

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

FERNANDA SOTO LIMA

**NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA: ATIVIDADES
PARA SUPERAR DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM**

**SÃO CARLOS
2013**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

FERNANDA SOTO LIMA

**NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA: ATIVIDADES
PARA SUPERAR DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM**

**Dissertação de mestrado profissional
apresentada ao Programa de Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional
da Universidade Federal de São Carlos, como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Matemática.**

**Orientação:
Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti**

**São Carlos
2013**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

Lima, Fernanda Soto

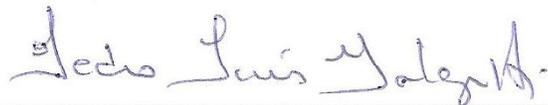
“Números racionais na forma fracionária: atividades para superar dificuldades de aprendizagem”/ Fernanda Soto Lima. – São Carlos: UFSCar, 2013.

Páginas: 45

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de São Carlos, 2013.

Palavras-chave: Números racionais, frações, matemática, ensino de matemática.

Banca Examinadora



Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
DM - UFSCar



Prof^a. Dr^a. Esther Pacheco de Almeida Prado
ICMC - USP



Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio
DM - UFSCar

As pessoas que amo e sempre me apoiaram: Deus, minha família, meu namorado e a todos os alunos e professores do PROFMAT.

“A dúvida é o princípio da sabedoria.”

Aristóteles

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradecer a Deus, pelo dom da vida e por possibilitar a realização desse trabalho.

A minha grande família, pai e mãe, Sebastião e Regina, meus grandes mestres e apoiadores, avô e avó, José e Deolinda, meus intercessores, Gabriel, meu irmão, alegria da minha vida e Ivan, meu namorado, pela compreensão desses anos.

Agradeço a Nossa Senhora que esteve sempre cuidando de mim como filha e a todos os santos e anjos dos céus.

A todos que direta ou indiretamente sempre estiveram ao meu lado.

Aos meus grandes amigos que participaram dessa caminhada.

Agradeço aos professores que não pouparam esforços para o sucesso do Profmat e pelos grandes ensinamentos adquiridos.

Agradeço ao professor Pedro Luiz Aparecido Malagutti por acreditar no meu trabalho e pela grande orientação prestada.

RESUMO

A presente dissertação apresenta o desenvolvimento de atividades relacionadas ao ensino de números racionais na forma fracionária de maneira diversificada e inédita para a professora e os alunos, por meio da exploração desse conteúdo com materiais manipuláveis – construção de um cartão fractal fracionário, utilização de papel quadriculado e em especial, a construção de uma cortina fracionária colorida para a sala de aula – realizadas nas aulas de Matemática no 6º ano C do Ensino Fundamental II, do período da tarde, a fim de mostrar a importância e utilização da teoria matemática aliada à prática. Destaca-se a importância do ensino de Matemática, um breve histórico da utilização de frações na civilização egípcia antiga e a construção de uma sequência didática baseada na Engenharia Didática. Descrevem-se as etapas de realização da sequência didática, seu desenvolvimento em sala de aula e as conclusões apontando que a utilização de materiais manipuláveis melhora a compreensão dos conceitos relacionados com os números racionais na forma fracionária. É apresentado também variações do projeto, que podem ser desenvolvidas por professores no Ensino Fundamental e Médio.

Palavras-chave: Números racionais; frações; matemática; ensino de matemática.

ABSTRACT

This dissertation presents the development of activities related to the teaching of rational numbers in fractional form so diverse and unique to the teacher and the students, through the exploitation of that content with manipulatives - construction of a fractional fractal card, use graph paper and in particular the construction of a curtain fractional color to the classroom - made in mathematics classes in 6th grade C Elementary School II of the afternoon, in order to show the importance and use of mathematical theory combined with practice. Highlights the importance of the teaching of mathematics, a brief history of the use of fractions in ancient Egyptian civilization and the construction of an instructional sequence based on the Didactic Engineering. Describes the steps for implementing the instructional sequence, its development in the classroom and conclusions pointing out that the use of manipulatives improves understanding of concepts related to rational numbers in fractional form. It also presents design variations, which can be developed by teachers in Elementary and High School.

Keywords: Rational numbers; fractions; mathematics; mathematics teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – E. M. Prefeito Modesto Masson.....	14
Figura 2 - Escrita de frações egípcias.....	24
Figura 3 - Representação de frações com círculo pelos alunos.....	29
Figura 4 – Molde do cartão fractal fracionário	30
Figura 5 - Cartão fractal fracionário com as frações em relação ao todo.....	31
Figura 6 – Outras produções dos alunos.....	31
Figura 7 – Representação no papel quadriculado.....	32
Figura 8 – Outras representações no quadriculado.....	32
Figura 9 –Primeiros croquis.....	33
Figura 10 – Novos croquis.....	34
Figura 11 – Croqui escolhido pelos alunos para construção da cortina fracionária colorida.....	35
Figura 12 – Frações na cortina fracionária colorida do croqui escolhido.....	36
Figura 13 – Construção do molde utilizando jornal.....	37
Figura 14 – Cortando o tecido para a cortina fracionária colorida.....	38
Figura 15 – Cortina fracionária colorida.....	39

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 - BREVE CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO EDUCACIONAL	13
1.1 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA.....	13
1.2 OS ALUNOS ENVOLVIDOS.....	15
1.3 A PROFESSORA.....	16
1.4 OBJETIVOS DO PROJETO.....	17
2 - FRAÇÕES E MATEMÁTICA	20
2.1 A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO	20
2.2 BREVE HISTÓRICO SOBRE FRAÇÕES	23
2.3 ENGENHARIA DIDÁTICA.....	24
3- DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	27
3.1 ETAPAS.....	27
3.2 DESENVOLVIMENTO.....	28
3.2.1 CONSTRUÇÃO DO CARTÃO FRACTAL FRACIONÁRIO.....	30
3.2.2 UTILIZAÇÃO DE PAPEL QUADRICULADO.....	32
3.2.3 CONSTRUÇÃO DA CORTINA FRACIONÁRIA COLORIDA.....	37
3.3 PROPOSTAS DE VARIAÇÕES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	41
CONCLUSÕES	42
REFERÊNCIAS	43
APÊNDICE	44

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo o estudo os números racionais na forma fracionária com uma proposta didática inovadora, para a professora e alunos, desenvolvido no 6º ano C do Ensino Fundamental II, no período da tarde. Tem como referencial teórico a Engenharia Didática, além de apresentar que atividades práticas – construção de cartão fractal fracionário, uso de papel quadriculado e cortina fracionária – realizadas em sala de aula, podem facilitar o processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

O contato dos alunos com representações fracionárias está presente no dia-a-dia destes com frações usuais (meio, três quartos) e principalmente com a utilização de frações em medidas, razões, proporções, probabilidade, porcentagem, receitas de cozinha, etc. Mas foi constatado, por meio de atividades, que elas não eram entendidas pelos alunos do 6º ano C.

Já nas séries iniciais do Ensino Fundamental o aluno se depara com divisões – por exemplo, dividir em partes iguais um bolo entre seus colegas - e assim visualiza que cada um ficará com uma parte desse bolo e, deste modo, os alunos têm os primeiros contatos com as frações como partes do todo.

Ao falar de frações com os alunos é comum eles pensarem em dividir pizzas, bolos, pois assim lhes são apresentadas nos livros e materiais didáticos, entretanto, há um grande salto entre essa abordagem inicial e a introdução do conjunto dos números racionais \mathbf{Q} , que além de ser um conjunto infinito, cada um de seus elementos tem infinitas representações (frações equivalentes).

Com isso, são propostas atividades como a construção de um cartão fractal fracionário, o uso de papel quadriculado e a construção de uma cortina fracionária colorida utilizando o conhecimento de frações aliando a compreensão dos conceitos sobre números racionais e trazendo conexões das frações com a Geometria (perímetro, áreas e simetrias) por meio de uma sequência didática.

O tema de investigação desta dissertação pode ser formulado da seguinte maneira:

A utilização de materiais manipuláveis melhora a compreensão dos conceitos relacionados com os números racionais na forma fracionária no Ensino Fundamental II?

Esta dissertação está assim organizada:

O capítulo 1 discorre sobre o contexto educacional em que foi realizado o projeto, uma escola municipal do interior do estado de São Paulo e sua história, entre elas a municipalização recente, a descrição dos alunos do 6º ano C, do período da tarde, de 2012 desta escola, uma sala heterogênea e com grandes dificuldades de aprendizagem e motivação ao estudo, seguido de um relato sobre a professora que desenvolveu este projeto com sua vida acadêmica e interesse pela Matemática e o objetivo principal desta presente obra que é o ensino de frações utilizando materiais manipuláveis.

O capítulo 2 foca a importância do ensino de Matemática baseando-se nos objetivos dos PCNs, que são os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997 e 1998) e da Proposta Curricular do Estado de São Paulo (São Paulo, 2008) destinada a Matemática que foi substituída recentemente pelo Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2010), segue-se um breve histórico sobre o surgimento das frações pela civilização egípcia antiga e finaliza com a Engenharia Didática (Artigue, 1996) como suporte pedagógico para o desenvolvimento deste trabalho.

