



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT

RAQUEL PEREIRA DO NASCIMENTO

CONSTRUÇÃO DE APRENDIZAGEM: APLICAÇÃO DA
GEOMETRIA DESCRITIVA ESPACIAL E DESENHO TÉCNICO
BÁSICO COMO FERRAMENTA DE ENSINO

BARRA DO GARÇAS - MT

2015

RAQUEL PEREIRA DO NASCIMENTO

**CONSTRUÇÃO DE APRENDIZAGEM: APLICAÇÃO DA
GEOMETRIA DESCRITIVA ESPACIAL E DESENHO TÉCNICO
BÁSICO COMO FERRAMENTA DE ENSINO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal de Mato Grosso, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Adilson Antônio Berlatto

**Barra do Garças - MT
2015**

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

N244c Nascimento, Raquel Pereira do.
Construção de Aprendizagem: Aplicação da Geometria Descritiva Espacial e
Desenho Técnico Básico como Ferramenta de Ensino / Raquel Pereira do
Nascimento. -- 2015
86 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Adilson Antônio Berlatto.
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso,
Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática,
Cuiabá, 2015.
Inclui bibliografia.

1. Desenho. 2. Perspectivas. 3. Espaço. 4. Geometria Descritiva. 5.
Aprendizagem. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
Avenida Fernando Corrêa da Costa, 2367 - Boa Esperança - Cep: 78060900 - Cuiabá/MT
Tel : (65) 3615-8713/8710 - Email : geraldo@ufmt.br

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO : "Construção de aprendizagem: aplicação da geometria descritiva espacial como ferramenta de ensino"

AUTOR : Raquel Pereira do Nascimento

defendida e aprovada em 23/02/2015.

Composição da Banca Examinadora:

Presidente Banca / Orientador	Doutor(a)	Adilson Antônio Berlatto
Instituição :	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	
Examinador Interno	Doutor(a)	Livia Lopes Azevedo
Instituição :	UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	
Examinador Externo	Pós-Doutor(a)	Ricardo Nunes de Oliveira
Instituição :	Universidade Federal de Goiás - UFG	

Adilson A Berlatto

LA

Ricardo Nunes de Oliveira

BARRA DO GARÇAS, 23/02/2015.

Agradecimentos

A Deus por me sustentar, ajudar e iluminar em todos os momentos, em especial nos mais difíceis.

Ao meu orientador, professor Prof. Dr. Adilson Antônio Berlatto, pela paciência e competência. Sua contribuição foi essencial para a realização deste trabalho.

Principalmente aos meus pais, Luiz e Eleusa, que carinhosamente cuidaram de mim, estando ao meu lado, não medindo esforços quando apresentei complicações de saúde, me educaram com dignidade, direcionaram os meus caminhos com afeto e dedicação, para que eu pudesse alcançar conquistas cada vez maiores.

Aos meus irmãos José Luiz e Luiz Neto, pelo apoio e incentivo, estando presentes em todos os momentos.

A todos meus amigos e amigas que compartilharam minhas aflições e comemoraram minhas vitórias.

Muito obrigado a todos.

Resumo

Este trabalho é resultado de uma pesquisa que teve como objetivo auxiliar o processo de ensino-aprendizagem em seus conteúdos curriculares. Deste modo foi feito um estudo bibliográfico do histórico sobre o ensino da Geometria e de suas contribuições para aprendizagem. Neste trabalho relatamos a experiência de aplicação de atividades em três turmas do ensino médio da Escola Estadual Vila Rica. Para tanto os registros realizados, baseados nos estudos teóricos, intencionam trazer uma reflexão aos professores de como a Geometria pode ser utilizada como suporte para o ensino, de tal modo que a visualização espacial seja um instrumento de apoio e sirva de demonstração para os discentes em suas práticas. Com base nessa pesquisa, e visando diminuir as dificuldades relacionadas ao conhecimento espacial, apresentamos uma proposta metodológica dinâmica para aplicação de conteúdos do ensino médio, por meio da Geometria Descritiva em conjunto com o Desenho Técnico. Tal metodologia utiliza do Desenho como ferramenta de ensino e a construção de sólidos como complementação das atividades manipuláveis. Logo propusemos uma sequência de atividades didáticas com níveis crescentes de dificuldade. O desenho de perspectivas e suas projeções possibilitou aos alunos o desenvolvimento de habilidades para resolução de problemas que envolvam abstração. Esta ferramenta permite, ainda, o uso da intuição o que contribui para despertar o interesse dos discentes em atividades geométricas. A aplicação das representações gráficas permitiu aos indivíduos a auto análise de suas produções, pois ao realizar as atividades os mesmos refletiram sobre suas ações, fato que desperta a criticidade. A busca por inovação estimula os alunos a pesquisarem, consequentemente é dada uma autonomia para o aluno nas tomadas de decisões. Os resultados obtidos foram relevantes para o entendimento das etapas de aprendizado dos indivíduos. De acordo com a análise dos resultados percebemos o quanto metodologias que se distanciam de ensinamentos mecânicos, contribuem para a aprendizagem dos alunos. Os discentes que participaram das ações apresentaram uma melhora considerável no pensamento e conhecimento espacial, de tal forma que acréscimos dos conceitos estudados durante a participação no projeto contribuíram para o desempenho no momento das aulas.

Palavras-chave: desenho, perspectivas, espaço, geometria descritiva, aprendizagem.

Abstract

This work is the result of a research that aimed to assist the process of teaching and learning in their curricular content. Thus a literature of historical study on the teaching of geometry and their contributions to learning was done. We report the activities of application experience in three high school classes at the State School Vila Rica. Therefore, the records made, based on the theoretical studies, intend to bring a reflection of teachers as Geometry can be used as support for education, so that the spatial visualization is a tool to support and serve as a demonstration for the students in their practices. Based on this research, and in order to decrease the difficulties related to spatial knowledge, we present a methodological proposal for dynamic application of high school content, using descriptive geometry in conjunction with the Technical Drawing. This methodology uses drawing as a teaching tool and building solid as a complement of manipulative activities. Soon we proposed a sequence of learning activities with increasing levels of difficulty. The prospects of drawing and its projections enabled the students to develop skills to solve problems involving abstraction. This tool also allows for the use of intuition that helps to arouse the interest of students in geometric activities. The application of graphical representations allowed individuals to self analysis of their output, and to carry out the activities they reflected on their actions, a fact that arouses criticism. The search for innovation encourages students to researching consequently is given power for the student in decision-making. The results obtained are relevant to understanding the learning of the individual steps. According to the analysis of the results realized how methodologies that are distant mechanical teachings, contribute to student learning. The students participating in these activities showed a considerable improvement in spatial thinking and knowledge, so that increases the concepts studied during participation in the project contributed to the performance at the time of classes.

Keywords: draw, perspectives, space, descriptive geometry, learning.

Lista de Figuras

Figura 1.1	Desenhos pré-históricos.	15
Figura 1.2	Gaspard Monge (1746-1818).	18
Figura 2.1	Desenho de criança - casa.	23
Figura 2.2	Desenho de criança - locais diversos.	24
Figura 3.1	Quadrado.	28
Figura 3.2	Retângulo.	29
Figura 3.3	Triângulo equilátero.	29
Figura 3.4	Triângulo isósceles.	30
Figura 3.5	Triângulo escaleno.	30
Figura 3.6	Triângulo retângulo.	30
Figura 3.7	Transição de figura 'área'.	31
Figura 3.8	Trapézio isósceles.	32
Figura 3.9	Trapézio retângulo.	32
Figura 3.10	Área do trapézio.	33
Figura 3.11	Sistema de referências 1.	34
Figura 3.12	Sistema de referências 2.	34
Figura 3.13	Sistema de referências 3.	35
Figura 3.14	Plano horizontal.	35
Figura 3.15	Plano vertical 1.	36
Figura 3.16	Plano vertical 2.	36
Figura 3.17	Sistema cartesiano.	36
Figura 3.18	Sólidos regulares.	37
Figura 3.19	Projeção cônica.	38
Figura 3.20	Projeção cilíndrica inclinada.	38
Figura 3.21	Projeção cilíndrica ortogonal.	39
Figura 3.22	Sólido, vistas.	39
Figura 3.23	Linha do horizonte.	40
Figura 3.24	Ponto de vista.	41
Figura 3.25	Ponto de fuga 1.	41
Figura 3.26	Ponto de fuga 2.	41

Figura 3.27	Linhas de fuga.	42
Figura 3.28	Eixos de isometria.	43
Figura 3.29	Inclinação dos eixos.	43
Figura 3.30	Diedro.	43
Figura 3.31	Épura.	44
Figura 3.32	Cortes.	44
Figura 3.33	Perspectiva, vistas.	45
Figura 3.34	Perspectiva, vistas, traçados.	45
Figura 5.1	Prancheta.	54
Figura 5.2	Régua T.	54
Figura 5.3	Prancheta e régua T.	55
Figura 5.4	Esquados.	56
Figura 6.1	Sistema cartesiano 2.	57
Figura 6.2	Eixos cartesianos.	58
Figura 6.3	Coordenadas no espaço.	59
Figura 6.4	Localização do ponto A parte 1.	60
Figura 6.5	Localização do ponto A parte 2.	60
Figura 6.6	Localização do ponto A parte 3.	61
Figura 6.7	Localização do ponto A parte 4.	61
Figura 6.8	Localização da figura plana no espaço.	62
Figura 6.9	Épura 2.	62
Figura 6.10	Plano no espaço e épura.	63
Figura 6.11	Escada parte 1.	63
Figura 6.12	Escada parte 2.	64
Figura 6.13	Perspectiva parte 1.	64
Figura 6.14	Perspectiva parte 2.	65
Figura 6.15	Perspectiva parte 3.	65
Figura 6.16	Perspectiva da escada.	66
Figura 6.17	Perspectiva e objeto real.	66
Figura 6.18	Vistas da perspectiva da escada.	67
Figura 7.1	Folha de A4 - marcações vertical e horizontal.	69
Figura 7.2	Folha de A4 - recorte da região retangular (Épura).	70
Figura 7.3	Folha de A4 - sistema cartesiano 1.	70
Figura 7.4	Folha de A4 - sistema cartesiano 2.	71
Figura 7.5	Site, desenhos isométricos.	72
Figura 7.6	Site, desenhos isométricos, exercício.	73

Figura 7.7	Site, desenhos espaciais.	73
Figura 7.8	Site, desenhos espaciais, exercício.	74
Figura 7.9	Plano horizontal.	74
Figura 7.10	Épura plano horizontal.	75
Figura 7.11	Sólidos 1.	75
Figura 7.12	Sólidos 2.	76
Figura 7.13	Desenvolvimento do desenho 1.	77
Figura 7.14	Perspectiva e vista do sólido 1.	77
Figura 7.15	Desenvolvimento dos desenhos 2.	78
Figura 7.16	Perspectiva e vista do sólido 2.	79

Sumário

Introdução	12
1 História da Geometria e Desenho Técnico	15
1.1 Relatos Históricos da Geometria	15
1.2 O Início do Desenho Técnico	17
1.3 O Ensino da Geometria no Brasil	18
2 Fundamentação Teórica	21
3 Conceitos Básicos	27
3.1 Área de Figuras Planas	28
3.1.1 O quadrado	28
3.1.2 O retângulo	28
3.1.3 O triângulo	29
3.1.4 O trapézio	32
3.2 Sistema Cartesiano Espacial	33
3.3 Sólido Geométrico	37
3.4 Projeções	37
3.4.1 Projeção cônica ou central	37
3.4.2 Projeção cilíndrica ou paralela	38
3.5 Projeções e Vistas	39
3.6 Perspectivas de Formas Geométricas	40
3.6.1 Compreensão da perspectiva	40
3.6.2 Elementos da perspectiva	40
3.6.3 Tipos de perspectiva	42
3.7 Diedro	43
3.8 Épura	44
3.9 Cortes	44
3.10 Interpretação de um Desenho	45
4 Uma Proposta de Ensino	46

5 Instrumentos Utilizados	53
5.1 Prancheta e Régua T	53
5.2 Lápis	55
5.3 Esquadros	55
6 Procedimentos Metodológicos para Realizar o Desenho Espacial	57
6.1 Sistema Cartesiano no Espaço	57
6.2 Épura	62
6.3 Desenho das Perspectivas	63
6.4 Desenhos das Vistas	66
7 Desenvolvimento do Trabalho	68
Considerações Finais	80
Referências Bibliográficas	84

Introdução

A situação atual do ensino faz com que vivenciamos desafios crescentes no processo de ensino aprendizagem, os quais nos distanciam cada vez mais de resultados positivos. Tal fato nos traz preocupações e conseqüentemente nos induz a refletir sobre como intervir de modo construtivo, para que além da absorção de conteúdos o aluno possa notar, também, as contribuições em sua formação acadêmica e social.

A disciplina de Geometria Descritiva (GD) tem sido tratada pelos professores, de forma mecânica e descontextualizada, de modo que se tornou um conteúdo isolado, exigindo um grande esforço de abstração para o seu aprendizado, porém um dos objetivos do ensino de GD é despertar no aprendiz a capacidade de abstração, além de desenvolver a visão e o raciocínio tridimensional.

Essa problemática nos leva a buscar metodologias que possam dinamizar nossas práticas pedagógicas e que essas ações além de visíveis, tenham resultados que sejam notórios.

Esse processo não se dá de forma individual, mas com contribuição de todos os indivíduos participantes. Assim procuramos trabalhar de maneira interdisciplinar, envolvendo disciplinas de outras áreas, e também contextualizando com as diversas realidades.

O desenvolvimento do raciocínio espacial utilizando metodologias métricas, elementos formais e pensamento lógico, transmitidos pela Matemática, faz parte do ensino da Geometria que tem como objetivo o incremento da capacidade de observação, de assimilação e de compreensão do espaço e dos objetos tridimensionais.

A capacidade de relacionar a realidade com criações mentais por meio das noções de medidas, localização, posição, rotação, deslocamento e escalas, são originados pela observação de elementos visuais. Tal habilidade é desenvolvida com o estudo da Geometria, fazendo com que se ampliem a compreensão prévia do espaço.

Visando ampliar habilidades necessárias, não só para visualização prévia do espaço e dos objetos a serem criados, mas também para a compreensão e assimilação da teoria e prática dos conteúdos relacionados à disciplina de Geometria, elaboramos

esta proposta de ensino buscando promover nos estudantes o desenvolvimento das suas capacidades intelectuais para o estudo do espaço.

Neste trabalho usaremos a Geometria Descritiva com intuito de dinamizar o processo de ensino-aprendizagem utilizando a prática e a aplicabilidade dos conteúdos de matemática de uma maneira contextualizada motivando o interesse do discente pela disciplina. Com a manipulação de ferramentas o aluno desenvolve a intuição geométrica e seu uso na resolução de problemas, aumenta o raciocínio lógico matemático através do exercício de indução e dedução de conceitos geométricos, consegue conceituar, identificar e definir os objetos planos e espaciais, e quando o aluno se sente agente do processo de aprendizagem desenvolve o espírito de trabalho em equipe, se tornando participativo e responsável, capaz de interpretar situações reais com auxílio de recursos conceituais da geometria espacial e desenvolve a capacidade de criação de figuras geométricas complexas a partir de construções elementares.

Objetivando desenvolver a habilidade de visualização e compreensão gráfica dos objetos espaciais, aplicamos apoios didáticos baseados em materiais concretos, utilizando a visualização como base do processo de ensino, e a aplicação do desenho como ferramenta para o desenvolvimento do procedimento metodológico, visando reduzir o grau de abstração dos conceitos da GD e conseqüentemente dinamiza o aprendizado.

Esse trabalho propõe uma abordagem diferenciada para o ensino de GD no Ensino Médio, no sentido de integrar aos demais conteúdos de Matemática. Desta forma, as técnicas de representação, projeções e métodos descritivos têm como enfoque principal desenvolver a habilidade de visualização e percepção espacial. Paralelamente, o uso da aprendizagem baseada em projetos vem sendo cada vez mais utilizada como metodologia de ensino, pois segundo Dourado (2013), além de proporcionar maior objetividade no processo de ensino-aprendizagem, estimula o trabalho em equipe e a interdisciplinaridade, uma vez que a aplicação da teoria é visualizada pelo aprendiz através da parte prática. Nesse contexto, essa proposta está apoiada em dois pilares fundamentais que são: um novo enfoque na apresentação dos conteúdos, baseado em situações concretas; e uma metodologia de ensino baseada em projeto.

A GD procura resolver os problemas do espaço com operações que se efetuam num plano, onde são representadas as figuras dos sólidos. Em uma breve descrição, para a Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva (APROGED), o Professor Leonildo de Aguiar define:

Geometria Descritiva é a disciplina dedicada ao estudo gráfico projetional das quatro famílias de figuras geométricas do espaço (Pontos, Linhas, Superfícies e Sólidos), tendo em conta os seus aspectos formais, dimensionais e perspectivos.

Estuda igualmente métodos de geração, posicionamentos relativos e resolve as problemáticas métricas envolvidas.

De parceria com o Desenho Livre e com o Desenho Assistido Informaticamente, é o meio privilegiado de Arquitetos desenvolverem a capacidade de dominarem o Espaço no sentido de o moldarem e organizarem. (AGUILAR, 2006, on-line).

Através dos estudos de referenciais teóricos o procedimento metodológico foi iniciado com a apresentação dos conceitos fundamentais da geometria, em seguida trabalhamos a localização de pontos, retas e figuras planas no sistemas cartesiano com suas respectivas projeções. Posteriormente houve a construção dos sólidos e suas representações gráficas, perspectivas e é pura.

A aplicação do Desenho teve como intenção integrar o aluno em suas atividades, de forma que em determinada altura do desenvolvimento do trabalho, o discente analisou o resultado de sua produção. Deste modo eles perceberam que não estavam ali apenas como um mero observador, mas como participante integral na produção de seu conhecimento.

Utilizando as técnicas de Desenho para desenvolver projetos, os alunos aplicaram os conceitos teóricos na solução dos problemas propostos e conseqüentemente conseguiram contextualizar estes conceitos com atividades práticas, promovendo execução do processo de aprendizagem em sua totalidade.

O conhecimento e a prática desta metodologia requerem do professor uma postura e conhecimentos adequados para apresentar, organizar e conduzir as atividades. Conhecimentos esses que permitam uma melhoria na aplicação dos conceitos e também estimulem o bom uso da linguagem oral, buscando relações entre essa linguagem e as representações matemáticas.

Concordamos com as ideias de Teixeira et al. (2006) ao afirmar que as aulas que apresentam casos práticos, ou problemas reais, trazem um grande ganho no processo de aprendizagem, pois permitem mostrar ao estudante que o conteúdo teórico é importante e fundamental para o aprendizado efetivo, facilitando a tarefa de entender a utilização do que está sendo estudado, e possibilitando que o discente produza uma linha de raciocínio próprio para o desenvolvimento de soluções para problemas.

Com base nestes propósitos este trabalho foi inteiramente desenvolvido através de atividades gráficas e manuais, e material extra escolar produzido pelos próprios integrantes. Seguindo uma seqüência de exercícios práticos e evoluindo de acordo com o grau de dificuldade, essas ações realizadas foram motivadas pelas necessidades de entender e relacionar com o mundo real os conteúdos dos temas abordados.

História da Geometria e Desenho Técnico

1.1 - Relatos Históricos da Geometria

As informações abaixo foram baseadas no livro “Introdução à história da Matemática” de Howard Eves. O texto trata de um breve relato à utilização da Matemática pelos povos antigos, conhecimentos geométricos utilizados bem antes da teoria.

Anteriormente ao surgimento da escrita, o homem neolítico, período entre 8 000 a.C. a 3 000 a.C., já se expressava por meio de seus desenhos, mostrando seu interesse pelas relações espaciais, deixando registrado imagens que evidenciavam congruências e simetrias. A Figura 1.1 apresenta o desenho de dados pré-históricos, retratando acontecimentos da época. Montenegro (1991, p. 19) diz:

Não há a menor dúvida de que os artistas pré-históricos fizeram perspectivas (não torcida, sequer destorcida) ... sem conhecer coisa alguma da teoria geométrica. Que formidável intuição e poder de observação!



Figura 1.1 – Desenhos pré-históricos.

Com a criação da escrita os fatos históricos passam a ser registrados por meio de pedras, papiros, argila cozida, fibras de árvores e bambus, assim cada civilização registrava suas descobertas da forma que lhe parecia mais favorável.

No período aproximado de 2000 a.C. a 1600 a.C. os babilônicos já demonstravam conhecimentos geométricos ligados a mensuração prática. Calculavam áreas de figuras como retângulos e triângulos, assim como o desenvolvimento de cálculos volumétricos de alguns prismas.

Creditamos ainda aos babilônicos a divisão dos círculos em 360 partes iguais. Este mesmo povo contribuiu integralmente para o surgimento das unidades de medida de distâncias e mensuração de espaços de tempo.

A civilização grega teve três dos mais importantes geômetras da antiguidade: Euclides, que viveu entre 330 e 270 a.C., escreveu diversos livros de geometria, sendo o mais importante “Os Elementos”, composto por 13 livros, que se destaca pela precisão e o rigor do raciocínio; Arquimedes, que viveu entre 287 e 212 a.C., considerado o maior matemático da antiguidade, se destacou pelo fato de seus 17 trabalhos serem originais; Apolônio, que viveu entre 262 e 194 a.C., chamado entre seus contemporâneos de “o grande geômetra”, teve como principal obra “Secções Cônicas” que é um estudo minucioso sobre o assunto e supera completamente estudos anteriores.

A geometria para os gregos era vista como formativa, ajudando a desenvolver o raciocínio e a inteligência. O interesse geométrico dos gregos diminuiu após o período de ascensão de ideias pelos geômetras destacados, tendo um pequeno reflorescimento com Pappus, no final do século III.

Já os conhecimentos geométricos dos povos hindus eram inteiramente empíricos. Ainda assim aplicavam seus conhecimentos nas construções e também para mensuração. Assim como os gregos, este povo utilizava seus conhecimentos geométricos como ferramenta para realizar pesquisas e desenvolver o pouco que sabiam sobre astronomia. Conseguiram aplicar o equivalente aos senos e cossenos, porém, como na parte astronômica suas produções eram de baixa qualidade, pois não apresentavam habilidades quanto a coleta e organização de dados, inviabilizavam indução de leis que pudessem contribuir para a evolução de seus conhecimentos.

Até meados do século XIX a geometria em destaque era a Euclidiana, entretanto, perto de 1829 surgiu uma nova área da geometria, chamada de geometria autoconsciente. Essa área se diferenciava da geometria Euclidiana por trabalhar linhas de raciocínio distintas, em particular ao se tratar de retas paralelas. A partir de então o campo da geometria teve desenvolvimento significativo e enriquecimento de material.

Mesmo que grandes nomes como Desagues, Monge e Carnot, há tempos tivessem iniciado o estudo da geometria projetiva, o grande impulso dessa área se deu no século XIX com Jean Victor Poncelet. Este foi aluno da Escola Politécnica, onde

Monge ministrava suas aulas, mas logo foi convocado para servir como engenheiro no exército na campanha fatal de Napoleão na Rússia. Feito prisioneiro de guerra, ficou confinado, tempo em que planejou seu livro *Traité des Propriétés Projectives des Figures*. Logo após sua libertação publicou em Paris em 1822 e segundo Eves (2011, p. 591):

Traité des Propriétés Projectives des Figures é um marco da geometria. Deu grande impulso ao estudo da geometria projetiva e inaugurou o chamado ‘grande período’ da história do assunto.

