



PROFMAT

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

EILSON SANTIAGO

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA USANDO O *SOFTWARE*
GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO – APRENDIZAGEM**

DISSERTAÇÃO

Vitória da Conquista – 2015

EILSON SANTIAGO

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA USANDO O *SOFTWARE*
GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO – APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada à banca examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Campus Vitória da Conquista, do Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Roque Mendes Prado Trindade.

**VITÓRIA DA CONQUISTA
BAHIA – BRASIL
2015**

EILSON SANTIAGO

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA COMO
FERRAMENTA DE ENSINO – APRENDIZAGEM**

Esta Dissertação foi apresentada à banca examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Campus Vitória da Conquista, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Roque Mendes Prado Trindade.

Aprovado em: _____ de _____ de 2015.

Prof. Dr. Júlio César dos Reis
Convidado

Prof. Dr. Paulo Espinheira Menezes de Melo
Convidado

Prof. Dr. Roque Mendes Prado Trindade
Orientador

**VITÓRIA DA CONQUISTA
BAHIA – BRASIL
2015**

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus Pai, pelo dom da vida.

Agradeço a minha família pela profunda gratidão, carinho e pela parceria, em especial aos meus pais, que me ensinaram a viver com dignidade.

Ao meu Orientador Prof. Dr. Roque Mendes Prado Trindade, por aceitar fazer parte do processo de construção deste trabalho. Além do incentivo na conclusão de todo o trabalho.

Ao Prof. Dr. Júlio César dos Reis e ao Prof. Dr. Paulo Espinheira Menezes de Melo por fazerem parte da banca examinadora e proporcionarem mais um momento de aprendizagem por meio das suas observações.

Aos colegas e amigos do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – Campus Salinas, em especial à Direção Geral e sua equipe.

Aos meus alunos do 2º ano de 2014, que fizeram parte desta pesquisa.

A todos os professores que estiveram presentes nestes dois anos, proporcionando momentos de profunda reflexão e conhecimento na minha formação como professor.

Aos colegas de Mestrado, pelo apoio, cumplicidade, companheirismo e sugestões. Em especial aos amigos Roberto, Danivalton, Leonardo e Anderson.

Ao amigo e Prof. Jeswesley Mendes Freire pela revisão ortográfica e gramatical.

Enfim a todos que acreditaram em mim, com todas as orações e palavras de força e coragem, para que continuasse nesta caminhada.

RESUMO

Pesquisas vêm revelando o grande avanço tecnológico e suas potencialidades em todos os campos e como o seu uso consegue ocasionar bons resultados na área educacional. Nota-se que a tecnologia é uma grande aliada de todas as pessoas e um dos pontos destacado nesse trabalho é a utilização de meios tecnológicos para usá-los como ferramentas no processo de ensino-aprendizagem. Diante disso, esta dissertação desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT apresenta uma alternativa para o ensino de Funções Trigonométricas, especificamente Seno e Cosseno, utilizando um *software* livre para melhorar a visualização gráfica das funções, o entendimento e o interesse dos alunos pela matéria. Dentre as inúmeras possibilidades tecnológicas a serem exploradas na educação matemática, escolheu-se para este estudo o *software Geogebra*. Este recurso computacional propicia aos alunos e professores mais um ambiente em que o aprendizado pode ser estimulado, através da união dos recursos da informática direcionados ao ensino da matemática. Destaca-se que os *softwares educacionais* não são usados como solucionadores dos problemas no ensino de funções, mas sim como estratégia didática. Assim este trabalho tem como objetivo analisar o quanto o *Geogebra* pode contribuir para o ensino das funções trigonométricas, explorando suas variações diante aos recursos que o *software* dispõe. Neste estudo foram aplicadas atividades que exploraram desde conceitos básicos da trigonometria, seguindo com a definição do ciclo trigonométrico e a visualização gráfica do seno e cosseno a partir deste, até a variação dos parâmetros das funções. O trabalho foi desenvolvido em duas turmas do segundo ano do ensino médio do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, Campus Salinas. A pesquisa tem caráter quanti-qualitativo. Nesta abordagem, tem-se uma organização dos dados de forma que os pesquisadores consigam tomar decisões e tirar conclusões a partir deles. O estudo foi realizado em três fases. A primeira etapa iniciou com a coleta de dados. Aplicou-se um questionário diagnóstico para visualizar as pré-concepções dos alunos sobre o estudo das funções trigonométricas, a aptidão destes com os recursos computacionais e o acesso aos mesmos, além do interesse e facilidade no estudo da disciplina. Na segunda parte, foram desenvolvidas atividades sobre as variações das funções seno e cosseno. Uma turma desenvolveu as atividades usando apenas materiais escolares básicos ao estudo matemático e na outra, empregou-se o *software Geogebra* como ferramenta, a fim de melhorar a visualização e entender as variações. Para finalizar as atividades foi aplicado um questionário na turma que utilizou o *Geogebra* com o intuito de avaliar o seu uso e qualificar sua eficácia no ensino das Funções. Na outra turma foi trabalhado um questionário com o objetivo de avaliar o interesse e as dificuldades apresentadas na realização das atividades, finalizando com a importância de se usar *softwares educacionais* no ensino da matemática. Os resultados das atividades revelaram que o *software Geogebra* se apresenta como importante ferramenta educacional na visualização, no entendimento dos elementos, nos conceitos e suas variações. Portanto, esta metodologia de ensino nos apresentou os benefícios da técnica em prol da educação matemática, utilizando um *software* específico para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem discente. Foram explorados os conceitos matemáticos, diminuindo o tempo de desenvolvimento das atividades e obteve-se maior precisão na construção dos gráficos, melhorando sua visualização e compreensão, sem perder seus valores de aprendizado.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem; Funções Trigonométricas; Geogebra.

ABSTRACT

Surveys have revealed the great technological advances and their potential in all fields and how its use can lead to good results in education. Note that the technology is a great ally of all people and one of the points highlighted in this work is the use of technology to use them as tools in the teaching-learning process. Therefore, this dissertation developed in the professional master's program in mathematics on national network - PROFMAT presents an alternative to the teaching of Trigonometric Functions, Sine and Cosine specifically, using a free software to improve the graphical display of functions, understanding and interest of students in the subject. Among the many technological possibilities to be explored in mathematics education, was chosen for this study Geogebra software. This computational resource provides students and teachers more an environment where learning can be encouraged, through the combination of information technology resources devoted to mathematics teaching. It is noteworthy that the educational software are not used as solvers of the problems in teaching functions, but as a teaching strategy. So this work is to analyze how the Geogebra can contribute to the teaching of trigonometric functions, exploring variations on the features that the software offers. In this study activities were implemented that explored from basic concepts of trigonometry, following the definitions of trigonometric cycle and the graphical display of the sine and cosine from this, to the variation of the parameters of the functions. The study was conducted in two classes of the second year of high school North Federal Institute of Minas Gerais, Campus Salinas. Research has quantitative and qualitative. In this approach, there is an organization of data so that researchers are able to make decisions and draw conclusions from them. The work was conducted in three phases. The first stage began with the collection of data. The applied diagnostic questionnaire to view students' preconceptions about the study of trigonometric functions, the ability of these with the computational resources and access to them, in addition to interest and ease in the study of the discipline. In the second part, activities were developed on the variations of the sine and cosine functions. A class developed activities using only basic school materials to the mathematical study and in the other, used the Geogebra software as a tool in order to improve the visibility and understand the variations. Finally the activities a questionnaire was applied to the class that used Geogebra in order to assess its use and qualify their effectiveness in teaching functions. In the other class was working a questionnaire in order to assess the interest and the difficulties presented in the performance of activities, ending with the importance of using educational software in teaching mathematics. The results of the activities revealed that the Geogebra software is presented as an important educational tool in the view, the understanding of the elements, concepts and variations. Therefore, this teaching methodology introduced us to the benefits of the technique in favor of mathematics education, using specific software to contribute to the process of student teaching and learning. Mathematical concepts were explored, reducing the development time of this and getting bigger precision in the construction of graphs, improving your viewing and understanding, without losing their learning values.

Keywords: Teaching and Learning; Trigonometric functions; Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Relógio solar do século XV	13
Figura 2: Gráficos 1 e 2 das funções $V(t)$ E $F(t)$	16
Figura 3: Plimpton 322.....	19
Figura 4: Relação do comprimento da corda e o seno de um ângulo central.	21
Figura 5: Fragmento das tabelas de Copérnico, <i>Revolucionibus Orbium Coelestium</i>	22
Figura 6: Tela do Geogebra	29
Figura 7: Esboço do gráfico das funções seno e cosseno correto feito por um aluno.	43
Figura 8: Esboço correto dos gráficos das funções cosseno e seno feito por outro aluno.....	43
Figura 9: Esboço incorreto dos gráficos das funções seno e cosseno.	44
Figura 10: Esboço incorreto dos gráficos das funções seno e cosseno.	44
Figura 12: Tela do Geogebra com variações do parâmetro “a”.....	50
Figura 13: Ciclo trigonométrico seno atividade 1	72
Figura 14: Ciclo trigonométrico cosseno atividade 2.....	74

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Possui computador em casa?.....	36
Gráfico 2: Possui internet em casa?.....	36
Gráfico 3: Interesse por estudar matemática.	37
Gráfico 4: Dificuldades em aprender matemática?	37
Gráfico 5: Considerações dos conhecimentos matemáticos pelos alunos?	38
Gráfico 6: Dificuldades com uso de computador?	39
Gráfico 7: Fazer uso de software educacional?	39
Gráfico 8: Conhece aplicações em trigonometria?.....	40
Gráfico 9: Desempenho dos alunos atividades 1 e 2.	42
Gráfico 10: Atividade 3 turma A.	45
Gráfico 11: Resultado da atividade 4: variação dos parâmetros.....	46
Gráfico 12: Desempenho dos alunos nas atividades 1 e 2.....	48
Gráfico 13: Resultado da atividade 3.	49
Gráfico 14: Variação dos parâmetros.....	50
Gráfico 15: Dificuldades no uso do Geogebra.	52
Gráfico 16: Sequência de atividades despertou interesse?	52
Gráfico 17: O uso do Geogebra ajudou no aprendizado das funções estudadas?	53
Gráfico 18: Dificuldades na realização das atividades?	54
Gráfico 19: Sequência de atividades despertou interesse?	54
Gráfico 20: Gostaria de usar software computacional?.....	55
Gráfico 21: Comparativo das atividades 1 e 2.....	57
Gráfico 22: Comparativo da atividade 3.....	57
Gráfico 23: Comparativo da atividade 4.....	58
Gráfico 24: Comparativo da variação dos parâmetros.	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Função seno	65
Tabela 2 – Função cosseno	66
Tabela 3 - Atividade 1	73
Tabela 4 - Atividade 2.....	75
Tabela 5 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	76
Tabela 6 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	77
Tabela 7 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	78
Tabela 8 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	79
Tabela 9 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	80
Tabela 10 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	81
Tabela 11 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	82
Tabela 12 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	83
Tabela 13 - Atividade 3 (Tarefa 1).....	83
Tabela 14 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	85
Tabela 15 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	86
Tabela 16 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	87
Tabela 17 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	88
Tabela 18 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	89
Tabela 19 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	89
Tabela 20 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	90
Tabela 21 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	91
Tabela 22 - Atividade 3 (Tarefa 2).....	92

LISTA DE SIGLAS E ABREVIACOES

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

IFNMG – Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SUMÁRIO

Conteúdo

INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 1	19
A TRIGONOMETRIA	19
1.1. ABORDAGEM HISTÓRICA	19
1.2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
1.2.1. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO	23
1.2.2. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS	25
1.2.3. RECURSOS COMPUTACIONAIS NA MATEMÁTICA.....	27
1.2.4. O GEOGEBRA	28
CAPÍTULO 2	31
MATERIAIS E MÉTODOS	31
2.1. PÚBLICO ALVO.....	31
2.2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	32
2.3. EXPECTATIVAS E OBJETIVOS DOS QUESTIONÁRIOS E ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	33
2.3.1. QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO AOS DISCENTES	33
2.3.2. ATIVIDADES DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO	34
2.3.3. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO COM O USO DO <i>GEOGEBRA</i>	34
2.3.4. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO SEM O USO DO <i>GEOGEBRA</i>	34
CAPÍTULO 3	35
ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	35
3.1. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO	35
3.2. ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM O GEOGEBRA.....	41
3.2.1. ATIVIDADE 1 – CONSTRUÇÃO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO.....	41
3.2.2. ATIVIDADE 2 – CONSTRUÇÃO E RECONHECIMENTO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO	41
3.2.3. ATIVIDADE 3 – IDENTIFICAÇÃO DO DOMÍNIO E IMAGEM DAS FUNÇÕES	45
3.2.4. ATIVIDADE 4 – VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS A, B, C E D NA FUNÇÃO SENO.....	46
3.3. ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS SEM O GEOGEBRA.....	47
3.3.1. ATIVIDADES 1 E 2 – CONSTRUÇÕES DO GRÁFICO E CICLO TRIGONOMÉTRICO DO SENO E DO COSSENO	47
3.3.2. ATIVIDADE 3 – IDENTIFICAÇÃO DO DOMÍNIO, IMAGEM E PERÍODO DAS FUNÇÕES.....	48

3.3.3. ATIVIDADE 3 – VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS A, B, C E D NAS FUNÇÕES SENO E COSSENO ..	49
3.4. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO PÓS APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES	51
3.4.1. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO COM USO DO GEOGEBRA	51
3.4.2. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO SEM O USO DO <i>GEOGEBRA</i>	53
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
APÊNDICES	62
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO AOS DISCENTES.....	62
APÊNDICE B – ATIVIDADES COM GEOGEBRA.....	64
ATIVIDADE 3	67
TAREFA I.....	67
TAREFA II.....	69
ATIVIDADE 4	71
TAREFA I.....	71
APÊNDICE C – ATIVIDADES SEM USO DO GEOGEBRA.....	72
ATIVIDADE 1.....	72
ATIVIDADE 2	74
ATIVIDADE 3	76
TAREFA I.....	76
ATIVIDADE 3	84
TAREFA II.....	84
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO AVALIATIVO COM USO DO <i>SOFTWARE</i>	93
APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO AVALIATIVO SEM USO DO <i>SOFTWARE</i>	94

INTRODUÇÃO

A Trigonometria surgiu com a ideia de associar comprimentos de sombras projetadas por uma vara vertical com horas do dia: os relógios de sol, denominados gnômon, nome dados pelos gregos, segundo o historiador Heródoto (490 – 420 a.C.), Souza (2014). Na figura 1 é apresentado um relógio solar ainda utilizado no século XV

Figura 1: Relógio solar do século XV



Fonte: Foto Tirada na Epopeia do Descobrimento em Porto Seguro – Bahia – Brasil

Hoje podemos descrever diversas aplicações para a trigonometria, como: satélites, astronomia, aviação, engenharia, física, medicina, topografia, geografia e muitas outras áreas. A trigonometria é uma parte da matemática que trabalha com triângulos, círculos, ondas e oscilações.

Esta dissertação foi idealizada como uma proposta para melhorar o ensino-aprendizado da trigonometria, especificamente das funções trigonométricas seno e cosseno; visto que o objetivo principal do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – é melhorar a educação básica em Matemática. Esta melhoria foi sugerida usando um *Software Educacional*: o *Geogebra*.

Com tantas aplicações no dia-a-dia e perante as dificuldades apresentadas pela grande parte dos alunos pretende-se trabalhar de maneira diferenciada os conceitos do ciclo trigonométrico, os elementos das funções seno e cosseno e compreender as variações nos

parâmetros destas funções. Pedroso (2012) nos seus estudos relata que durante as suas atividades docentes percebeu muitas dificuldades na aprendizagem dos seus alunos em relação a este tema, tanto nos significados dos conteúdos desenvolvidos como na linguagem simbólica.

Pedroso (2012) complementa que tanto os alunos do ensino médio quanto os da graduação veem a trigonometria como um conteúdo difícil, sem sentido e desconhecem as suas aplicações.

Foram escolhidas duas turmas do 2º Ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – IFNMG – Campus Salinas. A pesquisa consiste em usar o *Geogebra* como ferramenta auxiliar no ensino das funções citadas com o objetivo de melhorar a visualização e perceber as variações nas mesmas. Inicialmente foi trabalhado de maneira tradicional a abordagem do conteúdo usando somente a lousa com as turmas e posteriormente aplicamos atividades e comparamos os resultados. Em uma turma os questionários e as atividades foram respondidos em sala sem nenhum auxílio e na outra, usou-se o *software* como ferramenta para melhorar a visualização e o entendimento dos conceitos e das variações gráficas.

Diante destas dificuldades citadas, foi usado o *Geogebra* para ajudar na visualização e, conseqüentemente, na compreensão deste conteúdo,

[...] levando em consideração que a matemática não é uma disciplina muito fácil de ser ensinada, que os estudantes precisam ter uma motivação para adquirir o entusiasmo e a vontade de estudá-la a fim de construir o seu conhecimento, nós educadores, devemos inovar as práticas de ensino de modo que eles se interajam com mais gosto com os conteúdos matemáticos. Desta forma, as tecnologias são bem vindas ao ensino de Matemática, por meio de programas e *softwares* que auxiliam no entendimento dos conteúdos e na vontade de aprender matemática cada dia mais, aprender a fazer matemática. (Bonfim, 2013)

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) – é preciso diferenciar nas metodologias utilizadas em sala para obter um aprendizado científico-tecnológico no Ensino Médio.

Uma concepção assim ambiciosa do aprendizado científico-tecnológico no Ensino Médio, diferente daquela hoje praticada na maioria de nossas escolas, não é uma utopia e pode ser efetivamente posta em prática no ensino da Biologia, da Física, da Química e da Matemática, e das tecnologias correlatas a essas ciências. Contudo, toda a escola e sua comunidade, não só o professor e o sistema escolar, precisam se mobilizar e se envolver para produzir as novas condições de trabalho, de modo a promover a transformação educacional pretendida. (Brasil, 2000).

Moran, Masetto e Behrens (2000), afirmam que aprendemos melhor quando vivenciamos, experimentamos, sentimos, relacionamos e estabelecemos vínculos, isso fortalece a necessidade de implementação de metodologias diferenciadas, que envolvam mais os alunos. O uso do computador está intimamente associado ao cotidiano dos jovens da atualidade, que se veem num meio altamente interativo e dinâmico.

O *software* matemático educacional escolhido foi o *Geogebra*, que segundo Pedroso (2012), é um programa que permite estudar Álgebra e Geometria ao mesmo tempo.

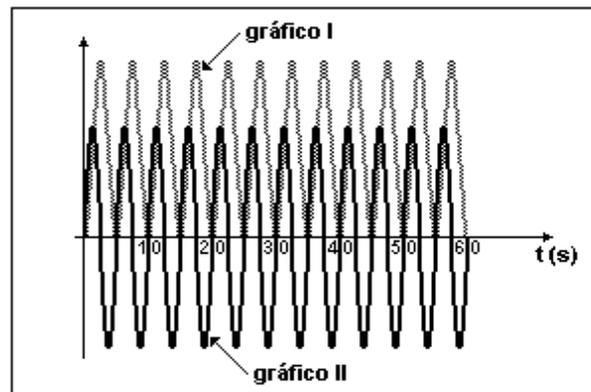
Uma vantagem que esse *software* apresenta é a possibilidade de se realizar a construção dos gráficos as funções seno e cosseno a partir do círculo trigonométrico de forma concomitante [...] e permite também utilizar recursos como o de trocar os parâmetros de uma função do tipo $f(x) = [a * \cos(b * x + c)] + d$ para observar os gráficos variando na tela. [...] O programa também propiciava uma aprendizagem rápida quanto à manipulação de suas ferramentas, aparece um pequeno texto indicando o nome e como se utiliza a mesma. (Pedroso, 2012)

Brasil (2000) afirma que os conhecimentos trigonométricos estão relacionados ao desenvolvimento de habilidades e competências desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o cálculo algébrico excessivo das identidades e equações. Sendo assim enfatizar os aspectos importantes das Funções Trigonômicas e da análise de seus gráficos, habilidades as quais podem ser alcançadas através do uso das ferramentas da informática.

Como já mencionados, as Funções Trigonômicas estão ligadas há muitos fenômenos do nosso cotidiano, principalmente aos de natureza periódica e oscilatória. Assim esta dissertação pretende explorar e aprofundar na variação dos parâmetros das funções seno e cosseno, visto que nas aplicações as funções são modificadas em todos os seus parâmetros, e é importante que o aluno entenda o comportamento destas na prática. Como exemplo das variações, no livro didático Marmo (2008), o autor aborda a representação das Funções Periódicas na respiração pulmonar em processos cíclicos de inspiração e expiração, onde cada ciclo completo dura 5 segundos e é descrito em função do tempo como:

- O volume total do ar, $V(t) = \frac{3}{2\pi} [1 - \cos(0,4\pi t)]$ com $t \geq 0$ em segundos. (Gráfico I, Figura 2)
- O fluxo de ar, $F(t) = 0,6 \text{ sen}(0,4 \pi t)$ com $t \geq 0$. (Gráfico II, Figura 02)

Figura 2: Gráficos 1 e 2 das funções V(t) E F(t).



