular que está no canto esquerdo, e vamos obter assim dois triângulos sobrepostos.

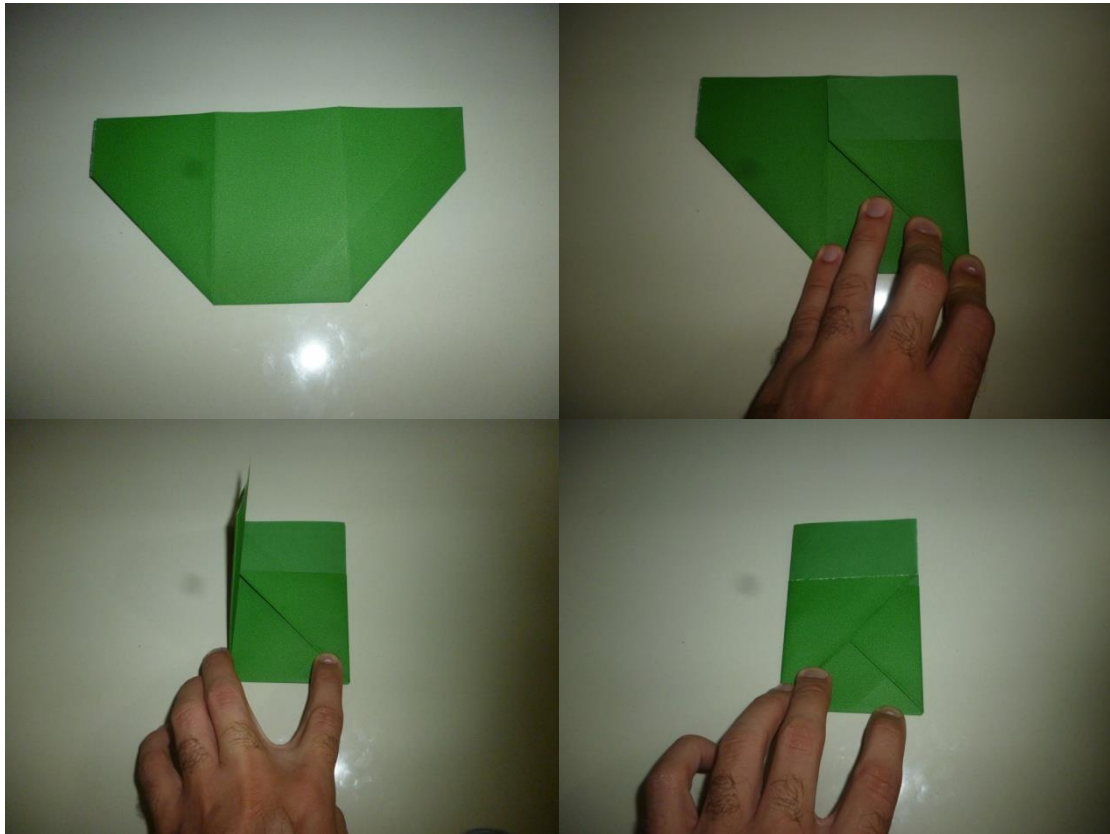


Fig.5

Figura 5: No passo 5, viremos o papel ao contrário para que os triângulos obtidos no passo anterior fiquem voltados para dentro ou para o chão. Agora a figura está dividida em dois trapézios e um retângulo central. Note que a base maior de cada trapézio coincide com o maior lado do retângulo. Dobraremos os dois trapézios para dentro, um de cada vez, marcando a dobra por este lado comum aos trapézios e ao retângulo. E assim ficamos com dois triângulos sobrepostos e no topo da figura dois retângulos também sobrepostos.