Em 1796 nasceu o suíço Jacob Steiner, que desenvolveu muitas ideias de Poncelet. É interessante relatar que Steiner só aprendeu a escrever aos 14 anos, fato que não impediu sua brilhante carreira. Steiner ficou conhecido como “maior dos geômetras desde Apolônio”, pois possuía uma imensa habilidade para lidar com a geometria. Contribuindo altamente com este campo. Desenvolveu a geometria de forma tão inovadora e rápida que muitas vezes não tinha tempo de anotar suas demonstrações, de forma que, ainda hoje, muitos encontram muitos empecilhos para desenvolver as mesmas.

Muitos conceitos projetivos desenvolvidos por Poncelet e Steiner baseavam-se em propriedades métricas. A geometria projetiva somente se livrou completamente de toda e qualquer base métrica com Karl Georg Christian von Staudt em sua obra *Geometrie der Lage* de 1847.

No fim do século XIX e começo do século XX a geometria projetiva recebeu a junção de muitos postulados e se descobriram geometrias projetivas finitas. Com isso mostram-se que com graduais acréscimos e alterações de postulados, pode-se passar da geometria projetiva à geometria euclidiana, encontrando-se muitas outras geometrias importantes no caminho.

1.2 - O Início do Desenho Técnico

No final do século XVIII, o matemático francês Gaspard Monge (1746 – 1818), Figura 1.2, ainda adolescente entrou na escola militar. Ele precocemente aprendeu e desenvolveu uma técnica para representar manobras militares de modo que sempre se esquivava da mira do inimigo. Esta técnica teve tanto sucesso que impressionou os militares, os quais adotando seu método, consideraram segredo absoluto durante anos. Desde então inicia-se a Geometria Descritiva, baseada em representar objetos tridimensionais por meio de projeções sobre um plano bidimensional. A técnica de Monge desenvolveu um sistema, denominado Desenho Técnico, que até nos dias atuais é utilizado, principalmente em projetos de Engenharia.



Figura 1.2 – Gaspard Monge (1746-1818).

A Geometria Descritiva é uma ciência que estuda os métodos de representação gráfica das figuras espaciais sobre um plano. Embora tenha surgido no século XVIII, a 300 anos antes de Cristo, já havia sido utilizada intuitivamente por alguns geômetras como Euclides.

O Pioneiro deste estudo, Gaspard Monge, objetivava melhorar projetos e construções de fortes. Assim este conhecimento passou a ser tratado como ciência militar e ensinado nas escolas militares até os dias atuais (VIEIRA, 2010, on-line).

Os conceitos da Geometria Descritiva constituem a base do Desenho Técnico, onde se incluem o Desenho Arquitetônico, o Desenho Industrial, o Desenho Mecânico e o Desenho Topográfico.

A História da Matemática nos permite compreender o desenvolvimento desta ciência ao longo dos tempos, bem como sua contribuição para o desenvolvimento das diferentes áreas do conhecimento. Além disso, nos mostra claramente que a Matemática é uma ciência em constante desenvolvimento.

1.3 - O Ensino da Geometria no Brasil

Dado a importância da geometria e do seu ensino, vale apresentar um breve histórico do mesmo na constituição do Brasil. Os dados relatados são baseados no artigo “Ensino da Geometria no Brasil: enfatizando o período do Movimento da Matemática Moderna” de Ana Célia da Costa Ferreira.

Durante o período colonial os responsáveis pelo ensino no Brasil eram os Jesuítas. Esses, por aproximadamente dois séculos ministraram aulas de Letras, seguidos dos cursos de Artes e Teologia. A Matemática estava inserida no curso de Artes, assim como Lógica, Física, Metafísica e Ética. A disciplina Matemática era precedida da Geometria: plana e sólida. Em 1759 os Jesuítas foram expulsos das terras brasileira,

neste período a educação passou por um período de estagnação, fato que só houve mudança 13 anos depois, onde foram criadas disciplinas isoladas, chamadas de aulas Régias. Estas aulas foram espalhadas pela colônia, porém devido a precariedade os alunos foram se extinguindo cada vez mais.

Devido aos poucos frequentadores nas aulas de Geometria, em 1776, o Governador de São Paulo fez uma tentativa de agregar interessados, publicando um edital de abertura de turmas, porém o mesmo apresentava-se com caráter ameaçador e ainda assim não houve sucesso. Além da precariedade ainda havia as punições aos alunos e a baixa qualidade profissional dos professores, logo das 13 Aulas Régias de geometria, apenas 2 permaneciam em funcionamento.

Em 1984, a demanda de mão de obra na colônia, fez com que houvesse uma tentativa em um único currículo as disciplinas ofertadas isoladamente, foi dada maior importância ao ensino das matemáticas e das ciências físicas e naturais, porém a tentativa não foi bem sucedida.

Em 1837, foram criados mais colégios que seguiam as metodologias do Colégio Pedro II, fato que representava o primeiro passo para a mudança no sistema de ensino. Logo em seguida foi elaborado um plano de estudos gradativo e integral, que foi modelo para todo país, no qual o aluno se promovia por série e não por disciplinas. Agora a Geometria, Álgebra e Aritmética tinham espaço como disciplina no currículo de todas as séries do ensino secundário.

Neste período foi escrita a primeira obra brasileira de Matemática que abrangia a Geometria, o autor foi o brasileiro Sargento-Mor José Fernandes Pinto Alpoim. Porém, como era de se esperar devido ao autor, nesta época os estudos da Geometria eram voltados para base militar. Seguindo os caminhos de Alpoim, outros brasileiros publicaram suas obras, como exemplo temos Vilela Barbosa escritor de “Elementos de Geometria” publicada em 1938, sua obra teve várias edições, ficando conhecida não só no Brasil mas também em Portugal.

Por aproximadamente 300 anos o ensino da Matemática foi estudado por uma minoria, uma vez que pouco divulgado e ainda seguia um rigor tradicionalista, desta forma uma parte dos estudantes não tinham acesso e a outra resistia em participar devido as dificuldades. Contudo percebemos que a Geometria sempre esteve presente na história da educação no Brasil, porém o ensino era centrado no professor, que na época era o detentor do conhecimento. O ensino era mecânico e pautado em cima de memorizações, destacamos ainda que neste período a educação era elitizada, ensinava-se conforme o poder econômico. Para a elite, ensinava-se a geometria euclidiana, racional e rigorosa; já nas classes menos favorecidas prevalecia o ensino técnico onde o cálculo era privilegiando.

Atualmente notamos uma mudança significativa no ensino. Essa revolução na

educação faz com que voltemos o ensino da Matemática para a realidade do aluno, desta forma procuramos atrair o aluno de forma espontânea e não como foi em tempos anteriores na história da educação.

Com o movimento do crescimento industrial, na década de 30, o Brasil ganhou, em vários aspectos, influências de diversas culturas, o que refletiu principalmente na educação. Neste período o ensino começou a ter propostas de inserção de atividades baseadas no cotidiano, o que em particular beneficia o ensino da Matemática.

As mudanças nas práticas de ensino tiveram início com a Reforma Francisco Campos, que previa novas ações metodológicas. O ensino da Matemática já sofria então efeitos significativos, os quais se integravam aos avanços científicos e tecnológicos da época.

Esse processo de modernização do ensino da Matemática impulsionou-se no governo de Getúlio Vargas, onde Aritmética, Geometria e Álgebra se unem em uma única ciência. Tal fato permitiu que a Matemática fosse ensinada a todos, independente do status ocupado.

Em 1955, durante o Congresso de Ensino da Matemática, foi aprovado a inserção do ensino Geometria na 3ª série do ginásio. No ano de 1957, os participantes do II Congresso anteciparam o ensino de Geometria para a 1ª série do ginásio. No III Congresso, realizado em 1959, é definido uma nova proposta de ensino, a qual estabelece habilidades para que o aluno desenvolva no final de cada série.

A partir de então foram criados grupos, com intuito de discutir a modernização da Matemática, os mesmo propunham cursos para aperfeiçoamento de professores. Com foco das discussões no auge de sua evolução, os grupos tomaram força e se ampliaram a cada momento. Este movimento ficou conhecido como o Movimento da Matemática Moderna.

Nos anos 70, o Movimento da Matemática Moderna passa por uma avaliação de modo a ser criticada por pensadores que discordam de sua abordagem, a Geometria havia sido cobrada com muito rigor pelos modernistas, o que afastava os jovens ao invés de atraí-los. A linguagem utilizada para trabalhar a disciplina, a tornava cada vez mais confusa, e ainda a abordagem aplicada na época fazia com que os alunos não conseguissem mais trabalhar com figuras geométricas.

Este rigor e abordagem voltados para postulados e axiomas podem ter produzido um efeito prolongado. A resistência, que ainda hoje vivenciamos para o aprendizado nesta área, repercute não só na realidade em sala, mas também nos livros didáticos.

Fundamentação Teórica

O desenvolvimento da inteligência, tanto acadêmica quanto empírica, é impulsionada por problemas nos quais tragam possibilidades de soluções inovadoras. Uma vez que a situação-problema oferece, a cada momento, a oportunidade de reflexão de ações, dessa forma ocasiona no acúmulo de experiências. Intencionando promover o desenvolvimento da inteligência, voltada para conceitos de abstração e generalização, devemos propor problemas que envolvam situações concretas, aplicadas em atividades práticas.

Com o intuito de fazer com que os alunos desenvolvam habilidades de resolução de problemas, raciocínio lógico, exercício do processo de indução e dedução, identificação de figuras planas e espaciais, definiu-se por trabalhar conceitos de geometria. Essa proposta é válida uma vez que o estudo da geometria também possibilita o trabalho em equipe, a colaboração dos integrantes dos grupos no sentido de identificar, interpretar e relacionar com situações reais os conceitos geométricos. Com essa abordagem, conhecimentos elementares vão se solidificando e, conseqüentemente, desenvolvendo capacidades de visualização, abstração e raciocínio tridimensional, como se espera no estudo da Geometria Descritiva.

Em resumo: a GD é aplicável a partir de uma carga teórica mínima, porém com grande conteúdo. Então pode-se pensar em usar a GD para desenvolver a inteligência, aquilo que vai ajudar a resolver os problemas da vida e não apenas os da Descritiva. (MONTENEGRO, 1991, p. 78).

De acordo com a citação acima, percebemos a possibilidade da aplicação de uma nova abordagem da Geometria na realidade de ensino atual. Com essa abordagem, pode-se explorar mais os conceitos de Geometria Descritiva sem ignorar o rigor matemático necessário, mas não fazendo uso aprofundado de demonstrações dos axiomas e postulados. Para que os objetivos citados sejam alcançados utilizando a Geo-

metria Descritiva (GD), trabalharemos uma abordagem que permita a representação de figuras geométricas no espaço e no plano, de modo que os alunos consigam não só visualizar estrutura em três dimensões mas que a monte mentalmente.

O Desenho Geométrico, apesar de possibilitar a sua aplicação sem apresentação de axiomas e postulados, tem sido pouco utilizada. Segundo Kushima, Pirkel e Steenbock (2009, on-line), na década de 70, houve uma reforma nas escolas, as quais passaram a ter autonomia de construir suas grades curriculares. Isto levou a disciplina de Desenho a ser optativa, fato que provocou a exclusão da mesma por várias instituições de ensino. Outro acontecimento neste período foi a eliminação da prova de Desenho nos cursos de Arquitetura e Engenharia, o que fortaleceu o desinteresse pelo ensino do Desenho Geométrico no Ensino Básico. Esta situação só mudou uma década após, quando congressistas defenderam a inserção das construções geométricas no Ensino Fundamental e Médio. Sequencialmente, em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais orientam que as construções geométricas sejam desenvolvidas dentro da Disciplina de Matemática.

Como podemos perceber, o ensino do Desenho Geométrico apresentou muitas oscilações na aceitação como disciplina escolar, devido a divergência de ideias quanto a sua importância. Consequentemente este campo de ensino sofre percas, pois foi inserido no ensino de outras disciplinas, limitando as possibilidades de trabalho. Isso leva a restrição no desenvolvimento de habilidades ligadas ao desenho. Segundo Montenegro (1991, p. 157), atualmente é cogitada a volta do Desenho Geométrico para as escolas, com carga horária especificada e com professor apto para trabalhar esta nova disciplina, esse ponto leva há uma reflexão do histórico do Desenho, com intuito de evitar a repetição dos erros cometidos.

As contribuições provindas do ensino da geometria não se encerram em termos de capacidades mentais, mas também de cidadania, domínios culturais e estéticos e formação profissional e técnica. A diversidade com que se pode trabalhar e se aprender com a geometria faz com que o indivíduo se torne mais criativo, intuitivo e que pode cair na dedução de algum conhecimento possível de ser investigado. (KUSHIMA; PIRKEL; STEENBOCK; 2009, p. 97, on-line).

Percebemos, então, que a imagem pode ajudar a esclarecer e simplificar a aprendizagem, pois a visualização é de fundamental importância na construção dos conceitos matemáticos.

Segundo Tavares (2009, on-line) o desenho vai muito além de uma expressão artística. Ele permite uma espontaneidade, desenvolve um processo criativo e de experimentação. Além disso faz despertar o interesse de quem o pratica. Segundo a autora:

O desenho é uma área do conhecimento transversal a várias atividades artísticas ou técnicas, simbólicas ou objetivas. A história do desenho acompanha a história da arte, a história da arquitetura e a história do design (se as entendermos separadas), mas também dentro do âmbito normativo, a história das engenharias (que sempre o usaram); no entanto, e pese a sua relevância, o seu reconhecimento como atividade autônoma é relativamente recente. O desenho foi considerado, desde sempre, como veículo e projeto. (TAVARES, 2009, on-line)

Logo o uso do desenho como ferramenta de ensino, faz com que revivamos um sentimento que se desperta na infância. Em seu artigo Tavares (2009, on-line) relata que convivemos com desenho o tempo todo e que não precisa de muitos esforços para entender este fato, pois basta olhar ao nosso redor que visualizamos objetos e suas formas geométricas. Esse sentimento de expressão se desenvolve juntamente com o ser humano, uma espécie de instinto. Este fato é simples de comprovar, pois basta relembrarmos como registrávamos os fatos em várias partes de nossa infância. Esse registro ocorria da maneira a qual visualizamos o mundo ao nosso redor. Quem não consegue trazer esse tipo de lembrança basta observar uma criança. O fato é que as crianças têm o impulso de riscar, de ver correr pela folha o traço do lápis, e na falta desses objetos, a parede e algo que produza uma marcação os satisfazem. (TAVARES, 2009, on-line)



Figura 2.1 – Desenho de criança - casa.

A Figura 2.1 retrata a noção espacial de uma criança, que mesmo sem conhecimento dos conceitos representou uma imagem conforme visualiza o objeto.



Figura 2.2 – Desenho de criança - locais diversos.

Assim como na Figura 2.1, a Figura 2.2 é um registro de visualização de uma criança, ambas procuraram colocar no desenho sua noção espacial. Notemos que as duas imagens utilizam uma junção de vistas, frontal, lateral e superior, o que chamamos de rebatimento. Esse fato nos mostra que desde a infância temos o entendimento de Desenho Espacial. A utilização do DG como ferramenta de aprendizagem não vem a ser a introdução de um novo conhecimento, mas sim o desenvolvimento de um conhecimento já internalizado.

O ensino do Desenho Geométrico traz uma grande contribuição para a aprendizagem uma vez que os alunos se esforçam para entender os diferentes pontos de vistas de um objeto e seus conceitos. Essa aprendizagem vai se consolidando uma vez que as representações estão diretamente ligados com o crescimento do pensamento geométrico.

Segundo Piaget (apud Alexandre, 2013, p. 10), para haver uma aprendizagem efetiva é necessário desorganizar as estruturas mentais do indivíduo e posteriormente reestruturá-las.

Seguindo essa teoria, para criar novas estruturas geométricas, é provocado um desequilíbrio nas estruturas cognitivas existentes no aluno, o que é de fundamental importância para que ocorra a assimilação e posterior acomodação da nova informação. Deste modo será o grau de intensidade de interação do aluno com esta nova informação que o levará a adaptação das estruturas antigas a acomodações de novos conceitos geométricos.

Segundo Rodrigues (2007), para Piaget é importante a presença de mais in-

divíduos no processo para a construção de relações interpessoais, uma vez que há um confronto de ideias o que contribui consideravelmente na organização do pensamento lógico. A presença do professor é indispensável, pois além das orientações, as intervenções são necessárias uma vez que provocam estímulos, levando o indivíduo a refletir sobre suas ações.

Além da conscientização do papel do professor, é fundamental que o mesmo esteja preparado para iniciar e conduzir de maneira adequada os estudos a serem realizados. Iniciando com atividades estruturadas e utilizando estratégias que possibilitem o desenvolvimento dos objetivos, os quais os discentes devem apresentar no final dos estudos. Como educadores temos que compreender o processo de aprendizagem e suas etapas, principalmente as etapas das evoluções dos alunos, pois esta tende a ser construtiva e escalada degrau a degrau (GOUVÊA, 1998, p. 17).

Uma vez que as ações cotidianas estão repletas de formas e elementos relacionados a Geometria, as mesmas estão diretamente ligadas à formação humana, pois possibilita o envolvimento de valores culturais e estéticos, os quais ampliam a compreensão e a apreciação de obras humanas ou da natureza.

Em um contexto histórico, de acordo com Montenegro (1991, p. 157), a arte pré-histórica é da mais alta categoria, porém totalmente intuitiva. Os desenhos realizados de forma intuitiva já destacava as formas geométricas. Ainda no passado, a mais de 2000 anos, a utilização de figuras geométricas auxiliou Euclides a criar estruturas lógicas até hoje utilizadas. No momento atual é fácil perceber o quanto uma representação geométrica auxilia na resolução de problemas de Matemática e Física.

Notamos que a Geometria e o Desenho proporcionam o desenvolvimento da capacidade de medir, também estando integrado a dimensão formativa, já que se reporta as habilidades básicas de percepção e classificação, e se figura como alicerce para os exercícios de quaisquer atividades que demandem competências geométricas, portanto temos o desenvolvimento da capacidade de pesquisar.

Neste contexto, destaco a utilização da Geometria Descritiva que tem por principais objetivos:

- Representação de figuras do espaço;
- Estudar forma, dimensão e posição da figura no espaço.

De forma que enfatizaremos o sistema de projeção elaborado por Gaspard Monge, para alcançar os objetivos citados no início do capítulo, pois como já mencionado o estudo da Geometria e do Desenho permite o desenvolvimento de várias habilidades, não apenas técnica, mas intelectual.

Portando ao se fazer uma junção de GD e Desenho Técnico há uma gama de habilidades a serem desenvolvidas, entre elas imaginar objetos ou projetos no espaço,

leitura e interpretação de desenhos, uma vez que diversas profissões atualmente exigem a capacidade do pensamento em três dimensões.

Estas habilidades permitem a ampliação de conhecimentos, tanto técnicos como conhecimento que tendem a contribuir para formação pessoal. Logo ao utilizarmos o Desenho Geométrico como ferramenta de ensino, aplicado em atividades, estamos oportunizando ao indivíduo a possibilidade de utilizar uma habilidade nata do ser humano, no desenvolvimento de habilidades técnicas para a construção do conhecimento.

O entendimento da teoria de Piaget nos esclarece a importância da postura do professor como intermediador no processo de aprendizagem e estimulador das ações de ensino, de maneira que é essencial respeitar a conclusão das fases do aprendizado do aluno, ou seja compreender que se trata de um processo gradativo.

Conceitos Básicos

Neste capítulo trataremos de algumas definições dos conteúdos básicos geométricos e introdução do desenho técnico descritivos, com intento de facilitar o entendimento no desenvolvimento do trabalho.

O ponto é uma imagem adimensional, ou seja, não possui dimensão e portanto não pode ser medido. Para nomeá-lo utilizamos letras maiúsculas. Quando trabalhamos Geometria Analítica e Espacial além de identificar, também localizarmos a posição dos pontos em um plano ou no espaço.

A reta é um conjunto de infinitos pontos alinhados. É uma imagem unidimensional, isto é, possui uma dimensão. A reta apresenta uma direção e nessa direção, dois sentidos, sendo infinita em ambos. Por este motivo, na maioria das vezes, ao desenvolver alguns trabalhos são utilizados apenas segmentos de reta. O segmento de reta tem comprimento finito, portanto temos início e fim, sendo determinados por dois pontos.

O plano é um conjunto infinito de retas não coincidentes e paralelas. É bidimensional, possuindo duas dimensões. No plano podem ser determinadas infinitas direções as quais possuem dois sentidos, sendo ambos infinitos. Na educação básica, normalmente se trabalha com regiões planas, pois são imagens limitadas. Essas regiões são chamadas de figuras planas. Imagens planas como triângulos, retângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, trapézios, losangos, paralelogramos e círculos são alguns exemplos de figuras planas mais conhecidas e que são estudados na Geometria.

O espaço é considerado como um conjunto infinito de planos não coincidentes, paralelos e sobrepostos. É tridimensional, isto é, possui três dimensões, logo no espaço há infinitas direções e cada uma delas possui dois sentidos. O espaço também é infinito em todas as direções e em todos os sentidos que a ele pertence.

Quando uma figura geométrica apresenta pontos em diferentes planos temos então um sólido geométrico. Estes, por sua vez, localizam-se no espaço e têm três dimensões.

Como a proposta desta monografia é trabalhar com desenhos no espaço, sabe-

mos que em alguns casos não é possível a representação de alguns objetos em tamanho real. Desta forma há a necessidade de se modificar as medidas, reduzindo ou aumentando as dimensões. Este trabalho é feito utilizando escalas, que nos permite alterar proporcionalmente as medidas do objeto.

3.1 - Área de Figuras Planas

O cálculo da área tem por finalidade conhecer a região que se pretende preencher, ou seja, é a medida da superfície de uma determinada região. A sua aplicabilidade é visualizada em diversos momentos, sendo muito utilizada em construção civil. Na sequência discutiremos algumas características das principais figuras planas.

3.1.1 O quadrado

O quadrado é uma figura geométrica plana e regular, um paralelogramo cujos lados, ângulos e diagonais são congruentes. Suas diagonais são perpendiculares.

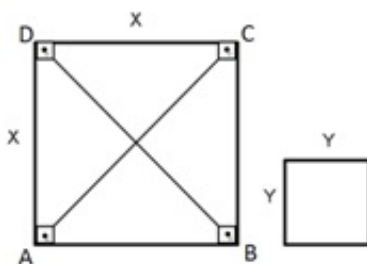


Figura 3.1 - Quadrado.

Assim temos que

- $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{CA}$
- $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
- $\hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C} \cong \hat{D} = 90^\circ$

A área do quadrado é calculada multiplicando os valores das medidas de suas duas dimensões (comprimento e largura). Tomando a Figura 3.1 como exemplo, se um quadrado tem a medida de seu lado $\overline{AB} = x$, então

$$A(ABCD) = \text{comprimento} \times \text{largura} \rightarrow A(ABCD) = x \cdot x = x^2.$$

3.1.2 O retângulo

É uma figura geométrica plana cujos lados opostos são congruentes e paralelos, ou seja também é um paralelogramo, e todos os seus ângulos são retos.

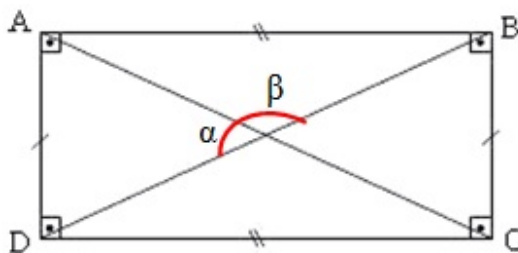


Figura 3.2 – Retângulo.