Fonte: Livro Didático Anglo – Marmo (2008)

A seguir apresenta-se outro exemplo de aplicação das funções estudadas e é ressaltada a importância de estudar estas variações. A altura da maré é uma função periódica, pois oscila regularmente entre maré alta e baixa. As marés são fenômenos periódicos que podem ser descritos, simplesmente, pela função seno. Suponhamos que, para determinado porto, a variação da altura h da lâmina d'água em função das horas t do dia seja dada pela função trigonométrica $h(t) = 10 + 4\text{sen}\left(\frac{\pi t}{12}\right)$, Periscano (2013).

Araújo e Nóbrega (2010) acrescentam que o uso do *software*, não se baseia como solucionador definitivo dos problemas de ensino da matemática, bem como o de Funções Trigonométricas, mas visto como estratégia didática mediadora do processo de ensino. O uso do computador como mero caderno digital não oferece oportunidade para a exploração de conteúdos matemáticos. Fundamentando-se nestas concepções é necessário repensar as estratégias pedagógicas para que se possa efetivar alguma mudança.

Refletindo sobre as dificuldades apresentadas e como se trabalhar de maneira diferente usando as ferramentas de informática na matemática, formulou-se os seguintes problemas de pesquisa: Quais contribuições o uso do *Geogebra* podem agregar para o ensino-aprendizado das Funções Seno e Cosseno? E como podemos utilizar tais ferramentas para melhorar o aprendizado destas Funções?

Na tentativa de apresentar uma alternativa para tais indagações esta dissertação tem objetivos geral e específicos.

O trabalho tem como Objetivo Geral analisar o uso do *software Geogebra* como ferramenta auxiliar no processo de ensino – aprendizagem, em turmas do 2º ano do Ensino

Médio do IFNMG – Campus Salinas, em atividades que envolvam as Funções Trigonométricas: Seno e Cosseno. Os Objetivos Específicos são:

- i. Analisar as dificuldades encontradas pelos alunos do Ensino Médio na resolução de problemas de trigonometria;
- ii. Elaborar atividades com o uso do *Geogebra* que auxiliem os alunos a conhecer os elementos importantes das Funções Trigonométricas e suas variações;
- iii. Avaliar o uso dos recursos tecnológicos no processo ensino – aprendizagem, comparando-o com o ensino tradicional na tentativa melhorá-lo; e
- iv. Explorar as peculiaridades das Funções Trigonométricas de maneira crítica e investigativa.

O desenvolvimento desta dissertação foi dividida em três capítulos.

No primeiro capítulo apresentamos um pouco da história da trigonometria, desde a descoberta do Teorema de Pitágoras até o entendimento do conceito das Funções Trigonométricas e sua periodicidade.

Na sequência, também, fizemos uma fundamentação teórica em quatro partes. A primeira parte analisa o que os PCNEM sugerem para o ensino da trigonometria, na continuação fez-se uma análise dos livros didáticos utilizados na instituição onde foi realizada a pesquisa, na terceira é apresentado um pouco da utilização dos recursos computacionais no ensino de matemática e para finalizar descreve-se sobre o *Geogebra*.

No segundo capítulo, apresentamos a metodologia, o público alvo, os procedimentos metodológicos utilizados e as expectativas e objetivos dos questionários e atividades desenvolvidas na pesquisa.

No terceiro capítulo, apresentamos a análise dos resultados obtidos nos questionários diagnóstico e avaliativo final; e também os resultados das atividades nas turmas que trabalharam com e sem o *Geogebra*, onde também foram comparados os trabalhos nestas turmas.

Finalmente, nas considerações finais avaliamos os resultados obtidos na pesquisa.

Portanto, este trabalho pretende verificar se o bom desenvolvimento do aluno está ligado ao uso de ações inovadoras aliadas aos materiais convencionais: quadro, giz, lápis, papel entre outros. Associar o uso de computador as aulas de Matemática pode ser uma ótima alternativa de metodologia diversificada. Por si só esta prática não se efetiva, é necessário à

interação aluno-professor, bem como o professor se adaptar ao uso de novas técnicas da informática.

CAPÍTULO 1

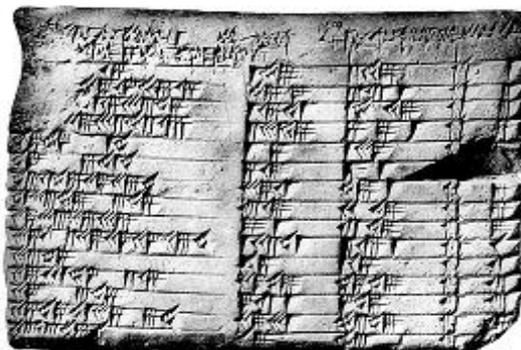
A TRIGONOMETRIA

1.1. ABORDAGEM HISTÓRICA

Neste capítulo abordaremos um pouco da evolução da Trigonometria, usando a abordagem histórica como motivação e crença da importância que tem para quem ensina Matemática. Segundo Costa (1997), acredita-se que o estudo histórico do surgimento de um conceito é importante, pois evidencia os obstáculos epistemológicos do processo de construção do saber matemático. Esta análise nos ajuda a compreender as dificuldades dos alunos de hoje e, por outro lado, o nosso entendimento da própria História e da evolução da Matemática.

Diante das necessidades da Astronomia, principalmente, que ocorreu o desenvolvimento da Trigonometria e o surgimento das primeiras tabelas trigonométricas. Na figura 2 é apresentado um fragmento que contém uma tabela que utilizava o sistema de numeração sexagesimal e descrevem grandezas relacionadas a triângulos retângulos. A Trigonometria, inicialmente parte daquela ciência que percorre um longo caminho histórico até ser incorporada pela Matemática (Mendes e Rocha, 2009).

Figura 3: Plimpton 322



Fonte: Mendes (2010)

A Trigonometria pode ter suas origens no Egito, a partir das medições das pirâmides, e na Babilônia, relacionada à confecção de calendários, épocas de plantio e estações do ano. Não foi uma obra individual, tendo recebido contribuições de pessoas de várias culturas: hindus, muçulmanos e europeus.

Apresentamos assim um levantamento sobre a evolução histórica da trigonometria e citamos alguns de seus principais personagens e suas contribuições na construção desse campo da matemática.

Começemos a nossa viagem pela história no século VI a.C. por Pitágoras (570 - 495 a.C.) filósofo e matemático grego, nascido em Samos, fundador de uma escola em Crotona (colônia grega na península itálica), cujos princípios foram determinantes para evolução geral da Matemática e da Filosofia ocidental. A maior contribuição de Pitágoras ou dos seus discípulos foi o estudo das relações dos lados de um triângulo retângulo, onde provaram que a soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Por volta do ano 200 a.C. os astrônomos gregos estavam muito interessados em calcular a distância entre dois pontos da superfície terrestre e também o raio da Terra. Foi Erastóstenes de Cirene (276 -196 a.C.), contemporâneo de Arquimedes (287-212 a. C.) e Aristarco (310-230 a.C.) que produziu a mais notável medida da antiguidade para a circunferência da Terra, usando semelhança de triângulos e razões trigonométricas, que o levou a perceber a necessidade de relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas (Costa, 1997).

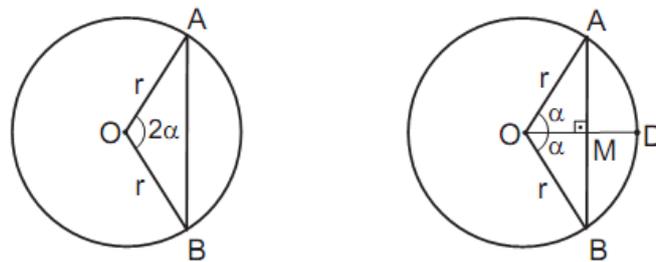
Continuando na história, Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.), foi uma figura de transição entre a astronomia babilônica e o grande Cláudio Ptolomeu. Cláudio Ptolomeu foi o autor da mais importante obra da trigonometria da antiguidade, surgida no século dois de nossa era, em Alexandria, a “*Syntaxis Mathemática*”, composta de treze volumes. Ela ficou conhecida como *Almagesto*, que significa em árabe “A maior”, *Al magest*.

No *Almagesto* temos: (a) Uma tabela mais completa que a de Hiparco, com ângulos de meio em meio grau, de 0° a 180° ; (b) O uso da base 60, com a circunferência dividida em 360 graus e o raio em 60 partes e frações sexagesimais, não só para expressar ângulos e sim para qualquer tipo de cálculo, com exceção dos de medida de tempo. (c) O resultado que passou a ser conhecido como Teorema de Ptolomeu: Se ABCD é um quadrilátero convexo inscrito num círculo, então a soma dos produtos dos lados opostos é igual ao produto das diagonais. A partir desse resultado, operando com as cordas dos arcos, Ptolomeu chegou a um equivalente das fórmulas de seno da soma e da diferença de dois arcos, isto é $\text{sen}(a+b)$ e $\text{sen}(a-b)$. (Costa, 1997, pág. 16).

Hiparco construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180° , em cuja montagem utilizou interpolação linear. Ele observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180° para 0° . Resolveu então associar a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que representou um grande avanço na Astronomia e por isso ele recebeu o título de “Pai da Trigonometria” (Costa, 1997).

Destacamos os trabalhos desenvolvidos por Cláudio Ptolomeu (90-168), em sua obra a *Syntaxis matemática*, e por Nicolau Copérnico (1473-1543), em sua obra *Revolucionibus Orbium Coelestium*, que de forma muito próxima apresentam o processo de construção da tabela de cordas, equivalente a uma tabela de senos de 0° a 90° . A equivalência entre o conceito de comprimento de corda de um ângulo central e o seno da metade deste mesmo ângulo é facilmente verificada por meio de raciocínio geométrico, conforme figura 4.

Figura 4: Relação do comprimento da corda e o seno de um ângulo central.



$$\text{sen}\alpha = \frac{AM}{OA} = \frac{2AM}{2OA} = \frac{\text{crd } 2\alpha}{120}$$

Fonte: Mendes e Rocha (2009)

Ptolomeu, para construir sua tabela de cordas, dividiu o diâmetro da circunferência em 120 partes. Já Copérnico, para facilitar os cálculos, dividiu o diâmetro em 200.000 partes. A tabela de Ptolomeu continha os valores das cordas de arcos de 0° a 90° com incremento de $\frac{1}{2}^\circ$. A de Copérnico contém os valores das cordas de 0° a 180° com incremento de 10 minutos, veja tabela na Figura 5 abaixo.

Figura 5: Fragmento das tabelas de Copérnico, *Revolucionibus Orbium Coelestium*

TABELA DAS LINHAS RECTAS SUBTENSAS NUM CÍRCULO				TABELA DAS LINHAS RECTAS SUBTENSAS NUM CÍRCULO			
Arcos		Semi-cordas subtendendo Arcos Duplos	Diferenças de fracções de 1°	Arcos		Semi-cordas subtendendo Arcos Duplos	Diferenças de fracções de 1°
Gr.	Min.			Gr.	Min.		
0	10	291	291	6	10	10742	289
0	20	582		6	20	11031	
0	30	873		6	30	11320	
0	40	1163		6	40	11609	
0	50	1454		6	50	11898	
1	0	1745		7	0	12187	
1	10	2036		7	10	12476	
1	20	2327		7	20	12764	288
1	30	2617		7	30	13053	
1	40	2908		7	40	13341	
1	50	3199		7	50	13629	
2	0	3490		8	0	13917	

TABELA DAS LINHAS RECTAS SUBTENSAS NUM CÍRCULO				TABELA DAS LINHAS RECTAS SUBTENSAS NUM CÍRCULO			
Arcos		Semi-cordas subtendendo Arcos Duplos	Diferenças de fracções de 1°	Arcos		Semi-cordas subtendendo Arcos Duplos	Diferenças de fracções de 1°
Gr.	Min.			Gr.	Min.		
12	10	21076	284	18	10	31178	276
12	20	21360		18	20	21454	
12	30	21644		18	30	31730	
12	40	21928		18	40	32006	
12	50	22212		18	50	32282	275
13	0	22495	283	19	0	32557	
13	10	22778		19	10	32832	
13	20	23062		19	20	33106	
13	30	23344		19	30	33381	274
13	40	23627		19	40	33655	
13	50	23910	282	19	50	33929	
14	0	24192		20	0	34202	

Fonte: Mendes e Rocha (2009)

Continuando nossa abordagem histórica, na Europa do século XIV, segundo Costa (1997), pela primeira vez, as noções de quantidades variáveis e de funções são expressas e, tanto na Escola de Filosofia Natural do Merton College de Oxford quanto na Escola de Paris, chega-se a conclusão de que a Matemática é o principal instrumento para o estudo dos fenômenos naturais. Com o início do estudo da velocidade instantânea ou pontual e a atenção especial dada ao movimento, tornou-se necessário desenvolver um suporte matemático.

Nicole Oresme (1323 -1382) introduziu a representação gráfica que explicita a noção de funcionalidade entre variáveis. Seu trabalho influenciou Galileu Galilei (1564-1642) e René Descartes (1596-1650). Com seus estudos Oresme começou a consolidar o conceito de função.

Purbach, no século XIV na Inglaterra, aprofundou os estudos de Ptolomeu e organizou uma nova tábua de senos. Em seus estudos destacou-se por estabelecer a Trigonometria como uma ciência independente da Astronomia (Costa, 1977).

Segundo Costa (1997), as seis funções trigonométricas foram definidas como funções do ângulo e subentendidas como razões por Joachim Rheticus Leipzig (1514-1576) embora ele não utilizasse os nomes para seno, cosseno ou cossecante.

François Viète (1540-1603) foi quem adicionou um tratamento analítico à trigonometria. Foi o primeiro matemático a usar as letras para representar coeficientes, o que representou grande progresso no campo da Álgebra.

Para finalizar este breve relato histórico, Thomas – Fanten de Lagny (1660-1734) foi o primeiro matemático a destacar a periodicidade das funções trigonométricas em 1710.

1.2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Pretende-se fazer uma análise sobre o que é importante no ensino – aprendizagem da trigonometria segundo os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio, o que é apresentado pelos livros didáticos utilizados nos ciclos 2012-2014 e 2015-2017, no IFNMG – Campus Salinas, local onde foi realizada a pesquisa, e por fim fazer um estudo do uso de recursos computacionais para o ensino da trigonometria e uma breve apresentação do *Geogebra*.

1.2.1. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO

Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio destacam a importância do estudo da matemática de maneira contextualizada enfatizando suas aplicações, como ressalta o texto:

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. (BRASIL, 2000, p6)

Ainda sobre contextualização e interdisciplinaridade os PCNEM destacam:

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 2000, p 43)

Os PCNEM enfatizam, ainda, a necessidade de modificar a maneira de apresentar e ensinar a matemática, enfatizando a utilização de recursos tecnológicos para um maior aprendizado da disciplina.

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000, p 41)

Segundo os PCNEM, as finalidades do ensino de Matemática no nível médio, indicam como objetivos levar o aluno a: compreender os conceitos, aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem, estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito. (BRASIL, 2000)

Especificamente sobre as funções trigonométricas os PCNEM ressaltam a importância exemplos aplicados para uma maior compreensão como no texto:

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 2000, p 44)

Assim, pode-se destacar que, segundo os PCNEM, a importância de aulas diferenciadas com recursos tecnológicos, exemplos contextualizados, aplicações em outras disciplinas e na própria matemática facilitam a aprendizagem e a participação dos alunos.

1.2.2. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS

Neste tópico foi observado o que os livros didáticos, utilizados no IFNMG – Campus Salinas, trazem de importante para o ensino da trigonometria e o que estes desatacam para ser aplicado em sala. Foram analisados os livros dos ciclos de 2012-2014 e 2015-2018.

O primeiro, ciclo 2012-2014, Matemática Ensino Médio de Kátia Stocco Smole e Mari Ignes Diniz, Volume 2; inicia o estudo da trigonometria fazendo um relato do que impulsionou os estudiosos a pesquisarem e estudarem sobre as relações trigonométricas.

O homem sempre foi movido pela curiosidade e pelo desejo de desvendar o desconhecido. Em um passado distante, a busca pelo que havia no outro lado do oceano impulsionou as Grandes Navegações; em um passado mais recente, o desejo de conquistar o espaço motivou a corrida à Lua. (Smole, 2010, p 10).

O autor continua falando da história da trigonometria e cita uma das primeiras, e mais importante, descobertas: a tabela trigonométrica.

Sob influência da Astronomia dos babilônicos, Hiparco de Niceia (180 a.C – 125 a.C), considerado o “pai da trigonometria” e também o maior astrônomo daquela época, construiu a primeira tabela trigonométrica, pelo menos de que se tem notícia, com os valores das cordas de ângulos de 0° a 180°.

Depois da introdução histórica o livro inicia uma revisão das razões do triângulo e define o seno, cosseno, tangente e as identidades trigonométricas. Procura explorar exemplos do cotidiano e tenta mostrar a trigonometria como um meio facilitador no trabalho do cálculo de medidas de figuras geométricas complexas. No seguimento fala da noção de ângulos, unidades de medida e introduz o ciclo trigonométrico.

No capítulo seguinte, inicia o estudo de funções com um exemplo da Física explorando as velocidades e caracteriza as funções seno e cosseno, relatando a periodicidade, definindo o domínio, a imagem, o período e a representação gráfica. O autor finaliza o capítulo descrevendo sucintamente sobre as variações dos parâmetros a , b , c e d , $[f(x) = a * \text{sen}(b * x + c) + d]$, nas funções seno, cosseno e tangente e sugere aos alunos que utilizem um *software* livre, o *Winplot*, como ferramenta para obterem uma melhor visualização quando variarem os parâmetros nas funções.

Nos capítulos seguintes descreve as equações, inequações e as funções trigonométricas da soma para o seno, cosseno e tangente, o que não será detalhado, pois não é o objeto de estudo deste trabalho.

Já o segundo livro: Matemática – Contexto & Aplicações de Luiz Roberto Dante, Volume 2, ciclo 2015-2017; começa falando de uma das diversas aplicações da trigonometria:

A topografia é a área da Engenharia que trata de situações como esta: medições que determinam a forma e a posição de elementos do relevo, com base em relações estabelecidas pela Trigonometria. Para isso, utiliza-se o teodolito, um instrumento de observação que ajuda a calcular distâncias difíceis de serem medidas, a partir de medidas de triângulos que podem ser determinados nos terrenos. (Dante, 2014, p 12).

Continua fazendo uma revisão das relações trigonométricas no triângulo retângulo e descreve a Lei dos senos e dos cossenos ampliando assim a aplicação da trigonometria para qualquer triângulo. Procura sempre trabalhar com questões contextualizadas e exemplos que despertem o interesse do aluno.

No segundo capítulo inicia com conceito de arcos e ângulo, suas unidades de medidas e define o círculo trigonométrico. Na continuação, começa o estudo de funções trigonométricas, relembrando o conceito de funções, fazendo uma revisão de algumas já estudadas e começa as trigonométricas com a definição e um exemplo de movimento periódico:

Um movimento periódico é aquele que se repete em intervalos de tempo iguais, como o movimento dos ponteiros de um relógio. Se esse movimento ocorrer sempre na mesma trajetória e tiver seu sentido invertido regularmente (em um vaivém, de um lado para o outro), é chamado então movimento oscilatório ou vibratório. [...] Em várias áreas do conhecimento ocorrem movimentos periódicos oscilatórios cujos comportamentos podem ser estudados e compreendidos se forem descritos por meio de funções trigonométricas. (Dante, 2014, p 35).

Continua o capítulo com o estudo das funções definindo o domínio, a imagem e o período das funções seno, cosseno e tangente. Trabalha pequenas variações e sugere para uma melhor visualização o uso do software livre *Geogebra*. Faz uma pequena explicação do mesmo e ensina o aluno a traçar desde gráficos simples até os mais complexos, variando os parâmetros a , b , c e d das funções seno e cosseno: $f(x) = a * \text{sen}(b * x + c) + d$.

No último capítulo de Trigonometria, trabalha com equações e identidades trigonométrica e fórmulas da adição, subtração, arco duplo e arco metade para o seno, cosseno e tangente. No final trabalha com exemplos que os alunos convivem no dia a dia e termina com questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) sobre trigonometria.

1.2.3. RECURSOS COMPUTACIONAIS NA MATEMÁTICA

Nesta seção pretende-se fazer uma breve abordagem sobre a utilização de *softwares educacionais* como ferramenta para melhorar o ensino-aprendizagem das funções trigonométricas, especialmente, seno e cosseno. Segundo Bonfim (2013) o uso das tecnologias é bem vindo ao ensino de Matemática, por meio de programas e *softwares* que auxiliam no entendimento dos conteúdos e na vontade de aprender matemática cada dia mais, aprender a fazer matemática. Destaca ainda, que a utilização dos *softwares* é uma prática inovadora e que instiga nos estudantes o interesse pela construção do conhecimento, já que o computador faz parte do cotidiano de todos. O uso destes facilita a realização de atividades que possui maior grau de dificuldade.

Ainda segundo Bomfim (2013), ao utilizar os *softwares* é observado um melhor conhecimento do conteúdo pelos estudantes, devido ser uma aula diferenciada que desperta maior interesse. As atividades realizadas com o auxílio das tecnologias são na maioria das vezes interpretadas de forma correta e ao digitar um número errado na função desejada, logo os estudantes percebem a falha, eles sabem extrair as informações do enunciado e interpretar o gráfico plotado.

