UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE ENGENHARIA

PROFMAT – PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL

EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

KLEBER RODRIGO ANTONIASSI

O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DE SITUAÇÕES-PROBLEMA.

SÃO CARLOS

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE ENGENHARIA
PROFMAT – PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

KLEBER RODRIGO ANTONIASSI

O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DE SITUAÇÕES-PROBLEMA.

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo A. S. Caetano

São Carlos
2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da

Biblioteca Comunitária da UFSCar

Antoniassi, Kleber Rodrigo.

O ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental através de situações-problema/ Kleber Rodrigo Antoniassi. – São Carlos: UFSCar, 2013.

Páginas 66.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlo, 2013.

Pista. (Dificuldades na aprendizagem; Situações-problema; Ensino de sistemas de equação do primeiro grau com duas incógnitas; Engenharia didática).

Dedico esse trabalho primeiramente a Deus, em especial a minha esposa, aos meus pais e a todas as pessoas que me ajudaram na realização do mesmo.

"A Resolução de Problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de Rnind".

G. Polya.

AGRADECIMENTO

Agradeço aos professores e colegas do mestrado que durante a convivência e através de trocas de experiências enriqueceram meu trabalho como professor em sala de aula.

A minha esposa que esteve sempre ao meu lado durante todas as emoções que vivenciei durante o curso.

Aos meus pais que me educaram sobre os mais corretos e belos princípios e mesmo com todas as limitações impostas pela vida, não deixaram que nada me faltasse.

A todos os colegas de trabalho, em especial, aos professores de Matemática que participaram do questionamento expondo suas opiniões e visões sobre o assunto aqui abordado.

E a todas as crianças, pois foi com elas que melhorei como pessoa e como profissional.

RESUMO

O trabalho com resolução de situações-problema tem grande importância no processo de ensino-aprendizagem de matemática e de outras disciplinas, já que o ser humano é desafiado a resolver problemas a todo o momento em seu dia a dia. Os resultados apresentados neste trabalho contemplam os esforços realizados para a validação do ensino de sistemas de equação do primeiro grau com duas incógnitas ao aluno de oitavo ano do Ensino Fundamental II através de situações-problema. A metodologia aplicada foi a da engenharia didática. Os objetivos específicos estão diluídos nas etapas da metodologia descritos na introdução caracterizando a análise prévia. Na etapa da análise a priori foi realizado o diagnóstico das dificuldades apresentadas pelos alunos e concepção teórica.

Durante experimentação desenvolvemos uma sequência didática, que julgamos ser adequada ao ensino de sistemas de equações do primeiro grau, apresentando aos alunos formas de resolução, um método adaptado de resolução de problemas, a utilização do material pedagógico Prancha de gráficos e do software Geogebra. Os resultados coletados com o desenvolvimento da proposta didática, assim como a participação dos alunos nas atividades propostas observados na análise a posteriori serão confrontados com as hipóteses levantadas neste trabalho de pesquisa para o efeito de validação do processo.

Observamos que apesar de muitos professores reconhecerem a importância da utilização de situações-problema no ensino da matemática, a maioria não o faz de forma satisfatória, trabalhando principalmente com os problemas propostos em livros didáticos, sem levar em conta as etapas propostas na metodologia para a resolução de problemas. Através de análises dos resultados obtidos pelos alunos, elevando o percentual de acertos em problemas sobre sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas em atividades propostas, avaliações e o simulado aplicado pela escola no final do ano letivo, concluímos que a sequência didática apresentada neste trabalho favoreceu o aprendizado.

Palavras-chave: Dificuldades na aprendizagem; Situações-problema; Ensino de sistemas de equação do primeiro grau com duas incógnitas; Engenharia didática.

ABSTRACT

Working with resolution of situations-problem is of great importance on Mathematics Teaching-Learning process and on Teaching-Learning process of others disciplines, once the human being is all the time challenged to resolve problems in their daily life. The results presented on this assignment contemplate the efforts made for the validation of teaching system of first degree equation with two unknowns to the students from Middle School through situations-problem. The methodology applied was the didactic engineering. The specific goals are diluted on the stages of the methodology which are described on the introduction characterizing the previous analysis. At the stage of the analysis a priori was made the diagnosis of the difficulties presented by the students and theoretical conception.

During testing we have developed a didactic sequence that we consider to be appropriate to teaching system of first degree equations bringing to the students ways of resolution, an adapted method of problems resolution, the use of teaching material as graphics board and Geogebra software. The results collected by means of the development of the didactic proposed, as well as the participation of the students on the activities proposed, observed in the analysis a posteriori will be faced with the hypothesis raised on this research assignment for the effect of validation process.

We have noticed even though many teachers recognize the importance of the use of situations-problem on Mathematics Teaching, the majority doesn´t do it in satisfactory way, working mainly with the problems proposed in didactics books, without regard stages proposed on the methodology of resolution problems. Through analysis from the results achieved by the students, raising the percentage of hits in solving problems about systems of first degree equation with two unknowns in activities proposed, assessments and simulated test applied by school at the end of academic year, we can conclude that the didactic sequence presented on this assignment could propitiate the learning process.

Keywords: Learning difficulties, situations-problem; Teaching system of first degree equation with two unknowns; Didactic engineering.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Mapas 4 e 5 utilizados no problema 31
Figura 2 – Atividade de sistemas cartesianos realizada em sala. 34
Figura 3 – Localização de pontos e representação gráfica. 34
Figura 4 – Problema 7: Resolução do aluno. 35
Figura 5 – Material pedagógico – Prancha de gráficos 36
Figura 6 – Prancha de gráficos – Retas coincidentes. 37
Figuras 7 – Pranchas de gráficos – Retas paralelas. 38
Figura 8 – Apresentação do GEOGEBRA 39
Figura 9 – Introdução aos comandos básicos. 39
Figura 10 – Explicações sobre o campo de entrada. 39
Figura 11 – Sistema possível e determinado. 39
Figura 12 – Sistema impossível 40
Figura 13 – Sistema possível e indeterminado (reta mais espessa) 40
Figura 14 – Recursos gráficos 40
Figura 15 – Alunos manuseando o software. 41
Figura 16 – A preocupação com os comandos. 41
Figura 17 – Resolução na tela 41
Figura 18 – Resolução dos sistemas propostos. 41
Figura 19 – Aplicação dos métodos da adição e substituição. 45
Figura 20 – Instrução geral aos grupos. 47
Figura 21 – Resolução do problema proposto na pista. 48
Figura 22 – O encontro de uma pista e um novo problema 48
Figura 23 – Os encarregados de traçar a rota do grupo 49
Figura 24 – O contador de passos aponta o local do tesouro 49
Figura 25 – Finalmente o local do tesouro 49

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 12

2 A ESCOLA, A DOCÊNCIA E OS ALUNOS..16

2.1 HISTÓRICOS DA UNIDADE ESCOLAR..16

2.2 A ESCOLHA PELA DOCÊNCIA...18

2.3 O TRABALHO NO ENSINO FUNDAMENTAL 20

3 ANÁLISES A PRIORI 22

4 REVISÕES DE LITERATURA 25

5 O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL. 29

5.1 ENSINOS DE SISTEMA DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU 29

5.1.1 Represetação gráfica 30

5.1.1.1 Prancha de gráficos 36

5.1.1.2 Software GEOGEBRA – Prancha de gráficos 38

5.1.2 Método da adição e o método da substituição..42

5.2 APLICAÇÕES DA METODOLOGIA DA RESOLÇÃO DE PROBLEMAS........46

5.3 A CAÇADA AO TESOURO – SISTEMA CARTESIANO 46

6 CONCLUSÃO 50

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS 52

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 53

9 ANEXOS 54

1 – INTRODUÇÃO

O estudo de sistemas de equações lineares está dividido em situações de aprendizagem adequadas aos conteúdos matemáticos programadas para cada ano, contemplando os conhecimentos prévios necessários e os avanços pretendidos nos alunos. Trata-se de um poderoso instrumento capaz de organizar, relacionar e estruturar as informações contidas no problema, possibilitando a pessoa que o manuseia fazer questionamentos, comparações, análises, inferências e suposições.

O primeiro contato do aluno com essa ferramenta matemática acontece no oitavo ano do ensino fundamental II na forma mais simples sem o emprego de conceitos complicados e estudos analíticos.

O objetivo deste trabalho está centrado nesse primeiro momento intitulado: o ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental II. Propiciando condições aos alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental II de interpretar, compreender e resolver situações-problema, relacionados ao ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas.

O desdobramento do objetivo geral especifica o caminho a ser seguido por esta pesquisa. A quantificação e qualificação desse desdobramento serão apresentadas da seguinte forma: Diagnosticar nos alunos, as dificuldades em resolver problemas, analisar a contextualização das situações de ensino-aprendizagem na concepção de alguns teóricos, apresentar aos alunos os métodos de resolução de sistemas de equação do primeiro grau com duas incógnitas, investigar a aplicação adaptada do método de resolução de problemas de George Polya em situações-problema que envolva sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas e elaborar uma aula diversificada para que os alunos apliquem os conhecimentos adquiridos sobre sistemas de equações do primeiro grau.

Acreditamos que esse formato atua em consonância com a metodologia escolhida, a relevância do tema e principalmente ao objetivo proposto.

Como professor atuante e observador dos fatos ocorridos em sala, considero fatores estimulantes na depreciação do ensino e aprendizagem da Matemática o crescente desinteresse dos alunos, a falta de uma metodologia de ensino eficaz e o despreparo de alguns docentes.

A matemática é vista atualmente como uma disciplina que traz grandes dificuldades no processo ensino-aprendizagem, tanto para os alunos, como aos professores envolvidos no mesmo. De um lado, observa-se a incompreensão e a falta de motivação dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula de forma tradicional, e do outro, está o professor que não consegue alcançar resultados satisfatórios no ensino de sua disciplina. (PIOVESAN, Sucileiva Baldissera e ZANARDINI, João Batista, 2008, p.02).

A metodologia da resolução de problemas tem grande importância no processo de ensino-aprendizagem, já que o ser humano é desafiado a resolver problemas a todo o momento em seu cotidiano. Com a prática da resolução de problemas nas aulas de Matemática, os alunos têm a oportunidade de desenvolver e sistematizar os conhecimentos matemáticos, dando significados aos conteúdos trabalhados.

O trabalho com resolução de problemas é um processo lento porque requer a análise, interpretação, compreensão e resolução do mesmo, mas essa prática leva o aluno a desenvolver habilidades e competências que serão utilizadas em seu dia-a-dia. Segundo a proposta curricular:

> [...] O recurso à resolução de situações-problema, em que o aluno é desafiado a refletir, discutir, elaborar hipóteses e procedimentos, extrapolar as aplicações e enfrentar situações novas é possibilidade de raciocínio e ação. (BRASIL. MEC. PROPOSTA CURRICULAR, 1997. P.12).

Um dos mais importantes deveres do professor é auxiliar os seus alunos, o que não é fácil, pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes.

O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela considerável de trabalho. Citando Polya:

> [...] O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxilio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. (Polya, G. 2006. 1ª parte P.01).

Com relevância ao tema sabemos a partir de leituras de artigos, livros e do próprio trabalho desenvolvido em sala de aula, das inúmeras dificuldades encontradas no sistema público de ensino quanto ao ensino-aprendizagem da matemática. Essa dificuldade é marcada pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão.

Fica clara a necessidade do desenvolvimento de uma pesquisa sobre o ensino de sistema de equações, onde a mesma recupere um pouco da sua importância, nos dando condições de compreender, analisar e diagnosticar as dificuldades que eleva o índice de erros em exercícios dessa natureza em avaliações internas e externas.

Após a análise e profunda discussão dos dados da pesquisa, verificar a possibilidade da implantação de um método capaz de combater essas dificuldades, com resultados expressivos.

Este trabalho tem relação explícita com a formação continuada de professores de matemática, buscando alterar o processo vigente de ensino e aprendizagem, no sentido de atender os interesses das camadas populares.

A escolha do tema para realização dessa pesquisa se justifica através dos inúmeros casos observados em sala de aula, nas avaliações internas (simulado diagnóstico e rendimento), nas avaliações externas (SARESP e SAEB) em (Anexo H) e nas olimpíadas (OBMEP, OBM e ORMUB), de alunos com dificuldades diversas para resolver situações-problema que envolvia sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas. A linguagem matemática parecia ser obscura, sem perspectiva de compreensão pela grande maioria da classe. Até um exercício simples se tornava monstruoso, sendo julgado como insolúvel pelos alunos.

Entende-se que a solução formal de um problema matemático não exaure todas as possibilidades das ideias que ele enseja e que o professor pode estender o raciocínio tratado na direção de uma discussão e encaminhamento de problemas contextualizados e relacionados com o cotidiano dos seus alunos. O esforço consiste em tornar mais pedagógico o que normalmente se faz: um “tratamento didático da Matemática”; ressaltando os temas que guardam relações de significado com a temática dos problemas enfocados, a partir dos questionamentos sobre entendimentos produzidos para textos matemáticos.

Ainda, entende-se que só tem sentido para os objetivos a que se propõe esse trabalho na escola, ou seja, a partir de conteúdos vinculados ao cotidiano e aos interesses da maioria da população, se a matemática não mais for considerada como fim em si mesmo, mas como meio para se atingir outros fins de acordo com os interesses e necessidades da população.

A ideia inicial é de encontrar o agente causador das dificuldades e do desinteresse do aluno pela matemática, através de observações, diálogos e a aplicação de alguns exercícios com o intuito de diagnosticar e classificar as deficiências. Com a conclusão desse processo, apresentar a esses alunos técnicas de resolução de problemas, a ponto de solidificar a aprendizagem significativa nas escolas em que leciono. Acredito que os alunos, após este trabalho, evoluirão na resolução de problemas.

O cronograma de trabalho foi ajustado ao terceiro bimestre do ano letivo que compreende os meses de agosto e setembro, dividido em oito semanas de seis aulas, reservando duas semanas para levantamento dos conhecimentos prévios e dificuldades dos alunos, uma semana para o estudo do sistema de coordenadas, duas semanas para o ensino de sistemas de equações por representação gráfica, uma semana para o desenvolvimento dos métodos algébricos da adição e substituição, uma semana para a aplicação da técnica de resolução de problemas e uma semana para a realização da caça ao tesouro. A avaliação do processo foi feita através de observações realizadas em sala de aula, pela participação dos alunos e realização de atividades escritas individuais e em grupos.