Assim temos que

- $\overline{AB} = \overline{CD}$ e $\overline{BC} = \overline{DA}$
- $\overline{AC} = \overline{BD}$
- $\hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C} \cong \hat{D} = 90^\circ$
- $\alpha + \beta = 180^\circ$

A área do retângulo é calculada multiplicando os valores das medidas de suas duas dimensões. Tomando a Figura 3.2 como exemplo, se um retângulo tem o comprimento $\overline{AB} = c$ e a largura $\overline{BC} = l$, então

$$A(ABCD) = \text{comprimento} \times \text{largura} \rightarrow A(ABCD) = c \cdot l.$$

3.1.3 O triângulo

É uma figura geométrica plana que possui 3 lados, cuja área interna é limitada por esses três lados. Cada lado possui um ângulo oposto interno ao triângulo. Com isto o triângulo pode ser classificado quanto ao lado e quanto ao ângulo.

Ao classificar o triângulo com relação ao lado temos:

- Triângulo equilátero – três lados e ângulos internos congruentes, conforme Figura 3.3.

$$a \cong b \cong c$$

$$\hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C}$$

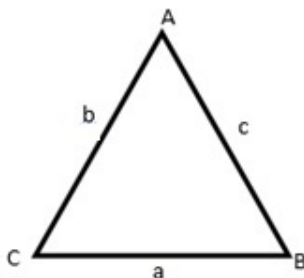


Figura 3.3 – Triângulo equilátero.

- Triângulo isósceles – dois lados e os dois ângulos da base são congruentes, vide Figura 3.4.

$$b \cong c$$

$$\widehat{B} \cong \widehat{C}$$

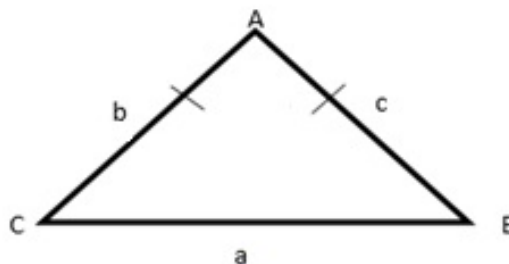


Figura 3.4 – Triângulo isósceles.

- Triângulo escaleno – todos os lados e ângulos apresentam medidas diferentes, conforme Figura 3.5.

$$a \neq b \neq c$$

$$\widehat{A} \neq \widehat{B} \neq \widehat{C}$$

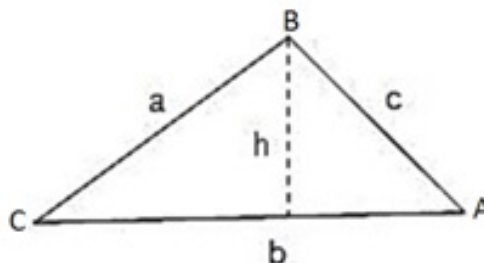


Figura 3.5 – Triângulo escaleno.

Ao classificar os triângulos temos:

- Triângulo retângulo – apresenta um ângulo reto (90°), conforme Figura 3.6.



Figura 3.6 – Triângulo retângulo.

- Triângulo acutângulo – apresenta todos os ângulos agudos ($< 90^\circ$), ou seja, todos os ângulos internos são menores que 90° . (Veja Figura 3.3)
- Triângulo obtusângulo – apresenta um ângulo obtuso ($> 90^\circ$), ou seja, apresenta um ângulo interno maior que 90° . (Veja Figura 3.5)

Uma característica universal para os triângulos é que a soma de seus ângulos internos é igual a 180° . Para entendermos melhor vamos aplicar um procedimento que torne esta compreensão clara até mesmo aos que apresentam mínima afinidade com a disciplina.

Tomemos um quadrado, sem perda de generalidade, pois é uma figura geométrica derivada do paralelogramo.

Os lados do quadrado são perpendiculares, pelo fato dos quatro ângulos internos que o compõe serem ângulos retos. Logo a soma destes quatro ângulos é igual a 360° . Essa característica vale para todos os paralelogramos, uma vez que seus ângulos opostos são congruentes e seus ângulos consecutivos são complementares.

Traçando uma diagonal, de forma que venha a dividir este quadrado em duas partes iguais, podemos fazer duas observações. A primeira é relativa ao traçado da diagonal do quadrado, resultando dois triângulos classificados como isósceles e retângulo, visto que os ângulos dos vértices onde foi traçado a diagonal foi dividido em duas partes iguais. Desse modo a figura resultante apresenta um ângulo reto e dois ângulos de 45° , o que totaliza uma soma de ângulos internos igual a 180° . Detalhes dessa construção podem ser observados na Figura 3.7.

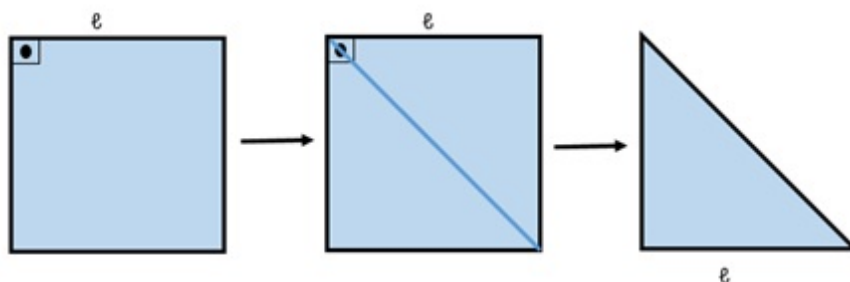


Figura 3.7 – Transição de figura ‘área’.

A segunda observação é quanto à área, uma vez que o quadrado foi dividido ao meio, sua área também o foi. Logo a área do triângulo é a metade da área de um paralelogramo, no caso o quadrado.

Finalmente, observando a Figura 3.6 para melhor entendermos do cálculo da área do triângulo. Tomemos o comprimento $AC = b$ e a largura $AB = h$, esta deverá ser tomada perpendicularmente ao comprimento, pois a altura é a medida da base ao ponto mais distante a mesma.

Logo temos

$$A(ABC) = \frac{b \cdot h}{2}.$$

3.1.4 O trapézio

O trapézio é uma região plana classificada como quadrilátero com um par de lados paralelos chamados de bases. Este polígono pode ser identificado como isósceles ou retângulo.

- Trapézio isósceles – bases paralelas e lados opostos congruentes. Os ângulos opostos são complementares e os ângulos da base menor são congruentes, o mesmo acontece com os ângulos da base maior.

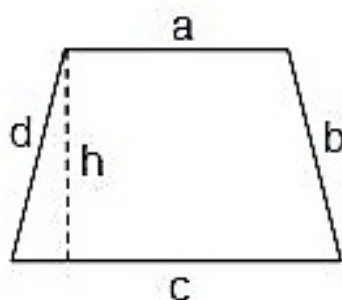


Figura 3.8 – Trapézio isósceles.

- Trapézio retângulo – bases paralelas e dois ângulos de 90° .

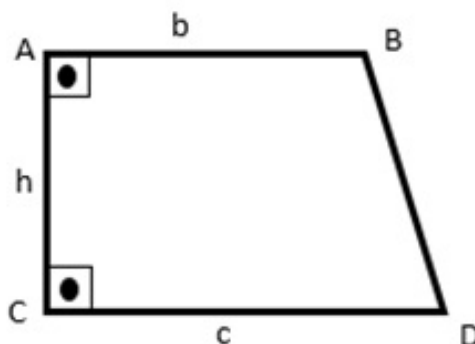


Figura 3.9 – Trapézio retângulo.

Para entendermos o cálculo da área do trapézio vamos escolher um trapézio qualquer, para mera ilustração tomemos a Figura 3.9, sem perda de generalidade. Partindo de B e traçando uma reta perpendicular à base c de modo que a figura fique dividida em um retângulo de largura h e comprimento b e um triângulo de altura h e base $c - b$.

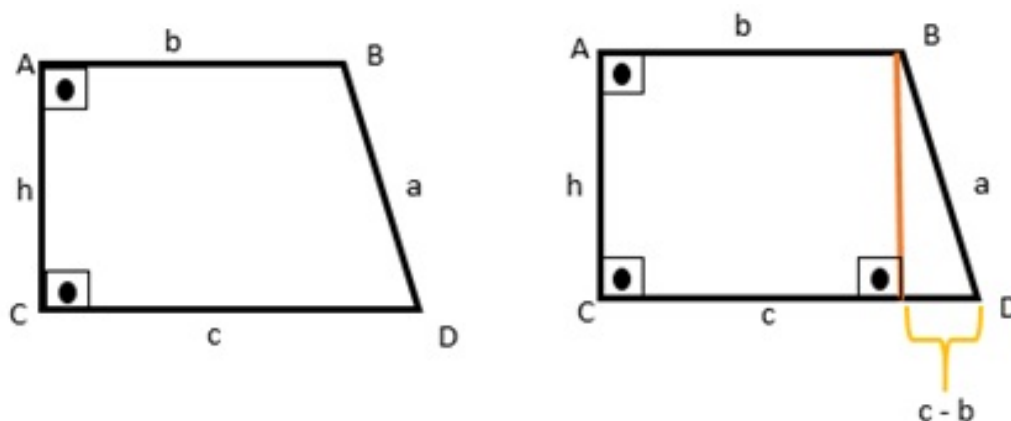


Figura 3.10 – Área do trapézio.

Como a figura foi dividida, então sabemos que a soma da área do retângulo com o triângulo resulta na área do trapézio. Logo temos Área (retângulo) + Área (triângulo) = Área (trapézio).

$$\text{Área (trapézio)} = b \cdot h + \frac{h \cdot (c - b)}{2}.$$

Desenvolvendo a soma de frações:

$$\text{Área (trapézio)} = \frac{2bh + h \cdot (c - b)}{2}.$$

Colocando o fator comum em evidência:

$$\text{Área (trapézio)} = \frac{h \cdot (2b + c - b)}{2} = \frac{h \cdot (b + c)}{2},$$

portando a área do trapézio é a metade do produto da altura com a soma das bases.

3.2 - Sistema Cartesiano Espacial

Nosso referencial de localização é a posição de um objeto, pois dizemos a localização, em determinado espaço, a partir de um ponto de referência, acima ou abaixo, à esquerda ou à direita, ou seja, um sistema de referências.

Para que tenhamos uma sistemática de referências, precisamos escolher um ponto de origem de tal maneira que três eixos imaginários passem por ele, como podemos visualizar na Figura 3.11.

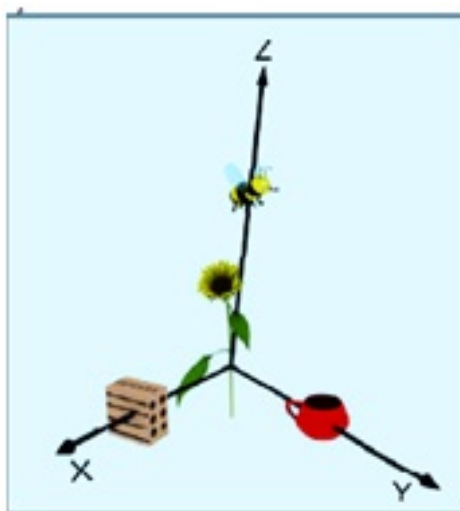


Figura 3.11 – Sistema de referências 1.

Se nos basearmos em um conjunto de três eixos quaisquer que se encontram em um ponto passamos a ter um conceito de referencial abstrato. Quando escolhemos os eixos ortogonais entre si chamamos este sistema de **sistema cartesiano**, conforme a Figura 3.12.

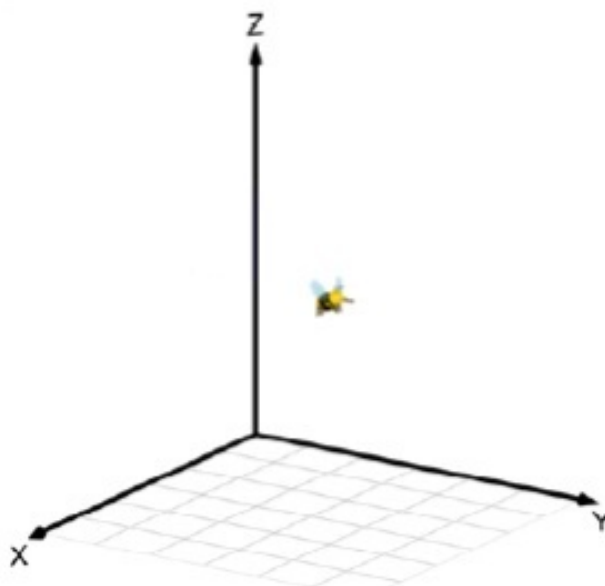


Figura 3.12 – Sistema de referências 2.

Definido um sistema de referência, e dado um objeto, para caracterizar sua posição determina-se suas coordenadas em relação a esse sistema, conforme podemos observar na Figura 3.13.

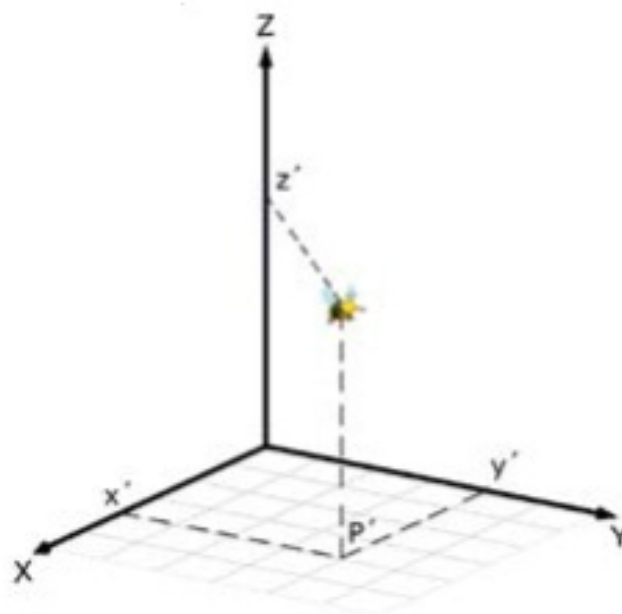


Figura 3.13 – Sistema de referências 3.

Como podemos observar na Figura 3.14, os eixos x e y apresentam um ponto em comum, de forma que a posição desses eixos produz um plano horizontal, destacado com o quadriculado de amarelo, acrescentamos, perpendicular aos dois eixos, um terceiro eixo, o eixo z .

Com intuito de simplificar o entendimento dos alunos, podemos comparar o sistema cartesiano com um objeto cotidiano, como por exemplo o canto inferior da sala de aula. Cada quadriculado da imagem pode ser considerado com unidade de medida.

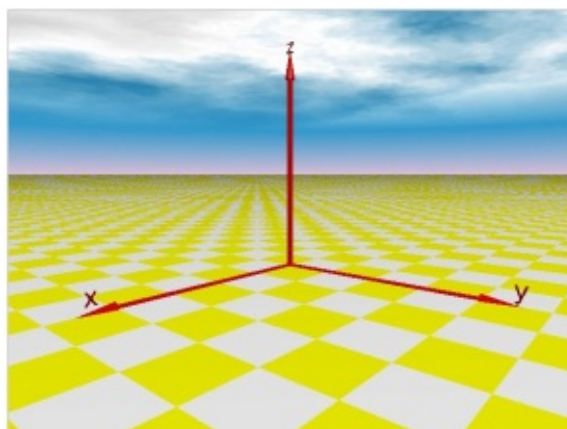


Figura 3.14 – Plano horizontal.

O quadriculado verde, evidenciado na Figura 3.15, representa o plano xz , o que se assemelha a parede lateral esquerda da sala. Note que os planos são infinitos.

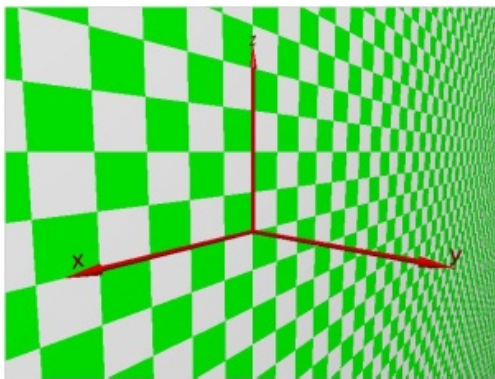


Figura 3.15 – Plano vertical 1.

O quadriculado azul, evidenciado na Figura 3.16, representa o plano yz , que seria a parede frontal. Possuindo as mesmas características anteriores.

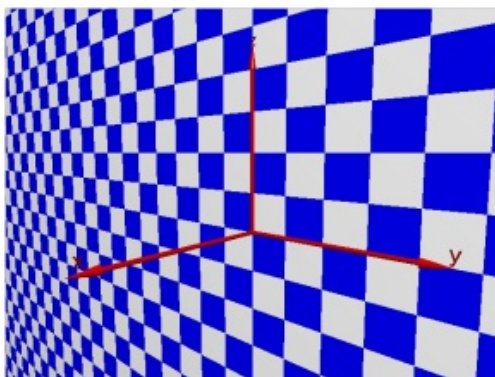


Figura 3.16 – Plano vertical 2.

Juntando os três planos, consideraremos apenas a parte que representaria o espaço da sala de aula, chamado primeiro octante, pois o encontro dos três planos que formam o sistema cartesiano, divide o espaço em oito partes.

Utilizando três valores na ordem x , y e z , indicam os afastamentos do ponto de origem, encontro dos três eixos, nas direções respectivas. A representação das coordenadas é feita na ordem já citada e entre parênteses: (x, y, z) .

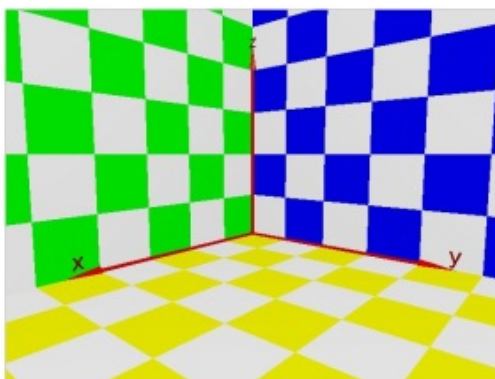


Figura 3.17 – Sistema cartesiano.

3.3 - Sólido Geométrico

Um sólido geométrico é uma figura geométrica que possui três dimensões, sendo elas largura, comprimento e altura, ou seja apresenta medida volumétrica. Os sólidos podem ainda ser classificados como poliedros, aqueles que possuem apenas superfícies planas, e não poliedros, aqueles que possuem além da superfície plana, superfícies curvas.

Os poliedros podem ser regulares, os quais todas as suas faces são formadas por polígonos regulares, ou seja, seus lados têm a mesma medida. Existem somente cinco poliedros regulares, são eles: tetraedro, hexaedro, octaedro ou cubo, dodecaedro e icosaedro, conforme Figura 3.18.

Os demais modelos de sólidos geométricos são considerados todos irregulares. Tais como prismas, esferas, cilindros, etc.

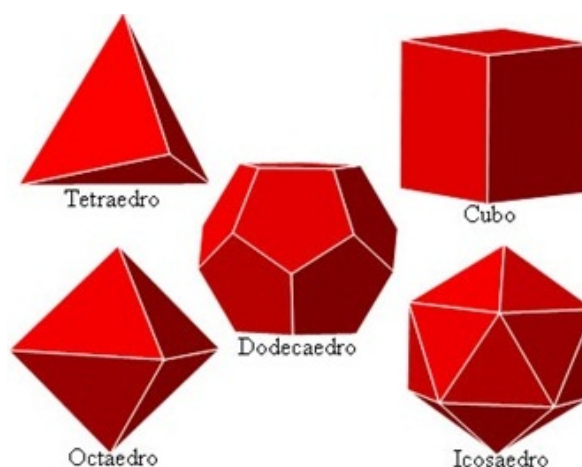


Figura 3.18 – Sólidos regulares.

3.4 - Projeções

Projetar significa representar uma figura no plano. Um exemplo cotidiano e físico que fundamenta esse conceito é a sombra que o sol produz de um objeto sobre uma superfície plana.

Para que tenhamos um sistema de projeção precisamos do objeto, a projeção, o centro de projeção e o plano de projeção.

As retas projetantes saem do centro de projeção e passam pelos pontos do objeto seguindo até o plano de projeção. Portanto a projeção de um objeto pode ser tratada de forma metafórica como sombra que ele produz em um plano.

3.4.1 Projeção cônica ou central

Na projeção cônica o centro de projeção fica a uma distância determinada do plano de projeção e as linhas projetantes são divergentes, conforme a Figura 3.19.

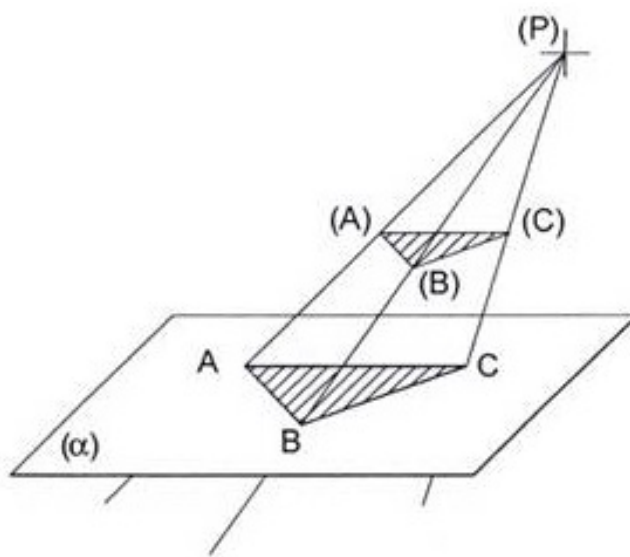


Figura 3.19 – Projeção cônica.

3.4.2 Projeção cilíndrica ou paralela

Neste sistema de projeção o centro de projeção está a uma distância indeterminada e as linhas projetantes são paralelas. Esse sistema ainda pode ser Oblíquo, onde as linhas projetantes estão inclinadas ao plano de projeção, ou seja, apresentam uma medida angular diferente de 90° , de acordo com a Figura 3.20.

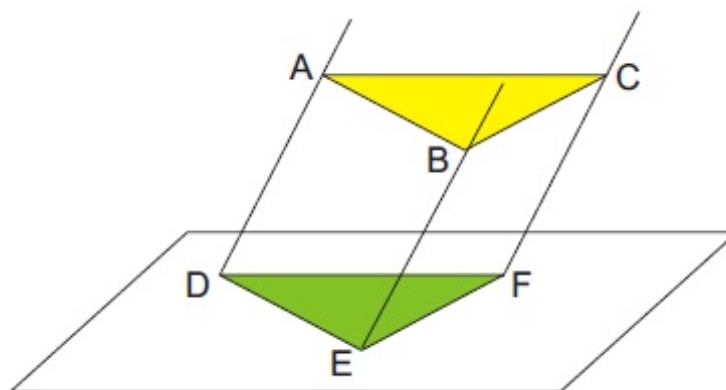


Figura 3.20 – Projeção cilíndrica inclinada.

No sistema Cilíndrico Ortogonal as linhas são perpendiculares a face do objeto e paralelas entre si. Esses reproduzem no plano de projeção uma imagem com o mesmo contorno e mesma grandeza do objeto. A imagem projetada no plano pela Projeção Ortogonal é reproduzida em verdadeira grandeza, ver Figura 3.21.

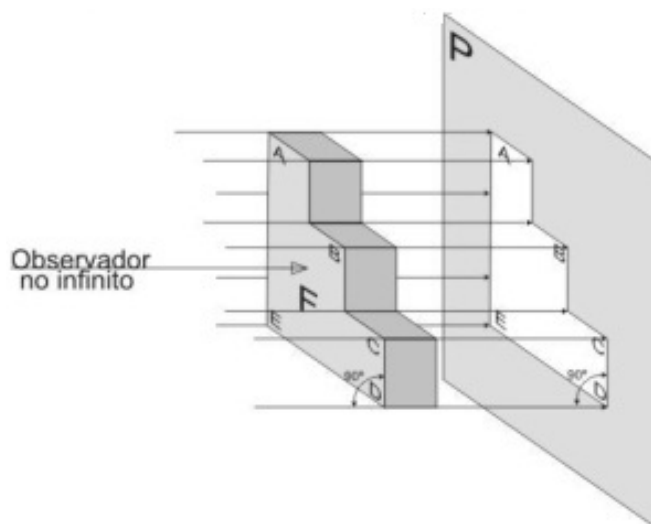


Figura 3.21 – Projeção cilíndrica ortogonal.