O capítulo 3 apresenta o desenvolvimento da sequência didática realizada com os alunos do 6º ano C para as construções dos objetos a serem estudados com materiais manipuláveis – cartão fractal fracionário, o uso de papel quadriculado e a construção da cortina fracionária colorida - com as etapas de sua realização, considerando o desenvolvimento dos alunos e a interação com as atividades e, para finalizar o capítulo, são propostas algumas variações do projeto para outros anos do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio.

Em fim, é apresentada a conclusão do projeto e a melhora dos alunos em relação ao conteúdo matemático referente a frações e a convivência destes em sala de aula.

1- BREVE CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO EDUCACIONAL

1.1 Caracterização da escola

O presente trabalho foi desenvolvido na Escola Municipal Prefeito Modesto Masson (Figura 1), localizada na cidade de Bariri, no interior do Estado de São Paulo.

Construída em 1959, a escola foi um dos primeiros grupos escolares da cidade e passou a acolher o Ginásio Estadual que funcionava em prédio adaptado e durante quarenta e sete anos essa Casa de Ensino passou por várias denominações. Após alguns anos como ENGE (Escola Normal e Ginásio Estadual), dedicou-se a formação de professoras primárias, acolhendo as normalistas no período da tarde; mais alguns anos e uma nova denominação foi dada CENE (Colégio e Escola Normal de Bariri).

Após a primeira reestruturação do ensino, houve uma fusão, tendo o Grupo anexo ao CENE, com exames admissionais para ingresso; mais tarde houve um desmembramento e a unidade de ensino passou a se chamar Escola Estadual de Primeiro Grau.

Somente a partir de 1981 é que o prédio teve um patrono e uma nova etapa começou chamando-se E. E. Prefeito Modesto Masson, recebeu esse nome em homenagem a Modesto Masson, imigrante italiano, que nasceu em 1875 na cidade de Veneza, norte da Itália, foi vice-prefeito e prefeito de Bariri, idealizador da Escola Rural Modesto Masson, situada no bairro Queixada, mas que devido ao êxodo rural ficou sem alunos passando o nome para o prédio o qual está sendo caracterizado.

Em 2008, inspirada num novo projeto do governo Estadual de São Paulo, a escola Modesto Masson, passou a atender em período integral o Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano), visando acolher os alunos o dia todo, com aulas do currículo normal no período da manhã e oficinas curriculares no período da tarde.

Recentemente ela foi municipalizada, ocorrendo o processo no ano de 2011 e, como era uma escola de tempo integral, permaneceu assim também com a municipalização. No ano de 2012, com cerca de 200 alunos, foram implantados dois períodos, com a extinção do tempo integral. Nesta época, funcionou com oito salas de aula: cinco no período da manhã e três no período da tarde. Para o ano de 2013, a escola vem crescendo e recebendo alunos também da área central da cidade devido ao zoneamento realizado pela Prefeitura Municipal e terá doze salas de aula, sendo que sete funcionarão no período da manhã e cinco à tarde, além do EJA (Educação de Jovens e Adultos) das séries finais do Ensino Fundamental no período noturno.

Na Escola organizam-se, todos os anos, projetos que visam o desenvolvimento da cidadania com a colaboração dos alunos e da comunidade, como “Reflorestamento” que revitaliza e constrói áreas verde na cidade e “Sangue Bom” o qual consiste na doação de sangue para atender aos hospitais vizinhos e também no cadastro de medula para todo o Brasil.

Figura 1 – E. M. Prefeito Modesto Masson



Fonte: autoria própria

1.2 Os alunos envolvidos

O 6º ano C, do período da tarde, da Escola Municipal Prefeito Modesto Masson de 2012, já no início do ano, se mostrou totalmente diferente dos outros 6ºs anos do período da manhã dessa mesma escola, pois os alunos tinham grandes dificuldades comportamentais (disciplinares) e também de aprendizagem.

Os alunos envolvidos nessa sequência didática não apresentam um grande suporte familiar, isso pôde ser visto ao longo do ano nas reuniões de pais realizadas em que uma minoria, no caso dois a três pais, apareciam em uma sala de vinte e oito alunos.

As aulas de Matemática ocorreram às segundas-feiras das 15h30min às 17h (100 minutos), as quartas-feiras das 16h10min às 17 horas (50 minutos) e as quintas-feiras das 16h10min às 17h50min (100 minutos), sendo cinco aulas semanais.

No primeiro mês de aula foi realizada uma reestruturação da sala no sentido de que aqueles alunos que manifestaram conhecimento e maior facilidade de aprendizagem por meio das provas realizadas, foram remanejados para o período da manhã para não prejudicarem seu rendimento, permanecendo no 6º ano C os alunos que apresentaram mais dificuldade ou que os pais queriam que estudassem no período da tarde.

Como os problemas comportamentais permaneceram, a ajuda da professora auxiliar do período foi uma alternativa para tentar saná-los, ela permanecia na sala junto com o professor da área específica do conhecimento em cinco aulas do dia, não podendo estar na última aula nem quando faltasse algum professor, pois ela o substituiria.

Após mais ou menos um mês, com a ajuda da professora auxiliar, os alunos tiveram uma leve melhora. Mas, por outros motivos, financeiros e particulares (gravidez), esse trabalho foi interrompido.

No HTPC (hora de trabalho pedagógico coletivo), foi proposta uma reunião com os pais dos alunos dessa sala ainda no primeiro semestre, além das reuniões de Pais e Mestres bimestrais, para tentar uma parceria família-escola visando melhorar o problema do comportamento dos alunos.

Os bilhetes foram entregues e a reunião devidamente marcada em um horário propício a todos, mas apareceu somente uma mãe que também ficou decepcionada pela falta de empenho dos demais pais na educação dos filhos.

Para o segundo semestre os problemas de disciplina continuaram, e como temos alunos de adaptação curricular que recebem atendimento da psicopedagoga da escola, começou então a ser realizado um trabalho com todos os alunos para investigar os problemas e possíveis soluções.

Com relação à aprendizagem dos alunos em Matemática, foi possível perceber que apresentam dificuldades em operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), que foram diagnosticadas nas avaliações e trabalhos realizados no início do ano e que foram, ao longo do ano, trabalhadas com atividades de recuperação contínua e atividades diversificadas na sala de informática. Porém, as atividades citadas anteriormente, eram realizadas por poucos e não havia motivação dos alunos em realizá-las.

1.3 A professora

Desde os meus três anos e meio frequento o ambiente escolar e com muita alegria e satisfação. Iniciei na escola de educação infantil e sempre tive interesse em ser professora. Lembro-me que meu avô comprou uma lousa e giz para que eu brincasse de escolinha e fez um caderno de “continhas” para que eu me divertisse com a Matemática, isto ficou gravado em minha memória.

Com o passar do tempo, comecei a gostar muito de Matemática, principalmente das operações fundamentais, que aprendi de 1ª a 4ª série. No Ensino Fundamental II, sempre tive boas notas nessa disciplina o que acabou me motivando cada vez mais, tanto que ao fim desta fase de escolaridade já queria fazer uma licenciatura em Matemática.

Durante o Ensino Médio a Matemática foi se tornando cada vez mais interessante, adorava o estudo de funções, geometria espacial entre outros conteúdos estudados e tive a certeza de prestar o vestibular em Licenciatura Plena em Matemática, estudando sempre em escolas públicas de Bariri.

Concluí o curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP - Campus de Bauru – SP em 2008. Comecei a lecionar aulas particulares desde o primeiro ano de faculdade. No terceiro ano comecei a lecionar como professora eventual no Estado, mas tive que interromper devido a um cargo público ocupado e não poder acumular cargo.

Retornei as salas de aula em 2010, como professora de Matemática, Física e Experiências Matemáticas nas escolas de tempo integral. Nesse mesmo ano prestei o concurso público do estado e fui efetivada em 2011 na escola Prefeito Modesto Masson que, na época, era estadual, mas, devido a municipalização, fui removida para uma cidade vizinha (Jaú - SP) na Escola Estadual Professor José Nicolau Piráquine, o qual tenho hoje meu cargo de professora efetiva.

Em 2011, continuei lecionando Matemática e Experiências Matemáticas na Escola Masson como professora municipalizada e em 2012, por meio de concurso público municipal, fui efetivada como professora do município.

Concluí em 2011, Licenciatura Plena em Pedagogia iniciada em 2009 pela Fundação Hermínio Ometto – UNIARARAS - Curso EAD, sendo presencial na cidade de Bariri.

Como realização de um sonho de estudar na UFSCar e fazer um mestrado na área de Matemática fui aprovada no exame de acesso ao PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) em 2011, o que contribuiu para ampliar meu conhecimento matemático e aprimorar meu desenvolvimento em sala de aula.

1.4 Objetivos do projeto

Em minha atuação docente, percebo que os alunos possuem dificuldades no entendimento de frações, como números fracionários e suas representações. Esse conteúdo começa a ser explorado no quarto ano do Ensino Fundamental I e prossegue ao longo da vida acadêmica do aluno, sendo muito

importante também no dia-a-dia, quando nos referimos a quantidades fracionárias de alimentos em uma receita, por exemplo.

