Leandro Sopeletto Carreiro

TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS SOB A PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Campos dos Goytacazes - RJ

Novembro, 2014

Leandro Sopeletto Carreiro

TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS SOB A PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro,como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Mikhail Vishnevskii Petrovich

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
Campos dos Goytacazes - RJ

Novembro, 2014

Leandro Sopeletto Carreiro
TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS SOB A PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA/ Leandro Sopeletto Carreiro. – Campos dos Goytacazes, 2014.
59 f. : il.
Dissertação (Mestrado em Matemática)-Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2014.
Orientador: Mikhail Vishnevskii Petrovich

Área de concentração: Matemática.
Bibliografia: f.50

1. Geometria espacial 2. Estudo da pirâmide 3. Realidade aumentada I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darci Ribeiro. II. Laboratório de Ciências Matemáticas. IV. Título

CDD 516.150785

Leandro Sopeletto Carreiro

TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS SOB A PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro,como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 28 de novembro de 2014 pela Comissão Examinadora

Prof. Paulo Sérgio Dias da Silva
D.Sc. - UENF

Prof. Geraldo de Oliveira Filho
D.Sc. - UENF

Profª. Silvia Cristina Freitas Batista
D.Sc. - IF FLUMINENSE

Mikhail Vishnevskii Petrovich
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
Campos dos Goytacazes - RJ

Novembro, 2014

Dedico a minha família que sempre me incentivou e deu forças para que seguisse adiante na missão de educar.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, que tantas graças tem me concedido.

Ao PROFMAT/SBM em parceria com a Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - UENF, que com o programa de Mestrado Profissional em Matemática tem contribuído significativamente para a qualificação dos professores de matemática do ensino básico de todo o Brasil.

A cada aluno do ciclo IV da turma de 2014 do Colégio Municipal Professora Elza Ibrahim, que com sua garra e esperança foram fonte de inspiração para a realização deste trabalho.

Aos meus professores e mestres que sempre estiveram dispostos a partilhar seus conhecimentos. Em especial ao professor Mikhail Vishnevskii Petrovich, que com sua vivência e sabedoria guiou meus passos na construção deste projeto.

Aos meus pais que, incondicionalmente, sempre estiveram ao meu lado me incentivando em todos os momentos da minha vida.

A minha esposa que acompanhou de perto todas as minhas angústias e dificuldades, me apoiando em cada momento.

A toda a minha família e amigos que sempre torceram por mim e pelo meu sucesso. Em especial, ao meu amigo João Paulo, que com suas indagações e sugestões contribuiu muito para a conclusão deste trabalho.

Ao amigo Thiago Jacomino que fez milagres com o LaTex.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração desta dissertação.

"É fundamental diminuir a distância entre o que se diz e o que se faz, de tal maneira que num dado momento a tua fala seja a tua prática.".

(Anatole France)

Resumo

Em suas atividades diárias, o ser humano pratica o saber informal, muitas vezes de forma inconsciente, lançando mão de estratégias diferentes para os mais diversos tipos de problemas. Quando falamos em matemática, pensamos imediatamente em um conjunto de fórmulas e teoremas, ou em contas muito complicadas. Na verdade, a matemática está presente nas atitudes mais simples e corriqueiras do dia a dia, como, por exemplo, juntar algumas moedas para pagar uma passagem, analisar e comparar os preços para decidir se compensa levar o shampoo de 200ml ou 400ml, na simetria e aerodinâmica dos instrumentos de caça dos índios, na habilidade que um feirante usa a balança de pratos e seus pesos. Enfim, são inúmeras as situações onde o saber matemático se faz presente na vida do homem e cada grupo se apropria e aperfeiçoa esses saberes de acordo com suas necessidades. Este trabalho tem como principal objetivo desenvolver e aplicar uma proposta para o ensino de alguns tópicos da matemática discreta sob a perspectiva da Etnomatemática, em turmas de Educação de Jovens e Adultos (EJA), estabelecendo um elo entre as experiências cotidianas trazidas por esses alunos e os saberes historicamente acumulados da humanidade. Foi utilizada, com o fim de obter dados importantes sobre o perfil do público em estudo, uma pesquisa qualitativa. Esse levantamento foi feito com alunos de uma instituição pública de ensino, por meio de um questionário investigativo. Com a análise dos dados, pode-se observar que trata-se de um público diferenciado e diversificado; pessoas de faixas etárias distintas e objetivos diversos. A fim de tornar os conteúdos abordados mais próximos das realidades dos alunos, foram adotadas atividades com situações cotidianas. Além disso, foi confeccionado um dominó de números racionais.

Palavras-chaves: Educação de Jovens e Adultos; Matemática Discreta; Etnomatemática; Proporção; Porcentagem; Matemática Financeira.

Abstract

In their daily activities, human beings practice informal knowledge, often unconsciously, by setting up different strategies for different types of problems. When we talk about mathematics, we immediately think of a set of formulas and theorems, or of very complicated calculations. Actually, math is present in the most simple and mundane actions of daily life like, for example, when gathering some coins in order to pay for a ticket, when reviewing and comparing prices in order to decide whether it pays to get the 200ml (6.7 floz) or 400ml (13.5 floz) shampoo, in the symmetry and aerodynamics of indigenous' hunting tools, in the skills used by a market trader to manage a twin-pan balance and their weights. In sum, there are countless situations where mathematical knowledge is present in human's life and each group will appropriate and improve this know-how to its own needs. This work aims to develop and implement a proposal for teaching some topics on discrete mathematics from the perspective of Ethnomatematics, in Education for Youth and Adults classes, establishing a link between the everyday experiences offered by these students and the knowledge historically accumulated by humanity. A qualitative research was used, in order to obtain interesting data on the profile of the public under study. That survey was run among students enrolled in a public education institution, through investigative questionnaire. With an analysis of data, it can be observed that they are a differentiated and diverse public; people of different age groups and diverse goals. Activities with everyday situations were used in order to make the content approached closer to the pupils' realities. Furthermore, was made a rational numbers' domino.

Key-words: Education for Youth and Adults; Discrete mathematics; Ethnomatematics; Proportion; Percentage; Mathematical finance.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

Introdução

Não é difícil notar, ao menos para aqueles observadores mais atentos, que no dia-a-dia de indivíduos, dos mais diversos segmentos da sociedade, a matemática vivenciada por cada um apresenta-se de maneira bastante distinta, em função do contexto sociocultural no qual eles estão imersos. Os aspectos que formam o conjunto de recursos matemáticos que, por exemplo, comerciantes, donas de casa, pedreiros ou costureiras dispõem, costumam ser mais ou menos "lapidados", na medida em que as experiências dessas pessoas exigem delas ao longo de suas vidas. O aproveitamento desses aspectos de compreensão matemática que foram mais desenvolvidos pelas experiências cotidianas dessas pessoas é essencial para a própria ampliação da compreensão da realidade e de mundo de cada uma delas. Para tanto, cabe ao professor estabelecer o elo entre os conteúdos curriculares presentes nos livros didáticos e as situações do cotidiano dos alunos. Na impossibilidade de se estabelecer essas relações, a matemática acaba por se caracterizar apenas como um conjunto de fórmulas e algoritmos sem sentido para esses alunos.

A disciplina de matemática não tem o papel de excluir as pessoas, tampouco o de classificá-las como "burras" ou inteligentes, mas sim o de desenvolver no educando o senso crítico, auxiliando-o na resolução de situações e problemas do cotidiano, dando condições para que ele desenvolva o raciocínio lógico e a capacidade de tomar decisões. Em um trecho do seu trabalho direcionado à Educação Matemática de Jovens e Adultos, (WANDERER, 2001) afirma que:

> *Considerando a cultura dos alunos, seus modos de lidar com o conhecimento, suas histórias e trajetórias, suas opiniões, penso que a Matemática pode receber um outro enfoque. Ao invés de um conjunto de técnicas e fórmulas descontextualizadas, o conhecimento matemático a que se conectar mais com a vida dos alunos, com suas formas de lidar com seu mundo social, auxiliando-os na compreensão e problematização de situações concretas de sua vida ((WANDERER, 2001), p. 35-36)*

Como mostra o trecho acima, o aproveitamento da bagagem cultural dos alunos e a correta contextualização dos conceitos matemáticos é algo que se transforma em um instrumento facilitador da aprendizagem da disciplina. É a partir disso que este trabalho foi concebido, ou seja, com o intuito de procurar estreitar a distância entre a matemática formal e a realidade dos alunos na sala de aula, por meio da apropriação dos saberes previamente adquiridos por eles, a fim de estabelecer conexões mais consistentes com os conteúdos de Matemática Discreta.

O primeiro capítulo consiste em uma revisão bibliográfica sobre a Etnomatemática, apresentando seus principais autores e suas ideias a respeito desse campo, passando pela conceituação do termo até a criação do Programa Etnomatemática, idealizado por Ubiratan D'Ambrosio. Por fim, explica-se a importância de se abordar tópicos de Matemática Discreta sob os pressupostos da Etnomatemática nas turmas de EJA (Educação de Jovens e Adultos).

O segundo capítulo aborda, de forma resumida, a trajetória da EJA no Brasil e como essa modalidade de ensino é concebida nos dias atuais.

No capítulo 3, é apresentado o procedimento metodológico adotado para a realização deste trabalho.

Os tópicos de Matemática Discreta são abordados no capítulo 4, onde é proposto o ensino desses conteúdos e a maneira pela qual os professores podem trabalhá-los, sob a concepção da Etnomatemática, com turmas de Educação de Jovens e Adultos do ciclo IV.

No capítulo 5, serão feitas algumas considerações sobre a resolução de problemas proposto por (POLYA, 1995) em seu livro *A arte de resolver problemas*. O autor apresenta um método para a resolução de problemas que se resume em quatro passos: compreensão do problema, estabelecimento de um Plano, execução do Plano e retrospecto.

No capítulo 6, é feita breve análise do questionário (Apêndice I) que foi aplicado a todos os alunos da turma tendo em vista traçar o perfil do público alvo. Também são apresentadas algumas reflexões e comentários dos alunos durante as atividades desenvolvidas ao longo do processo de ensino-aprendizagem realizado por meio de aulas e atividades.

Finalmente, a conclusão traz as principais considerações sobre o estudo realizado.

JUSTIFICATIVA

Geralmente os alunos da EJA são mais críticos que os alunos do ensino fundamental regular. Um dos fatores que tornam esse público mais crítico é o fato de serem mais velhos, ou seja, de trazerem consigo as experiências acumuladas ao longo da vida. (RAPPAPORT, 1988) descreve em seu estudo do Modelo Piagetiano:

> *[...] em cada fase de desenvolvimento, a criança consegue uma determinada organização mental que lhe permite lidar com o ambiente. Esta organização mental (equilíbrio) será modificada à medida em que o indivíduo conseguir atingir novas formas de compreender a realidade e de atuar sobre ela, e tenderá a uma forma final que será atingida na adolescência e que consistirá no padrão intelectual que persistirá durante a idade adulta. [...].*

É por isso que, frequentemente, esses estudantes costumam questionar mais sobre a utilidade ou a aplicabilidade de determinado conteúdo curricular em suas vidas, o que deixa, algumas vezes, o professor sem resposta. O docente deve estar preparado para lidar com esse público específico, e tentar mostrar como os conteúdos curriculares vistos na escola estão presentes no cotidiano dos seus alunos, a fim de tentar motivá-los a compreender o que está sendo ensinado. Percebendo que o professor não consegue convencê-los da necessidade de aprender tal disciplina e do quanto ela é importante para a sua formação como cidadão, o discente pode sentir-se desmotivado e vir a abandonar os estudos.

A Matemática Discreta, especificamente, possui tópicos de suma importância para as vidas dos alunos (em especial os da EJA), uma vez que, ao serem bem apreendidos, esses tópicos proporcionam uma melhor compreensão do meio em que vivem. É levando isso em consideração que serão abordados tópicos como: frações e suas representações na forma decimal e com denominador centesimal, razão, proporção, regras de três simples e composta, porcentagem, juros e descontos.

É possível afirmar que esse conteúdo é fundamental na vida do aluno, uma vez que o educando pode fazer uso desses conhecimentos para compreender como funcionam as relações entre grandezas, resolver uma grande variedade de problemas usando as regras de três simples e compostas, além de efetuar cálculos com frações, porcentagem, determinar acréscimos e descontos percentuais, juros e multas.

No caso específico da EJA, tal conteúdo deve receber uma atenção ainda maior, visto que esse público já enfrenta diversas situações nas quais esses conhecimentos são necessários. Por exemplo, uma cozinheira, ao adaptar uma receita para mais ou menos pessoas, um mestre de obras, ao fazer uma projeção sobre o tempo necessário para executar uma obra e seus custos. Além disso, na EJA os alunos precisam aprender conteúdos que sejam úteis diante das situações que enfrentam fora da escola, sem precisarem fazer um curso superior para desfrutar desses conhecimentos e, como exemplificado, o conteúdo de Matemática Discreta atende a algumas dessas necessidades.

Para tanto, a adoção da Etnomatemática como instrumento catalisador do processo de aprendizagem dos conceitos da Matemática Discreta é algo importante não apenas por valorizar o conhecimento matemático que os alunos já trazem consigo a partir de suas experiências vividas, mas também por permitir vivificar a matemática, mostrando como os conteúdos curriculares formais estão presentes no cotidiano do educando e de que maneira ele pode se apropriar desses conhecimentos para melhor compreender o mundo que o cerca.

Por acreditar que as ideias da Etnomatemática podem ser usadas como uma ferramenta metodológica estreitando a relação professor-aluno, é que surgiu a motivação para a elaboração deste trabalho.

OBJETIVOS

Este trabalho tem como principal finalidade elaborar e aplicar uma proposta de ensino de alguns tos de Matemca Discreta, sob os preceitos da Etnomatemca, em uma turma de Educa de Jovens e Adultos. Um aspecto fundamental na metodologia utilizada, se tratando da a da Etnomatemca, evar a autoestima dos alunos, permitindo-lhes enxergar que os conhecimentos acumulados e formados por eles ao longo de sua vida se suma importia no do ambiente escolar. Assim, um fator que deve estar presente em todas as aulas igo, por meio do qual os conceitos seriam construs a partir das ideias apresentadas pelos discentes sobre os contedos a serem estudados.

Os tos de Matemca Discreta que serpresentados aos alunos podem ser facilmente contextualizados com diversas situas vividas pelos mesmos em seu cotidiano. Com isso foi adotado um enfoque metodolo que trouxesse problemas reais dos alunos para integrarem as aulas. O jovem e adulto que busca as salas de aula da EJA, tem uma experiia de vida maior do que aqueles que frequentam o ensino bco regular, e essa experiia os levam a uma compreensaior do processo educacional. Compreender que os sujeitos jovens e adultos trabalhadores trazem consigo conhecimentos que vlaqueles reconhecidos como cientcos, produzidos no ambiente escolar, significa valorizar outros saberes que sonstitus e constituintes nestes sujeitos.

Nesse processo, o docente tem papel fundamental, ele deve atuar como mediador do processo de (re)constru do conhecimento, utilizando um "mdo que seja ativo, dialo, crco e criticista" ((FREIRE, 1979), p. 39), possibilitando uma intera maior entre docente e discente, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem.

Diante do exposto acima, tem-se os seguintes objetivos especcos:

- Usar os preceitos da Etnomatemca a fim de elevar a autoestima dos alunos;
- Valorizar os saberes adquiridos pelos alunos da EJA ao longo de sua vida;
- Facilitar o processo de ensino-aprendizagem dos discentes, tornando-os parceiros na constru de conceitos matemcos.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo refere-se à Etnomatemática como um viés que pode ser estabelecido no processo de ensino-aprendizagem dos alunos da EJA, sendo destacadas as diversas dimensões do Programa Etnomatemática apontadas por Ubiratan D'Ambrósio, idealizador do programa e uma das principais referências no Brasil sobre o tema em questão.