Pretende-se neste trabalho utilizar a metodologia da Engenharia Didática segundo a concepção de Vera Clotilde Garcia Carneiro (2005).

O termo engenharia didática foi criada na França, na década de 80, inspirada no trabalho do engenheiro. A ideologia de inovação é o fruto de um pensamento moderno sobre educação que desvincula a fundamentação científica das experimentações em sala de aula. Valoriza o saber prático do processor, influi na transformação das tradições do sistema de ensino e destaca a realização didática na sala de aula como prática de investigação. Todo o material produzido para o ensino está centrado na união entre o conhecimento prático e o teórico.

Segundo Carneiro (2005) a Engenharia Didática foi criada para atender a duas questões: das relações existentes entre pesquisa e ação no sistema de ensino e do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de ensino.

O desenvolvimento dessa metodologia está organizado em fases: análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação. Neste trabalho as etapas estão ajustadas aos objetivos descritos na introdução e sua validação se dará pelo confronto entre as experimentações realizadas na análise a priori e na análise a posteriori, assim como defende a autora no texto. Na Engenharia Didática, a validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori. Carneiro (2005)

2 - A ESCOLA, A DOCÊNCIA E OS ALUNOS.

2.1 HISTÓRICOS DA UNIDADE ESCOLAR

A Escola Estadual Professora Idalina Vianna Ferro iniciou suas atividades no ano de 1952, inicialmente municipal, ocupando um prédio particular no centro da cidade de Bariri – São Paulo. No ano de 1959 passou a ser Estadual com a denominação de 2º Grupo Escolar de Bariri, transferindo-se então para o prédio próprio, na Avenida João Lemos nº 31, vila São José, onde funciona até hoje.

No ano de 1964, passou a denominar-se Grupo Escolar Professora Idalina Vianna Ferro, numa justa homenagem a professora Idalina Vianna Ferro, nascida em São Carlos aos 21 de Setembro de 1910. Formou-se no Curso Normal oferecido pelo Instituto de Educação Dr. Álvaro Guião, em São Carlos. Exerceu com dedicação e carinho a docência em nossa cidade. Entre os anos de 1976 e 1989 funcionou como escola de primeiro grau denominada, EEPG Professora Idalina Vianna Ferro, sendo alterado para EEPSG Professora Idalina Vianna Ferro em razão da instalação do curso de Ensino de 2º Grau.

Em 1994, tornou-se Escola Padrão. Sofreu a última intervenção Estadual por decreto da Secretaria da Educação do Estado em 1996, ficando somente com o Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio. Atualmente atende 425 alunos matriculados no Ensino Fundamental Regular ciclo II e 501 alunos do Ensino Médio Regular, seguindo a matriz curricular implantada pelo Governo do Estado de São Paulo, nos períodos: manhã 30 aulas, tarde 30 aulas e noite 25 aulas. Conta com um corpo docente de 61 professores, sendo 40 efetivos. A administração e o suporte pedagógico são compostos pelo diretor, vice-diretor da escola, vice-diretor da escola da família, coordenador do ensino fundamental e coordenador do ensino médio e um corpo de apoio formado por 13 funcionários.

A escola dinamiza a integração Escola-Família-Comunidade. A participação da comunidade nas ações desenvolvidas na escola é um dos pilares da gestão democrática. Por intermédio da institucionalização e funcionamento de órgãos colegiados: Alunos Representantes de Classe, Professores Conselheiros, Grêmio Estudantil, Conselho de Escola e principalmente APM, a escola desenvolve projetos curriculares e extracurriculares com apoio e patrocínio de empresas, instituições, clubes e do comércio local.

Possui quadra e pátio cobertos para a realização de atividades esportivas e culturais, sala e ambiente externo para leitura, biblioteca com amplo acervo e espaço para o desenvolvimento das atividades, videoteca, jogos pedagógicos, sala de informática e laboratório equipados, site www.escolaidalina.xpg.com.br, salas de aulas climatizadas, cantina, cozinha e refeitório adequados, banheiros limpos, bebedouros nos blocos de salas de aulas, estacionamento, secretaria e diretoria atuante.

Das diferentes ações realizadas durante o ano destacam-se: O Coral Infanto-Juvenil “Nova Voz”, A Fanfarra “Professor José Marcondes Cesar Junior”, O Jornal “ComunicAção”, Projeto de Xadrez, Treinamento para Olimpíadas, Programa Escola da Família, Convênios com a FUNDAP (Fundação para o Desenvolvimento administrativo), CIEE (Centro de integração Empresa-Escola), PROE (Programa de Complementação Educacional) e SENAI para entrevista, qualificação, estágios e inserção de alunos com a idade adequada no mercado de trabalho e Parcerias como o CRAS (Centro de Referência da Assistência Social), Programa Ação-Jovem, Bolsa Família, Centro de promoção Social e Espaço Amigo que promovem um acompanhamento e assistência ao escolar através de palestras com profissionais das áreas de saúde, cultura, educação, segurança e trabalho.

A escola, através dos convênios, das parcerias, dos projetos e da APM, consegue realizar manutenções no prédio, adquirir materiais permanentes e de consumo, garantir material escolar aos alunos e material pedagógico aos professores, promover eventos e passeios culturais aos alunos, assistir e encaminhar alunos com problemas de saúde e em situações de risco.

A equipe escolar formada pelo corpo docente, pedagógico, administrativo e de apoio, com ações pontuais, consegue, em detrimento do poder público, garantir as condições mínimas e necessárias para que o aluno adquira conhecimentos básicos para o seu desenvolvimento social.

Como parte atuante dessa instituição de ensino e testemunha das ações acima destacas não posso citar a falta de apoio e de materiais como um dos motivos na dificuldade de aprendizagem dos alunos, e em especial da Matemática.

2.2 A ESCOLHA PELA DOCÊNCIA

Engenharia foi à primeira opção, escolhida após os incentivos inflamados do meu tio. Restara-me a segunda opção para preencher na ficha de inscrição da FUVEST-96, escolhi Matemática na UFSCar. Aprovado na segunda opção eu fui para São Carlos cursar em 1997 o primeiro ano do Bacharelado em Matemática no período noturno.

Comecei a dar aulas como voluntário em uma sala da UFSCar num projeto da faculdade que visava reforçar a aprendizagem de Matemática nos alunos de escolas públicas. Era uma espécie de cursinho. No segundo semestre me convidaram para trabalhar com plantonista na rede particular Anglo. Gostei de ensinar Matemática. Os alunos quebravam a cabeça para resolver exercícios da FUVEST, VUNESP, FATEC e UNICAMP. E era fascinante ver a cara de espanto deles quando aquele exercício "difícil" era trabalhado na lousa.

Terminei o primeiro ano e fui aprovado no exame de transferência para o curso de Licenciatura Plena em Matemática com habilitação em Física na UNESP em Bauru, concluindo o curso em 2001.

Devido à adaptação curricular resolvi cursar em 1998 o primeiro ano novamente e se enquadrar à grade da faculdade. Nos horários vagos de quinta e sexta feira lecionava Física e Matemática, respectivamente, como voluntário no cursinho mantido pela universidade. No início de 1999 fiz a inscrição na Delegacia de Ensino de Jaú como aluno do segundo ano em licenciatura e comecei a participar das atribuições de aulas. Recebi um telefonema da escola Idalina que na época era polo de atribuição e tive aulas de Ciências atribuídas e não parei mais. Nos anos de

2000 e 2001 lecionei somente Física, pois eram aulas avulsas e em várias escolas que sobravam nas atribuições. Assim acumulei pontos e subi na classificação. Já trabalhei em oito escolas estaduais diferentes e em seis cidades, no SESI – Bariri durante o ano de 2002, na escolar particular COEBA - ANGLO de 2003 a 2011, professor voluntário no Cursinho Comunitário de Bariri de 2002 a 2008 e na base da polícia militar. Aprovado em concurso municipal em 2012, assumi e exonerei o cargo de professor por problemas de saúde.

Aprovado no concurso público de 2004 e tomei posse em 2005, na Escola Estadual Capitão Henrique Montenegro em Bocaina, onde trabalhei por dois anos. Participei do concurso de remoção por duas vezes, a primeira em 2007, para a Escola Estadual Professor Erasto Castanho de Andrade em Itaju e a segunda em 2008, para a Escola Estadual Professora Idalina Vianna Ferro em Bariri. Atualmente sou titular de cargo na escola Idalina e espero me aposentar aqui. A minha preferência sempre foi o Ensino médio, após o retorno a escola Idalina passei a realizar um trabalho voltado para o ensino fundamental com o intuito de fortalecer a base matemática adquirida pelo aluno em anos anteriores e desenvolver nele competências e habilidades necessárias para sequência dos estudos e/ou para que saiba resolver problemas do cotidiano exercendo assim a cidadania. Caminhando para 14 anos de dedicação a docência não sinto desamino ou cansaço, pelo contrário, estou ainda mais aberto para novas experiências, aprendizagens, práticas e metodologias. A diferença que agora adquiri conhecimentos e saberes que posso compartilhar com os colegas.

Frequentei diversos cursos de atualização e capacitação promovidos pelo Governo do Estado de São Paulo, curso de aperfeiçoamento e de extensão universitária. Pós-graduação Lato sensu em Educação Matemática Comparada – especialização pela escola ESAB. Iniciei o ano cursando pedagogia para licenciados na instituição de ensino UNINOVE.

O curso de pedagogia me dará a oportunidade de aprender novas metodologias, didáticas e fatores administrativos que norteiam a escola e que por algumas vezes acabam ficando alheios ao fechar a porta da sala de aula. Essa visão geral da escola pode influenciar na elaboração do plano de ensino, na escolha da metodologia, no plano de aula, na escolha de materiais, no acompanhamento dos alunos e principalmente na avaliação.

Ao término do mestrado, por acreditar na educação como fator de transformação social, as atividades como professor voluntário no cursinho comunitário, na polícia militar e os serviços para o curso técnico de capacitação e qualificação dos operários mantidos pelas empresas da cidade serão retomadas.

> "Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela, tampouco, a sociedade muda." (Paulo Freire).

2.3 O TRABALHO NO ENSINO FUNDAMENTAL

A escola atende alunos oriundos de bairros pobres, núcleos habitacionais, classe trabalhadora e classe média. São em sua maioria carentes, mas assistidos com materiais fornecidos pelo Governo Federal, Estadual ou pela APM da escola.

Participativos, assíduos e com poucos casos graves de defasagem na aprendizagem, os alunos do Ensino Fundamental apresentam um bom desempenho em Matemática e na Língua Portuguesa nas avaliações externas e internas ao término do 7º Ano até a entrada no oitavo ano. A utilização de letras para representar números, fórmulas, estruturas matemáticas mais complexas e principalmente a linguagem matemática provocam dificuldades de aprendizagem que foram diagnosticas ao longo desse trabalho e que estão evidentes nas mesmas avaliações externas aplicadas ao 9º Ano do Ensino Fundamental. A escolha dos alunos e do assunto tratado ao longo mesmo foi motivada após observações e relatos de colegas professores durante as reuniões de estudos sobre as avaliações externas e cursos de capacitação e aperfeiçoamento.

Os alunos envolvidos nesse trabalho de pesquisa são do oitavo ano do ensino fundamental do período diurno. Ao todo são 60 alunos divididos em duas turmas: 8º Ano A com 32 alunos e 8º Ano B com 28 alunos, que serão igualmente tratados em todas as etapas de ensino-aprendizagem propostas pelo professor-pesquisador em sala de aula ou em outros ambientes de ensino. O período proposto para a realização das etapas compreende ao terceiro bimestre do ano escolar. Vamos trabalhar a linguagem de equações, coordenadas cartesianas, representações gráficas de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas e a resolução desse tipo de sistema através dos métodos da Adição e Substituição.

Para efeito da validação do trabalho realizado serão utilizados instrumentos de avaliação educacional: observações durante a aula, atividades individuais e em grupos, avaliações e o manuseio do material pedagógico.

No início do ano descobri neles um espírito de competitividade na entrega de trabalhos, avaliações, desafios e principalmente com os jogos matemáticos. As operações básicas, alguns procedimentos de resolução, conceitos básicos numéricos e geométricos precisaram ser revisados devido ao "esquecimento geral" provocado pelas férias. O uso da calculadora era permitido, mas não incentivado, em situações casuais de correção ou valores decimais.

A iniciação a Álgebra causa um bloqueio nas ações dos alunos, pois não compreendem que esse processo é tão somente uma generalização dos conceitos aritméticos trabalhos em anos anteriores.

Realizar contas e resolver problemas simples com números já definidos parece ser coerente no mundo dos números. O complicado é compreender o uso das letras para representar números, a relação dela com os demais valores e o seu valor no problema proposto.

Conduzir a resolução de um problema não é tarefa fácil. Não se resume a seguir regras e encontrar o valor desconhecido. Trata-se de um momento onde o aluno desenvolve diversas habilidades como: leitura, interpretação, comparação, compreensão, escrita na linguagem matemática, explicação, oratória, reflexão e conclusão.

Um problema proposto não deve apenas se exaurir por si só, em uma busca singular ao valor desconhecido, mas provocar no aluno questionamentos sobre o seu significado, a sua generalização, utilidade, padronização e servir de parâmetro para outros casos.

3 – ANÁLISES A PRIORI

Durante o desenvolvimento deste trabalho, depois de realizado o primeiro procedimento de coleta de dados com os alunos procedeu à realização de um questionário que foi aplicado aos professores que lecionam matemática na E.E. Professora Idalina Vianna Ferro e conversas sobre o objeto de estudo nos horários das reuniões por áreas. Todos os professores presentes poderiam opinar sobre as questões, sendo licenciados em Matemática ou não, pois, não se trata de pessoas leigas no assunto, uma vez que, todos possuem formação acadêmica, embasamento teórico comum na área da educação matemática e ministravam aulas de Matemática no ensino Fundamental II.

Através das observações e principalmente das informações levantadas nos questionários aplicados podemos constatar que os alunos consideram importante o estudo da Matemática e reconhecem suas dificuldades diante dessa disciplina. E vão além, concentram suas dificuldades no comportamento inadequado dos colegas durante a explicação e na falta de compreensão da mesma.

Um terço dos alunos declarou que durante as explicações conversam com os colegas ou se distraem e não prestam atenção. Trinta e sete por cento prestam atenção, mas não participam e o restante interage de forma satisfatória.

