UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL

EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

FRANCISCO ADRIANO MARTINS DA ROCHA

Geometria no ensino básico: Aplicações práticas como ferramenta de apoio no ensino da matemática

Belém-Pará

2015

FRANCISCO ADRIANO MARTINS DA ROCHA

Geometria no ensino básico: Aplicações práticas como ferramenta de apoio no ensino da matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais da UFPA como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.
Orientador: Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo

Belém-Pará

2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Rocha, Francisco Adriano Martins, 1976-
Geometria no ensino básico: aplicações práticas como ferramenta de apoio no ensino da matemática / Francisco Adriano Martins Rocha. - 2015.

Orientador: Geraldo Araújo.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2015.

1. Geometria-Estudo e ensino. 2. Aprendizagem por atividades-Matemática. 3. Geometria-Conhecimentos e aprendizagem. 4. Dezenhos geométricos-Estudo e ensino. 5. Didática (Ensino médio)-Matemática. I. Título.

CDD 22. ed. 516.07

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PROFMAT

FRANCISCO ADRIANO MARTINS DA ROCHA

Geometria no ensino básico: aplicações práticas como ferramenta de apoio no ensino da matemática

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais da UFPA, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Data da defesa: 08/05/15
Conceito: EXCELENTE

Banca Examinadora

PROF. DR. GERALDO MENDES ARAÚJO – ORIENTADOR – UFPA

PROF. DR. JOÃO CLÁUDIO BRANDEMBERG QUARESMA - UFPA

PROF. DR. DUCIVAL CARVALHO PEREIRA - UEPA

"Nem tudo que se enfrenta pode ser modificado, mas nada pode ser modificado até que seja enfrentado"

(Albert Einstein)

Ofereço este trabalho aos meus pais, a minha esposa, aos professores e todos os meus amigos, pelo incentivo durante esses anos de estudo.

AGRADECIMENTOS

Nesta página muito especial deste trabalho, gostaria de agradecer a algumas pessoas, dentre as muitas que me ajudaram a realizá-lo.

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por saber que em nenhum momento estive sozinho nesta caminhada.

Agradeço a minha esposa por todo amor, apoio, compreensão, paciência e incentivo.

Agradeço aos meus pais por toda a importância que sempre deram à educação minha e de minhas irmãs e por terem sido e serem o alicerce sólido de nossa família.

Agradeço a cada um dos meus familiares por estarem sempre torcendo por mim.

Agradeço aos meus amigos que sempre me incentivaram a continuar meus estudos.

Agradeço a todos os amigos que fiz durante o Curso, meus colegas de estudo, sem eles esta caminhada seria mais difícil.

A Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), por oportunizar o PROFMAT, programa que nos proporcionou imensurável crescimento intelectual.

A Universidade Federal do Pará (UFPA), por nos proporcionar sua estrutura física e intelectual.

A CAPES, pelo reconhecimento e investimento que viabilizaram este importante projeto.

Enfim, agradeço a todos os professores, em especial ao Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo, meu orientador, por todos os ensinamentos que compartilharam durante esses dois anos.

RESUMO

O ensino de geometria, em grande parte, é desenvolvido através do conhecimento prévio que os alunos trazem do cotidiano, usando essas ideias iniciais para desenvolver e construir o conhecimento de geometria, mostrando que existe geometria em qualquer lugar, por exemplo: em casa, na rua, na escola e em muitos outros lugares. É extremamente importante que o professor consiga mostrar isso para o educando através de atividades práticas com objetos geométricos existente no cotidiano do mesmo. No sentido que a compreensão do aluno seja favorecida, conduzindo o educando a compreender os processos que levam a determinação das fórmulas de áreas e volumes. Durante o ensino médio o aluno irá perceber que a geometria também aparece em outras disciplinas como física e química. Também é importante fortalecer os conceitos de áreas e volumes estudados no ensino fundamental, já que eles sevem de base para o ensino médio. Desse modo, o aluno é sujeito de sua própria aprendizagem fazendo com que ele reflita sobre o seu cotidiano.

Palavra chave: Aluno, Geometria, Atividades práticas, Área e volume.

ABSTRACT

The teaching of geometry, in a great part, is developed through prior knowledge that students bring from the day-to-day life, using these initial ideas to develop and build the knowledge of geometry, showing that there is geometry anywhere, for example: at home, in the street, at school and in many other places. It is extremely important for the teacher to be able to show this to the students through practical activities with geometric objects which are present in their daily life, in the sense that the students understanding is favored and thus they can understand the processes that lead to the determination of formulas for the area and volume of a prism. In addition, during high school the student will realize that the geometry also appears in other disciplines such as physics and chemistry. It is also important to strengthen the concepts of area and volume studied in elementary school, as they are used as basis for high school. Thus, the students are subjected to their own learning causing them to reflect on their daily lives.

Keywords: Student. Geometry. Mathematics. Practical activities. Area, Volume.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é mostrar a experiência de trabalho com os alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola pública brasileira, saber das dificuldades que eles vêm enfrentando ao longo dos anos, dificuldades essas que a cada ano tornam mais difícil conduzir esses alunos a uma boa aprendizagem. A precariedade desse ambiente somada a desmotivação desses alunos contribuem rigorosamente para um baixo rendimento escolar e, consequentemente, a evasão. Essa realidade é mostrada pelo Ministério da Educação (MEC), órgão oficial do governo, que apontou o Estado do Pará como um dos piores Índices de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) em 2013 da região norte, ficando em penúltimo lugar entre os Estados brasileiros com média de 2,7 quando a meta esperada era de 3,2. Tendo como base esse panorama, busco desenvolver neste trabalho algumas aplicações de atividades práticas de geometria espacial para o ensino médio. Baseado no artigo da Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação, Explorando o Ensino de Matemática - Atividades, volume 02. Brasília 2004. Pág. 03. Dos autores Luiz Márcio Imenes e José Jakubovic, disponível no portal do Ministério da Educação, no site: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_iicap1.pdf, Acessado em 07/03/15, que diz:

> "A Matemática está presente na vida cotidiana de todo cidadão, por vezes de forma explícita e por vezes de forma sutil. No momento em que abrimos os olhos pela manhã e olhamos a hora no despertador, estamos "lendo" na linguagem matemática, exercitando nossa abstração e utilizando conhecimentos matemáticos que a humanidade levou séculos para construir." (IMENES e JAKUBOVIC, 2004, p. 03).

Tendo em vista que a matemática está presente no nosso cotidiano, que a matemática é frequente na nossa rotina. A partir do momento que os nossos alunos perceberem isso, a motivação e o interesse pela matemática surgirão de forma espontânea, contribuindo para um melhor desenvolvimento de suas habilidades.