Souza (2014) destaca que o computador e seus aplicativos, hoje representam uma nova forma de olhar a educação. As novas tecnologias de comunicação estão cada vez mais sendo incorporadas à vida do aluno. Assim, faz-se necessário que o professor tenha um mínimo de conhecimento tecnológico e muito conhecimento pedagógico para integrar esses novos recursos satisfatoriamente ao seu programa de curso.

Periscano (2013) ressalta, também, que a utilização de *softwares educacionais* visa demonstrar que o uso das novas tecnologias dentro da sala de aula torna as aulas muito mais interessantes para os alunos, os conteúdos são compreendidos melhor e atinge-se o principal objetivo, que é o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, mostra ao aluno que o conteúdo estudado possui uma aplicação prática e que a utilização deste conteúdo por parte do aluno na sua vida rotineira dependerá de que atividade profissional ele vai seguir.

Podemos destacar ainda que na utilização de *softwares educacionais* em aulas de matemática, especificadamente em funções trigonométricas seno e cosseno, têm um aprendizado mais eficiente e uma melhor visualização dos gráficos e sua variação no eixo

cartesiano como destaca Pedroso (2012), nos resultados obtidos utilizando o software Geogebra:

A sequência de ensino proporcionou aos alunos a manipulação de figuras, a observação de variações, relações e propriedades das construções geométricas. Permitindo a eles criar hipóteses e testá-las, confirmando-as ou reformulando-as quando necessário. Esse dinamismo e interatividade beneficiaram sua aprendizagem, pois o grupo saiu da postura de ouvinte de explicações para a postura de investigador de hipótese.

O uso de recursos computacionais em sala, não é por si só o mecanismo que levará os alunos a aprendizagem, mas uma ferramenta que irá auxiliar o professor no processo de ensino – aprendizagem, como destaca os autores Araújo e Nóbrega (2010). O uso do *software computacional*, não é uma ferramenta que irá solucionar definitivamente os problemas de ensino da matemática, bem como o de Funções Trigonométricas, mas é visto como estratégia didática mediadora do processo de ensino.

Assim podemos ressaltar que o bom desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, está ligado tanto à flexibilidade quanto a ações inovadoras junto aos materiais convencionais quadro, giz, etc. Aderir ao uso de *softwares educacionais* às aulas de matemática pode ser uma boa alternativa de metodologia diversificada. Mas, ressaltamos novamente que, esta prática não é suficiente para que o aluno aprenda, é necessário à interação aluno-professor, bem como a constante atualização do educador ao uso de novas tecnologias aplicadas à matemática.

1.2.4. O GEOGEBRA

O *Geogebra* é um *software educacional* livre, de Geometria Dinâmica, criado em 2001, na Universidade Americana Flórida Atlântic University, por Markus Hohenwarter, para ser utilizado em sala de aula. Com este recurso computacional, pode ser trabalhado o ensino de Matemática desde o Ensino Fundamental até o Superior. Segundo Persicano (2013) é um programa de fácil acesso e contínua atualização.

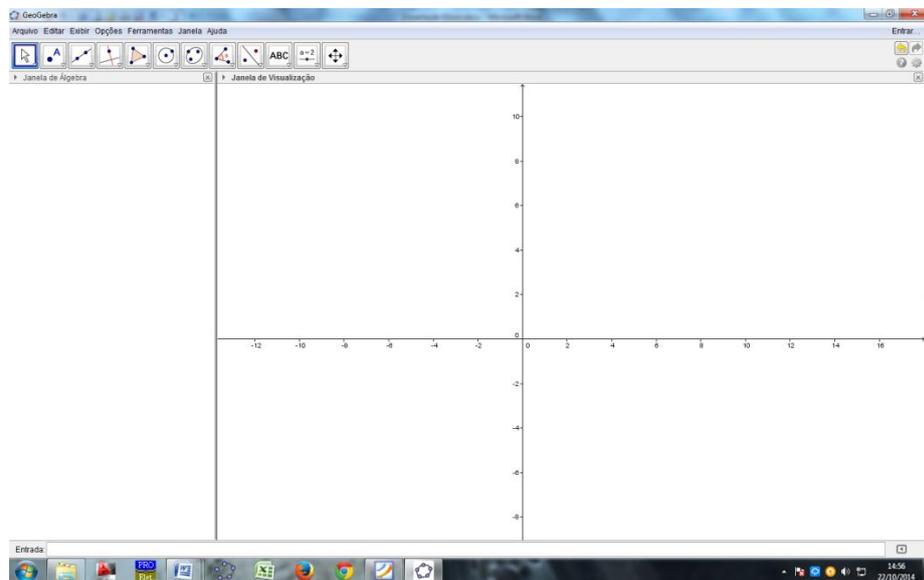
Com o *Geogebra*, destaca Bittencourt (2012), é possível trabalhar com Álgebra, Geometria e o Cálculo. Podem ser feitas construções com pontos, vetores, segmentos, retas e seções cônicas, bem como funções; também é possível modificar esses entes dinamicamente. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente.

A interface do *Geogebra* apresenta uma janela algébrica e uma janela gráfica, na qual podem ser operadas as ferramentas de Geometria, por meio do mouse, para criar construções

geométricas no bloco de desenho. Silva e Penteadó (2013) afirmam que o programa possui duas janelas de trabalho: a geométrica e a de álgebra. A janela geométrica é o local onde os objetos são construídos. Nela, é possível colorir figuras, aumentar a espessura das linhas, medir ângulos e distâncias, habilitar coordenadas cartesianas, polares, etc. Na janela de Álgebra, é possível visualizar a representação algébrica de todo objeto construído. Essa dupla representação de objetos é a mais notável característica que o programa possui.

Por outro lado, para a janela Algébrica, podem ser dados comandos e escritas funções no campo de entrada, usando o teclado. Segundo Bittencourt (2012), uma ferramenta importante no *Geogebra* é que a interface pode ser ocultada. Caso se pretenda utilizar esse *software* para o Ensino Médio, pode-se ocultar a janela da Álgebra e os eixos das coordenadas e trabalhar apenas com o teclado de ferramentas de desenho e geometria. Pode-se, também, introduzir um sistema de coordenadas utilizando grades, entrada algébrica com a finalidade de orientação. Abaixo temos a figura 6, para ilustrar as janelas citadas acima.

Figura 6: Tela do *Geogebra*



Fonte: Software livre *Geogebra*

Pedroso (2012) relata que além do caráter inovador do uso do *Geogebra*, ele é caracterizado por dinamismo, quando possibilita a construção de figuras em movimento. A resolução de problemas no cálculo de distâncias se mostra interessante com o uso do *Geogebra*, pois o educando manipula as figuras sobre diversas formas, observando assim características variáveis e invariáveis. Observações estas que não são possíveis no uso do quadro de giz e papel, métodos tradicionais de ensino.

Silva e Penteado (2013) destacam que o *software* em questão apresenta campo de entrada de comandos, que possibilitam escrever coordenadas, equações e funções, de tal forma que pressionando a tecla *enter*, eles são exibidos imediatamente na tela. Mais um meio facilitador é de movimentar todas as construções de forma dinâmica.

Araujo e Nóbrega (2010) observam que o *software Geogebra* é de fácil acesso às funções, as alterações de objetos construídos via janela de Álgebra. Isto ocorre devido ao seu dinamismo, no qual facilita seu uso em relação aos outros *softwares* de Geometria Dinâmica.

Os *softwares educacionais*, conforme Oliveira e Fernandes (2010), não são usados como solucionadores dos problemas no ensino de funções, mas sim como estratégia didática. Estes em questão devem estar também vinculados aos métodos tradicionais. Vale ainda refletir que usar somente o *software*, não efetuará uma revolução no processo de ensino aprendizagem. Sua prática deve estar vinculada ao controle, planejamento e preparo dos professores. Além de ser um processo no qual deve estar bem estruturado.

Por fim dentre as diversas utilizações do *Geogebra* podemos destacar que no ensino das funções trigonométricas, especificamente: seno e cosseno, este possibilita uma melhor visualização e dinamismo no trabalho com tal conteúdo, principalmente quando há variação dos seus parâmetros. Assim, este recurso computacional propicia aos alunos e professores mais um ambiente em que o aprendizado pode ser estimulado, através da união dos recursos da informática direcionados ao ensino da matemática.

CAPÍTULO 2

MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa tem caráter quanti-qualitativo, nesta abordagem tem-se uma organização dos dados de forma que o pesquisador consiga tomar decisões e tirar conclusões a partir deles. A abordagem da pesquisa terá um caráter quantitativo, segundo Terence e Filho (2006) esta abordagem preocupa-se em medir quantidade, frequência e intensidade; e analisar as relações causais entre as variáveis que assim foi aplicada no tratamento dos questionários, onde se contabilizou os alunos, seu interesse pela matemática, utilização de informática, etc.

Posteriormente foi utilizada a abordagem qualitativa, onde Gil (2002) assegura ser uma organização dos dados de forma que o pesquisador consiga tomar decisões e tirar conclusões a partir deles. Diante da mensuração do perfil dos alunos se comparou os resultados obtidos com a sequência proposta, e assim, obteve-se os resultados da pesquisa envolvida.

A modalidade será a pesquisa ação. Na pesquisa ação além de compreender, visa intervir na situação. Os pesquisadores e os participantes estão envolvidos de modo cooperativo e participativo.

Segundo Fiorentine e Lorenzato (2009), na pesquisa ação o pesquisador se insere no ambiente a ser analisado para estudá-lo, compreendê-lo e, sobretudo, mudá-lo nas direções para melhorias das práticas.

2.1. PÚBLICO ALVO

A pesquisa foi realizada no IFNMG – Campus Salinas. As turmas escolhidas para realização da pesquisa são duas, das cinco turmas, do 2º ano do Ensino Médio. Estas turmas foram escolhidas por serem nas turmas que o Professor pesquisador ministrava sua aulas.

A opção de trabalhar no IFNMG – Campus Salinas, foi por se tratar de uma instituição que tem uma boa estrutura: no espaço físico das salas, nos equipamentos para uma aula diferenciada e nos laboratórios de informática; onde foram realizadas parte das atividades a serem avaliadas. A instituição dispõe de quatro laboratórios de Informática, com salas amplas e arejadas, além de laboratórios de Matemática, Química, Física, Biologia entre

outros. A instituição oferece Cursos Superiores de Licenciaturas em Matemática, Física, Química e Biologia; e Bacharelados em Engenharias, Florestal e de Alimentos, Tecnologia em Produção de Cachaça e Medicina Veterinária. No ensino Básico dispõe dos cursos Técnicos em Agropecuária, Informática e Agroindústria Integrados ao Ensino Médio. Esta instituição há mais de 50 anos promove a integração entre ciência, tecnologia, cultura e desenvolvimento sustentável, além de atuar no crescimento local e regional.

2.2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é composta de três fases. A primeira é a de coleta de dados. Foi aplicado um questionário diagnóstico, disponível no Apêndice A, para visualizar as pré-concepções dos alunos sobre o estudo da matemática, especificadamente sobre as funções trigonométricas e a aptidão do aluno com os recursos computacionais e o acesso aos mesmos, além do interesse e facilidade no estudo da disciplina.

Na segunda fase, foram desenvolvidas atividades, que estão disponíveis nos Apêndices B e C. Nesta, uma turma – Turma A: 26 alunos – desenvolveu usando o *software Geogebra* como ferramenta para melhorar a visualização e entender as variações e na outra – Turma B: 35 alunos – trabalharam de maneira tradicional: usando lápis, borracha, régua, calculadora, etc. Ressalta-se que, antes de desenvolverem os trabalhos nas duas turmas foi trabalhado o conteúdo proposto nesta pesquisa de maneira tradicional, no mesmo tempo e usando a mesma metodologia. Depois deste desenvolvimento foram aplicadas as atividades e trabalhadas de maneiras diferentes para avaliar os resultados.

Para a Turma A foi realizado um minicurso do *Geogebra* no qual foi apresentado aos alunos o programa como um todo e especificamente os recursos que seriam utilizados nas atividades.

Depois desta introdução do *software*, foram desenvolvidas atividades envolvendo a construção do círculo trigonométrico explorando: seus conceitos, a localização do seno e cosseno e o esboço dos gráficos destas funções. Subsequente foram desenvolvidas atividades envolvendo as variações dos parâmetros nas funções, estudando a imagem, período e domínio em cada caso. As atividades foram desenvolvidas pelas duas turmas, lembrando que estas foram adaptadas para a Turma B, sem o *Geogebra*, disponível nos Apêndice C.

Para finalizar as atividades foi aplicado um questionário, Turma A, disponível no Apêndice D, com o intuito de avaliar o uso do *software Geogebra*, classificando sua eficácia no ensino de Funções trigonométricas. Já na Turma B foi trabalhado um questionário, disponível no Apêndice E, com o objetivo de avaliar o interesse e as dificuldades apresentadas na realização das atividades finalizando com a importância da utilização de *softwares educacionais* no ensino de trigonometria.

2.3. EXPECTATIVAS E OBJETIVOS DOS QUESTIONÁRIOS E ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Nesta seção são expostos os objetivos e as expectativas nos questionários e nas atividades desenvolvidas pelos alunos no procedimento da pesquisa.

2.3.1. QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO AOS DISCENTES

No primeiro questionário, o objetivo principal foi verificar a afinidade dos alunos com a Matemática, mais especificamente com as funções trigonométricas, e obter informações quanto ao acesso aos computadores, *softwares educacionais* e a internet.

- ✓ No primeiro item foi analisado o perfil da turma definido pelo sexo e idade dos participantes.
- ✓ Na sequência, perguntas 2 e 3, observou-se o acesso ao computador e a internet com a intenção de avaliar a facilidade no uso dos *softwares livres*.
- ✓ Nas questões 4, 5 e 6, avaliou-se a dificuldade, o interesse e a afinidade que o aluno apresenta em relação à disciplina com o objetivo de analisar a eficiência da metodologia nesta amostra.
- ✓ Para concluir o questionário – questões 7, 8 e 9 – foi examinada a espontaneidade no uso de computadores e *softwares educacionais*, observando se já houve utilização em outras disciplinas ou séries.

2.3.2. ATIVIDADES DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Esta etapa tinha como objetivos analisar a capacidade do aluno em construir o ciclo trigonométrico, traçar os gráficos do seno e cosseno e entender as variações dos parâmetros na função. As atividades foram as mesmas para as duas turmas, adaptadas de acordo com a utilização ou não do *Geogebra*. Estas estão disponíveis no Apêndice B para a Turma A e para a Turma B no Apêndice C.

✓ Nas atividades 1 e 2 foram construídos os círculos trigonométricos e preenchida uma tabela com os principais arcos extraídos dos mesmos e a partir da tabela a construção dos respectivos gráficos do seno e cosseno.

✓ Na atividade 3 foi feita a variação dos parâmetros e a análise gráfica de um a um. Em cada variação questionou-se sobre domínio, imagem e período da função. Nesta parte, o objetivo principal era averiguar o desempenho, comparando o interesse e o tempo dos alunos na realização das atividades propostas nas turmas.

2.3.3. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO COM O USO DO *GEOGEBRA*.

Neste questionário, Apêndice b – Atividade 3, avaliou o interesse em utilizar uma metodologia diversificada, se o uso do programa ofereceu um suporte no aprendizado das funções trigonométricas e se os alunos gostariam de continuar utilizando estes recursos no ensino da matemática.

2.3.4. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO SEM O USO DO *GEOGEBRA*.

No segundo questionário, Apêndice D – Atividade 3, o objetivo era indagar o discente quanto ao uso de *softwares livres* na matemática, se apresentaram alguma dificuldade na realização das atividades e se gostariam que a sequência fosse desenvolvida de maneira diferente, usando *recursos computacionais* como ferramenta auxiliar ao ensino da matemática.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DOS RESULTADOS

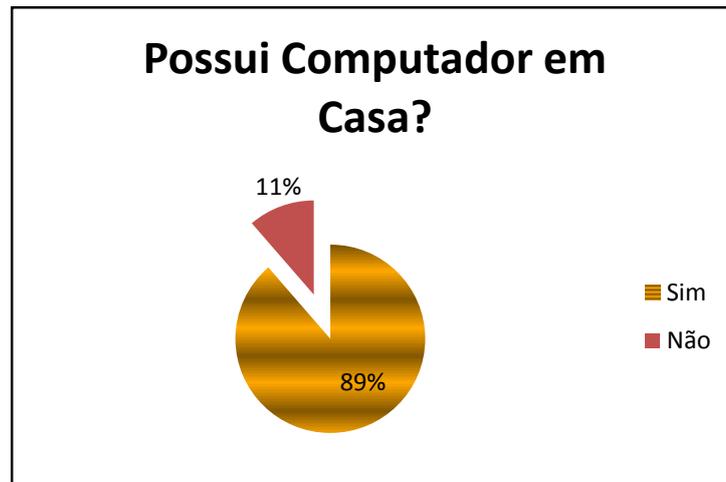
Neste capítulo abordamos os resultados obtidos na aplicação dos questionários e as Atividades Propostas no Trabalho. Foram feitas análises do Questionário Diagnóstico, Apêndice A, para definir perfil das turmas, seguido da análise das atividades com *Geogebra*, Apêndice B, e sem uso do *Geogebra*, Apêndice C, com o intuito de comparar o desempenho do método proposto. Finalizando com uma abordagem da análise do Questionário Avaliativo, Apêndices D e E, com propósito de se verificar a opinião dos alunos e avaliação do uso do *Geogebra*, as dificuldades e as sugestões da turma sem o *Geogebra*.

3.1. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

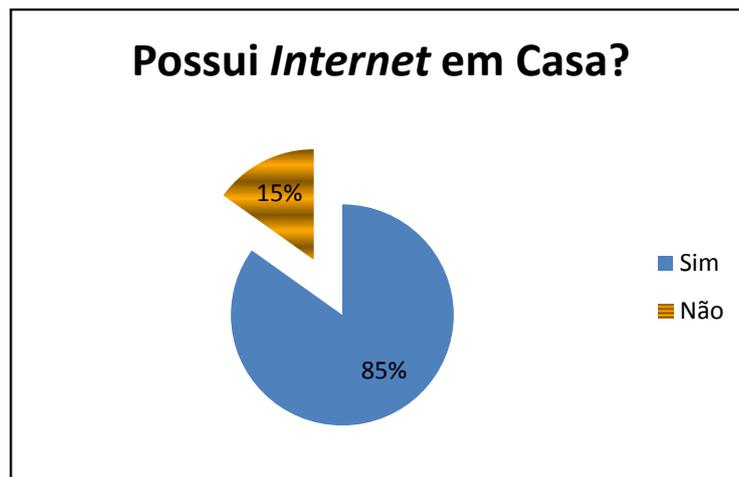
O Questionário diagnóstico foi desenvolvido na intenção de analisar o perfil dos alunos, verificar sua disposição em aprender funções trigonométricas e o interesse em usar softwares educacionais, como disposto no Apêndice A, diante das respostas dos alunos apresentamos os gráficos quantitativos.

Neste questionário, participaram 53 alunos, sendo 24 da Turma A e 29 da Turma B. Percebeu-se que a maioria das turmas é constituída por alunos do sexo masculino, com 16 anos de idade e que grande parte possui computador em casa com *internet*, portanto possuem acesso constante a rede mundial de computadores, o que facilita o uso de *softwares*, conforme os Gráficos 1 e 2 abaixo.

Gráfico 1: Possui computador em casa?



Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

Gráfico 2: Possui *internet* em casa?

Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

Quanto ao interesse em estudar Matemática, uma ligeira maioria gosta de estudar esta disciplina, o que preocupa, pois o número dos que não gostam é considerável, conforme o Gráfico 3.

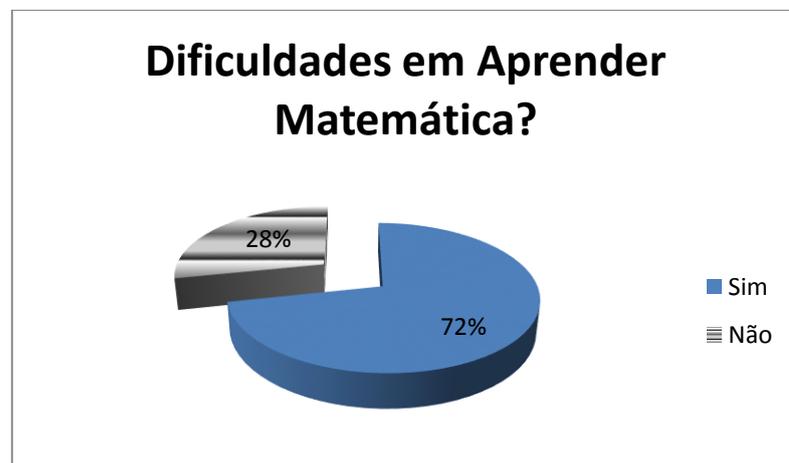
Gráfico 3: Interesse por estudar matemática.



Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

Com relação às dificuldades que eles apresentam em Matemática, o Gráfico 4 retrata que 72% dos alunos têm dificuldade na disciplina em questão. Notou-se que até os alunos que gostam de estudar ainda têm dificuldades no aprendizado de Matemática.