Quando questionado sobre suas dificuldades diante da contextualização da Matemática em situações-problema e sua resolução tivemos uma distinção quantitativa. (Anexo E). Enquanto que na dificuldade direcionada à contextualização a proporção de indicações em relação à interpretação, compreensão e identificação das informações contidas no texto foram de 8 para cada 10 alunos, na dificuldade relacionada à resolução do problema a proporção foi equilibrada, com destaque para a forma que será utilizada os dados do problema.

Observando o comportamento dos alunos durante uma aula de resolução de exercícios abertos (não contextualizados), constatamos que houve pouca manifestação dos alunos em relação ao que deveria ser feito e sim algumas distorções na aplicação de conceitos e/ou erros de cálculo.

Em uma nova proposta colocada aos alunos de resolução dos exercícios elaborados em situações-problema, as manifestações inflamaram, mesmo nos casos mais simples de questionamentos.

A pergunta: “O que é pra fazer professor?” era o carro chefe dessas manifestações. Nesse momento não tínhamos clareza sobre as dificuldades dos alunos.

Precisávamos compreender porque o aluno tem uma resposta mais rápida na resolução dos exercícios abertos (não contextualizados) e apresenta dificuldades até mesmo para iniciar a resolução dos mesmos exercícios propostos em forma de problemas. Foram elaborados problemas mais específicos para poder fazer um diagnóstico preciso, com o intuito de qualificar os casos e direcionar possíveis soluções as dificuldades.

As maiores dificuldades estavam na leitura, interpretação e compreensão do enunciado, destacada no questionário do aluno e no questionário do professor. Após a explicação do problema para a classe observamos as distorções na aplicação de conceitos e erros de cálculo já observados anteriormente.

No trabalho desenvolvido com a sala ao longo da semana (cinco atividades) identificamos o fator considerado essencial: Interpretação da situação descrita. Esta foi à fase inicial da exploração das cinco propostas de trabalho, durante a qual os alunos procuravam compreender o contexto descrito no enunciado.

De um modo geral o aluno se limitou a algumas leituras sucessivas do enunciado, que por vezes eram acompanhadas de alguns sublinhados (similar aos realizados nas aulas de Português) ou da realização de esquemas. (praticados nas aulas de Geografia e História).

Procurava a solução, geralmente por tentativas. Numa segunda fase, o grupo, ou alguns elementos individualmente, iniciaram algumas tentativas de resolução, procurando soluções que nunca contemplaram todas as condições descritas nos enunciados. Estas tentativas foram desenvolvidas essencialmente com papel e lápis, utilizando também frequentemente a calculadora como auxiliar do cálculo.

Depois de desenvolvidos os primeiros esforços para encontrar uma solução, o grupo chamava o professor que os alertava para as falhas cometidas. Deste modo, os alunos viam-se na situação de ter que recomeçar toda a exploração em torno da proposta de atividade. Essa situação era motivada pela não compreensão do enunciado e pela falta de domínio dos conceitos matemáticos necessários.

Em todas as aulas se revelou necessária à intervenção do professor para que o grupo conseguisse obter soluções adequadas que contemplasse todas as expectativas inseridas nas situações propostas.

O fato de estes alunos terem uma prática quase nula na resolução de problemas foi motivador das grandes dificuldades iniciais. Nas propostas de atividades apresentadas, os dados encontravam-se envolvidos por um contexto e era preciso interpretá-los e identificar os conceitos matemáticos a serem utilizados na resolução. Com o passar do tempo e através de intervenções pontuais do professor os alunos foram percebendo que o mais importante era explorar o enunciado do problema, extrair dele as informações, organizá-las e aplicar os conhecimentos matemáticos adequados a cada situação proposta.

Os questionamentos que o professor foi colocando aos alunos quando era solicitado podem ter sido favoráveis àquela evolução levando o mesmo a organizar e adaptar um método de resolução de problemas e posteriormente apresentá-lo aos alunos.

Parece emergir daqui a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de interpretar situações também passa por interpretar situações, isto é, nos parece que um aluno dificilmente conseguirá interpretar o enunciado de uma situação se nunca lhe for apresentado nenhum que exija tal capacidade.

A heurística de resolução de problemas de George Polya:

> "[...] Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'resolvedor de problemas', tem que resolver problemas". (Polya, G. 2006.).

Associadas às dificuldades de interpretação, os alunos criaram restrições que não estavam presentes nos enunciados e esqueceram frequentemente dados e condições importantes para conseguir chegar a uma solução adequada.

Quando o grupo pensava ter compreendido a situação, procurava encontrar um caminho que conduzisse a resposta da situação. A estratégia mais utilizada pelo grupo foi a de ir fazendo tentativas. Essas tentativas nem sempre eram concentradas dentro do grupo, tratando-se frequentemente de iniciativas individuais. Por vezes, as tentativas sucediam-se, numa confusão de operações avulsa. Na maior parte das situações, aos resultados obtidos, o aluno não conseguia atribuir qualquer significado no contexto da situação.

O procedimento que acabamos de descrever parece ter origem numa outra dificuldade revelada pelos alunos: identificação e tradução por meio de expressões matemáticas os elementos essenciais no enunciado do problema. A fraca compreensão que o aluno tinha dos contextos nas situações-problema não lhe permitia destacar os elementos relevantes, deste modo, não podiam levar a diante a segunda fase no processo de resolução.

A dificuldade em expressar a equação matemática que relacione os dados do problema à incógnita fez com que alguns alunos não conseguissem conduzir a resolução e solicitavam a intervenção do professor.

Síntese das dificuldades dos alunos em resolução de problemas descritas pelos professores e marcadas pelos alunos em seus respectivos questionários:

- dificuldades de compreensão do contexto da situação apresentada;
- a não observação de condições ou dados importantes referidos no enunciado;
- dificuldades de identificação dos aspectos essenciais de uma situação e sua tradução em termos matemáticos;
- dificuldades de identificar o significado de uma operação matemática;
- dificuldades em identificar os conceitos matemáticos a utilizar numa dada situação;
- motivação e domínio deficiente de alguns conceitos matemáticos.

4 – REVISÕES DE LITERATURA

Após o diagnóstico dos problemas relativos ao ensino de Matemática feito por professores preocupados com o desenvolvimento correto dos conceitos matemáticos e contrários aos métodos de ensino por repetição, memorização e a imitação deram origem a uma discussão que terminou na elaboração da proposta curricular. Esses professores, insatisfeitos com tal situação e questionando cada vez mais o conteúdo dos livros didáticos, vinham se reunindo para discutir novas propostas para o ensino de Matemática. A nova proposta deveria ser flexível no desenvolvimento dos conceitos em cada série, possibilitando os professores tratarem cada tema matemático com mais autonomia e respeitando os ritmos e o processo de maturação dos alunos. Desse modo, permitir a elaboração e reelaboração de situações de aprendizagem em forma de problemas contextualizados que contemplem o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e a progressiva formalização e sistematização do conceito enfocado. (BRASIL. MEC. Proposta Curricular, 1997).

No que se refere à abordagem nesta proposta ressalta-se ainda o trabalho do professor junto aos alunos observando a participação ativa dos mesmos na descoberta e assimilação de ideias matemáticas.

O recurso sugerido na proposta é a resolução de situações-problema, em que o aluno é desafiado a refletir, discutir em grupo, extrapolar as aplicações e enfrentar situações novas. Na proposta, pretende-se:

> [...] que o aprendizado de Matemática tenha essencialmente significado de uma alfabetização nos aspectos quantitativos da realidade, na lógica da articulação dos significados, no desenvolvimento da capacidade de projetar, de arquitetar soluções para os problemas propostos. (BRASIL. MEC. Proposta Curricular, 1997, P.13.).

Na proposta curricular a aprendizagem de uma criança deve ser avaliada pelos resultados que ela apresenta ao resolver um problema, ao explorar relações e propriedades, analisar a situação dada e fazer síntese do seu raciocínio, considerando cada impulso, intuição e cada manifestação de raciocínio diante da situação problema.

A habilidade de resolver problemas deve fazer parte da aprendizagem na escola em todas as séries, desde o início, garantindo assim o desenvolvimento nas crianças suas potencialidades em termos de inteligência e cognição, possibilitando ao aluno a alegria de vencer obstáculos criados pela sua própria curiosidade.

As autoras (Smole, Diniz e Cândido (2000)) fazem uma reflexão das questões referente às possibilidades do ensino da resolução de situações problema, subsidiadas nas questões: Quais os tipos de experiências com a resolução de problema as crianças deveriam ter? O que é resolver um problema? Mesmo antes de serem leitoras as crianças são capazes de resolver problemas?

As autoras do livro começaram atribuindo o ensino da matemática como suporte de progresso das potencialidades da inteligência e cognição, e neste contexto cada problema assume um caráter interrogativo e explorativo. Portanto no íntimo deste contexto de problematização na Educação Infantil está o acréscimo dos contornos do pensamento e da inteligência, do que nos conceitos aritméticos, ou seja, os conteúdos são concebidos de forma mais abrangente vão além de conceitos e fatos específicos de matemática.

A lacuna da problematização na vida escolar de crianças não alfabetizadas tem implicações em longo prazo, nas séries posteriores, traduzindo uma construção errônea do que é problema em matemática. Observa-se que diante de uma situação-problema as crianças não compreendem todas as informações contidas no texto e concluem que não dispõem dos elementos necessários para resolvê-lo.

A resolução de problemas é apontada por Smole, Diniz e Cândido (2000) como uma situação onde o aluno aprende matemática, desenvolve procedimentos, modos de pensar, desenvolvem habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em diferentes áreas do conhecimento que podem estar envolvidas em uma situação. Isso indica que a resolução de problemas deve ser vista como uma metodologia de ensino, e que o professor de matemática ao utilizar-se dela estará contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de comunicação e das habilidades leitoras.

Reavaliar estas visões é favorecer a abordagem de situações problemas, onde as crianças são cativadas no fazer matemática, tornando-se hábeis na formulação e resolução de questões pelas possibilidades de questionar, levantar hipóteses, relacionar e aplicar conceitos matemáticos. Segundo as autoras o planejamento diligente das atividades, bem como a orientação dos questionamentos, admite a comparação entre resultados produzidos e os objetivos. Isso implica em adequação ou reorientação da prática, sobretudo incita a busca em novos horizontes. Assim as crianças avaliam os resultados de suas ações.

O planejamento do trabalho com resolução de problema parte da problematização oral de conjunturas adjacentes às crianças.

> [...] Para uma criança, assim como para um adulto, um problema é toda situação que ela enfrenta e não encontra solução imediata que lhe permita ligar os dados de partida ao objetivo a atingir. A noção de problema comporta a ideia de novidade, de algo nunca feito, de algo ainda não compreendido. (Smole, Diniz e Cândido. 2000. P13).

O professor deve ter sempre em mente que ensinar a resolver problemas é uma tarefa bem mais difícil do que ensinar conceitos e algoritmos matemáticos; não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos, de pensamentos e de construção de habilidades que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o seu apoio e incentivo. O professor terá que atuar como orientador de situações que levam os alunos a desenvolver suas situações de aprendizagem.

A metodologia de Resolução de Problemas está sendo considerada uma maneira muito adequada de desenvolver essa aprendizagem. Segundo a adepta dessa proposta (ONUCHIC (1999)) ensinar a Matemática através da Resolução de Problemas desenvolve o raciocínio e estimula o gosto pela matéria fazendo com que os alunos aprendam de forma prazerosa.

> [...] Ao se ensinar Matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. (ONUCHIC, 1999, P. 207)

O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis.

Um objetivo de se aprender matemática é o de poder ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos). (ONUCHIC, 1999)

Segundo Polya (2006) são quatro as etapas principais para a resolução de um problema:

· Compreender o problema;

· Elaborar um plano;

· Executar o plano;

· Fazer o retrospecto ou a verificação do resultado.

Para deixar claro para o aluno essas etapas e a importância das mesmas, discorremos sobre cada uma delas, pois antes de começar a resolver o problema, é preciso compreendê-lo. Assim, o enunciado necessita ser claro e conciso, facilitando o bom entendimento de seu grau de dificuldade e sendo condizente com as habilidades que os alunos possuem. Para isso, sempre que nos deparávamos com um problema, procurávamos responder as questões como:

· O que o problema está propondo que procuremos?
· Quais são os dados e as condições oferecidas no problema?
· É possível representá-lo por meio de um gráfico, tabela ou figura?
· É possível fazer uma estimativa do resultado a ser alcançado?

Para elaborar um plano de resolução devemos fazer uma conexão entre os dados do problema e o que ele pede, levantando estratégias, algoritmos, procedimentos e possíveis sentenças matemáticas conhecidas que possam auxiliar na busca da solução pretendida. Isso poderá ser facilitado ao responder as perguntas:

· Já resolveu um problema semelhante?
· É possível colocar as informações numa tabela, num gráfico ou diagrama?
· É possível resolver o problema por parte?
· É possível estabelecer um ou vários caminhos para a solução?

Respondidas as perguntas é preciso executar o plano elaborado, verificando cada passo dado e efetuando as operações necessárias para se atingir o resultado esperado. E, finalmente após executado o plano, fazer o retrospecto ou verificação do resultado, analisando a solução obtida e fazendo a verificação do resultado. O retrospecto faz com que o aluno reveja como pensou inicialmente, como encaminhou uma estratégia de solução, como efetuou os cálculos, enfim, todo o caminho percorrido para obter a solução.

5 – O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

5.1 – ENSINOS DE SISTEMA DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Pré-requisitos como calcular o valor numérico de expressões, o uso da linguagem algébrica e o cálculo algébrico, necessários para o ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas já foram trabalhados no sétimo ano do Ensino Fundamental II. Além disso, no primeiro e segundo bimestres que compõe o primeiro semestre do oitavo ano letivo em questão já foram trabalhadas as habilidades de resolver problemas que envolvem equações do primeiro grau.

Na matriz curricular para o ensino da Matemática organizado por série/ano e em quatro bimestres para os quatro anos do Ensino Fundamental II presente na Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), o ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas deve ser ministrado no terceiro bimestre da 7ª Série/8º Ano. Assim todas as etapas realizadas nesse trabalho de pesquisa estão em consonância com as situações de ensino-aprendizagem propostas sobre o assunto acima citado.

O ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas para o oitavo ano do Ensino Fundamental II será tratado primeiramente através da representação gráfica, e posteriormente, a apresentação aos alunos dos métodos da adição e substituição. A opção de começar pela representação gráfica antecedendo aos métodos algébricos está de acordo o objetivo deste trabalho.