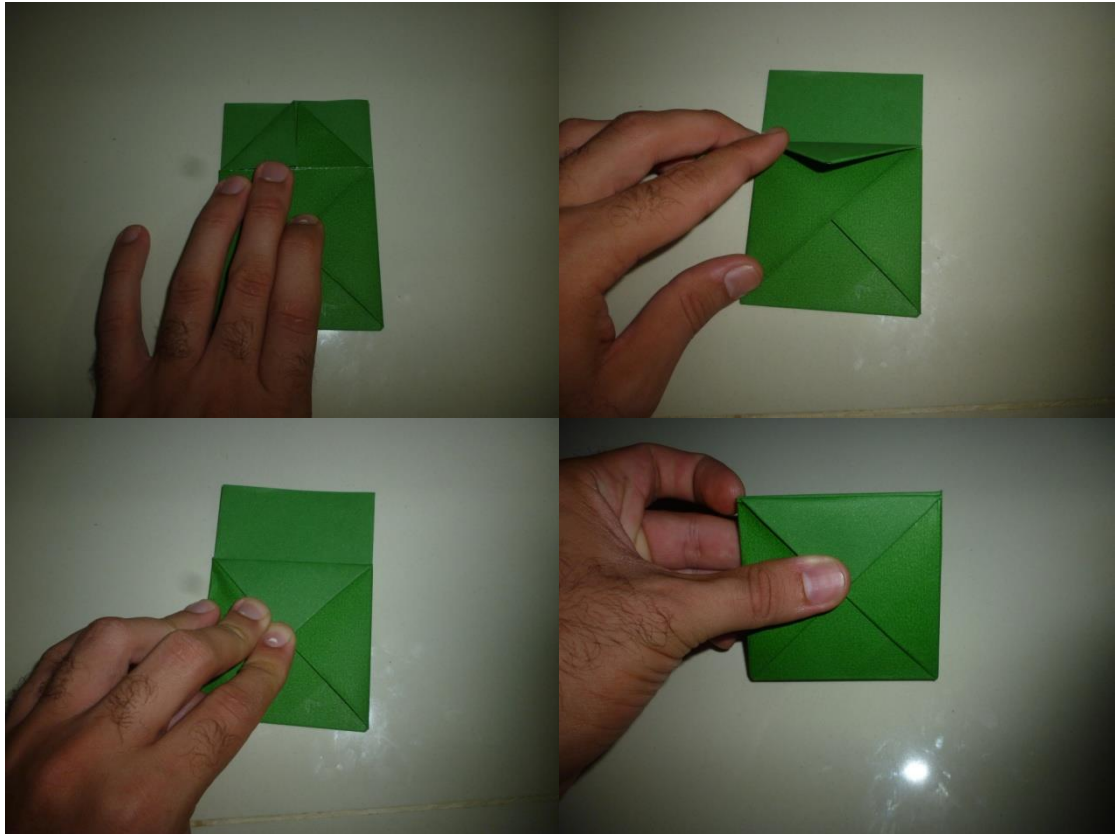


Fig.6

Figura 6: No passo 6, começaremos dobrando os dois vértices superiores de um dos retângulos. Imagine que o retângulo fosse dividido em dois quadrados idênticos. Marcaremos duas dobras exatamente pelas diagonais desses dois quadrados, levando os dois vértices superiores do retângulo para o lado oposto. Vai parecer então um triângulo que deve ser dobrado para baixo. Em seguida fazemos o mesmo procedimento com o outro retângulo que sobrou na parte superior do papel. Por fim, obtemos o Porta- Moedas.



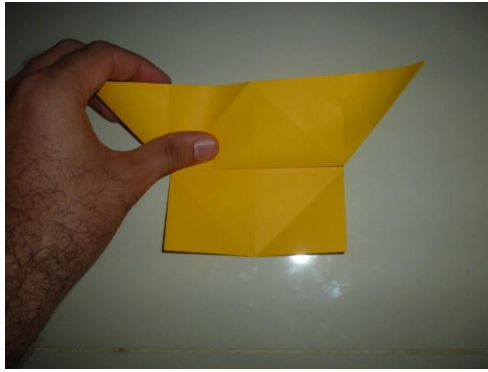


## 6 O Barco

Nesta atividade trabalhamos o último modelo deste trabalho, o “BARCO” de origami. Este modelo é muito interessante, pois a partir dele podemos gerar outro objeto muito conhecido dos alunos, o “CATA-VENTO”. Em todas as atividades deste trabalho não informamos previamente os alunos qual seria o resultado das dobras, deixando-os curiosos e tornando sempre num momento surpreendente. Nesta última atividade eles se surpreendem ainda mais, pois construímos dois objetos distintos a partir do mesmo modelo e com poucas dobras diferentes para finalização.

Com este modelo o papel ficará dividido em 10 partes iguais, e assim podemos introduzir ou reforçar o conceito de frações decimais e números decimais que é o objetivo principal desta atividade. Como já trabalhamos o conceito de frações equivalentes, com as frações decimais em mãos, poderemos também estender o estudo para frações centesimais e trabalhar com Porcentagem. Em geral os professores trabalham números decimais apenas com regras e por isso poucos alunos conseguem de fato, entender o que estão fazendo e carregam este conteúdo defasado até mesmo, para o Ensino Médio.

O objetivo desta atividade é apenas introdutório, mas não menos importante. Não foi desenvolvido neste trabalho um trabalho seqüencial com números decimais até as operações, o foco foi justamente que o aluno conseguisse entender a relação que há entre frações e os números decimais, mas não apenas pela divisão de numerador por denominador, mas relacionando frações decimais e centesimais com décimos e centésimos. Segundo Eliane Moreira da Costa, a malha deste modelo está presente na construção de vários modelos em origami e nos permite trabalhar também simplificação e operações com frações, e diversos conteúdos de geometria. Com o papel dividido em 10 triângulos congruentes, conforme imagem abaixo foi elaboramos um questionário, que segue abaixo, e apresentamos aos alunos.



- **Questionário modelo *Barco***

A figura acima está dividida em 10 triângulos congruentes:

- a) Qual parte da figura cada triângulo representa? Represente esta parte através de uma fração e através de um número decimal.
- b) Represente agora utilizando apenas números decimais as partes: 3 décimos, 5 décimos e 8 décimos.
- c) Calcule o resultado das somas:  $0,2 + 0,5$  e  $0,1 + 0,9$ .
- d) Quantos quadrados você vê na figura?
- e) Qual fração do inteiro representa o MAIOR quadrado? E o MENOR?
- f) Qual fração do inteiro representa o MAIOR triângulo?
- g) Podemos concluir que o MAIOR quadrado e o MAIOR triângulo são figuras equivalentes? Porque?

Nesta atividade os alunos não apresentaram dificuldades em concluir que cada um dos dez triângulos corresponde a um décimo do inteiro, no entanto já era esperado que a maioria deles não soubesse responder utilizando números decimais. A maioria dos alunos não sabia transformar uma fração em número decimal, então foi explicado que bastava fazer a divisão do numerador pelo denominador e aproveitamos o momento para fazer uma revisão sobre os métodos e processos práticos utilizados para fazer uma divisão. Também foi explicado em

como se fazer para relacionar uma fração decimal com a quantidade de décimos de um número decimal. Já na (letra b) a maioria não apresentou dificuldades para responder, então concluímos que 8 décimos é a soma de 3 décimos mais 5 décimos, e portanto  $0,8 = 0,3 + 0,5$ . Com isso foi possível concluir com os alunos o tradicional método de “*manter vírgula embaixo de vírgula*” para somar números decimais. Na (letra c) os alunos responderam facilmente a primeira soma, e ficaram com muitas dúvidas na segunda, como era esperado. Eles não sabiam se o resultado seria 0,10 ou 1,0 para a segunda soma. Neste momento, para que eles pudessem concluir sozinhos eles foram orientados a transformar cada número decimal numa fração e fazer a soma das frações.