No Plano de Ensino para o segundo semestre da Rede Municipal de Educação de Bariri para o 6º ano, está indicado o conteúdo de frações. Como alternativa para diversificar a aula e estimular a aprendizagem, foram propostas diversas atividades com materiais manipuláveis como: a construção de um cartão fractal fracionário, a utilização de papel quadriculado para representar frações e a confecção de uma cortina fracionária colorida pelos alunos que foram realizadas em algumas aulas do segundo semestre de 2012, com a intenção de motivar os alunos para o estudo de frações.

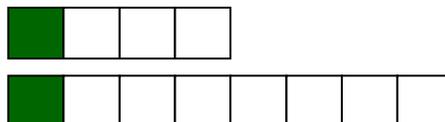
Ao observar os conhecimentos já adquiridos pelos alunos nos anos anteriores a respeito de frações, notava-se que havia muitas lacunas na compreensão de frações como parte do todo e no desenvolvimento de operações no campo dos números racionais, isso pode ser visto com as atividades realizadas no material didático dos alunos.

Percebo, em alunos do Ensino Médio, que os números fracionários apresentam grandes dificuldades e acredito que isso se deve a falta de compreensão dos alunos no início do desenvolvimento do conceito.

Além disso, a complexidade na compreensão dessas ideias matemáticas abstratas a cerca de frações, muito frequentemente, leva às seguintes dificuldades:

- Problemas com leituras, registros e representações simbólicas: Muitos alunos não entendem que uma fração como $\frac{4}{5}$ representa um único número racional e não dois números naturais (sendo completamente diferente de 4 e de 5). Não entendem porque um mesmo objeto matemático (uma fração) pode ser representado de infinitas formas diferentes (frações equivalentes).
- Problemas com comparações de frações: Há inversão da ordem natural quando comparamos frações com mesmo numerador mas com denominadores diferentes (por exemplo, $4 < 6$, mas $(\frac{1}{4}) > (\frac{1}{6})$) e, ao mesmo tempo, para frações com denominadores positivos iguais, a ordem dos inteiros é preservada (por exemplo: $2 < 3$ e $(\frac{2}{4}) < (\frac{3}{4})$).

- Materiais concretos podem trazer dificuldades conceituais: Todo material concreto apresenta limitações e pode causar uma dependência desnecessária, quando não bem utilizado, à aprendizagem de conceitos abstratos. Por exemplo, em uma certa situação, $1/4$ de um objeto pode ser de mesmo tamanho que $1/8$ de outro, o que pode levar à falsa ideia de que $(1/4) = (1/8)$.



- Problemas operacionais com a adição de frações: A adição (e subtração) de frações não é uma extensão natural da mesma operação com inteiros. Muitos alunos não entendem a necessidade de se reduzir frações ao mesmo denominador e, se o fazem, não entendem porque devem fazer isto.

Como já foi citado na descrição dos alunos envolvidos, eles possuem dificuldades comportamentais que prejudicam sua concentração e só fazem o que os interessa, por isso trabalhar com materiais manipuláveis foi uma alternativa para melhorar seus desempenhos em Matemática.

As atividades foram elaboradas para serem desenvolvidas com uso de materiais diversificados e concretos como papel quadriculado e tecido colorido.

Vejo também, por experiência, que o lúdico realmente motiva os alunos a compreenderem conceitos matemáticos, portanto essa estratégia também foi utilizada inicialmente para a construção de um cartão fractal fracionário, seguida então de atividades no papel quadriculado e da confecção da cortina fracionária colorida. Todas as atividades realizadas pelos alunos foram registradas em seus cadernos, o que colaborou para a escrita de números fracionários.

Espera-se que os alunos ao final da sequência didática compreendam: definições sobre os números racionais na forma fracionária; comparação entre duas frações; reconhecimento de uma fração como parte do todo, equivalências entre frações e operações de adição e subtração com frações.

2. FRAÇÕES E MATEMÁTICA

2.1 A Importância da Matemática no Ensino

A Matemática pode ser conhecida como a ciência dos números. Ela possui uma linguagem própria e uma grande influência na construção do pensamento, no raciocínio e na resolução de problemas sejam eles matemáticos ou do cotidiano.

Além disso, a Matemática desempenha um importante papel na formação de um cidadão crítico e criativo, pois fornece ferramentas que permitem desenvolver estratégias, enfrentar desafios e justificar resultados por meio de iniciativas pessoais e trabalhos coletivos.

A Matemática está presente no PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) com um livro específico para seu desenvolvimento em sala de aula, tanto no Ensino Fundamental I (Brasil, 1997) como no Ensino Fundamental II (Brasil, 1998).

No PCN de Matemática (Brasil, 1998) são apresentados os objetivos gerais para o ensino fundamental e as finalidades do ensino de Matemática visando à construção da cidadania. Em um dos tópicos apresentados indica que:

“(...) identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas; (Brasil, 1998, p. 47).

Na Proposta Curricular do Estado de São Paulo (São Paulo, 2008) a Matemática tornou-se uma área específica, desvinculada da área de Ciências Naturais, como era previsto no PCN (Brasil, 1998) e apresentou três razões principais para esta opção, resumidas abaixo:

- A primeira é que uma parte da especificidade da Matemática resulta esmaecida quando agregada a linguagem em sentido amplo, ao grupo das Ciências, pois a Matemática possui uma linguagem própria e é complementar a linguagem materna.

- Em segundo lugar, a incorporação da Matemática a área de Ciências pode distorcer o fato daquela ser apenas um instrumento para esta, entretanto a partir das competências estabelecidas pelo ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) apresentam os conteúdos disciplinares como meios para formação dos alunos com cidadãos e como pessoas.

- Em terceiro lugar o tratamento da Matemática como área específica poderá facilitar a incorporação dos recursos tecnológicos para a representação de dados e o tratamento da informação buscando a transformação de informação em conhecimento.

Além disso, os Parâmetros Curriculares do Estado de São Paulo para a Matemática (2008) separa os conteúdos disciplinares de Matemática, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em quatro blocos temáticos: Números, Geometria, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, cuja síntese é apresentada a seguir:

- Números: com o objetivo de ampliar a ideia do campo numérico em situações significativas;
- Geometria: visando o reconhecimento de representações e classificações de formas planas e espaciais considerando contextos concretos e o raciocínio lógico-dedutivo;
- Grandezas e Medidas: integradas com outros eixos da Matemática favorecem a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade;
- Tratamento da Informação: vai além da análise de dados e contribui para a formação como cidadão.

Entretanto, em 2010, após a Proposta Curricular do Estado de São Paulo foi enviado às escolas o Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e Suas Tecnologias (2010), que foi inspirado na proposta anterior e manteve a Matemática como um território específico, separado das Linguagens e Códigos, das Ciências Humanas e das Ciências da Natureza e suas tecnologias. E, organizou os conteúdos básicos em três grandes blocos temáticos: NÚMEROS, GEOMETRIA E RELAÇÕES, com vistas a desenvolver as seguintes competências: capacidade de

expressão, capacidade de compreensão, capacidade de argumentação, capacidade propositiva, capacidade de contextualizar e capacidade de abstrair.

Alguns autores apontam que o antigo método de aula, em que o professor fala e os alunos ouvem (ou fazem que ouvem), pouco ou nada contribui para mudar a ideia de que a Matemática é complicada e difícil. Novos métodos têm surgido para facilitar o ensino desta disciplina e tornar as aulas mais atrativas.

Lins e Gimenez (1996) indicam a importância da utilização de novos métodos para ensinar a Matemática:

As pesquisas em educação matemática têm resultado na atenção que o professor deve ter com os diferentes processos cognitivos dos alunos ao realizarem tarefas matemáticas. Para isso, é importante que seja utilizada uma variedade de atividades nas quais os alunos e professores possam comunicar suas idéias e produzir significados (LINS; GIMENEZ, 1996, p. 51).

Vigotsky (1979) considera que:

Quando se trata do material didático para educação matemática, sabe-se que a qualidade pedagógica é essencial para o sucesso em sua utilização. Parte-se do princípio de que qualquer pessoa é capaz de aprender desde que tenha acesso a materiais suficientemente compreensíveis e atrativos (VYGOTSKY, 1979, p. 83).

O uso de jogos e brincadeiras pode ser fundamental para ajudar no ensino desta disciplina.

Damascena e Santos (2004) assim se referem ao uso de atividades lúdicas no ensino da Matemática:

A inclusão do lúdico nas aulas de Matemática favorece a motivação para o estudo, além de colaborar com o desenvolvimento de trabalho em grupo. Para os estudantes que têm dificuldade de se expressar em sala de aula, terão oportunidade de interagir com o grupo de maneira inovadora (DAMASCENA e SANTOS, 2004, p. 4).

O ensino de Matemática deve estar contextualizado com o mundo real e a vivência do aluno, pois a partir daí despertará o interesse para aprendizagem matemática e verificará sua importância no dia-a-dia.

O professor deve utilizar de atividades e estratégias diversificadas, buscando um maior empenho dos alunos, despertando a vontade de querer aprender, respeitando o desenvolvimento de cada um, suas individualidades e a capacidade de compreensão.

2.2 Breve histórico sobre frações

As frações tiveram sua construção ao longo da história da humanidade a partir do momento em que as divisões apenas com partes inteiras não resolviam os problemas, era necessário dividi-las em mais partes menores que um inteiro.

De acordo com Boyer (1996), o sistema fracionário surgiu no Antigo Egito, às margens do rio Nilo, por volta do ano de 3.000 a.C. sob o reinado do faraó Sesóstris.