Nas seções iniciais do nosso texto desenvolvemos um resumo histórico da geometria, desde seus primórdios quando as civilizações antigas a usavam como ferramenta na divisão de terras e no cultivo, passando por momentos marcantes como a criação do Sistema Métrico Decimal no século XVIII, até os dias atuais.

Podemos perceber que a geometria está presente de forma intensa na nossa sociedade como na arquitetura, nas máquinas e utensílios em geral. Segundo Imenes Jakubovic, 2004, pag. 03, nos diz que:

> “Um médico que interpreta um eletrocardiograma está utilizando um modelo matemático; ao dar um diagnóstico, está utilizando o raciocínio matemático e empregando conhecimentos de estatística. Um pedreiro utiliza um método prático para construir ângulos retos que já era empregado pelos egípcios na época dos faraós. Uma costureira, ao cortar uma peça, criar um modelo, pratica sua visão espacial e resolve problemas de geometria.” (IMENES e JAKUBOVIC, 2004, p. 03).

Por isso apresentamos uma sequência de cinco atividades práticas em que os alunos são orientados a participarem efetivamente das mesmas e são instigados a buscarem soluções para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes nas diversas situações propostas.

Com uma análise dos relatórios produzidos pelos alunos ao final das atividades é possível observar que as mesmas contribuem bastante para o seu aprendizado. É importante que o professor tenha em mente que a formação do aluno no ensino médio em matemática não pode ser alcançada apenas com atividades divertidas e agradáveis como perspectiva de motivação. Por isso oferecemos aos professores um conjunto de instruções que poderão auxilia-los na aplicação de cada atividade, tendo a finalidade de orientá-los passo a passo no sentido de obter um melhor rendimento, alternando aulas usuais com aulas praticas, trazendo assim os alunos para a realidade e oferecendo um estimulo a mais. Para finalizar, disponibilizamos uma sequência de planos de aula das atividades, dando suporte à aplicação das atividades propostas.

2 - A GEOMETRIA NO COTIDIANO

A Geometria é um componente extremamente importante da matemática e na construção de conhecimentos específicos dos quais os seres humanos devem se apropriar, pois permite resolver problemas do cotidiano e interage na estrutura do pensamento. A construção do conhecimento matemático pode dar significo e ser útil para o seu desenvolvimento em sociedade. As mudanças frequentes no ensino da matemática, para atender as novas tendências, com objetivo de melhorar o desempenho dos alunos, deveria valorizar mais o ensino da geometria, dando mais espaço para esse conteúdo que é parte imprescindível do desenvolvimento do aluno. Já que os conceitos de geometria permitem ao aluno aprimorar a compreensão do ambiente em sua volta. Explorar a ideia de espaço e forma, com início na percepção do aluno, do que ele percebe no seu cotidiano, mostrando a correta dimensão do ensino da geometria que em seu berço surgiu do desejo de resolver problemas que instigavam a curiosidade e necessidade humana.

A geometria é a grande ferramenta utilizada para ensinar as civilizações a dividir as suas terras para o cultivo, para construir e aperfeiçoar a arquitetura existente na época e para a construção de instrumentos e ferramentas. Hoje ainda cumpre esse objetivo nas diversas áreas de conhecimento, em todo lugar.

Para ensinar geometria Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio, disponibilizado pelo MEC, no site: http://portal.mec.gov.br/, volume 02, pag. 69, nos dão uma ideia de como abordar o ensino da matemática:

> "A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva."

Trabalhar com situações-problema é um tema em que os alunos têm bastante interesse. Noções geométricas contribuem para o conhecimento de números e medidas, de forma prática, já que desperta no aluno a capacidade de captar as semelhanças e diferenças.

3 - O ENSINO DA GEOMETRIA DESDE O IMPÉRIO ATÉ OS NOSSOS DIAS

Considerando importante o ensino da geometria na educação básica vamos conhecer sua trajetória desde a primeira lei do Império, percorrendo grande parte do século XIX e XX até os dias atuais.

Tirsa Regazzini Peres no seu artigo *Educação Brasileira no Império* diz:

> Antes de 1824, data em que se inaugurou o regime constitucional no Brasil, a Assembleia Constituinte e Legislativa, reunida em 1823, cuidou da instrução pública. Na *Fala do Trono*, por ocasião da abertura da Assembleia, em três de maio, o Imperador D. Pedro I declarou: "Tenho promovido os estudos públicos quanto é possível, porém, necessita-se para isto de uma legislação particular". Concluindo, fez um apelo à Assembleia: "Todas estas coisas [do ensino] devem merecer-vos suma consideração" (MOACYR, 1936, p. 31).

Foi então criada a Comissão de Instrução Pública, que aprovou o texto de Martim Francisco Ribeiro D'Andrada Machado que dizia que a instrução pública, dirigida e fiscalizada por um Diretor de Estudos, apresentava-se organizada em três graus sucessivos, acessíveis a todos os cidadãos na medida de suas capacidades naturais. Para os graus iniciais, havia orientações sobre estudos, métodos pedagógicos, compêndios e mestres. Compreendendo um curso de três anos, dos 9 aos 12 anos de idade, o primeiro grau, de instrução comum, deveria ser amplamente difundido. (Tirse, p. 3)

Este texto, relativamente ao ensino da Geometria, aponta para a organização dos conteúdos a serem ministrados no curso primário, para os estudos do 2º ano, o ensino das "primeiras noções de geometria particularmente as que forem necessárias à medição dos terrenos" e, ainda, "exercitar o menino em traçar figuras já à mão e com o compasso e a régua"; para os estudos do 3º ano, a proposta prevê um "aperfeiçoamento dos métodos de agrimensura, o que os fortifica no hábito da aritmética e da geometria" (Valente 2014, p. 19).

O primeiro fórum para discussão educacional existente a partir da Independência é o Congresso Nacional que em 15 de outubro de 1827 aprova a Lei que determina o que deveria ser ensinado no curso primário:

> "Os professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de aritmética, prática de quebrados decimais e proporções, as noções mais gerais de geometria prática, a gramática da língua nacional, os princípios da moral cristã e de doutrina de religião católica e apostólica romana, proporcionados à compreensão dos meninos; preferindo para o ensino da leitura a Constituição do Império e história do Brasil." (Valente, 2014, pag. 19).

Esse primeiro programa se manteve nas escolas de ensino do município neutro (Corte) até 1854, quando se promulgou uma reforma de instrução primária e secundária na capital do Império (Moacyr 1936, p. 562).

Como vemos desde as primeiras referências de ensino da geometria, esta deveria ser dada de caráter prático; um ensino que pudesse dar condições para certo exercício profissional, para a medida de terrenos, para agrimensura.