A discussão proposta para cada situação-problema não terá a intenção de se aprofundar no contexto de sistemas lineares, pois esse assunto será retomado com maior rigor no Ensino Médio.

5.1.1 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

A utilização de um plano com eixos orientados já apareceu no sétimo ano quando os alunos trabalharam transformações no plano (ampliação, redução, simetria, reflexão e translação) e em outros contextos relacionados aos gráficos estudados em situações de aprendizagem de tratamento da informação.

Para o oitavo ano novas explorações serão feitas através da confecção adequada do sistema plano de eixos coordenados (coordenadas cartesianas), leitura e interpretação de mapas e guias de ruas, da representação de pontos, da representação de uma equação do primeiro grau com duas incógnitas e da representação do sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas. Essa última contou com a utilização do material pedagógico PRANCHA DE GRÁFICOS e do software GEOGEBRA.

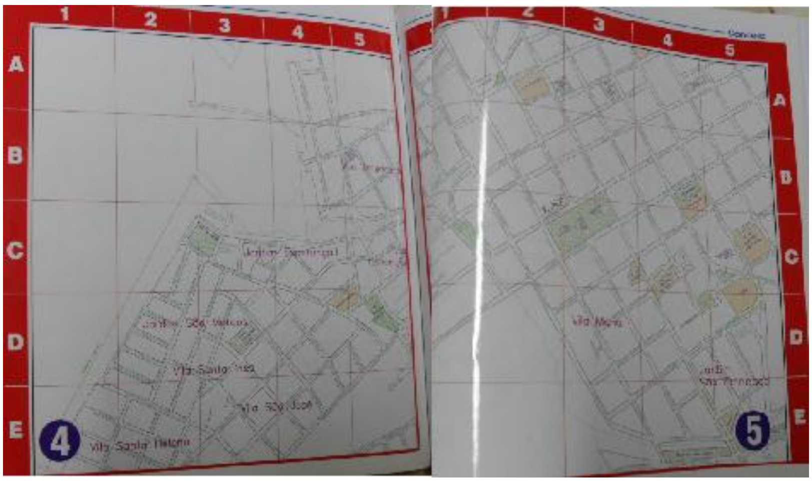
A partir da representação do sistema de equações no plano cartesiano foram feitas análises do comportamento das retas que compõe o sistema e a sua classificação. Sabemos que o traçado de retas no plano cartesiano só é possível quando admitimos o conjunto dos reais com universo do problema, mas a formalização desse conceito pelos alunos só será realizada no nono ano do Ensino Fundamental II. Assim as retas serão traçadas sem a referida exigência, tomando o devido cuidado com problemas cujo conjunto universo é natural ou inteiro. Segundo os (Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1997, p.41) o currículo deve ser tratado da forma espiral, em que o conceito se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações.

Abaixo estão os problemas utilizados para iniciar os alunos na resolução de sistemas através da representação gráfica.

Problema 1: Foi pedido para que os alunos trouxessem a lista telefônica municipal. No final dessa lista tem o mapa da cidade dividido em 10 partes. Todas as partes estão numeradas de 1 a 10 e cada página quadriculada em 5 por 5 ordenadas na horizontal de 1 até 5 e na vertical de A até E. A classe foi organizada em grupos de 4 alunos e pedido para que os grupos realizassem as seguistes tarefas:

a) Localizar a escola Idalina e anotar qual mapa e suas coordenadas.
b) Localizar a casa de cada um no grupo e anotar qual mapa e suas coordenadas.
c) No mapa 5, quais são as coordenadas do Clube Municipal, do largo da Matriz e do terminal rodoviário.
d) No mapa 4 nas coordenadas D3 está localizada qual praça? E nas coordenadas B5 do mesmo mapa?

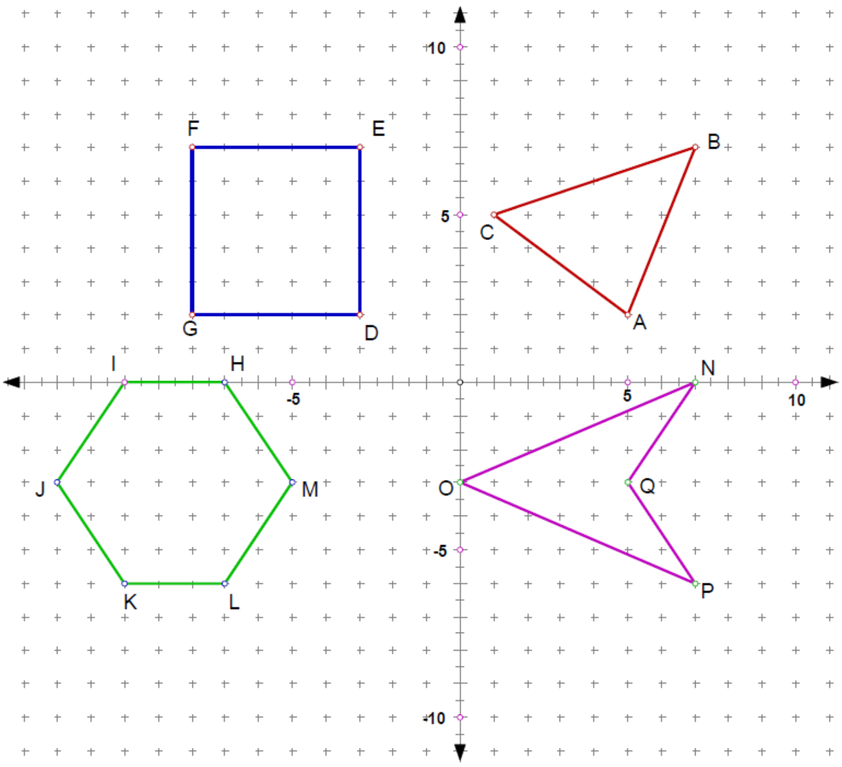
Figura 1: Mapas 4 e 5 utilizados no problema.



Fonte: o próprio autor.

Na sequência apresentamos quatro figuras geométricas em um sistema cartesiano sem a distinção dos eixos x e y.

Problema 2: Observe as figuras geométricas representadas no plano a seguir. Podemos localizá-las por meio de coordenadas horizontais e verticais. Veja o exemplo do triângulo ABC cujos vértices estão representados pelas coordenadas cartesianas: A (5;2), B (7;7) e C (1;5). Nessas condições:

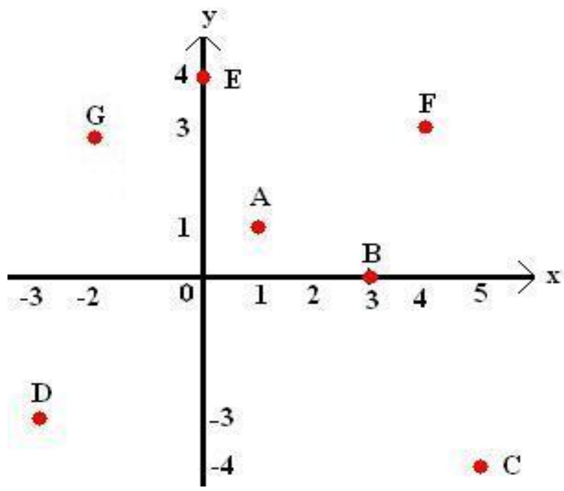


a) Escreva as coordenadas dos vértices das outras figuras geométricas representadas no plano cartesiano.
b) Quais vértices estão situados no eixo – x (abscissas)? O que eles têm em comum?
c) Qual vértice está situado no eixo – y (ordenadas)?
d) Qual vértice está mais próximo da origem? E o mais afastado?
e) Quais vértices possuem todas as coordenadas negativas?
f) Quais vértices estão representados no 2º quadrante?
g) Qual é a distância entre os vértices M e Q?

Problema 3: Apresente três pares ordenados que sejam soluções da equação $5x - 2y = 20$.

Problema 4: Localizem no plano cartesiano os seguintes pontos A(3;8), B(-5;6), C(3;0), D(2;-2), E(-1;3), F(-5;1), G(0;-2), H(-3;-3) e I(6;-3).

Problema 5: Dê as coordenadas cartesianas dos pontos indicados no sistema de eixos coordenados e diga a que quadrante pertence.



Problema 6: Construa, no plano cartesiano, o gráfico de cada uma das seguintes equações do 1º grau com duas incógnitas:

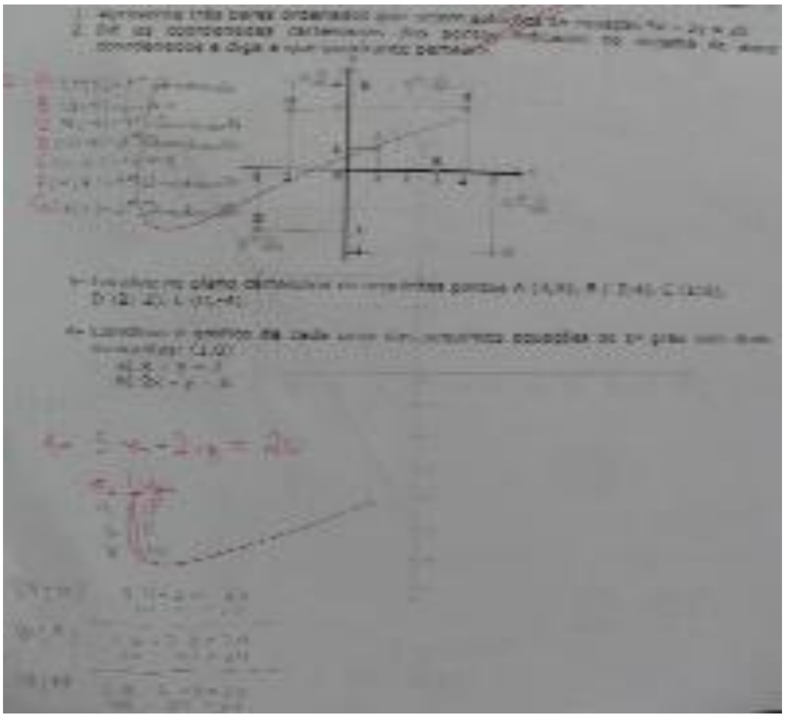
a) $2x + y = 9$

b) $x + y = 13$

Na sequência temos uma atividade avaliativa realiza ao final do processo de ensino e aprendizagem. Os alunos tiveram a liberdade para usar papel quadriculado na confecção do sistema de coordenadas cartesianas.

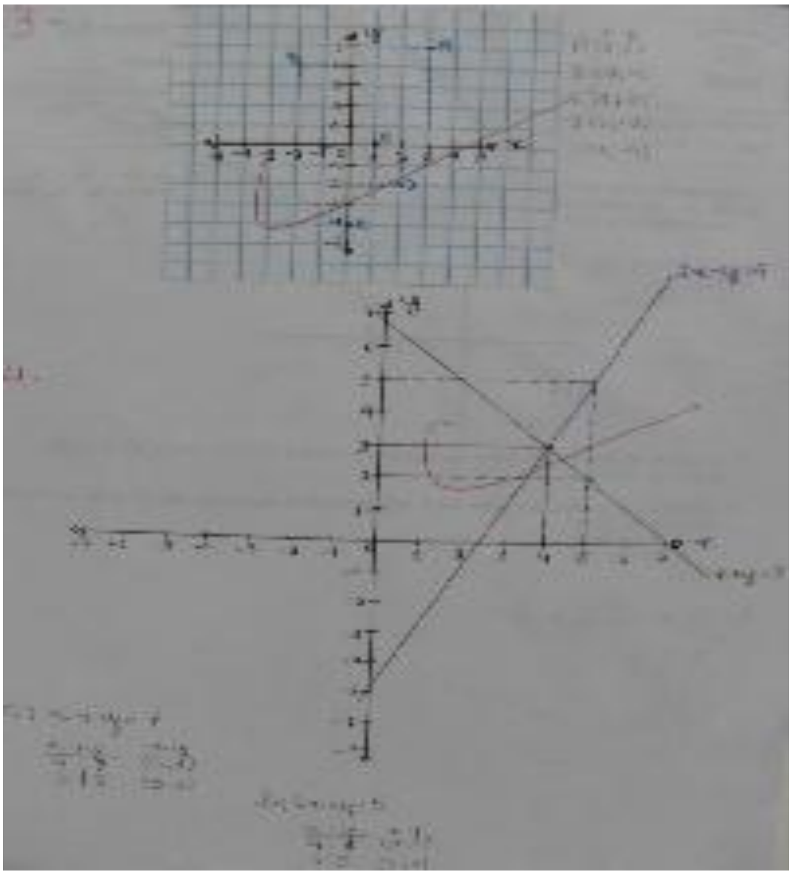
O desenvolvimento dessa atividade foi tranquilo e sem grandes dúvidas quanto aos problemas propostos. A participação dos alunos e os resultados foram satisfatórios.

Figura 2: Atividade de sistemas cartesianos realizada em sala.



Fonte: o próprio autor.

Figura 3: Localização de pontos e representação gráfica.