A economia egípcia estava assentada principalmente no cultivo de terras e para que tal modo de produção ocorresse de uma forma eficaz, terras cultiváveis eram divididas entre os habitantes. Anualmente, nas cheias do Nilo, as águas subiam muitos metros além de seu leito normal e acabavam por inundar a região e traziam a necessidade de remarcação do terreno.

A remarcação era realizada pelos agrimensores do Estado, conhecidos como estiradores de cordas, estes utilizavam cordas como unidade de medição no processo de mensuração.

Sesóstris, faraó do Egito, repartiu o solo do Egito entre seus habitantes, os mais privilegiados. Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o rei mandava pessoas para examinar, e determinar por medida a extensão exata da perda. (BOYER, 1996, p. 6).

Segundo Boyer (1996), o processo de mensuração das terras consistia em estirar cordas e verificar o número de vezes que a unidade de medida estava contida no terreno. Havia uma unidade de medida assinada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Daí, serem conhecidos como estiradores de cordas.

De acordo com Eves (2011), os Egípcios escreviam as frações como soma de frações unitárias, ou seja, frações cujo numerador é igual a 1.

Boyer (1974) apresenta a fração $\frac{3}{5}$ como soma de frações unitárias:

A fração $\frac{3}{5}$, para nós uma única fração irredutível, era pensada pelos escribas egípcios como soma de três frações unitárias $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{15}$ (Boyer, 1974, p. 10)

Boyer (1974) ainda descreve que no papiro Rhind há uma tabela apresentando as frações $\frac{2}{n}$ como soma de frações unitárias para todos os n

ímpares de 5 a 101, com apenas uma decomposição para cada caso, além deste no papiro Ahmes, também foram encontradas representações que indicavam a utilização das frações.

Segundo Eves (2011) os egípcios escreviam essas frações com uma espécie de símbolo elíptico escrito em cima do denominador (Figura 2), algumas recebiam uns sinais especiais, como mostra a figura abaixo:

Figura 2 - Escrita de frações egípcias

$$\begin{array}{l} \text{○} \\ \text{III} \end{array} = \frac{1}{3}, \quad \text{○} \\ \text{IIII} \end{array} = \frac{1}{4}, \\ \text{○} \\ \text{II} \text{ ou } \text{◁} = \frac{1}{2}, \\ \text{○} \\ \text{⊕} = \frac{2}{3},$$

Fonte: Eves (2011, p. 73)

2.3 Engenharia Didática

A Engenharia Didática surgiu em meados dos anos oitenta do século passado para trabalhos na área de Educação Matemática, foi difundida pela francesa Michèle Artigue e baseia-se na construção organizada de etapas para a realização de uma sequência didática contando com análise prévia e posterior do trabalho realizado.

Ela tem sua origem fundamentada no trabalho de um engenheiro que exige conhecimento científico e ação a ser planejada e executada para a construção de uma aprendizagem significativa.

Além disso, constitui-se uma área de pesquisa em Educação Matemática visando práticas que não contemplem apenas atividades, mas que inspirem sequências didáticas para construção do ensino e aprendizagem do aluno.

Segundo Zabala (1998) as sequências didáticas ou sequências de atividades de ensino/aprendizagem são:

“um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

Saddo Almouloud e Cileda Coutinho (2008) apontam que a Engenharia didática é:

“(…), vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori.”(Saddo e Cileda, 2008, p. 66)

Para o desenvolvimento desta metodologia de ensino, Artigue (1996), descreve as fases que deveram ser executadas pelo pesquisador cuja síntese é apresentada a seguir:

- Análises prévias;
- Concepção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática;
- Implementação da experiência;
- Análise *a posteriori* e validação da experiência.

As análises prévias devem ser feitas concomitantes com as outras fases, mas essa em especial visa à análise do conhecimento prévio da experimentação, levando em conta os conhecimentos que os alunos já possuem.

A fase de concepção e análise *a priori* descreve a situação didática a ser desenvolvida e analisa a sua relevância para o aluno na construção de argumentação e estratégias para resolução de problemas e previsão de comportamento esperados dos alunos com intervenção do professor para evolução do conhecimento a ser adquirido.

Na implementação da experiência desenvolve-se a sequência didática que foi preparada na fase anterior, considerando a produção e o desempenho dos alunos e as ocorrências que possam acontecer e é de essencial importância que sejam coletados dados para análise posterior.

No decorrer da última fase que é a análise *a posteriori* e validação da experiência são vistos os materiais coletados da fase anterior e a evolução dos que estão sendo pesquisados (no caso os alunos), e comparados com os conhecimentos que haviam no levantamento prévio, também são revistos os imprevistos ocorridos na experimentação, são propostas modificações e mesmo outras variações do tema a ser trabalhado.

3. DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.1 ETAPAS

Para o desenvolvimento das atividades da sequência didática, da qual procuramos aproximar neste projeto e considerando as etapas apresentadas na Engenharia Didática, foram realizados os seguintes procedimentos:

- Levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, realizado em quatro aulas de cinquenta minutos, por meio de atividades executadas no material do aluno para diagnosticar as dificuldades pertinentes ao conteúdo a ser estudado, os números racionais na forma fracionária, e então proposta uma sequência didática para sanar essas dificuldades apresentadas;
- Construção do planejamento das atividades, por meio de sequências didáticas que busquem ao mesmo tempo facilitar a aprendizagem e estimular o aluno a querer aprender, realizado pela professora, buscando o caráter lúdico e prático (materiais manipuláveis), com diversificação do material a ser utilizado (molde do cartão fractal fracionário, papel quadriculado e tecido colorido);
- Construção do conhecimento por meio da execução das atividades planejadas supervisionando o desenvolvimento dos alunos, seus comportamentos e coleta de dados em que foram utilizadas o seguinte cronograma:
 - duas aulas de cinquenta minutos para a construção do cartão fractal fracionário, em que foi necessária a pintura e montagem do cartão, além da escrita das frações;
 - duas aulas de cinquenta minutos trabalhadas com o uso de papel quadriculado para representar frações do todo;
 - duas aulas de cinquenta minutos para a medição do tamanho da cortina fracionária colorida a ser exposta na sala de aula e a

realização de seu croqui em papel quadriculado e primeira votação dos alunos;

- duas aulas de cinquenta minutos para intervenção da professora e solicitação de novos croquis com frações pré estabelecidas e nova votação;
- duas aulas de cinquenta minutos para construção do molde de cada fração da cortina fracionária colorida em jornal a ser fixado no tecido para recorte;
- duas aulas para recorte do tecido com ajuda do molde do jornal feito anteriormente;
- Análise das atividades desenvolvidas pelos alunos, seus registros, para uma avaliação dos resultados;
- Apreciação do objeto concreto construído e sua contribuição para o aprendizado dos alunos do 6º ano C.

3.2 DESENVOLVIMENTO

Um primeiro conceito a ser desenvolvido sobre frações com os alunos é a relação parte-todo, assim as atividades da sequência didática almejaram sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos neste conceito e desenvolver outros, como comparação, por exemplo, trabalhando na vivência da prática em sala de aula.

Ao propor aos alunos a construção de uma cortina fracionária colorida, que é uma das atividades da sequência didática, estes se mostraram empolgados e ansiosos para colocar em prática a atividade. Infelizmente e como já foi relatado inicialmente, a sala é heterogênea com problemas de comportamento e autoestima, com isso, no começo, muitos não acreditavam que a construção de uma cortina fracionária colorida seria possível e se mostravam desmotivados, enquanto outros se empolgavam e queriam saber mais.

A princípio foi preciso fazer um orçamento do que iríamos precisar para construir a cortina fracionária colorida, os alunos elencaram: tecido, agulha, linha,

argolas e que seria necessário alguém para costurar, apesar de que alguns alunos queriam eles mesmos fazer esse serviço.

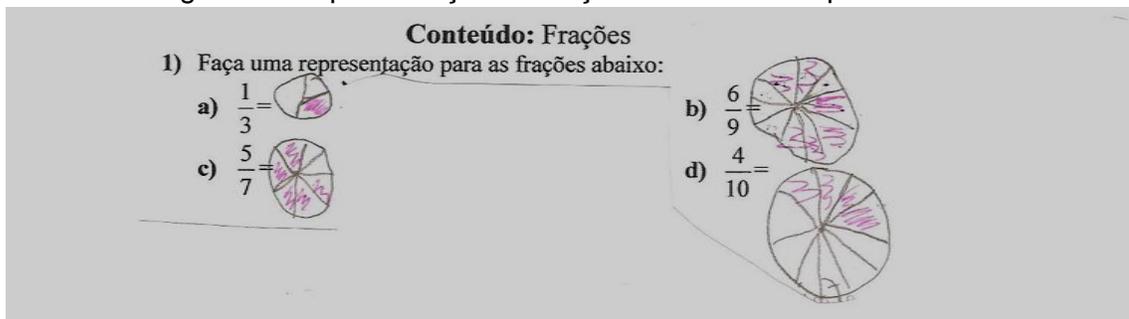
Como próximo passo era preciso medir o espaço a ser colocada a cortina fracionária colorida na sala de aula. Os alunos com a ajuda de uma trena da escola mediram em cima da cortina já existente e constataram que esta media dois metros e dez centímetros de comprimento por um metro e quarenta centímetros de largura e que para uma janela seria necessário construir duas partes dessa medida. Resolveram então que seriam duas partes, uma simétrica a outra, pois esse conceito de simetria já havia sido trabalhado em aulas anteriores. Com isso seriam feitas duas partes de cortina fracionária colorida.