A primeira reforma da educação se deu com o regulamento de Instrução Primária e Secundária do Município da Corte, baixado com o Decreto 1.331A, de 17 de fevereiro de 1854, pelo Ministro do Império do Gabinete Paraná, Luiz Pedreira do Couto Ferraz que entre outras providências estabeleceu dois níveis de ensino: o elementar e o médio. O ensino primário na Corte seria obrigatório, com matrícula entre cinco e 15 anos, vedada aos escravos. Nas escolas do 1º grau, de instrução elementar, o currículo compreenderia: instrução moral e religiosa, leitura e escrita, noções essenciais da geometria, princípios elementares da aritmética, sistema de pesos e medidas do município. A coeducação foi proibida nas escolas para o sexo feminino, haveria ainda o ensino de bordados e de trabalhos de agulha mais necessários.

Ainda no século XIX tivemos as reformas de Carlos Leôncio de Carvalho, Ministro do Império e Professor da Faculdade de Direito de São Paulo, em 1878 e 1879:

> O Decreto, de 20 de abril de 1878, alterou a estrutura curricular do Colégio Pedro II, introduziu a frequência livre e os exames vagos (parcelados) preparatórios aos cursos superiores e, também, isentou os alunos acatólicos do estudo da religião, modificando o juramento exigido para a concessão do bacharelado em letras, a fim de torná-lo acessível aos bacharelandos acatólicos.
> O Decreto, de 19 de abril de 1879, instituiu a mais ampla liberdade para abrir escolas e cursos de todos os tipos e níveis, “[...] salvo a inspeção necessária para garantir as condições de moralidade e higiene”. Qualquer cidadão, nacional ou estrangeiro, poderia lecionar o que quisesse, sem passar por provas de capacidade.

Segundo Valente e da Silva no livro *A Geometria nos Primeiros Anos Escolares:*

> A trajetória de constituição da geometria como um ensino escolar, a ser ministrado no curso primário, pode ser lida, ao longo do século XIX. Num primeiro momento, ganha importância a relação direta do ensino escolar com as práticas vistas como importantes para o meio social. Com a influência de Condorcet, o papel da geometria no ensino primário liga-se, quase que sem intermediação, à necessidade da agrimensura. Neste caso, este saber retorna a sua origem inicial: a geometria como medição de terras. Um saber profissional presente nos ensinos dos primeiros anos escolares. E, a partir desse ponto, fica construída a representação da necessidade de uma *geometria prática*. Essa representação, no entanto, mudará de significado ao longo do tempo. Nas lides escolares brasileiras, a presença da geometria

> prática, ganhando forma de lei, se transformará no *desenho linear*. Esse conteúdo de ensino passa, também, a ser mencionado como uma geometria prática. No entanto, essa prática irá referir-se ao aprendizado da construção de linhas à mão livre. Uma prática de adestramento do olhar, rumo à precisão dos traçados. Na expansão do ensino primário e das casas de edição de livros didáticos, sobressai a referência do *Manual* de Monteverde. Esse *Manual*, ao que parece, irá referenciar o que deverá ser considerado mínimo de cada saber a ser ensinado nos primeiro anos escolares. E esse mínimo, para a geometria, aponta para os seus primeiros elementos: a caracterização e a nomenclatura dos objetos geométricos. O *Manual* parece fazer escola para outros livros. Às aritméticas, agrega-se a geometria considerada mínima para o curso primário: os seus primeiros elementos, as suas primeiras definições. A representação de uma *geometria prática* fica mais distante. Mas, ainda, tem referência nas possíveis aplicações dos primeiros elementos do saber geométrico.

Fica evidente que a geometria é muito importante na vida cotidiana e escolar do aluno, no desenvolvimento da sua capacidade intelectual e na sua criatividade.

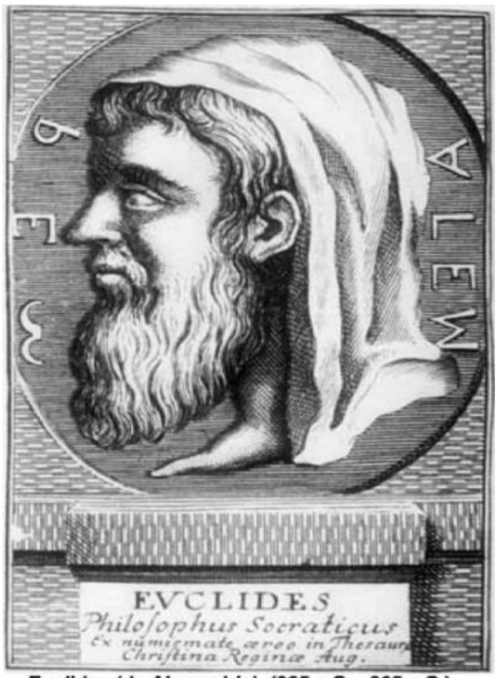
4 - A GEOMETRIA NOS PRIMÓRDIOS DA HISTÓRIA

Inicialmente, geometria foi o nome dado pelos gregos à parte da matemática a **medida** (metria) da **terra** (geo). Portanto, trata-se do ramo da matemática que estuda as figuras e suas representações características.

Segundo o matemático Eduardo Bianchini, 2011, Heródoto historiador grego que viveu no século V a.C. já atribuía a origem da geometria aos egípcios, achava que teria surgido da necessidade de remarcar as áreas às margens do rio Nilo. Estas terras eram invadidas constantemente pelas águas do rio durante as cheias e quando as águas baixavam, levavam junto as marcações das terras. Era preciso marcar novamente os limites dessas propriedades, e este trabalho era feito pelos "estiradores de corda" ou agrimensores, que faziam uso dos registros anteriores e dos conhecimentos de geometria existente na época.

Acredita-se atualmente que a geometria tenha surgido não só da necessidade de resolver problemas práticos, mas também da observação e reflexão sobre números, grandezas e formas, inerentes à própria curiosidade intelectual do ser humano.

O matemático grego Euclides que pela primeira vez, três séculos antes de Cristo, reuniu e organizou todo o conhecimento de geometria construído até aquele momento em um texto didático chamado *Os Elementos*. Por mais de dois mil anos, foi esse texto que orientou o estudo desse importante campo da matemática.



Euclides (de Alexandria) (325 a.C. - 265 a.C.)

Disponível em: http://www.substantivoplural.com.br (acessado em 07/01/2015)

De acordo com o matemático João Lucas BARBOSA (2012), Euclides baseou a construção de sua geometria em 10 axiomas separados em dois grupos: cinco foram classificados como "noções comuns" que segundo o autor, Euclides as considerava como hipóteses aceitáveis a todas as pessoas de bom senso, e os outros como "postulados" que eram considerados como hipóteses próprias da geometria. As cinco noções comuns eram:

1. Coisas que são iguais a uma mesma coisa são também iguais entre si;
2. Se iguais são adicionados a iguais, os resultados são iguais;
3. Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais;
4. Coisas que coincidem com outras coisas são iguais a uma outra coisa;
5. O todo é maior do que qualquer de suas partes.