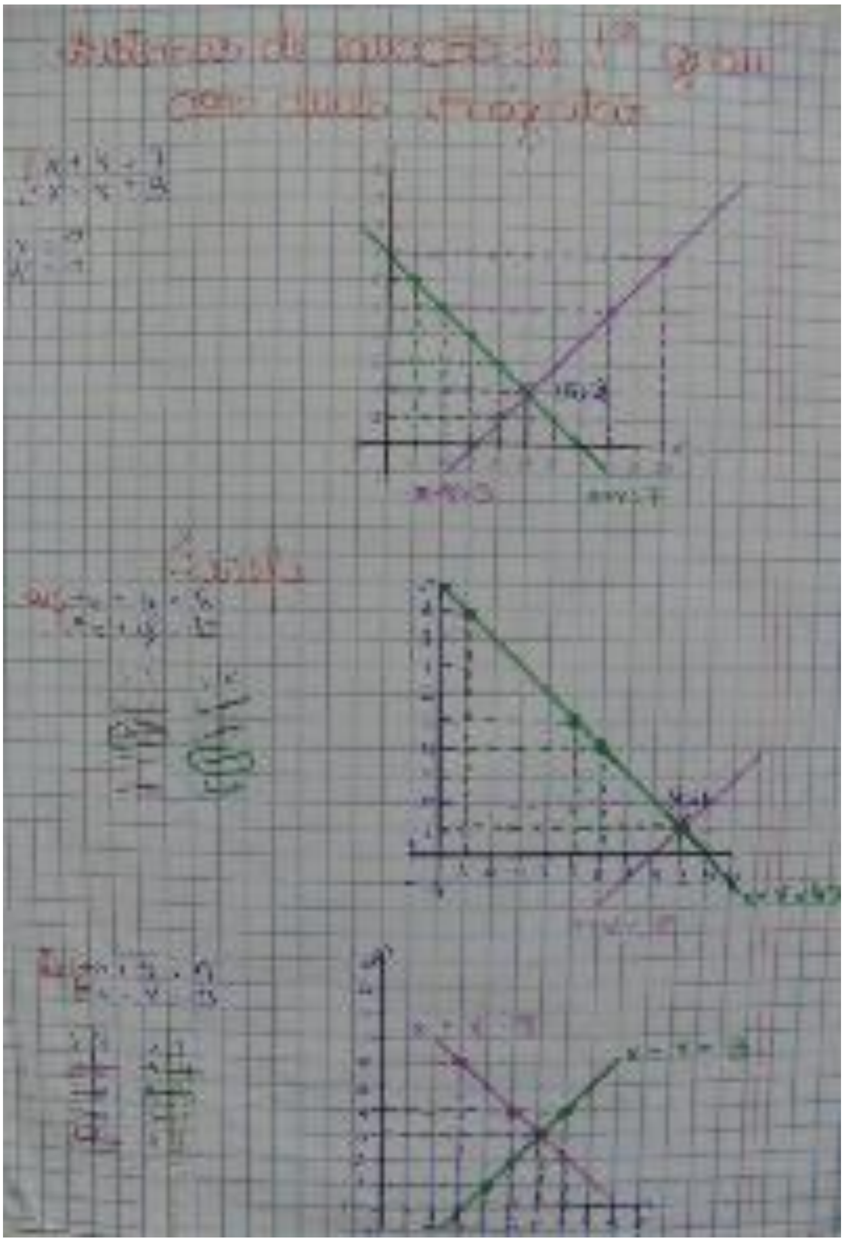
Fonte: o próprio autor.

Problema7: Faça a representação gráfica de cada um dos sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Localize no gráfico o ponto comum às duas tabelas. Os valores de x e y correspondem à solução do problema?

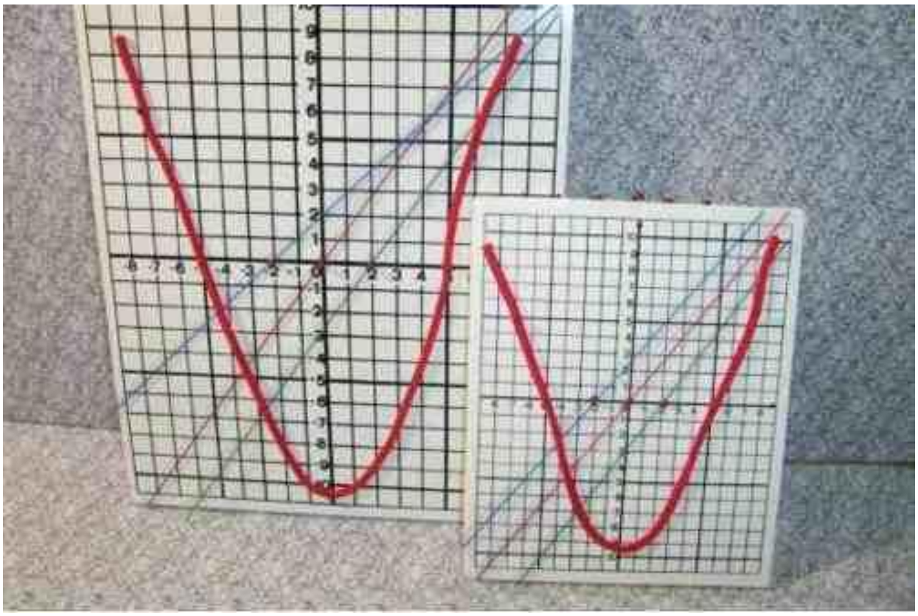
Figura 4: Problema 7: Resolução do aluno.



Fonte: o próprio autor.

5.1.1.1 – PRANCHA DE GRÁFICOS

Figura 5: Material pedagógico – Prancha de gráficos.



Fonte: o próprio autor

Atividade elaborada e dirigida ao oitavo ano do ensino fundamental a partir da proposição de situações-problema, tendo em vista a aplicação do conhecimento teórico de forma contextualizada e prática, utilizando o material pedagógico: Prancha para gráficos.

Os alunos foram organizados em dois grupos e cada grupo recebeu três problemas diferentes para resolução e representação gráfica de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Os problemas eram classificados como; Determinado, Indeterminado e impossível. Essa atividade envolveu os conteúdos: localização de pontos no sistema de coordenadas cartesianas e a representação gráfica de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

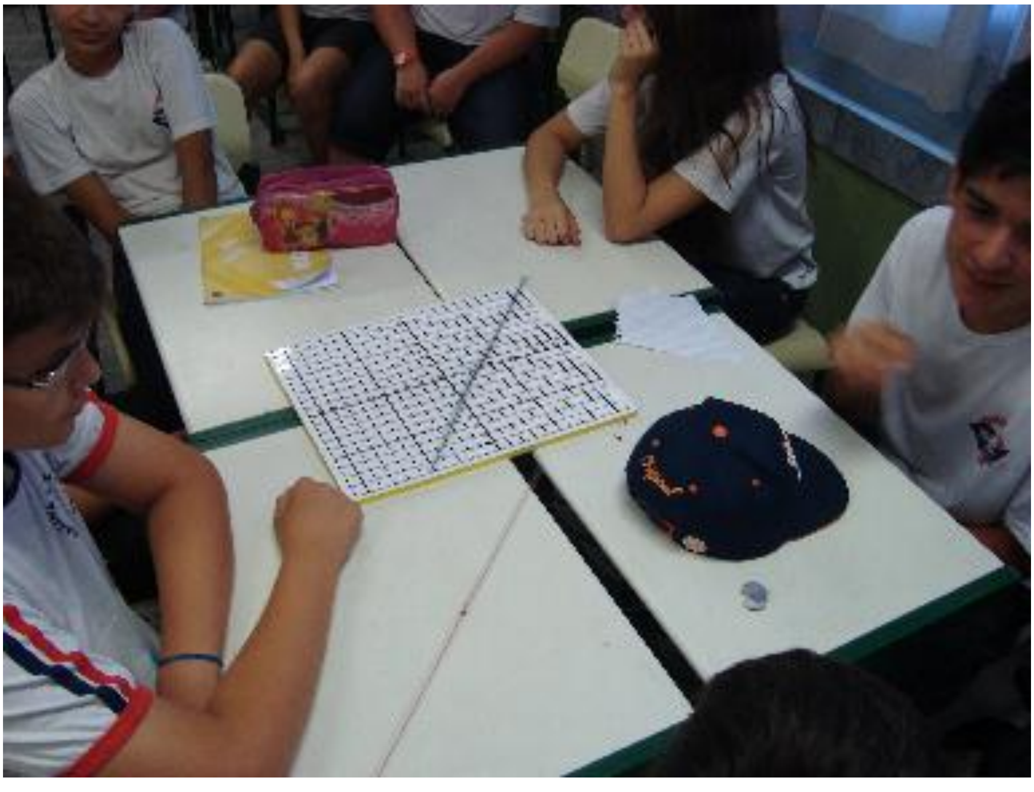
O desenvolvimento nos alunos das competências trabalhadas durante a atividade, definidas nas Diretrizes Curriculares do Ministério da Educação como: representação e comunicação, leitura, transmissão de ideias, interpretação e produção de textos nas diversas formas características da Matemática; investigação e compreensão: capacidade de enfrentar desafios e resolução de situações-problema, utilizando-se de conceitos e procedimentos práticos foram os aspectos positivos observados durante o processo.

O tratamento contextualizado do conhecimento e a utilização dos recursos materiais que a escola dispõe retira o aluno da condição de espectador passivo e estimula a criatividade, o espírito participativo e a curiosidade do mesmo.

A linguagem e a terminologia utilizadas na Matemática ainda são os dificultadores da aprendizagem. A fraca leitura, interpretação e compreensão de alguns alunos e o desinteresse sem critérios de outros podem ser citados como aspectos negativos.

O maior objetivo da utilização de materiais pedagógicos diversos não é tornar a matemática fácil, e sim desenvolver no aluno habilidades que o leve a resolver qualquer problema do seu cotidiano com paciência, disciplina, dedicação e perseverança. Os materiais utilizados devem estar em consonância como os problemas propostos. A contextualização adequada do problema e a introdução no tempo certo do material prático possibilita um avanço no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Figura 6: Prancha de gráficos – Retas coincidentes.



Fonte: o próprio autor.

Figura 7: Pranchas de gráficos – Retas paralelas.

Fonte: o próprio autor.

5.1.1.2 – SOFTWARE GEOGEBRA – RESOLUÇÃO GRÁFICA

As últimas quatro aulas das duas semanas propostas para o ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas por representação gráfica foram reservadas para realização de uma atividade na sala de informática.

Nas três primeiras aulas o professor levou o notebook e o projetor para fazer as representações gráficas utilizando o software GEOGEBRA. Os fatores que levaram a escolha do software são: o livre acesso, um ambiente gráfico simples de fácil compreensão, conter os recursos algébricos e geométricos necessários para a realização da atividade, de fácil manuseio e a linguagem do campo de entrada similar a que foi trabalhada em sala.

Durante as apresentações em sala de aula o professor orientou os alunos como proceder no campo de entrada, digitando corretamente a equação e observando sua representação gráfica.

Foi sugerido aos alunos que os exercícios escolhidos para serem resolvidos utilizando o software fossem os mesmos já trabalhos no caderno em sala de aula. A intenção era confrontar resultados validando o processo.

Figura 8: Apresentação do GEOGEBRA.

Fonte: o próprio autor.

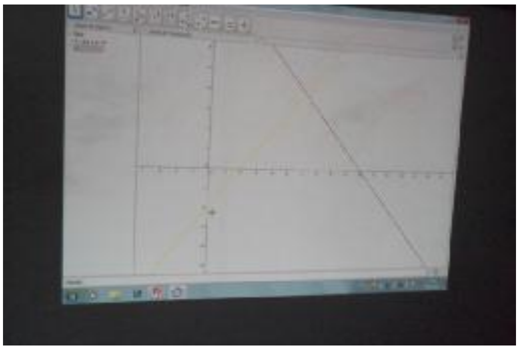
Figura 9: Introdução aos comandos básicos.

Fonte: o próprio autor.

Figura 10: Explicações sobre o campo de entrada.

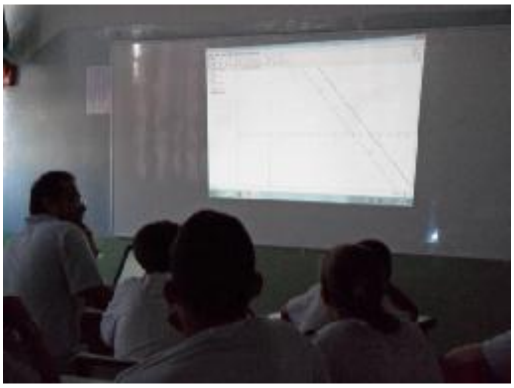
Fonte: o próprio autor.

Figura 11: Sistema possível e determinado.



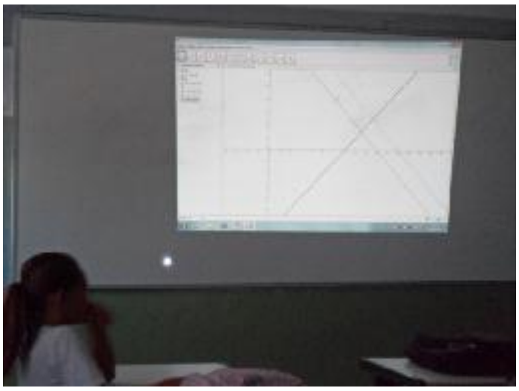
Fonte: o próprio autor.

Figura 12: Sistema impossível.



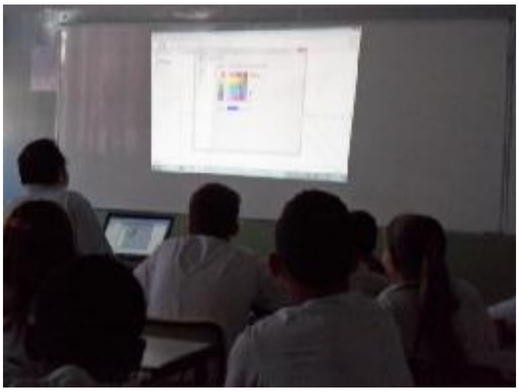
Fonte: o próprio autor.

Figura 13: Sistema possível e indeterminado (reta mais espessa).



Fonte: o próprio autor.

Figura 14: Recursos gráficos.



Fonte: o próprio autor.

Nessa atividade os alunos utilizaram o software GEOGEBRA como recurso didático-pedagógico. Capaz de resolver situações algébricas e geométricas, vamos observar o comportamento geométrico dos sistemas propostos abaixo através de representações gráficas.

$$\begin{cases} 2x + y = 20 \\ y = 2x \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y = 5 \\ 4x - 4y = 20 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + 2y = 7 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

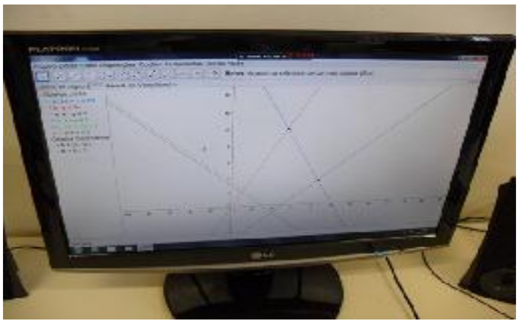
Figura 15: Alunos manuseando o software.

Fonte: o próprio autor.

Figura 16: A preocupação com os comandos.