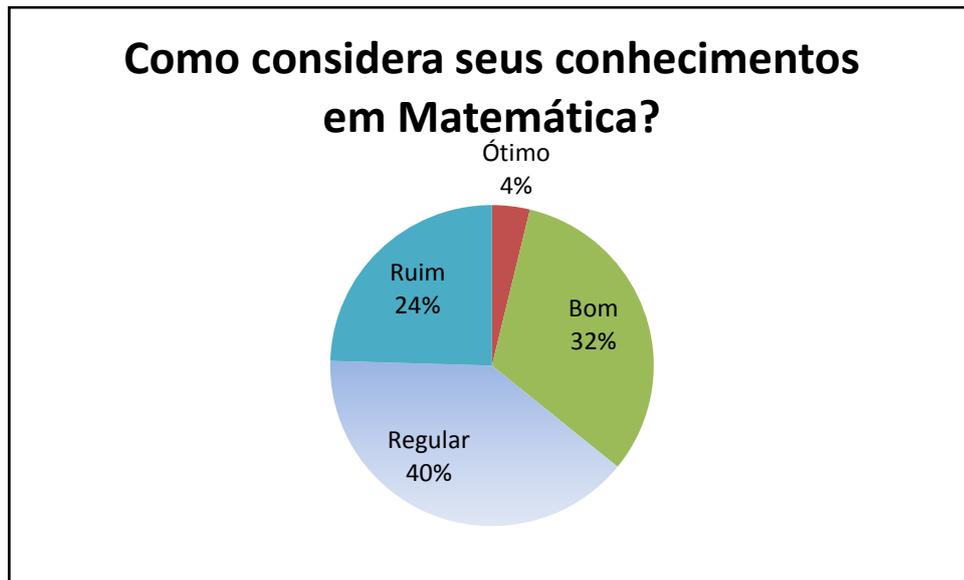
Gráfico 4: Dificuldades em aprender matemática?



Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

Na próxima questão analisada, questionou-se como os alunos consideram seus conhecimentos em Matemática, Gráfico 5. Observou-se que grande parte, 40% dos alunos, considera possuir um conhecimento regular em relação à Matemática. E considerando os alunos que consideram ruins, muito mais da metade tem conhecimento de regular ou ruim em Matemática. Isso constata que, nesta amostra, os alunos não estão aprendendo e/ou acumulando conhecimento dos conteúdos matemáticos.

Gráfico 5: Considerações dos conhecimentos matemáticos pelos alunos?



Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

Estas dificuldades constatadas e a falta de interesse observada pelos alunos podem estar ligadas às considerações que Bicudo e Borba (2009) que ressalta: desde a escola primária à Universidade, tal disciplina sempre ter sido ensinada sem levar em consideração quem pretendia aprender: o aluno. Ela acrescenta ainda, que os conteúdos matemáticos eram expostos, de forma que as dificuldades apresentadas não se situavam à origem desse problema, e o sinal de incapazes para a Matemática era atribuído aos alunos.

Observamos nos comentários das atividades e em declarações de alguns alunos que o passado de insucesso na Matemática provoca o sentimento de incapacidade na aprendizagem da disciplina, o que provoca sentimentos de rejeição pelos mesmos na aprendizagem. Alguns alunos, por não terem conseguido aprender Matemática nos anos anteriores, acreditam que não são capazes de aprender tal disciplina, o que os levou a construírem baixa autoestima.

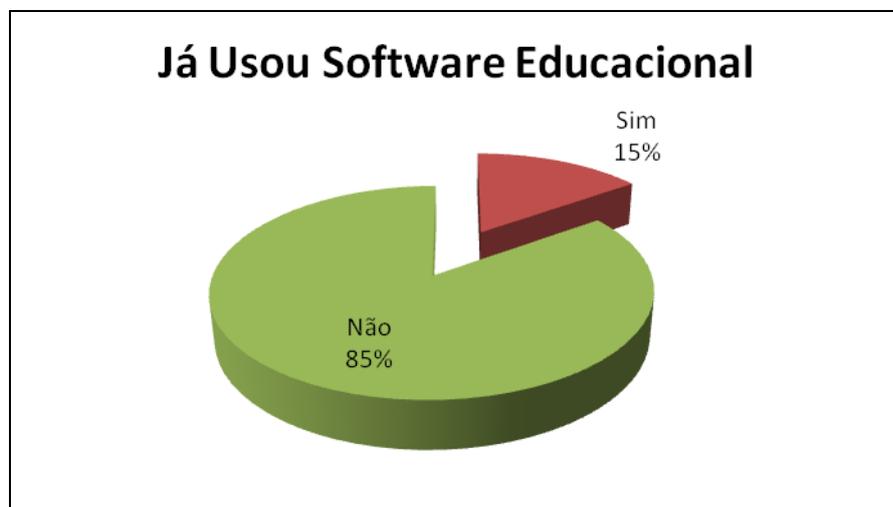
Com relação ao uso do *Software*, verifica-se, por meio do Gráfico 6, que uma pequena quantidade de alunos possui algumas dificuldades no uso de computadores. E assim, justificam que suas dificuldades estão ligadas a, como os próprios alunos destacaram: “*não saber fazer muita coisa*”, “*não saber usar os programas*”, “*uso de gráficos*” e até não ter paciência em manusear o computador.

Gráfico 6: Dificuldades com uso de computador?



Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

No Gráfico 7, observou-se também que são poucos os alunos, oito no total, que tiveram alguma experiência com *softwares educacionais*, e apenas 2 alunos já terem usado o *Software Geogebra*.

Gráfico 7: Fazer uso de *software educacional*?

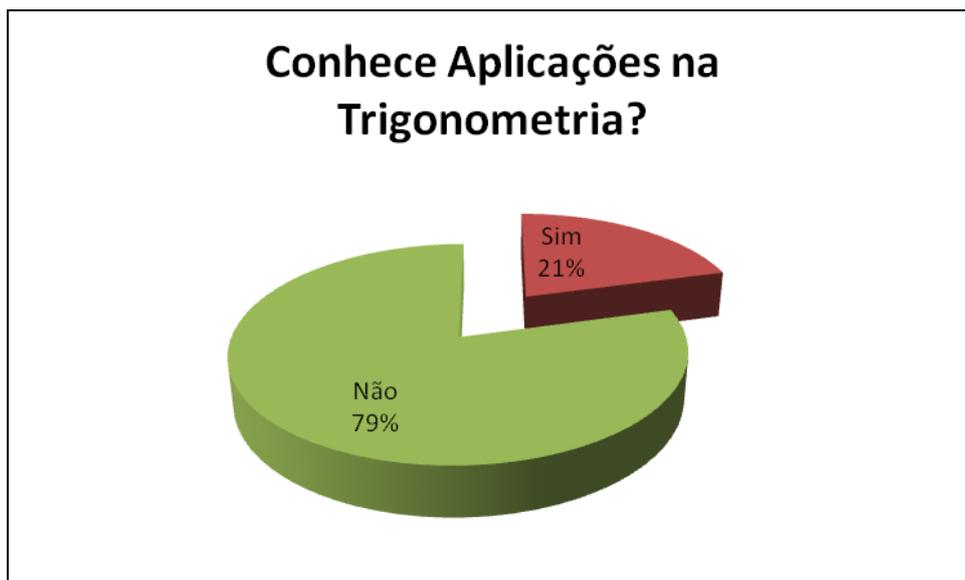
Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

O porquê de poucos alunos terem usado *softwares educacionais*, pode estar ligado ao que Bicudo e Borba (2009) afirmam: os professores para evitar situações e perguntas não previstas, preferem não se arriscar e evitar o uso de *softwares educacionais* em sala de aula.

Para finalizar a análise deste questionário diagnóstico, no Gráfico 8, partindo do pressuposto de que os alunos já teriam aprendido algo com relação à trigonometria ou funções trigonométricas no ensino fundamental e no médio, fez-se um questionamento se eles conheciam ou não uma aplicação prática com relação às Funções Trigonométricas. Dos 53

alunos, 42 afirmaram não ter conhecimento algum sobre aplicações de Trigonometria e Funções seno e cosseno. Dentre as aplicações que eles citaram foram: Construção Civil, distâncias, Engenharia, na Física etc. Além de citarem suas aplicações em medidas de telhado, medidas de prédios, medida de ângulos, estas questões se assemelham aos problemas de aplicação do conteúdo.

Gráfico 8: Conhece aplicações da trigonometria?



Fonte: Questionário Diagnóstico (Apêndice A)

De acordo com as orientações curriculares em Brasil (2006) os problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola. Desse modo, é imprescindível destacar sua importância quanto às medidas para que os alunos possam dar significado e até visualizar onde se aplicam no cotidiano o estudo das Funções Seno e Cosseno.

A importância deste questionário está relacionada a traçar um perfil dos alunos com os quais seriam realizadas as atividades valendo-se ou não do *Geogebra*. Principalmente no que remete ao interesse que os alunos têm com relação ao conteúdo deste trabalho, bem como ao ensino da Matemática. Mediante análise dos questionários, constatou-se que os alunos demonstram pouco interesse com relação ao conteúdo de Funções Trigonômicas.

3.2. ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM O GEOGEBRA

Antes do início das atividades, para a turma A que desenvolveu as atividades com o *Geogebra*, foi realizado um minicurso com duração de 2 horas/aulas sobre o *Geogebra* mostrando as janelas e as principais ferramentas que seriam utilizadas nas atividades em um laboratório de informática no IFNMG – *Campus Salinas*. O trabalho foi bem desenvolvido pelos alunos da turma A. Notou-se que, o primeiro contato, despertou a curiosidade dos alunos pelo *Software*, uma vez que identificaram o dinamismo que o uso do *Geogebra* proporciona.

3.2.1. ATIVIDADE 1 – CONSTRUÇÃO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO

A primeira atividade feita pela Turma A objetivava a construção e identificação dos valores das Funções Seno e Cosseno no Ciclo Trigonométrico construída no *software*, presente no Apêndice B. De acordo com os objetivos, Bicudo e Borba (2009) acentuam que as potencialidades do *software* se manifestam pela enorme capacidade de cálculo numérico e gráfico, além de uso de ferramentas para se moverem livremente e coordenarem representações. Nesse aspecto, as representações visuais do *Geogebra* têm destaque para estes recursos.

Uma dificuldade percebida na turma foi quanto à leitura do seno e cosseno. Quando verificado o ponto $C = (x, y)$, levou certo tempo para que eles entendessem que os pontos do cosseno se localizavam no eixo x e os pontos do seno no eixo y. Destacando, portanto, a falta de assimilação aos conceitos de localização dos eixos no Plano Cartesiano. Como também aborda os currículos em Brasil (2006), a elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções; assim, a necessidade de um estudo das representações deve estar associada ao seu comportamento.

Essa atividade foi executada em uma hora/aula, pela turma pesquisada, e todos os alunos conseguiram atingir os objetivos.

3.2.2. ATIVIDADE 2 – CONSTRUÇÃO E RECONHECIMENTO DOS GRÁFICOS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

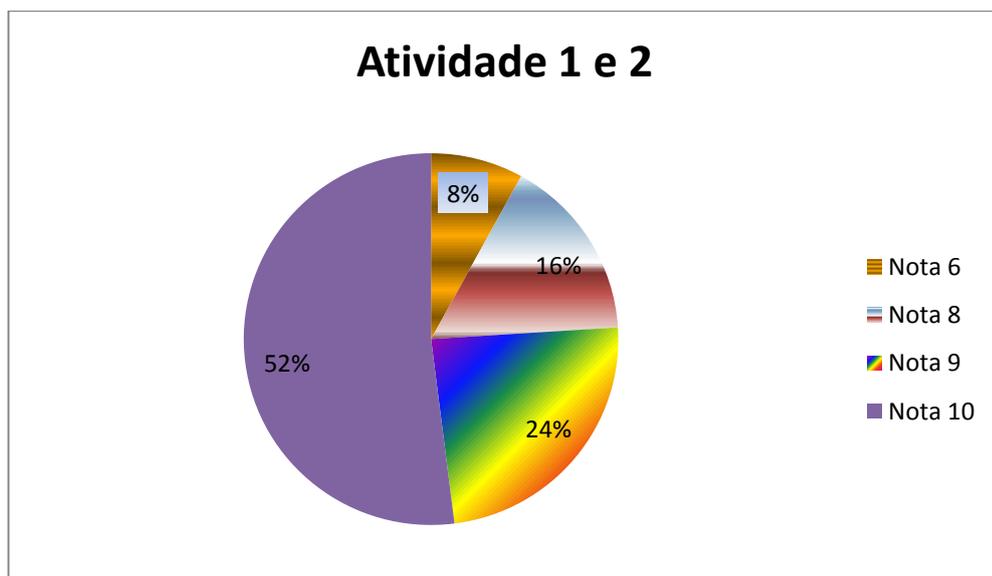
A atividade 02 tinha como objetivo a leitura dos valores dos arcos notáveis de 0 a 360° para o seno e cosseno; e o preenchimento das tabelas com posterior construção dos gráficos das funções seno, $f(x) = \text{sen}x$, e cosseno, $f(x) = \text{cos}x$, a partir das tabelas.

Uma das dúvidas surgiu quando movimentado o ponto sobre o círculo, pois os valores encontrados não eram exatos e assim julgaram errado visto que não conseguiam localizar os pontos com exatidão. O que em Brasil (2006) argumenta que, nessa etapa de sua formação, o desenvolvimento da capacidade de estimativa da ordem de grandeza de resultados de cálculo ou medições e da capacidade de tratar com valores numéricos exatos ou aproximados de acordo com a situação e o instrumental disponível, o que neste caso foi solicitado que aproximassem o máximo possível do valor exato.

A atividade 02 foi executada em uma hora/aula, sendo que apenas um dos que alunos não concluiu no tempo citado. É importante ressaltar que os estudantes conseguiram atingir os objetivos destas atividades e que ficaram muito entusiasmados com o uso do Geogebra para atividades de Matemática.

Para avaliar, quantitativamente, as atividades, foi pontuado da seguinte maneira: montagem do ciclo no Geogebra 2 pontos, leitura e montagem das tabelas 1 ponto para cada e os gráficos foram avaliados em 3 pontos cada, totalizando 10 pontos. O desempenho da turma encontra-se no Gráfico 9.

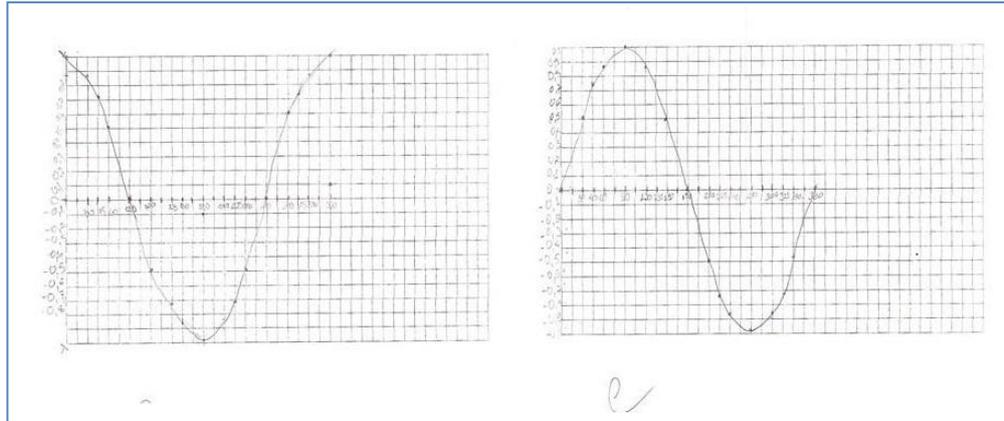
Gráfico 9: Desempenho dos alunos atividades 1 e 2.



Fonte: Pesquisa das Atividades 1 e 2 (Apêndice B)

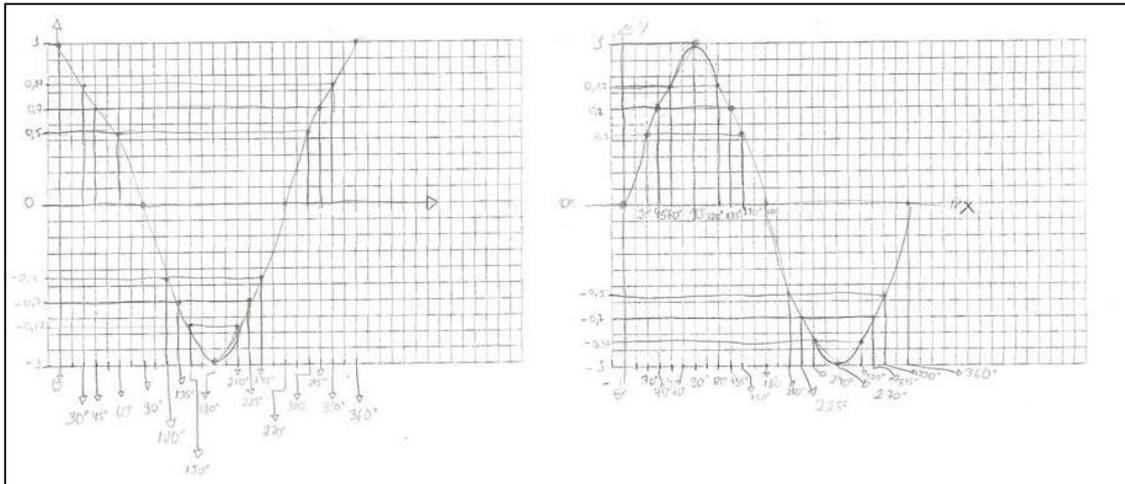
Boa parte dos alunos atingiu nota máxima, como observado nas Figuras 7 e 8. Destacando-se os esboços de gráficos corretos feitos por alunos da turma.

Figura 7: Esboço do gráfico das funções seno e cosseno correto feito por um aluno.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2 (Apêndice B)

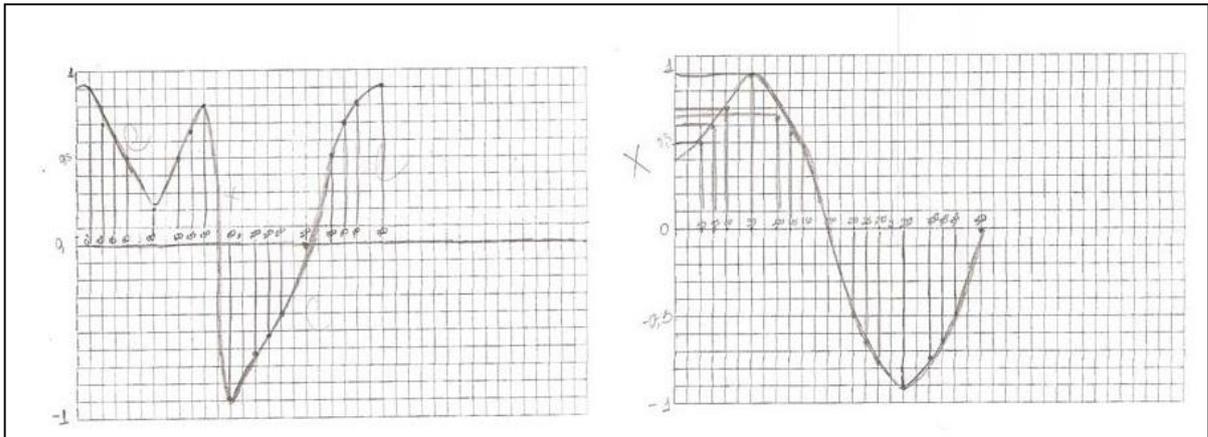
Figura 8: Esboço correto dos gráficos das funções cosseno e seno feito por outro aluno.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2 (Apêndice B)

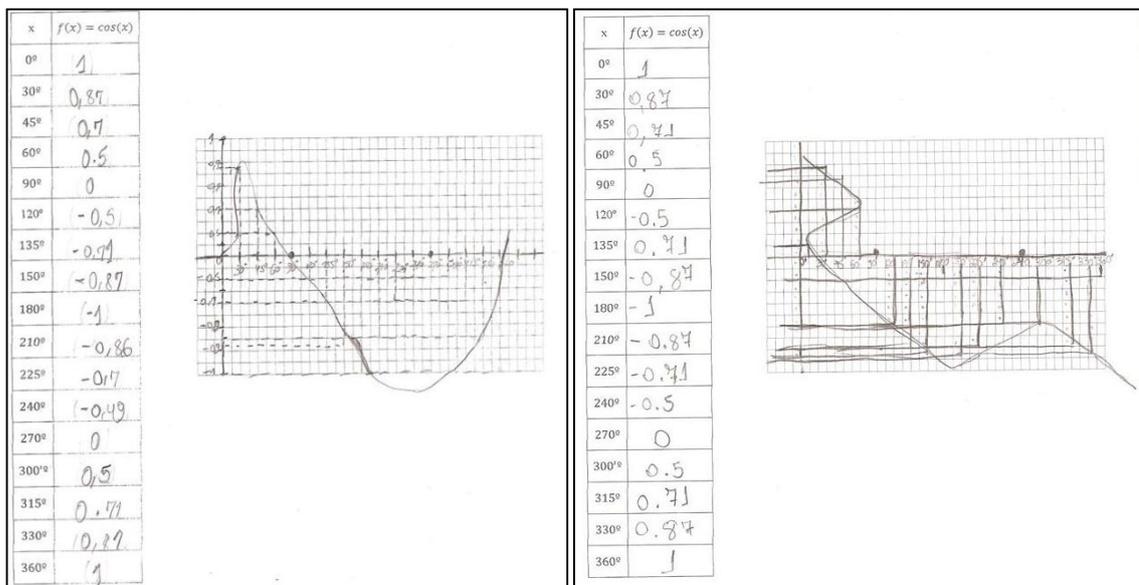
Dos alunos que atingiram menor pontuação, observou-se que seus gráficos estavam incompletos, com localização errada dos pontos, e erros de sinais na tabela que ocasionaram o erro do desenho gráfico. Como exposto nas figuras 9 e 10.