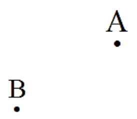
Os postulados eram:

6. Pode-se traçar uma reta por quaisquer dois pontos;
7. Pode-se continuar uma reta infinitamente;
8. Pode-se descrever uma circunferência com qualquer centro e qualquer raio;
9. Todos os ângulos retos são iguais;
10. Se uma reta corta duas outras retas formando ângulos colaterais internos cuja soma é menor do que dois retos, então as duas retas, se continuadas infinitamente, encontram-se no lado no qual estão os ângulos cuja soma é menor do que dois retos.

Com bases nessas definições foi desenvolvida toda a geometria que conhecemos.

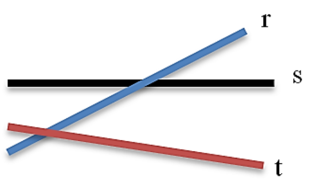
5 - GEOMETRIA ESPACIAL

No estudo de geometria, existem noções ou conceitos que são aceitos como verdadeiros sem que seja realizada sua demonstração. O conceito de ponto, reta, plano e espaço são chamados de primitivos e não definidos formalmente, apenas os distinguimos intuitivamente. O ponto, a reta e o plano são elementos básicos do espaço. Esses conceitos primitivos servem como base para novos conceitos.



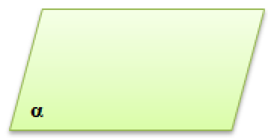
Pontos

Fonte: Elaborado pelo autor



Retas

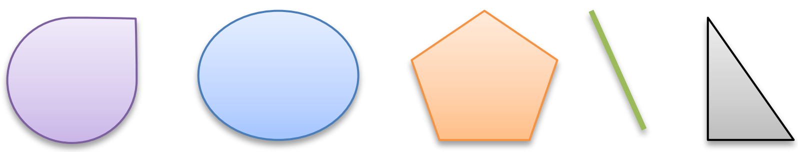
Fonte: Elaborado pelo autor



Fonte: Elaborado pelo autor

Indicamos os pontos por letras maiúsculas (***A***, ***B***, ***C***,...), as retas por letras minúsculas (***r***, ***s***, ***t***,...) e os planos por letras gregas minúsculas (***α***, ***β***, ***γ***,...).

As figuras planas estão totalmente contidas em um plano, como é mostrado na figura abaixo.



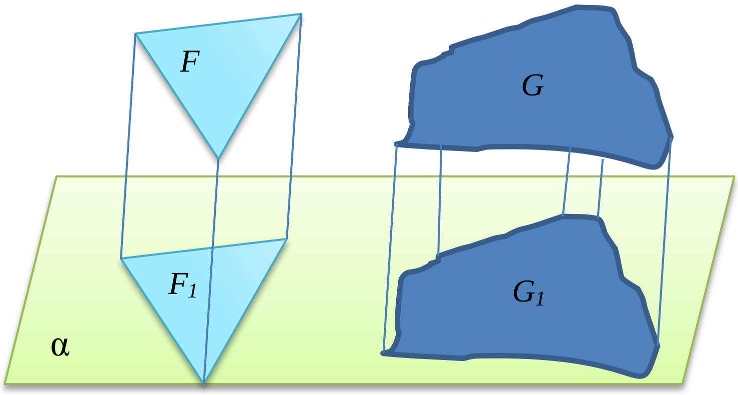
Fonte: Elaborado pelo autor

Enquanto que as figuras espaciais não estão, isto é, precisaremos ir além da vizualização de apenas um plano. As figuras agora serão tridimenionais, veja a figura abaixo que não estão totalmente contidas em um plano.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para entender as figuras tridimencionais e as suas definicões, mostraremos duas propriedades básicas de projeções:

I. A projeção ortogonal de um ponto *A* sobre o plano ***α*** é dada por um ponto**.**
II. A projeção ortogonal de uma figura sobre um plano **α** é dada pela projeção ortogonal de todos os pontos dessa figura.



Fonte: Elaborado pelo autor

As figuras $\boldsymbol{F_1}$, e $\boldsymbol{G_1}$ são as projeções ortogonais, respectivamente, das figuras ***F*** e ***G*** sobre o plano ***α***.

6 – POLIEDROS

Entender o que é uma figura espacial não é tão simples, inicialmente teremos a definição de um poliedro.

Definição: Consideremos um conjunto **G** obtido pela reunião de **n** polígonos, com **n** ≥ 4, tais que:

- ✓ Quaisquer dois desses polígonos, que tenham um lado em comum, não são coplanares;
- ✓ Cada lado de qualquer um desses polígonos é lado de dois e apenas dois deles.

O conjunto **G** é chamado de superfície poliédrica fechada. Essa superfície separa o espaço em duas regiões, sendo uma delas limitada.

A reunião da superfície **G** com essa região limitada do espaço é chamada de poliedro.

6.1 - POLIEDRO CONVEXO

É um conjunto ***G*** obtido pela reunião de ***n*** polígonos convexos, com ***n*** ≥ 4, tais que:

- ✓ Não há dois desses polígonos contidos em um mesmo plano;
- ✓ Cada lado de qualquer um desses polígonos é lado de dois e somente dois deles;
- ✓ O plano $\boldsymbol{\alpha}$ que contém qualquer um desses polígonos deixa os demais contidos em um mesmo semiespaço de origem $\boldsymbol{\alpha}$.

Poliedro convexo é a reunião do conjunto ***G*** com a porção do espaço limitada por ele.

Para um poliedro convexo são definidos alguns elementos básicos, para melhor compreedermos a sua definição, são eles:

- ✓ O conjunto ***G*** é chamado de superfície do poliedro convexo.
- ✓ Os polígonos que formam a superfície ***G*** sáo chamados de faces do poliedro convexo.
- ✓ Cada lado de uma face qualquer é chamado de aresta do poliedro convexo.

- ✓ Cada vértice dê uma face qualquer é chamado de vértice do poliedro convexo.
- ✓ Diagonal de uma face é qualquer diagonal do polígono que constitui essa face.
- ✓ Diagonal do poliedro é qualquer segmento de reta cujos extremos são dois vértices que não pertencem a uma mesma face.
- ✓ A porção do espaço cuja superfície é a reunião dos ângulos das faces que têm um mesmo vértice em comum é chamada de ângulo poliédrico.
- ✓ Ângulos poliédricos com 3, 4, 5,... arestas são chamados respectivamente de ângulos triédricos, tetraédricos, pentaédricos,...