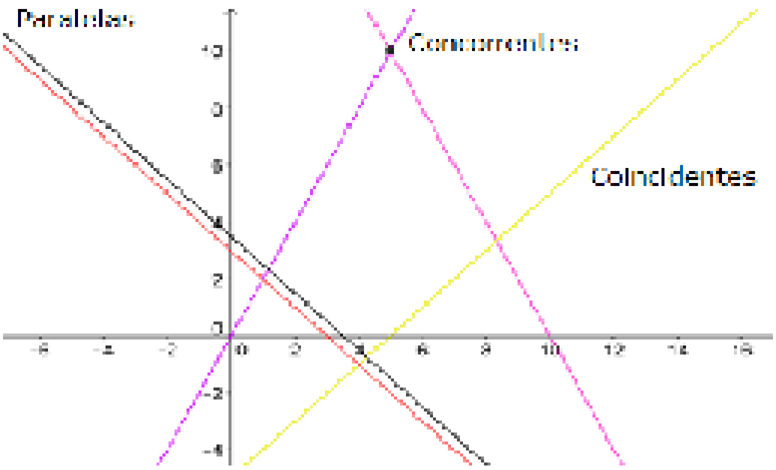
Fonte: o próprio autor.

Figura 17: Resolução na tela.



Fonte: o próprio autor.

Figura 18: Resolução dos sistemas propostos.



Fonte: o próprio autor.

5.1.2 – MÉTODO DA ADIÇÃO E O MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

Para a resolução algébrica de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas vamos trabalhar os métodos da adição e o da substituição.

Não faremos grandes considerações sobre ambos os métodos de resolução, vamos apenas explorar diferentes procedimentos com o objetivo de mostrar ao aluno a necessidade de utilizá-los como uma poderosa ferramenta apropriada e de fácil manuseio na resolução de sistemas de equações. O aluno poderá escolher o método algébrico que considerar mais fácil para resolver cada sistema. Eventualmente, o professor fará considerações sobre o melhor método para ser utilizado em cada caso deixando o aluno julgar o mais conveniente.

O método da adição aplicado na resolução algébrica de um sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas nada mais é do que uma soma ou a diferença de equações membro a membro. O aluno será levado a perceber que algumas operações aplicadas aos monômios no primeiro bimestre e as propriedades de igualdade demonstradas em equações do primeiro grau no segundo bimestre, também serão válidas para resolver equações do primeiro grau com duas incógnitas.

Inicialmente levantamos os conhecimentos prévios dos alunos sobre adição de termos semelhantes, multiplicação de uma equação por um número e a resolução da equação por equivalência.

Foram realizados exercícios no caderno sobre adição de termos semelhantes. Na correção os alunos tiraram as seguiste conclusão: a adição será efetuada entre os coeficientes dos termos algébricos que tiverem a mesma parte literal. Para a equação o procedimento com exercícios foi mantido. O objetivo era verificar a manutenção da igualdade ao adicionar e subtrair termos iguais em ambos os membros da equação, multiplicar e dividir toda a equação por um número inteiro.

As propriedades aplicadas na igualdade foram sendo verificadas através da resolução das equações. Em nenhum momento apareceu a oportunidade para fazer a multiplicação ou divisão por zero, o que levou os alunos a uma conclusão errada quanto a multiplicar ou dividir a equação por qualquer número inteiro. Assim coube ao professor questionar a utilização do zero. Rapidamente os alunos concluíram que não era válido.

Ao término das considerações a sala concluiu que a adição ou subtração de termos iguais em ambos os membros da equação, a multiplicação e divisão de toda a equação por um número inteiro diferente de zero não alteravam a igualdade.

Dando continuidade ao método da adição colocamos alguns problemas para que os alunos. Veja alguns abaixo:

Problema 1: Dois irmãos, Fábio e Fernando, juntos têm 56 reais.

a) Adotando x como o valor total em reais de Fábio e y o valor total em reais de Fernando, estabeleça a equação que retrata o total em reais.
b) É possível determinar exatamente quantos reais cada um tem? Justifique.
c) Os dois irmãos colocaram seus valores em uma mesa e perceberam que a diferença entre eles era de 8 reais. Estabeleça a equação que retrata a diferença entre eles.
d) Agora é possível determinar exatamente quantos reais cada um tem? Em caso afirmativo, determine-o.

Vamos aplicar as propriedades verificadas anteriormente.

Problema 2: A diferença entre o triplo de um número inteiro e outro número inteiro é 6. A soma entre o dobro primeiro e o segundo é 19. Quais são os números?

Para resolver o problema vamos proceder da seguinte forma:

a) Some membro a membro as duas equações. Uma das incógnitas cancelada? Em caso afirmativo, determine a incógnita restante.
b) É possível determinar a incógnita cancelada conhecendo a outra? Como proceder?

Problema 3: A soma das idades de João e Maria quando se casaram era de 46 anos. A diferença entre suas idades é de 4 anos. Qual a idade de João?

Problema 4: A quantia total que eu e meu irmão temos é de 60 reais. Se eu dobrar o meu valor e adicioná-lo ao do meu irmão, teremos exatamente 90 reais. Quanto dinheiro meu irmão tem?

a) Some membro a membro as duas equações. Foi possível cancelar uma das incógnitas? Em caso negativo como devo proceder?
b) O valor determinado é o do meu irmão? Em caso negativo como devo proceder?

O método da substituição aplicado à resolução de sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas foi utilizado predominantemente em sistemas onde uma de suas duas equações possuía uma relação de equivalência entre as suas incógnitas. Nos casos onde essa relação de equivalência não estava defina, os alunos foram orientados a escolher uma das equações do sistema e estabelecer a relação uma equivalência entre suas incógnitas.

Esse procedimento consiste em isolar uma das incógnitas na equação escolhida. Em ambos os casos o procedimento de resolução é o mesmo. Após o isolamento da uma das incógnitas na equação escolhida, o aluno deveria substituí-la na outra equação do sistema, aplicando parênteses e respeitando as operações.

Entendemos que é importante mostrar ao aluno o método mais adequado para cada caso, e cabe ao aluno escolher aquele que mais lhe agrade.

Abaixo apresentaremos alguns problemas que foram trabalhados em sala de aula para o ensino do método da substituição.

Problema1: Uma tábua tem 160 cm de comprimento e deve ser cortada em dois pedaços de forma que o comprimento do maior seja igual ao triplo do menor.

a) Usando x e y para representar as incógnitas, estabeleça um sistema de equações para a situação dada.
b) Observe no sistema uma equação com a relação de equivalência entre suas incógnitas e destaque-a.
c) Substitua a equação destacada na outra. As incógnitas restantes são semelhantes? Em caso afirmativo, determine-a.
d) Determine a outra incógnita. Os valores encontrados satisfazem as condições do problema?

Problema 2: A soma de dois números é igual a 127. Sabendo-se que o maior deles é igual ao dobro do menor aumentado de 16, determine os dois números.

Problema 3: Mariana e Gabriela têm, juntas, 70 anos. Subtraindo-se 10 anos de Mariana e acrescentando os mesmos 10 anos em Gabriela, suas idades ficam iguais.

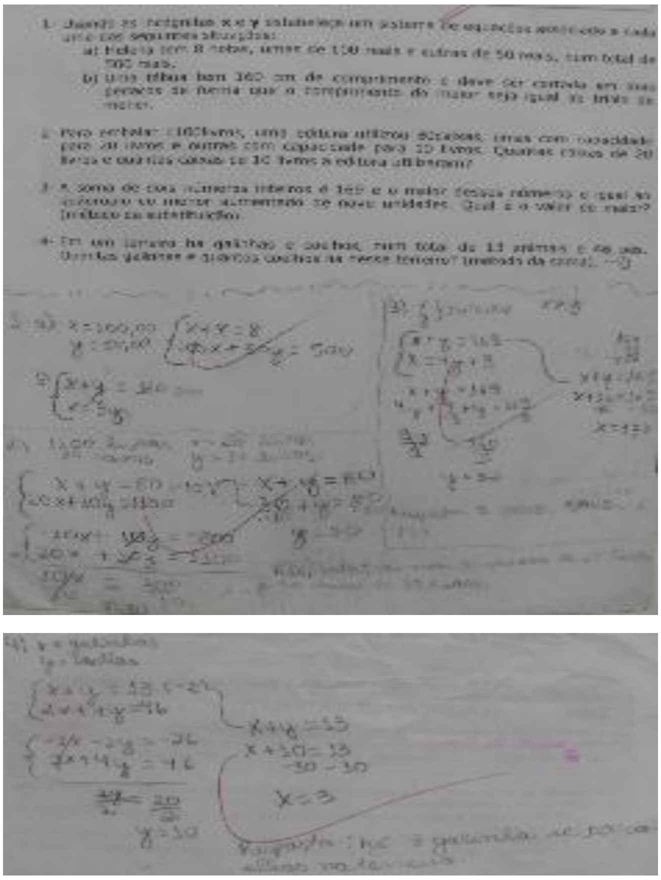
Problema 4: Numa eleição em que havia dois candidatos, votaram 12.300 eleitores. Sabendo-se que 830 votos foram anulados ou em branco, e que o vencedor teve 1450 votos a mais que e o perdedor. Qual foi a votação de cada candidato?

Problema 5: Em um terreiro há galinhas e coelhos, num total de 13 animais e 46 pés. Quantas galinhas e quantos coelhos há nesse terreiro?

a) Usando x e y para representar as incógnitas, estabeleça um sistema de equações para a situação dada.
b) Escolha uma equação do sistema e isole uma das incógnitas.
c) Substitua a equação destacada na outra. As incógnitas restantes são semelhantes? Em caso afirmativo, determine-a.
d) Determine a outra incógnita. Os valores encontrados satisfazem as condições do problema?

Na sequência temos uma atividade avaliativa realiza ao final do processo de ensino e aprendizagem. Apesar das orientações na folha, os alunos foram deixados livres para escolher o método a ser aplicado aos problemas.

Figura 19: Aplicação dos métodos da adição e substituição.



Fonte: o próprio autor.

5.2 – APLICAÇÕES DA METODOLOGIA DA RESOLÇÃO DE PROBLEMAS

Para trabalhar a resolução de problemas em sala de aula com os alunos o método escolhido foi o de George Polya, por entender que o mesmo possui um roteiro prático e bem elaborado é de simples aplicação e compreensão.

No primeiro momento foi distribuída aos alunos uma síntese adaptada do método de resolução de problemas de Polya (Anexo B) e feito uma explicação sobre sua utilização com diversos exemplos. Em seguida foram apresentadas situações-problema simples para que os alunos aplicassem o método.

As situações-problema foram cuidadosamente selecionadas e/ou elaboradas, levando em consideração os conteúdos do plano de ensino e sua contextualização com os elementos do cotidiano.

Em toda a sequência didática proposta, durante a representação gráfica, nas resoluções pelo método da adição ou substituição e nas atividades avaliativas, o professor observou se o aluno estava aplicando o método adaptado de resolução de problemas.

Com o passar do tempo e a rotina de utilização do método, naturalmente os alunos se acostumaram com suas fases e etapas. Coube ao professor intervir com provocações e questionamentos que levasse o aluno a avaliar sua prática, impossibilitando assim uma eventual mecanização do processo.

5.3 – A CAÇADA AO TESOURO – SISTEMA CARTESIANO

Um exemplo de trabalho bem sucedido foi a aula diversificada "Caça ao tesouro".

Essa atividade envolveu os conteúdos: sistemas de coordenadas cartesianas, localização de pontos, sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas e leitura e confecção de mapas. Os assuntos acima citados foram trabalhados exaustivamente em sala de aula através de situações-problemas (anexo C), leitura de mapas e construção de sistemas cartesianos.

A ideia da atividade partiu do professor, mas foi toda ela elaborada pelos alunos: a confecção das regras, a escolha dos locais de caçada, a divisão dos grupos e a divisão das funções em cada grupo.

Durante a semana tivemos seis aulas, sendo duas reservadas para estruturação da atividade que além da diversão tinha caráter avaliativo. Os 32 alunos da sala 8º Ano A e os 28 alunos da sala 8º Ano B foram divididos em 4 grupos de 8 participantes e 4 grupos de 7 participantes, respectivamente, por sorteio (critério dos mesmos). Eles escolheram quatro lugares para a caçada (quadra esportiva, estacionamento, jardim da entrada dos alunos e o pátio da escola). Elaboraram regras (anexo A) para o desenvolvimento da atividade e dividiram as funções. Cada grupo deveria ter um capitão responsável pelas correções junto ao mediador, dois integrantes responsáveis pela confecção do mapa (sistema de coordenadas e os 4 pontos soluções) e um integrante para contar os passos e fazer correções. Todos os integrantes deveriam participar das resoluções.

As duas aulas posteriores foram reservadas para a atividade.

Entre as duas aulas iniciais e as duas aulas reservadas para a atividade o professor fez a completa demarcação dos locais escolhidos. Com as coordenadas de cada pista e do local que estaria o tesouro determinado, o professor criou quatro sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas para cada grupo.

Os sistemas foram transformados em situações-problemas que seriam cuidadosamente resolvidos, pois resoluções equivocadas levariam o grupo ao local errado tendo que recomeçar. O tempo não jogava contra, já que cada grupo tinha o seu tesouro para procurar. A atividade não tinha teor competitivo e sim colaborativo.

Concluída todas as etapas de preparação da atividade deu-se então início a “brincadeira” com as instruções do mediador (professor) para cada grupo.

Figura 20: Instrução geral aos grupos.

Fonte: o próprio autor.

A participação dos integrantes de cada grupo nas resoluções foi digna de méritos, uma aula de colaboração, cooperação e trabalho em equipe.

Figura 21: Resolução do problema proposto na pista.

Fonte: o próprio autor.

Figura 22: O encontro de uma pista e um novo problema.

Fonte: o próprio autor.

Figura 23: Os encarregados de traçar a rota do grupo.

Fonte: o próprio autor.

Figura 24: O contador de passos aponta o local do tesouro.

Fonte: o próprio autor.

Figura 25: Finalmente o local do tesouro.

Fonte: o próprio autor.

As últimas duas aulas foram divididas em revisão e avaliação. Na primeira aula o professor retomou erros cometidos pelos grupos no desenvolvimento da atividade. Erros de interpretação e confecção dos sistemas de equações, sinais trocados, em contas na resolução do sistema, troca do eixo xy e alguns poucos erros de localização das coordenadas nos mapas.

Listando os erros na lousa sem relacioná-los aos grupos, o professor iniciou uma discussão instigando os alunos de um determinado grupo a apontarem o erro cometido por outro grupo e corrigi-los. Esse trabalho serviu de revisão de conceitos e conteúdos para a avaliação na segunda aula.