1.1 Considerações sobre a Etnomatemática

A trajetória da humanidade é marcada pela existência de diversos grupos com características e hábitos específicos em todas as regiões da Terra. Esses grupos se desenvolveram de acordo com as especificidades de suas necessidades, criando e aperfeiçoando saberes na medida em que isso era necessário. Também foi aperfeiçoado, dentre outros saberes, o pensamento matemático.

Ubiratan D'Ambrósio foi o primeiro a introduzir o termo Etnomatemática em 1977, em uma palestra proferida no Annual Meetingofthe American Association for the Advancementof Science, em Denver, nos Estados Unidos. Com o intuito de evidenciar a importância das raízes culturais na educação matemática é que esse termo foi concebido. Desde então surgiram várias conceituações ao termo. A definição mais abrangente permanece a proposta por (D'AMBR, 2009), afirmando que:

> *A aventura da espécie humana é identificada com a aquisição de estilos, de comportamentos e de conhecimentos para sobreviver e transcender nos distintos ambientes que ela ocupa, isto é, na aquisição de: modos, estilos, artes, técnicas (tica) - de explicar, aprender, conhecer, lidar com (matema) - o ambiente natural, social, cultural e imaginário (etno). ((D'AMBR, 2009), p. 02).*

Dessa forma, D'Ambrósio nos diz que a Etnomatemática é a matemática desenvolvida por determinado grupo devido a condições de sobrevivência, sendo construída, adaptada e utilizada de acordo com as necessidades grupais. Assim, podemos considerar como Etnomatemática, por exemplo, as maneiras específicas que cada grupo indígena utiliza para contar e ordenar objetos ou para fabricar artefatos de caça; a forma de trabalhar dos pedreiros, os quais sabem a quantidade de materiais a ser utilizada na construção; a maneira como o feirante manipula o dinheiro, utilizando formas diferentes de contar e fazer troco; ou ofício dos carpinteiros, com noções de dimensão e simetria, entre outros saberes geométricos. Foi pensando nessas diversas manifestações matemáticas cotidianas e acreditando em sua grande importância potencial em contribuir para o aprendizado matemático que Ubiratan D'Ambrósio criou o que ele chamou à época de Programa Etnomatemática.

Porém, antes de abordar o Programa Etnomatemática, cabe procurarmos entender as várias dimensões da Etnomatemática propostas por (D'AMBR, 2009). De forma a permitir um olhar mais amplo sobre a Etnomatemática, D'Ambrósio procurou desenvolver uma ordem teórica que contemplasse seis dimensões: conceitual, histórica, cognitiva, epistemológica, política e educacional.

A **Dimensão Conceitual** relata que todo ser humano vive e age de acordo com sua capacidade sensorial, responsável por responder às demandas materiais, o que chama de artefatos, e da sua criatividade, responsável pelo abstrato, denominada de mentefato. Cada indivíduo acumula os resultados da capacidade sensorial e da criatividade, acúmulo esse que vai gerando o conhecimento específico de cada ser. Esse conhecimento é compartilhado e compatibilizado com o grupo, o que gera a cultura do grupo.

A **Dimensão Histórica** aborda as várias etapas do conhecimento, mostrando que a etapa mais atual é responsável por fazer as críticas às etapas anteriores, o que irá acarretar uma seguinte. Essa dimensão nos permite perceber, por exemplo, que a fase intelectual da nossa época poderia ser equiparada, em termos de distinção crítica à fase anterior, ao que foi a Renascença em relação ao que era o conhecimento na Idade Média. A forma intelectual vigente tem o mesmo espírito renovado daquela vivida no período que sucedeu a era medieval. No campo da matemática, a Etnomatemática é uma expressão desse renascimento. (D'AMBR, 2009) demonstra essa evolução do conhecimento ao comparar, de forma geral, as ideias matemáticas compartilhadas e utilizadas por grupos indígenas brasileiros até a época do descobrimento do Brasil com as ideias que descendentes de muitos desses grupos usam nos dias atuais. O modo de contar usando os dedos das mãos (e, se necessário, os dos pés), que anteriormente era o suficiente para suprir as necessidades diárias de sobrevivência e os sistemas de explicações dessas comunidades indígenas, acabou cedendo cada vez mais lugar ao uso de calculadoras eletrônicas, pois esses equipamentos são indispensáveis às suas relações comerciais.

O autor relata ainda que, para se entender o jovem de hoje, precisa-se analisar o meio cultural em que ele está vivendo. Também enfatiza a necessidade de se analisar o currículo de matemática, visando observar se ele está sendo capaz de satisfazer as experiências individuais e coletivas dos grupos.

Na **Dimensão Cognitiva** aponta que, nos últimos anos, ideias matemáticas passaram a ser analisadas por cientistas da cognição. No ramo da tecnologia, exemplos desses estudos podem ser dados pelas calculadoras (quantitativo) e por robôs (qualitativo). Sobre a cognição, Conrado (2005) define:

> *Uma área do conhecimento que tem auxiliado a compreensão dos processos mentais desenvolvidos e identificados ao longo do processo cumulativo de geração de conhecimento, incluindo sua organização socio-intelectual e sua difusão (2005 apud (ESQUINCALHA, 2003), p. 49).*

Na **Dimensão Epistemológica**, (D'AMBR, 2009) define sistemas de conhecimento como "os fazeres e os saberes de uma cultura". Também faz uma crítica à epistemologia por ela concentrar-se no conhecimento já estabelecido, ignorando novas possibilidades e horizontes de geração de conhecimento.

Na **Dimensão Política**, é abordada a questão da dominação, na qual uma nação conquistadora pode interferir de forma agressiva na cultura dos conquistados, fazendo o que o autor denomina de remoção da sua historicidade. Onde os dominadores excluíam a religião, a língua, enfim, a cultura do dominado. Ao falar dessa dominação, (D'AMBR, 2009) afirma que o mesmo efeito acontece na escola, onde são impostos novos hábitos aos alunos, criando sistemas de seleção. A matemática é um modo de seleção, visto que, até os dias atuais, algumas crianças recebem punições por não conceberem alguns conceitos ditos como simples pelos professores. Acerca dessa dominação escolar, a Etnomatemática é um caminho possível de ser seguido para uma maior igualdade entre as culturas, promovendo o reconhecimento das raízes dos indivíduos embutidos nos diversos grupos, além do escolar. Por meio desse reconhecimento, os alunos passam a aceitar os hábitos dos demais e também acreditam mais nos seus próprios.

Na **Dimensão Educacional** discorre o que entende por boa matemática acadêmica, sendo essa, a matemática livre de conteúdos que podem ser considerados como inúteis ou obsoletos que muitas vezes são introduzidos nos currículos como forma de completar a carga horária dos cursos. Assim, a Etnomatemática defende essa chamada boa matemática como solução para o indivíduo se encaixar na sociedade de forma integral e civilizada. Segundo (D'AMBR, 2009), a proposta pedagógica da Etnomatemática é vivificar a matemática, apresentando-a em situações reais, fazendo críticas no aqui e no agora. Assim,será possível penetrar nas raízes culturais dos indivíduos, reconhecendo a importância dessas raízes para a educação.

Após ter abordado as seis dimensões da Etnomatemática, passemos ao Programa Etnomatemática. O termo "Programa Etnomatemática" surgiu durante o ICME 5 (sigla em inglês para o 5º Congresso Internacional de Educação Matemática), em agosto de 1984, em Adelaide, na Austrália. No congresso, D'Ambrósio mencionou que havia iniciado uma linha de pesquisa e que havia sido "motivado pela procura de entender o saber/fazer matemático ao longo da História da Humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidade, povos e nações" (D'AMBRÓSIO, 2002 apud (ESQUINCALHA, 2003), p. 04). Já no ano de 1985, o programa foi lançado internacionalmente por meio da criação e fundação do ISGEm - *International Study Groupon Ethnomathematics*. A conceituação do Programa Etnomatemática é proposta por D'Ambrósio da seguinte forma:

> *Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo ticas] para explicar,entender, conhecer, aprender para saber e fazer [que chamo matema] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo etnos]. Daí chamar o exposto acima de Programa Etnomatemática ((D'AMBR, 2009), p. 60).*

A partir da compreensão expressa acima, um ponto de partida na utilização da Etnomatemática como método e, sobretudo, ferramenta de trabalho em sala de aula para aproximação entre conteúdos curriculares formais e aqueles saberes trazidos de origens diversas, pode ser a introdução de estudos de casos retirados do cotidiano dos alunos. Assim, o professor deve procurar apresentar conteúdos em que essa contextualização seja logo percebida pelos estudantes. Alguns conteúdos em que tal percepção se dá são aqueles de Matemática Discreta, nos quais os alunos vêem claramente o que vivem no cotidiano, dentro do recinto escolar.

2 A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA) NO BRASIL

Neste Capítulo será feita uma breve apresentação sobre a percurso da Educação de Jovens e Adultos no Brasil, destacando seus aspectos históricos e o perfil dos alunos ao longo da sua trajetória.

(SAMPAIO, 2009), em seu Dossiê Temático diz que, o curso da educação de pessoas jovens e adultas no Brasil nos permite verificar que se trata de uma história de exclusões e desafios, marcada por um clima de imposição entre "conquistador" e "conquistado", acontecendo desde a descoberta do país. Nessa época, os índios adultos eram educados pelos jesuítas que lhes impuseram os costumes de Portugal. Assim, pode-se dizer que no Brasil a educação de adultos aconteceu antes mesmo que o Ensino Regular.

No decorrer da história da educação de jovens e adultos no Brasil são notórios muitos aspectos no âmbito do discurso sobre o direito à educação, tensões, contradições, conflitos entre os movimentos sociais e o Estado. Reforçando essa ideia, entre os pesquisadores (FRO, 2011) e (HADDAD; PIERRO, 2000), se usa uma afirmação recorrente de que as políticas de EJA se constituíram enquanto políticas de governo, não tendo nenhuma legislação que as tratou como política de Estado.

O marco inicial da educação para pessoas adultas no Brasil deu-se na década de 40 quando o Governo Federal lançou no ano de 1947 a Campanha de Educação de Adultos com o objetivo de possibilitar à população adulta analfabeta o direito à escolarização básica. Deve-se destacar que essa Campanha ocorreu logo após a promulgação da Constituição Federal de 1946, na qual a educação de adultos aparece como precondição para o exercício político de votar, já que analfabetos estão impedidos desse direito.

Na década de 50, Paulo Freire propôs uma pedagogia renovada, que levava em consideração as experiências vividas e a realidade do educando, e que este deveria ser um participante ativo no processo de educação. Mesmo estando encarregado de desenvolver o Programa Nacional de Alfabetização de Adultos, com o golpe militar de 1964 Freire foi exilado. Durante o Regime Militar, o processo instituído para se tratar da educação de pessoas jovens e adultas ficou emperrado, já que muitos professores e pesquisadores, defensores dos direitos humanos, passaram a ser perseguidos e reprimidos por oficiais. O país seguiu sem meios formais de educar os adultos até o ano de 1967, quando o governo federal criou o Mobral (Movimento Brasileiro de Alfabetização). Esse Programa do Governo Federal tinha como objetivo a alfabetização funcional de jovens e adultos, conduzindo a pessoa humana a adquirir técnicas de leitura, escrita e cálculo como meio de integrá-la a sua comunidade, permitindo melhores condições de vida. Com o fim do regime militar o Mobral foi extinto (STRELHOW, 2010).

A LDB de 1971 limitava o dever do Estado em oferecer ensino a crianças de 7 a 14 anos, porém reconhecia a educação de adultos como direito de cidadania. Em 1974, foi implantado o CES (Centro de Estudos Supletivos), que dava oportunidade de uma certificação rápida, mas superficial, com um ensino tecnicista e auto instrucional (STRELHOW, 2010).

A década de 1980 foi marcada pelo desenvolvimento de projetos e pesquisas na área da alfabetização de adultos e foi criada a Fundação Nacional para Educação de Jovens e Adultos em 1985 perdurando até 1990, quando as instituições públicas de ensino assumiram esse tipo de educação. Em 1988, a Constituição passou a garantir o Ensino Fundamental gratuito e obrigatório para todos (STRELHOW, 2010).

Em 1990, é lançado pelo Governo Collor, o Programa Nacional de Alfabetização e Cidadania (PNAC) que tinha como objetivo reduzir em 70% o número de analfabetos no país, em um período de 5 anos. Para isso, o governo cria a Comissão do Programa Nacional de Alfabetização e Cidadania, composta por diversas organizações e personalidades de notório conhecimento em programas de alfabetização. Porém, verificou-se uma completa desvinculação do Programa com a Comissão criada pelo governo, pois vários recursos eram liberados para diversas instituições e empresas que muitas vezes não tinham nenhuma preocupação na área de alfabetização (STRELHOW, 2010).

O governo de Itamar Franco compõe uma nova Comissão Nacional, que articulou a implantação de um programa sistemático, não apenas de alfabetização, mas também de garantia do ensino fundamental para jovens e adultos, em meio à construção do Plano Decenal de Educação para Todos (1993-2003) e às discussões para o projeto de Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (STRELHOW, 2010).

Nos anos 1990, a EJA teve a sua importância reconhecida em vários países devido às conferências organizadas pela Unesco. A partir de então, surgiu no Brasil uma mobilização a nível nacional com o intuito de diagnosticar, estabelecer metas e ações para essa modalidade de ensino (STRELHOW, 2010). A Lei de Diretrizes e Bases da Educação ((BRASIL, 1996)) garante igualdade de acesso, permanência na escola, ensino de qualidade, além da valorização da experiência extraescolar. É garantido, também, Ensino Fundamental obrigatório e gratuito, inclusive para os que não tiveram acesso a ele na idade adequada. O antigo ensino supletivo passou a se chamar Educação de Jovens e Adultos - EJA - e ganhou um sentido mais amplo: preparar e inserir ou reinserir o aluno no mercado de trabalho.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) estabeleceu no capítulo II, seção V a Educação de Jovens e Adultos, diz:

> *Art. 37. A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria.*
> *§1º Os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames.*
> *§2º O Poder Público viabilizará e estimulará o acesso e a permanência do trabalhador na escola, mediante ações integradas e complementares entre si.*
> *§3º A educação de jovens e adultos deverá articular-se, preferencialmente, com a educação profissional, na forma do regulamento.*
> *(Disponível em:*
> $< http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm >$*)*

A definição acima, reafirma o potencial de educação inclusiva e compensatória que essa modalidade de ensino possui. Os objetivos da educação no país são revistos, cabendo à escola a responsabilidade de formar o adulto trabalhador. Novas iniciativas, como a EJA e o Proeja, têm surgido a fim de garantir metodologias adequadas a discentes com esse perfil.

Dentre tantas outras dificuldades, um dos grandes desafios da EJA atualmente está na preparação dos professores. Apesar de estar sancionada em lei a formação de professores para a Educação de Jovens e Adultos, isso nem sempre acontece. Não é difícil verificar nos cursos de EJA, professores desorientados ou mal preparados, que por muitas vezes, só distingui essa modalidade de educação do Ensino Regular pela idade dos alunos e o tempo reduzido de estudo. Sem capacitação e acostumados com o currículo do Ensino Regular, os professores ficam sem saber como lidar com os alunos da EJA, optando por uma educação mecânica na qual depositam uma série de conteúdos sobre os alunos e esses são os responsáveis por aprendê-los ou não.