Com isso, eles conseguiram chegar ao resultado  $\frac{10}{10}$ , e como eles já sabiam que toda fração representa uma divisão, dividiram o numerador pelo denominador e não tiveram dúvidas em concluir qual seria a resposta correta. Outros alunos utilizaram a ideia de fração em que temos 10 partes de um inteiro dividido em 10 partes iguais, então temos o inteiro todo. Na (letra d) alguns alunos não conseguiram visualizar todos os quadrados, principalmente o quadrado rotacionado cujos lados correspondem a quatro diagonais de quatro quadrados menores correspondentes a dois décimos ou um quinto da figura cada um. Os alunos não tiveram dificuldade em visualizar o maior triângulo, correspondente a oito décimos da figura, e no restante das perguntas também não apresentaram dificuldades com as frações, e concluíram que o MAIOR quadrado e o MAIOR triângulo são figuras equivalentes. Nesta atividade os alunos já mostraram um bom conhecimento sobre frações, respondendo e participando da atividade com mais segurança e confiança. E terminaram a atividade também com um bom conhecimento básico sobre números decimais. A partir deste momento já seria possível expandir o estudo dos números decimais e iniciarmos algumas atividades tradicionais como listas de exercícios de fixação com problemas e situações contextualizadas para que os alunos possam exercitar e fixar os conhecimentos adquiridos, mas também para que professores e alunos consigam verificar o nível de aprendizado alcançado e possam compartilhar as dúvidas que surgirem.

Segue abaixo todo o procedimento de dobraduras do modelo do “barco”:

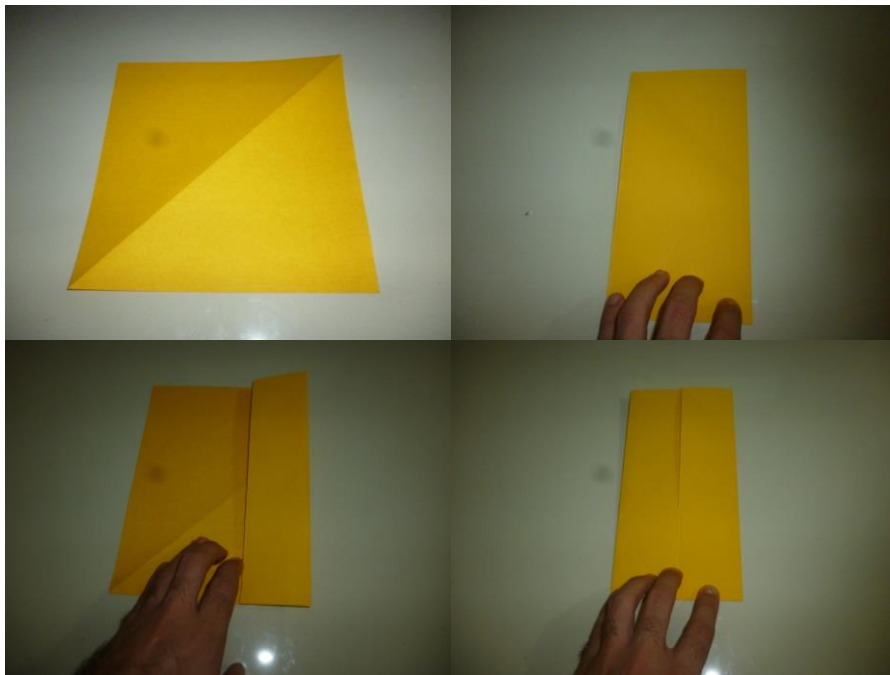


Fig.1

Figura 1: Começaremos novamente o procedimento de dobraduras com o papel quadrado obtido de uma folha retangular (A4). Dobremos em quatro partes iguais, com dobras verticais, e façamos uma dobra para dentro trazendo duas quartas partes. Vamos obter um retângulo que corresponde à metade do quadrado inicial.

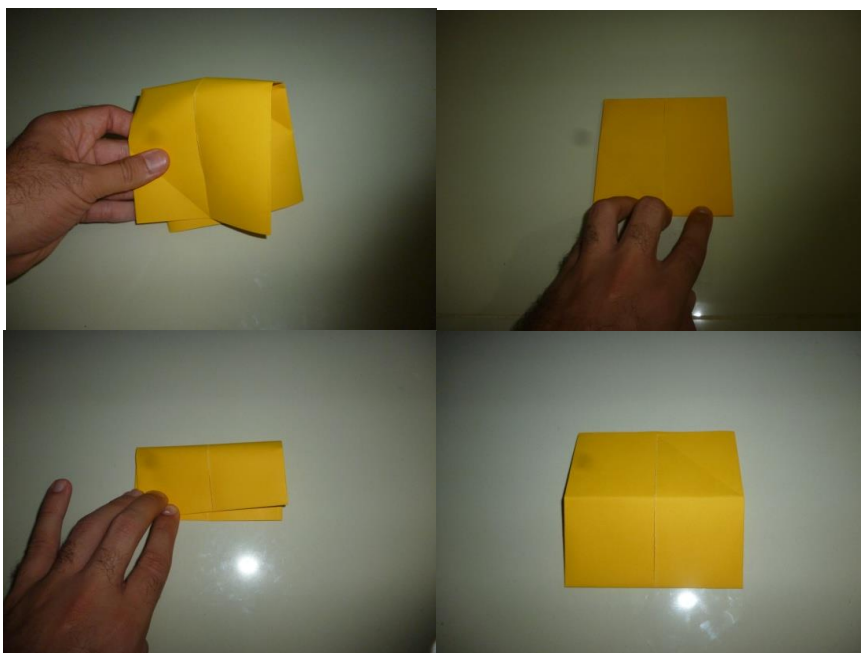


Fig.2

Figura 2: No passo 2, dobremos no meio o retângulo obtido no passo anterior e assim vamos obter um novo quadrado. Dobre agora o quadrado ao meio, com uma dobra horizontal, para ficar marcada a dobra na figura.