Os alunos também quiseram escolher as cores dos tecidos a serem utilizados, apresentando propostas de cores quentes e frias e também complementares. Por fim, após votação de todos os alunos do 6º ano C do período da tarde da escola Modesto Masson, as cores escolhidas foram azul, verde, roxo, laranja, amarelo e vermelho.

Ao explorar o conceito de frações por meio do material didático utilizado na escola, este iniciava com ideias associadas à fração e frações como parte de uma figura e de um objeto. Trazia como primeiro exemplo um bolo redondo a ser dividido igualmente entre vinte e oito alunos e a professora. Os alunos do 6º ano C lembraram que já haviam feito isso em séries anteriores em que a professora levou pizza para desenvolver o conteúdo de frações.

Quando foi pedido aos alunos que fizessem uma representação fracionária, eles utilizaram de objetos circulares para fazer as divisões em partes iguais (Figura 3), mas nem sempre o círculo é uma representação adequada de frações. Essa forma dificulta a divisão em partes iguais e devido a isto, os alunos fizeram desenhos desproporcionais.

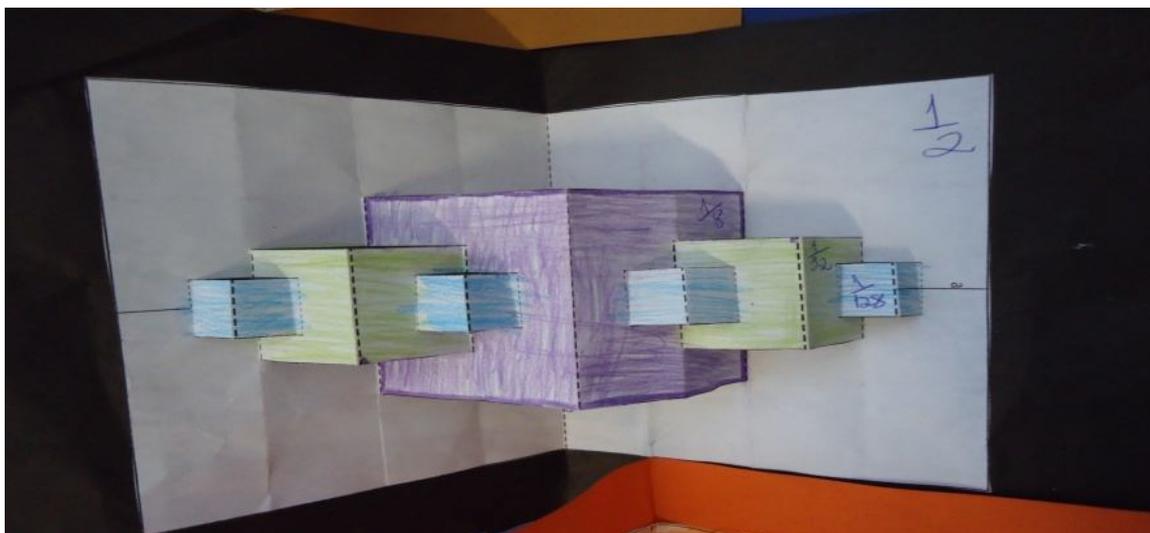
Figura 3 - Representação de frações com círculos pelos alunos



Fonte: coletado pela própria autora

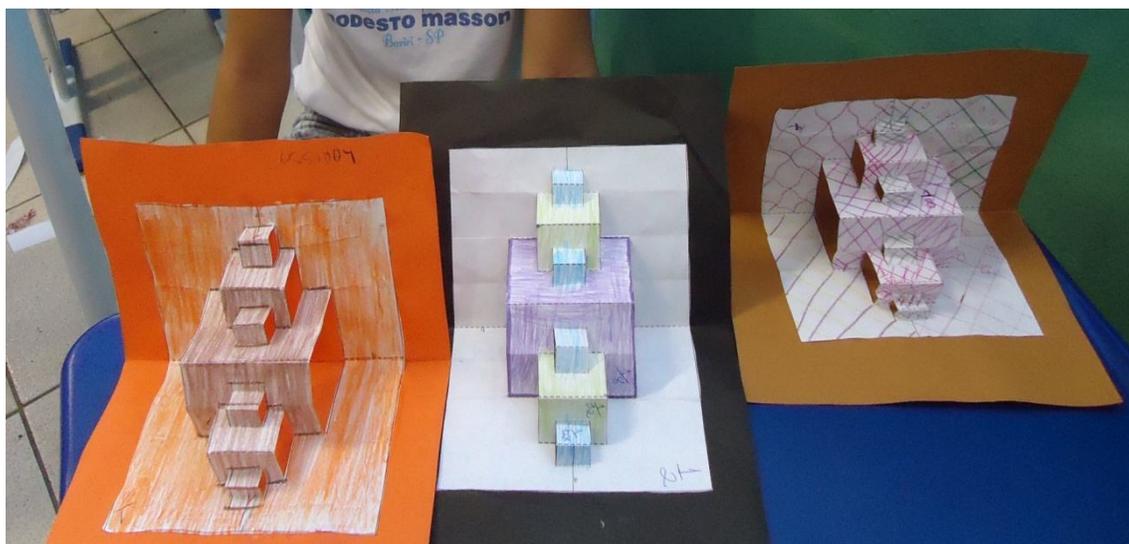
tiveram dificuldades em localizar a parte que indicava metade através de dobraduras e a partir dela foram estabelecendo as demais frações.

Figura 5 - Cartão fractal fracionário com as frações em relação ao todo



Fonte: coletado pela própria autora

Figura 6 : Outras produções dos alunos



Fonte: coletado pela própria autora

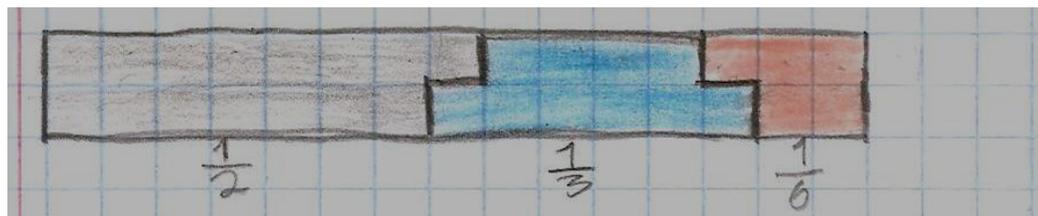
Foi uma atividade em que os alunos conseguiram trabalhar em grupo, se ajudaram e desmistificaram que aprender frações é algo difícil com um material manipulável diversificado e lúdico.

3.2.2 UTILIZAÇÃO DE PAPEL QUADRICULADO

A atividade com papel quadriculado foi uma estratégia utilizada para diversificar o material didático, ou seja, utilizar um material diferente com os alunos.

Na primeira atividade com papel quadriculado (Figura 7), os alunos, sob orientação da professora, delimitaram trinta quadradinhos e foi solicitado que colorissem metade desses quadradinhos, produzindo a fração meio ($1/2$). Pintaram de outra cor mais dez quadradinhos e assim perceberam que três vezes dez são trinta e assim dez era um terço ($1/3$) dos quadradinhos, continuando restaram apenas cinco quadradinhos que foram coloridos com outra cor e com isso foi trabalhado quantos bloquinhos de cinco seriam necessários para revestir todos os trinta existentes e assim perceberam que dariam seis e, portanto concluíram que seria um sexto.

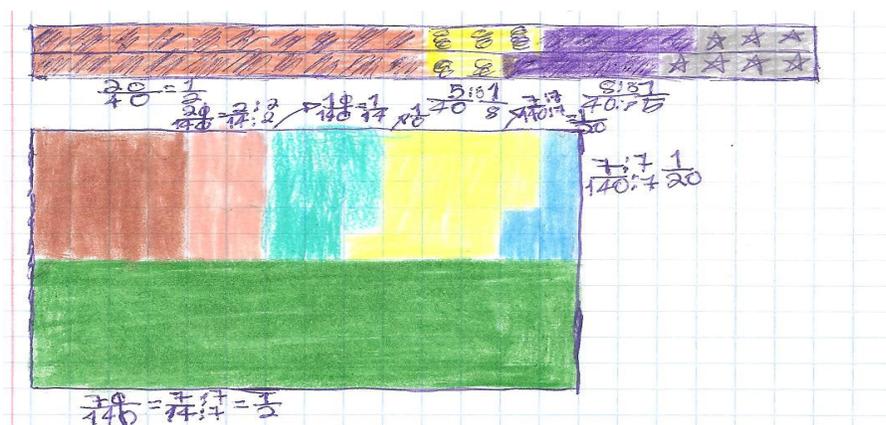
Figura 7 – Representação no papel quadriculado



Fonte: coletado pela própria autora

Repetindo essa atividade com outras quantidades de quadriculados representando o todo (Figura 8), os alunos foram construindo outras frações e verificando quantos quadradinhos seriam necessários para preencher o todo.