Notamos, com esse retrospecto da trajetória da EJA no Brasil, que alguns desafios dessa modalidade de ensino foram superados, porém ainda restam muitos outros a serem vencidos. Portanto, cabe a nós e às próximas gerações de educadores assumir uma parcela dessa responsabilidade e buscar meios de promover a inserção social desse público jovem e adulto.

2.1 As funções da EJA

De acordo com o artigo 208 da Constituição de 1.988 ((**??**) "O dever do Estado com a Educação será efetivado mediante a garantia de: ensino fundamental obrigatório e gratuito, assegurada inclusive, sua oferta gratuita para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria".

A citação acima mostra que desde uma criança até um idoso, todos têm igual direito à educação. Assim, mesmo conscientes de que a EJA é alvo de várias críticas acerca de sua eficácia, essa modalidade de ensino é a chance que muitas pessoas, com idade acima da habitual para estarem no ambiente escolar, têm de elevarem seus níveis de conhecimento. Mais que uma oportunidade, ela é um direito e deve ser oferecida de forma gratuita pelos poderes estadual e municipal.

De acordo com (FONSECA, 2005), são diversos os fatores que levam uma pessoa a abandonar a escola, dentre os quais destacam-se: o trabalho, já que muitas jovens e adolescentes ingressam no mercado de trabalho para ajudar nos gastos da família, não restando tempo nem energia para se dedicar aos estudos; as responsabilidades que devem ser assumidas são consideradas grandes demais e, por isso, os jovens preferem não participar delas; em alguns casos, não há vagas ou profissionais adequados para lecionar nas escolas.

É comum, quando somos levados a pensar sobre EJA, imaginar uma sala de aula repleta de alunos com idade superior à normal para a educação básica, em busca de melhores condições de viver socialmente e, em boa parte dos casos, de melhores condições financeiras. A ideia de retomar os estudos, muitas vezes, é encorajada pelo meio trabalhista em que o indivíduo está inserido, já que o cidadão sente-se atraído pela melhoria no cargo em que ocupa dentro da empresa, o que só é possível com um nível mais elevado de educação.

A EJA desempenha uma série de funções, dentre as quais destacam-se:

I. Função reparadora: não se refere apenas à entrada dos jovens e adultos no âmbito dos direitos civis, pela restauração de um direito a eles "negados" - o direito a uma escola de qualidade, mas também ao reconhecimento da igualdade ontológica de todo e qualquer ser humano de ter acesso a um bem real, social e simbolicamente importante. Porém, não podemos confundir a noção de reparação com a de suprimento. Para tanto, é indispensável um modelo educacional que crie situações pedagógicas satisfatórias para atender às necessidades de aprendizagem específicas de alunos jovens e adultos.

II. Função equalizadora: relaciona-se à igualdade de oportunidades, que possibilite oferecer aos indivíduos novas inserções no mundo do trabalho, na vida social, nos espaços das estéticas e nos canais de participação. Nessa linha, a EJA representa uma possibilidade de efetivar um caminho de desenvolvimento a todas as pessoas, de todas as idades, permitindo que jovens e adultos atualizem seus conhecimentos, mostrem habilidades, troquem experiências e tenham acesso a novas formas de trabalho e cultura.

III. Função qualificadora: refere-se à educação permanente, com base no caráter incompleto do ser humano, cujo potencial de desenvolvimento e de adequação pode se atualizar em quadros escolares ou não-escolares. Mais que uma função, é o próprio sentido da educação e jovens e adultos.

2.2 Orientações Metodológicas para Matemática na EJA

Em uma modalidade de ensino na qual o público alvo é composto de jovens e adultos, é natural que o aluno traga consigo uma série de conhecimentos matemáticos. É justamente por ter esse acúmulo de saber matemático, mesmo que informal, que muitos educandos sentem dificuldades em assimilar os conteúdos ensinados na escola, visto que é mais difícil desconstruir, ou reconstruir, os conceitos já formados. Daí tem-se um fator responsável pela evasão escolar dos adultos. Para lidar com esses conceitos formados pelo aluno é que o professor pode munir-se das ideias da Etnomatemática, no sentido de resgatar a bagagem cultural do aluno, já que ao trabalhar dessa forma o educador propicia ao discente a oportunidade de aprender o conteúdo a partir do conhecimento já formado, tornando-o capaz de refletir e tomar a decisão de como resolver determinado problema que aparecer em seu cotidiano.

Nesta perspectiva, as orientações metodológicas para EJA ((BRASIL, 2002)) destacam a importância de se trabalhar os conteúdos a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, pois na etapa de vida em que esse público se encontra, inumeráveis experiências foram construídas e elas são importantes para o aprendizado dos educandos. Os PCNEM ((BRASIL, 2000)) afirmam que os conteúdos ensinados devem ser trabalhados de forma contextualizada, para propiciar ao aluno a oportunidade de perceber o significado em aprender o tema trabalhado, sendo o educando estimulado a desenvolver sua autonomia intelectual. Quando os conteúdos são trabalhados dessa forma, a escola está retirando o discente da sua condição de expectador passivo para a de aluno atuante no processo ensino-aprendizagem. O MEC ((BRASIL, 2000)) orienta a organização dos conteúdos em rede para trabalhar matemática na EJA, seguindo critérios de contextualização e relação da matemática com outras áreas do conhecimento. O professor irá "tecer"a rede de conteúdos a serem trabalhados de forma que cada um deles esteja intimamente relacionado com os demais. Tal relação deve ser destacada pelo educador, levando os alunos a perceberem como o conteúdo trabalhado anteriormente é necessário ao atual.

Outro aspecto proposto nas orientações metodológicas da EJA ((BRASIL, 2002)) é o trabalho coletivo, no qual os educandos interagem uns com os outros, construindo o conhecimento de forma conjunta com os colegas e o professor. Com esta organização do trabalho, a proposta de resolução de problemas também se faz pertinente, visto que por meio dela, cada membro do grupo formado pode expor suas técnicas de resolver o problema proposto, contribuindo para que os outros membros tenham mais alternativas de resolução ao se depararem com situações semelhantes.

A Secretaria Municipal de Educação de Macaé prevê em sua Proposta Pedagógica para Referenciais Curriculares da Rede Municipal ((SEMED, 2012)) um olhar especial aos alunos da EJA, com um Currículo visando a diversidade e o conhecimento, considerando as características culturais e de interesse da comunidade da Unidade Escolar para uma educação integral. A proposta também destaca, a promoção da diversidade de saberes, de diálogos e a articulação de ações nos ambientes educacionais com a formação continuada específica para constituir a identidade de ações e da escola. Outros pontos específicos ao público da EJA são: estruturar a relação das modalidades de ensino com o mundo de trabalho; promover olhar diferenciado para o processo de leitura, escrita e inclusão; favorecer e incentivar as relações de cidadania e o domínio técnico para enfrentamento no mundo.

3 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

O presente trabalho traz uma proposta de ensino sobre alguns tópicos de Matemática Discreta sob a perspectiva da Etnomatemática, bem como inseri-los no currículo dos alunos da turma do quarto ciclo da Educação de Jovens e Adultos, equivalente ao 6º e ao 7º anos do Ensino Fundamental, no Colégio Municipal Professora Elza Ibrahim, localizado na cidade de Macaé - RJ, durante o primeiro semestre de 2014. A escola onde foi realiza a pesquisa se localiza em uma área periférica da cidade de Macaé, no bairro da Ajuda de Baixo. Além da EJA, que é oferecida nos ciclos I, II, III, IV e V aos alunos no período noturno, a escola também oferece Ensino Fundamental do 5º até o 9º ano escolar, nos períodos matutino e vespertino.

Tendo em vista a natureza desta proposta, fez-se necessário a adoção de um enfoque teórico-metodológico que permitisse, de um lado, a revisão bibliográfica sobre Etnomatemática e Educação de Jovens e Adultos e, de outro, que possibilitasse investigar os conhecimentos particulares de cada indivíduo. Conhecimentos que estão presentes no estudo de alguns tópicos de Matemática Discreta, além dos problemas enfrentados em sala de aula pelo público alvo deste trabalho.

Para tanto, a pesquisa qualitativa será um instrumento muito importante para o desenvolvimento do trabalho, permitindo explorar melhor toda a complexidade individual dos alunos na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. Isso permite ao pesquisador aproximar-se dos significados das questões focalizadas, mas estimulando a forma como eles são compreendidos e expressos pelos alunos, uma vez que, sem a utilização desse recurso proveniente de suas experiências de vida, esses alunos têm mais dificuldade em descrevê-los.

Para o melhor desenvolvimento da proposta de ensino e sua análise, utilizou-se o recurso da imersão do pesquisador no ambiente a ser estudado, aqui, a sala de aula. A finalidade disso foi observar o grupo e coletar dados importantes sobre os alunos, a fim de propor uma metodologia de trabalho que os ajudasse a melhorar sua aprendizagem. Assim sendo, realizou-se uma pesquisa-ação, isto é, uma modalidade de pesquisa qualitativa em que o objetivo, de acordo com (FIORENTINI; LORENZATO, 2007), está na análise e resolução de problemas relacionados à prática do pesquisador, onde é fundamental haver uma forte interação deste com os envolvidos no problema de pesquisa, neste caso, os alunos.

Para o desenvolvimento das ações, foi necessário percorrer uma trilha de investigação que pudesse caracterizar o público alvo dentro das especificidades de um grupo, e o primeiro instrumento utilizado para isso foi a observação. Na tentativa de obter algumas características individuais de cada aluno e o modo como a matemática é concebida por eles, foi lançado mão de um questionário investigativo para a formação de perfil (Apêndice I), que foi aplicado a todos os alunos da turma. Com esse questionário não foi possível levantar todas as informações necessárias para a elaboração da proposta, pois alguns deles apresentavam respostas distorcidas e algumas perguntas não foram respondidas. Para ter mais clareza das respostas dessas questões e ampliar a discussão, foi realizado um debate utilizando a técnica de grupo focal. Em seguida, no decorrer do semestre, foram ministradas aulas teóricas com atividades diversas para dar um suporte teórico sobre os tópicos de Matemática Discreta previstos neste trabalho. Essas aulas são fundamentais para que os alunos possam se situar melhor dentro da proposta, já que uma parte desse público está afastado da escola há muitos anos e apresentam muitas dificuldades em realizar cálculos.

Ao final de todas as aulas e atividades, foi realizado outro debate, também usando a técnica de grupo focal, com o intuito de ouvir dos alunos se a forma como as aulas foram ministradas, aproximando a matemática da vida do indivíduo, juntamente com as atividades realizadas, contribuiu para melhorar seu aprendizado enquanto alunos e, paralelamente , para a sua postura como cidadãos.

Além dos questionários para a formação do perfil dos alunos, também foram realizadas algumas atividades diagnósticas afim de identificar se os conceitos transmitidos em sala foram bem assimilados pelos alunos. Nessas atividades, buscamos relacionar os conteúdos estudados com as situações do cotidiano do aluno, mostrando suas aplicabilidades e o quanto podem ser úteis na resolução de problemas de ordem prática.

Como uma tentativa de elaborar uma ferramenta lúdica com o intuito de tornar o processo de ensino-aprendizagem mais agradável e também como uma forma de descontrair os alunos foi utilizado o "Dominó dos números racionais". Esse jogo é construído com base no dominó duplo 6, no qual os alunos se reuniram em grupos e confeccionaram as 28 peças que foram usadas. Nesse dominó, não teremos os números de 0 a 6 como no jogo clássico, mas sim, os números racionais nas suas mais diversas representações tais como: fração, número decimal finito, porcentagem e sua representação em forma de figura. É uma tentativa de fixar os conceitos básicos de matemática discreta em um jogo amplamente difundido como o dominó. Assim que as peças forem todas confeccionadas foi realizado um mini torneio como forma de interação entre os alunos da sala.

A análise do questionário, das discursões em sala de aula, atividades diagnósticas, bem como a aplicação da atividade "Dominó dos números racionais" será feita no capítulo 6 deste. Essa reflexão é importante para que se possa identificar, dentre os métodos aplicados, aqueles que tiveram bom aproveitamento no processo ensino-aprendizagem e, também, para aperfeiçoar ou até mesmo reformular aqueles que por ventura não foram satisfatórias para o alcance dos objetivos propostos nesta pesquisa.

4 TÓPICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA SOB A PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA

Neste capítulo iremos abordar alguns tópicos da Matemática Discreta, considerados elementares, porém de grande importância na vida pratica de qualquer pessoa, principalmente na dos educandos da EJA, já que estes, em sua maioria, não possuem esses conhecimentos de maneira formal. Destacamos, em alguns exemplos, comentários feitos pelos alunos durante a explicação do conteúdo nas aulas. Ainda neste capítulo faremos algumas considerações sobre a resolução de problemas.

4.1 Relembrando frações

As frações podem ter vários significados e podem ser aplicadas em diversas situações do nosso cotidiano. É muito importante que o aluno veja o quanto um conteúdo que ele aprende em sala de aula pode ajudá-lo a melhor entender e resolver problemas de ordem prática. Tomamos como exemplo base uma situação hipotética de uma obra em uma casa. Vejamos:

4.1.1 Ideia de fração: relação parte-todo

Exemplo: Observe a parte destacada na Figura 1. A parede da sala está dividida em duas partes iguais: em uma delas a pintura já foi feita, e na outra não. Que parte da parede já foi pintada? E que parte ainda resta pintar?

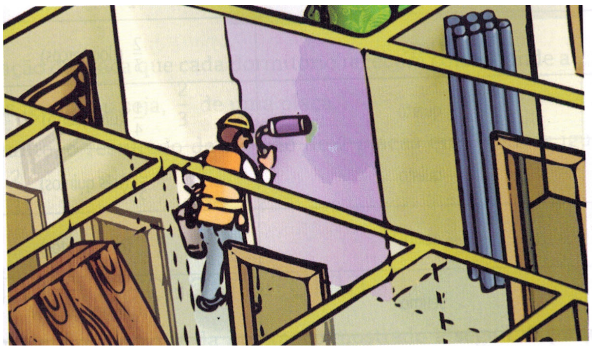

Figura 1 – Pintando a parede
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.153

Resolução:

Nessa situação:

- a parede representa o todo, a unidade (1) ou o inteiro;

- a parede está dividida em duas regiões iguais, de mesma área, das quais apenas uma está pintada.

Representamos a parte pintada da parede pela fração $\frac{1}{2}$.

2 é o denominador da fração: ele indica o número de partes iguais em que o todo foi dividido. No caso da parede, temos 2 partes, uma pintada e a outra não.

1 é o numerador da fração: ele indica a quantidade de partes iguais que são destacadas. No caso da parede, indica o número de partes pintadas.

O numerador e o denominador são os termos da fração.

A maioria dos alunos conseguiu responder corretamente o exemplo, ou seja, responderam que metade da parede está pintada e a outra metade ainda não foi pintada. Boa parte dos alunos não sabia que o termo "metade" representa a fração $\frac{1}{2}$.

4.1.2 Ideia de fração: quociente de uma divisão

Exemplo: Considere o destaque da ilustração mostrado na Figura 2. Os dois painéis de madeira devem ser divididos igualmente para decorar as paredes dos três dormitórios. Que parte de uma placa receberá cada dormitório?