3.5 - Projeções e Vistas

Utiliza-se as projeções de um sólido para transformar um desenho de três dimensões (3D) em um desenho de duas dimensões (2D).

As projeções de um objeto no plano são chamadas de vistas, e essas permitem detalhamento do objeto. As vistas podem ser Frontal, Lateral direita, Lateral esquerda, Inferior, Superior e Posterior.

Com essas vistas podemos analisar como o objeto vai se tornar na realidade. Apesar de um objeto ter várias vistas, as mais utilizadas no desenho são:

- Projeção no plano vertical corresponde à vista de frente ou frontal.
- Projeção no plano horizontal corresponde à vista de cima ou superior.
- Projeção no plano de perfil corresponde à vista lateral esquerda.

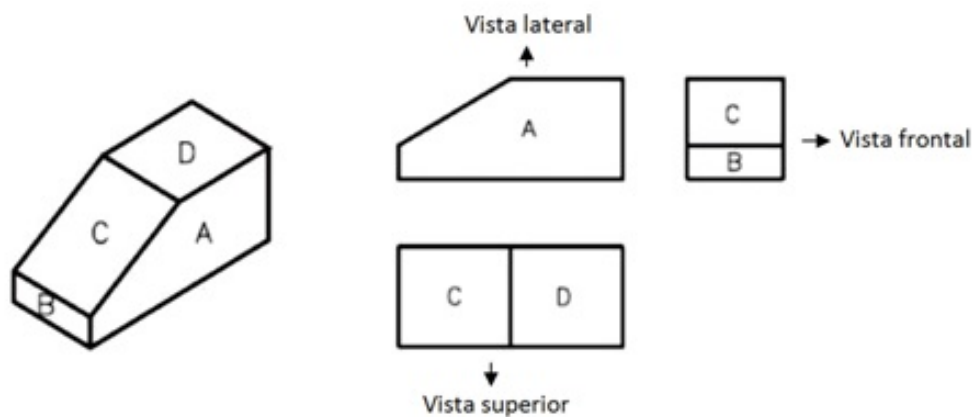


Figura 3.22 – Sólido, vistas.

3.6 - Perspectivas de Formas Geométricas

Nessa sessão trataremos da representação gráfica dos objetos na forma mais próxima do modo que são vistos. O desenho tridimensional nos fornece o formato do objeto em estudo e suas projeções resultam no que chamamos de perspectiva.

3.6.1 Compreensão da perspectiva

A perspectiva é um recurso gráfico feito com um jogo de linhas, utilizada para dar uma visualização do espaço em três dimensões de um objeto representado sobre um plano.

A perspectiva também pode ser denominada de cônica ou linear, é de fundamental importância para se desenhar objetos que apresentem volume, profundidade e espaço, ou seja, imagem em três dimensões.

3.6.2 Elementos da perspectiva

As informações desta subseção foram baseadas no site *SobreArte, aulas de desenho* (<http://www.sobrearte.com.br>).

Para se traçar uma perspectiva de um objeto, alguns elementos devem ser destacados, entre eles estão: linha do horizonte, ponto de vista, ponto de fuga e linhas de fuga. São esses quatro elementos da perspectiva que determinam o nível e o ângulo visual do espectador, sendo de fundamental importância no contexto do desenho. Na sequência serão descritas as características de cada um deles.

- Linha do horizonte:

Representa o nível do olhar do espectador na construção do desenho.

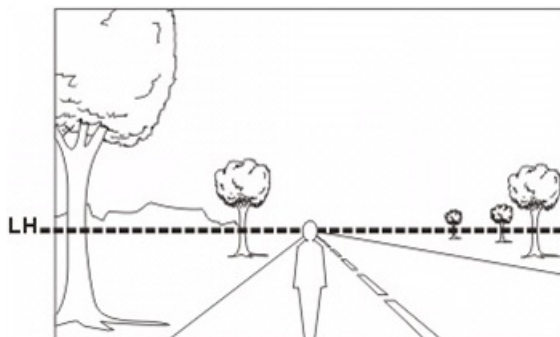


Figura 3.23 – Linha do horizonte.

- Ponto de vista:

Traçando uma linha vertical, que passe pelo observador e seja perpendicular à linha do horizonte, temos um ponto que é resultante do encontro das duas linhas citadas anteriormente. Tal ponto é identificado como ponto de vista.

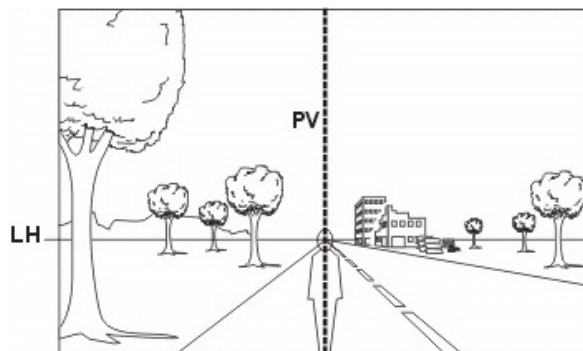


Figura 3.24 – Ponto de vista.

- Ponto de fuga:

Na linha do horizonte existe um ponto para o qual as linhas paralelas, pertencente a perspectiva, se convergem. Este ponto é identificado como ponto de fuga.

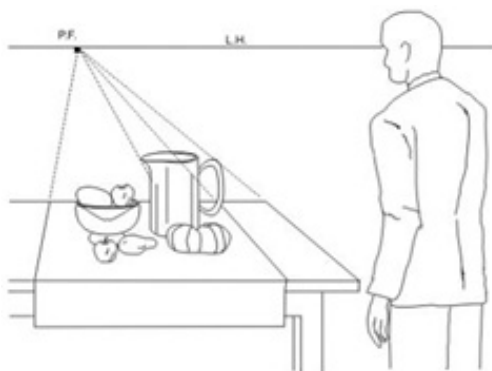


Figura 3.25 – Ponto de fuga 1.

Dependendo da perspectiva são necessários mais de um ponto de fuga. Nestes casos poderão ter pontos de fuga localizados tanto na linha do horizonte quanto na linha vertical do ponto de vista.

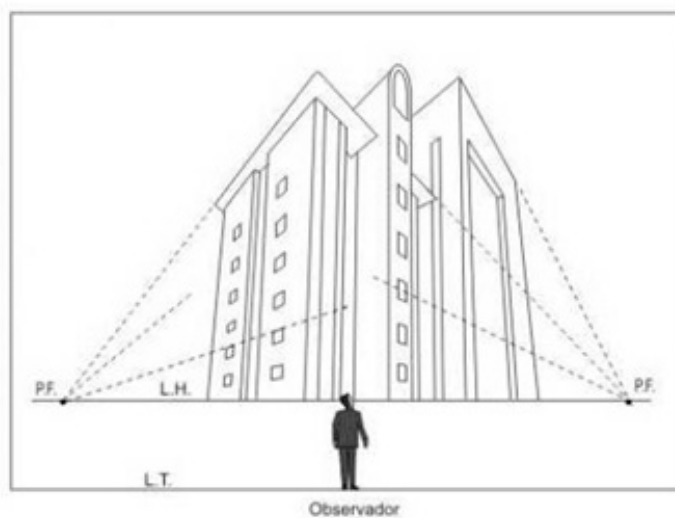


Figura 3.26 – Ponto de fuga 2.

- Linhas de fuga:

É uma parte imaginária do desenho, essas linhas dão a sensação de profundidade, pois são traçadas pontilhadas e de modo que convergem para o ponto de fuga.



Figura 3.27 – Linhas de fuga.

3.6.3 Tipos de perspectiva

A perspectiva é resultado de uma projeção, sendo assim, o centro de projeção é o olho do observador. De acordo com isso, teremos três tipos de perspectivas:

- Projeção cônica - Perspectiva cônica ou exata.
- Projeção cilíndrica oblíqua - Perspectiva cavaleira.
- Projeção cilíndrica ortogonal - Perspectiva axonométrica, a qual divide-se em: isométrica, dimétrica e trimétrica.

Dessas projeções a mais utilizada para representação de objetos é a isométrica, portanto será a única que enunciaremos.

Na perspectiva isométrica o objeto é representado de modo que permite demonstrar, através do desenho, três de suas faces, correspondentes as vistas frontal, lateral esquerda e superior. Essas três faces ficam interligadas, as mesmas são traçadas sobre três eixos. Esses eixos possuem mesma inclinação, respectivos 120° , e são identificados como eixos de coordenadas no espaço (x, y, z) , que servem de suporte às medidas das três dimensões aplicadas como altura, largura e comprimento.



Figura 3.28 – Eixos de isometria.

Fonte: MICELI e FERREIRA, 2010, p. 61.

Para início da construção da perspectiva de qualquer objeto, devemos ter a Figura 3.29 como base.

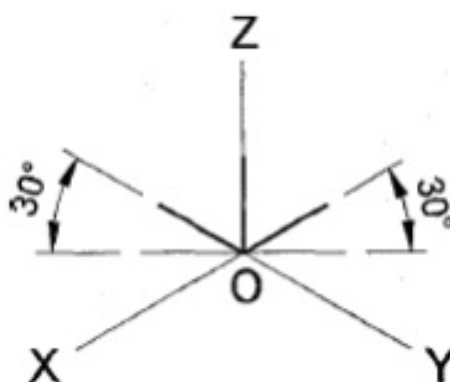


Figura 3.29 – Inclinação dos eixos.

Fonte: MICELI e FERREIRA, 2010, p. 62.

A partir de um objeto sólido, inicia-se a construção aplicando as medidas de suas arestas partindo dos três eixos de modo que se obtém as dimensões da imagem. A representação em perspectiva isométrica provoca uma pequena deformação visual.

3.7 - Diedro

É a junção de dois semi planos perpendiculares entre si, tratando-se de imagem tridimensional. Essa junção divide o espaço em quatro partes, cada uma dessas partes é denominada de diedro. Uma analogia simples ao diedro seria tentar visualizar um livro aberto tendo as suas páginas um ângulo de 90° . Dos quatro diedros apresentados o mais utilizado é o 1° , pela facilidade de visualização dos mesmos.

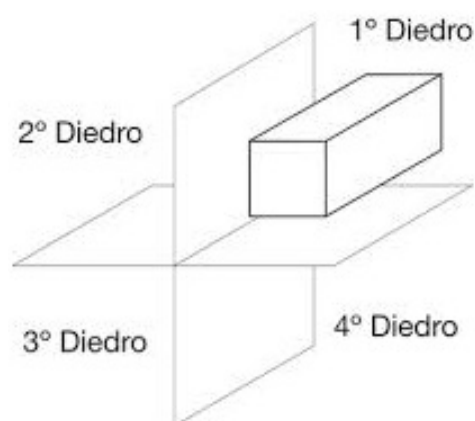


Figura 3.30 – Diedro.

3.8 - Épura

É a representação de um objeto no espaço para o plano. Essa técnica de representação geométrica bidimensional para formas tridimensionais, proporciona precisão no desenho. Para construir uma representação na épura é preciso projetar o objeto horizontal e verticalmente nos planos relacionados, como a superfície do desenho somente pode situar-se no plano, devemos deslocar os planos de projeção para que fiquem em apenas um o plano. Assim o plano de projeção vertical permanece inalterado e o plano de projeção horizontal será girado 90° para baixo, em torno do eixo de projeção horizontal.

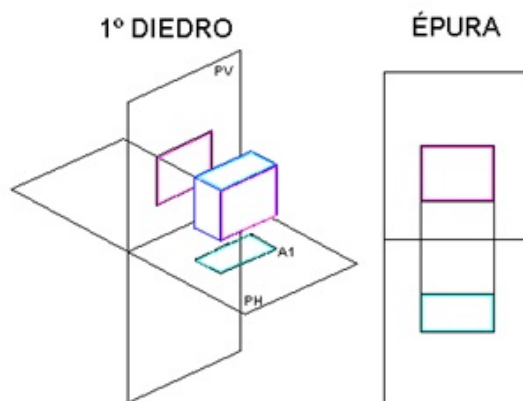


Figura 3.31 – Épura.

3.9 - Cortes

Objetos que possuam detalhes em seu interior são representados em vistas com cortes. Esses cortes permitem reduzir a quantidade de traços que destacaria o interior da peça, pois tais traços poderiam causar dificuldade para visão e interpretação do desenho. Esta técnica permite um melhor entendimento de perfis não visualizados em outras vistas, como podemos visualizar na Figura 3.32.

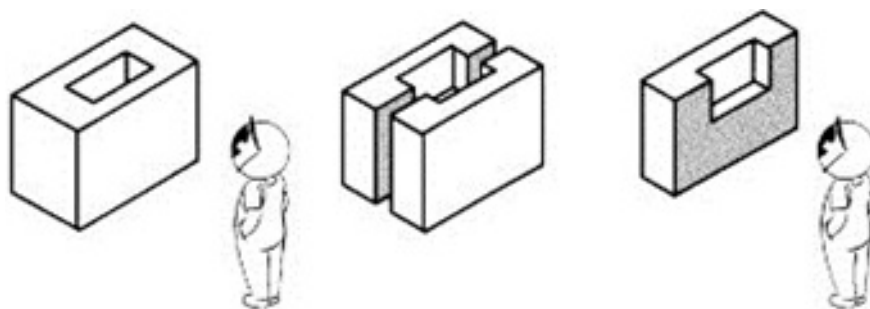


Figura 3.32 – Cortes.

3.10 - Interpretação de um Desenho

Uma boa interpretação de um desenho técnico acontece a partir do momento em que se conheça seus principais conceitos e também as linhas mais utilizadas na representação de um objeto em vistas ortográficas. Sendo assim destacaremos as linhas mais utilizadas na representação das perspectivas.

- Linha para contornos e arestas visíveis do objeto é uma linha contínua, larga e uniforme.

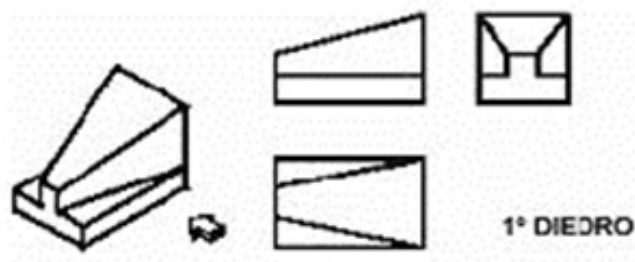


Figura 3.33 – Perspectiva, vistas.

- Linha para contornos e arestas não visíveis do objeto é uma linha tracejada, larga e uniforme.

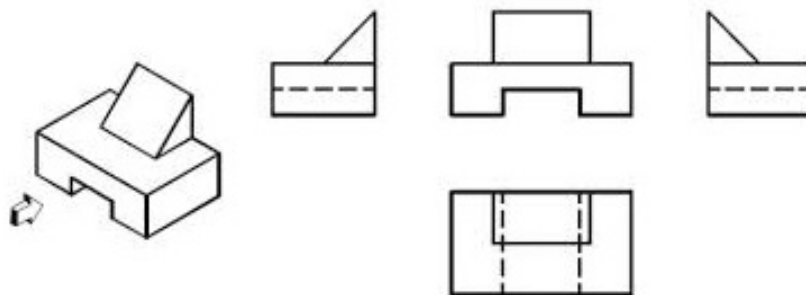


Figura 3.34 – Perspectiva, vistas, traçados.

As informações deste capítulo foram baseadas nos livros ‘*Desenho Técnico para Engenharias*’ de Claudia P. Bueno e Rosarita Steil Papazoglou, ‘*Desenho Técnico Básico*’ de Maria Tereza Miceli e Patrícia Ferreira, ‘*Desenho Técnico para a Construção Civil 1*’ de Ernst Neizel, ‘*Desenho Técnico: Problemas e Soluções Gerais de Desenho*’ de Maguire e Simmons e ‘*Apostila de Geometria Descritiva*’ da Universidade Federal da Bahia.

Uma Proposta de Ensino

Atualmente a maioria dos cursos de nível superior que oferecem GD como disciplina, tem como objetivo fazer com que o aluno visualize figuras, reais ou imaginárias, e construa suas representações gráficas. No entanto, em alguns casos, o indivíduo não desenvolve de forma tão natural esta habilidade, e neurofisiologistas afirmam que cerca de 20% dos adultos apresentam estrutura cerebral diferenciada, impossibilitando evoluir sua capacidade de visualizar as relações espaciais de figuras (MOTENEGRO, 2014, p. 141). Porém isto não quer dizer que ele tenha uma incapacidade intelectual, uma vez que o próprio cérebro substitui a ausência de uma faculdade por outra, a qual poderá ser excepcionalmente mais capaz para o raciocínio lógico e abstrato ou o domínio de cálculos mentais complexos. Corroborar essa afirmação a fala de Montenegro (1991, p. 142):

Não é insensato dizer que temos 2 cérebros: o direito e o esquerdo. O esquerdo é a sede da razão, do pensamento abstrato, da escrita, do raciocínio sequencial e convergente. Cabe ao cérebro direito comandar a intuição, o pensamento em imagens, o raciocínio divergente. O primeiro é analítico, o segundo faz sínteses. Um é controlado, o outro é emotivo.

Assim entendemos o nosso dever de tomar uma postura de observadores, para compreender as dificuldades dos discentes, e de pesquisadores, com intenção de propor metodologias de ensino diferenciadas, de modo que nos levem a elaborar situações para que os indivíduos, os quais estão envolvidos no processo de aprendizagem, desenvolvam suas capacidades.

Deste modo vamos analisar o que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) nos orienta sobre os objetivos que o aluno alcance ao final ensino fundamental.

Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1998, p. 8, on-line)

O professor deve apresentar uma postura atuante neste processo, não apenas orientando, mas instigando e criando situações em que o aluno se sinta interessado a resolver, despertando características que o torne questionador da realidade, apresentando argumentos críticos e criatividade ao desenvolver uma linha de raciocínio, esse fato é de fundamental importância para a formação do indivíduo.

Desta forma, devemos partir de problemas reais e palpáveis, que proporcionam o sentimento de busca do conhecimento necessário para se direcionar e posicionar diante de cada situação. Metodologia inversa tem sido praticada atualmente, pois a realidade é que grande parte do ensino vem se perpetuando de forma baseada unicamente em teorias e conseqüentemente forçando a velha prática mecânica da memorização, mesmo que não admitido por muitos.

Uma vez que se trabalham ferramentas e objetos manipuláveis, o indivíduo passa a ver sentido em suas ações, pois muitas vezes os problemas se assemelham a situações cotidianas, levando o mesmo a pensar em metodologias para solução de problemas.

Entendemos que para uma informação ficar gravada em nossa memória, esta tem que apresentar um fato que desperte nossa atenção, ou seja, que marque a situação em nossas lembranças. Por exemplo, um trajeto cotidiano seguido todos os dias por um indivíduo, como de casa para o trabalho, se torna um acontecimento automático, pois o mesmo segue uma seqüência de ações repetitivas, sendo desnecessário o arquivamento de detalhes em nossa memória de longo prazo. Porém se durante o trajeto, em algum desses dias, acontece algo que saia da rotina, o indivíduo gravará as informações obedecendo a seqüência de acontecimentos. Podendo assim relatar detalhes não só do fato ocorrido, mas também da seqüência de acontecimentos do dia.

Diante da informação, percebemos que os estudos também seguem uma rotina cotidiana, conseqüentemente os alunos, mesmo que inconsciente, entram em um modo automático ao assistirem as aulas, e as informações apresentadas durante as mesmas vão para a memória de curto prazo. Assim notamos que é de extrema importância a aplicação de atividades que promovam a quebra da rotina, deste modo mesmo que o aluno não consiga gravar todas as informações, se lembrará da seqüência das ações realizadas para resolução do problema apresentado.

O Desenho Geométrico nos auxilia na inclusão de atividades que fogem de exercícios mecânico e repetitivos. Permitindo ao professor trabalhar de maneira dinâmica

e evitando que o processo de ensino se torne rotineiro.

Assim sendo, pretendemos relacionar o Desenho Geométrico as habilidades a serem desenvolvidas em cada ano de ensino, sugeridas pelos PCN's. Dessa forma os PCN's organizam a escolha de conteúdos por blocos. O estudo da geometria se encontra dentro do bloco **Espaço e Forma**.

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51, on-line)

Como vimos anteriormente, segundo Tavares (2009, on-line) o desenho faz parte de um sentimento que se desperta na infância, conseqüentemente ao estar inserido no campo geométrico, nos possibilita trazer a atenção do aluno para a disciplina de forma natural. Através dos conceitos geométricos os alunos desenvolvem uma linha de raciocínio que lhe permite conhecer, entender e descrever de maneira organizada seu ambiente. Oferece também conhecimentos básicos de localização e posição de figuras, onde muitas habilidades podem ser trabalhadas e contextualizadas com produções artísticas. Apesar de tantas contribuições os conteúdos de geometria trabalhados no 6º e 7º ano do Ensino Fundamental são apenas conceitos que introduzem conhecimentos geométricos, que se ampliarão posteriormente. Citaremos abaixo alguns objetivos a serem alcançados ao se trabalhar Geometria no 6º e 7º ano do Ensino Fundamental.

- Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. (BRASIL, 1998, p. 65, on-line)

A geometria espacial, mesmo que tratada nos PCN's, é pouco explorada até mesmo pelos professores da área, grande parte por não possuir em sua grade de formação profissional uma condução de estudos de maneira satisfatória, capaz de contribuir

para seus conhecimentos e entendimento de situações que envolvam o espaço, deste modo os mesmos apresentam dificuldade em sua exposição (SOARES, 2009, p. 45). Nas séries iniciais é notado que os professores também não estão preparados para trabalharem as ideias geométricas pois, não tiveram orientações para desenvolver esse tipo de atividade, deste modo a falta de clareza sobre o que ensinar ou qual habilidade que os alunos desenvolverão, dificulta a continuidade do processo de ensino pelos professores nas séries seguintes.

Além dos fatores citados, não temos ainda, livros didáticos voltados para o ensino fundamental que aborde a geometria espacial de maneira aprofundada, mesmo sabendo que estes são apenas referências, alguns profissionais se esquecem que o livro é um apoio, ficando presos a seguir o roteiro que é oferecido pelo mesmo.

Nos anos seguintes, 8º e 9º do Ensino Fundamental, os objetivos trazidos pelos PCN's são contínuos aos orientados para os anos anteriores.

- Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;
- Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais. (BRASIL, 1998, p. 81-82, on-line)

Notamos que o principal enfoque trazido no PCN é a geometria plana, porém destacamos dois pontos que nos interessa. O primeiro quando retrata a localização de pontos no espaço e o segundo ao citar figuras espaciais, ou seja, sólidos e a interpretação de suas vistas. Se tais conteúdos fossem aplicados/trabalhados de forma que envolva atividades de manipulação de maneira dinâmica, atraindo a atenção dos alunos, conseqüentemente a visão geométrica dos discentes seria melhor desenvolvida, além da desmistificação da Matemática, a qual não consiste em apenas cálculos que muitas vezes são tidos como sem sentido pela maioria dos alunos, tornando a Matemática mais atrativa, relacionando a teoria com a prática para que não se torne algo assustador, explorando suas diversas áreas e mostrando que o indivíduo pode ter uma afinidade com a disciplina que nem mesmo ele conhecia.