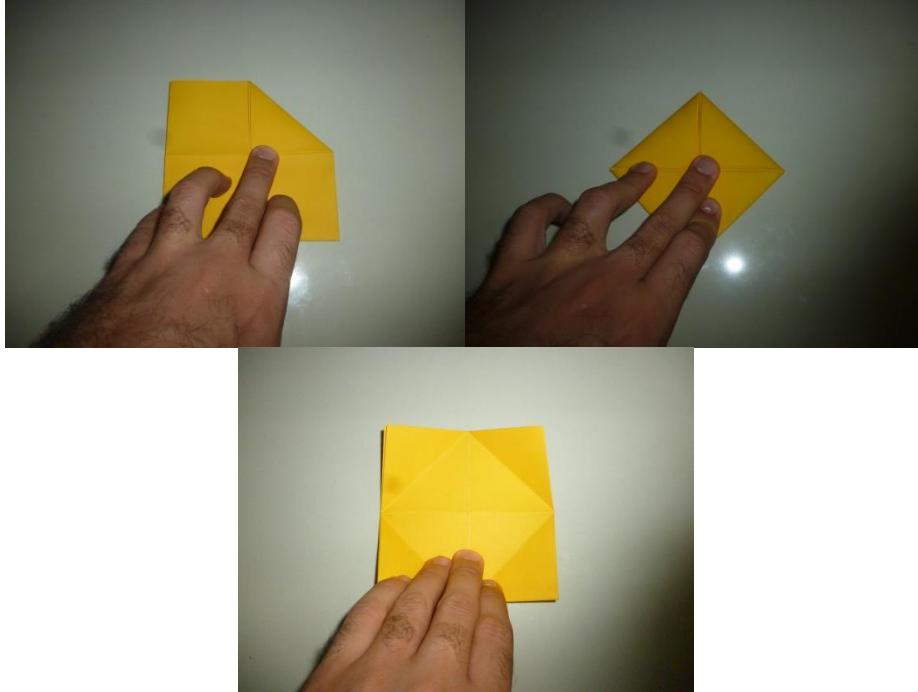


Fig.3

Figura 3: No passo 3, vamos marcar quatro dobras, trazendo cada vértice do quadrado para o centro do papel. Desfazendo as dobras realizadas ficaremos com um quadrado dividido em oito triângulos congruentes, sendo que quatro desses triângulos formam um quadrado na figura, que está rotacionado de  $45^0$  em relação ao quadrado que forma o papel todo.

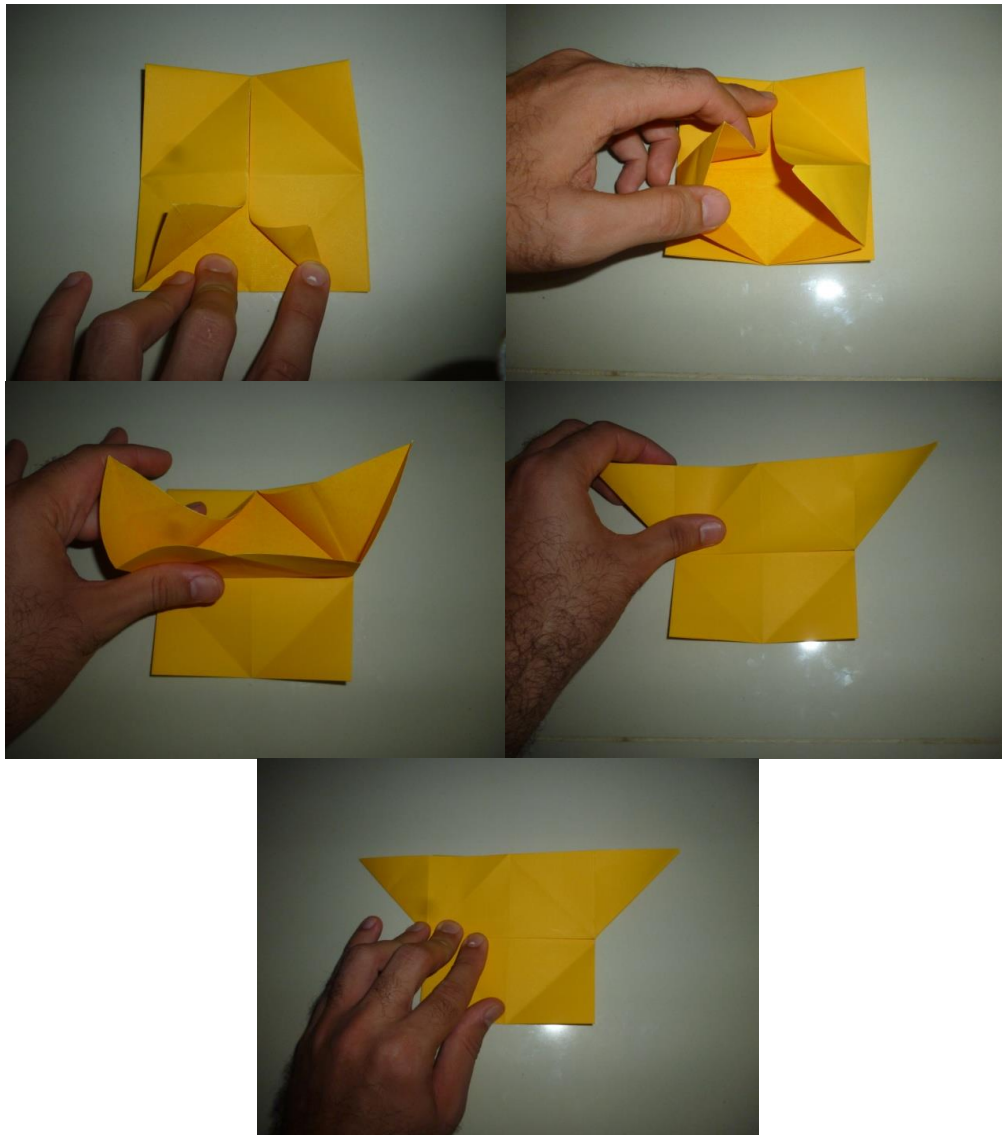


Fig.4

Figura 4: Note que o papel está em formato quadrado com uma folha superior e outra inferior. Neste passo vamos fazer uma dobra apenas com a folha superior. Pegue as duas pontas centrais na parte inferior da figura e puxe-as para as laterais superiores da figura até formar um trapézio que deve ser pressionado contra a outra parte do papel.