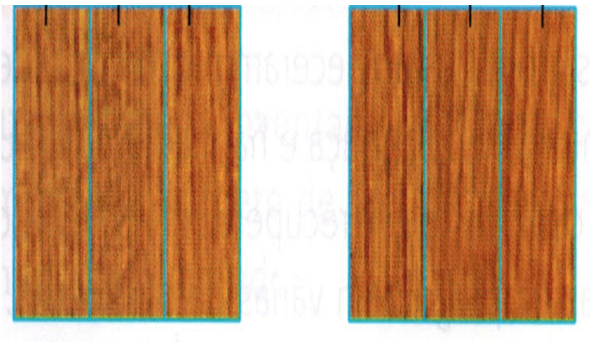

Figura 2 – Painéis de madeira
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.155

Resolução:

Nessa situação, uma estratégia de resolução pode ser dividir cada placa em três partes e distribuir essas partes para cada um dos dormitórios.

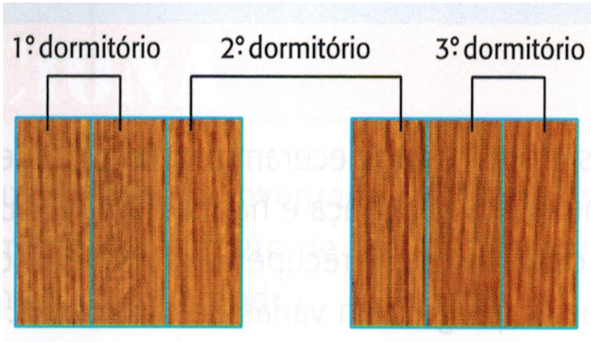

Figura 3 – Painéis de madeira II
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.155

A fração da placa que cada dormitório receberá corresponde a 2 partes de uma placa dividida em 3 partes iguais, ou seja, $\frac{2}{3}$ de uma placa. Portanto, o quociente, ou seja, resultado da divisão de 2 placas em 3 partes iguais pode ser representado pela fração $\frac{2}{3}$.

Primeiramente foi apresentada a imagem dos dois painéis sem as linhas verticais induzindo uma possível divisão. Neste caso, nenhum aluno conseguiu encontrar uma solução para o problema. Mas, quando questionados sobre a possibilidade de dividir as placas em pedaços menores as ideias foram surgindo até que um aluno sugeriu dividir cada uma das placas em três partes iguais e destacar duas delas para cada um dos dormitórios.

4.1.3 Ideia de fração: medida

Exemplo: Um pintor quer encher um recipiente de 12 litros com o conteúdo das latas de 5 litros de tinta. Quantas latas serão necessárias para enchê-lo?

Resolução:

Para resolver essa situação, podemos representar cada lata de tinta de 5 litros dividida em 5 partes iguais, ou seja, cada parte corresponde a 1 litro de tinta (Figura 4).

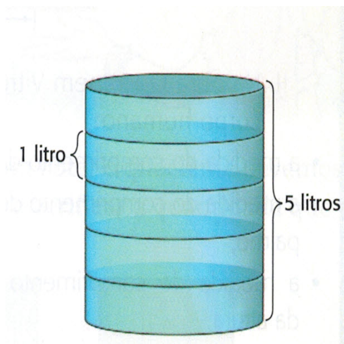

Figura 4 – Lata de tinta
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.155

Para encher o recipiente de 12 litros, o pintor deverá colocar o conteúdo das seguintes latas (Figura 5):

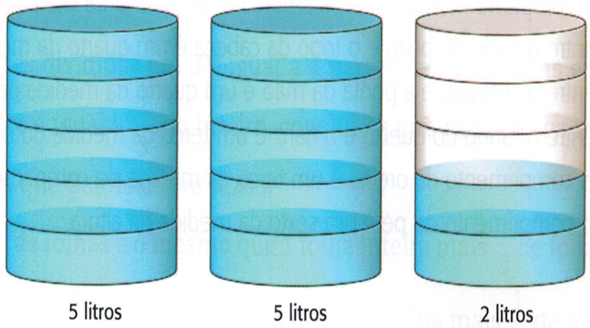

Figura 5 – Latas de tinta
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.155

Cada parte de 1 litro corresponde a um quinto $\left(\frac{1}{5}\right)$ da quantidade de tinta da lata, assim, 12 litros correspondem a doze quintos $\left(\frac{12}{5}\right)$ de latas.

Alguns alunos responderam a essa questão de forma intuitiva, "professor, o pintor vai usar um pouco mais de duas latas de 5 litros". Então, eu fiz um novo questionamento, "e dessa terceira lata, foi usado mais ou menos que a metade do seu volume?". Depois de uma breve discursão, chegaram a conclusão de que foi necessário menos que a metade, já que com 2 latas cheias tem-se 10 litros, faltando ainda 2 dos 12 litros. Como cada lata tem capacidade para 5 litros e precisamos de apenas 2 litros, portanto precisamos de menos da metade de uma lata.

4.1.4 Fração de um número natural

Exemplo 1: Considere a Figura 6. Como as paredes dos dormitórios são as que consumirão mais tinta, o pintor sabe que 3 em cada 4 latas de tinta (ou $\frac{3}{4}$ das latas) serão usadas para pintá-las.

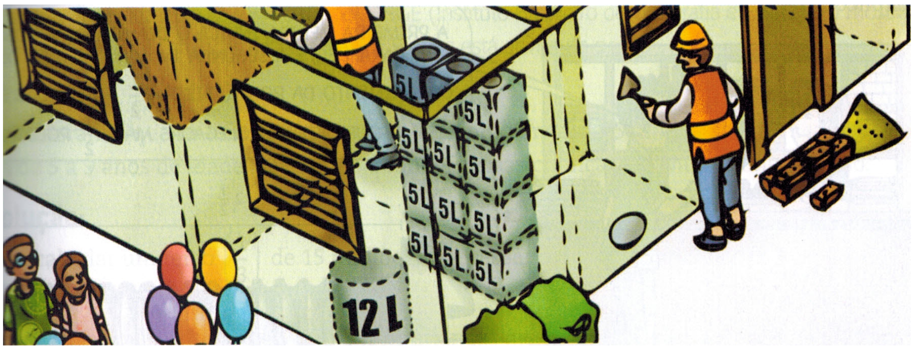

Figura 6 – Fração de um número natural
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.161

Quantas latas serão necessárias para pintar as paredes dos dormitórios? E para pintar o restante da casa?

Resolução:

Observe que, nesse caso, a fração adquire um significado de "operador", ou seja, um número que multiplicado pela quantidade total de latas de tinta proporcionará uma mudança nos valores (no caso, $\frac{3}{4}$ de 12 ou $\frac{3}{4} \cdot 12$).

Para calcular o número de latas de tinta usadas para pintar as paredes dos dormitórios, podemos representar o total de latas e dividi-las em 4 grupos iguais (pois o denominador da fração é igual a 4) e considerar 3 desses grupos (Figura 7):

Figura 7 – Fração das latas de tinta
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.161

Portanto, serão necessárias $3 \cdot 3 = 9$ latas de tinta para pintar as paredes dos dormitórios e 3 latas de tinta para as demais paredes. Caso não quiséssemos usar desenhos ou esquemas com apoio para a realização dos cálculos, poderíamos ter feito:

$\frac{1}{4}$ de 12 latas $\longrightarrow 12 \div 4 = 3$ latas

$\frac{3}{4}$ de 12 latas $\longrightarrow 3 \cdot \frac{1}{4}$ de 12 latas $\longrightarrow 3 \cdot 3 = 9$ latas

Exemplo 2: Leia o trecho de notícia a seguir: "Um terço das crianças de 5 a 9 anos está acima do peso no Brasil. Pesquisa divulgada em 27/08/2010 pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) mostra que uma em cada três crianças na faixa de 5 a 9 anos está acima do peso."

Considerando que no ano de 2010 havia, aproximadamente, 15 milhões de crianças na faixa etária de 5 a 9 anos de idade, determine quantas dessas crianças estavam acima do peso.

Resolução:

Para calcular um terço $\left(\frac{1}{3}\right)$ de 15 milhões, é necessário dividir 15 milhões por 3:

$15.000.000 \div 3 = 5.000.000$

Portanto, aproximadamente 5 milhões de crianças na faixa etária de 5 a 9 anos de idade estavam acima do peso no Brasil no ano de 2010.

Um aluno fez o seguinte questionamento: "professor, sempre que quisermos calcular um terço de um certo número basta dividir por três?". Foi então que resolvi colocar essa questão para a turma e, depois do debate e de mais alguns exemplos ficaram convencidos que sim, para calcular um terço basta dividir por três.

4.1.5 Frações Equivalentes

Frações equivalentes são aquelas que têm o mesmo valor em relação a uma mesma unidade. Em outras palavras, são frações escritas de formas diferentes mas que representam a mesma quantidade.

Exemplo 1: Uma granja vende ovos brancos e ovos vermelhos em uma mesma embalagem como mostrado na Figura 8. Veja o que os amigos Camila e Alberto disseram ao vê-las:

Figura 8 – Cartelas de ovos
Fonte: (SAMPAIO, 2012), p.167

a) Qual dos amigos está com a razão?

b) Apresente outro modo de expressar a relação entre o número de ovos vermelhos e brancos.

Observando as representações de Camila e Alberto, percebemos que dizer que 1 em cada 3 é o mesmo que dizer 2 em cada 6; dizemos que as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ são equivalentes já que ambas indicam a mesma quantidade de ovos vermelhos em relação ao total de ovos na cartela. Indicamos assim: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Portanto, ambos estão certos.

Ao responder a 2ª parte da pergunta um aluno disse: "dos 12 ovos da cartela, 4 são vermelhos e 8 são brancos, posso dizer que os olhos vermelhos representam $\frac{4}{12}$ da cartela? Discutindo com os demais alunos da classe, chegamos a conclusão de que podemos representar uma parte em relação ao todo de diversas maneiras diferentes. No caso do exemplo 1 acima, realmente podemos dizer que os ovos vermelhos representam $\frac{4}{12}$ da cartela.

4.1.6 Obtendo frações equivalentes

Propriedade: Dividir ou multiplicar (ou ambos) uma fração por um mesmo número natural diferente de zero resulta numa fração equivalente à fração dada.

Exemplo 1: Em uma turma de EJA há 30 alunos, dos quais 12 são meninos. Os meninos representam que fração da turma?

Resolução:

Sabendo que uma fração representa a parte em relação com o todo, podemos expressar a situação acima das seguintes maneiras:

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} \text{ Figura } 9$$

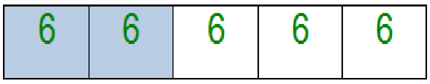

Figura 9 – Fração da turma
Fonte: Elaboração própria

Com esse resultado descobrimos que nessa turma, a cada 5 alunos, 2 são meninos.

4.2 Razão

Vejamos alguns exemplos de razões e o que elas representam em cada situação. Serão abordadas algumas razões especiais muito utilizadas no cotidiano do aluno tais como: densidade demográfica, velocidade média e escala.

Definição 4.1 *A razão entre dois números, a e b, com $b \neq 0$, nessa ordem, é o quociente $\frac{a}{b}$. ((SAMPAIO, 2012), p.154)*

Densidade Demográfica

Para saber que região é mais povoada, podemos usar a razão chamada densidade demográfica, definida como o quociente:

$$\frac{Número\, de\, Habitantes}{Área}$$

em que a área é dada em determinada unidade, em geral quilômetros quadrados (km^2).

Vejamos um exemplo:

Observe, na Tabela 1, a população e a área de algumas capitais de estados brasileiras:

Município	**Número de habitantes**	**Área (em km^2)**
Belém (PA)	1 393 339	1 059,4
Fortaleza (CE)	2 452 185	314,9
Goiânia (GO)	1 302 001	732,8
Rio de Janeiro (RJ)	6 320 446	1 200,3
Curitiba (PR)	1 751 907	435,3

Tabela 1 – Densidade demográfica

Fonte: http://www.censo2010.ibge.gov.br

Observe, dentre outras coisas, que o município de Fortaleza tem menor número de habitantes que o município do Rio de Janeiro, e sua população está distribuída em uma área muito menor.

Por exemplo, a densidade demográfica do município de Fortaleza é igual a: $\dfrac{2452185\, hab.}{314,9\, km^2}$, ou aproximadamente $7787 hab./km^2$ (lemos: "habitantes por quilômerto quadrado"). No município do Rio de Janeiro a densidade demográfica é $\dfrac{6320446\, hab.}{1200,3\, km^2}$, ou aproximadamente $5266\ hab./km^2$. Portanto, o município de Fortaleza é mais populoso, ou povoado, que o município do Rio de Janeiro.

Velocidade Média

Para calcular a velocidade média que um automóvel desenvolveu em determinado percurso, podemos usar a razão denominada **velocidade média**, definida como o quociente:

$$\frac{Distância\ Percorrida}{Tempo}$$

em que a distância é dada em metros, quilômetros, etc., e o tempo em segundos ou horas etc.

Um exemplo:

a) um automóvel percorreu 150km em 2 horas;

b) Um trem percorreu 240km em 3 horas.

A velocidade do automóvel é obtida fazendo:
$\frac{150km}{2h} = 75km/h$ (lemos: "quilômetros por hora").

Obtenha a velocidade média do trem e compare com a do automóvel. Qual dos dois veículos apresentou maior velocidade média?

Escala

A razão entre um comprimento no desenho e o correspondente comprimento real é chamada **escala**, podendo ser calculada da seguinte maneira:

$$\frac{Comprimento\, do\, desenho}{Comprimento\, real}$$

No caso de mapas geográficos, plantas de casas ou maquetes de projetos, a escala determina a relação entre as medidas de um desenho e as medidas reais que correspondem a ele. A escala é uma razão amplamente usada por muitos alunos da EJA, já que alguns deles são pedreiros ou aprendizes e lidam com esse tipo de informação quase que diariamente. Para a melhor compreensão dessa razão se faz necessário uma abordagem sobre as unidades de medida de comprimento e como fazer a conversão de uma unidade para outra. Normalmente as escalas relacionam medidas na mesma unidade de comprimento.

Exemplo: Suponha que, em uma determinada planta de um terreno retangular, as medidas sejam 6 cm de comprimento e 15 cm de largura. Sabendo que as medidas reais do terreno são 12 m de comprimento por 30 m de largura, determine a escala que foi utilizada neste planta.

Primeiro iremos converter as medidas para uma mesma unidade de comprimento, neste caso iremos trabalhar com o centímetro, que em geral é o mais usado em plantas de terrenos ou casas.

Para calcular a escala utilizada na planta faremos razão entre as medidas do desenho e as medidas reais do terreno. Como as medidas na planta já estão em cm, iremos converter as medidas reais do terreno também para centímetros.

$$12m = 1200cm$$

$$30m = 3000cm$$

A razão entre as medidas na planta e as medidas reais é:

Comprimento: $\frac{6}{1200} = \frac{1}{200}$ Largura: $\frac{15}{3000} = \frac{1}{200}$

podemos representar essa escala como $1:200$, ou seja, cada centímetro na planta corresponde a 200 cm na realidade.

4.3 Proporção

Definição 4.2 *Os números a, b, c e d, em que $b \neq 0$ e $d \neq 0$, formam, nessa ordem, uma proporção se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, que também pode ser representada por $a : b :: c : d$. Um modo de ler essa proporção é: "a está para b assim como c está para d". Os números a e d são chamados extremos e os números b e c são chamados meios. ((SAMPAIO, 2012), p.158)*

A definição 4.3 pode ser muito complexa para os alunos, com isso se faz necessário que o professor comece com exemplos de como a proporção é usada em algumas situações cotidianas.