O bom desempenho dos alunos na avaliação e no exame bimestral escolar (simulado), a tranquilidade dos mesmos na realização das avaliações e principalmente a coerência nas conversas após a realização do exame serviram de parâmetros de uma aprendizagem significativa.

O maior objetivo da resolução de problemas não é tornar a matemática fácil, e sim desenvolver no aluno habilidades que o leve a resolver qualquer problema do seu cotidiano com paciência, disciplina, dedicação e perseverança.

6 – CONCLUSÃO

O presente estudo teve por objetivo elaborar uma estratégia de ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas dirigidas ao oitavo ano do ensino fundamental a partir da proposição de situações-problema, tendo em vista a aplicação do conhecimento teórico de forma contextualizada.

Ao seu término, pode-se afirmar que o problema inicial de pesquisa foi respondido, ou seja, foi exemplificada através de atividades trabalhadas com os alunos, respeitando uma sequência didática, como a metodologia da Resolução de Problemas pode auxiliar na construção de uma proposta didático-pedagógica para o ensino e a aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental II. Portanto, pode-se afirmar que a resolução de problemas surge como uma alternativa metodológica para o auxílio do professor na sua prática em sala de aula.

Em especial, no ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas, o professor deve ponderar quanto à escolha de uma sequência didática que favoreça a aprendizagem significativa que leve o aluno a construir um conceito correto sobre sistemas, sua importância e aplicação em outros contextos matemáticos, possibilitando em estudos futuros a compreensão de equações lineares.

No entanto esta metodologia requer tempo e paciência principalmente por parte do professor. A elaboração dos problemas deve ser feita levando em conta aspectos do cotidiano e fatos históricos da matemática que geralmente despertam interesse e curiosidade nos alunos. O professor não deve apresentar aos alunos os resultados dos problemas de forma antecipada, possibilitando-lhes exercitar a busca de explicações para o tema investigado.

É importante que o professor aponte caminhos e mostre aspectos fundamentais a respeito do assunto trabalhado nas situações-problema para que os alunos possam orientar-se no desenvolvimento da resolução dos problemas propostos. O caminho do professor é árduo, e requer do profissional o domínio dos conteúdos que serão ensinados, a sensibilidade para escolher os problemas adequados para cada momento da aprendizagem e o cuidado para administrar o tempo de aprendizagem do aluno.

As etapas de resolução de problemas propostas no método adaptado apresentado aos alunos não se constituem em uma regra para resolver todo e qualquer problema matemático, mas podem ajudar bastante na organização para resolver eventuais problemas alheios ao contexto matemático. Isso porque quando temos ideias organizadas à solução de um problema se torna uma tarefa mais simples em comparação a uma situação onde as ideias não estão organizadas.

O professor que trabalha com a metodologia da resolução de problemas dispõe de um importante recurso para desenvolver, facilitar e aprimorar o processo ensino-aprendizagem, tornando seus alunos mais criativos e encorajados a realizar novas descobertas, o que no mundo moderno é importante em todos os campos do conhecimento.

7 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho citei a formação de professores como um dos fatores responsáveis do ensino da matemática ser deficitário.

Além do questionário aplicado aos professores, foram realizadas observações, conversas e troca de experiências no horário de trabalho pedagógico, onde é reservado um momento para que os professores de matemática se reúnam.

Constatei uma preocupação excessiva (onde me incluo) com o ensino da matemática voltada para o preparo dos alunos em avaliações externas em detrimento do ensino e aprendizagem significativa.

O professor quando ensina através de problema precisa despertar no aluno o gosto e sabor pela leitura. Desenvolver nele a capacidade de imaginar a situação colocada no texto.

Resgatar o profissionalismo do docente é o primeiro passo para a sua valorização. Ele precisa acreditar fielmente em suas competências e ter conhecimentos suficientes para exercer seu trabalho com segurança, competência, criatividade, coerência e elegância.

O PROFMAT está engajado nessa missão e me orgulho de fazer parte desse programa e de ter a oportunidade de participar dos ambientes de discussões sobre definições, conceitos, demonstrações e aplicações significativas do saber matemático. Como profissional docente minhas explicações em sala de aula estão mais qualificadas. Gasto um tempo menor para desenvolver nos alunos um raciocínio coerente com as atribuições da aula. O fortalecimento do conceito matemático possibilitou encontrar argumentos precisos sobre o assunto e explicá-lo com segurança e clareza.

8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática (Ensino Fundamental)**: Matemática. São Paulo, 1992.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática**: ensino fundamental. 5.ed. São Paulo: SE/CENP, 1997.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia Didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática**: Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/>Acesso em: 6 de jan. de 2013.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12 ed. São Paulo: Ática, 2005.

ECHEVERRIA, M. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver para aprender. In: POZO, J. I. (Org.) **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

ONUCHIC, L de La R. **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

PIOVESAN, S. B.; ZANARDINI, J. B. **O ensino e aprendizagem da matemática por meio da metodologia de resolução de problemas**: algumas considerações. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/845-4.pdf> Acesso em: 7 mar. de 2012.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, J. I. ; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. In: POZO, J. I. (Org.) **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SMOLE, Kátia Stocco, DINIZ, Maria Ignez, CÂNDIDO, Patrícia. **Resolução de Problemas.** Editora Artmed - Porto Alegre - 2000.

9 – ANEXOS

ANEXO A - REGRAS DO CAÇA AO TESOURO

- Não é permitido arrastão. O grupo anda junto.
- Todos devem participar da resolução do sistema.
- As coordenadas são contadas em passos normais e leves.
- Para efeito de correção das passadas, será permitido que o aluno que contou os passos vasculhe o entorno de si um passo como raio.
- Existe um ponto em cada quadrante, obrigatoriamente.
- Em algumas coordenadas será melhor começar pelo eixo-y.
- Não é permitido sair do ambiente de caçada. O capitão do grupo poderá sair para fazer correções com o mediador.
- Cada grupo deverá entregar o mapa com os quatro pontos, a folha com os quatro sistemas resolvidos e as perguntas respondidas, todas as pistas e o vale tesouro.

ANEXO B – MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – GEORGE POLYA

As quatro fases

Para agrupar convenientemente as indagações e sugestões, distinguiremos quatro fases de trabalho.

1º. Temos de compreender o problema, temos que perceber claramente o que é necessário.

2º. Temos de ver como os diversos itens estão interligados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos uma ideia da resolução, para estabelecermos um plano.

3º. Executamos o plano.

4º. Fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

Compreensão do problema

Faz-se necessário uma boa leitura do enunciado do problema, buscando as informações ali contidas, e mediante a utilização de dicionário e/ou similares, esboçar uma interpretação do mesmo. Deve-se surgir por parte dos alunos

perguntas como: qual é a incógnita, quais são os dados fornecidos, qual é condicionante, a condicionante é suficiente para determinar à incógnita,...
Estabelecimento de um plano

Na elaboração de um plano, se faz necessário à utilização do conteúdo adquirido pelo aluno anteriormente, mesmo que seja só um leve esboço, e a teoria dada sobre o assunto em questão. Perguntas como: conhece um problema correlato (similar, parecido), conhece algum problema que tem a mesma incógnita, é possível estabelecer uma relação entre o problema dado e o seu correlato, o processo utilizado na resolução do correlato serve de algum modo para resolvermos o nosso problema, servirão para estruturar o plano de resolução.

Execução do plano

A execução é a parte fácil, onde é necessário paciência para verificar cada passo elaborado no plano. O professor só auxilia repassando os passos do plano, verificando se não há erros na elaboração ou execução do mesmo.

Retrospecto

Essa é a hora dos últimos esclarecimentos sobre o assunto, reconsiderar e reexaminar o resultado final e o caminho que levou até este. Assim o aluno consolidará o seu conhecimento e aperfeiçoará sua capacidade de resolver problemas. A discussão e a justificativa os maiores indicativos da compreensão do problema de forma integral por parte do aluno.

ANEXO C - PROBLEMAS TRABALHADOS EM SALA DE AULA

Na geladeira de Ana há 15 litros de refrigerante, dispostos tanto em garrafas de um litro e meio, quanto de 600 ml. Qual é a quantidade de garrafas de cada capacidade sabendo-se que são 13 garrafas no total?

Pedrinho comprou duas coxinhas e um refrigerante pelos quais pagou R$ 7,00. Seu irmão Joãozinho comprou uma coxinha e um refrigerante a mais, pagando R$ 11,50. Qual é o preço do refrigerante e o da coxinha?

Em uma prateleira há 42 produtos em embalagens de 400 g e de 500 g, num total de 18,5 kg. Quantas embalagens de 400 g precisam ser retiradas para que o número de embalagens de 400 g seja o mesmo que o número de embalagens de 500 g?

Certo jogo possui fichas com duas ou quatro figuras cada uma. Certo jogador possui 8 fichas com um total de 22 figuras. Quantas fichas de cada tipo possui este jogador?

Carlos possui R$ 2.300,00 em notas de R$ 50,00 e R$ 100,00, totalizando 30 notas. Quantas notas há de cada valor?

Comprando 5 unidades de um produto A mais 3 unidades de um produto B, terei que desembolsar R$ 90,00. Se eu comprar 15 unidades do produto A e 9 unidades do produto B, pagarei R$ 250,00. Qual é o preço unitário de cada um dos produtos?

No supermercado comprei arroz a R$ 2,00/kg e feijão a R$ 3,00/kg, pagando R$ 13,00. Na vendinha do seu Joaquim o arroz teria custado R$ 3,00/kg e o feijão R$ 4,50/kg, pagando R$ 19,50 no total. Quantos quilogramas foram comprados de cada item?

Em um pasto há tanto bois quanto cavalos, num total de 50 animais. Somando-se o número de patas de bois ao número de patas de cavalos, obtemos um total de 180 patas. Quanto cavalo tem no pasto, sabendo-se que todos os animais são normais?

Têm-se vários quadrados iguais e também vários triângulos iguais. Se destes tomarmos dois triângulos e quatro quadrados, a soma das suas áreas será igual a 784 cm², já se tomarmos apenas um triângulo e dois quadrados, a soma das suas áreas será igual a 392 cm². Qual é a área de cada um destes triângulos e quadrados?

A soma de dois números é 530 e a diferença entre eles é 178. Quais são estes números?

A soma de dois números é igual a 127. Sabendo-se que o maior deles é igual ao dobro do menor aumentado de 16, determine os dois números.

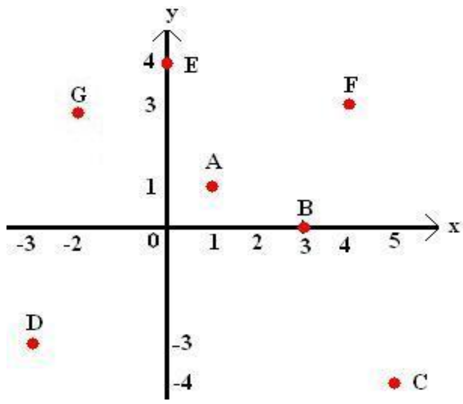
A bilheteria de um cinema apurou 620 reais vendendo ingressos para 100 pessoas durante uma sessão. O preço de cada ingresso é de 8 reais e estudante paga a metade do preço. Quantos estudantes compraram ingressos nessa sessão?

Para embalar 1100livros, uma editora utilizou 80caixas, umas com capacidade para 20 livros e outras com capacidade para 10 livros. Quantas caixas de 20 livros e quantas caixas de 10 livros a editora utilizou?

Numa caixa registradora existem 40 notas: umas de R$ 10,00 e outras de R$ 5,00, num total de R$ 325,00. Chamando de x o número de notas de R$ 10,00 e de y o número de notas de R$ 5,00, estabeleça o sistema de equações que permite resolver esse problema.

Represente no sistema de coordenadas cartesianas três pares ordenados que sejam soluções da equação 5x – 2y = 20.

Dê as coordenadas cartesianas dos pontos indicados no sistema de eixos coordenados e diga a que quadrante pertence.



Localizem no plano cartesiano os seguintes pontos: A(3;5), B(2;4), C(1;0), D (2;-2), E (0;-4).

Localizem no plano cartesiano os seguintes pontos A(2;5), B(-3;6), C(5;0), D(4;-4), E(-1;3), F(-5;-1), G(0;-2), H(3;3) e I(6;-3).

Construa o gráfico de cada uma das seguintes equações do 1º grau com duas incógnitas:

- x + y = 7
- 2x – y = 5

Usando as incógnitas **x** e **y** estabeleça um sistema de equações associado a cada uma das seguintes situações:

Helena tem 8 notas, umas de 100 reais e outras de 50 reais, num total de 500 reais.

Uma tábua tem 160 cm de comprimento e deve ser cortada em dois pedaços de forma que o comprimento do maior seja igual ao triplo do menor.

A soma de dois números racionais é – 4 e a diferença entre eles é 8.

A soma de dois números racionais é 11 e a diferença entre o quíntuplo do primeiro e o dobro do segundo é 6.

ANEXO D – QUESTIONÁRIO – 60 ALUNOS DO OITAVO ANO DA E. E. PROFESSORA IDALINA VIANNA FERRO

1- Para você a Matemática:

( ) não é importante ( ) importante, mas não gosto ( ) importante e gosto

2- Você tem dificuldade para aprender matemática?

( ) sim ( ) não

3- Qual a sua maior dificuldade durante as aulas de matemática?

( ) a metodologia do professor é confusa ( ) não entende a explicação

( ) a sala atrapalha a explicação ( ) o professor não sabe explicar

4- Quando o professor está explicando um determinado assunto em sala, você:

( ) conversa durante a explicação ( ) se distrai e não presta atenção

( ) presta atenção mas não participa ( ) presta atenção e participa da aula

( ) presta atenção, participa e faz as anotações importantes

5- Diante de uma situação-problema proposta durante a aula de Matemática você tem dificuldade na:

( ) leitura do enunciado do problema

( ) interpretação e compreensão do problema

( ) identificação das informações contidas no texto

( ) identificação da pergunta do problema

6- Durante a resolução da mesma situação-problema você tem dificuldade na:

( ) organização dos dados do problema

( ) forma que serão utilizados os dados do problema

( ) aplicação dos conceitos trabalhados em aula ao problema

( ) resolução, conclusão e solução apresentada para o problema

7- Seus conhecimentos matemáticos adquiridos são usados em outras situações do cotidiano.