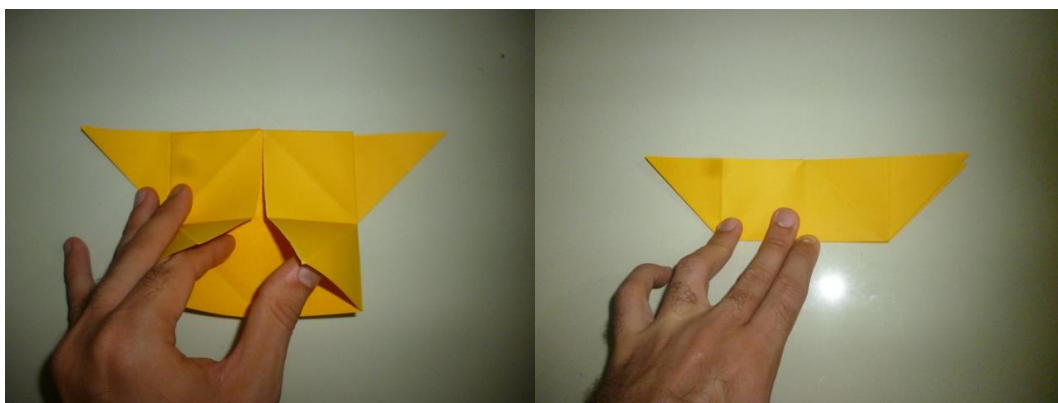


Fig.5

Figura 5: No passo 5, devemos fazer o mesmo procedimento realizado no passo anterior. Vire a figura obtida no anterior e faça o mesmo processo até obter dois trapézios idênticos e sobrepostos.

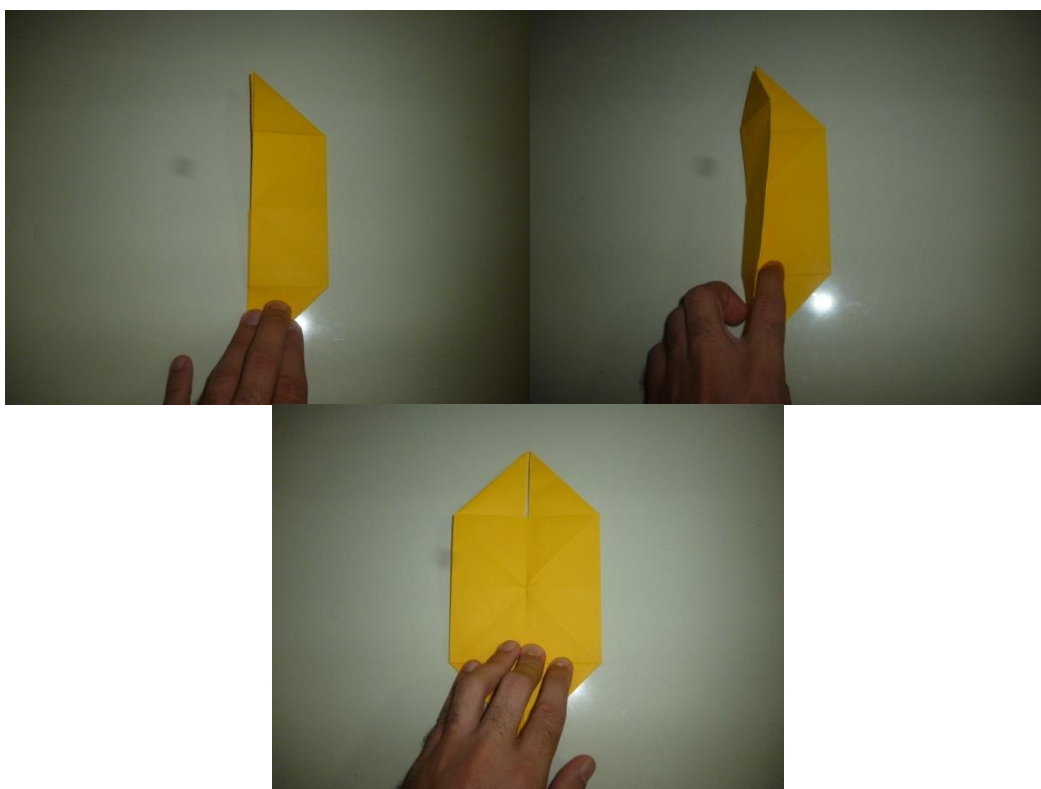


Fig.6

Figura 6: Posicione a figura obtida no passo anterior na posição vertical e dobre para fora um dos trapézios.