Vejamos um exemplo de proporção que pode ser apresentado antes da definição formal: uma pessoa que pretende preparar um refresco onde o modo de preparo contido na embalagem informa que deve ser misturada uma parte de concentrado de fruta em 5 partes de água, ou seja, a razão entre a quantidade de concentrado e a quantidade de água em um refresco pronto é $\frac{1}{5}$. Se essa pessoa usar três copos de concentrado, quantos copos de água deverão ser usados? Podemos provocar o aluno até que ele perceba que ao triplicar a quantidade de concentrado devemos, também, triplicar a quantidade de água. Portanto, sendo usados 15 copos de água (Figura 10).

$$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

Figura 10 – Proporção

4.3.1 Propriedade fundamental das proporções

Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $a \cdot d = b \cdot c$.

Esta propriedade pode ser constatada por meio de exemplos de frações equivalentes.

4.4 Grandezas proporcionais

O que é uma grandeza?

Grandeza é todo atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado.

As grandezas podem ter suas medidas aumentadas ou diminuídas. São exemplos de grandezas: velocidade, tempo, peso, área, volume, quantidade de unidades de determinado objeto, etc. São comuns em nosso cotidiano situações em que duas ou mais grandezas se relacionam.

Exemplos:

a) Uma bicicleta, para percorrer um determinado espaço, quanto maior a velocidade menor o tempo gasto.

b) A nota que o aluno tira numa prova depende do número de questões que ele acerta. Quanto maior a quantidade de acertos, maior será a nota da prova.

c) O trabalho a ser realizado em um determinado tempo depende do número de operários empregados. Quanto maior o número de operários, menor será o tempo gasto para a conclusão serviço.

A relação de existente entre duas grandezas, dependendo da condição apresentada, pode ser classificada como diretamente proporcional ou inversamente proporcional.

4.4.1 Grandezas diretamente proporcionais

Dadas as grandezas x e y, dizemos que y é diretamente proporcional a x quando, ao multiplicarmos x por uma constante k, o valor de y fica multiplicado pela mesma constante k. Isto quer dizer que, uma grandeza aumenta ou diminui na mesma proporção que a outra.

Exemplo: Dona Maria foi à feira e verificou que 1kg de feijão custa R$ 5,00.

a) Quanto dona Maria deve pagar se comprar 3 kg de feijão?

b) Quantos quilos ela pode levar se tem R$ 12,50?

Resolução:

a) Se 1 kg custa R$ 5,00 e dona Maria quer levar 3kg, logo ela deverá pagar R$ 15,00, pois se triplicamos a quantidade de feijão então o preço também deve ser triplicado.

b) Se 1 kg custa R$ 5,00, então $1/2$ kg custa R$ 2,50.

R$ 5,00	1kg
R$ 5,00	1kg
R$ 2,50	$1/2$ kg
Total: R$ 12,50	Total: 2 kg

Tabela 2 – Preço do feijão

Podemos usar a tabela 2 para representar os valores pagos por cada quantidade de feijão.

Portanto, com R$12,50, dona Maria pode comprar 2 quilos e meio de feijão.

4.4.2 Grandezas inversamente proporcionais

Dadas as grandezas x e y, dizemos que y é diretamente proporcional a x quando, ao multiplicarmos x por uma constante k, o valor de y fica dividido pela mesma constante k. Logo, concluímos que quando uma grandeza é multiplicada por um número a outra será dividida por esse mesmo número, ou seja, será feita a operação inversa ((SAMPAIO, 2012), p.166).

Exemplo: Se um pedreiro é capaz de executar uma obra em 30 dias, determine:

a) Quantos dias seriam gastos para executar a mesma obra, só que agora com dois pedreiros com a mesma capacidade da do primeiro?

b) E se a obra for executada por três pedreiros, quantos dias seriam gastos?

Resolução:

a) Como um pedreiro executa a obra em 30 dias, dois pedreiros juntos irão gastar a metade do tempo, ou seja 15 dias. Ao multiplicar a quantidade de pedreiros por dois o tempo necessário para a execução da obra será dividido por dois.

b) Se triplicamos a quantidade de pedreiros então gastaremos a terça parte do tempo, ou seja 30 dividido por 3 = 10 dias.

4.5 Regra de três

4.5.1 Regra de três simples

Denomina-se regra de três simples o método prático utilizado para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais três são conhecidos. Esses valores estão associados a grandezas que podem ser diretamente ou inversamente proporcionais. Devemos, portanto, determinar o valor desconhecido a partir dos três previamente fornecidos.

O papel do professor, mais uma vez, é de suma importância, pois com seus questionamentos e provocações faz com que os alunos possam ter uma melhor compreensão do problema, estabelecendo relações com os conhecimentos já adquiridos sobre razões e proporções.

Método prático para resolução de problemas envolvendo regra de três simples

Para resolver problemas que envolvem regra de três simples, deve-se obedecer ao seguinte procedimento:

1. Colocam-se os valores da grandeza de mesma espécie na mesma coluna, e os valores da grandeza de espécie diferente em outra coluna.
2. Fixando a grandeza que possui a variável, e analisando a outra grandeza, se forem diretamente proporcionais, as setas devem estar no mesmo sentido (Figura 11). Caso sejam inversamente proporcionais, as setas ficam em sentido contrário, invertendo-se a razão (Figura 12).
3. A razão da grandeza que possui a variável é igual à razão da outra grandeza.

Vejamos os exemplos:

Exemplo 1: Joana comprou 8m de tecido por R$ 480,00. Quanto vai pagar por 10m do mesmo tecido?

Resolução: O aluno deve cumprir as seguintes etapas para a resolução do problema usando o método prático:

- Identificar as grandezas envolvidas. São duas grandezas: a quantidade, em m, de tecido e o preço pago pelo tecido;
- Verificar como se comportam as grandezas;
- Montar a proporção e resolver a equação.

Observe que, se o número de metros aumenta, a despesa de Joana também aumenta; se o número de metros dobra, o preço também dobra; se o número de metros triplica, o preço triplica, etc. As grandezas número de metros de tecido e preço a pagar são **diretamente proporcionais** (Figura 11).

Chamando de x o preço de 10m de tecido, temos:

Sendo diretamente proporcionais:

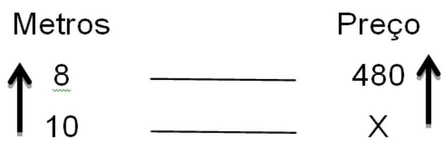

Figura 11 – Regra de três simples diretamente proporcional
Fonte: Elaboração própria.

$$\frac{8}{480} = \frac{10}{x}$$
$$x = \frac{480 \cdot 10}{8} = 600$$

Portanto, Joana vai pagar R$ 600,00 por 10m de tecido.

Exemplo 2: Considere a seguinte situação hipotética: Um carro viajando a uma velocidade constante de 60km/h leva 1h e 30 min para ir de Campos dos Goytacazes a Macaé. Quanto tempo esse mesmo carro levaria para fazer o mesmo percurso a uma velocidade constante de 90km/h?

Resolução: Observe que, se a velocidade média aumenta, o tempo para realizar o percurso diminui; se a velocidade média dobra, o tempo será reduzido à metade. As grandezas velocidade média e tempo são inversamente proporcionais (Figura 12).

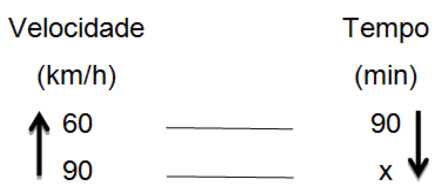

Figura 12 – Regra de três simples inversamente proporcional
Fonte: Elaboração própria.

Sendo inversamente proporcionais:

$$\frac{60}{90} = \frac{x}{90}$$
$$x = \frac{90 \cdot 60}{90} = 60$$

Portanto, para fazer o mesmo trajeto a uma velocidade de 90km/h serão gastos 60min, ou seja, 1 hora.

4.5.2 Regra de três composta

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais, é chamado regra de três composta. Para resolver problemas que envolvem regra de três composta, deve-se obedecer ao seguinte método:

1. Colocam-se os valores das grandezas de mesma espécie na mesma coluna, e os valores das grandezas de espécies diferentes em outra coluna.

2. Fixando a grandeza que possui a variável e analisando as outras grandezas, se forem diretamente proporcionais, as setas devem estar na mesma direção. Caso sejam inversamente proporcionais, as setas ficam em sentido contrário, invertendo-se a razão.

3. A razão da grandeza que possui a variável é igual ao produto das razões das outras grandezas.

Vejamos os exemplos:

Exemplo 1: Dois pedreiros levam 9 dias para construir um muro com 2 m de altura. Trabalhando 3 pedreiros e aumentando a altura do muro para 4m, qual será o tempo necessário para completar a obra?

Resolução: As grandezas são pedreiros, altura do muro e dias trabalhados.

Pedreiros	Altura	Duração (dias)
2	2	9
3	4	x

Figura 13 – Regra de três composta
Fonte: Elaboração própria.

Quanto maior a altura do muro, mais dias serão necessários para construí-lo. Logo, as grandezas altura e dias são diretamente proporcionais. Quanto maior o número de pedreiros, menos dias serão necessários para construir o muro (Figura 13 e Figura 14).

	Pedreiros	Altura		Duração (dias)	
$\uparrow$	2	2	$\downarrow$	9	$\downarrow$
	3	4		x	

Figura 14 – Regra de três composta
Fonte: Elaboração própria.

Portanto:

$$\frac{9}{x} = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{2}$$
$$\frac{9}{x} = \frac{3}{4}$$
$$3x = 36$$
$$x = 12$$

Logo, 3 pedreiros, para construir o muro de 4m, levam 12 dias.

Exemplo 2: Na merenda escolar, 640 crianças consomem 1500 litros de suco em 30 dias. Quantos litros de suco deverão ser consumidos por 400 crianças em 40 dias?

Resolução: As grandezas são quantidade de crianças, quantidade de litros de suco e duração em dias (Figura 15).

Número de Crianças	Litros de Suco	Duração (dias)
640	1500	30
400	X	40

Figura 15 – Regra de três composta
Fonte: Elaboração própria

Aumentando o número de crianças, o consumo de suco aumenta na mesma proporção. Logo, as grandezas crianças e litros de suco são diretamente proporcionais. Aumentando o número de litros de suco a duração aumenta na mesma proporção. Com isso, as grandezas litros de suco e duração são diretamente proporcionais (Figura 16).

Crianças	Litros de Suco	Duração (dias)
$\uparrow$ 640	$\uparrow$ 1500	$\uparrow$ 30
400	X	40

Figura 16 – Regra de três composta
Fonte: Elaboração própria

$$\frac{1500}{x} = \frac{640}{400} \cdot \frac{30}{40}$$
$$\frac{1500}{x} = \frac{192}{160}$$
$$192x = 240000$$
$$x = 1250$$

Portanto, serão necessários 1250 litros de suco para a merenda de 400 crianças durante 40 dias.

4.6 Porcentagem

O cálculo de porcentagem faz parte do dia a dia de qualquer pessoa, em especial para os jovens e adultos. Ao abrir o jornal, ligar a televisão, olhar vitrines, é comum nos depararmos com informações que envolvam algum tipo de porcentagem. O cálculo de porcentagens é usado em diversas situações como para definir descontos, aumentos, comissões, impostos entre outras.

Frases como as apresentadas na Figura 17 aparecem com frequência no nosso cotidiano.

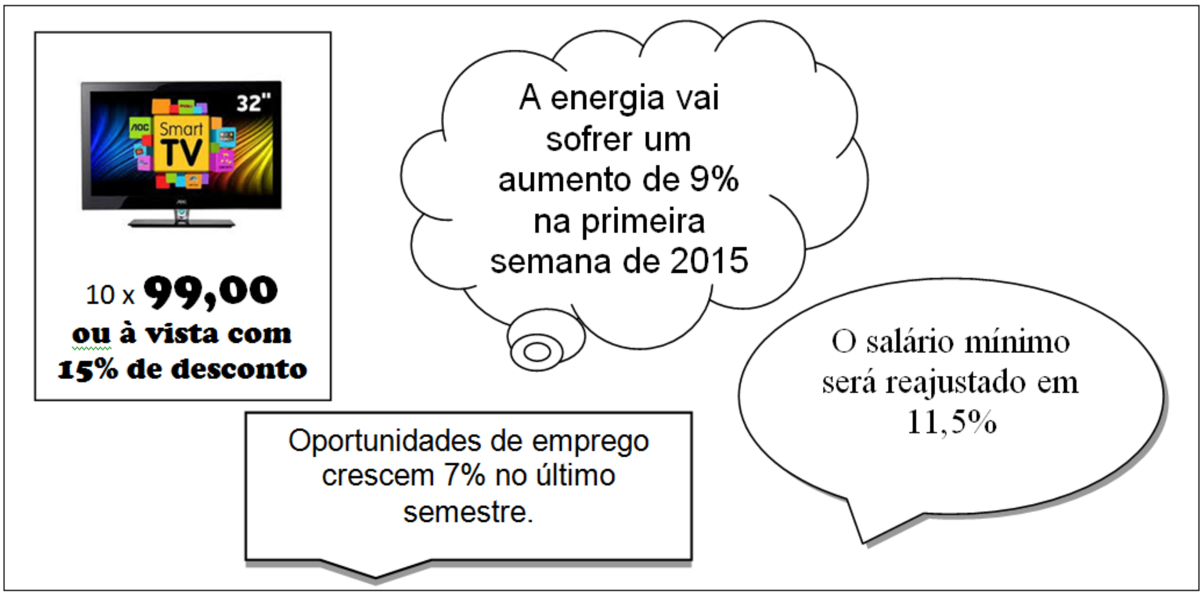

Figura 17 – Porcentagens
Fonte: Elaboração própria

4.6.1 Representação de uma porcentagem

A palavra porcentagem quer dizer "por cento" ou "por cem". O símbolo usado para representar a porcentagem é %. O número colocado antes dele é o numerador de uma fração com denominador 100.

Um número racional pode ser representado por uma fração, por um número decimal, por uma fração centesimal ou por uma taxa porcentual. Vejamos os exemplos na Tabela 3.

É muito importante que o aluno entenda o significado de uma porcentagem e das formas com que elas se apresentam. É pensando nisso que elaboramos a atividade a seguir.

Fração	Número decimal	Fração centesimal	Taxa percentual
$\frac{1}{2}$	$0,5$	$\frac{50}{100}$	50%
$\frac{1}{4}$	$0,25$	$\frac{25}{100}$	25%
$\frac{1}{5}$	$0,2$	$\frac{20}{100}$	20%
$\frac{7}{10}$	$0,7$	$\frac{70}{100}$	70%
$\frac{3}{2}$	$1,5$	$\frac{150}{100}$	150%

Tabela 3 – Representações de uma porcentagem

Fonte: Elaboração própria

4.6.2 Atividade: Dominó dos Números racionais

O objetivo dessa atividade é fixar, de forma lúdica, alguns conceitos fundamentais sobre frações e suas representações equivalentes em forma de número decimal e porcentagem. Baseado no modelo do dominó duplo 6, os alunos irão se juntar em grupos e construir o dominó dos números racionais com 28 peças. Após a confecção do dominó realizamos um torneio de dominó com números racionais.

Regras do jogo:

1. As peças são colocadas sobre a mesa, viradas para baixo e misturadas.
2. Cada jogador pega cinco peças, enquanto as demais continuam viradas sobre a mesa.
3. Decide-se quem começa a jogar.
4. O primeiro jogador coloca uma peça virada para cima, sobre a mesa.
5. O segundo jogador tenta colocar uma peça, em que uma das extremidades represente o mesmo número que está representado em uma das extremidades da peça que está sobre a mesa.
6. Só pode ser jogada uma peça de cada vez.
7. Na sua vez, o jogador que não tiver uma peça que possa ser encaixada, deve "comprar" outra peça no monte que está sobre a mesa. O jogador deverá ir comprando até encontrar uma peça que encaixe. Se depois de comprar cinco peças ainda assim não conseguir uma peça adequada, o jogador deverá passar a vez.
8. O vencedor é o primeiro jogador que fica sem peças.