No Ensino Médio, público alvo do nosso trabalho, o ensino da Matemática além do caráter formativo e instrumental, deve ser visto como ciência, a qual ajuda o aluno a estruturar seu pensamento e raciocínio dedutivo. De modo que o indivíduo desperte a autoconfiança para enfrentar uma diversidade de situações, assim além da formação

profissional o estudo da Matemática deve desenvolver habilidades que alcancem sua formação pessoal. Segundo os PCN's os alunos do Ensino Médio devem ser expressivos, tomadores de iniciativa.

Numa outra direção, as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1998, on-line)

Assim percebemos que nosso compromisso com o ensino de Matemática no Ensino médio vai muito além de conteúdos, devemos contribuir integralmente com seu crescimento cognitivo.

Ao se desenvolver um trabalho adequado da Geometria, podemos unir uma extensa gama de conteúdos, de forma que se integrem, interligando-os e assim os alunos percebem a inter-relação dos mesmos.

O próprio uso das régulas, transferidores, esquadros e compasso permite uma experimentação, algo palpável de manipulação que estimula a sintonia entre a coordenação motora e conhecimentos teóricos. Logo o indivíduo não aprende apenas a teoria, mas a leva para prática (SILVA A., 2013, p. 30).

Sendo assim com a prática de exercícios de GD, voltada para o Desenho Geométrico (DG), acreditamos que podemos alcançar a visualização da estrutura espacial representada em duas dimensões e também desenvolveremos estratégias de resolução de problema, além de sua operacionalização através de representação bidimensional (épura). Dessa forma, o processo de resolução de problemas em GD pode ser dividido, em fases. A primeira seria a visualização, de forma que o indivíduo entenda a posição e formato espacial. Seguida da aplicação de raciocínio abstrato para a procura de possíveis soluções para os problemas propostos. Finalizando com a fase de resolução, onde é aplicado os conhecimentos adquiridos e procedimentos metodológicos, para a memorização do processo.

Propomos aplicar o DG em turmas do Ensino Médio, com carga mínima de conhecimento geométrico espacial, para em seguida inserir conceitos teóricos abstratos. Inicialmente revisaremos conhecimentos básicos de Geometria já estudados pelos discentes em anos anteriores, desenvolveremos atividades em níveis crescentes de dificuldade, com desenho de objetos espaciais e uso de materiais manipuláveis, como régulas e esquadros, posteriormente será desenvolvido atividades para construções de sólidos e partindo dessas construções serão feitas suas respectivas representações gráficas, dessa forma as atividades permitem que os discentes não só acumulem conhecimento, mas também visualizem suas produções e desenvolvam habilidades motoras.

Segundo Chaves (2013, p. 39), a utilização do desenho permite que o indivíduo visualize em seu próprio ambiente objetos que se assemelham com os problemas propostos, formalizando um trabalho palpável, pois o mesmo se enxerga dentro da situação. Este fato faz com que ele se sinta motivado, e interessado pelas atividades desenvolvidas, pois percebe a importância de cada conteúdo estudado. Com isso fica claro a colocação de Montenegro (1991) ao afirmar que Monge descobriu com a intuição o que anos depois a Medicina nos provou: “sem emoção não há fixação”.

Ao trabalharmos visualizações e a prática de atividades com níveis crescentes de dificuldade, são aprendizados que ocasionam a todo momento uma reflexão das ações, de modo que o próprio indivíduo sente a necessidade do conhecimento teórico, o qual é aplicado gradativamente, de tal maneira que o discente perceba a contextualização da prática com a teoria, notando que ambas caminham juntas, ou seja, uma precisa da outra. Uma vez que nossa realidade de ensino mostra que apenas utilizamos teorias soltas, e muitas vezes não conseguimos exemplificar qual a utilidade na vida do indivíduo que as estudam.

Utilizando esta metodologia objetiva-se que o aluno desenvolva habilidades que lhe permita questionar e buscar alternativas e soluções para os problemas propostos, encorajando-o e assim promovendo a construção de novas competências.

Outra estratégia deste processo é o uso da intuição. De forma que a soma de experiências anteriores ficam gravadas em nossa mente, uma percepção não considerada plenamente racional. Segundo Montenegro (1991) “*é necessário fazer, experimentar, tanto como perceber e sentir*”. Isso nos possibilita transformar o processo de ensino em uma aprendizagem dinâmica e interativa.

A busca por novas técnicas de ensino, vem da necessidade de intervir positivamente na aprendizagem do indivíduo, e com isto nos faz desenvolver modos que permitam aprendizagem baseada em situações problemas, os quais em situações inesperadas apresentam a necessidade da busca por novas soluções, exigindo do indivíduo uma retrospectiva, trazendo experiências anteriores de forma adaptada a nova situação. Isto gera discussões em busca da solução e conseqüentemente uma troca de experiências (SILVA, M., 2007, on-line).

Essa prática diferenciada de ensino foi aplicada há anos pelo pioneiro no estudo desta disciplina. Gaspard Monge se colocava no lugar do aluno para que pudesse entender suas limitações e trabalhar o desenvolvimento das mesmas. Não usava nomenclaturas e nem muitas verbalizações. Para ele a visualização é mais importante do que a verbalização.

Portanto entendemos que atividades práticas, como o desenho, faz com que o indivíduo, além de realizar o manuseio dos objetos necessários para o desenvolvimento da atividade, trabalha a psicomotricidade e faz com que o mesmo reflita sobre as

diversas maneiras para a resolução do problema proposto. Tornando-os capazes de inovar em suas soluções, de modo que há o estímulo da criatividade e conseqüentemente instiga a busca e pesquisa por novas informações que contribuam para a realização do processo.

O DG é a base do raciocínio espacial, exercício mental de projetar e planejar em engenharia, porém ao desenvolvê-lo como ferramenta de ensino, pretendemos tomar uma direção diferente, pois não vamos cobrar com o rigor de uma disciplina acadêmica, e sim trabalhar com o objetivo de desenvolver habilidades. Assim nosso estudo se apoiará sobre dois eixos: raciocínio espacial e habilidade manual.

“*O homem vê, antes de compreender e demonstrar.*” (COSTA apud MONTE-NEGRO, 1991, p. 9). Conseqüentemente a inicialização de atividades que o discente possa manusear e visualizar se torna fundamental para fortificar o alicerce do aprendizado.

Destacamos que o intuito desse trabalho não é apenas o desenvolvimento do Desenho Geométrico como apoio às disciplinas, mas também como apoio aos aprendizados de outros conteúdos. A GD se insere como uma ampliação desta possibilidade, aumentando as chances de finalizar o processo com o aprendizado efetivado. Logo o ponto de partida para o sucesso do entendimento do aluno é a visualização antecipada do que se pretende teorizar.

Devemos ter o cuidado para utilizar objetos do mundo real ou sólidos geométricos que se assemelhem a objetos reais, pois assim facilita o processo de entendimento do aluno. Ao usar objetos que os alunos já têm gravados em sua memória, nossa preocupação passa a ser uma maneira mais prática de fazer com que ele consiga trazer este objeto para um sistema de representação. Posteriormente o uso de formas mais complexas.

Notamos que apresentação de temas abstratos não devem ser feitos no início dos conteúdos, o processo de ensino deve acompanhar o desenvolvimento da mente humana, de modo que ela faz uma busca no histórico arquivado, partindo do concreto para então ir ao abstrato, ou seja, pedagogicamente a abstração é o último estágio do aprendizado. Ideias surgem em forma de visão, porém passam por diversos estágios antes de ter uma finalização sistemática.

Compreendemos então que as construções geométricas surgem através de ideias, mas até que sejam efetivadas passam por diversas tentativas de representação. Exigindo do aluno uma linha de raciocínio. Finalmente entendemos que o Desenho Geométrico pode ser usado para representar e compreender o mundo que nos cerca, enfatizando o ensino de abstração.

Instrumentos Utilizados

Como a execução deste trabalho é voltada para o desenho no espaço de objetos com superfície não curvas, de modo que os objetivos são totalmente pedagógicos, deixaremos de lado o rigor para com a realização perfeita das atividades de desenho geométrico. Nossa intenção não é voltada para a total beleza da obra, mas sim que o discente entenda o processo.

Nossos estudos não são voltados diretamente para serviços profissionais, com isto adaptamos parte do material utilizado, o que não prejudica o resultado final. Mesmo que não seja cobrado a perfeição nas atividades necessitamos do material básico para o desenvolvimento do trabalho, não quer dizer que não estaremos atento a qualidade na realização dos exercícios. Tal material foi adquirido de acordo com a realidade social dos alunos que participaram, uma vez que desenvolvido com alunos do Ensino Médio da escola Estadual Vila Rica, onde grande porcentagem é de baixa renda.

5.1 - Prancheta e Régua T

Para se trabalhar com desenho é conveniente um lugar e móveis apropriados, por exemplo, prancheta e régua T.

A prancheta é uma mesa apropriada para desenvolvimento dos desenhos. Deve ser fabricada de material rígido e superfície lisa, de forma que não prejudique o desenho.

A folha onde o desenho será realizado tem que permanecer fixa. Pranchetas profissionais tem uma borda para encaixe das folhas, assim ela não se movimenta durante a realização das atividades, evitando danificação das produções.

A prancheta utilizada neste trabalho foi feita a partir de uma folha de MDF cru, nas medidas 50 x 40 cm. Para fixarmos as folhas utilizamos fita crepe, pois a mesma mantém a folha firme na prancheta porém não a danifica no momento de retirada.



Figura 5.1 – Prancheta.

A régua T é utilizada apoiada na prancheta e destinada a fazer retas horizontais e paralelas, como o próprio nome diz seu formato é de um ‘t’. Também serve para base onde se apoia as demais régua usadas no desenho de maneira que os traçados fiquem retilíneos.

A régua construída para este trabalho também foi feita do material de MDF, porém com adaptações para facilitar o manuseio dos alunos. Seu comprimento é o mesmo da prancheta e se encaixa nas 2 laterais da largura da mesa.

O jogo de prancheta e régua T utilizado neste trabalho é apresentado na Figura 5.3.



Figura 5.2 – Régua T.

Essa régua, assim posicionada, possibilita o deslocamento paralelo ao desenho e o traço de linhas, bem como auxilia o deslize dos esquadros.



Figura 5.3 – Prancheta e régua T.

5.2 - Lápis

Variam de acordo com a espessura e dureza do grafite, grafites mais macios produzem traços mais largos, os mais duros produzem traço mais estreitos. Como já dito, nosso intuito não é perfeição do desenho e sim a compreensão do processo. Logo o lápis utilizado pelos alunos foi o simples lápis escolar, 2B, de forma que ao necessitar destacar a espessura do traçado aplicavam mais força ao manuseá-lo, obtendo o resultado esperado.

5.3 - Esquadros

Par de régua triangulares com ou sem sem graduações, usados em conjunto com a régua T. podem ser de madeira ou de plástico. Ambos possuem um ângulo reto, sendo um dos esquadros um triângulo escaleno (com ângulos de 30° e 60°) e outro isósceles (com dois ângulos de 45°). São usados para traçar retas em diversas angulações.

Os esquadros utilizados neste trabalho foram os simples escolares, pois satisfiziam as necessidades no desenvolvimento e é mais acessível aos alunos.

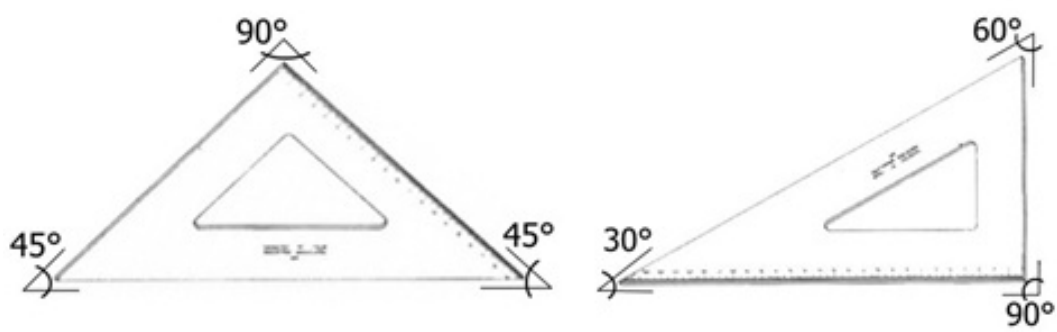


Figura 5.4 – Esquadros.

Procedimentos Metodológicos para Realizar o Desenho Espacial

Destacaremos aqui os procedimentos adotados neste trabalho para o desenvolvimento dos desenhos no espaço. Iniciaremos com o plano cartesiano e seguindo até representação dos sólidos por perspectivas e suas épuras.

6.1 - Sistema Cartesiano no Espaço

Inicialmente para que o aluno entendesse o conceito espacial, voltamos para uma breve recapitulação do sistema cartesiano em duas dimensões e posteriormente prosseguimos com o plano cartesiano no espaço.

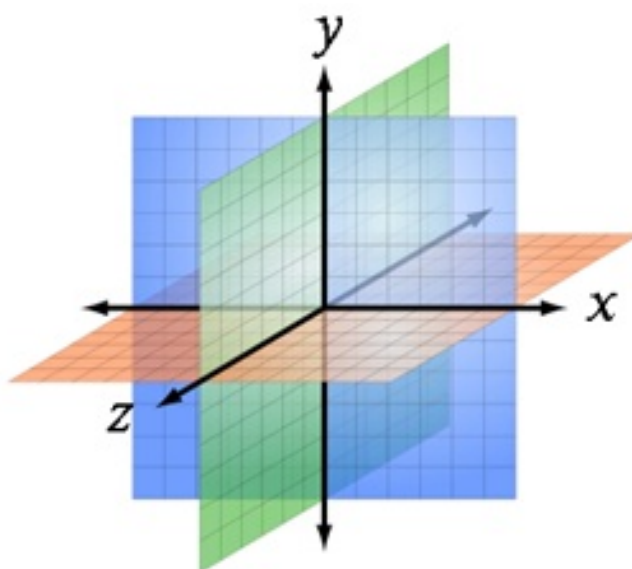


Figura 6.1 – Sistema cartesiano 2.

Neste momento iremos detalhar os procedimentos desenvolvidos, utilizando o material citado no capítulo anterior. O primeiro passo, desenhar os três eixos, utilizando a régua T, traça-se uma linha horizontal do tamanho que será conveniente para o desenho, esta linha será o eixo y . A partir do ponto de início do eixo y , lado esquerdo, usando qualquer esquadro apoiado na régua T, é traçado uma linha vertical e perpendicular, este será o eixo z . O ponto de encontro dos eixos y e z forma o ponto de origem O , a partir deste ponto e utilizando o esquadro isósceles, traçamos uma reta com inclinação de 45° em relação a régua T, este será o eixo x .

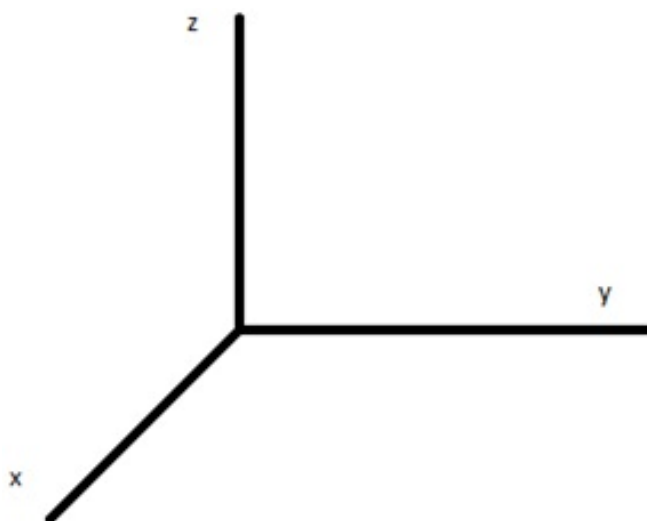


Figura 6.2 – Eixos cartesianos.

Inicia-se as atividades tomando o 1° octante como referência para o desenho. Dado um ponto P qualquer, para que possa definir suas coordenadas cartesianas. Primeiro pensamos em um plano paralelo ao plano xy , de modo esse plano paralelo passe pelo ponto P , ao seccionar o eixo z fica marcado um ponto, chamamos então este encontro do eixo z com o plano paralelo a xy , de coordenada z do ponto P .

Seguindo o mesmo processo para yz , pensamos em um plano paralelo a yz que passe pelo ponto P , este plano paralelo cortará o eixo x destacando o lugar geométrico assim encontramos a coordenada x .

O próximo passo é traçar uma reta perpendicular ao plano xy que passe por P , a intersecção desta reta com o plano xy gera o ponto P' . Ligamos então perpendicularmente o ponto P' a coordenada x , seguidamente traçamos uma reta que passe por P' e perpendicular ao eixo y , que nos mostrará a coordenada y .

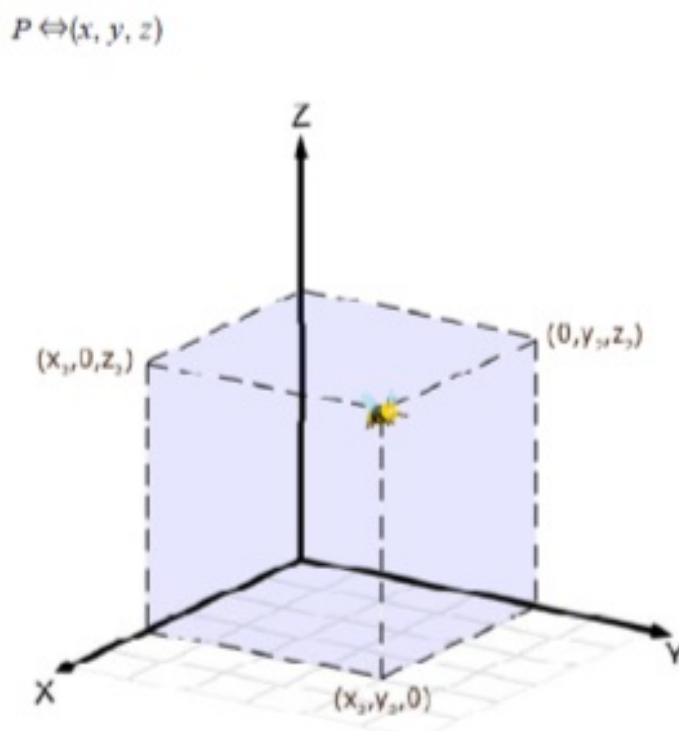


Figura 6.3 – Coordenadas no espaço.

Neste ponto trabalharemos a localização dos pontos no sistema cartesiano conforme suas coordenadas, a mesma será alcançada utilizando apenas jogos de retas paralelas aos eixos.

Uma vez que o discente conseguiu definir as coordenadas no sistema através do ponto marcado. Vamos, então, localizar o ponto no sistema cartesiano e destacar suas projeções, dado as coordenadas do respectivo ponto. Porém vamos usar um procedimento inverso, partindo das projeções para então chegar ao ponto.

Dado um ponto A de coordenadas (x, y, z) , temos que na representação gráfica do ponto, toda linha traçada paralela aos eixos terá o comprimento dado pela coordenada. Por exemplo, toda linha traçada paralela ao eixo x terá o comprimento x , toda linha traçada paralela ao eixo y terá comprimento y e toda linha traçada paralela ao eixo z terá comprimento z . Iniciando pelo eixo z , marcamos a coordenada z e traçamos nesta marcação uma linha perpendicular ao eixo z e paralela ao eixo y , de maneira que esta linha pertença ao plano yz . Seguindo este procedimento no eixo y , marcamos a coordenada y e traçamos uma reta perpendicular ao eixo y e paralela ao eixo z , de modo que essa linha pertença ao plano yz . Ao traçar essas duas linhas percebemos que elas se intersectam formando a projeção do ponto A no plano yz , identificado com A_3 , conforme Figura 6.4.

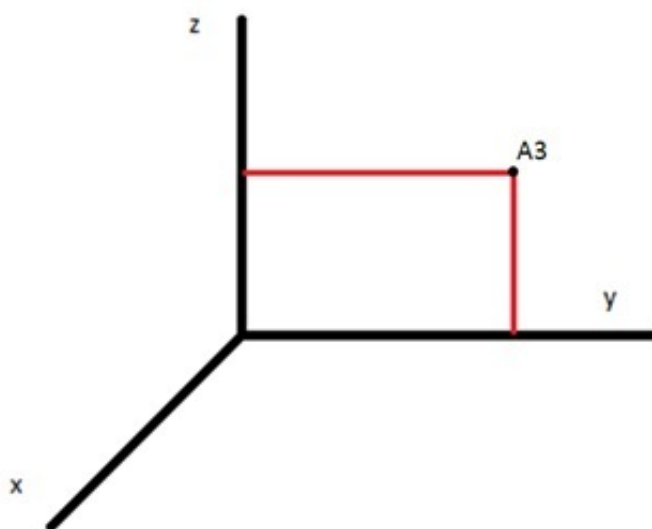


Figura 6.4 – Localização do ponto A parte 1.

Em continuidade traçamos uma linha pertencente ao plano xz , que passe pela marcação da coordenada z , sendo perpendicular ao eixo z e paralela ao eixo x . Ainda no plano xz traçamos uma linha que passe pela marcação da coordenada x e seja perpendicular ao eixo x e paralela ao eixo z . Seguindo o mesmo processo para os eixos x e y em relação ao plano xy .

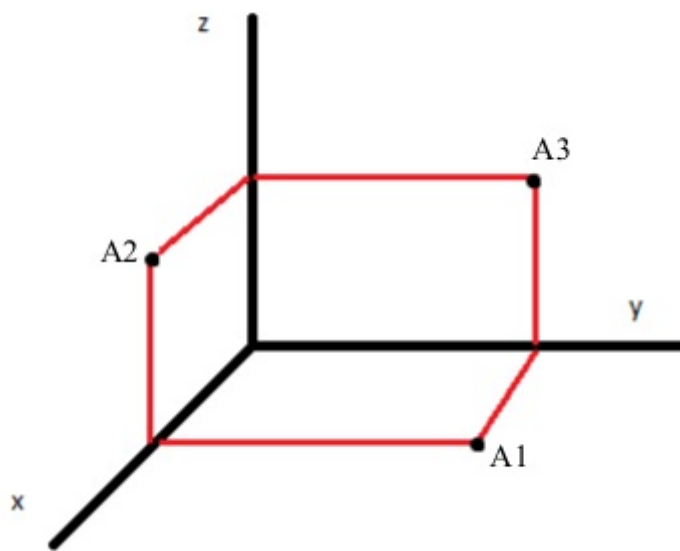


Figura 6.5 – Localização do ponto A parte 2.

O encontro desses segmentos de reta no plano xy gera o ponto A1, no plano xz gera A2, no plano yz gera A3, conforme a Figura 6.5. Partindo do ponto A1 traçamos uma linha perpendicular a xy e paralela a z . A mesma tem que apresentar medida igual a distância do ponto marcado no eixo z em relação a xy , veja Figura 6.6.

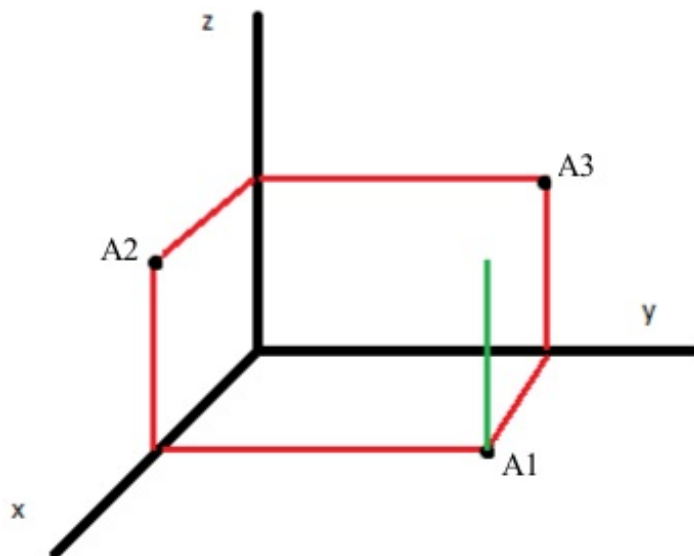


Figura 6.6 – Localização do ponto A parte 3.