Figura 9: Esboço incorreto dos gráficos das funções seno e cosseno.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2 (Apêndice B)

Figura 10: Esboço incorreto dos gráficos das funções seno e cosseno.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2 (Apêndice B)

Apesar dos erros observados, o resultado desta atividade foi muito bom. Os alunos conseguiram atingir os objetivos da atividade, além de concluí-la no tempo proposto, sendo um ponto positivo na avaliação do uso do *Software*. Os alunos analisaram o *Geogebra* como uma alternativa adequada na obtenção das diferentes representações, que lhes perfilharam facilidade, rapidez e rigor.

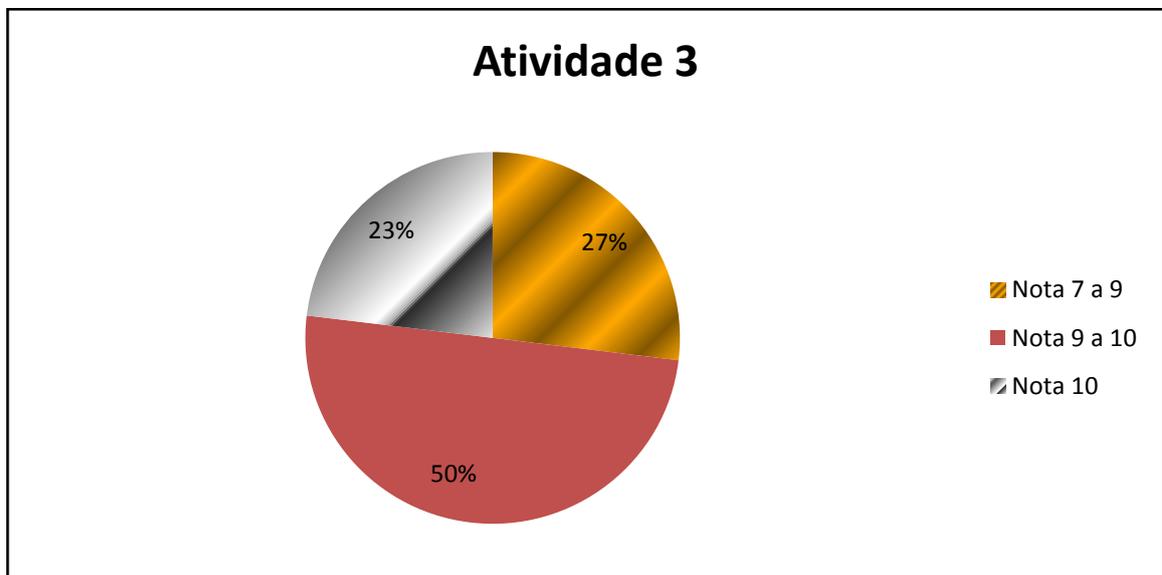
3.2.3. ATIVIDADE 3 – IDENTIFICAÇÃO DO DOMÍNIO E IMAGEM DAS FUNÇÕES

A atividade teve a participação de 26 alunos, sendo que o objetivo nesta etapa era construir vários gráficos da função Seno $f(x) = \text{sen}x$ e Cosseno $f(x) = \text{cos}x$; e observar as variações da imagem, período e domínio da função através do *Software*, conforme Apêndice B. Esta atividade estava subdividida em Tarefa I, construir os gráficos da Função Seno com suas variações e na Tarefa II, construir os gráficos da Função Cosseno com suas variações.

A atividade foi avaliada em 10 pontos, sendo 0,5 pontos para cada função totalizando 10 pontos para o Seno, na Tarefa I e 10 pontos para o Cosseno, na Tarefa II.

No Gráfico 10, é possível observar o bom índice de acertos obtidos nesta atividade. Sendo importante destacar a excelente participação dos alunos, todos desenvolveram a atividade demonstrando grande interesse. Nas primeiras respostas houveram alguns questionamentos, mas depois a grande maioria fez tudo certo, o que está representado no gráfico abaixo.

Gráfico 10: Atividade 3 turma A.



Fonte: Pesquisa das atividades 3 (Apêndice B)

Para conclusão desta atividade, foi necessário 01 hora/aula na turma pesquisada. Todos os alunos atingiram o objetivo da atividade. Foi observado também que os alunos conseguiram identificar o Domínio, a Imagem e o Período das Funções.

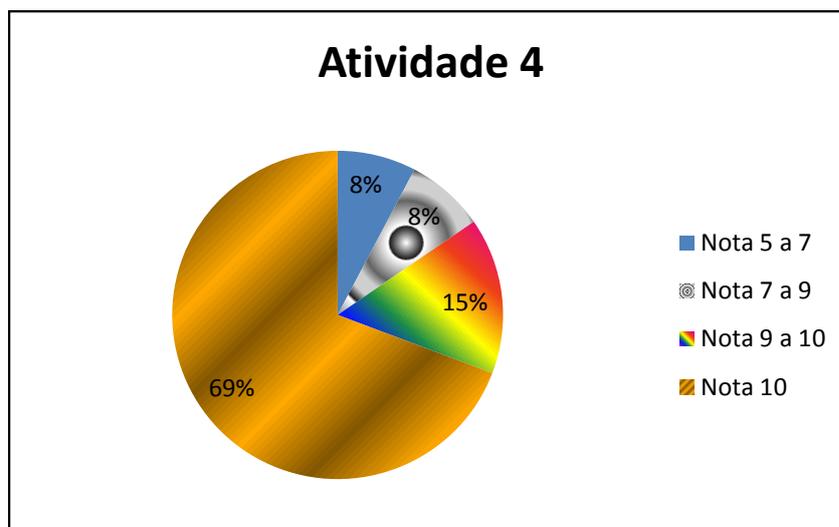
3.2.4. ATIVIDADE 4 – VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS A, B, C E D NA FUNÇÃO SENO.

A última atividade desta turma que desenvolveu com auxílio do *Geogebra*, objetivou investigar os efeitos das mudanças dos parâmetros a , b , c e d na função $f(x) = [a * \sin(b * x + c)] + d$. Depois de montar o gráfico utilizando a variação dos parâmetros no Geogebra, foram propostas quatro questões abertas para se analisar o comportamento do gráfico da função dada, através da variação dos elementos a , b , c e d . A atividade foi desenvolvida pelos 26 alunos que a concluíram em uma hora/aula.

Foi pontuada em 10 pontos, sendo 2,5 pontos para cada questão. Nestes exercícios o objetivo era que os alunos descrevessem o comportamento do gráfico da função a cada variação de um parâmetro observando quais mudanças ocorriam durante a variação generalizando os comportamentos.

No Gráfico 11, podemos observar a grande quantidade de alunos que conseguiram identificar o comportamento ao variar os parâmetros. Como tal, esses resultados possibilitaram identificar o quanto os alunos participaram positivamente nas atividades. Não se preocuparam em simplesmente terminar a atividade, e sim, conseguir acertar as variações do gráfico. Isso afirma o que é proposto em Brasil (2000), que o estudo das Funções Trigonômicas esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes como análise do comportamento de seus gráficos.

Gráfico 11: Resultado da atividade 4: variação dos parâmetros.



Fonte: Pesquisa das atividades 4 (Apêndice B)

Finalizadas as atividades com o *Geogebra*, foi observado que toda a atividade teve um resultado positivo utilizando o *Software* e os alunos demonstraram satisfação com tal metodologia e relataram que conseguiram perceber determinadas situações que no método tradicional não notariam, principalmente as variações. Com intuito de comparar o uso do *Geogebra* e os métodos tradicionais de ensino das Funções Trigonométricas, essas mesmas atividades foram adaptadas e aplicadas na Turma B sem o auxílio do *Geogebra*, cujos resultados serão mostrados na sequência.

3.3. ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS SEM O GEOGEBRA

Na Turma B, as atividades foram realizadas utilizando apenas lápis, borracha, régua e papel. A seguir é apresentada a análise das atividades aplicadas nesta turma.

3.3.1. ATIVIDADES 1 E 2 – CONSTRUÇÕES DO GRÁFICO E CICLO TRIGONOMÉTRICO DO SENO E DO COSSENO

As atividades 1 e 2 objetivavam as construções dos Ciclos Trigonométricos com os valores do Seno e do Cosseno, com posterior preenchimento das tabelas através dos valores observados nos Ciclos e representações das funções no plano cartesiano, conforme Apêndice C. Para avaliar as atividades, foi pontuado da seguinte maneira: montagem do ciclo 2 pontos, leitura e montagem das tabelas 1 ponto para cada e os gráficos foram avaliados em 2 pontos cada, totalizando 10 pontos.

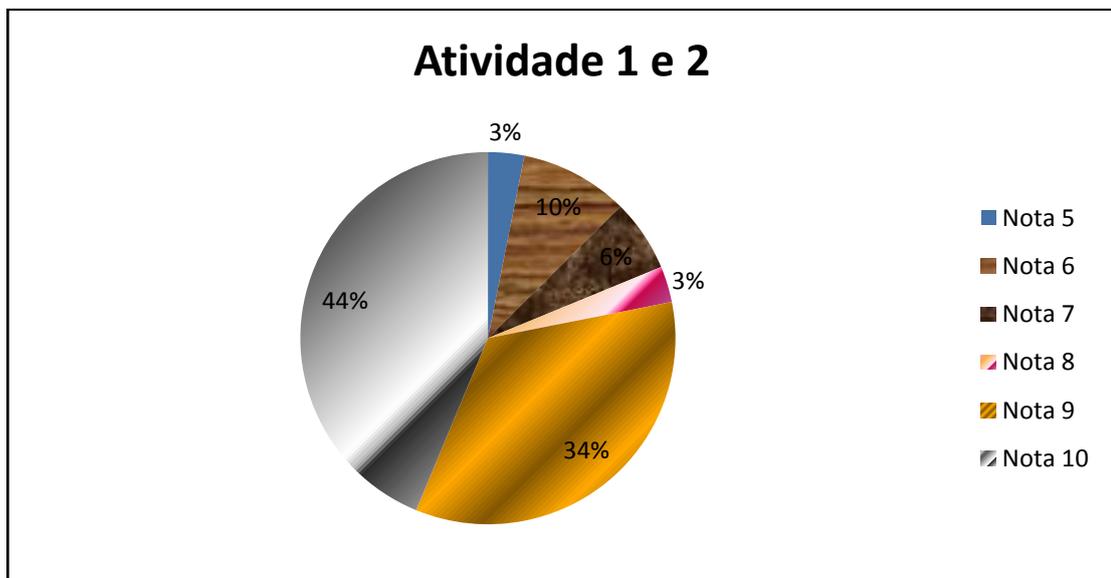
Percebeu-se durante a realização das atividades que os alunos nessa turma não conseguiam localizar os pontos, por assim ficarem presos à necessidade do uso de fórmulas e tabelas para localização do Seno. Também expuseram dificuldades para identificar os sinais das funções, positivo e negativo. No que concerne às dificuldades apresentadas, Neto (2010) afirma que o estudante, ao iniciar seu estudo em torno do círculo trigonométrico, depara-se com diversas novidades em torno de ângulo: o radiano, o irracional π , a definição radianos e suas transformações, nos quais constituem em obstáculos a serem enfrentados por educadores e estudantes.

Para Nacarato e Santos (2004), quando o aluno visualiza o círculo trigonométrico, o deslocamento de um determinado ponto sobre a circunferência e os diferentes triângulos retângulos simétricos que vão se formando, ele passa a compreender as mudanças de sinais para seno e cosseno, em função do quadrante em que se encontram, bem como visualiza a variação das funções trigonométricas.

No esboço dos gráficos, foi observado que a maioria dos alunos não percebeu a questão dos intervalos de valores nos eixos x e y, o que ocasionou erros no esboço dos gráficos das funções.

A análise está apresentada no Gráfico 12. Muitos alunos conseguiram acertar todas as questões, o que era esperado para esta atividade. Observou-se que foi maior o número de alunos com notas mais baixas e que não concluíram as atividades. A necessidade de construção de gráficos é destacada nos currículos nacionais, onde em Brasil (2006) concerne que os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, quando se escreve $f(x) = \text{sen}x$, usualmente à variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos.

Gráfico 12: Desempenho dos alunos nas atividades 1 e 2.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2 (Apêndice C)

Outra questão que chamou a atenção na realização da atividade foi o tempo gasto na execução, cerca de duas horas/aula. Vale ressaltar que muitos alunos reclamaram do quanto às atividades estavam difíceis e demonstraram menor interesse que a outra turma.

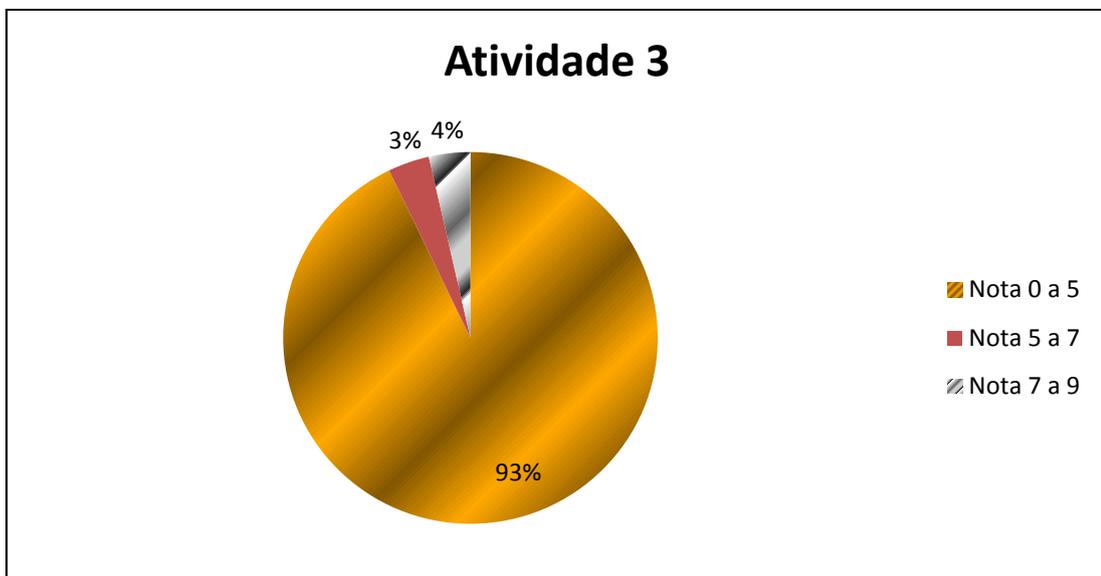
3.3.2. ATIVIDADE 3 – IDENTIFICAÇÃO DO DOMÍNIO, IMAGEM E PERÍODO DAS FUNÇÕES

A atividade, Apêndice C, teve a participação de 28 alunos e tinha como objetivo construir os gráficos das funções Seno e Cosseno e observar as variações da imagem, do período e o domínio da função através dos desenhos. Assim como na atividade 03 com

Geogebra, subdividiu-se em Tarefa I para a função Seno e Tarefa II para a função Cosseno. Esta foi avaliada em 10 pontos, sendo distribuídos de maneira uniforme para cada função, o que totalizava 5 do Seno na Tarefa I e 5 do Cosseno na Tarefa II. O tempo para desenvolver o seguimento foi cerca quatro horas/aula.

O Gráfico 13, apresenta a pontuação atingida pelos alunos na atividade. Como se observa os alunos não obtiveram os mesmos resultados das turmas com *Geogebra*. Ninguém atingiu o número total de acertos e quase todos os alunos não acertaram nem a metade da atividade. Os alunos reclamaram do uso excessivo de fórmulas e tabelas para conseguirem traçar os gráficos e analisar as questões pedidas.

Gráfico 13: Resultado da atividade 3.



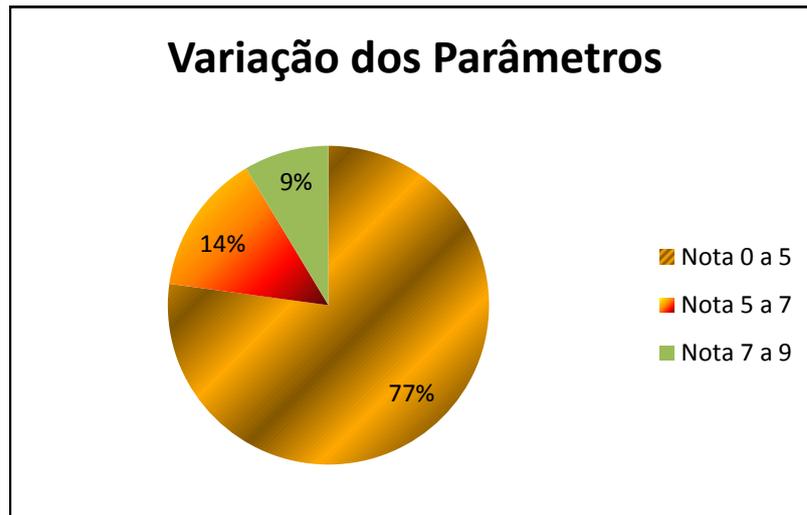
Fonte: Pesquisa da atividade 3(Apêndice C)

3.3.3. ATIVIDADE 3 – VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS A, B, C E D NAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Ainda na atividade 3, ao fim de cada variação com preenchimento das tabelas e gráficos traçados, foi questionando o que observa de variação na função, conforme Apêndice C. Estes questionamentos objetivaram a observação da variação dos Parâmetros a, b e c das Funções Trigonométricas Seno e Cosseno. Foi avaliado da mesma maneira que a outra turma, 2,5 pontos por questão. O Gráfico 14 expõe o desempenho alcançado por estes alunos, que foi consideravelmente abaixo do que o obtido com o uso do *Software*. Nenhum aluno conseguiu o

acerto total dessas questões. O fato de não conseguirem visualizar tais variações é descrito por Nacarato e Santos (2004) que destacam ser impossível ensinar trigonometria sem recursos visuais. Mas estes não podem ser apenas estáticos, como ocorre com o desenho.

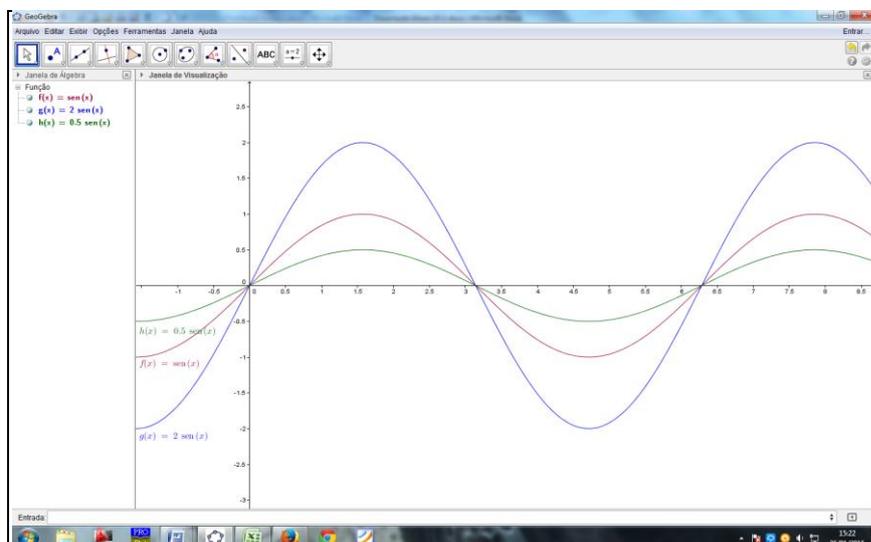
Gráfico 14: Variação dos parâmetros.



Fonte: Pesquisa da atividade 3(Apêndice C)

O *Geogebra* possibilita trabalhar de maneira dinâmica oferecendo a possibilidade de movimentação de seus parâmetros, o que é algo que facilita a análise de gráficos das funções. Na Figura 11, demonstra-se um exemplo da variação do Parâmetro “a” da função base $f(x) = a \operatorname{sen}(bx + c) + d$. Nesta, pode-se perceber que a alteração do seu valor provoca uma variação de amplitude da função.

Figura 11: Tela do Geogebra com variações do parâmetro “a”.



Fonte: O Autor

Estas representações gráficas feitas de maneira tradicional, usando quadro e giz, é de difícil entendimento pelos alunos, como afirma Pedroso (2012), pois os alunos não percebem seus erros, devido aos limitados recursos para representar um giro, uma ampliação ou mesmo uma redução do gráfico. Os erros percebidos pelos alunos podem estar associados a esta falta de manipulação que os recursos convencionais possuem.