6.2 – NOMENCLATURA

Em relação ao numero de faces o poliedro recebe um nome específico como é mostrado abaixo para poliedros de 4 a 20 faces:

NÚMERO DE FACES	NOME
4	Tetraedro
5	Pentaedro
6	Hexaedro
7	Heptaedro
8	Octaedro
9	Eneaedro
10	Decaedro
11	Undecaedro
12	Dodecaedro
13	Tridecaedro
14	Tetradecaedro
15	Pentadecaedro
16	Hexadecaedro
17	Heptadecaedro
18	Octadecaedro
19	Eneadecaedro
20	Icosaedro

Fonte: Elaborado pelo autor

6.3 - RELAÇÃO DE EULER

Euler determinou uma relação entre o número de vértices, faces e arestas de um poliedro convexo.

$$V - A + F = 2$$

Onde ***V***, ***A*** e ***F*** representam os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Abaixo temos a gravura do matemático suíço Leonhard Euler.

Disponível em: **http://en.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler** (acessado em 22/01/2015)

Exemplo 01: Um aluno brinca com canudinhos de mesmo comprimento na aula de geometria, que são usados pelo professor para montar alguns poliedros convexos. O professor observando que o aluno é muito curioso, pega alguns canudinhos e pergunta: Com esses dozes canudinhos posso formar um poliedro convexo com oito vértices? Se sim, quantas faces terá?

Solução: Sabendo que teremos 12 arestas e o poliedro que queremos terá 8 vértices então, se a relação de Euler for satisfeita poderemos formar o poliedro. Desta forma temos:

$$\begin{cases} A = 12 \\ V = 8 \end{cases} \Rightarrow V - A + F = 2 \Rightarrow 8 - 12 + F = 2 \Rightarrow -4 + F = 2 \Rightarrow F = 6$$

Logo podemos formá-lo e ele terá seis faces, na verdade teremos um cubo, pois os canudinhos têm o msmo tamanho.

6.4 - POLIEDROS REGULARES

Existe uma classe de poliedros convexo chamados de regulares, esse poliedro é regular se, e somente se, são satisfeitas as seguintes condições:

- ✓ Todas as suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si;
- ✓ Todos os ângulos poliédricos são congruentes entre si.

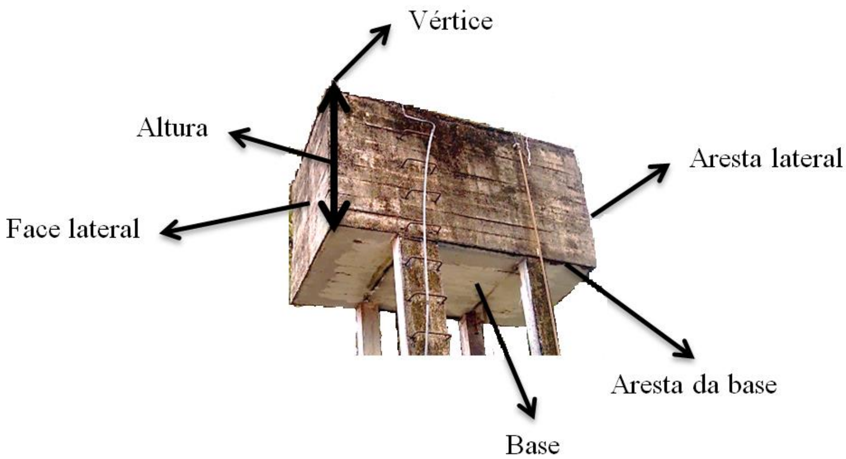
Existem exatamente cinco classes de poliedros regulares. O exemplo de cada uma dessas classes é: Tetraedro, hexaedro octaedro, dodecaedro e icosaedro regular.

7 – PRISMAS

Algumas figuras são de grande importância no estudo de geometria espacial, entre elas está o estudo dos primas, como veremos a seguir:

Definição: Consideremos dois planos paralelos distintos, α e β, uma região poligonal Convexa **P** contida em α e uma reta **r** que intercepta os planos α e β. Chama-se prisma o poliedro formado por todos os segmentos de reta paralelos a **r** tais que uma de suas extremidades é um ponto da região **P** e a outra extremidade é um ponto no plano β. Se a reta **r** é perpendicular aos planos α e β, dizemos que o prisma é reto; caso contrário, ele é oblíquo.

Considerando o prisma abaixo, temos:



Fonte: Elaborado pelo autor

7.1 - CLASSIFICAÇÃO DOS PRISMAS

Os prismas são também classificados em relação ao polígono que determina as bases. Se esse polígono é um triângulo o prisma é denominado prisma triangular; se é um quadrilátero então temos um prisma quadrangular; se é um pentágono então teremos um prisma pentagonal, e assim por diante.

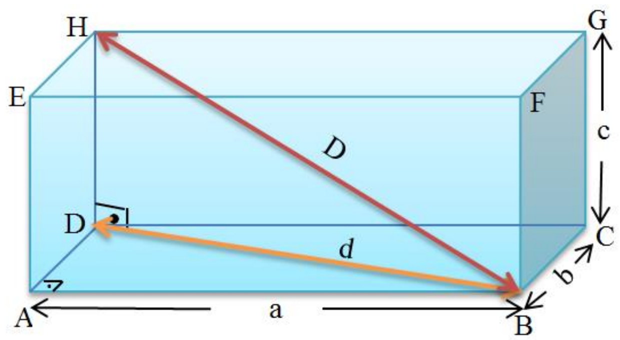
Um prisma reto cujas bases são superfícies poligonais regulares é chamado de prisma regular.

7.2 - CÁLCULO DA DIAGONAL DE UM PARALELEPÍPEDO RETO-RETÃNGULO

O paralelepipido reto-retãngulo é o nome dado ao prisma reto cujas faces são retângulos, onde as faces opostas são semelhantes.

Definição: Diagonal de um paralelepípedo é todo segmento cujas extremidades são vértices desse paralelepípedo que não pertencem a uma mesma face.

Considere um paralelepípedo reto-tânguIo de dimensões ***a***, ***b*** e ***c***.



Fonte: Elaborado pelo autor

A medida ***D*** da diagonal desse paralelepípedo depende da medida ***d*** do segmento ***DB***, que é a diagonal dá base.

Assim, aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo ***ABD***, temos:

$$d^2 = a^2 + b^2 \text{ (I)}$$

E, aplicando agora o teorema de Pitágoras ao triângulo ***DBD'***, obtemos:

$$D^2 = d^2 + c^2 \text{ (II)}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$D^2 = \left(a^2 + b^2\right) + c^2$$

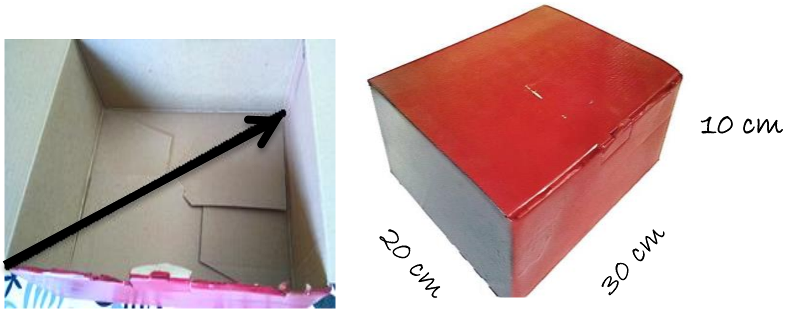
Portanto, a medida d da diagonal de um paralelepipedo de dimensões ***a***, ***b*** e ***c*** é:

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Exemplos 01: Numa caixa de papelão (paralelepípedo reto-retângulo), foi pedido para os alunos medirem o comprimento, a largura e a altura da caixa. Obtendo os seguintes valores:

- ✓ Comprimento: 30 cm
- ✓ Largura: 20 cm
- ✓ Altura: 10 cm

Como é mostrado na figura abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor

Agora calcule a medida da diagonal dessa caixa.