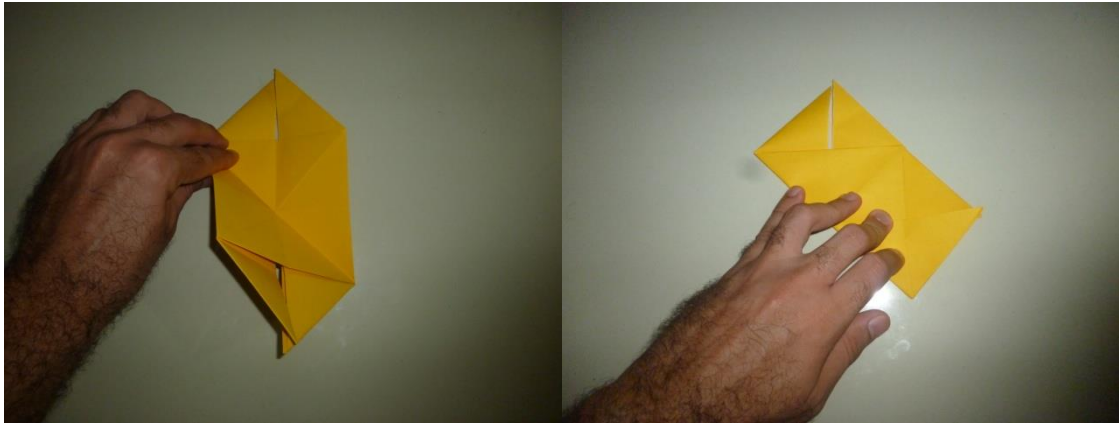


Fig.7

Figura 7: A figura obtida no passo anterior possui um quadrado no centro com suas diagonais marcadas. Neste passo você irá dobrar a figura no meio marcando uma dobra numa das diagonais conforme a figura acima.

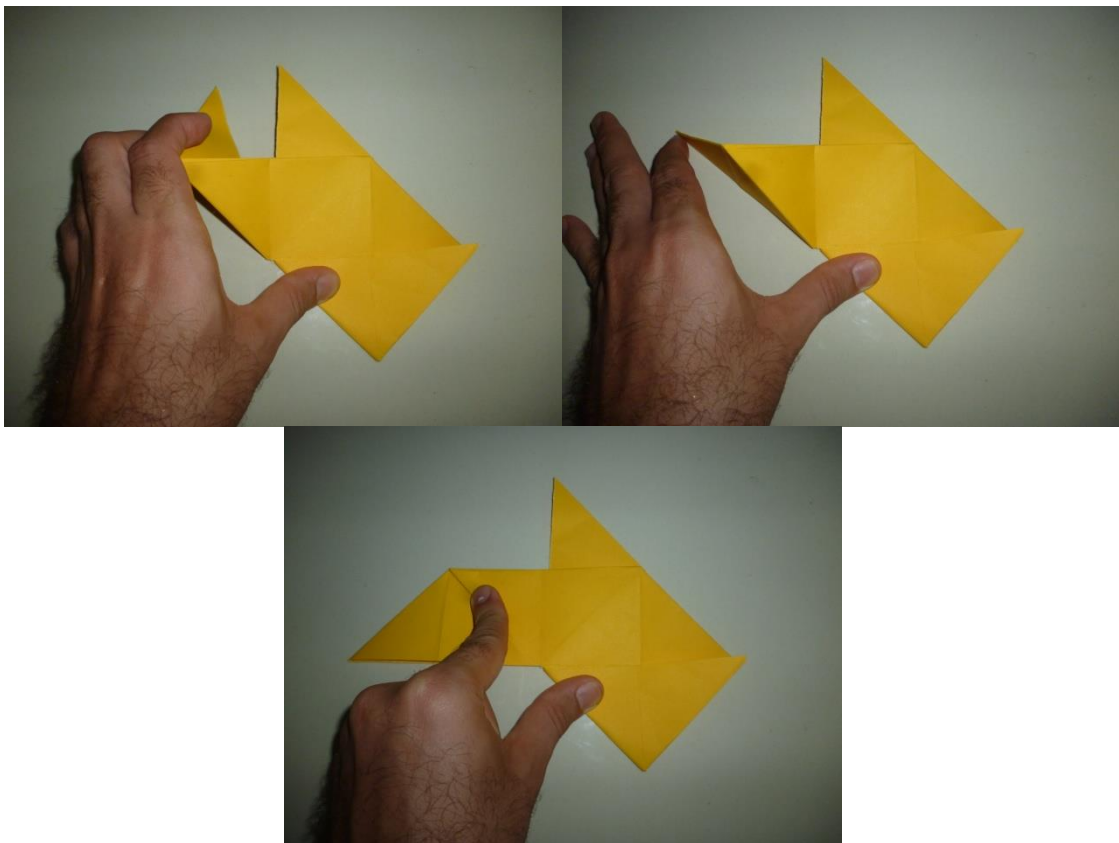


Fig.8



Figura 8: A figura obtida no final do passo anterior possui dois triângulos na parte superior. Agora devemos trazer o triângulo superior esquerdo para baixo fazendo um movimento por trás da figura, para esquerda. O resultado se encontra na figura acima.

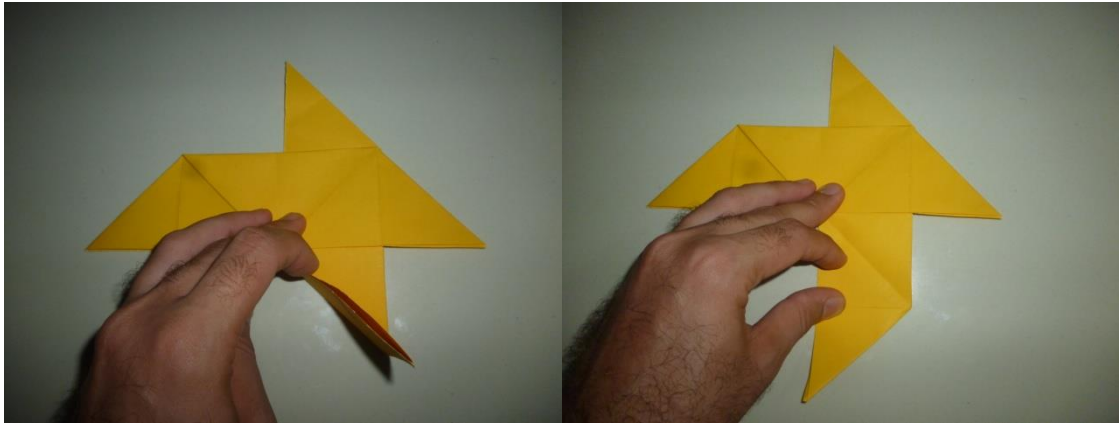


Fig.9

Figura 9: No canto direito da figura existem dois triângulos idênticos que formam um quadrado. Faremos uma dobra por um dos lados do quadrado e deslocando para baixo um dos triângulos.