Ao analisar a execução das atividades nas duas turmas, utilizando ou não o *Geogebra*, pôde-se averiguar que o uso do *software* facilitou a execução, a visualização e reduziu o tempo de aplicação das mesmas atividades, uma vez que todos os alunos conseguiram concluir as atividades e obtiveram bom índice de acertos, já na turma sem o *software*, ninguém conseguiu acertar toda a atividade 03. Conforme observado, as sequências sem o *Geogebra* exigiu mais o uso de fórmulas e tabelas além de mais tempo para aplicação das atividades. Outro fato importante a ser destacado é que, ao contrário da Turma A, 13 dos 33 alunos que realizaram esta atividade não concluíram seus trabalhos, e reclamaram que estava muito difícil e cansativo.

3.4. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO PÓS APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Com a finalidade de avaliar o uso do *Geogebra* após realização das atividades da pesquisa, foi aplicado um questionário para a Turma A, que usou o *software*, e outro para a Turma B, sem o programa. Nestes os alunos puderam expor suas opiniões quanto ao uso do *Geogebra* e quanto à execução das atividades de forma tradicional. A análise destes dois questionários é apresentada a seguir.

3.4.1. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO COM USO DO GEOGEBRA

A análise do Questionário Avaliativo com uso do *Geogebra*, em primeiro momento, averiguou se houve dificuldades na utilização do programa, e se existiu, pediu-se para especificar quais foram as apresentadas. Todos os 26 alunos da turma responderam ao questionário. Destes, 65% responderam não ter apresentado nenhuma dificuldade na utilização do *software*. Dos que responderam terem encontrado dificuldades, a maior parte afirmou tê-las inicialmente, mas no desenvolver das atividades conseguiram aprender. Algumas das respostas dos alunos retratam tais dificuldades: “no começo tive dificuldades,

mas fui aprendendo melhor”, “tinha dificuldade na fórmula e com o tempo entendi”, “um pouco, mas segui as orientações da folha e consegui realizar as atividades”, “o *software Geogebra* é complicado no entendimento, falta informações aos usuários que o uso pela primeira vez, acabei me perdendo”. Na sequência, é apresentado o Gráfico 15 que mostra os percentuais.

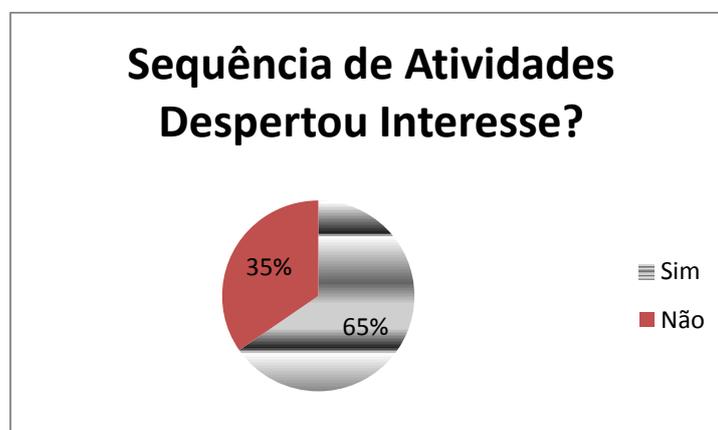
Gráfico 15: Dificuldades no uso do Geogebra.



Fonte: Questionário final (Apêndice D)

A segunda questão perguntava se a sequência das atividades despertou algum interesse pelo assunto abordado. Dos 26 alunos, 17 demonstraram ter se interessado pelas Funções trigonométricas, pela sequência em que as atividades foram realizadas, conforme alguns dos comentários feitos pelos alunos: “método interessante”, “poderiam usar no futuro”, “é mais divertido”, “bem diferente do método tradicional”, dentre outros. Um aluno apenas comentou um fato negativo: “achou os gráficos muito parecidos”. No Gráfico 16 são apresentados os resultados.

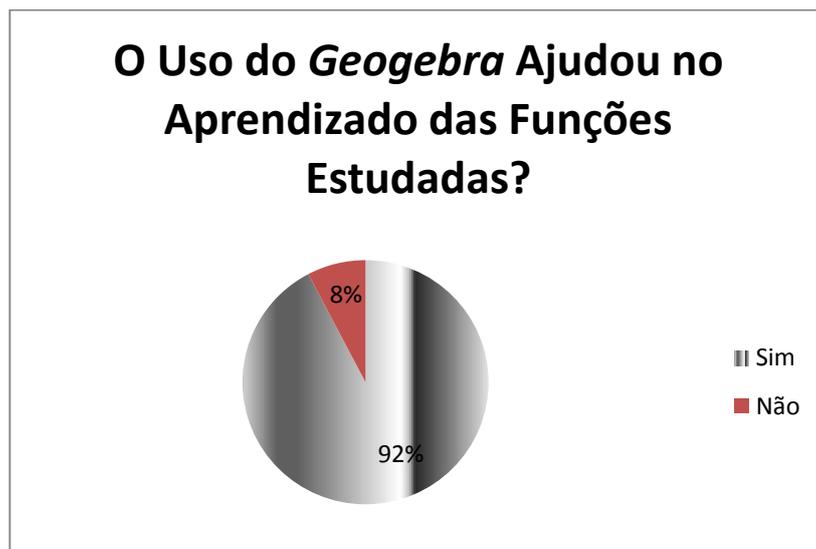
Gráfico 16: Sequência de atividades despertou interesse?



Fonte: Questionário final (Apêndice D)

Na terceira questão foi perguntado se o uso do *software educacional* ajudou no aprendizado das Funções Trigonométricas. Somente 2 alunos responderam que não ajudou. Isso se deve à dificuldade no manuseio de computadores, estes mesmos alunos tinham respondido, no Questionário Diagnóstico, ter dificuldades no uso do computador, como mencionados no Apêndice A. Assim os resultados comprovam que os resultados foram positivos para a metodologia adotada, conforme Gráfico 17.

Gráfico 17: O uso do Geogebra ajudou no aprendizado das funções estudadas?



Fonte: Questionário final (Apêndice D)

E, por fim, questionamos se eles se interessavam em utilizar mais recursos computacionais nas aulas de Matemática. Todos os 26 alunos participantes nesta turma responderam positivamente e fizeram alguns comentários quanto ao uso do software: “desperta mais interesse”, “aprendi mais o conteúdo”, “prende mais a minha atenção” dentre outros. Dessa maneira, destacaram que o uso do Computador facilitou a aprendizagem do conteúdo, despertando interesse e atenção, além de utilizar um menor tempo em sua abordagem, afastando-se do uso excessivo de fórmulas. Na sequência é apresentado os resultados do questionário final para a turma que não usou o *software* para realizar as atividades.

3.4.2. QUESTIONÁRIO AVALIATIVO SEM O USO DO GEOGEBRA

No questionário avaliativo da Turma B participaram 28 alunos e questionou-os quanto às dificuldades apresentadas na realização das atividades, ao interesse despertado pela sequência de tarefas e, também, quanto ao interesse em conhecer e utilizar *softwares*

educacionais nas aulas de matemática. No Gráfico 18 é apresentado o resultado da primeira questão, nota-se que a grande maioria apresentou dificuldade na realização das tarefas.

Gráfico 18: Dificuldades na realização das atividades?



Fonte: Questionário final (Apêndice D)

Quando questionado sobre interesse despertado pelos alunos no uso da sequência, 22 alunos responderam positivamente. Quem respondeu negativamente destacou que o uso da sequência de atividades deve ser elaborado de forma que não seja cansativo, pois exigiu muitas contas e desenhos. Os resultados estão no Gráfico 19.

Gráfico 19: Sequência de atividades despertou interesse?

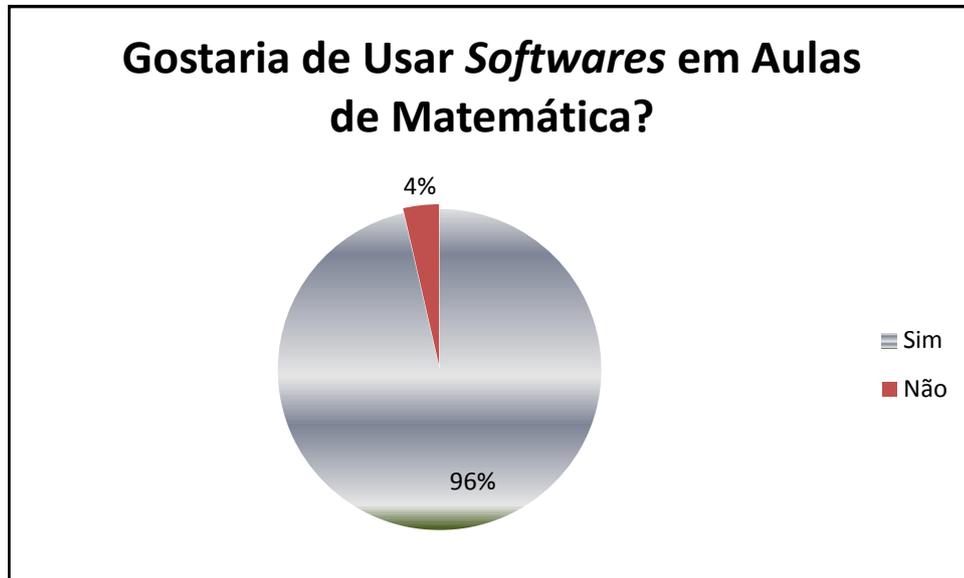


Fonte: Questionário final (Apêndice E)

Para finalizar, quando se perguntou sobre o interesse em conhecer e utilizar recursos computacionais para as aulas de Matemática, 96% dos alunos disseram que gostariam de usá-los, conforme Gráfico 20. Nessa perspectiva, os PCNEM destacam o impacto da tecnologia,

com o qual exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com as ferramentas digitais.

Gráfico 20: Gostaria de usar *software* computacional?



Fonte: Questionário final (Apêndice E)

Apesar de o questionário deixar espaço para justificar suas respostas se quisessem. A maioria dos alunos não colocaram suas opiniões frente aos questionários. Diante deste fato, pode-se constatar que o interesse apresentado por estes alunos, Turma B, nas atividades não foi o mesmo quanto aos alunos, Turma A, que realizaram as atividades com o *Software*, como destaca Bomfim (2013) que esse tipo de atividade é muito importante, onde os estudantes ultrapassam seus obstáculos e torna mais rica a investigação de resoluções de problemas, contribuindo para evoluir as suas compreensões matemáticas. O trabalho realizado com o auxílio do *software* tornou a aula envolvente, propiciando a ampliação dos seus conhecimentos, mostrando suas estratégias e validações, e principalmente por construírem sua aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Piva, Dorneles e Spilimbergo (2010) destacaram três pontos positivos em sua pesquisa: a facilidade de operação dos *software*, o interesse e participação dos alunos nas atividades computacionais. Apontaram, também, que o uso de *softwares* permite a realização de simulações, o que conduz os alunos a construir suas análises e conclusões próprias e, por essas razões, defendem a utilização de ambientes informatizados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A necessidade do uso de metodologias diferenciadas é um importante instrumento a ser estudado por nós professores de Matemática e pelas instituições de ensino. É pertinente uma reflexão nas escolas quanto a esta necessidade de se adotar métodos diversificados e que despertem a atenção e interesse nos alunos como os *softwares educacionais*. Nesta perspectiva o *Geogebra* foi avaliado quanto instrumento para auxiliar o ensino-aprendizagem das Funções Trigonométricas Seno e Cosseno.

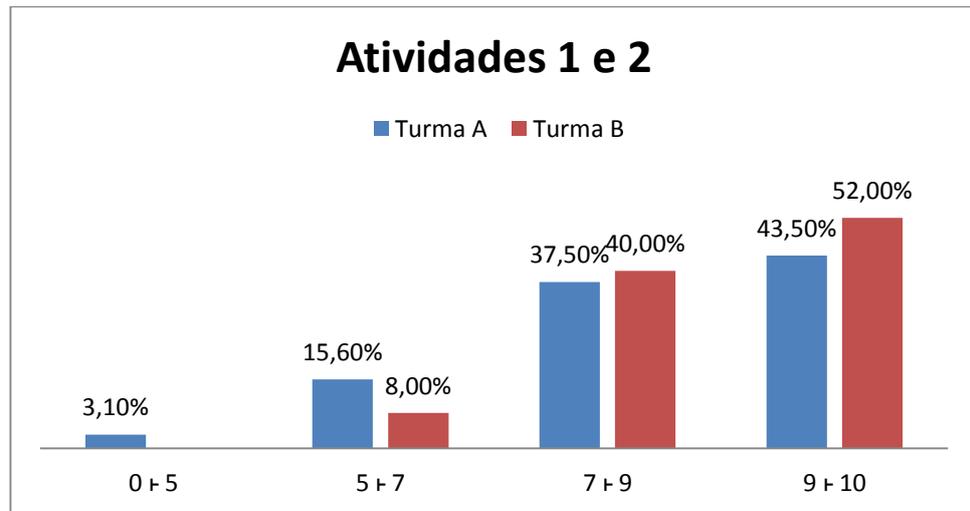
Podemos destacar que o *software* pode nos ajudar no ensino da trigonometria auxiliando na visualização gráfica, no entendimento das variações nas funções, no interesse em trabalhar tal disciplina e também na participação da turma nas aulas.

Estas afirmações podem ser comprovadas na comparação das atividades desenvolvidas pelas turmas uma com o auxílio do *software* e outra sem a ferramenta ao desenvolver as mesmas atividades, estas foram simplesmente adaptadas para as duas situações.

A seguir são apresentados quatro gráficos comparativos das 4 atividades realizadas, mesmo não sendo o mesmo número de alunos nas duas turmas, é gritante o total de pontos atingido pelos alunos das turmas, o que pode ser comprovado nos Gráficos 21, 22, 23 e 24.

Nas atividades 1 e 2, era esperado que as duas turmas tivessem um bom rendimento, pois foi trabalhado a parte inicial com desenvolvimento do ciclo trigonométrico e esboço dos gráficos das funções seno e cosseno. Mesmo sendo uma atividade relativamente fácil, o percentual de acerto dos alunos que utilizaram o *Geogebra* é considerável, destaque ainda que a menor nota foi de um aluno que não usou o programa, Gráfico 21.

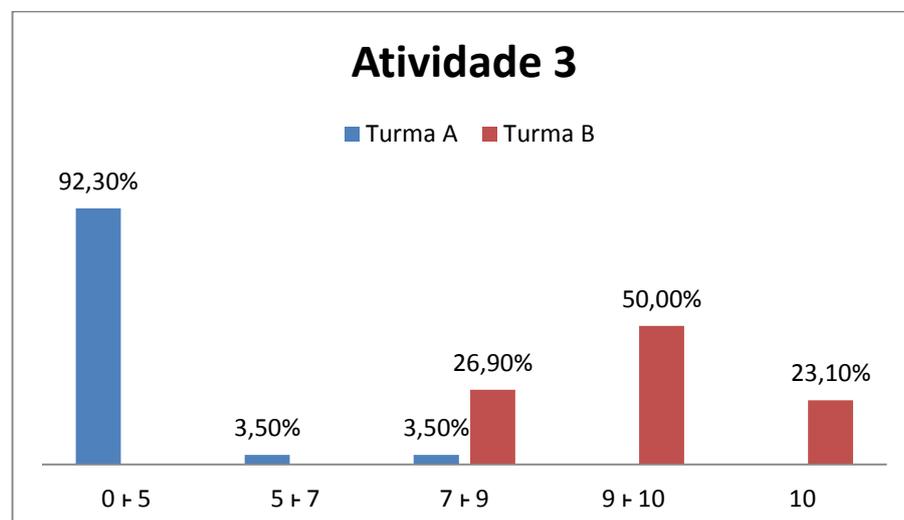
Gráfico 21: Comparativo das atividades 1 e 2.



Fonte: Pesquisa das atividades 1 e 2 (Apêndices B e C)

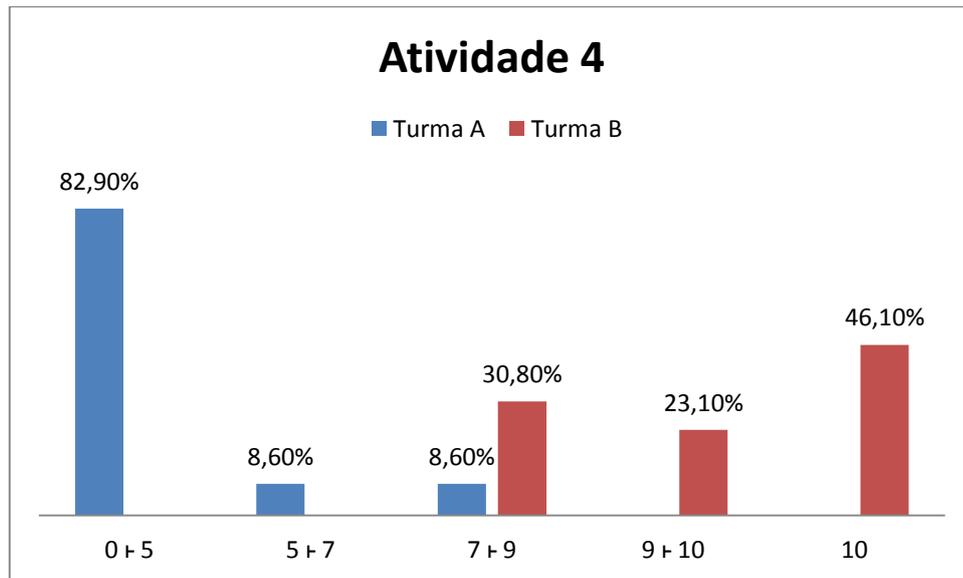
Fazendo uma comparação entre as turmas nas atividades 3 e 4, que foram abordadas várias funções variando os parâmetros um a um analisando os comportamentos das mesmas, a sua imagem, seu domínio e o período; existiu uma grande diferença entre a pontuação atingida pelos alunos das duas turmas. Destacamos, ainda, que o embasamento teórico foi o mesmo nas turmas, foram trabalhadas as funções seno e cosseno de maneira tradicional antes das atividades e só depois elas foram realizadas. Os Gráficos 22 e 23 mostram que a maior parte da Turma B tirou nota inferior a cinco e já na Turma A, todos ficaram com nota maior que cinco sendo a grande maioria ficou acima dos 70% de acerto e a metade conseguiu rendimento entre 90 e 100%, o que não foi conseguido por nenhum aluno da turma sem o *Geogebra*.

Gráfico 22: Comparativo da atividade 3.



Fonte: Pesquisa da atividade 3 (Apêndices B e C)

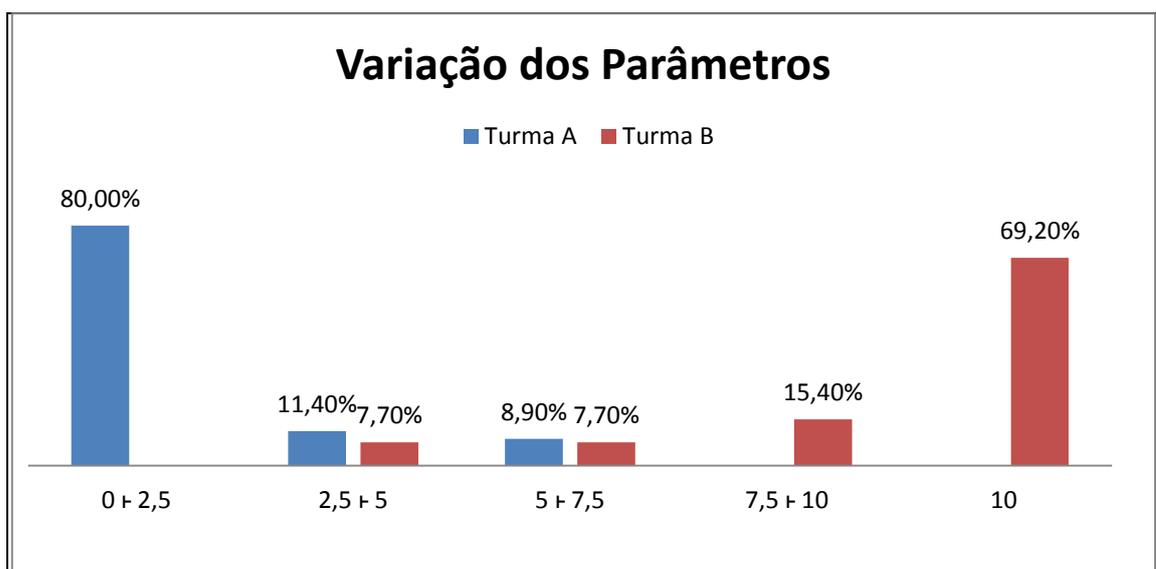
Gráfico 23: Comparativo da atividade 4.



Fonte: Pesquisa da atividade 4 (Apêndices B e C)

Na última comparação das atividades, a variação dos parâmetros de $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx + c) + d$, dos 35 alunos da Turma B, 27 acertaram apenas uma das quatro questões, sendo que vários deixaram em branco, apenas 5 alunos acertaram 2 questões e apenas 3 fizeram corretamente 2 das 4 questões. Ao contrário, na Turma A, a grande maioria, 18 dos 26 alunos conseguiram observar com precisão a variação dos quatro parâmetros na função. Este resultado é mostrado no Gráfico 24.

Gráfico 24: Comparativo da variação dos parâmetros.