Solução: Com as medidas indicadas acima, agora é só aplicar a fórmula do cálculo da diagonal.

$$\begin{cases} a = 30\ cm \\ b = 20\ cm \\ c = 10\ cm \end{cases} \Rightarrow D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow D_{diagonal} = \sqrt{30^2 + 20^2 + 10^2} \Rightarrow$$

$$D_{diagonal} = \sqrt{900 + 400 + 100} \Rightarrow D_{diagonal} = \sqrt{1400} \Rightarrow D_{diagonal} = 10\sqrt{14}\ cm$$

7.3 - CÁLCULO DA ÁREA DA BASE

A planificação do paralelepípedo mostra que a área da base A_{base} é igual a área do retângulo de lados ***a*** e ***b***, ou seja:

$$A_{base} = a \cdot b$$

7.4 – CÁLCULO DA ÁREA LATERAL

A planificação do paralelepípedo também mostra que sua superfície lateral é a reunião de quatro retângulos, dois a dois congruentes. Assim, a sua área total é igual à soma das áreas desses quatros retângulos, ou seja**:**

$$A_{lateral} = 2A_1 + 2A_2$$

$$A_{lateral} = 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

7.5 - CÁLCULO DA ÁREA TOTAL

Na planificação do paralelepípedo temos que sua superfície é a reunião de seis retângulos, dois a dois congruentes. Assim, a sua área total é igual à soma das áreas desses seis retângulos, ou seja**:**

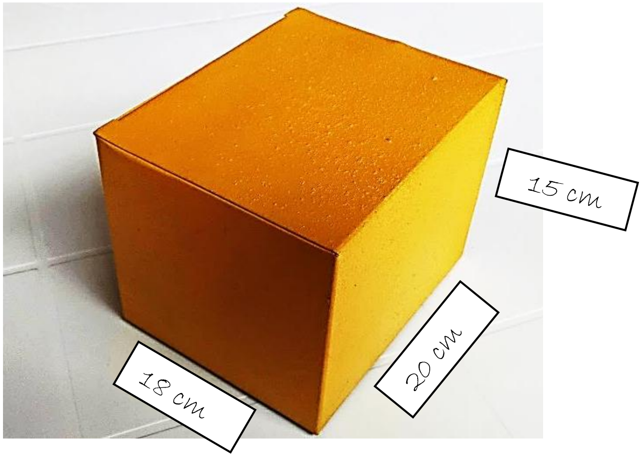
$$A_{total} = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3$$

$$A_{total} = 2ab + 2ac + 2bc$$

Exemplos 02: Na caixa de papelão abaixo (paralelepípedo reto-retângulo), com uma régua de 30 cm foi medido o comprimento, a largura e a altura. Encontrando os seguintes valores:

- ✓ Comprimento: 20 cm
- ✓ Largura: 18 cm
- ✓ Altura: 15 cm

Como mostra a figura abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor

Determine:

a) A área da base dessa caixa.

b) A área lateral da caixa (desprezando as bordas da caixa que são utilizadas para colagem).

c) A área total de papelão que foram utilizados para sua fabricação, aproximadamente (desprezando as bordas da caixa que são utilizadas para colagem).

Solução:

a) A área da base do prisma é a área do retângulo de dimensões 20 cm por 18 cm. Logo, temos:

$$\begin{cases} a = 20\ cm \\ b = 18\ cm \end{cases} \Rightarrow A_{base} = a \times b \Rightarrow A = 20 \times 18 \Rightarrow A = 360\ cm^2$$

b) A área lateral do prisma é igual a soma das áreas de dois retângulos de dimensões 20 cm por 15 cm com dois retângulos de dimensões 18 cm por 15 cm. Assim, temos:

$$\begin{cases} a = 20 \ cm \\ b = 18 \ cm \\ c = 15 \ cm \end{cases} \Rightarrow A_{Lateral} = 2 \times a \times c + 2 \times b \times c \Rightarrow A_{lateral} = 2 \times 20 \times 15 + 2 \times 18 \times 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{lateral} = 600 + 540 \Rightarrow A_{lateral} = 1140 \ cm^2$$

c) A área total é igual a ao dobro da soma das área dos retângulos de dimensões 20 cm por 18 cm, 20 cm por 15 cm e 18 cm por 15 cm. Então, temos:

$$\begin{cases} a = 20 \ cm \\ b = 18 \ cm \\ c = 15 \ cm \end{cases} \Rightarrow A_{total} = 2 \times (a \times b + a \times c + b \times c) \Rightarrow A_{total} = 2 \times (20 \times 18 + 20 \times 15 + 18 \times 15)$$

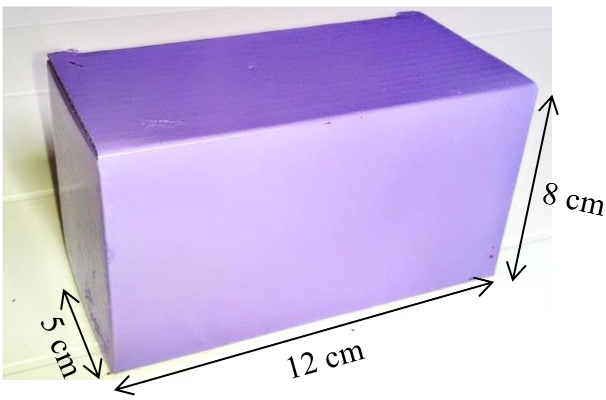
$$\Rightarrow A_{total} = 2 \times (360 + 300 + 270) \Rightarrow A_{total} = 1860 \ cm^2$$

7.6 – CÁLCULO DO VOLUME

O volume de um sólido é a medida da região do espaço limitada por sua superfície. O volume de um paralelepípedo é dado por:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Exemplo 03: Calcule o volume da caixa com as dimensões abaixo. Como mostra a figura:



Fonte: Elaborado pelo autor

Observação: dê o resultado em cm^3 e em ml

Solução: Aplicando a fórmula de volume temos:

$$\begin{cases} a = 12cm & \Rightarrow V_{volume} = a \times b \times c \Rightarrow V_{volume} = 12 \times 5 \times 8 \Rightarrow V_{volume} = 480cm^2 \\ b = 5cm & \Rightarrow V_{volume} = 480ml \\ c = 8cm & \end{cases}$$

7.7 - PRINCÍPIO DE CAVALIERI

Uma maneira que pode ser utilzada para a obtenção do volume de um sólido é adotar como axioma um resultado formalizado pelo matemático italiano Bonaventura Francesco Cavalieri (1598-1647), que é conhecido como princípio de Cavalieri.