( ) não uso conhecimentos matemáticos

( ) uso casualmente para operações básicas (somar, subtrair, multiplicar e dividir)

( ) uso normalmente para operações básicas, medidas, organizar, jogar, criar e montar diversas coisas

( ) uso conscientemente meus conhecimentos matemáticos em todas as situações cotidianas.

ANEXO E – TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO – 60 ALUNOS DO OITAVO ANO DA E. E. PROFESSORA IDALINA VIANNA FERRO

1- Para você a Matemática:

(0,0%) não é importante

(46,67%) importante, mas não gosto

(53,33%) importante e gosto

2- Você tem dificuldade para aprender matemática?

(61,67%) sim (38,33%) não

3- Qual a sua maior dificuldade durante as aulas de matemática?

(0,00%) a metodologia do professor é confusa

(58,33%) não entende a explicação

(41,67%) a sala atrapalha a explicação

(0,00%) o professor não sabe explicar

4- Quando o professor está explicando um determinado assunto em sala, você:

(12,30%) conversa durante a explicação

(21,54%) se distrai e não presta atenção

(36,9%) presta atenção mas não participa

(16,96%) presta atenção e participa da aula

(12,30%) presta atenção, participa e faz as anotações importantes

5- **Diante de uma situação-problema proposta durante a aula de Matemática você tem dificuldade na:

(6,00%) leitura do enunciado do problema

(55,38%) interpretação e compreensão do problema

(24,62%) identificação das informações contidas no texto

(9,00%) identificação da pergunta do problema

**(5,00%) declararam não ter nenhuma das dificuldades citadas acima

6- Durante a resolução da mesma situação-problema você tem dificuldade na:

(21,67%) organização dos dados do problema

(38,33%) forma que serão utilizados os dados do problema

(20,00%) aplicação dos conceitos trabalhados em aula ao problema

(20,00%) resolução, conclusão e solução apresentada para o problema

7- Seus conhecimentos matemáticos adquiridos são usados em outras situações do cotidiano.

(3,33%) não uso conhecimentos matemáticos

(70,00%) uso casualmente para operações básicas (somar, subtrair, multiplicar e dividir)

(21,67%) uso normalmente para operações básicas, medidas, organizar, jogar, criar e montar diversas coisas

(5,00%) uso conscientemente meus conhecimentos matemáticos em todas as situações cotidianas.

ANEXO F – QUESTIONÁRIO – 10 PROFESSORES ATUANTES DA E. E. PROFESSORA IDALINA VIANNA FERRO

Dados pessoais e profissionais

1- Formação acadêmica:

Licenciatura em ____

Especialização em____

Mestrado em ____

Doutorado em ____

2- Há quanto tempo você está formado (a)?

( ) menos de 5 anos

( ) de 5 a menos de 10 anos

( ) de 10 a menos de 15 anos

( ) de 15 anos ou mais

3- Em seu curso de formação, foi ministrada a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática?

( ) Sim ( ) Não

4- Se a sua resposta foi sim à questão anterior, qual sua impressão pessoal sobre a disciplina?

( ) gostei ( ) gostei muito ( ) não gostei

5- Sua atuação é:

( ) escola pública ( ) escola pública e particular

6- Sua carga horária semanal é de:

( ) até 12 horas/aulas

( ) 13 a 24 horas/aulas

( ) 25 a 40 horas/aulas

( ) 41 horas/aulas ou mais.

7- Tempo de serviço em 31 de Dezembro de 2012: ______________ anos.

8- Em qual nível de ensino está lecionando atualmente?

( ) fundamental

( ) médio

( ) fundamental e médio

9- Você conhece a Metodologia de Resolução de Problemas?

( ) não conheço

( ) conheço, mas não aplico em minha prática docente

( ) conheço e aplico em minha prática docente

10-Você acha importante trabalhar com problemas nas aulas de Matemática? Justifique.

____

____

11-Quais práticas citadas abaixo você trabalha com seus alunos na sala de aula e/ou extraclasse?

( ) peço que resolvam os problemas que são propostos no caderno do aluno

( ) peço que resolvam os problemas que são propostos no livro didático

( ) formulo problemas relacionados com o dia-a-dia dos alunos e peço que resolvam

( ) peço que elaborem e escrevam uma estratégia para resolver o problema proposto

( ) peço aos alunos que façam um desenho representativo do problema

( ) peço que formulem problemas e apresentem a solução

( ) passo vários problemas de cada operação para eles fixarem o conhecimento

( ) trabalho quebra-cabeças, jogos e desafios para desenvolver o raciocínio e a criatividade

( ) utilizo recursos audiovisuais: vídeos, notebook e/ou projetores

( ) utilizo recursos computacionais (sala de informática): programas matemáticos e/ou afins

12-Você trabalha com seus alunos as etapas e/ou os planos para se resolver um problema?

( ) sim, para que aprendam a elaborar uma estratégia de resolução

( ) não, pois pode limitar a criatividade dos alunos frente ao problema

13-Quais são as suas dificuldades ao trabalhar a Metodologia de Resolução de Problemas?

____

____

14-Quais são as dificuldades apresentadas pelos seus alunos ao trabalhar problemas?

____

____

ANEXO G – TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO – 10 PROFESSORES ATUANTES NA E. E. PROFESSORA IDALINA VIANNA FERRO

Dados pessoais e profissionais.

1- Formação acadêmica:

- Licenciatura em Matemática (70%). Licenciatura em Ciências (30%)
- Especialização em Matemática (20%). Especialização em Ciências (10%)
- Mestrado em (nenhum)
- Doutorado em (nenhum)

2- Há quanto tempo você é formado (a)?

- (10%) menos de 5 anos
- (20%) de 5 a menos de 10 anos
- (20%) de 10 a menos de 15 anos
- (50%) de 15 anos ou mais

3- Em seu curso de formação, foi ministrada a disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática?

- (70%) Sim
- (30%) Não

4- Se a sua resposta foi sim à questão anterior, qual sua impressão pessoal sobre a disciplina?

- (71%) gostei
- (29%) gostei muito
- (0%) não gostei

5- Sua atuação é:

- (80%) escola pública
- (20%) escola pública e particular

6- Sua carga horária semanal é de:

- (0%) até 12 horas/aulas
- (20%) 13 a 24 horas/aulas
- (50%) 25 a 40 horas/aulas
- (30%) 41 horas/aulas ou mais.

7- Tempo de serviço em 31 de Dezembro de 2012: média de 13,4 anos.
Respostas citadas: 1, 3, 7, 11 (duas vezes), 16, 19, 20 e 23 (duas vezes).

8- Em qual nível de ensino está lecionando atualmente?

- (50%) fundamental
- (20%) médio
- (30%) fundamental e médio

9- Você conhece alguma Metodologia de Resolução de Problemas?

- (10%) não conheço
- (0%) conheço, mas não aplico em minha prática docente
- (90%) conheço e aplico em minha prática docente

10- Você acha importante trabalhar com problemas nas aulas de Matemática? Justifique.

Todos os professores pesquisados consideram importante trabalhar com problemas.

Justificativas citadas:

- Através de problemas bem elaborados podemos auxiliar e incentivar a criatividade e o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas propostos.
- Desenvolve a leitura, a interpretação, a compreensão, o raciocínio e a formalização de conceitos.
- Desenvolve habilidades para a vida que será usada em diferentes situações.
- Leva o aluno a pensar de forma produtiva, pois torna a aula interessante e desafiadora.

11- Quais práticas citadas abaixo você trabalha com seus alunos na sala de aula e/ou extraclasse?

-(100%) peço que resolvam os problemas que são propostos no caderno do aluno

-(90%) peço que resolvam os problemas que são propostos no livro didático

-(90%) formulo problemas relacionados com o dia-a-dia dos alunos e peço que resolvam

-(80%) peço que elaborem e escrevam uma estratégia para resolver o problema proposto

-(60%) peço aos alunos que façam um desenho representativo do problema

-(80%) peço que formulem problemas e apresentem a solução

-(60%) passo vários problemas de cada operação para eles fixarem o conhecimento

-(80%) trabalho quebra-cabeças, jogos e desafios para desenvolver o raciocínio e a criatividade

-(30%) utilizo recursos audiovisuais: vídeos, notebook e/ou projetores

-(60%) utilizo recursos computacionais (sala de informática): programas matemáticos e/ou afins

12- Você trabalha com seus alunos as etapas e/ou os planos para se resolver um problema?

- (100%) sim, para que aprendam a elaborar uma estratégia de resolução
- (0%) não, pois pode limitar a criatividade dos alunos frente ao problema

13- Quais são as suas dificuldades ao trabalhar a Metodologia de Resolução de Problemas?

- Problemas inadequados nos livros didáticos e apostilas.
- Contextualizar qualquer situação à Matemática.
- Resistências dos alunos quanto à leitura e participação.
- Paciência para esperar o tempo de aprendizagem do aluno.
- Desenvolver um raciocínio coerente e eficaz de resolução.

14- Quais são as dificuldades apresentadas pelos seus alunos ao trabalhar problemas?

- Motivação e a defasagem em conteúdos e conceitos.
- Leitura, interpretação e compreensão do problema.
- Relacionar os dados do problema a pergunta.
- Responder a pergunta do problema.

ANEXO H – Desempenho dos alunos da Escola Estadual Professora Idalina Vianna Ferro no SARESP – 9º Ano. Questões envolvendo coordenadas cartesianas e sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas.

Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua diferença 2. Lúcia utilizou outra estratégia, determinando esses dois números algebricamente. Dessa forma, um possível sistema de equações para indicar o raciocínio de Lúcia é

a. $\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

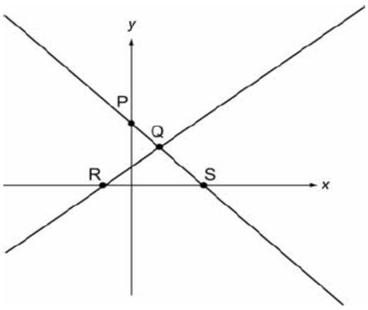
b. $\begin{cases} 2x-y=9 \\ 4x+3y=10 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases}$

d. $\boxed{\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=2 \end{cases}}$

a	b	c	d
13,9%	13,8%	14,4%	57,6%

Observe a figura abaixo.



As retas da figura representam graficamente um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas cuja solução pode ser representada pelo ponto:

a. P
b. Q
c. R
d. S

Esta questão também se apresenta na prova da 3ª série do Ensino Médio.

8ª série/9º ano EF:

a	b	c	d
29,3%	39,2%	20,2%	11,1%

3ª série EM:

a	b	c	d	e
22,5%	50,8%	16,6%	9,9%	

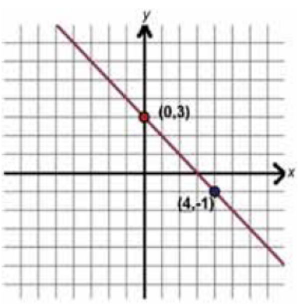
Considere o sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} 6x-y=2 \\ x+y=5 \end{cases}$$

O valor do produto *x.y* é igual a:

a. 4
b. 6
c. 8
d. 10

a	b	c	d
35,0%	21,8%	24,9%	18,2%



Indique a equação que define a reta representada no plano cartesiano abaixo.

a. $x - y = 3$
b. $-x - y = 3$
c. $x + y = 3$
d. $3x + 3y = 0$

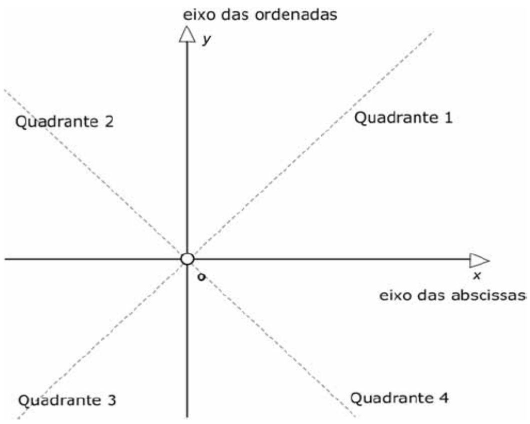
a	b	c	d
24,7%	16,7%	34,4%	24,0%

Uma lata cheia de achocolatado em pó pesa 400 gramas. A lata, com apenas metade da quantidade de achocolatado, pesa 250 gramas.

Quanto pesa a lata vazia?

a. 100 gramas.
b. 150 gramas.
c. 160 gramas.
d. 180 gramas.
e. 200 gramas.

a	b	c	d	e
53,3%	37,9%	2,9%	2,1%	3,6%

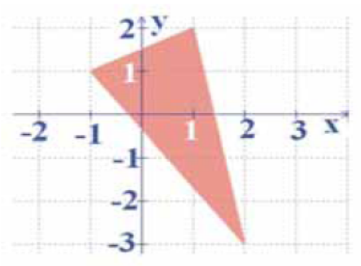


No plano cartesiano, os pontos que têm as ordenadas e abscissas iguais entre si, por exemplo A(2,2) e B(-1,-1), estão sobre

a. o eixo das abscissas.
b. o eixo das ordenadas.
c. a bissetriz dos quadrantes ímpares.
d. a bissetriz dos quadrantes pares.

a	b	c	d
24,4%	30,6%	25,6%	19,2%

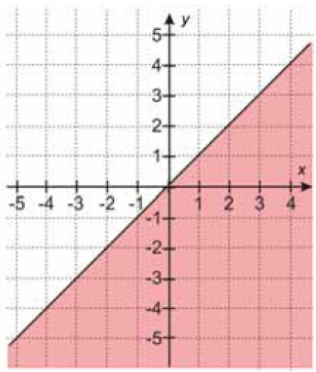
Observe a figura abaixo.



As coordenadas dos vértices do triângulo são:

a. (-1,1), (1,2) e (2,-3).
b. (1,-1), (2,1) e (-3,2).
c. (-1,1), (-2,-1) e (3,-2).
d. (1,-1), (2,1) e (3,-2).
e. (-1,1), (1,2) e (-3,2).

a	b	c	d	e
44,7%	19,1%	11,3%	8,7%	16,1%



Os pontos (x,y) que pertencem à região do plano cartesiano, destacada na figura, são aqueles cujas coordenadas x e y satisfazem a inequação:

a. $y > x$
b. $y \leq x$
c. $y \leq 1$
d. $x < y + 1$
e. $y < x + 1$

a	b	c	d	e
27,9%	31,0%	11,6%	17,5%	11,7%