Fonte: Pesquisa das atividades 3 e 4 (Apêndices B e C)

Assim podemos afirmar que conseguimos responder as questões desta pesquisa encontrando várias contribuições do *Geogebra* no ensino das Funções Seno e Cosseno – como já ressaltamos: interesse, participação e rendimento – e mostramos uma alternativa de como utilizar as ferramentas no programa que numericamente, nesta amostra estudada, foi demonstrada eficiente na aprendizagem do conteúdo abordado.

O manuseio desse *software* permite de forma simplificada variar as funções e fazer observações e correções diversas em desenhos, gráficos e fórmulas, possibilitando a resolução de atividades de forma mais rápida, reduzindo o tempo de aplicação do conteúdo, favorecendo o cumprimento da matriz curricular do Ensino.

Quanto aos objetivos desta pesquisa, percebeu-se que ao desenvolver as atividades com e sem o *Geogebra*, que o *software* é um meio facilitador no processo ensino-aprendizagem e visto como algo interessante e motivador pelos alunos, principalmente por promover uma melhor visualização das Funções.

Por fim, é importante ratificar que o uso de novas metodologias não é o ato solucionador dos problemas que envolvem o ensino da Matemática. E sim, algo que deve ser constantemente refletido pela escola e professores, como forma de atingir o principal objetivo: o aprendizado do aluno. Assim esta dissertação estudou uma metodologia diferenciada, aplicando uma ferramenta computacional para ajudar o ensino e torná-lo mais agradável e interessante aos alunos. Vale ressaltar, também, que esta é uma das várias estratégias a serem utilizadas em sala de aula e foi muito válida a experiência, como comprovado pelos números nesta amostra.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo Matemática com o Geogebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BICUDO, M. A.; BORBA, M. C. **Educação Matemática pesquisa em movimento**. – 3. Ed.- São Paulo, SP: Cortez, 2009.

BITTENCOURT, A. O. **O ensino da trigonometria no ciclo trigonométrico, por meio do software Geogebra**. 2012, 97p. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática. Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, RS.

BOMFIM, J. C. R. **Estudo das Funções Trigonométricas com o Auxílio de Softwares Computacionais**. Profmat, 2013, 61p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados – MS

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

_____. **Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias** / Secretaria de Educação Básica.– Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio ; volume 2)

COSTA, N. M. L. **Funções Seno e Cosseno: uma questão de ensino a partir do contexto do “Mundo Experimental” e do computador**. 1997, 250p. Dissertação de Mestrado da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – SP.

DANTE, L. R. **Matemática Contexto & Aplicações**. 2ª Ed. Volume 2. São Paulo: Editora Ática, 2014.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª edição. Campinas, SP, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MARMO, A.; AMSON, G. A. J. V.; TEIXEIRA, J. C.; FILHO, R. B. A.; JAMAL, R. M. **Matemática – Anglo: Ensino Médio**. 1ª ed. – São Paulo: Anglo, 2008.

MENDES, M. J. de F.; ROCHA, M. L. P. C. **Problematizando os caminhos que levam à tabela trigonométrica**. Belém: SBHMat, 2009 (Coleção História da Matemática para Professores)

MENDES, M. J. de F. **Possibilidades de exploração da história da Ciência na formação do professor de Matemática: Mobilizando saberes a partir da obra de Nicolau Copérnico de Revolutionibus Orbium Coelestium**. 2010, 196p. Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Educação do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Natal.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T., BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000. (Coleção Papirus Educação).

NACARATO, A. M.; SANTOS, R. T. **Espaços alternativos de formação: quando graduandos em matemática e professores em exercício compartilham experiências sobre ensino de trigonometria.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 6, n. 2, pp. 63-90, 2004.

NETO, J. R6 D. **Registros de representação semiótica e o geogebra: um ensaio para o ensino de funções trigonométricas.** 2010, 130p. Dissertação de Mestrado em (Educação Científica e Tecnológica). Do Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica, da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis SC.

OLIVEIRA, G. P.; FERNANDES, R. U. **O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem.** Educação Matemática Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp.548-577, 2010.

PERSICANO, H. E. **A importância do uso de novas tecnologias no processo de ensino aprendizagem: Aplicação do Software Geogebra no Estudo de Funções Trigonômétricas.** 2013, 69p. Dissertação de Mestrado em Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, Goiânia – Go.

PEDROSO, L. W. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra.** 2012, 271p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

PIVA, C.; DORNELES, L. D.; SPILIMBERGO, A. P. **Utilizando Software Livres para Explorar Conceitos de Trigonometria.** X Encontro de Educação Matemática. Salvador – Ba, 2010

SOUZA, J. I. G. de. **Utilização do Software Geogebra no Ensino das Funções Trigonômétricas.** 2014, 93p. Dissertação de Mestrado em Matemática. Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará. Juazeiro do Norte – Ce.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática Ensino Médio.** 6ª ed. Volume 2. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. **Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade.** Ciênc. Educ., Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013

TERENCE, A. C. F.; FILHO, E. E. **Abordagem quantitativa, qualitativa e a utilização da pesquisa-ação nos estudos organizacionais.** XXVI ENEGEP - Fortaleza, CE, Brasil, 9 a 11 de Outubro de 2006.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO AOS DISCENTES

Questionário aos discentes

Questionário para os discentes, referente à Dissertação de Mestrado do programa PROFMAT, sobre Funções Trigonométricas Seno e Cosseno. Caro aluno, responda este questionário para avaliação diagnóstica, do projeto de pesquisa, peço sinceridade nas respostas. Ressaltando que somente o mestrando responsável por este trabalho terá acesso as suas respostas. É fundamental a participação de todos.

Grato por sua participação,

Eilson Santiago – Mestrando do programa Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT - UESB – Campus Vitória da Conquista

Nome:.....

1- Sexo: () Feminino () Masculino

Idade:.....

2- Na sua casa possui computador? () Sim () Não

3- Possui Internet? () Sim () Não

4- Você gosta de estudar matemática? () Sim () Não

5- Tem dificuldades em aprender matemática? () Sim () Não

6- Você considera seu conhecimento em matemática:

() ótimo () bom () regular () ruim

7- Você possui alguma dificuldade em usar computador?Comente.

8- Em sua vida escolar já fez uso de algum software educacional?Qual?

9- Você conhece alguma aplicação pratica do cotidiano em relação à trigonometria ou funções trigonométricas, se sim quais.

APÊNDICE B – ATIVIDADES COM GEOGEBRA

ATIVIDADE 1

Objetivo: Construir o Círculo Trigonométrico no software Geogebra e identificar os valores das funções *seno* e *coseno* no mesmo.

Círculo Trigonométrico

Sugerimos para a construção do círculo trigonométrico uma sequência de passos a seguir apresentados:

1º Passo: Marcar o centro e o raio do círculo trigonométrico, os pontos A e B. Clique no campo *entrada* e crie os pontos $A(0,0)$ e $B(1,0)$ digitando $A = (0,0)$ e em seguida $B = (1,0)$.

2º Passo: Construção do círculo. Clique na *seta* da *Ferramenta*  e selecione *Circulo dados Centro e um de seus Pontos*, e em seguida selecione os pontos $A(0,0)$ e $B(1,0)$, construindo o círculo de centro em A e raio unitário.

3º Passo: Marcação de um ponto sobre a circunferência. Clique no botão  e em seguida clique sobre a circunferência.

4º Passo: Construção de uma reta perpendicular ao eixo x e secante a circunferência em C.

Clique na *seta* da *Ferramenta*  e selecione *Reta Perpendicular* e em seguida clique no eixo x e no ponto C.

5º Passo: Identificação e leitura dos valores do seno e cosseno no ciclo trigonométrico. As coordenadas do ponto $C(x,y)$, são os valores do cosseno e seno, respectivamente. A primeira coordenada (x) do cosseno e a segunda (y) do seno.

6º Passo: Identificação do ângulo. Clique na ferramenta  e em seguida nos pontos B, A e C .

7º Passo: Leitura do *Sen* e *Cossen* em função do ângulo. Clique e segure sobre o ponto C movimentando e selecionando o ângulo desejado, em seguida faça as leituras das coordenadas de C na *Janela de Álgebra*.

ATIVIDADE 2

Objetivos: construir e reconhecer um gráfico das funções $f(x) = \text{sen}(x)$ e $f(x) = \text{cos}(x)$.

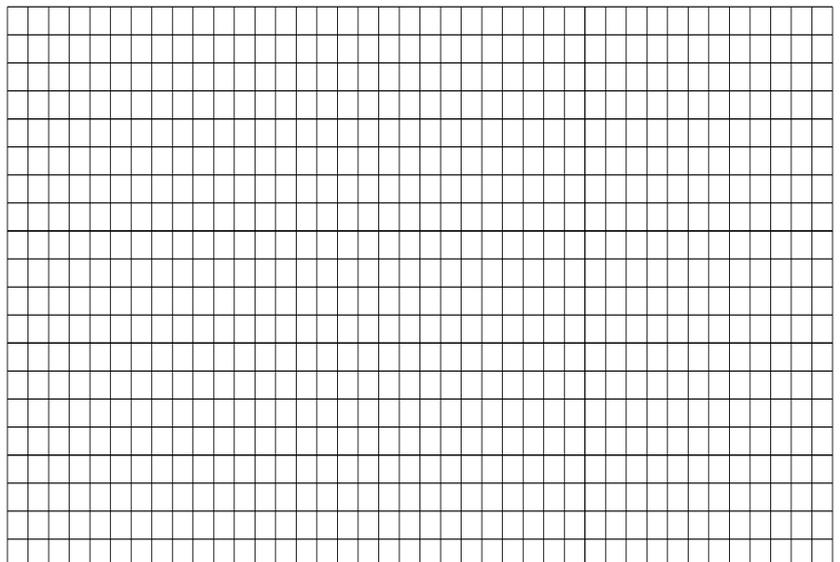
Utilizando-se dos valores identificados no ciclo trigonométrico, preencha as Tabela 1 e 2, e construa os gráficos das funções $f(x) = \text{sen}(x)$ e $f(x) = \text{cos}(x)$. Utilize as malhas 1 e 2 para construção dos gráficos.

➤ Função Seno.

Tabela 1 – Função seno

X	$f(x) = \text{sen}(x)$
0°	
30°	
45°	
60°	
90°	
120°	
135°	
150°	
180°	
210°	
225°	
240°	
270°	
300°	
315°	
330°	
360°	

Malha 1

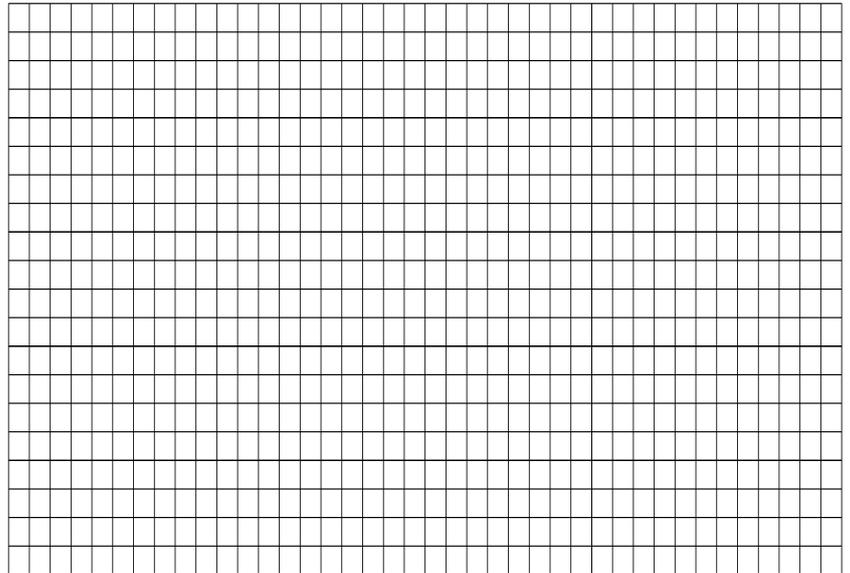


➤ Função Cosseno.

Tabela 2 – Função cosseno

X	$f(x) = \cos(x)$
0°	
30°	
45°	
60°	
90°	
120°	
135°	
150°	
180°	
210°	
225°	
240°	
270°	
300°	
315°	
330°	
360°	

Malha 2



ATIVIDADE 3

TAREFA I

Objetivo: Construir o gráfico da função Seno $f(x) = \text{sen}(x)$, e observar as variações da imagem e período da função, através do software Geogebra.

➤ Função Seno.

Procedimentos:

1. Configurações do Geogebra. Entre no menu *Opções, Configurações, Janela de Visualizações, Eixo x* em *Distância* coloque $\frac{\pi}{2}$.
2. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin(x)$.
3. Em Seguida responda:
 - 3.1. Qual o domínio da função?
 - 3.2. Qual a imagem da função?
 - 3.3. Qual o período da função?
4. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = 2\sin(x)$.
5. Em Seguida responda:
 - 5.1. Qual o domínio da função?
 - 5.2. Qual a imagem da função?
 - 5.3. Qual o período da função?
6. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \frac{1}{2}\sin(x)$.
7. Em Seguida responda:
 - 7.1. Qual o domínio da função?
 - 7.2. Qual a imagem da função?
 - 7.3. Qual o período da função?
8. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin(2x)$.
9. Em Seguida responda:
 - 9.1. Qual o domínio da função?
 - 9.2. Qual a imagem da função?
 - 9.3. Qual o período da função?
10. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$.

11. Em Seguida responda:

- 11.1. Qual o domínio da função?
- 11.2. Qual a imagem da função?
- 11.3. Qual o período da função?

12. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = -\sin(x)$.

13. Em Seguida responda:

- 13.1. Qual o domínio da função?
- 13.2. Qual a imagem da função?
- 13.3. Qual o período da função?

14. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin(x + 1)$.

15. Em Seguida responda:

- 15.1. Qual o domínio da função?
- 15.2. Qual a imagem da função?
- 15.3. Qual o período da função?

16. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin(x - 1)$.

17. Em Seguida responda:

- 17.1. Qual o domínio da função?
- 17.2. Qual a imagem da função?
- 17.3. Qual o período da função?

18. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin(x) + 2$.

19. Em Seguida responda:

- 19.1. Qual o domínio da função?
- 19.2. Qual a imagem da função?
- 19.3. Qual o período da função?

20. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \sin(x) - 2$.

21. Em Seguida responda:

- 21.1. Qual o domínio da função?
- 21.2. Qual a imagem da função?
- 21.3. Qual o período da função?

TAREFA II

Objetivo: Construir o gráfico da função Cosseno $f(x) = \cos(x)$, e observar as variações da imagem e período da função, através do software Geogebra.

➤ Função Cosseno.

Procedimentos:

1. Configurações do Geogebra. Entre no menu *Opções, Configurações, Janela de Visualizações, Eixo x* em *Distância* coloque $\frac{\pi}{2}$.
2. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos(x)$.
3. Em Seguida responda:
 - 3.1. Qual o domínio da função?
 - 3.2. Qual a imagem da função?
 - 3.3. Qual o período da função?
4. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = 2\cos(x)$.
5. Em Seguida responda:
 - 5.1. Qual o domínio da função?
 - 5.2. Qual a imagem da função?
 - 5.3. Qual o período da função?
6. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \frac{1}{2}\cos(x)$.
7. Em Seguida responda:
 - 7.1. Qual o domínio da função?
 - 7.2. Qual a imagem da função?
 - 7.3. Qual o período da função?
8. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos(2x)$.
9. Em Seguida responda:
 - 9.1. Qual o domínio da função?
 - 9.2. Qual a imagem da função?
 - 9.3. Qual o período da função?
10. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.
11. Em Seguida responda:

- 11.1. Qual o domínio da função?
 - 11.2. Qual a imagem da função?
 - 11.3. Qual o período da função?
12. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = -\cos(x)$.
13. Em Seguida responda:
- 13.1. Qual o domínio da função?
 - 13.2. Qual a imagem da função?
 - 13.3. Qual o período da função?
14. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos(x + 1)$.
15. Em Seguida responda:
- 15.1. Qual o domínio da função?
 - 15.2. Qual a imagem da função?
 - 15.3. Qual o período da função?
16. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos(x - 1)$.
17. Em Seguida responda:
- 17.1. Qual o domínio da função?
 - 17.2. Qual a imagem da função?
 - 17.3. Qual o período da função?
18. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos(x) + 2$.
19. Em Seguida responda:
- 19.1. Qual o domínio da função?
 - 19.2. Qual a imagem da função?
 - 19.3. Qual o período da função?
20. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = \cos(x) - 2$.
21. Em Seguida responda:
- 21.1. Qual o domínio da função?
 - 21.2. Qual a imagem da função?
 - 21.3. Qual o período da função?

ATIVIDADE 4

TAREFA I

Objetivo: Investigar os *efeitos* das mudanças nos parâmetros a , b , c e d , $f(x) = [a * \sin(b * x + c)] + d$, com auxílio do *software Geogebra* nas funções *seno* e *coosseno*.

➤ Função Seno.

Procedimentos:

1. Configurações do Geogebra. Entre no menu *Opções, Configurações, Janela de Visualizações*, *Eixo x* em *Distância* coloque $\frac{\pi}{2}$, e no *Eixo y* em *Distância* coloque 1.
2. Inserção dos parâmetros a , b , c e d . Clique no comando  e na janela de visualização 4 vezes.
3. Configuração dos parâmetros. Clique sobre os parâmetros a , b , c e d com o botão direito do mouse e selecione *Propriedades e Controle Deslizante* e insira intervalo mínimo de -5 e máximo de 5 com incremento de 1 para os parâmetros a , b , e d e para o c configure intervalo mínimo de -5 e máximo de 5 com incremento de 0.1.
4. Digite no campo entrada do Geogebra, a fórmula $f(x) = a * \sin(b * x + c) + d$.
5. Deixe os parâmetros $b=1$, $c=0$ e $d = 0$ e movimente o parâmetro a .
6. Observe a variação do gráfico e responda: **O que a variação do parâmetro 'a' faz na função?**
7. Deixe os parâmetros $a=1$, $c=0$ e $d = 0$ e movimente o parâmetro b .
8. Observe a variação do gráfico e responda: **O que a variação do parâmetro 'b' faz na função?**
9. Deixe os parâmetros $a=1$, $b=1$ e $d = 0$ e movimente o parâmetro c .
10. Observe a variação do gráfico e responda: **O que a variação do parâmetro 'c' faz na função?**
11. Deixe os parâmetros $a=1$, $b=1$ e $c = 0$ e movimente o parâmetro d .
12. Observe a variação do gráfico e responda: **O que a variação do parâmetro 'd' faz na função?**

APÊNDICE C – ATIVIDADES SEM USO DO GEOGEBRA

ATIVIDADE 1

Objetivo: Construir o Círculo Trigonométrico e identificar os valores da função *seno* e representar o gráfico da mesma.

Círculo Trigonométrico

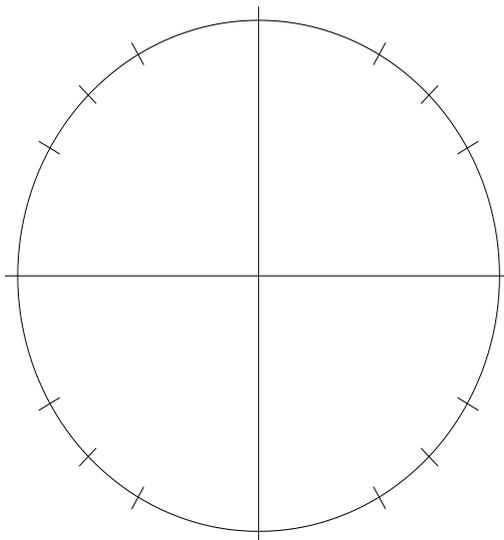
Sugerimos para a construção do círculo trigonométrico uma sequência de passos a seguir apresentados:

1º Passo: Construção do círculo. Marcar os ângulos no ciclo trigonométrico e identifique os quadrantes no mesmo. Dado o círculo de raio unitário abaixo indique os 4 quadrantes no mesmo e marque os ângulos de 30°, 45°, 30°, 90°, 120°, 135°, 150°, 180°, 210°, 225°, 240°, 270°, 300°, 315°, 330° e 360°.

2º Passo: Identificar os valores seno no mesmo, sabendo que o valor do seno é a distância entre a projeção do ponto sobre o eixo das ordenadas até a origem.

3º Passo: Construção do gráfico do Seno. Identificados os valores no ciclo trigonométrico, preencha a Tabela – 3, e represente a função $f(x) = \text{sen}(x)$ utilizando a malha 3 para construção do gráfico.