Figura 8 – Outras representações no quadriculado



Fonte: coletado pela própria autora

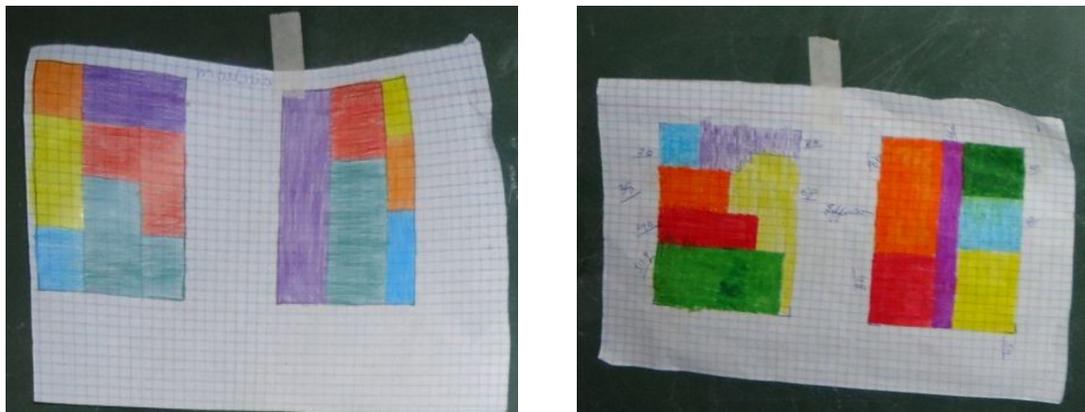
Essa atividade possibilitou a introdução do conceito de razão, por exemplo, quando limitaram quarenta quadradinhos e pintaram cinco produzindo a razão $5/40$ (cinco quarenta avos) e trabalhando simplificação, dividindo numerador e denominador pelo mesmo número, por cinco, obtém-se a fração $1/8$ (um oitavo) e assim foi expandido para quantidades maiores de quadradinhos até que chegassem à quantidade de quadradinhos, que seria desenhada a cortina fracionária colorida e esse desenho efetuado em escala reduzida.

Como o espaço em que seria colocada a cortina fracionária colorida mediu dois metros e dez centímetros de comprimento por um metro e quarenta centímetros de largura em cada parte, pois seriam feitas duas partes, uma simétrica a outra, foi estabelecido que cada quadradinho do papel quadriculado seriam dez centímetros do real.

Nesse momento os alunos estudaram conceitos de escala e começaram a desenhar um croqui da cortina fracionária colorida. Além disso, outros conceitos matemáticos foram desenvolvidos com os alunos como área, utilizando multiplicação de base e altura e a contagem organizada de quadradinhos.

Os primeiros croquis (Figura 9) realizados pelos alunos em duplas ou individuais foram feitos sem o direcionamento de frações específicas e ficaram melhores do que o esperado, mas houve alguns problemas com relação às razões encontradas, seria difícil, por exemplo, olhar para a cortina fracionária colorida e identificar que a cor vermelha representaria a razão $29/294$ (vinte e nove duzentos e noventa e quatro avos). Após votação da sala, uma intervenção da professora para redirecionamento das frações foi necessária.

Figura 9 – Primeiros croquis





Fonte: coletado pela própria autora

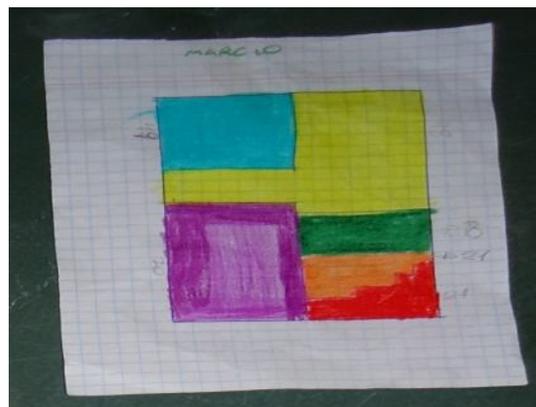
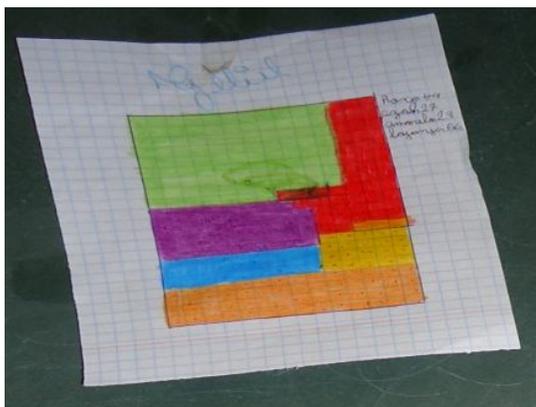
Foi calculado junto aos alunos que frações seriam possíveis de construir, mas que para os alunos tivessem um significado maior como frações do tipo $1/6$ (um sexto) ou $1/3$ (um terço) e assim calcularam quantos quadradinhos representariam essas frações dos duzentos e noventa e quatro quadradinhos existentes e, chegaram a: quarenta e nove quadradinhos para um sexto e noventa e oito quadradinhos para um terço dos quadradinhos totais.

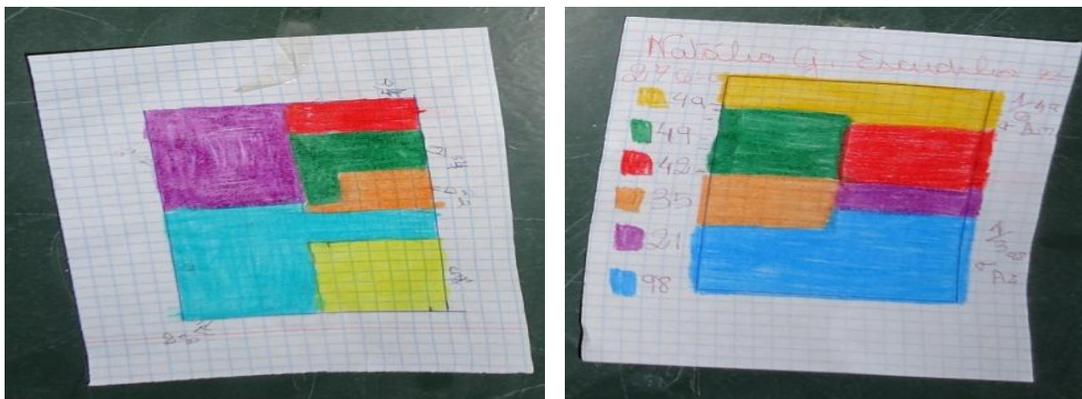
Tendo em vista o cálculo dos quadradinhos com as frações pré-estabelecidas realizaram novos croquis da cortina fracionária colorida com pelo menos essas frações.

As frações construídas ficaram melhores do que as anteriores e os croquis também (Figura 10). Foram promovidas votações para a escolha de como seria uma parte da cortina fracionária colorida a ser construída para a sala de aula.

As votações ocorreram com a exposição de todos os croquis na lousa e a votação foi aberta com cada aluno escolhendo dois modelos que mais lhe agradavam.

Figura 10 – Novos croquis



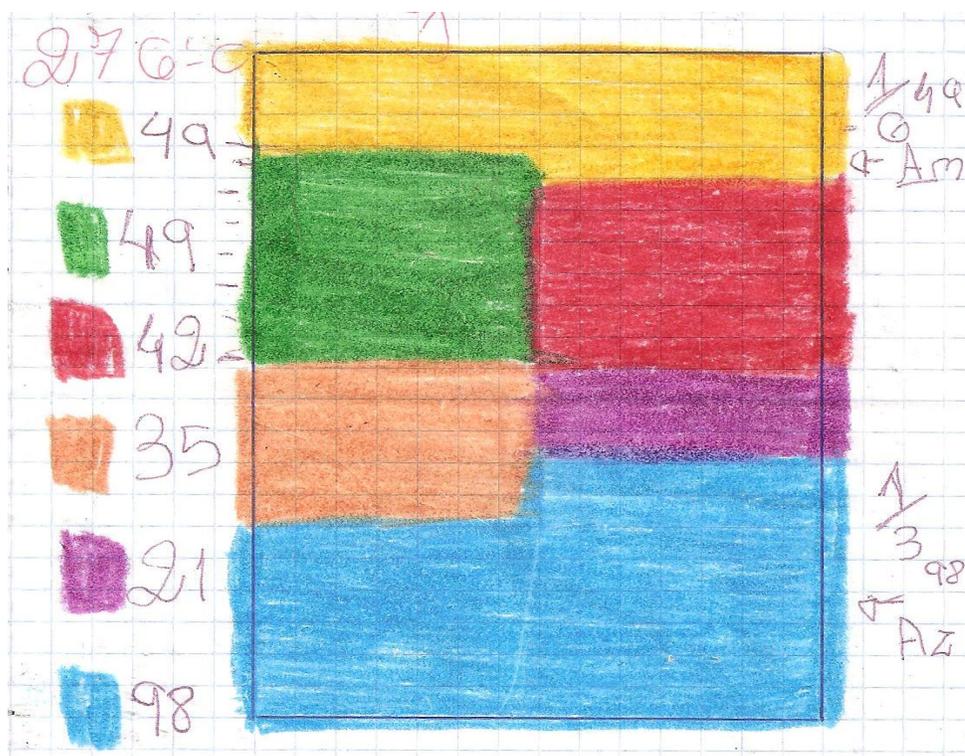


Fonte: coletado pela própria autora

O comportamento dos alunos para a realização dessas votações é de grande importância para ser ressaltado, pois demonstraram e desenvolveram suas capacidades de cidadãos democráticos respeitando as escolhas de cada um para uma produção de toda a sala.