A Figura 18 apresenta um exemplo de um dominó com 28 peças.

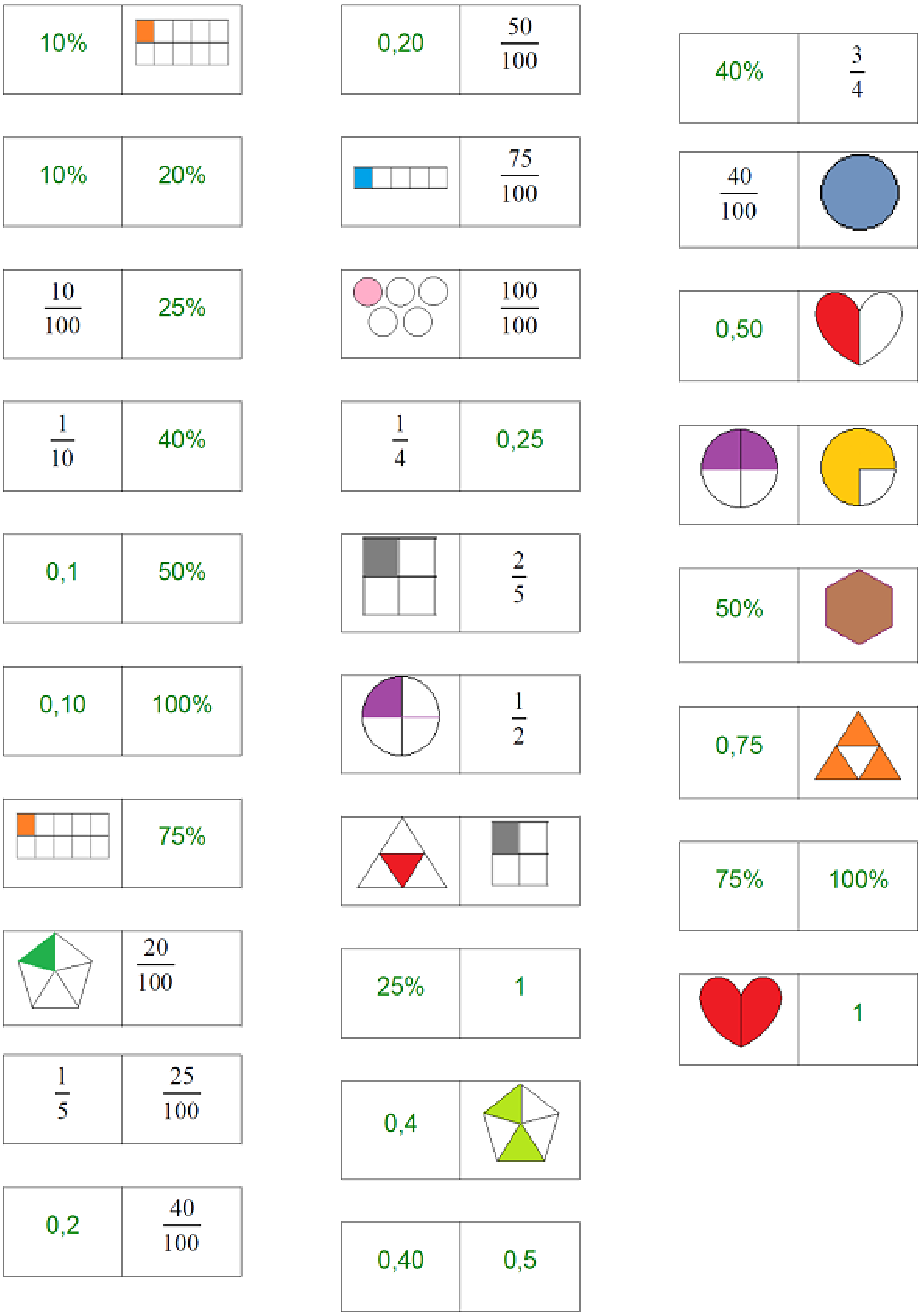

Figura 18 – Dominó dos números racionais
Fonte: Elaboração própria

4.6.3 Calculando uma porcentagem

Toda porcentagem corresponde a um número na forma de fração cujo denominador é igual a 100. A porcentagem é muito usada para expressar uma fração de uma quantidade. Por exemplo, quando dizemos: "80% da turma ficou com nota azul" ou "O salário de João subiu 25%". Nesses casos, a porcentagem é calculada em relação a uma quantidade - o número de alunos e o salário de João. Sendo assim, para calcular uma porcentagem de um valor podemos usar sua representação fracionária ou decimal.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1: Em uma turma da EJA com 40 alunos, 80% deles obtiveram média no 1º bimestre. Quantos alunos conseguiram obter média no 1º bimestre?

Solução:

80% equivale à fração $\frac{80}{100}$, que por sua vez, equivale ao número decimal 0,8. Portanto, podemos calcular 80% de 40 alunos de duas formas:

$\frac{80}{100} \cdot 40 = \frac{3200}{100} = 32$ ou $0,8 \cdot 40 = 32$. Logo, 32 alunos conseguiram obter média.

Exemplo 2: O salário de João, em maio, era de R$1600,00. Calcule o salário de João em Junho, sabendo que de maio para junho o seu salário teve um aumento de 25%.

Solução: Podemos calcular 25% usando a fração $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, ou seja $\frac{1}{4} \cdot 1600 = 400$. Esse foi o aumento no salário de João, portanto, o salário recebido em junho foi de R$1600 + R$400 = R$2000.

Exemplo 3: O acervo da biblioteca da escola possui 400 livros, dos quais 80 são de Matemática. Qual o percentual de livros de Matemática na biblioteca?

Solução 1: Os livros de Matemática em relação ao total de livros da biblioteca representam $\frac{80}{400} = 0,2$ que equivale a fração centesimal $\frac{20}{100} = 20\%$.

Solução 2: Também podemos calcular esse percentual usando regra de três (Figura 19).

Livros	Porcentagem
400	100
80	x

Figura 19 – Regra de três simples e porcentagem
Fonte: Elaboração própria

$$400x = 8000$$
$$x = \frac{8000}{400}$$

$$x = 20$$

Ou seja, 80 livros representam 20% dos livros da biblioteca.

4.6.4 Cálculo mental de uma porcentagem

Como o foco é um público formado basicamente por jovens e adultos, pessoas que se deparam frequentemente com situações nas quais é necessário o cálculo de uma porcentagem, apresentaremos, a seguir, algumas técnicas que podem facilitar esses cálculos sem o uso de papel e caneta ou calculadoras.

Calculando 1% de um número

Calcular 1% de um número x é equivalente a calcular $\frac{1}{100} \cdot x = \frac{x}{100}$, ou seja, dividir o número por 100.

Vejamos alguns exemplos:

1% de R\$700,00 $\rightarrow \frac{700}{100} = 7,00$

1% de R\$880,00 $\rightarrow \frac{880}{100} = 8,80$

1% de R\$12,00 $\rightarrow \frac{12}{100} = 0,12$

Calculando 10% de um número

Calcular 10% de um número x é equivalente a calcular $\frac{10}{100} \cdot x = \frac{1}{10} \cdot x = \frac{x}{10}$, ou seja, dividir o número por 10.

Vejamos alguns exemplos:

10% de R\$80,00 $\rightarrow \frac{80}{10} = 8,00$

10% de R\$126,00 $\rightarrow \frac{126}{10} = 12,60$

10% de R\$9,00 $\rightarrow \frac{9}{10} = 0,90$

A partir dos cálculos mentais de 1% e 10% podemos fazer outros cálculos, vejamos:

Exemplo 1: Um carro custava R\$33.000,00 e sofreu um aumento de 4%. Quanto ele passou a custar?

Solução: Primeiramente iremos calcular 1% de R\$33.000,00 e depois multiplicar o resultado por 4, já que o aumento foi de 4%.

$\frac{33000}{100} = 330 \times 4 = 1320$

Exemplo 2: José Ricardo ganha R\$1500,00 por mês, mas tem um desconto de 11% para a previdência. Quanto resta do seu salário?

Solução: Para calcular 11% vamos 10% + 1%.

10% de 1500 = 150

1% de 1500 = 15

11% de 1500 = 150 + 15 = 165

Portanto o desconto para a previdência foi de R$165,00. Logo, o valor que resta do salário de José Ricardo é R$1500,00 - R$165,00 = R$1335,00.

Dessa forma podemos fazer diversos cálculos de porcentagens usando como base o 1% e 10%.

Exemplo 3: Um supermercado vendia o leite de uma determinada empresa por R$ 2,40 o litro. Esse preço sofreu um aumento de 50%, pois aconteceu uma redução na oferta de leite devido ao aumento da exportação. Depois de algum tempo, muitos consumidores deixaram de comprar o leite dessa empresa, pois ela teve problemas com a vigilância sanitária. Sendo assim, o produto foi colocado em liquidação com o preço reduzido de $\frac{1}{3}$ do seu valor. Os preços da liquidação são maiores ou menores que o preço inicial (R$ 2,40)?

Solução: Primeiro vamos calcular o preço depois do aumento, 50% de R$ 2,40 = R$1,20. Portanto, o preço com aumento de 50% será R$ 2,40 + R$ 1,20 = R$ 3,60. Em seguida, o preço foi reduzido em $\frac{1}{3}$, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot 3,60 = \frac{3,60}{3} = 1,20$. Com isso o preço em liquidação será R$ 3,60 - R$ 1,20 = R$ 2,40, sendo igual ao preço inicial.

4.6.5 Usando a calculadora

É claro que podemos usar a calculadora para realizar cálculos com porcentagem, mas é muito importante que não fiquemos dependentes desse instrumento. A calculadora pode ser usada para efetuar os cálculos mais rapidamente. Faremos os cálculos de porcentagens usando a sua representação decimal. As calculadoras têm uma tecla com símbolo $\boxed{\%}$, vejamos como usá-la para calcular porcentagens.

Para calcular 12% de 800, digitamos $800 \times 12 \boxed{\%} =$

Para calcular 5% de 120, digitamos $120 \times 5 \boxed{\%} =$

Exemplo 1: Do salário bruto de todo trabalhador uma parte, descontada em folha de pagamento, é destinada ao INSS - Instituto Nacional de Seguridade Social, para que este organize e assuma a assistência à saúde e aposentadoria dos trabalhadores. A contribuição dos trabalhadores varia de 8% a 11%. Veja a tabela 4 de contribuição de acordo com a remuneração (Tabela 4).

Com base nas informações acima, responda:

a) Em janeiro de 2013, Carlos teve sua carteira de trabalho registrada com um salário de R$ 950,00. De quanto foi a contribuição descontada em folha de pagamento?

Salário de contribuição (R$)	**Alíquota para fins de recolhimento ao INSS (%)**
Até 1.247,70	$8,00$
De 1.247,71 até 2.079,50	$9,00$
De 2.079, 51 até 4.159,00	$11,00$

Tabela 4 – Tabela de Contribuição dos Segurados Empregado, Empregado Doméstico e Trabalhador Avulso, para Pagamento de Remuneração a Partir de 1º de janeiro 2013

Fonte: Portaria Interministerial MPS/MF nº 15, de 10 de janeiro de 2013.

Solução: 950 x 8 $\boxed{\%}$ = 76

b) Em 2013, Beatriz tinha um salário de R$ 2.824,00. Qual é o valor do desconto destinado ao INSS?

Solução: 2824 x 11 $\boxed{\%}$ = 310,24

4.6.6 Juros e Acréscimos

É comum ouvir frases como estas:

- "Vou depositar meu dinheiro na caderneta de poupança porque renderá juros e correção monetária."

- "Vou fazer um empréstimo bancário à uma taxa de juros de $x\%$ ao mês".

- "Se houver atraso no pagamento da conta de luz deverá ser paga uma multa de $y\%$".

Quando se deposita numa caderneta de poupança ou se empresta oficialmente uma certa quantia por um determinado tempo, recebe-se uma compensação em dinheiro chamada **juro**.

4.6.7 Fator de acumulação

O *fator de acumulação* é usado para aumentar algum valor em termos percentuais. Vejamos um exemplo:

Exemplo 1: O senhor João foi até uma casa lotérica para pagar um boleto bancário no valor de R$ 120,00. Chegando lá foi avisado pelo atendente que a conta estava vencida à 10 dias e por isso iria sofrer uma multa de 5% por atraso. Qual será o valor pago por João?

Resolução: Vamos pensar da seguinte maneira, o valor total a ser pago será igual ao valor original do boleto acrescido de 5% de multa. Isto é, além dos 100% do boleto, haverá um aumento de 5% em relação a mesmo boleto.

Valor do Boleto	Valor da Multa	Valor Pago
100%	5%	105%

Se calcularmos 105% de R$ 120,00 encontraremos o valor total da conta já acrescida de 5%.

$$\frac{105}{100} \cdot 120 = 1,05 \cdot 120 = 126$$

Em que $1,05$ corresponde ao fator de acumulação.

Portanto, o valor a ser pago é R$ 126,00.

Podemos, a partir da ideia de acréscimos, estabelecer um padrão para os fatores de acumulação com taxa de $x\%$.

Fator de Acumulação = 100% + $x\%$

Em que 100% corresponde ao valor integral e $x\%$ ao acréscimo.

A Tabela 5 contém alguns fatores de acumulação.

Aumento de	**Fator de acumulação**
10%	$100\% + 10\% = 1 + 0,1 = 1,1$
20%	$100\% + 20\% = 1 + 0,2 = 1,2$
50%	$100\% + 50\% = 1 + 0,5 = 1,5$
100%	$100\% + 100\% = 1 + 1 = 2$
200%	$100\% + 200\% = 1 + 2 = 3$

Tabela 5 – Fator de acumulação

Fonte: Elaboração própria

4.6.8 Descontos

Quem não se sente atraído por anúncios como os mostrados na Figura 20.

Estamos cercados por propagandas de produtos em promoção em sites, revistas, jornais, etc. Será abordado, a seguir, uma forma objetiva de se obter um valor já com desconto.

Figura 20 – Descontos
Fonte: Elaboração própria

4.6.9 Fator de redução

O *fator de redução* é usado para diminuir algum valor em termos percentuais. Vejamos o exemplo:

Exemplo 1: Ao pesquisar o preço de uma máquina de lavar roupas, Ana encontrou o melhor preço no site bomdesconto.com. A máquina com capacidade para 10kg estava custando R$ 900,00. O site estava oferecendo ainda uma promoção, desconto de 15% para pagamentos à vista. Qual será o valor a ser pago pela máquina de 10Kg se Ana optar pelo pagamento à vista?

Resolução: Podemos pensar que o valor a ser pago à vista é o valor integral menos o valor do desconto, ou seja,

Valor da Máquina	Valor do desconto	Valor Pago
100%	15%	85%

Ao calcularmos 85% de R$ 900,00 iremos obter o valor da máquina já com o desconto de 15%.

$$\frac{85}{100} \cdot 900 = 0,85 \cdot 900 = 765$$

Em que $0,85$ corresponde ao fator de redução.

Logo, o valor a ser pago à vista é R$ 765,00.

Assim como fizemos no tópico anterior sobre acréscimos, podemos, a partir da ideia de descontos, estabelecer um padrão para os fatores de redução com taxa de $x\%$.

Fator de Redução = 100% - $x\%$

Em que 100% corresponde ao valor integral e $x\%$ a redução.

A tabela 6 contém alguns fatores de Redução.