Disponível em: http://www.renzobaldini.it/testi/Cavalieri.html (acessado em 25/01/2015)

Definição: Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina, superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes).

Observe que dois planos quaisquer α e β são secantes se, e somente se, possuem apenas uma reta em comum. Agora se um plano é secante a um sólido a intersecção é uma superfície que nem sempre será um polígono comum e muito menos regular.

7.8 – CÁLCULOS DA ÁREA E DO VOLUME DE UM PRISMA EM GERAL

Dado um prisma qualquer, definimos:

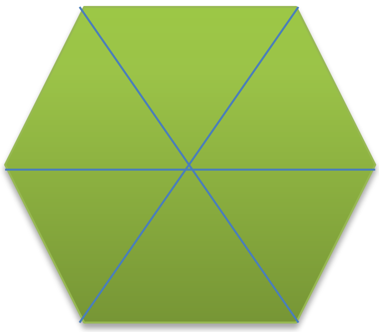
1. Área da base (A_{base}): é igual a área de uma das faces que é a base.
2. Área lateral ($A_{lateral}$): é igual a soma das áreas das faces laterais.
3. Área total (A_{total}): é igual a soma das áreas das duas bases com a área lateral.

$$\boxed{A_{total} = 2A_{base} + A_{lateral}}$$

4. Volume (V_{volume}): é igual ao produto da área da base pela altura (h)

$$\boxed{V = A_{base} \cdot h}$$

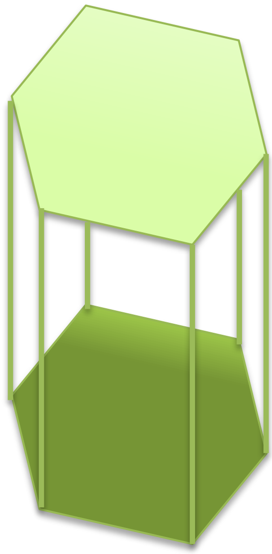
Observação: No Calculo do exemplo seguinte usaremos a fórmula da área do hexágono regular, que é dada por:



Fonte: Elaborado pelo autor

$$A_{hex.regular} = 6.A_{triang.equil.} = 6.\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 3.\frac{l^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{A_{hex.regular} = 3.\frac{l^2\sqrt{3}}{2}}$$

Exemplo 03: Uma cabine para caixa eletrônico do banco BANCOPA, tem o formato de um prisma de base hexagonal regular de 2 *m* com paredes de vidro de 3 *m* de altura, como mostra a figura abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor

Determine:

a) A área da base dessa cabine.

b) A área de vidro utilizada.

c) A área total da cabine.

d) O volume dessa cabine.

Solução:

a) A área da base é igual a área do hexágono regular de aresta 1 *m*, ou seja,

$$A_{base} = A_{hex} = \frac{3.a^2.\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_{base} = \frac{3.2^2.\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_{base} = \frac{3.4.\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_{base} = 6.\sqrt{3}\ m^2$$

b) A área lateral é igual a seis vezes a área de um retângulo de dimensões 2 *m* por 3 *m*, isto é,

$$A_{lateral} = 6.A_{retângulo} \Rightarrow A_{lateral} = 6.2.3 \Rightarrow A_{lateral} = 36\ m^2$$

c) A área total é igual ao dobro da área da base mais a área lateral, então,

$$A_{total} = 2.A_{base} + A_{lateral} \Rightarrow A_{total} = 2.6.\sqrt{3} + 36 \Rightarrow A_{total} = 12.\sqrt{3} + 36 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A_{total} = 12.(\sqrt{3} + 3)\ m^2$$

d) O volume é dado pelo produto da área da base pela altura, ou seja,

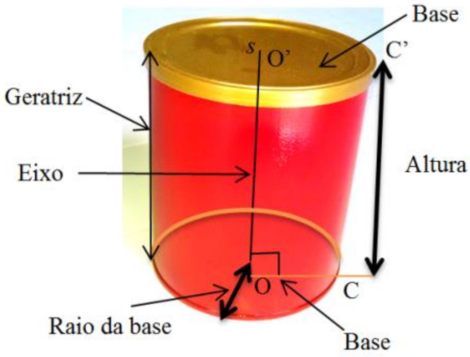
$$V_{volume} = A_{base}.h \Rightarrow V_{volume} = 6.\sqrt{3}.3 \Rightarrow V_{volume} = 18.\sqrt{3}\ m^3$$

8 - CILÍNDRO

Um tópico de estudo importante em geometria espacial é o estudo de cilindros, como veremos a seguir:

Definição: Sejam **α** e **β** dois planos paralelos distintos, uma reta s secante a esses planos e um circulo C de centro O contido em **α**, Consideremos todos os segmentos de reta, paralelos a **s**, de nodo que cada um deles tenha um extremo pertencente ao circulo C e o outro extremo pertence a **β**. A reunião de todos esses segmentos de reta é um solido chamado de cilindro circular limitado ou simplesmente, cilindro.

Observe que os planos α e β contém as bases inferior e superior do cilindro.



Fonte: Elaborado pelo autor

8.1 – ELEMENTOS DE UM CILINDRO CIRCULAR RETO

Observe o cilindro apresentado na definição, nele temos:

- ✓ Os círculos C e C', de centros O e O', respectivamente, são chamados de base do cilindro.
- ✓ A reta OO' é chamada de eixo do cilindro.
- ✓ O raio do circulo C é chamado de raio da base do cilindro.
- ✓ A distância entre as bases é chamada de altura do cilindro.
- ✓ Todo segmento de reta, paralelo ao eixo OO', com extremidades nas circunferências das bases é chamado de geratriz do cilindro.

Observação: Um cilindro é chamado de cilindro reto quando eixo forma um ângulo reto com a base.