O ponto encontrado após a última reta traçada chamaremos de ponto A. Os pontos A1, A2, A3 são as respectivas projeções de A nos planos horizontal (xy) identificado no desenho como PH, vertical (xz) identificado no desenho como PV e vertical' (zy) identificado no desenho como PV', conforme Figura 6.7.

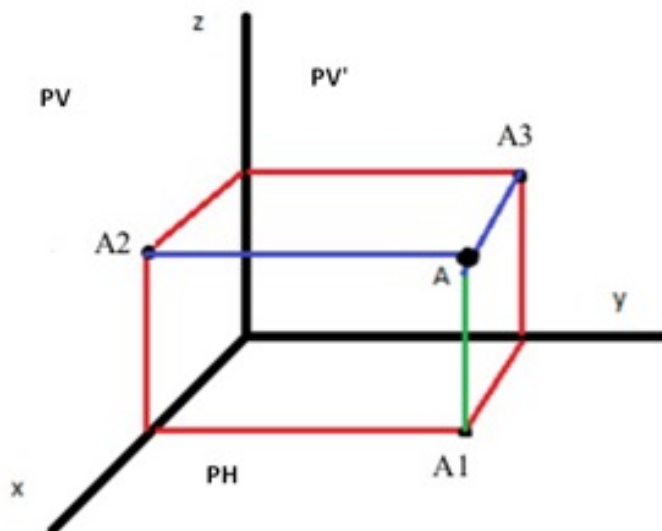


Figura 6.7 – Localização do ponto A parte 4.

Nessa linha de raciocínio, podemos localizar uma infinidade de pontos no espaço e conseqüentemente localizar retas e figuras planas posicionada no mesmo. A Figura 6.8 apresenta a localização dos pontos A, B, C e D que delimitam uma região plana no espaço.

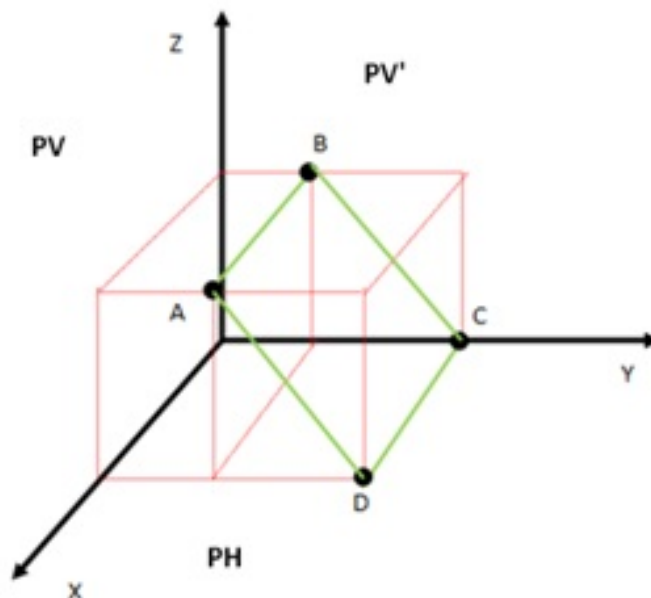


Figura 6.8 – Localização da figura plana no espaço.

Como ABCD é inclinado a PV, PV' e PH, não apresenta a projeção em nenhum dos planos que caracterize a chamada verdadeira grandeza, uma vez que para isto ocorrer é necessário que a figura esteja paralela a um dos três planos.

6.2 - Épura

Como a épura é a representação das projeções da imagem, temos que cada ponto gera sua projeção nos planos.

Nosso primeiro passo é “abrir” os eixos, de forma a tornar o sistema em uma imagem plana. Deste modo devemos deslocar os planos de projeção para um único plano. O plano identificado como PV permanece inalterado, o plano identificado como PV' será girado 90° em torno do eixo z , para direita. O plano identificado como PH, será girado 90° em torno do eixo x , para baixo. Conforme Figura 6.9.

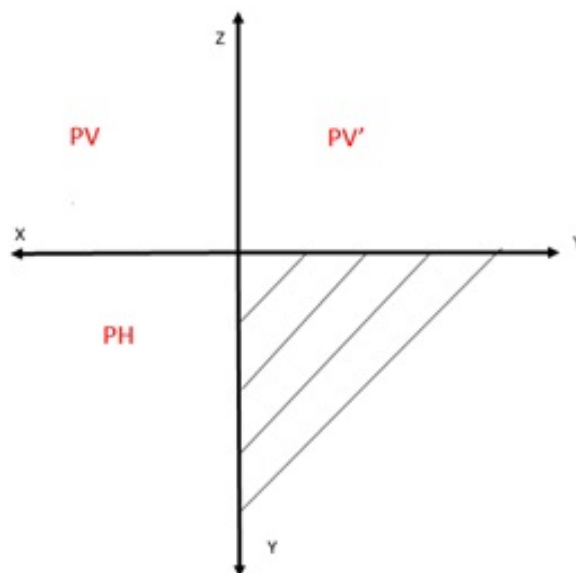


Figura 6.9 – Épura 2.

Agora para o desenvolvimento do desenho na épura utilizaremos apenas o jogo de retas horizontais e paralelas traçadas com a régua T e retas verticais e paralelas traçadas com qualquer esquadro de forma que fique apoiado na régua T e um de seus lados fique perpendicular a mesma. Se a figura tiver alguma face inclinada em relação aos planos de projeção, haverá alguns traços de suas projeções inclinados, de

maneira que pode ser traçada ligando os pontos de projeção correspondentes aos pontos pertencente a face em questão, sem necessidade do apoio do esquadro na régua T.

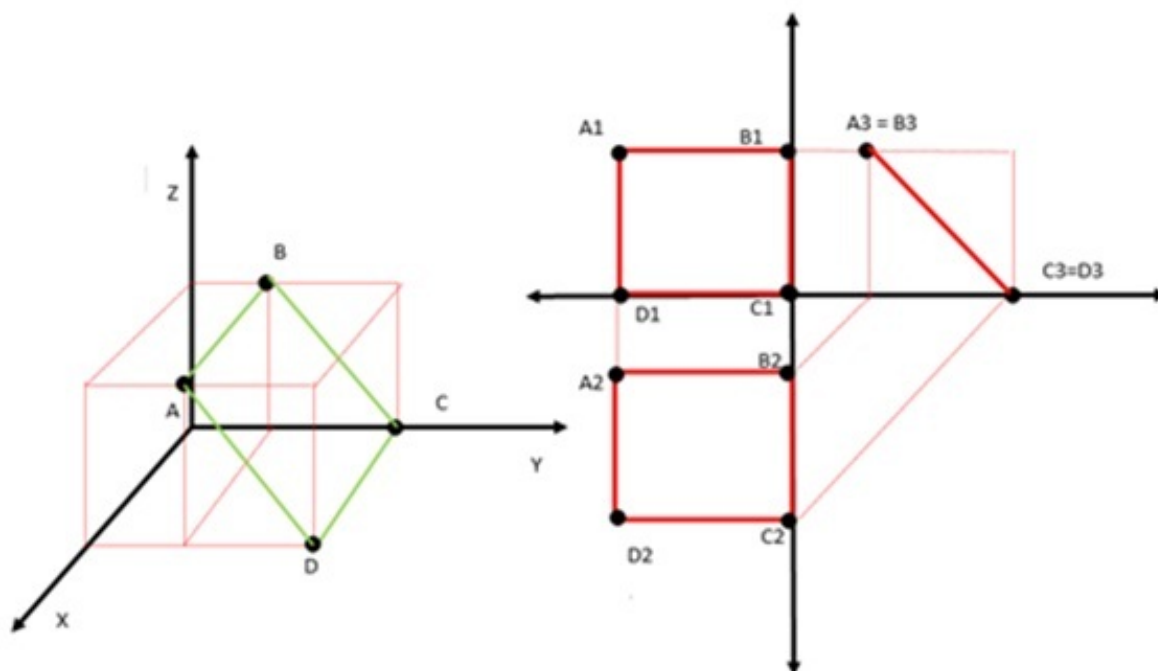


Figura 6.10 – Plano no espaço e épura.

6.3 - Desenho das Perspectivas

Para termos uma melhor visão do objeto no plano, fazemos o seu desenho com inclinação de 30° , desenharemos com uma inclinação de 30° , ou seja, utilizando as definições da perspectiva isométrica. Como a intenção é tornar o processo mais claro possível tomaremos um objeto real, pois como já foi discutido em capítulos anteriores, facilita o processo de entendimento para o indivíduo e nossa preocupação passa a ser qual a maneira mais prática para fazer com que traga as idéias para o sistema de representação. Porém que imagem nos proporcione aplicar todos os recursos apresentados.

Como podemos observar na Figura 6.11 temos uma escada, porém vamos delimitar o desenho, nosso foco será os quatro primeiros degraus da escada.



Figura 6.11 – Escada parte 1.



Figura 6.12 – Escada parte 2.

Utilizaremos para a construção das perspectivas o esquadro escaleno, pois tem as medidas angulares que necessitamos. Para iniciarmos pensaremos nos três eixos principais, de modo que neste desenho estariam nas posições que representam a largura e o comprimento desta parte da escada e a altura do primeiro degrau.

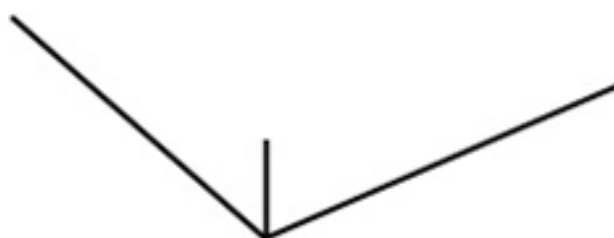


Figura 6.13 – Perspectiva parte 1.

A partir de então, como no processo do sistema cartesiano, usaremos um jogo de retas paralelas ao sistema de eixo desenhado, conforme a Figura 6.13, de modo que venha a representar as quinas do objeto.

Construindo uma das faces, neste caso a lateral, os traços que representam as alturas são construídos com o esquadro apoiado na reta T de maneira que um de seus lados fique perpendicular à mesma. Para construir a parte que seria a superfície dos degraus, o esquadro deve ficar apoiado na régua T de modo que um dos seus lados fique perpendicular à régua e o outro, com angulação de 30° em relação à régua T, paralelo ao traço da base lateral.

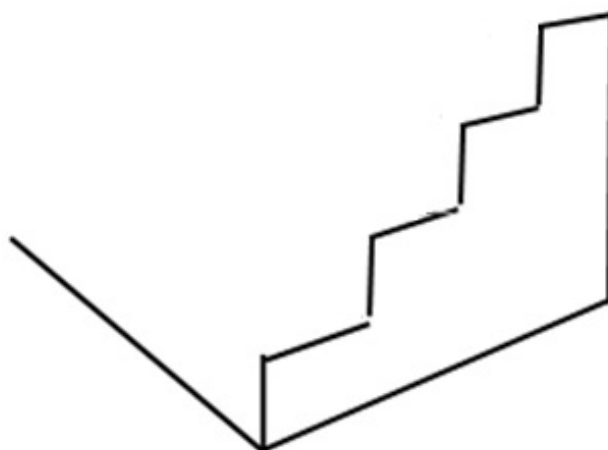


Figura 6.14 – Perspectiva parte 2.

Estendendo os traços das superfícies dos degraus, paralelos à linha da base frontal, tem-se os degraus definidos.

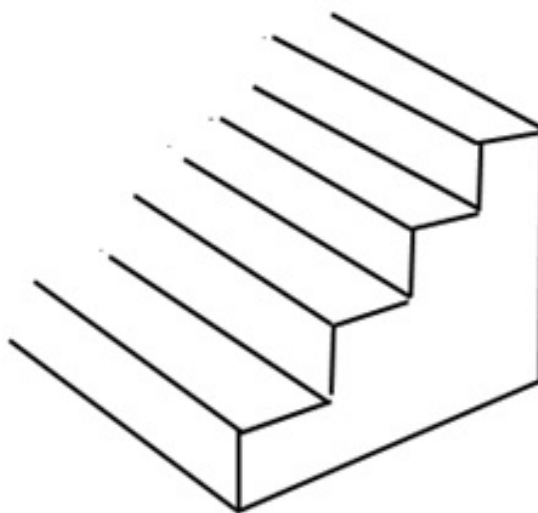


Figura 6.15 – Perspectiva parte 3.

Finalizando, basta traçar as retas paralelas às respectivas alturas dos degraus, de maneira que feche a vista frontal de cada degrau. O mesmo se segue para a superfície dos degraus. Devemos traçar uma reta paralela às respectivas larguras, de modo a fechar a vista superior de cada degrau.

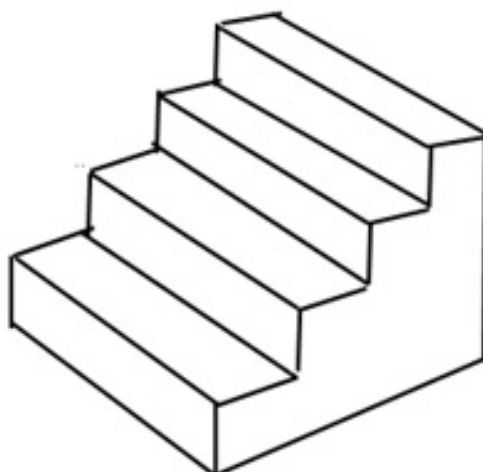


Figura 6.16 – Perspectiva da escada.

Finalmente podemos comparar o desenho pronto com a imagem real.

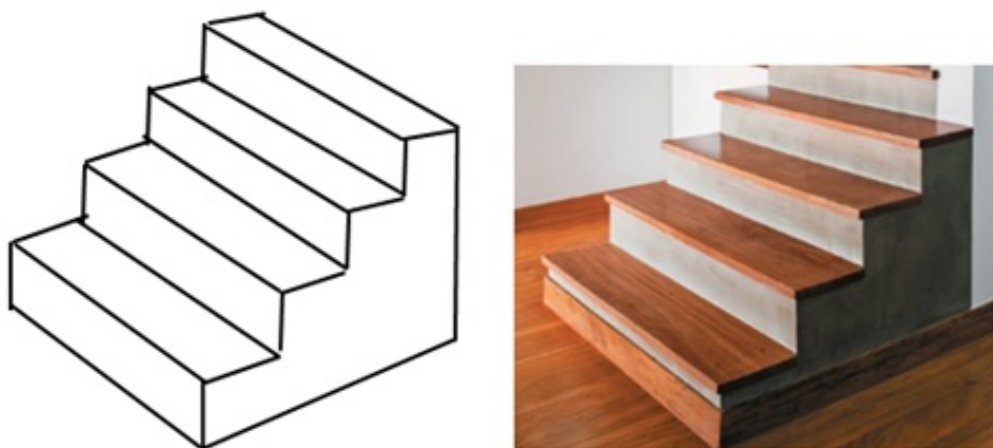


Figura 6.17 – Perspectiva e objeto real.

6.4 - Desenhos das Vistas

O procedimento para realizar o desenho das vistas é semelhante ao da Épura, no entanto sem os eixos. É necessário seguir as sequências das vistas: vista lateral, vista frontal e a baixo das duas a vista superior. Este desenho é desenvolvido apenas com linhas horizontais e paralelas, feitas com régua T, e linhas verticais e paralelas, feitas apoiando um dos esquadros na régua T de modo que um de seus lados fique perpendicular a régua. Os traços variam de espessura de acordo com o afastamento da imagem, superfícies mais próximas são representadas com traços mais espessos.

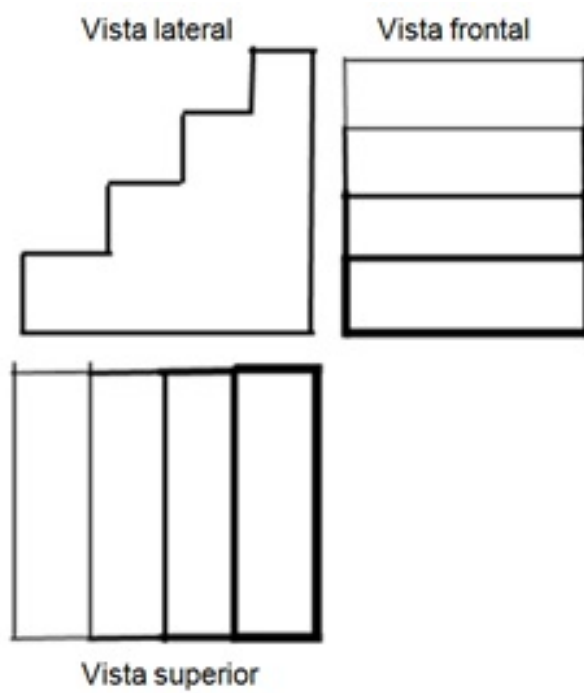


Figura 6.18 – Vistas da perspectiva da escada.

Desenvolvimento do Trabalho

Este trabalho foi baseado em pesquisas bibliográficas, acompanhadas pelo professor orientador. Tais informações serviram de fundamentação teórica para aplicação e desenvolvimento do mesmo, o qual foi trabalhado nas turmas de 1º A e B e 2º ano A do ensino médio da Escola Estadual Vila Rica, situada no município de Vila Rica em Mato Grosso.

A sistemática adotada para a implementação da aprendizagem baseada em projetos utiliza um conjunto de atividades que são propostas aos alunos com um nível crescente de complexidade tanto geométrica quanto metodológica. O objetivo é que para cada unidade de conceito abordada, o aluno desenvolva esta fase de aprendizado completa. Pois pretendemos que durante o desenvolvimento do trabalho o aluno apresente evoluções quanto a visualização de figuras, análises e sugestões para resolução de problemas, distinguir figuras e agrupá-las conforme suas características e propriedades e finalmente possa compreender deduções formais. Assim, todos os conceitos teóricos desenvolvidos são aplicados em etapas específicas do projeto. Desta forma, o processo de aprendizagem é feito sob demanda, na medida em que aumenta a complexidade do projeto, respeitando e evolução de cada indivíduo na realização das atividades.

Visando desenvolver uma metodologia de aprendizagem plena, a GD foi utilizada como ferramenta para a construção deste processo. Pois ao manusear instrumentos como régua, esquadros e prancheta para desenho o indivíduo aplica conceitos adquirido anteriormente, sendo instigados a procurarem soluções e recursos para problemas que surgem no decorrer das atividades.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver o estudo de formas espaciais de forma que contribuísse significativamente no processo de ensino. Fortalecendo conceitos já estudados em anos anteriores, como interseção de retas, áreas, escalas e proporções, relações trigonométricas e distância entre dois pontos e entre retas, com aplicação de atividades em níveis crescentes de dificuldade.

No primeiro momento foram realizadas atividades para revisão de conteúdos

básicos da geometria, tais como definições de ponto, reta, plano, teorema de Pitágoras, distância entre pontos no plano e plano cartesiano.

Após esta breve introdução iniciou-se a explicação dos conceitos de coordenadas no espaço. Os discentes desenvolveram, então, atividades que auxiliassem a compreensão de coordenadas no espaço. Para facilitar o entendimento dos discentes, fizemos uma breve demonstração de como seria um sistema cartesiano utilizando uma folha de A4, para que além de visualizar o discente pudesse manipular o trabalho.

Primeiramente dobramos ao meio a folha, tanto na horizontal quanto na vertical, e destacamos a marcação gerada por essa dobra com um pincel, conforme Figura 7.1.

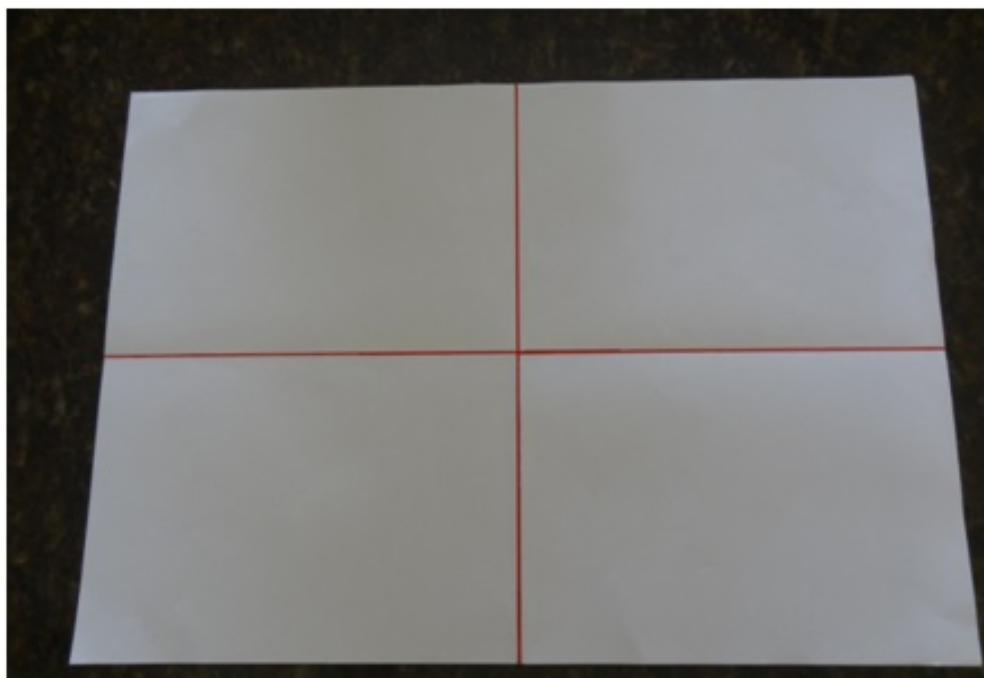


Figura 7.1 – Folha de A4 - marcações vertical e horizontal.

Após o procedimento anterior, destacamos a região retangular localizada na 2^o coluna, da direita para esquerda, e 2^o linha, de cima para baixo, como podemos ver na Figura 7.2.

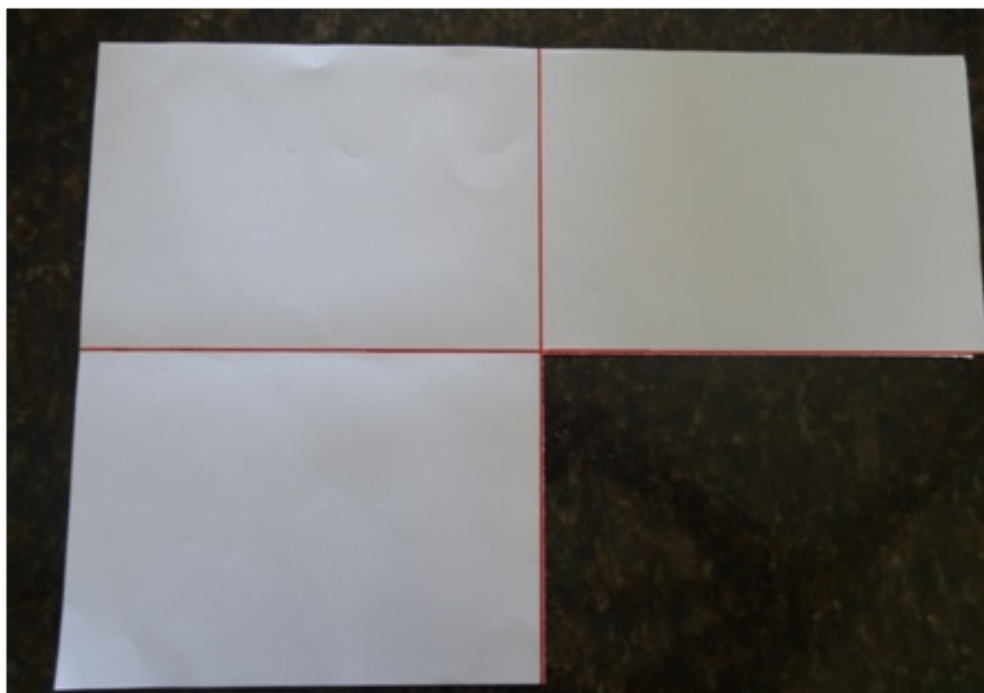


Figura 7.2 – Folha de A4 - recorte da região retangular (Épura).