Redução de	**Fator de redução**
10%	$100\% - 10\% = 1 + 0,1 = 0,9$
20%	$100\% - 20\% = 1 + 0,2 = 0,8$
5%	$100\% - 5\% = 1 + 0,05 = 0,95$
40%	$100\% - 40\% = 1 + 0,4 = 0,6$
30%	$100\% - 30\% = 1 + 0,3 = 0,7$

Tabela 6 – Fator de redução

Fonte: Elaboração própria

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

"O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades mentais inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta" ((POLYA, 1995)). É seguindo a linha de pensamento proposta por Polya que o presente capítulo foi escrito.

As experiências bem sucedidas com resolução de problemas, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. Desafiar os alunos com problemas compatíveis com o conhecimento acumulado destes e auxiliá-los de modo que adquiram gosto pelo raciocínio lógico e independente é um papel fundamental que deve ser executado pelo professor.

O espaço reservado pelos jornais e revistas populares a palavras cruzadas e outros enigmas parece revelar que pessoas passam algum tempo resolvendo problemas sem aplicação prática. Pode ser que o desejo das pessoas em resolver problemas não esteja ligado ao fato de obter alguma vantagem material, mas pode haver uma curiosidade mais profunda, um desejo de compreender os procedimentos da resolução.

Aplicação em Aula

A profissão de docente não é fácil, já que uma de nossas tarefas é auxiliar os nossos alunos e isso exige tempo, prática, dedicação e bons princípios. O aluno deve adquirir o máximo de experiência no trabalho independente, porém isso só é possível com o auxílio do professor. Por isso o professor deve ter muito cuidado para não auxiliá-lo, nem de mais nem de menos, de forma que caiba ao aluno uma boa parcela do trabalho. Se o aluno for deixado sozinho, muito provavelmente não conseguirá progresso algum. Porém, se o auxílio for excessivo não restará nada a fazer por parte do aluno.

É certo que encontraremos, na sala de aula, alunos com pouca experiência na resolução de problemas. Neste tipo de situação cabe ao professor deixar ao menos a impressão de que foi realizado um trabalho independente, por isso o auxílio deve ser discreto para que o aluno não perceba. Com isso, o professor deve ajudar o discente com naturalidade, tentando imaginar o que se passa na cabeça deste, para fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido pelo próprio estudante. O professor, ao tentar ajudar o aluno com discrição e naturalidade, é levado, repetidamente, a fazer as mesmas perguntas e indicar os mesmos passos. Por isso somos levados, inúmeras vezes a indagar: Qual é a incógnita? Podemos variar o modo de perguntar a mesma coisa. Do que se precisa? O que se quer? O que se deve procurar? Todas essas indagações têm o objetivo de focalizar a atenção do aluno na(s) incógnita(s). As indagações que aqui propusermos são baseadas no método de resolução de problemas proposto por Polya, e em sua maioria podem ser utilizadas para a resolução de qualquer tipo de problema. O nosso problema pode ser de caráter Geométrico ou Algébrico, Matemático ou não, um problema científico importante ou um mero enigma. O auxílio que devemos dar aos nossos alunos deve ser genérico, de forma que indique apenas a direção geral da solução, deixando assim muito a ser feito por eles. Portanto, aquele que resolver o problema que lhe é proposto, terá acrescentado alguma coisa a sua capacidade de resolver problemas.

A capacidade de resolver problemas se desenvolve de acordo com a intensidade com que a praticamos. Se um professor deseja desenvolver nos estudantes esta habilidade, deve estimular o interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. O professor ao resolver problemas em sala de aula, deve dramatizar suas ideias, afim de que suas indagações sejam as mesmas dos alunos.

Principais Questões

Vamos dividir a tarefa de resolver um problema em quatro fases: *Compreender o Problema, Estabelecer um plano, Executar o plano e fazer um Retrospecto* ((POLYA, 1995)).

a) Compreensão do problema

O aluno não deve somente compreender o problema, mas sim desejar resolvê-lo. Para isso o problema deve ser bem escolhido, nem muito fácil nem muito difícil, de modo que um certo tempo seja dedicado a sua compreensão.

O primeiro passo é fazer com que o enunciado verbal do problema seja bem entendido e que os alunos consigam identificar as suas partes principais, a *incógnita*[1] , os dados, a *condicionante*[2] . Até porque o professor não deve dispensar as indagações: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual ou quais são as condições?

b) Estabelecimento de um Plano

Caso os alunos não manifestem nenhuma iniciativa, o professor deverá retomar, cuidadosamente, o seu diálogo. (Ele deve estar preparado para reformular indagações não respondidas).

- Conhece um problema similar?

- Considere a incógnita! Conhece algum problema que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante?

- Então, qual é a incógnita?

[1] Quantidade desconhecida de uma equação ou de um problema; aquilo que é desconhecido e se procura saber.

[2] É uma das partes principais de um "problema de determinação", ou seja, um problema cujo objetivo é encontrar um certo objeto, a incógnita do problema.

c) Execução do Plano

A parte mais difícil do problema é justamente ter a ideia da resolução. Para isso é necessário, além de conhecimentos acumulados, de bons hábitos, de concentração no objetivo e, em algumas vezes, de um pouco de sorte.

A partir do momento em que um aluno consegue conceber seu próprio plano, o professor poderá ficar tranquilo. Mas, se o aluno aceitou um plano de outro aluno ou do professor sem compreender o processo, este facilmente se esquecerá do plano.

d) Retrospecto

Esta é a fase final da resolução de um problema e também a mais ignorada. Muitas pessoas, assim que terminam a terceira etapa, que é a execução do plano, consideram o problema resolvido por completo. Acontece que qualquer um de nós está sujeito a falhas, um erro algébrico, uma representação geométrica equivocada. Portanto, é importantíssimo rever cada passo executado, até mesmo como forma de fixar os novos conceitos e planos que foram utilizados.

O questionamento do professor

O professor deve começar por indagações ou sugestões genéricas e simples, de acordo com a evolução do problema deve descer gradualmente para outras mais específicas até que provoque a resposta do aluno. As sugestões e dicas devem acontecer de modo gradual para que o aluno tenha uma parcela considerável do trabalho. Pelo fato do método não ser rígido ele acaba tendo uma boa aceitação entre os alunos, pois não é mecânico já que as indagações podem acontecer de diversas formas.

Abaixo, expomos várias indagações que podem ser feitas em cada fase da resolução de um problema.

Primeiro: É preciso compreender o problema.

COMPREENSÃO DO PROBLEMA

Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?

É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?

Trace uma figura. Adote uma notação adequada.

Separe as diversas partes da condicionante.

É possível anotá-las?

Segundo: Encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para dar início a resolução.

ESTABELECIMENTO DE UM PLANO

Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?

Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe seria útil?

Eis um problema correlato e já resolvido antes. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?

É possível reformular o problema? É possível ainda reformulá-lo de outra maneira? Volte às definições.

Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica mais determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si?

Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?

Terceiro: Execute o seu plano.

EXECUÇÃO DO PLANO

Ao executar seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

Quarto: Examine a solução obtida.

RETROSPECTO

É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento?

É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance?

É possível utilizar o resultado, ou método, em algum outro problema?

6 ANÁLISE DAS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICAS E ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Neste capítulo será feito um relato das aulas e atividades desenvolvidas com os alunos do Ciclo IV da EJA, da Escola Municipal Prof. Elza Ibrahim, durante o 1º semestre de 2014, assim como a análise dos resultados obtidos com o desenvolvimento da metodologia proposta neste trabalho.

Como o trabalho foi realizado a partir do início do ano letivo, o primeiro encontro com a turma é um momento de apresentação, quando os alunos ainda estão se familiarizando com os colegas e com a escola. Por meio de conversa informal com os alunos podemos perceber que alguns deles mostram-se inseguros no ambiente escolar, temem não conseguir aprender os conteúdos que serão ensinados e com isso serem reprovados. Outros encontravam-se confiantes de que não teriam dificuldades na EJA, por serem mais jovens e virem recentemente do ensino regular, por isso estão mais acostumados com a rotina escolar e muitos conteúdos que serão ensinados já foram vistos por eles.

No segundo encontro, foi aplicado um questionário investigativo para a formação de perfil dos docentes (Apêndice 1). Este questionário tem o objetivo coletar informações importantes sobre a concepção que os alunos têm sobre a educação e a matemática em suas vidas. Após todos terem respondido o questionário, fizemos um momento de discussão sobre os temas que foram abordados nas questões. Como alguns alunos têm dificuldades em se expressar por meio da escrita, o debate foi uma boa alternativa para podermos entender melhor a opinião de cada um.

Os dois primeiros pontos do questionário são relativos à idade e à profissão dos discentes. Visualmente foi possível notar as diferenças etárias entre os alunos e os dados obtidos com os questionários confirmaram que existe uma grande variação entre as idades. A partir dos dados coletados podemos estabelecer uma relação entre a idade do aluno e os motivos que o levaram a retomar ou dar continuidade aos estudos. Sendo assim, classificamos em três grupos. Os mais jovens, com idades entre 15 e 18 anos, que tiveram fracasso no Ensino Fundamental regular ou conseguiram um emprego e por isso decidiram ir para a EJA no turno da noite. Outro grupo, com idades entre 19 e 40, é composto por pessoas que por motivo de trabalho ou qualificação profissional decidiram retomar os estudos. O terceiro grupo é formado por pessoas com mais de 40 anos, que de modo geral, voltaram a escola para uma realização pessoal, mostrar para si e para a sociedade que são capazes de concluir os estudos.

Questionados sobre os motivos que os levaram a retomar os estudos e os benefícios que isso poderia trazer, a maior parte dos alunos disse que para conseguir melhores oportunidades de emprego, fazer cursos ou ingressar na universidade é necessário concluir os estudos, por isso estão na escola. Um aluno respondeu: "Para ter um bom trabalho tem que ter estudo".

Quando perguntados sobre o gosto pela matemática e como os conhecimentos matemáticos podem ajudar no dia a dia do indivíduo, boa parte dos alunos da turma disseram gostar de matemática, apesar de terem algumas dificuldades, que podem usá-la para fazer operações com o dinheiro como somar e dar troco, fazer medições em obras ou até mesmo evitar que seja enganado por alguém. "Eu adoro matemática porque eu trabalho sempre fazendo conta", disse um aluno.

A fim de sondar os conhecimentos dos alunos sobre frações foram feitas duas questões. A primeira com o objetivo de sondar o conhecimento que o aluno diz ter sobre frações. A maioria afirmou não saber o que significa uma fração, outros conseguiram definir o conceito a seu modo, como por exemplo: "uma fração é eu pegar parte de algo" ou "fração é uma parte igual a outra que forma um todo". A segunda questão é sobre a utilidade das frações no cotidiano do aluno. Alguns apresentaram respostas distorcidas ou disseram não saber usar fração, outros disseram usar no trabalho, como por exemplo, "quando instalo um ar-condicionado tem que medir e dividir pra botar o ar no meio da parede". No momento do debate os alunos conseguiram perceber que as frações estão presentes em diversas situações do dia a dia, mesmo que de forma inconsciente, já que muitos deles não têm o conhecimento formal sobre esse conteúdo.

Com o mesmo propósito das duas perguntas anteriores, os alunos responderam sobre os conhecimentos prévios que possuem sobre porcentagem. Praticamente todas as respostas foram muito vagas ou simplesmente disseram não saber o que é uma porcentagem. No momento da discussão sobre os pontos do questionário, através da oralidade eles conseguiram se expressar melhor. Afirmaram já ter ouvido muito o termo "por cento" e conhecem o símbolo de porcentagem, mas não sabem calcular ou fazer operações com porcentagem, tampouco o seu significado.

Depois de aplicar e discutir sobre o questionário, conversamos um pouco sobre os temas de Matemática Discreta que seriam abordados nas próximas aulas. Alguns alunos se mostraram animados, pois já haviam estudado alguns desses tópicos no ensino regular há pouco tempo. Outros mostraram-se inseguros e temerosos quanto aos desafios que estavam por vir, porém cabe ao professor encorajá-los a seguir em frente enfrentando suas dificuldades.

Logo nas primeiras aulas, por meio de atividades diagnósticas, percebi que grande parte dos alunos tinham muitas limitações nas operações básicas com números naturais, soma e subtração de números com dois ou mais algarismos, multiplicações e divisões. Com isso, fez-se necessário destinar algumas aulas para trabalhar os algoritmos que envolvem essas operações, assim como a resolução de problemas de ordem pratica. Essas aulas foram essenciais para aqueles que estavam afastados da escola a muitos anos, posto que eles não se lembravam ou não sabiam usar os algoritmos. A esses alunos tivemos que dar uma atenção especial durante todas as aulas já que apresentavam maiores dificuldades. Outro fator que dificultou o andamento das aulas é o fato de que a maioria dos alunos trabalham durante o dia e, cansados, não frequentam as aulas com regularidade. Além disso, há um fluxo muito grande de alunos que iniciam e não dão continuidade ao curso, havendo então um "rodízio" de alunos. Com isso, a continuidade da aplicação nas aulas dos conteúdos curriculares propostos neste trabalho ficou comprometida, já que frequentemente temos que retomar os temas das aulas anteriores para que todos consigam acompanhar o tópico abordado em cada aula.

Depois de fazer esse trabalho de resgate das operações aritméticas básicas, os alunos passaram a sentir-se mais confiantes e dispostos aprender coisas novas. A partir de então demos início a discussão sobre as frações, buscando coletar dos alunos as ideias que eles tinham sobre esses números racionais. De modo geral, os alunos mais jovens apresentaram-se mais participativos e empolgados, já que este conteúdo foi estudado por eles recentemente enquanto ainda estarem frequentando o ensino fundamental regular. Os exemplos aplicados em situações práticas tais como dividir uma quantia em dinheiro, uma pizza ou pintar uma parede, auxiliaram os alunos na compreensão dos significados que uma fração pode ter.

Nas aulas seguintes abordamos o tema *proporções*, relacionando com as noções sobre frações equivalentes. Discutimos como esse tópico de Matemática Discreta pode auxiliá-los na resolução de diversas situações-problema. Alguns exemplos que foram dados sobre a aplicação prática desse conteúdo vão desde a preparação de um refresco até uma mistura de concreto feita por um mestre de obras. De modo, geral os alunos conseguiram compreender o que é uma proporção e estabelecer relações entre este conteúdo e as situações vividas por eles em seu dia a dia.

Na sequência estabelecida pelo programa, os próximos tópicos a serem abordados são as *grandezas* e as relações de proporcionalidade entre elas, direta ou inversamente proporcionais. Inicialmente foi trabalhado o conceito de grandeza como atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado, podendo ter suas medidas aumentadas ou diminuídas. Por meio de alguns exemplos os alunos foram compreendendo melhor esse conceito e logo perceberam a relação com os conteúdos anteriores. "Professor essa matéria é igual a da aula passada", afirmou um aluno com o apoio de outros colegas da turma. Realmente um conteúdo complementa o outro, no caso de *razão*, proporção e *grandezas diretamente proporcionais*.

Na aula seguinte, foi abordado o tema *grandezas inversamente proporcionais*, no qual os alunos apresentaram um pouco mais de dificuldade em sua compreensão. Vimos exemplos envolvendo grandezas tais como: quantidade de trabalhadores e tempo para a execução de um serviço; velocidade média e tempo para percorrer determinado percurso; quantidade de animais e tempo de duração de uma certa quantidade de ração usada para alimentá-los; entre outros. Com os exemplos, discussões, indagações feitas pelo professor e as reflexões dos alunos, a noção do que são grandezas inversamente proporcionais e como elas se relacionam foi sendo construída por eles.