Figura 12: Ciclo trigonométrico seno atividade 1



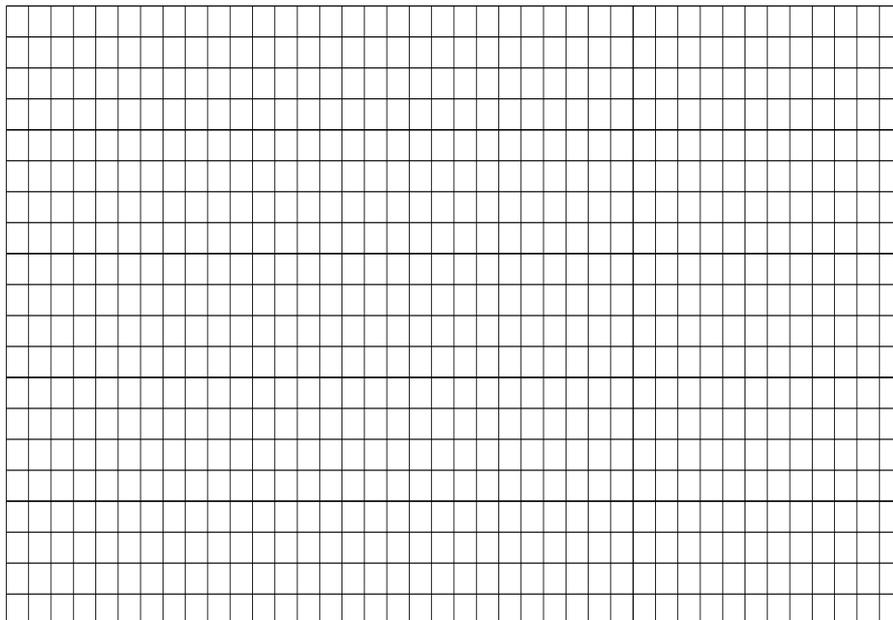
➤ Função Seno.

Tabela 3 - Atividade 1

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	X	$f(x) = \text{sen}(x)$
0°		210°	
30°		225°	
45°		240°	
60°		270°	
90°		300°	
120°		315°	
135°		330°	
150°		360°	
180°			

Trace o gráfico da Função Seno

Malha 3



ATIVIDADE 2

Objetivo: Construir o Ciclo Trigonométrico e identificar os valores da função *cosseno* e representar o gráfico da mesma.

Ciclo Trigonométrico

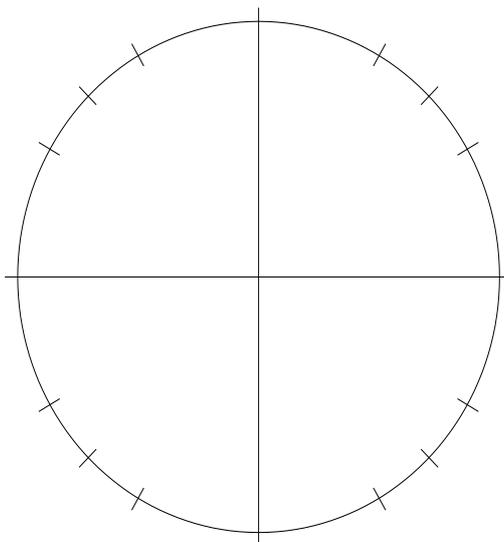
Sugerimos para a construção do círculo trigonométrico uma sequência de passos a seguir apresentados:

1º Passo: Construção do círculo. Marcar os ângulos no ciclo trigonométrico e identifique os quadrantes no mesmo. Dado o círculo de raio unitário abaixo indique os 4 quadrantes no mesmo e marque os ângulos de 30°, 45°, 30°, 90°, 120°, 135°, 150°, 180°, 210°, 225°, 240°, 270°, 300°, 315°, 330° e 360°.

2º Passo: Identificar os valores cosseno no mesmo, sabendo que o valor do cosseno é a distância entre a projeção do ponto sobre o eixo das abscissas até a origem.

3º Passo: Construção do gráfico do Cosseno. Identificados os valores no ciclo trigonométrico, preencha a Tabela – 4, e represente a função $f(x) = \cos(x)$ utilizando a malha 4 para construção do gráfico.

Figura 13: Ciclo trigonométrico cosseno atividade 2

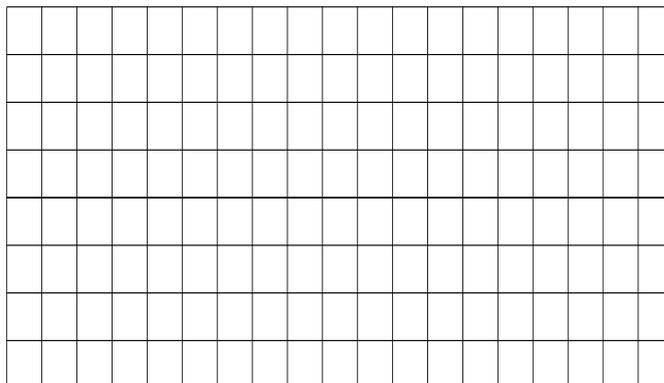


➤ Função Cosseno.

Tabela 4 - Atividade 2

X	$f(x) = \cos(x)$	x	$f(x) = \cos(x)$
0°		210°	
30°		225°	
45°		240°	
60°		270°	
90°		300°	
120°		315°	
135°		330°	
150°		360°	
180°			

Trace o gráfico da Função Cosseno

Malha 4

ATIVIDADE 3

TAREFA I

Objetivo: Construir os gráficos da função Seno e investigar os *efeitos* das mudanças quando alteramos os parâmetros a , b , c e d , da função $f(x) = [a * \text{sen}(b * x + c)] + d$.

➤ Função Seno.

Procedimentos:

➤ $f(x) = \text{sen}(x)$

22. Preencha a Tabela 5 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 5.

23. Em Seguida responda:

23.1. Qual o domínio da função?

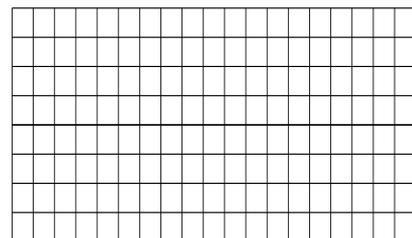
23.2. Qual a imagem da função?

23.3. Qual o período da função?

Tabela 5 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	X	$f(x) = \text{sen}(x)$
0°		210°	
30°		225°	
45°		240°	
60°		270°	
90°		300°	
120°		315°	
135°		330°	
150°		360°	
180°			

Malha 5



➤ $f(x) = 2\text{sen}(x)$

24. Preencha a Tabela 6 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 6.

25. Em Seguida responda:

25.1. Qual o domínio da função?

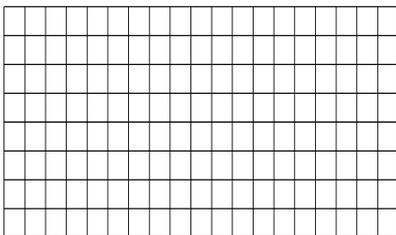
25.2. Qual a imagem da função?

25.3. Qual o período da função?

Tabela 6 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = 2\text{sen}(x)$	x	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = 2\text{sen}(x)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 6



$$\triangleright f(x) = \frac{1}{2} \text{sen}(x)$$

26. Preencha a Tabela 7 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 7.

27. Em Seguida responda:

27.1. Qual o domínio da função?

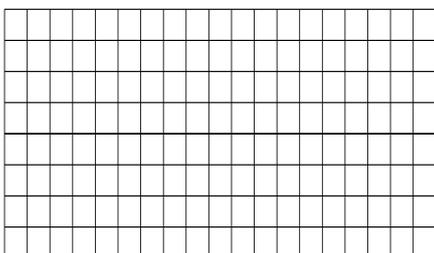
27.2. Qual a imagem da função?

27.3. Qual o período da função?

Tabela 7 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \frac{1}{2} \text{sen}(x)$	x	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \frac{1}{2} \text{sen}(x)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 7



28. Observe a variação dos gráficos e responda: *O que a variação do parâmetro 'a' faz na função?*

➤ $f(x) = \text{sen}(2x)$

29. Preencha a Tabela 8 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 8.

30. Em Seguida responda:

30.1. Qual o domínio da função?

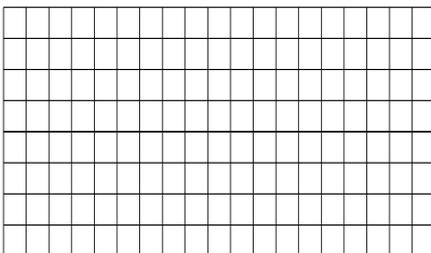
30.2. Qual a imagem da função?

30.3. Qual o período da função?

Tabela 8 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$2x$	$f(x) = \text{sen}(2x)$	X	$2x$	$f(x) = \text{sen}(2x)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 8



➤ $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

31. Preencha a Tabela 9 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 9.

32. Em Seguida responda:

32.1. Qual o domínio da função?

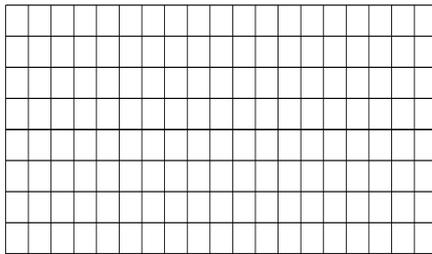
32.2. Qual a imagem da função?

32.3. Qual o período da função?

Tabela 9 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$\frac{x}{2}$	$f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$	X	$\frac{x}{2}$	$f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$
0°			420°		
60°			450°		
90°			480°		
120°			540°		
180°			600°		
240°			630°		
270°			660°		
300°			720°		
360°					

Malha 9



33. Observe a variação dos gráficos e responda: *O que a variação do parâmetro 'b' faz na função?*

➤ $f(x) = \text{sen}(x + 30^\circ)$

34. Preencha a Tabela 10 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 10.

35. Em Seguida responda:

35.1. Qual o domínio da função?

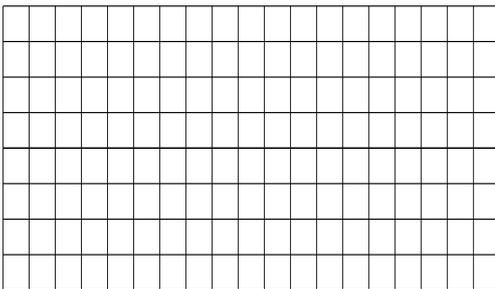
35.2. Qual a imagem da função?

35.3. Qual o período da função?

Tabela 10 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x + 30^\circ)$	x	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x + 30^\circ)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 10



➤ $f(x) = \text{sen}(x - 30^\circ)$

36. Preencha a Tabela 11 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 11.

37. Em Seguida responda:

37.1. Qual o domínio da função?

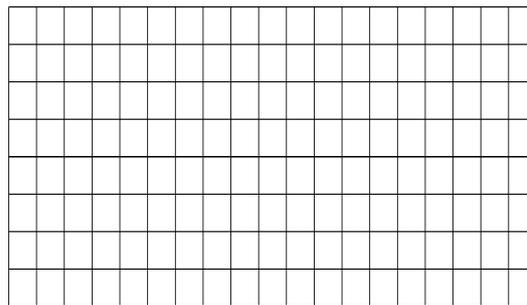
37.2. Qual a imagem da função?

37.3. Qual o período da função?

Tabela 11 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x - 30^\circ)$	x	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x - 30^\circ)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 11



38. Observe a variação do gráfico e responda: ***O que a variação do parâmetro 'c' faz na função?***

➤ $f(x) = \text{sen}(x) + 2$

39. Preencha a Tabela 12 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 12.

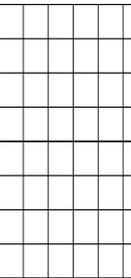
40. Em Seguida responda:

- 40.1. Qual o domínio da função?
- 40.2. Qual a imagem da função?
- 40.3. Qual o período da função?

Tabela 12 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x) + 2$	X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x) + 2$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 12



➤ $f(x) = \text{sen}(x) - 2$

41. Preencha a Tabela 13 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 13.

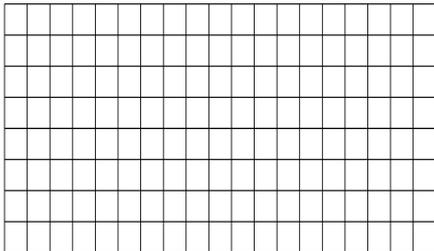
42. Em Seguida responda:

- 42.1. Qual o domínio da função?
- 42.2. Qual a imagem da função?
- 42.3. Qual o período da função?

Tabela 13 - Atividade 3 (Tarefa 1)

X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x) - 2$	X	$f(x) = \text{sen}(x)$	$f(x) = \text{sen}(x) - 2$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 13



43. Observe a variação do gráfico e responda: ***O que a variação do parâmetro 'd' faz na função?***

ATIVIDADE 3

TAREFA II

Objetivo: Construir os gráficos da função Cosseno e investigar os ***efeitos*** das mudanças quando alteramos os parâmetros a , b , c e d , da função $f(x) = [a * \cos(b * x + c)] + d$.

- Função Seno.

Procedimentos:

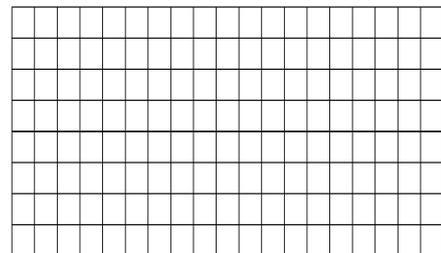
➤ $f(x) = \cos(x)$

1. Preencha a Tabela 14 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 14.
2. Em Seguida responda:
 - 2.1. Qual o domínio da função?
 - 2.2. Qual a imagem da função?
 - 2.3. Qual o período da função?

Tabela 14 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	X	$f(x) = \cos(x)$
0°		210°	
30°		225°	
45°		240°	
60°		270°	
90°		300°	
120°		315°	
135°		330°	
150°		360°	
180°			

Malha 14

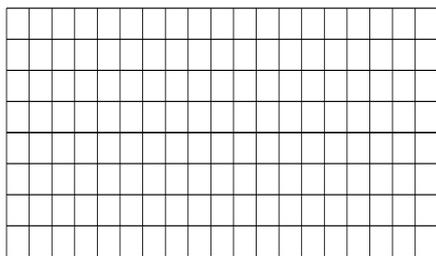


➤ $f(x) = 2\cos(x)$

3. Preencha a Tabela 15 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 15.
4. Em Seguida responda:
 - 4.1. Qual o domínio da função?
 - 4.2. Qual a imagem da função?
 - 4.3. Qual o período da função?

Tabela 15 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = 2\cos(x)$	x	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = 2\cos(x)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 15

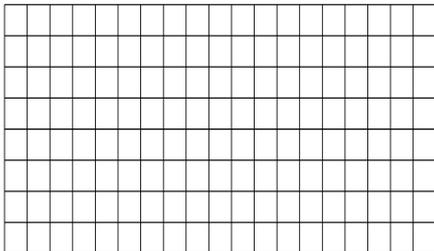
$$\triangleright f(x) = \frac{1}{2}\cos(x)$$

5. Preencha a Tabela 16 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 16.
6. Em Seguida responda:
 - 6.1. Qual o domínio da função?
 - 6.2. Qual a imagem da função?
 - 6.3. Qual o período da função?

Tabela 16 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \frac{1}{2} \cos(x)$	x	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \frac{1}{2} \cos(x)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 16



7. Observe a variação dos gráficos e responda: *O que a variação do parâmetro 'a' faz na função?*

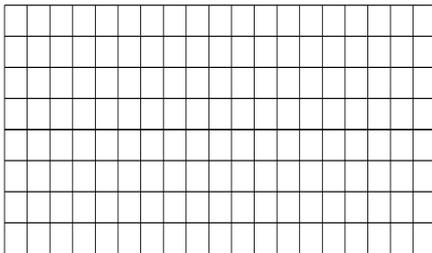
➤ $f(x) = \cos(2x)$

8. Preencha a Tabela 17 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 17.
9. Em Seguida responda:
- 9.1. Qual o domínio da função?
 - 9.2. Qual a imagem da função?
 - 9.3. Qual o período da função?

Tabela 17 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$2x$	$f(x) = \cos(2x)$	x	$2x$	$f(x) = \cos(2x)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 17



$$\triangleright f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

10. Preencha a Tabela 18 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 18.

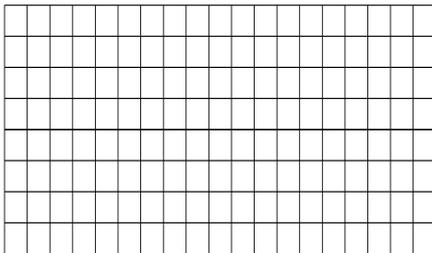
11. Em Seguida responda:

- 11.1. Qual o domínio da função?
- 11.2. Qual a imagem da função?
- 11.3. Qual o período da função?

Tabela 18 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$\frac{x}{2}$	$f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$	X	$\frac{x}{2}$	$f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
0°			420°		
60°			450°		
90°			480°		
120°			540°		
180°			600°		
240°			630°		
270°			660°		
300°			720°		
360°					

Malha 18



12. Observe a variação dos gráficos e responda: *O que a variação do parâmetro 'b' faz na função?*

➤ $f(x) = \cos(x + 30^\circ)$

13. Preencha a Tabela 19 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 19.

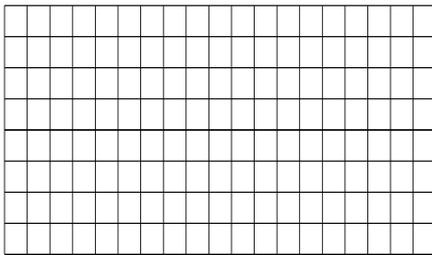
14. Em Seguida responda:

- 14.1. Qual o domínio da função?
- 14.2. Qual a imagem da função?
- 14.3. Qual o período da função?

Tabela 19 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x + 30^\circ)$	X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x + 30^\circ)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 19



➤ $f(x) = \cos(x - 30^\circ)$

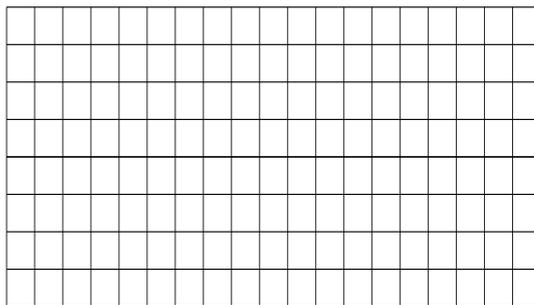
15. Preencha a Tabela 20 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 20.

16. Em Seguida responda:

- 16.1. Qual o domínio da função?
- 16.2. Qual a imagem da função?
- 16.3. Qual o período da função?

Tabela 20 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x - 30^\circ)$	X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x - 30^\circ)$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 20

17. Observe a variação do gráfico e responda: ***O que a variação do parâmetro 'c' faz na função?***

➤ $f(x) = \cos(x) + 2$

18. Preencha a Tabela 21 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 21.

19. Em Seguida responda:

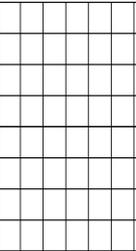
- 19.1. Qual o domínio da função?
- 19.2. Qual a imagem da função?
- 19.3. Qual o período da função?

Tabela 21 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x) + 2$	X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x) + 2$

0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		
135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha
21



➤ $f(x) = \cos(x) - 2$

20. Preencha a Tabela 22 abaixo e em seguida esboce o gráfico utilizando a malha 22.

21. Em Seguida responda:

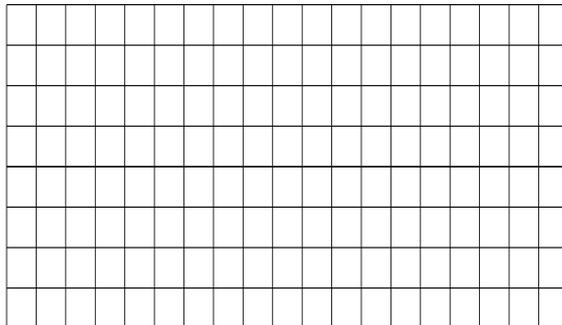
- 21.1. Qual o domínio da função?
- 21.2. Qual a imagem da função?
- 21.3. Qual o período da função?

Tabela 22 - Atividade 3 (Tarefa 2)

X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x) - 2$	X	$f(x) = \cos(x)$	$f(x) = \cos(x) - 2$
0°			210°		
30°			225°		
45°			240°		
60°			270°		
90°			300°		
120°			315°		

135°			330°		
150°			360°		
180°					

Malha 22



22. Observe a variação do gráfico e responda: *O que a variação do parâmetro 'd' faz na função?*

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO AVALIATIVO COM USO DO *SOFTWARE*

Questionário para os discentes, referente à Dissertação de Mestrado do programa PROFMAT, sobre Funções Trigonométricas Seno e Cosseno. Caro aluno, responda este questionário para avaliação dos resultados da sequência didática aplicada, peço sinceridade nas respostas.

Ressaltando que somente a acadêmica responsável por este trabalho terá acesso as suas respostas. É fundamental a participação de todos.

Grato por sua participação,

Eilson Santiago – Mestrando do programa Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT - UESB – Campus Vitória da Conquista

Nome:.....

1. Você apresentou alguma dificuldade no uso do software Geogebra? Quais?

2. As sequências de atividades despertaram o interesse e sua curiosidade pelo conteúdo abordado? Comente.

 sim não

3. Você acha que o uso de software computacional, ajudou no aprendizado das funções trigonométricas?

 sim não

4. Você gostaria de mais vezes conhecer e utilizar recursos computacionais, para o estudo de Matemática?

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO AVALIATIVO SEM USO DO SOFTWARE

Questionário para os discentes, referente à Dissertação de Mestrado do programa PROFMAT, sobre Funções Trigonométricas Seno e Cosseno. Caro aluno, responda este questionário para