Em seguida, basta dobrar a folha, aproveitando a marcação feita no procedimento inicial, de modo que as linhas da região retirada se unam. Conforme Figura 7.3 e 7.4.

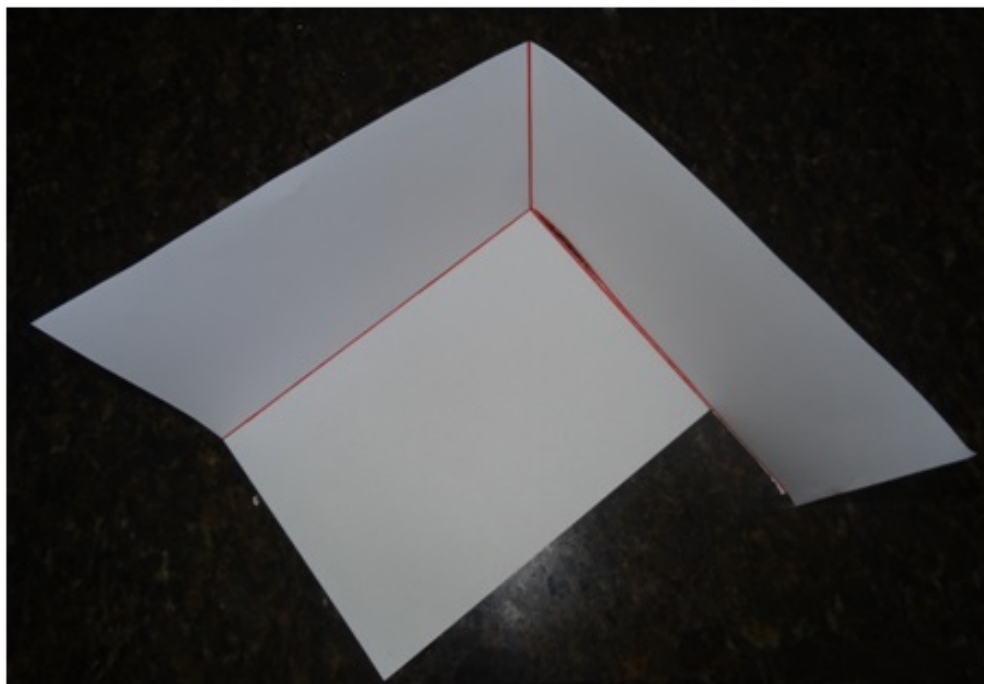


Figura 7.3 – Folha de A4 - sistema cartesiano 1.

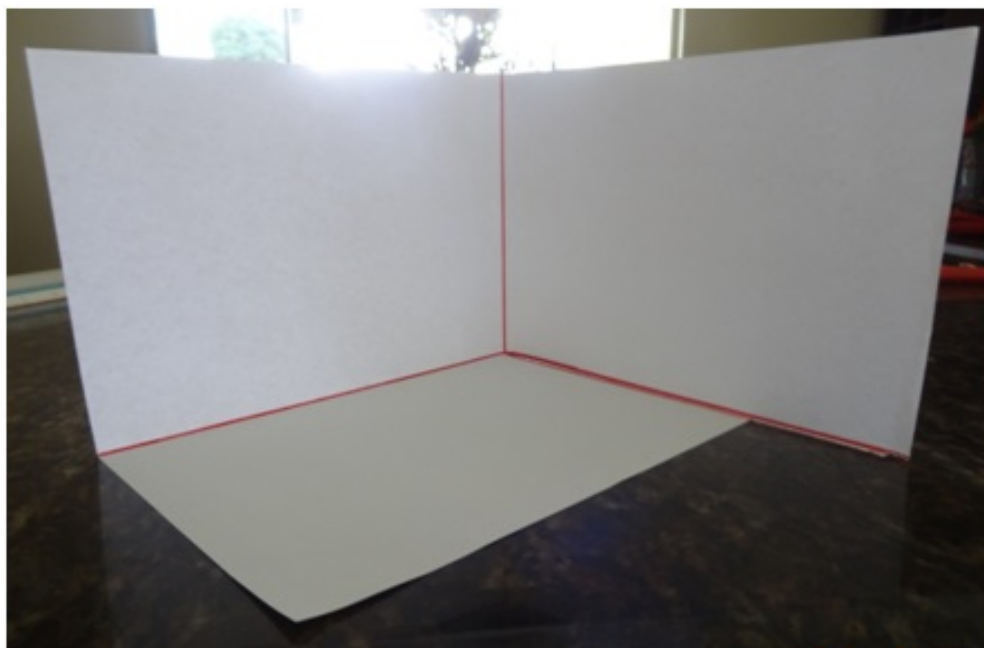


Figura 7.4 – Folha de A4 - sistema cartesiano 2.

Dadas as primeiras orientações, foram trabalhadas as definições de projeção ortogonal, diedros, perspectivas e épura. Iniciamos, neste ponto, o trabalho com desenho de retas no espaço, desenhando suas perspectivas e projeções e destacando suas propriedades com relação aos planos verticais e horizontal.

Neste ponto do trabalho, notei a grande dificuldade que os alunos apresentaram ao tentar desenvolver atividades referente à Geometria Espacial. Atividades que aparentemente seriam simples, tais como localização dos pontos e projeção das retas. Conseqüentemente diminuí o ritmo do trabalho, uma vez que houve a necessidade de maior atenção, pois esta etapa é de fundamental importância para o bom desempenho e resultado final na aprendizagem. Assim, temos que ficar atentos às fases de aprendizado do aluno, respeitando seus limites e cuidando para que de fato os objetivos do nível de atividades tenham sido alcançados.

O fato de o trabalho ter intenção de desenvolver não só a visão espacial do discente, mas também a capacidade de interpretar situações espaciais mais complexas, utilizando atividades práticas de desenhos e manuais, demanda tempo e paciência. Uma vez que não dependemos apenas da visão espacial do indivíduo, mas também de seu desenvolvimento motor.

Aqueles professores que intentam a praticidade e rapidez de algumas atividades podem recorrer a recursos gráficos computacionais, de forma que o aluno possa entender e visualizar mais rapidamente formas espaciais.

Existem ainda alguns sites que oferecem atividades de auxílio didático, sendo mais uma ferramenta que complemente os recursos que interfiram no processo de ensino

aprendizagem.

Mesmo que não utilizado essa ferramenta no desenvolvimento das atividades, pois o laboratório da unidade não estava em funcionamento, deixamos como sugestão algumas atividades que possam contribuir no processo de ensino/aprendizagem da Geometria Espacial. O site https://www.mangahigh.com/pt-br/jogos_matematicos/formas, contribui com diversas atividades práticas e de acordo com a área da matemática desejada. Como este estudo é sobre Geometria Espacial, exemplificarei alguns jogos oferecidos pelo site.



Figura 7.5 – Site, desenhos isométricos.

Ao iniciar este jogo, que visa desenvolver o entendimento do desenho em 3D e desenho isométrico, o indivíduo passa por uma série de perguntas com tempo estipulado, contabilizando erros e acertos.

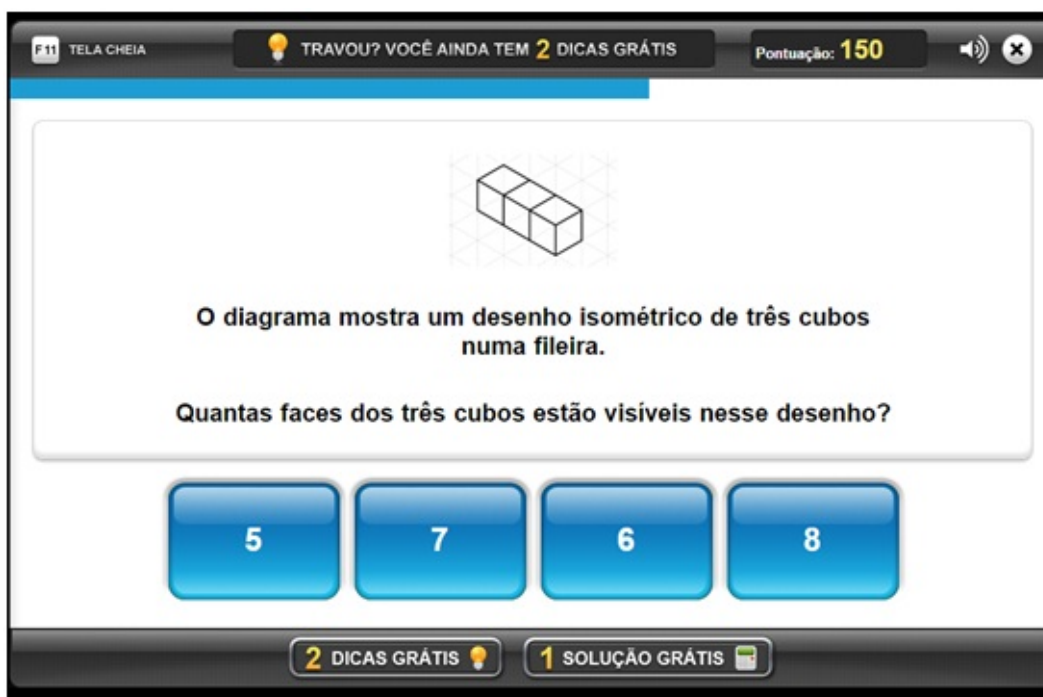


Figura 7.6 – Site, desenhos isométricos, exercício.

Este outro exercício é voltado para formas tridimensionais e suas vistas.



Figura 7.7 – Site, desenhos espaciais.

Seguindo o mesmo procedimento citado anteriormente, esta atividade tem os mesmos objetivos, porém com tema diferente.

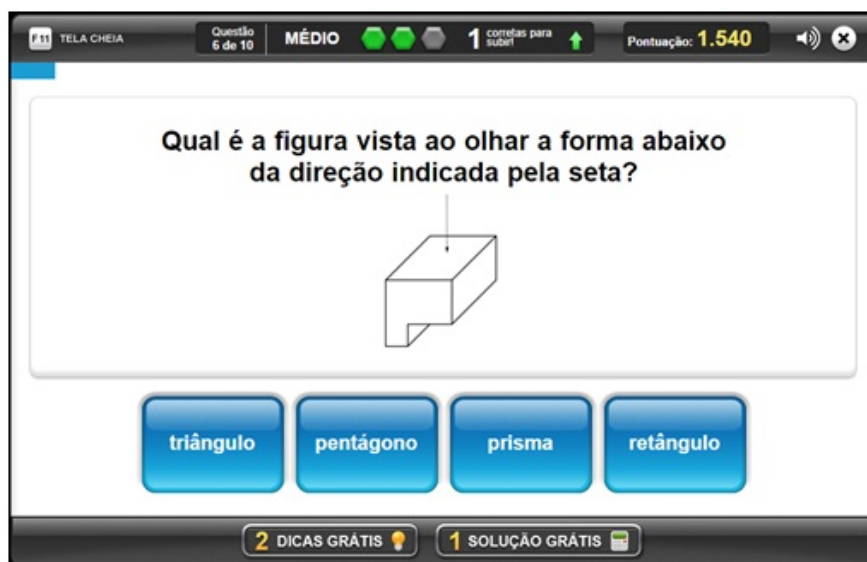


Figura 7.8 – Site, desenhos espaciais, exercício.

Voltando aos trabalhos, após os desenhos de retas no espaço, iniciamos o desenho de figuras planas no espaço. Neste ponto da realização do trabalho os discentes conseguiram desenvolver as atividades com menos dificuldade que as anteriores. Além dos desenhos no espaço também conseguiram construir a épura respectiva a cada atividade. Paralelamente à construção dos desenhos, os discentes identificavam as características da figura desenhada, relatando as relações de paralelismo, perpendicularidade ou inclinação com os planos de projeção, apresentando clareza ao relatar os elementos da Geometria.

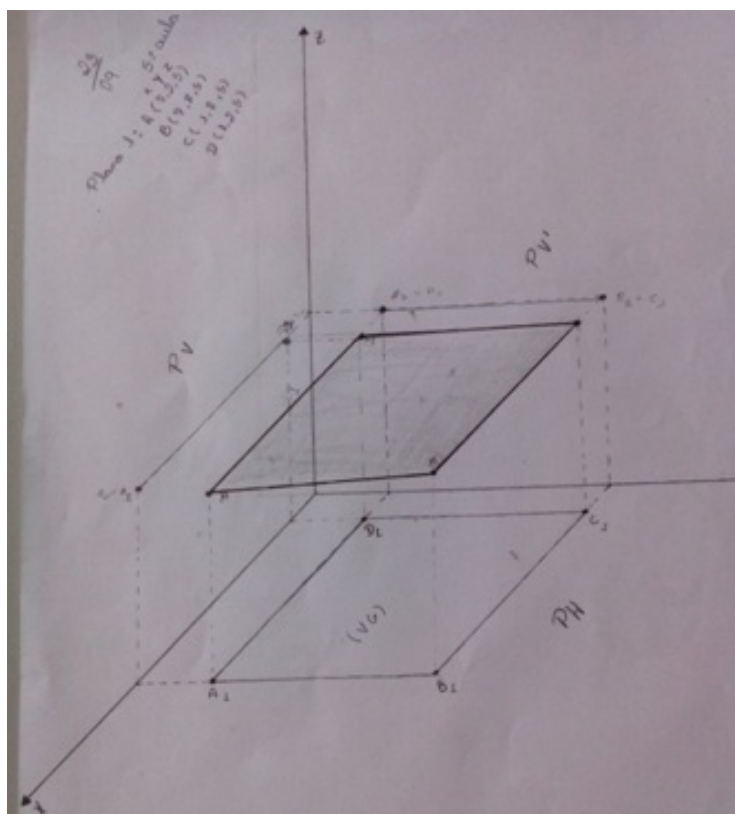


Figura 7.9 – Plano horizontal.

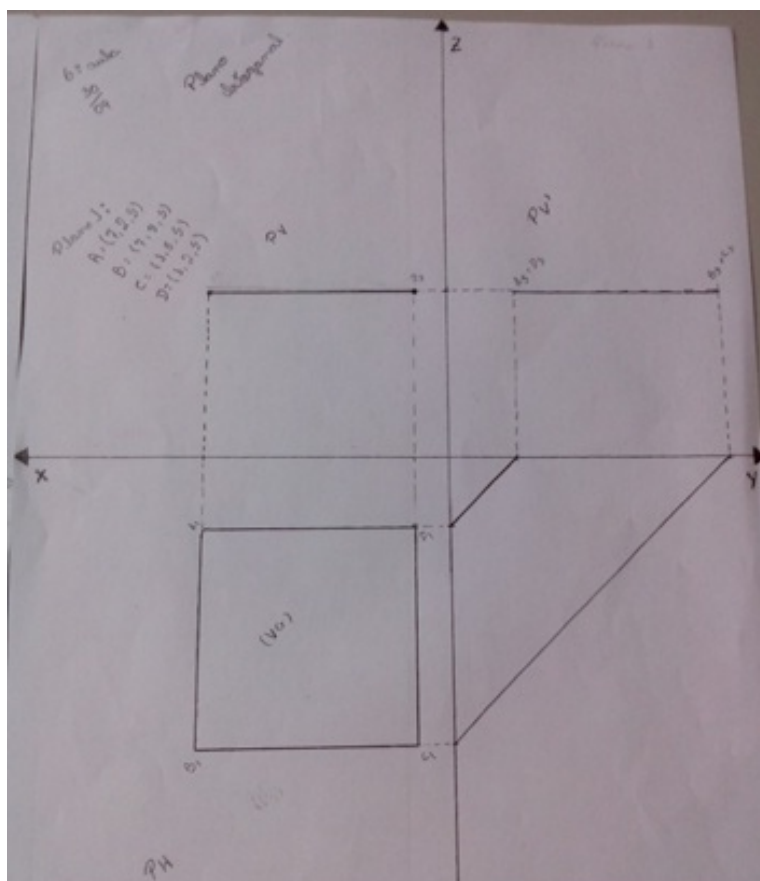


Figura 7.10 – Épura plano horizontal.

Após a realização de uma sequência de exercícios como o anterior, apresentados nas figuras 7.10 e 7.11, para maior desenvolvimento das habilidades ao desenhar, foi solicitado aos alunos que construíssem com um pedaço de barra de sabão modelos de sólidos. Tais sólidos deveriam ter modelos diversos, com níveis de dificuldade variados, os modelos poderiam ser baseados em perspectivas ou construções próprias.

Isto despertou uma curiosidade nos participantes, os quais fizeram uma pesquisa de diversas perspectivas e suas vistas. Podemos ver o material produzido pelos alunos nas figuras 7.12 e 7.13.



Figura 7.11 – Sólidos 1.



Figura 7.12 – Sólidos 2.

Com os modelos em mãos introduzimos o conceito de perspectivas isométricas e vistas, e demos início aos desenhos dos sólidos. Iniciamos com os sólidos mais fáceis para representar sua perspectiva, segundo os próprios alunos, pois deixamos que os discentes fizessem as escolhas da sequência a ser desenhada.

Os alunos apresentaram facilidade em compreender e ao desenvolver os exercícios. A evolução neste ponto do trabalho foi mais rápida. Assim, em poucos encontros foram realizadas todas atividades.

Neste ponto do trabalho, como sugestão, é interessante desenvolver atividades voltadas para parte volumétrica dos sólidos apresentados pelos discentes e posteriormente a complementação do conteúdo. Destacando as possibilidades de cálculo do volume de cada objeto. O mesmo pode ser feito com o conteúdo sobre áreas, uma vez que cada sólido apresenta diversas superfícies e tamanhos diferenciados. Como alguns sólidos possuem superfícies triangulares, o professor pode, ainda, elaborar atividades com relações trigonométricas. Desta forma estará aproveitando a realização de uma atividade para o desenvolvimentos de diversos conteúdos.

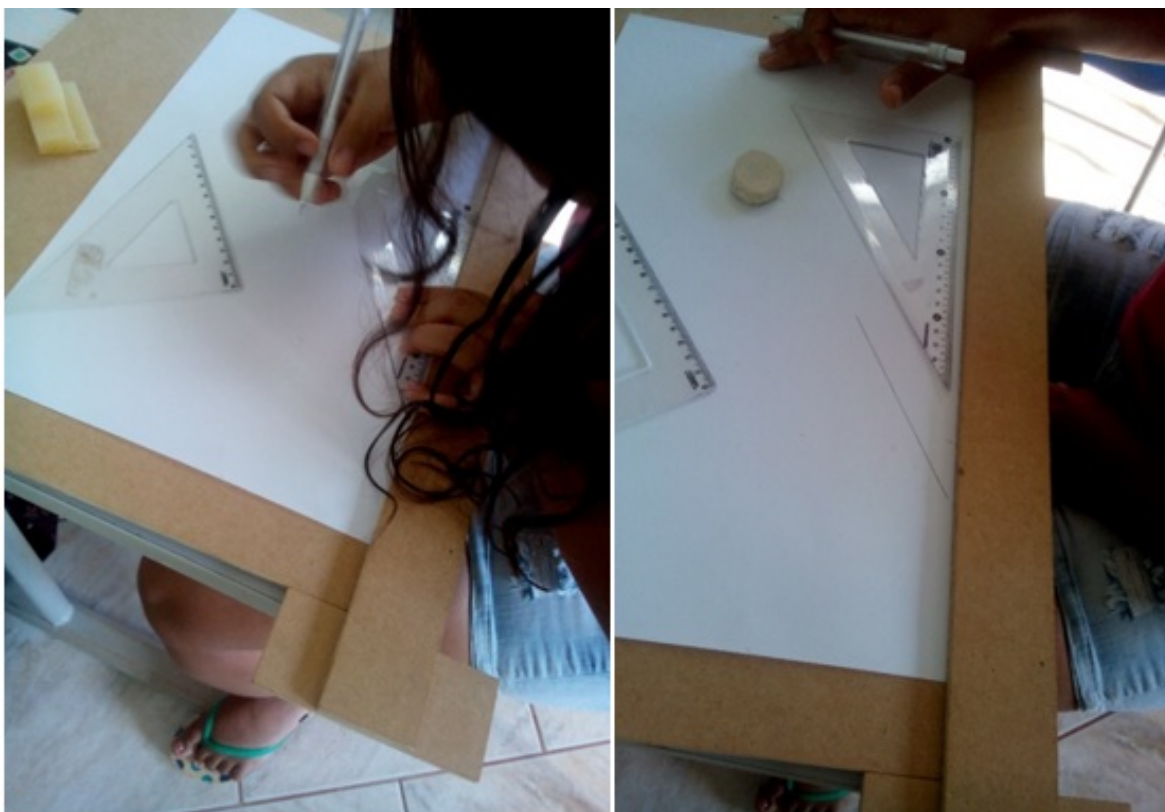


Figura 7.13 – Desenvolvimento do desenho 1.

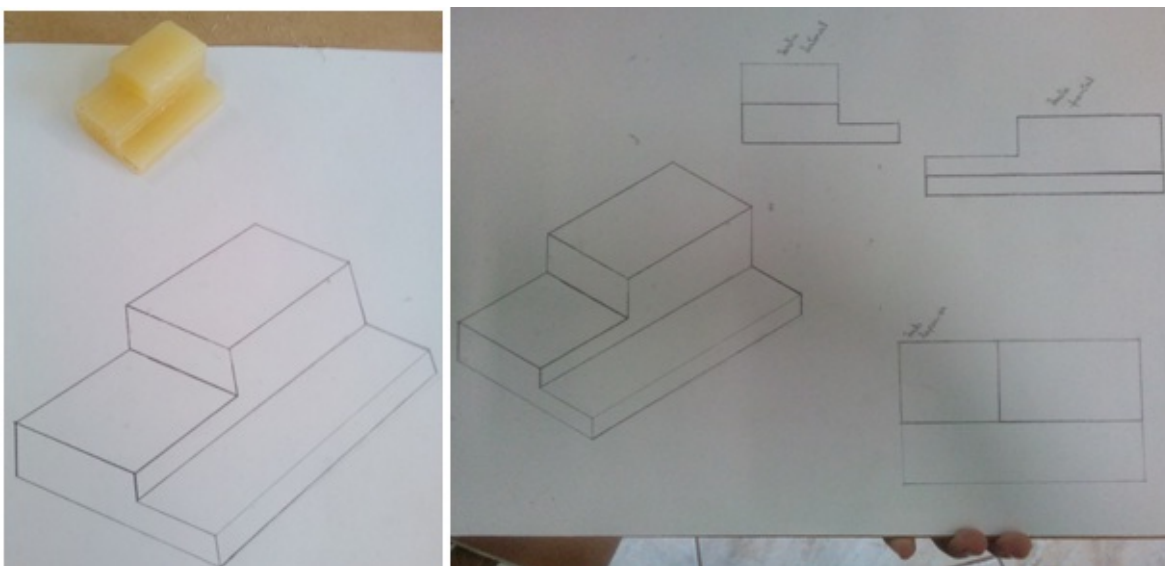


Figura 7.14 – Perspectiva e vista do sólido 1.