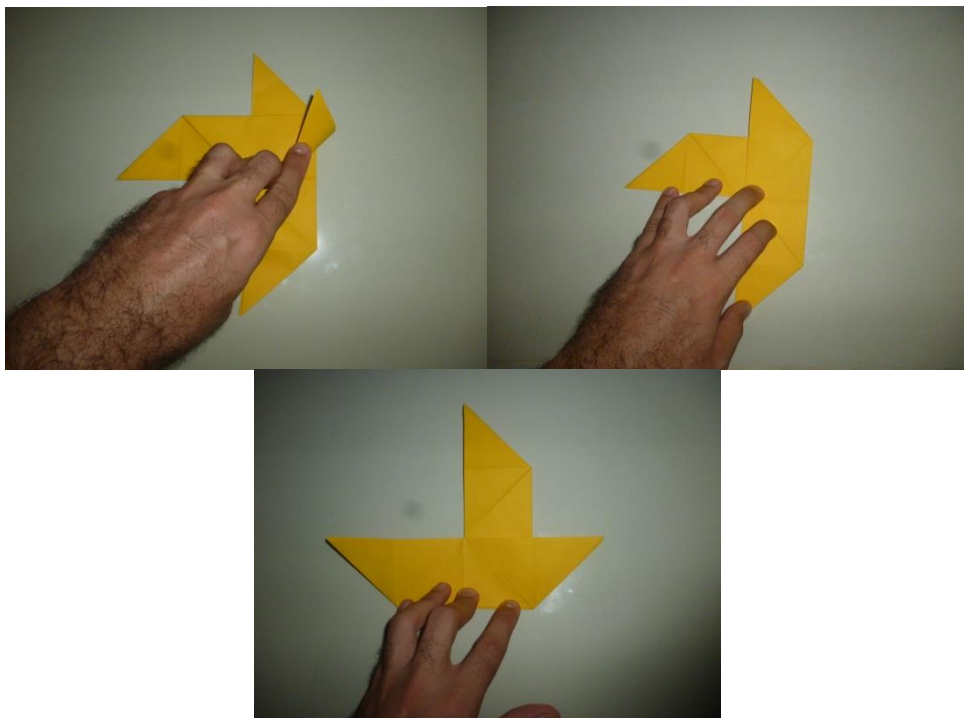
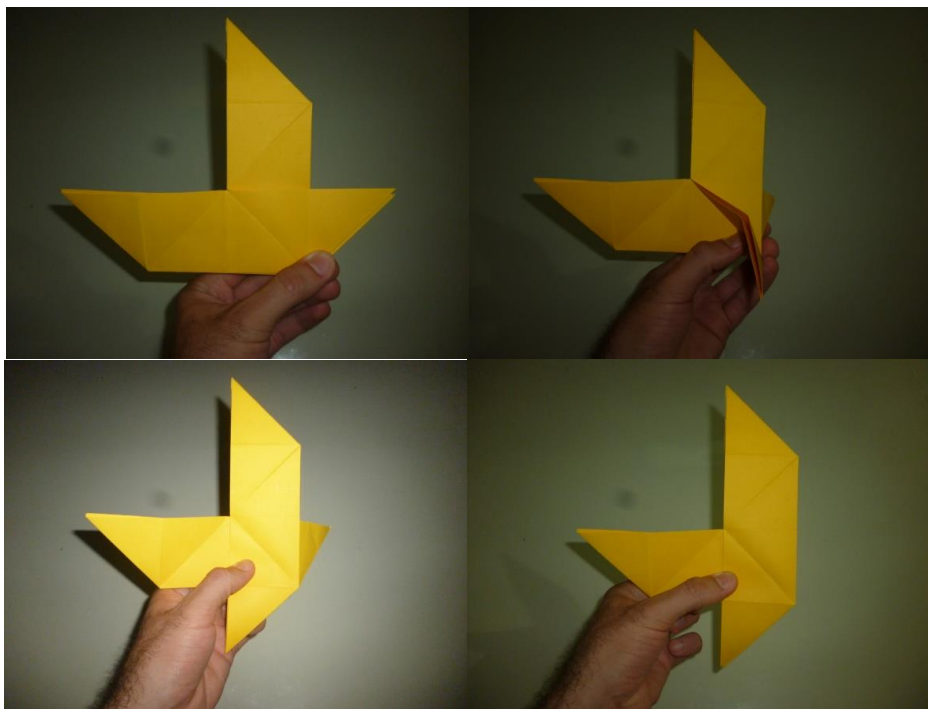


Fig.10

Figura 10: Por fim, no último passo devemos realizar uma dobra que vai deslocar para cima o triângulo que ficou isolado no lado direito da figura obtida no passo anterior. O resultado final se encontra na figura acima.

- **Mágica que faz o barco mudar de posição nas mãos do aluno**

Peça para um aluno segurar, com os olhos fechados, o barco com pela vela na posição vertical ou horizontal. Em seguida, o professor ou outro aluno faz uma dobra no lado do barco que possui duas pontas, e com esse movimento o barco mudará de posição nas mãos do aluno, ou seja, quando ele abrir os olhos o barco terá rotacionado sem ele sentir o suposto movimento. O procedimento segue nas imagens abaixo:

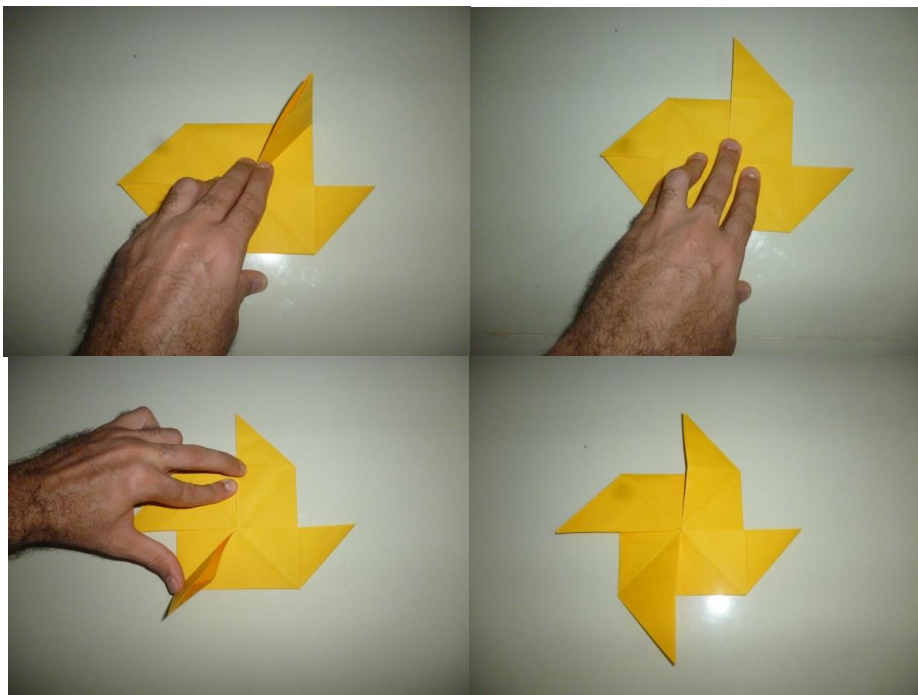




Barco dos alunos

## 7 O *cata – vento*

Para obtermos o *cata – vento* podemos utilizar outro papel ou o mesmo utilizado para obtenção do barco. Se utilizarmos um outro papel, devemos realizar as mesmas dobras do modelo do barco até o passo 6, onde a figura fica dividida em 4 triângulos idênticos e um quadrado no centro, ou dois trapézios idênticos. Primeiro devemos posicionar os trapézios com suas bases na horizontal, e desta forma, ficarão dois triângulos do lado esquerdo e dois triângulos no lado direito da figura. Fazemos uma dobra que deslocará para cima o triângulo superior do lado direito, e outra dobra que deslocará para baixo o triângulo inferior do lado esquerdo.





Cata-ventos dos alunos

## 8 Conclusão

Com a aplicação de todas as atividades com origami notamos que os alunos atingiram um bom nível de aprendizado já que estavam conseguindo somar frações com denominadores diferentes utilizando apenas visualização geométrica e o conceito de frações equivalentes. Apesar de termos trabalhado apenas com frações que possuíam numerador e denominador pequenos, não utilizamos fórmulas ou procedimentos algébricos decorados, justamente para que fosse possível despertar o máximo de raciocínio dos alunos e possibilitar que de fato, aprendessem sobre o conteúdo. Conforme as atividades eram aplicadas, o desempenho deles melhorava, e conseguiam responder os questionários cada vez melhor sem necessitar tanto do auxílio do professor. Após a aplicação de todas as atividades apresentamos a maneira convencional para somar e subtrair frações com denominadores diferentes, o método que normalmente é ensinado logo no primeiro momento, que é a utilização do menor múltiplo comum (*mmc*). Os alunos se mostraram surpresos e entusiasmados com o método, pois reduzia e simplificava o trabalho. Com isso eles perceberam que o *mmc* minimiza os cálculos e o tempo de resolução das questões, então concluíram que seria interessante sempre utilizar

este processo para somar e subtrair frações, sem o professor precisar impor ou sugerir isso. O trabalho feito com material concreto, especificamente o origami, foi muito relevante, pois despertou o interesse e curiosidade dos alunos, tornando-os mais participativos e fazendo com que eles atingissem um nível de aprendizado e autonomia significativos. A aplicação das atividades trouxe um prazer e uma leveza para as aulas que muitas vezes se perde, servindo de fato para que os alunos aprendessem melhor o conteúdo. Sempre que trabalhamos com o método tradicional, ficam muitas dúvidas para maioria dos alunos e isso se reflete com um mal desempenho em sala de aula e no resultado das avaliações como testes e provas, mas desta vez isso não ocorreu, ou seja, os resultados melhoraram e os alunos estavam apresentando melhor desenvoltura nas resoluções de questões envolvendo frações. Por isso é válido continuar aplicando essas e outras atividades com origami para melhorar o ensino de frações no Ensino Fundamental. Vale ressaltar que neste trabalho foram aplicadas cinco atividades sugeridas no livro *Matemática e Origami: Trabalhando Frações* de Eliane Moreira da Costa, mas existem também outras atividades envolvendo Educação Matemática e Origami sugeridas no livro. Lembremos que esse tipo de atividade é muito relevante, mas não milagrosa, isto é, sempre é muito importante o empenho, dedicação e paciência do professor e alunos, que precisam se empenhar, participar, criticar e interagir com os colegas buscando sempre o aprendizado e o crescimento intelectual.

## 9 Referências bibliográficas

- [1] Lorenzato, S. PARA APRENDER MATEMÁTICAS. CAMPINAS: AUTORES ASSOCIADOS. 2011
- [2] LORENZATO, S. (org): *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. 2ª Ed. Coleção Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados. 2009.
- [3] Kaleff, A. M. *Vendo e Entendendo Poliedros*, - Série Conversando com o Professor. Vol.2: Sobre Geometria. Niterói: EdUFF, 1998, 211 p. 2ª ed. 2003, 213p.
- [4] Kaleff, A. M. Garcia, S. S; Rei, D. M.- *Quebra-cabeças Geométricos e Formas Planas* - Série Conversando com o Professor. Vol.1: sobre Geometria. Niterói: EdUFF, 1996; 79 p.; 2ª ed. 1997, 81 p.; 3ª ed. 2002, 85 p.
- [5] Moreira da Costa, Eliane. *Matemática e Origami: Trabalhando Frações* – Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.