O croqui escolhido (Figura 11) foi da aluna que obteve o maior número de votos, assim seriam feitas duas partes simétricas.

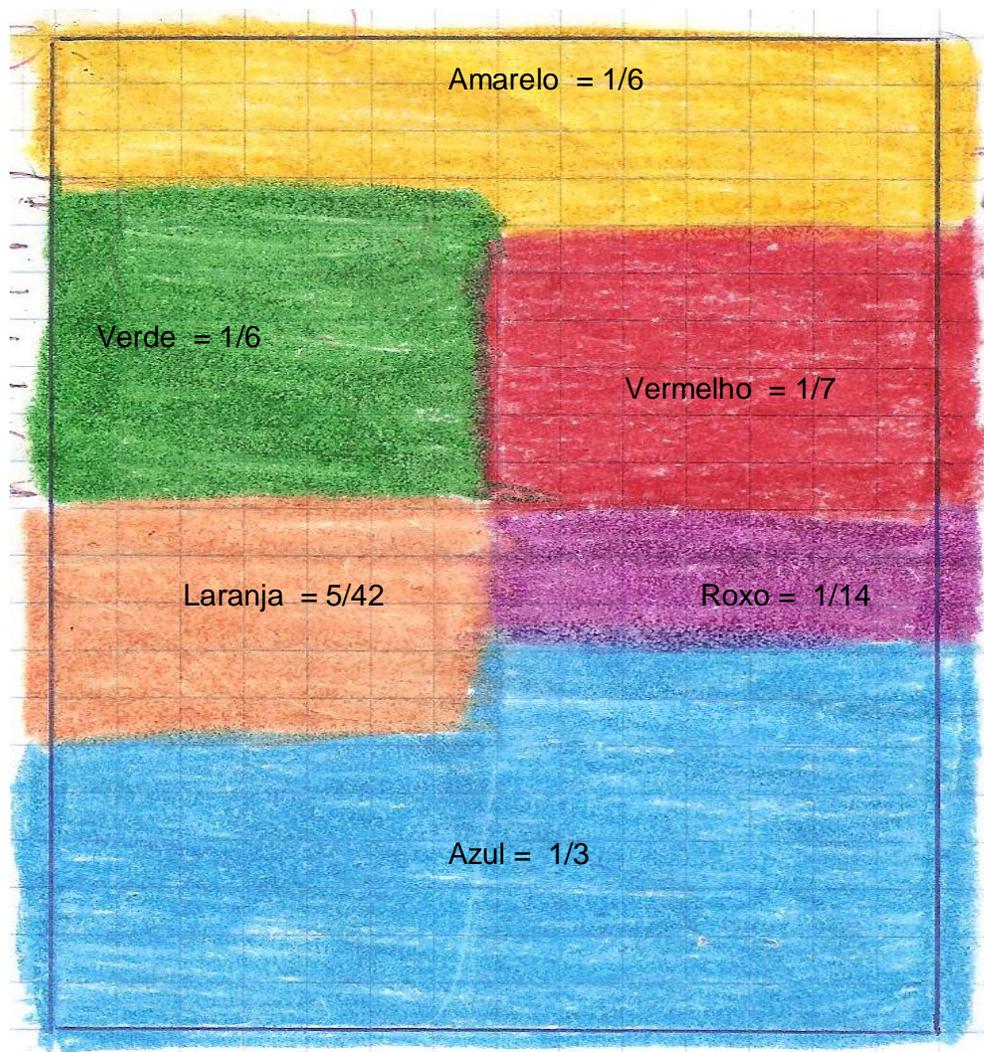
Figura 11: Croqui escolhido pelos alunos para construção da cortina fracionária colorida



Fonte: coletado pela própria autora

As frações estabelecidas e as cores (Figura 12) ficaram da seguinte maneira:

Figura 12 – Frações na cortina fracionária colorida do croqui escolhido



Fonte: autoria própria

Assim começaram a produção da cortina fracionária colorida com o tecido de Oxford comprado pela escola nas cores quentes: amarela, vermelha, laranja e nas cores frias: roxo, verde, azul, que os alunos já haviam escolhido no início das atividades.

3.2.3 CONSTRUÇÃO DA CORTINA FRACIONÁRIA COLORIDA

Os moldes para o corte do tecido nos tamanhos estabelecidos no quadriculado foram feitos em jornal (Figura 13). Essa escolha, por parte da professora, foi estabelecida para facilitar o corte do tecido, pois seria mais complicado riscar diretamente nele, ao mesmo tempo, daria mais firmeza aos alunos, não escorregaria a tesoura no tecido, pois o molde seria fixado com agulhas.

Figura 13 – Construção do molde utilizando jornal



Fonte: autoria própria

Então, os alunos divididos em três grupos, que acabaram se ajudando mutuamente, com destaque de alguns alunos que desejavam estar nos três ao mesmo tempo, fizeram com o auxílio de régua a medição no jornal em centímetros de cada fração, ou seja, quantos centímetros havia de largura e comprimento que deveriam cortar mais tarde o tecido.

Não houve dificuldade dos alunos para fazerem a conversão da escala utilizada com os quadradinhos no papel quadriculado para o real e a construção dos moldes.

Continuando a atividade para o corte do tecido os alunos fixaram o molde realizado no jornal utilizando agulhas em cada peça de tecido (Figura 14),

com isso ao cortar com a tesoura não sairia torto e nem fora de medida, pois estas já haviam sido estabelecidas no jornal e cortaram com sua própria tesoura.

Figura 14 - Cortando o tecido para a cortina fracionária colorida



Fonte: autoria própria

Os alunos se empolgaram em realizar o trabalho com tesoura, ver que era fácil cortar o tecido e que a cortina fracionária colorida estava sendo realmente feita por eles.

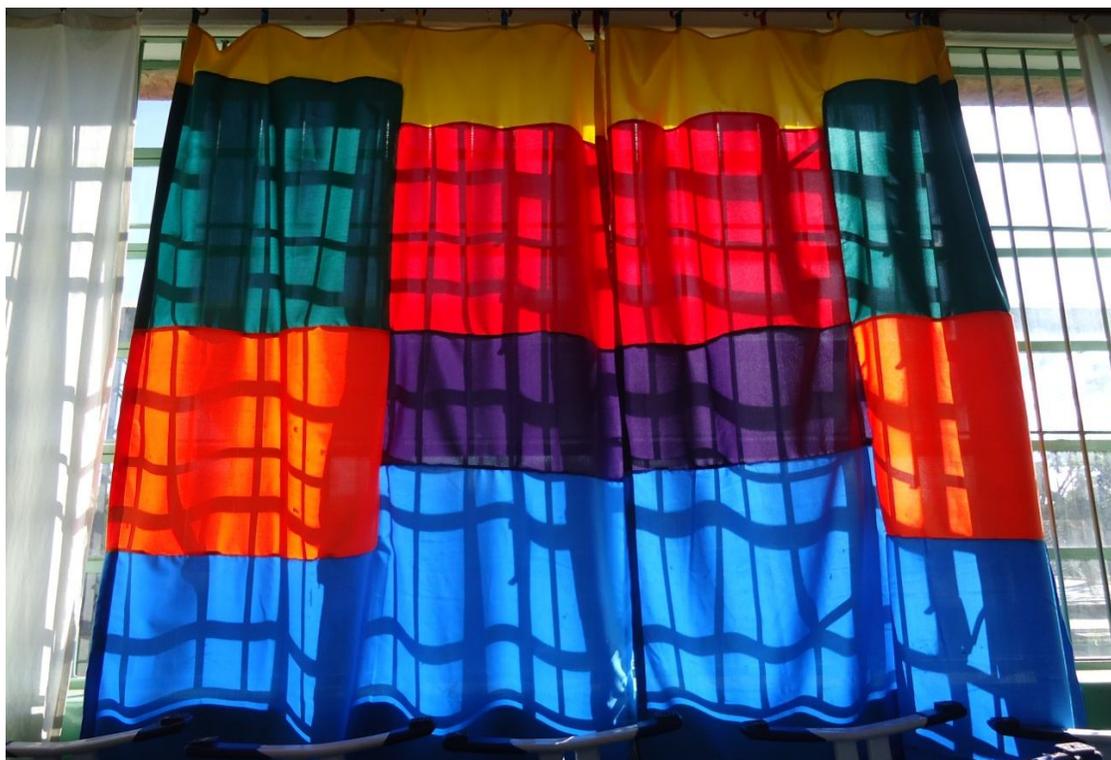
Quando o tecido já estava todo cortado nas medidas certas foi encaminhado à costureira que fez a finalização do trabalho.

Após uma semana na costureira a cortina fracionária colorida estava pronta e foi levada a sala de aula.