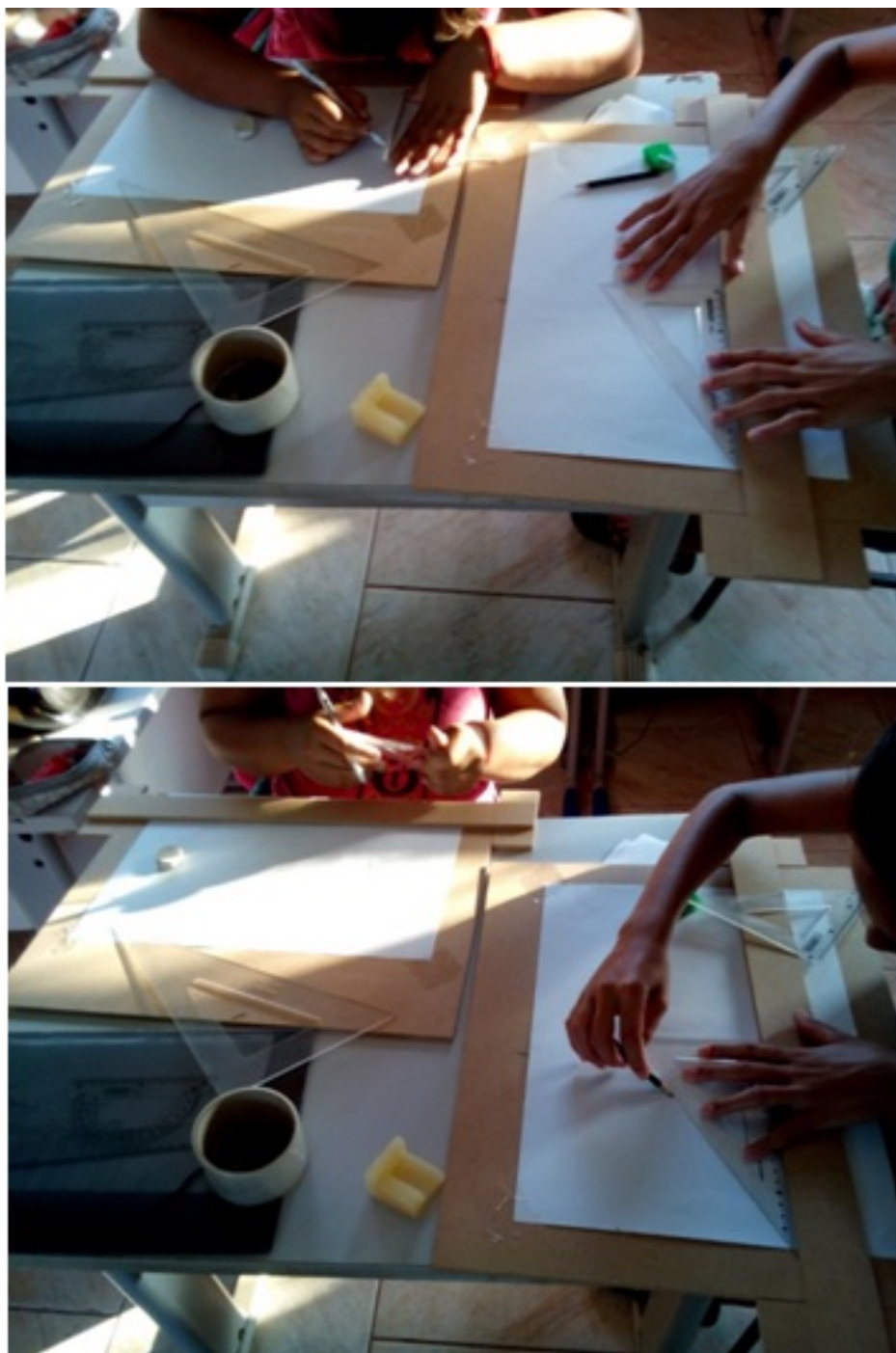


Figura 7.15 – Desenvolvimento dos desenhos 2.

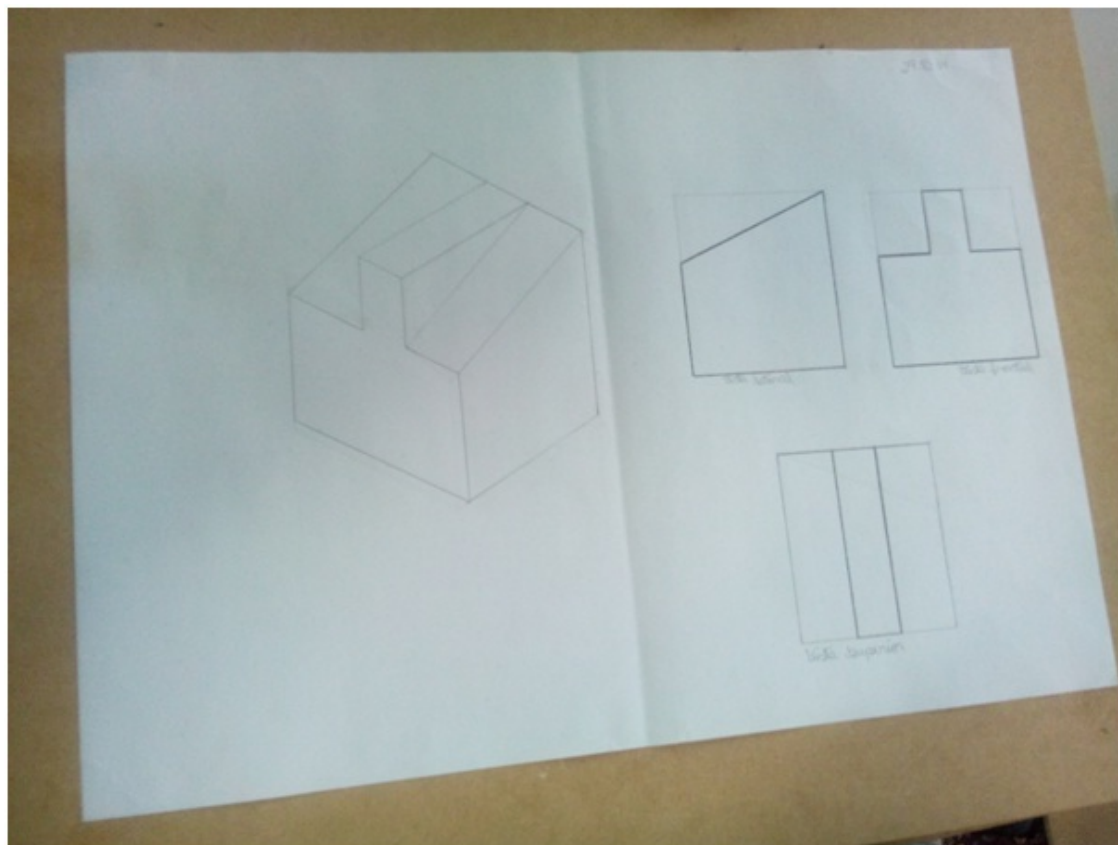


Figura 7.16 – Perspectiva e vista do sólido 2.

Com o desenvolvimento das atividades relatadas demos por encerrado o desenvolvimento do trabalho. Mesmo que em um curto espaço de tempo percebemos o empenho na realização dos exercícios por parte dos discentes. Os alunos que participaram apresentaram uma melhora significativa em relação a desenhos e posições espaciais. Isto ficou claro a partir do momento em que ao dialogarem sobre as atividades corrigiam pequenos erros nos traços das atividades dos colegas.

Ao se tratar de perspectivas e vistas, mesmo que desenvolvemos atividades de representação dos sólidos, há a possibilidade de complementar este exercício, solicitando que os discentes representem a perspectiva de um objeto real. Preferencialmente que este objeto esteja presente em seu cotidiano, tal como, armário, guarda roupas, escrivaninha, mesa, etc. Deste modo os conteúdos passam, visivelmente, a integrar ações corriqueiras dos alunos. A complementação do exercício se torna um passo de extrema importância para que os mesmos entendam a aplicação e necessidade deste conhecimento.

Outra oportunidade seria a tentativa de realizar o desenho sem o auxílio da régua e esquadros, ou seja, desenvolver a habilidade do desenho a mão livre, mas com o uso dos procedimentos do Desenho técnico. Assim ficaria evidente que, mesmo sem o material necessário, os discentes entenderam o processo e procedimento para a representação dos objetos espaciais.

Considerações Finais

Atualmente o desinteresse pela disciplina de Matemática e o déficit no aprendizado dos alunos faz com que nós professores nos desdobremos para promover atividades que possibilite o aprendizado efetivo dos discentes, de modo que os indivíduos desenvolvam habilidades e capacidades, e que o processo de ensino/aprendizado contribua com sua formação pessoal. Sendo assim buscamos uma metodologia que contemplasse todas essas necessidades, e que a mesma fosse trabalhada de maneira prazerosa pelos participantes do processo.

Como percebemos, em nossa unidade de ensino Escola Estadual Vila Rica, a grande dificuldade dos discentes para compreensão de exercícios que envolvam pensamentos espaciais, despertou-se o interesse sobre a forma em que o ensino da Geometria Espacial tem sido abordado, esta pesquisa nos trouxe informações sobre como as noções espaciais contribuem para o processo de ensino/aprendizagem.

Durante a evolução do trabalho percebemos que a geometria espacial é uma área pouco explorada pelos professores da Educação Básica, também observamos que o ensino fica resumido apenas a conceitos básicos como vértices, faces, arestas, áreas, tamanho volumétrico e planificações, alguns livros do ensino fundamental enfatizam o conceito de vistas, mas superficialmente. Esse minimalismo ocasiona um grande problema, pois o aprendizado fica muito preso a teorias.

Nesse contexto ficamos reféns de uma proposta de ensino que se propaga durante gerações, uma vez que grande parte dos atuais profissionais da área de Matemática não tiveram uma formação que estimulasse o interesse pela Geometria Espacial. Logo não é só uma questão de livros didáticos, mas também da preparação e formação profissional.

Devido a falta de preparação dos professores para estudos que envolvam pensamentos espaciais, é gerada uma insegurança em ministrar conteúdos voltados para trabalhos espaciais, isto faz com que se estabeleça uma enorme barreira para que disciplinas que contemplem a geometria n-dimensional sejam integradas aos currículos escolares.

Ao direcionar a pesquisa para a Geometria Espacial, enfatizando a Descritiva, percebe-se que ainda é um ramo pouco explorado pelo ensino da matemática, com exceção das universidades que a têm como disciplina curricular. Em geral, são encontrados poucos materiais que tratam do ensino da GD no ensino básico, e a maioria dos textos são construídos em uma linguagem extremamente técnica, o que dificulta trabalhos que sejam voltados para a visão do desenvolvimento pedagógico.

Com base nessas informações, iniciamos uma reflexão sobre qual forma abordar a GD para que os discentes evoluísse os conhecimentos espaciais no ensino básico, enfatizando o Ensino Médio, público alvo deste trabalho, contudo nos preocupamos que este processo fosse realizado de forma dinâmica. Na pesquisa de referenciais teóricos que construísse com as informações para desenvolvimento e realização do projeto, percebemos que o Desenho é uma ferramenta de auxílio importante para a construção do conhecimento, uma vez que é uma expressão nata, manifestada desde a infância, de como vemos os objetos a nossa volta. Como nosso interesse foi desenvolver habilidades voltadas para o conhecimento da Geometria Espacial, aplicamos o Desenho Geométrico obedecendo os parâmetros do Desenho Técnico Descritivo, pois assim as atividades não perderam o caráter formativo.

Logo, baseado nas informações agregadas pelos referenciais teóricos, foi elaborada uma proposta de ensino a qual os discentes desenvolveram habilidades referentes a abstração, noções espaciais e raciocínio lógico, através da utilização do Desenho Geométrico como ferramenta de ensino. Esta proposta foi aplicada nas turmas de 1º ano A e B e 2º ano A, onde os discentes seguiram uma sequência de atividades e exercícios de desenho, aumentando o grau de dificuldade gradativamente, e paralelamente foi aplicado conceitos teóricos respectivos a cada etapa de ensino.

Contudo não basta, aos educadores um amplo conhecimento do assunto a ser trabalhado, é fato que o domínio do conteúdo é de essencial importância para o bom andamento de qualquer atividade, porém cabe a nós educadores buscar novas técnicas de ensino, tais como a aplicação de objetos manipuláveis. Concordamos com TEIXEIRA et al. (2006), ao afirmar a importância da apresentação de casos práticos e problemas reais, pois permite que o aluno perceba a associação entre teoria e prática o que facilita o processo de aprendizagem, contribuindo para a construção do conhecimento.

Com a aplicação de materiais manipuláveis nas atividades, notamos o quanto é importante a prática antes da teorização, uma vez que esta última foi aplicada de acordo com a necessidade e grau de desenvolvimento das atividades. Esse procedimento permitiu que o discente visualizasse, sentisse a necessidade do conhecimento teórico e finalmente compreendesse o motivo do estudo de diversos conteúdos.

Os discentes que participaram das atividades apresentaram uma melhora significativa quanto ao entendimento da apresentação de conteúdos abordados durante

a execução das representações gráficas e construções dos sólidos, pois os mesmos associavam os conteúdos a determinadas fases no desenvolvimento da atividade. Isto facilitava a retrospectiva de ações durante a realização dos exercícios. Analisavam, com criticismo, suas produções de forma a argumentar diferentes entendimentos.

Outra qualidade observada com a aplicação da metodologia proposta é a oportunidade que o aluno teve de propor a realização de atividades, pois eles tiveram a autonomia de escolher os desenhos, dentro do nível de dificuldade que se encontrava, para realizar e assim expor e comparar suas produções. Assim, entendemos a relevância da compreensão da etapa de aprendizado do aluno, deste modo respeitamos a velocidade do amadurecimento de ideias e do entendimento de cada indivíduo.

Portanto percebemos a importância de se dar autonomia aos alunos na realização de suas atividades, com isto a aprendizagem passa a ser construtivista e colaborativa. Promovendo o desenvolvimento cognitivo e além do conhecimento técnico e teórico, e o desenvolvimento de competências pessoais de forma indireta.

Percebemos que a motivação dos indivíduos com a ação que estava sendo realizada foi um fator essencial para o processo de ensino/aprendizado, uma vez que sem ela o ensino se torna mecânico e repetitivo. A motivação é o ingrediente que liga a intenção do professor até a do aluno, ensinar / aprender.

Entendemos que se o aluno se sentir motivado, o mesmo é levado a buscar informações que possam contribuir para seu aprendizado. Este fato promoveu o livre diálogo entre docente e discente, atitude diferente de quanto o aluno se sente intimidado. Alunos motivados se tornam pessoas de iniciativas, pesquisadores e consequentemente expositores e defensores de suas opiniões. Este fato serve para todas as áreas de conhecimento e atividades propostas.

A utilização do desenho como foco principal fez com que o aluno visualizasse suas produções, despertando um olhar crítico e de auto análise. Desse modo o discente pôde comparar suas produções e visualizou suas evoluções. Consideramos ainda a integração entre os colegas, pois a contribuição no diálogo entre eles foi de alto nível, com sugestões e novas ideias. Assim mesmo que as produções sejam individuais, perceberam que o trabalho em grupo permite a exposição de diferentes pontos de vistas que contribuam para o processo de aprendizagem. Todavia para que o desenvolvimento do pensamento abstrato seja alcançado de forma satisfatória, necessita-se de um cronograma organizado com mais tempo para a realização das atividades, pois esta habilidade é desenvolvida de forma gradativa e principalmente, respeitando o entendimento de cada indivíduo.

Porém como o Desenho Geométrico é pouco explorado desde as séries iniciais, ao se aplicar em atividades em sala, inicialmente os receptores apresentam uma certa resistência, pois a mesma foge dos trabalhos cotidianos. Assim sendo, como necessita

de habilidades que até então não haviam sido trabalhadas, os alunos apresentam dificuldade em localizar pontos no espaço, até mesmo de entender o posicionamento de objetos no espaço.

Confirmamos que a visão espacial é muito prejudicada por não ser realizadas atividades que tenham como objetivo específico o desenvolvimento da mesma. Logo até que o discente entenda os procedimentos de representação espacial e coloque isto no papel, demanda tempo e paciência, portanto temos que tomar cuidado para que não se torne um processo exaustivo.

Destacamos que a metodologia utilizada para desenvolvimento do projeto, pode ser adaptada para turmas de Ensino Fundamental, deixando de abordar alguns critérios técnicos na representação gráfica dos objetos, deste modo a utilização do Desenho, além da visualização, seria aplicada com intuito de fortalecer conceitos volumétricos e trigonométricos, conteúdos estudados nessa etapa de ensino. Deste modo, com o estudo da Geometria Espacial realizado nos anos iniciais de ensino, a mesma seguiria um sequência didática, a qual levará a diminuição das dificuldades encontradas para o aprendizado que envolva pensamentos espaciais.

Além da adaptação para o Ensino Fundamental, sugerimos para turmas do Ensino Médio, que após a aplicação da proposta metodológica deste trabalho, o professor direcione para representações gráficas de moradias, tais como casas. Assim o responsável pode dividir a sala em grupos de forma que cada grupo apresente a Épura de uma casa e respectivamente a maquete representante da atividade solicitada.

Pretendemos com essa experiência proporcionar para os discentes, não só acréscimos de conhecimentos e desenvolvimento de habilidades, mas uma reflexão sobre as contribuições da Matemática em diversas atividades cotidianas, e até mesmo em suas futuras profissões.

Como percebemos há diversas adaptações, tudo depende do público alvo, objetivos a serem alcançados e cronograma para realização das atividades. O ensino baseado em projetos amplia as possibilidades de dinamizar o processo de ensino e com a aplicação da manipulação de objetos, além de dinâmico, o processo de ensino/aprendizagem aumenta as possibilidades de ser efetivado.

Referências Bibliográficas

AGUILAR, Leonildo de. **Boletim da APROGED**. Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva. n. 25. 2006. Disponível em: <<http://www.aproged.pt/>>. Acesso em: 20 ago. 2014.

ALEXANDRE, Cynthia Sodré. **Desenho Geométrico - Uma Ferramenta para Auxiliar o Ensino da Geometria**. 2013. 90 f. Disserta o (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes – RJ, 2013.

BRASIL. Ministério da Educa o, Secretaria de educa o Fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais: Matemática**. 1998. 148 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 30 out. 2014.

_____. Ministério da Educa o, Secretaria de educa o Básica. **Parâmetros curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. 2000. 58 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/>>. Acesso em: 30 out. 2014.

BUENO, Claudia Pimentel; PAPAZOGLU, Rosarita Steil. **Desenho Técnico para Engenheiros**. Curitiba – PR: Juruá Editora, 2008. 196 p.

CHAVES, Juliana de Oliveira. **Geometria Espacial no Ensino Fundamental: Uma Reflexão Sobre as Propostas Metodológicas**. 2013. 87 f. Disserta o (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa – MG, 2013.

COSTA, Nelson Lage da. **A História da Matemática no Brasil – O Desenvolvimento das No es do Cálculo, da Geometria e da Mecânica no Século XIX**. In: Congresso Scientiarum Historia IV, 2011, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011. p. 592 - 598.

CRUZ, Dennis Coelho; AMARAL, Luís Gustavo Henriques do. **Apostila de Geometria Descritiva**. Universidade Federal da Bahia – Instituto de Ciências Ambientais e Desenvolvimento Sustentável. Barreiras – BA, 2012. Disponível em: <<http://www.destec.ufba.br/>>. Acesso em: 30 out. 2014.

DOURADO, Márcio da Silva. **Geometria Espacial e Projeções em Perspectiva: Um Relato de Prática no Nono Ano do Ensino Fundamental**. 2013. 47 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Fluminense, Niterói – RJ, 2013.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Traduzido por Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas – SP: Editora da Unicamp, 2011.

FERREIRA, Ana Célia da Costa. **Ensino da Geometria no Brasil: enfatizando o período do Movimento da Matemática Moderna**. In: V EDUCERE - PUCPR - III Congresso Nacional da Área de Educação, 2005, Curitiba. Anais. Curitiba - PR, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2005. p. 93 - 101. Disponível em: <<http://educere.pucpr.br/>>. Acesso em: 23 out. 2014.

GOUVÊA, Filomena Aparecida Teixeira. **Aprendendo e Ensinando a Geometria com a Demonstração: Uma contribuição com a Prática Pedagógica do Professor de Matemática no ensino Fundamental**. 1998. 264 f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo – SP, 1998.

JUNIOR, Fernando Dutra. **Desenho Geométrico como Ferramenta de aprendizagem de Geometria**. 2010. 88 f. Dissertação (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2010.

JUVENIL, Antônio. **Estudo de desenho**. SobreArte. Disponível em: <<http://www.sobrearte.com.br/index.php>>. Acesso em: 07 ago. 2014.

KUSHIMA, Alzira Akemi; PIRKEL, Jucélia; STEENBOCK, Paulo Roberto. **O Ensino de Geometria com o Suporte de Desenho Geométrico**. *Kur'yt'yba - A Revista Científica do Colégio Militar de Curitiba*, Curitiba – PR, v. 01, n. 01, p. 87 - 103, 2009. Disponível em: <<http://revista.cmc.ensino.eb.br/index.php/revista>>. Acesso em: 28 set. 2014.

MAGUIRE, D.E.; SIMMONS, C.H. **Desenho Técnico: Problemas e Soluções Gerais de Desenho**. Traduzido por Luiz Roberto de Godoi Vidal. [S.l.]: Hemus, 2004.

MANGAHIGH. **Matemática baseada em games**. Disponível em: <<https://www.mangahigh.com/pt-br/>>. Acesso em: 30 out. 2014.

MICELI, Maria Tereza; FERREIRA, Patrícia. **Desenho Técnico Básico**. 4. ed. Rio de Janeiro – RJ: Imperial Novo Milênio, 2010.

MONTENEGRO, Gildo A. **Geometria Descritiva**. São Paulo – SP: Edgard Blücher. 1991. v. 1.

NEIZEL, Ernst. **Desenho Técnico para a Construção Civil 1**. Traduzido por

Maria Luiza Schimieske. São Paulo – SP: Editora Pedagógica e Universitária, 2014.

RODRIGUES, Alessandra Coelho. **O Modelo de Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico**. Disponível em:

<<http://www.ucb.br/textos/2/750/2SemestreDe2007/>>. Acesso em: 23 out. 2014.

SILVA, Alex Reis da. **Uma Proposta para o Ensino de Geometria Espacial Métrica no Ensino Médio**. 2013. 94 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Lavras, Lavras – MG, 2013.

SILVA, Marly Terezinha Quadri Simões da. **Geometria Descritiva - Uma Experiência Didática**. In: XVIII Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, 2007, Universidade Federal do Paraná. Curitiba - PR, 2007. Disponível em: <<http://www.exatas.ufpr.br/portal/deggraf/>>. Acesso em: 07 de maio de 2014.

SOARES, Luís Havelange. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica**. 2009. 141 f (Licenciatura em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa – PB, 2009.

TAVARES, Paula. **O desenho como ferramenta universal**. O contributo do processo do desenho na metodologia projectual. Barcelos - Portugal, dezembro de 2009. Disponível em: <<http://www.scielo.gpeari.mctes.pt>>. Acesso em: 23 out. 2014.

TEIXEIRA, Fábio Gonçalves et al. **Geometria Descritiva: Aprendizagem Baseada em Projetos**. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2006, Passo Fundo. Anais. Passo Fundo - RS, Universidade de Passo Fundo, 2006. p. 42 - 55.

VIEIRA, João. Geometria descritiva. **A história da Geometria descritiva**, 2010 – Escola Secundária D. Maria II - Braga. Disponível em: <<http://geometria.dmaria.pt>>. Acesso em: 1 ago. 2014.