Ao perceber que boa parte da turma ainda tinha uma defasagem em operações básicas, decidiu-se dedicar uma parte da aula, cerca de 30 minutos, para praticar os algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais, além da resolução de problemas envolvendo essas operações. Apesar de não ter sido previsto inicialmente nos procedimentos metodológicos deste trabalho, uma boa revisão e fixação desses algoritmos fez-se necessária para que os objetivos fossem alcançados. Não é possível que um aluno perceba com facilidade as relações entre grandezas, como por exemplo o dobro ou a terça parte, se não opera multiplicações e divisões com segurança. Na verdade, o domínio das operações com números naturais, assim como os seus algoritmos, facilita o processo de aprendizagem dos conteúdos curriculares previstos para a EJA pela Secretaria de Educação de Macaé ((SEMED, 2012)).

Visto que muitos alunos ainda apresentavam dificuldades nas operações básicas decidiu-se, em comunhão com o orientador deste trabalho, não apresentar o dispositivo prático *Regra de Três*, usado para resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais. O principal motivo para abrirmos mão da abordagem desse conteúdo na atual etapa do trabalho foi o fato de que poucos discentes sabiam resolver equações do 1º grau. Portanto acordou-se em abordar os tópicos *Regra de Três Simples e Composta* em um outro momento, em paralelo com os estudos sobre equações do 1º grau.

O próximo passo foi trabalhar as ideias sobre porcentagem, aproveitando os conhecimentos prévios trazidos pelos alunos. Iniciamos com a noção de 50% associada a fração $\frac{1}{2}$, ou seja, metade. Em seguida, falamos sobre 25%, associado à metade da metade, ou seja, à fração $\frac{1}{4}$. Com os exemplos, os alunos foram percebendo que as porcentagem também representavam frações e vice-versa. Em seguida, mostramos os significado do símbolo $\%$, que representa uma fração de denominador 100.

Depois de trabalhar o conceito de porcentagem e suas representações fracionárias e decimal, foi aplicada a atividade "Dominó dos números Racionais", cujo principal objetivo é explorar de forma lúdica os conhecimentos adquiridos pelos educandos referentes a frações e suas representações a partir de figuras, números decimais e porcentagem. Esta atividade exige que o aluno estabeleça as relações que existem entre as diversas representações de um número racional. Com a turma dividida em grupos de cinco ou seis alunos, cada grupo ficou responsável por elaborar sete representações para um número racional sugerido pelos próprios componentes. A partir dessas representações montamos o dominó (Figura 18). Após a construção do dominó, foi realizado um mini campeonato entre grupos. Podemos avaliar a atividade como bastante positiva já que todos os alunos participaram e interagiram uns com os outros.

Depois de quatro aulas aprofundando nos estudos sobre porcentagens e suas representações, passamos a efetuar cálculos com porcentagem. Os alunos se mostraram muito interessados e dispostos a aprender esse conteúdo que apresenta diversas aplicações na vida prática. A fim de orientar os alunos quanto ao uso da calculadora como uma ferramenta que pode ser usada para efetuar cálculos de forma rápida, destinamos duas aulas para conhecer melhor este instrumento. Uma atividade foi realizada solicitando aos alunos que trouxessem de casa recortes de propagandas envolvendo porcentagem para que os mesmos pudessem, com o auxílio da calculadora, efetuar diversos cálculos. Constatou-se que alguns alunos não sabiam usar funções básicas da calculadora como a divisão e a porcentagem.

Com a antecipação das férias, por conta da Copa do Mundo FIFA 2014 que aconteceu no Brasil, não foi possível trabalhar os tópicos Fator de Acumulação e Fator de Redução.

7 CONCLUSÃO

Ao abordar os tópicos de Matemática Discreta com os educandos do Ciclo IV - jovens/adultos/trabalhadores - da EJA, de Nível Fundamental, observamos suas inseguranças e seus receios durante as aulas, quanto a: argumentarem equivocadamente as indagações feitas pelo professor, cometerem erros durante a execução dos exercícios propostos e, principalmente, de não avançarem para a próxima etapa. Diante disso, verificamos, nos períodos de aula, que uma parte da turma preferia silenciar a se expor. Porém, nos intervalos entre aulas, víamos estes mesmos educandos libertarem-se, muitas vezes, de forma filosófica, expondo suas maiores riquezas, o seu conhecimento através das experiências de vida. Com isso, viemos a concordar com as afirmações de (MIRANDA, 2003), ao declarar que:

> *Oportunizar e valorizar dentro da EJA as diferentes culturas que fazem parte do cotidiano, da realidade dos nossos educandos, com ênfase a sua cultura pessoal e intelectual, num clima harmônico para que o educando sinta-se estimulado a enfrentar obstáculos e, vencer objetivos é passo fundamental para educação voltada à realidade (p.79).*

Por meio dos conhecimentos prévios trazidos pelos educandos, da realidade e da experiência profissional nesta modalidade de ensino, tornou-se necessário conhecê-los como um todo - como ser cidadão, por meio de suas vivências e como ser aluno, por meio de suas dificuldades e superações na aprendizagem - e, dessa forma, auxiliá-los no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Os educandos esperam aprender conteúdos que possam ser aproveitados no seu dia-a-dia profissional, por possuírem dúvidas em diversos cálculos e, apesar das dificuldades no trabalho, evitam comentá-las com o professor. Um professor tolhido, mal preparado ou pouco observador, desestimula alunos tão especiais e colabora, inconscientemente, com seu fracasso nos estudos.

De acordo com os objetivos traçados para a pesquisa, pode-se dizer que foram alcançados, onde se constatou que, para trabalhar Matemática Discreta na EJA tendo por base os ideais etnomatemáticos, é preciso lançar mão de instrumentos como trabalho em grupo, problemas contextualizados e de uma proposta que valorize os conhecimentos prévios dos alunos. Em todas as aulas os objetivos foram atingidos graças aos alunos que participaram ativamente das discussões, contribuindo para formalização dos conceitos apresentados. Em relação ao comportamento dos alunos, pode-se dizer que houve uma grande diferença quanto à confiança que os mesmos possuíam ao expressar uma ideia, pois a timidez apresentada inicialmente foi superada e com o tempo, notou-se nitidamente que os alunos queriam apresentar seus pontos de vista, além de questionarem sempre que aparecia alguma dúvida. Ainda é importante ressaltar que para trabalhar com as concepções do Programa Etnomatemática, é necessário que o professor tenha um tempo maior para a coleta de dados e preparação das atividades. Acredita-se que seja por esse motivo que os docentes prefiram não utilizar essa tendência em Educação Matemática, já que a maioria dos professores trabalha em, no mínimo, dois períodos por dia e em várias turmas, o que reduz o tempo para a elaboração de uma metodologia de trabalho tendo por base as orientações apresentadas no decorrer desse estudo. Com o desenvolvimento dessa pesquisa pode-se constatar que o público da EJA tem um enorme potencial e uma vasta bagagem cultural, podendo contribuir para os processos de ensino-aprendizagem, uma vez que dão possibilidades para o professor trabalhar os conteúdos de forma contextualizada, partindo do conhecimento dos discentes. Assim, essa proposta é uma alternativa para ser desenvolvida por professores que não têm formação para a EJA, pois com ela os alunos irão ver a utilidade do conteúdo na vida prática.

Percebeu-se que o perfil atual dos alunos da EJA é bem diferente daquele da década de 60. De modo geral, pode-se dizer que esses alunos se dividem em três grandes grupos de acordo com sua faixa etária. Um grupo mais jovem, com faixa etária até 18 anos, formado basicamente por alunos que não tiveram sucesso no ensino regular acumulando uma série de reprovações na sua vida escolar. Em geral, esses alunos ingressaram na escola na época correta e possuem grande potencial de aprendizagem. Outro grupo é formado por pessoas de meia idade, com faixa etária entre 18 e 40 anos que, em sua maioria, tiveram que abandonar os estudos em função do trabalho ou da família, no caso das mulheres. Agora, com as novas exigências do mercado de trabalho em busca de mão de obra escolarizada e qualificada, esse grupo retoma os estudos voltando ao ambiente escolar. O terceiro grupo está na faixa etária acima de 40 anos, que é formado em geral por pessoas que não tiveram acesso aos estudos na época correta. Nessa faixa etária é comum encontrar alunos que foram alfabetizados já depois de adultos. Geralmente esses alunos apresentam mais dificuldade na aprendizagem que os demais, apesar de terem uma maior vivência. Nesse último grupo é comum encontrar pessoas que estão retomando os estudos para uma auto realização ou até mesmo para mostrar que, apesar de não terem frequentado a escola na época devida, são capazes de aprender coisas novas e terem uma formação escolar.

Muitos aprendizados foram adquiridos com o desenvolvimento dessa pesquisa. O primeiro é quanto ao público da EJA, que tem um grande potencial e uma vasta bagagem cultural que podem contribuir em ampla escala para os processos de ensino-aprendizagem, uma vez que dão possibilidades para que o professor trabalhe os conteúdos de forma contextualizada. Sempre que possível relacionar os conteúdos às situações vivenciadas pelos educandos em seu cotidiano, utilizando as orientações do MEC para matemática na EJA.

Um importante aprendizado e também um dos motivos para o desenvolvimento dessa proposta, está nas maneiras práticas de se abordar os preceitos etnomatemáticos dentro da sala de aula. Tendo em vista que boa parte do material bibliográfico analisado dá ênfase a importância em se trabalhar com essa Tendência em Educação Matemática, contudo, ainda é escasso um referencial bibliográfico direcionador para a prática em sala de aula. Assim, a partir dessa pesquisa, pode-se verificar que não é difícil trazer essa tendência para o ambiente escolar, e que o esforço do professor em aproximar os conteúdos estudados com vida dos alunos gera um saldo positivo no processo de ensino-aprendizagem.

Em relação à atitude dos alunos, pode-se dizer que houve um grande avanço quanto à autoconfiança inclusive para expressar uma ideia. No início da proposta, os discentes raramente expunham suas opiniões, sentindo-se encabulados até mesmo em se manifestar por algo que não haviam compreendido. Ao final da aplicação da proposta, visto que esses alunos eram frequentemente solicitados a participar das etapas de todas as aulas, tal timidez aos poucos foi sendo superada. Já no final do semestre, nas aulas finais da aplicação da proposta, notou-se um avanço expressivo por parte de alguns alunos que agora queriam destacar seus pontos de vista, além de questionarem sempre que aparecia alguma dúvida. Na verdade o professor, mais uma vez, desempenha um papel importantíssimo nesse processo uma vez que essa liberdade de perguntar e questionar, expondo seus pontos de vista, é dada ou vetada pelo docente.

Após a aplicação da proposta pode-se avaliá-la como bem sucedida, uma vez que os objetivos traçados até a etapa aplicada foram alcançados, além de que, com ela foi possível trabalhar as funções equalizadora e qualificadora da EJA, visto que tornou os alunos aptos a garantirem seus direitos em qualquer circunstância da vida, tendo assim as mesmas oportunidades que os demais indivíduos.

Referências

BRASIL. *Lei de Diretrizes e B. Lei n 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996*. [S.l.]: Brasa, 1996. Citado na página 11.

BRASIL. *Partros Curriculares Nacionais para o Ensino Mo*. [S.l.]: Ministo da Educa. Brasa, 2000. Citado na página 14.

BRASIL. *Educa de Jovens e Adultos: Proposta Curricular. 2 Segmento de Ensino Fundamental*. [S.l.]: Ministo da Educa. Secretaria de Educa Fundamental. Brasa. Volume 3, 2002. Citado na página 14.

D'AMBR, U. *Etnomatemca: Elo entre as tradis e a modernidade*. [S.l.]: 3ed. Belo Horizonte: Autica, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 6, 7, 8 e 9.

ESQUINCALHA, A. da C. *Etnomatemca: um estudo da evolu das ideias*. [S.l.]: UFRRJ. Disponl em: <www.ufrrj.br/leptrans/arquivos/etnomatematica.pdf>, 2003. Citado na página 8.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investiga em educa matemca: percursos teos e metodolos*. [S.l.]: 2ed. Campinas: Autores Associados, 2007. Citado na página 16.

FONSECA, M. da C. F. R. *Educa Matemca de Jovens e Adultos: Especificidades, desafios e contribuis*. [S.l.]: 2ed. Belo Horizonte, Autica, 2005. Citado na página 13.

FREIRE, P. *Educa e Mudan*. [S.l.]: Saulo: Paz e Terra, 1979. Citado na página 5.

FRO, O. *Polcas pblicas de educa de jovens e adultos no Brasil*. [S.l.]: In: SOUZA, Joss Santos; SALES, Sandra Regina (Orgs.). Educa de Jovens e Adultos: polcas e prcas educativas. Belo Horizonte: Autica, 2011. Citado na página 10.

HADDAD, S.; PIERRO, M. C. D. *Escolariza de jovens e adultos*. [S.l.]: Revista Brasileira de Educa, n 14. Rio de Janeiro: mai/ago, 2000. Citado na página 10.

MIRANDA, J. R. *Influia da Diversidade na Educa de Jovens e Adultos*. [S.l.]: Monografia, Cruz Alta, 2003. Citado na página 53.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. [S.l.]: Rio de Janeiro: Interciia, 1995. Citado 3 vezes nas páginas 2, 44 e 45.

RAPPAPORT, C. R. *Psicologia do Desenvolvimento Conceitos Fundamentais*. [S.l.]: Volume 1. Saulo: Editora Pedaga e Universita, 1988. Citado na página 3.

SAMPAIO, F. A. *Jornadas.mat: matemca 6 ano*. [S.l.]: 1.Ed. Saulo: Saraiva, 2012. Citado 9 vezes nas páginas 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 27 e 29.

SAMPAIO, M. N. *Educa de Jovens e Adultos: uma hist de complexidades e tenses*. [S.l.]: UESB. Disponl em: <http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/241/253>. Acesso em 15 jan. 2014, 2009. Citado na página 10.

SEMED. *Proposta Pedaga para Referenciais Curriculares na Rede Municipal de Educa de Maca*. [S.I.]: Secretaria Municipal de Educa de MacaacaJ. Disponl em: <http://www.macae.rj.gov.br/midia/conteudo/arquivos/1333538993.pdf>, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 51.

STRELHOW, T. B. *Breve hist sobre a educa de jovens e adultos no Brasil.* [S.I.]: Revista HISTEDBR On-line, Campinas, n.38, p. 49-59, jun.2010. Disponl em <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/>. Acesso em 19 de set. de 2014, 2010. Citado na página 11.

WANDERER, F. *Educa de Jovens e Adultos e Produtos da Ma: Possibilidades de um processo pedago etnomatemco*. [S.I.]: Disserta de Mestrado. Seopoldo: Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2001. Citado na página 1.

Apêndice

Questionário

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO PARA A FORMAÇÃO DE PERFIL - APÊNDICE I

COLÉGIO MUNICIPAL PROFª ELZA IBRAHIM

IDADE: EJA - CICLO IV

PROFISSÃO:

1. O que te fez voltar a estudar?

____

____

____

2. Você acha que os estudos podem trazer algum benefício para você? Quais?

____

____

____

3. Você gosta de Matemática? Por quê?

____

____

____

4. Você acha que a Matemática pode lhe auxiliar a resolver problemas em seu cotidiano? Cite alguns exemplos.

5. Você sabe o que é uma fração?Explique com suas palavras.

6. Você já usou a ideia de fração em alguma situação do seu cotidiano? Dê um exemplo.

7. Você sabe o que é uma porcentagem?

8. Você já precisou calcular uma porcentagem? Você conseguiu resolver esse problema? Como?