Antes de colocá-la na janela da sala de aula, os alunos foram à sala de informática para verem as fotos de todo o desenvolvimento da sequência didática, desde a produção do cartão fractal fracionário até o corte do tecido para construção da cortina fracionária colorida, e ficaram muito empolgados em se ver trabalhando e produzindo algo que utilizariam e seria importante para a sala de aula.

Retornando a sala de aula os alunos colocaram as duas partes da cortina fracionária colorida na janela (Figura 15) e gostaram muito do resultado obtido.

Figura 15 – Cortina Fracionária Colorida



Fonte: autoria própria

Continuando a exploração do conceito de frações, agora com a cortina fracionária colorida exposta, foram realizadas todas as razões que cada cor representava do todo da cortina fracionária colorida, feitas as simplificações e observadas às frações produzidas. Os alunos compreendiam e as liam sem dificuldades.

Ao mesmo tempo, foram propostas as comparações entre as frações encontradas considerando as cores, como por exemplo, $\frac{1}{3}$ (um terço) que estava na cor azul é maior ou menor que $\frac{1}{6}$ (um sexto) que era a cor verde, e os alunos desenvolviam a atividade justificando suas soluções pelos tamanhos.

Em seguida, começaram a fazer análises de que quando o numerador fosse um e o denominador fosse maior que o outro então esta fração que tem o denominador maior é menor que a outra, pois foi dividida em mais partes e continuaram a criar suas conclusões.

Às vezes era necessário produzir frações equivalentes para compará-las e utilizavam de multiplicações para depois analisarem seus resultados.

Foi possível também somar as frações por meio das cores e dos tamanhos do tecido, pois na cortina fracionária colorida, tanto a cor amarela quanto a cor verde representavam a mesma fração $1/6$ (um sexto) e fazendo operações de adição com frações de denominadores iguais um sexto mais um sexto resultavam em dois sextos que simplificando por dois se igualava a um terço que era justamente a cor azul da cortina.

Somando outras cores com suas respectivas frações foi possível também explorar somas de frações com denominadores diferentes.

Um exemplo foi a soma da cor laranja que representa $5/42$ (cinco quarenta e dois avos) com a vermelha que representa $1/7$ (um sétimo) necessitaria produzir uma fração equivalente que representasse $1/7$ (um sétimo), mas com denominador 42 (quarenta e dois). Para produzir essa fração, era necessário multiplicá-la por seis tanto no numerador quanto no denominador resultando em seis quarenta e dois avos que somados aos cinco quarenta e dois avos eram onze quarenta e dois avos.

Os alunos quiseram ir somando as cores principalmente as que eram com frações de mesmo denominador, pois facilitava o cálculo e não tinham que produzir frações equivalentes ao mesmo tempo mostravam-se interessados na realização da atividade.

Para finalizar a sequência didática algumas atividades específicas de representação fracionária foram realizadas, leitura de números fracionários e operações de adição com as mesmas.

Como resultado, a maioria dos alunos se mostrou com autonomia para fazer as atividades e as fizeram corretamente, o que pode indicar que houve uma apropriação do conteúdo e aprendizagem significativa, por meio da realização da sequência didática com materiais manipuláveis.

3.3 Propostas de variações da sequência didática

A sequência didática foi desenvolvida com a construção de um cartão fractal fracionário, uso de papel quadriculado e, como produto final, a produção de uma cortina fracionária colorida, mas outras variações podem ser realizadas condizentes com a proposta apresentada nesse trabalho.

Por exemplo, pode-se verificar quais as necessidades do ambiente escolar e elaborar outros produtos finais que tenham relevância na escola, como talvez pintar uma parede, preparar um lugar mais agradável aos alunos, fazer uma cortina para a biblioteca, capas de almofadas, cortina para o palco (se houver teatro na escola), uma vez que assim os alunos se sentirão importantes, pois ajudarão a construir algo que fará diferença na escola utilizando conceitos matemáticos.

Essa sequência didática foi realizada com os alunos do 6º ano C, mas em virtude das dificuldades apresentadas pelos alunos de outros anos de escolaridade, com relação ao conteúdo de números racionais na forma fracionária, ela poderá ser desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental e também do Ensino Médio, propondo ao final outros objetos concretos (produtos finais) como os apresentados acima.

Com isso, será uma nova oportunidade de enfatizar a importância da disciplina Matemática para os alunos, considerando sua relevância devida e estando presente em todos os momentos do dia a dia da escola e da vida.

CONCLUSÕES

Ao longo do desenvolvimento das atividades da sequência didática os alunos do 6º ano C, do período da tarde da escola Masson, mostraram-se mais motivados e entusiasmados a cada atividade com materiais manipuláveis e principalmente com a construção da cortina fracionária colorida.

As atividades com materiais manipuláveis realizadas pelos alunos como a construção do cartão fractal fracionário, o uso de papel quadriculado e a utilização de tecido colorido para a confecção da cortina fracionária colorida trouxe o caráter lúdico para a sala de aula aliado a construção do conhecimento matemático com relação aos números racionais na forma fracionária.

É importante salientar que o relacionamento entre os alunos e entre eles e a professora melhorou notavelmente.

Os alunos se interessaram mais pelas atividades e a sala, de modo geral, se tornou mais amigável.

Tendo em vista o conhecimento que os alunos apresentaram antes do desenvolvimento da sequência didática obtida com a análise de seus conhecimentos prévios, foi possível identificar uma melhora significativa após a realização da sequência didática.

Entre as melhoras dos alunos podemos destacar:

- a pronuncia correta de frações;
- escrita por extenso considerando numerador e denominador;
- a comparação de frações;
- representações fracionárias coerentes, considerando as divisões em partes iguais e como partes do todo;
- as operações de adição e subtração feitas nos números racionais (\mathbf{Q}), que são diferentes das realizadas nos inteiros (\mathbf{Z}), feitas corretamente.

Em suma, a realização da sequência didática com a utilização de materiais manipuláveis promoveu uma melhora significativa na compreensão dos alunos do 6º ano C dos conceitos relacionados aos números racionais na forma fracionária.

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa, Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.
- BOYER, Carl Benjamin. História da matemática; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.
- BOYER, Carl Benjamim. História da matemática. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. 1ª a 4ª séries, Brasília. SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. 5ª a 8ª séries, Brasília. SEF, 1998.
- DAMASCENA, Giomária P. e SANTOS, Fábio N. Jogos no ensino da Matemática. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2004.
- EDUCAÇÃO, Secretaria da. Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – São Paulo, SEE, 2010.
- EVES, Howard. Introdução à história da matemática; tradução: Hygino H. Domingues. 5ª Ed. – Campinas, SP, Editora da Unicamp, 2011.
- LINS, R.; GIMÉNEZ, L. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI, Campinas, Papirus, 1996.
- PROGRAMA GESTÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR – GESTAR II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 – TP1: matemática na alimentação e nos impostos. Brasília, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.
- SADDO ALMOULOAD E CILEDIA COUTINHO. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd - REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p.62-77, UFSC, 2008. Disponível em: www.journal.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/13031/12137

VIGOTSKY, L. A formação social da mente. São Paulo, Martins Fontes, 1989.

ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar; trad. Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre, Artmed, 1998

APÊNDICE

É possível construir \mathbf{Q} (rationais) a partir de \mathbf{Z} (inteiros). Esta é uma construção padrão em Matemática, mas que causa grandes dificuldades de aprendizagem para os alunos.

Os números racionais podem ser construídos a partir dos inteiros como classes de equivalência de pares ordenados (a, b) de inteiros, com $b \neq 0$, tal que

$$(a, b) \text{ e } (c, d) \text{ são equivalentes } (\sim) \text{ quando } ad = bc$$

usando a definição de multiplicação de inteiros. Estes pares ordenados são, é claro, comumente escritos $\frac{a}{b}$. De fato, a relação $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ é uma relação de equivalência, isto é, ela satisfaz:

i) Reflexiva: $(a, b) \sim (a, b)$, pois $a \cdot b = b \cdot a$;

ii) Simétrica: $(a, b) \sim (c, d) \Rightarrow (c, d) \sim (a, b)$;

Por hipótese $ad = bc$, logo $cb = da$

iii) Transitiva: $(a, b) \sim (c, d)$ e $(c, d) \sim (e, f) \Rightarrow (a, b) \sim (e, f)$;

Temos por hipótese que: $ad = bc$ e $cf = de$

Então $ad = bc$, multiplicando ambos os membros por f , temos que $adf = fbc$, mas $fc = de$, logo

$adf = deb$, cancelando d temos que $af = be$, ou seja, $(a, b) \sim (e, f)$;

Assim, $\mathbf{Q} = \{(a, b) \mid a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}^*\}$, em que

$$[(a, b)] = \{(c, d) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}^* \mid (a, b) \sim (c, d)\}$$

Definiremos adição em \mathbf{Q} como: $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, bd)$, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$ e multiplicação é definida por $(a, b) \cdot (c, d) = (ad, bc)$. Elas estão bem definidas e introduzem em \mathbf{Q} uma estrutura algébrica chamada corpo, isto é, um campo numérico o qual, entre outras propriedades, garante que todo elemento não nulo possui inverso multiplicativo. Este corpo pode ainda ser ordenado, em que $(a, b) < (c, d)$, com $b > 0$ e $d > 0$ se $ad < bc$.