8.2 – ÁREA DA BASE

A área da base do um cilindro é dada pela área do circulo C de raio r, ou seja

$$A_{base} = \pi r^2$$

8.3 – ÁREA LATERAL

A área lateral de um cilindro reto de altura h e raio da base r é dada pela área de um retângulo de base $2\pi r$ e altura h, ou seja,

$$A_{lateral} = 2\pi rh$$

8.4 – ÁREA TOTAL

A área total é a soma das áreas das bases com a área lateral, isto é,

$$A_{total} = 2.A_{base} + A_{lateral}$$

$$A_{total} = 2.\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$A_{total} = 2\pi r(r+h)$$

8.5 - VOLUME

O volume é igual o produto da área da base pela altura, isto é,

$$V_{volume} = A_{base}.h$$

$$V_{volume} = \pi r^2 h$$

9 - ATIVIDADES PRÁTICAS DE GEOMETRIA ESPACIAL

A necessidade de fazer medições e posteriormente cálculo de área e volume é uma característica que sempre esteve ligada ao ser humano. Tais necessidades podem aparecer nas mais variadas tarefas do cotidiano e às vezes, são de fácil realização, principalmente quando queremos medir objetos que estão ao alcance da mão ou quando queremos calcular a distância entre dois pontos relativamente próximos, bastando para isso, tomar uma unidade de medida como padrão e verificar quantas vezes ela cabe naquele segmento que queremos medir. No entanto, isso pode não ser uma tarefa simples, principalmente quando envolve distâncias inacessíveis naquele momento. Por isso, na maioria das vezes é preciso recorrer a utensílios como: régua, trena e outros, que nos auxiliam nesse processo de medição para os cálculos de áreas e volumes.

Todas as atividades foram realizadas com turmas do ensino básico de uma escola estadual de Belém, no estado do Pará. A escola conta com aproximadamente 1600 alunos segundo o Censo 2013, está localizada no bairro do Coqueiro.

No entanto a precisão das medidas não é o foco de interesse desse estudo, uma vez que tais medidas são produzidas por meio completamente artesanal e, portanto, passíveis de erros. Todavia, os alunos foram alertados sobre as imprecisões das medidas obtidas em cada atividade realizada. Os esforços estavam voltados sim, para a coletividade entre os alunos, para a interação com a disciplina e consequentemente, para uma melhor aprendizagem.

9.1 - MEDINDO DIAGONAL, ÁREAS E VOLUME DO PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

Esta atividade inicial proposta para a turma do 2º ano do ensino médio teve como um dos objetivos, apresentar aos alunos o conceito de diagonal, da área da base, da área lateral, da área total e do volume de um prisma. Além disso, os próprios alunos foram orientados a medir as dimensões do prisma pra depois fazer os cálculos da diagonal, das áreas e do volume, para isso foi pedido que cada aluno trouxesse uma caixa: de perfume, de sapato, de relógio, de fosforo, etc.. Vale ressaltar que estes alunos já estudaram em anos anteriores os conceitos de área e volume. Portanto, os objetivos principais dessa atividade são promover a interação e a cooperação entre os alunos, reforçando o interesse pela aprendizagem de matemática, visando também aprofundar os conhecimentos relativos a estes conteúdos.

O paralelepípedo reto-retângulo é um dos prismas mais simples que temos para trabalhar, pois é formado por faces retangulares, duas a duas as faces opostas são congruentes.

Fonte: Elaborado pelo autor

Material necessário para a aula:

- ✓ Caixa de papelão (de sapato, de relógio, de perfume, etc.);
- ✓ Régua de 30 ou 50 cm;
- ✓ Papel A4;
- ✓ Calculadora;

O processo de medição é relativamente simples, e o cálculo das áreas, da diagonal e do volume, será feito com a ajuda de calculadora.

Fonte: Elaborado pelo autor

A atividade é apresentada brevemente nos passos abaixo:

1. Com a régua um dos alunos medem as dimensões do paralelepípedo enquanto o outro anota os resultados.

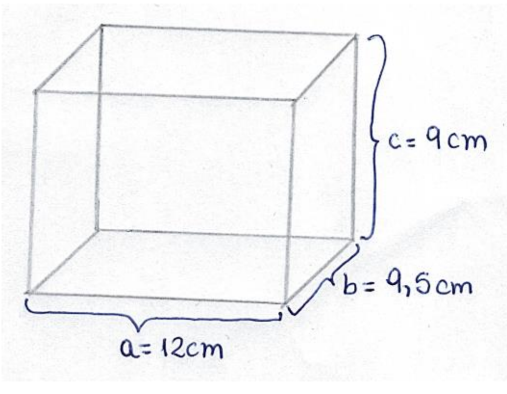
Fonte: Elaborado pelo autor

2. Com os valores das dimensões da caixa, agora é só aplicar as fórmulas para calcular a diagonal, as áreas e o volume. Usaremos a calculadora para facilitar os cálculos, já que as medidas nem sempre são números inteiros.

Fonte: Elaborado pelo autor

Abaixo temos um trabalho produzido pelos alunos, em equipe, em uma das atividades pedida.

É dada uma caixa para cada equipe, depois de feitas as medidas das dimensões, foram obtidos os valores colocados na figura abaixo.



Fonte: Elaborado pelos alunos

Agora determinem:

a) A área da base;

$$A_B = a \cdot b$$
$$A_B = 12 \cdot 9{,}5$$
$$\underline{A_B = 114\,cm^2}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

b) A área lateral;

$$A_L = 2ac + 2bc$$
$$A_L = 2 \cdot 12 \cdot 9 + 2 \cdot 9{,}5 \cdot 9$$
$$A_L = 216 + 171$$
$$\underline{A_L = 387\,cm^2}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

c) A área total;

$$A_T = 2(ab + ac + bc)$$
$$A_T = 2(12 \cdot 9{,}5 + 12 \cdot 9 + 9{,}5 \cdot 9)$$
$$A_T = 2(114 + 108 + 85{,}5)$$
$$A_T = 2 \cdot 307{,}5$$
$$\underline{A_T = 615\,cm^2}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

d) O volume;

$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$V = 12 \cdot 9{,}5 \cdot 9$$
$$\underline{V = 1026\,cm^3}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

e) A diagonal.

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$
$$D = \sqrt{12^2 + 9{,}5^2 + 9^2}$$
$$D = \sqrt{144 + 90{,}25 + 81}$$
$$D = \sqrt{315{,}25}$$
$$D = 17{,}7\,cm$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

9.2 - CALCULANDO A ÁREA INTERNA E EXTERNA E O VOLUME DA CAIXA D’ÁGUA DA ESCOLA

Esta atividade proposta para a turma do 2º ano do ensino médio teve um objetivo importante, tirar o aluno do seu ambiente tradicional que é a sala de aula, e mostrar aos alunos que os conceitos de área e de volume de um prisma estão no seu cotidiano. Os alunos foram orientados a medir as dimensões da caixa d’água com uma trena, porém o professor os ajudou para não correrem risco com a altura da caixa d’água.

Os objetivos principais dessa atividade são promover a interação e a cooperação entre os alunos, reforçando o interesse pela aprendizagem de matemática, visando também aprofundando ainda mais os conhecimentos relativos a estes conteúdos.

Fonte: Elaborado pelo autor

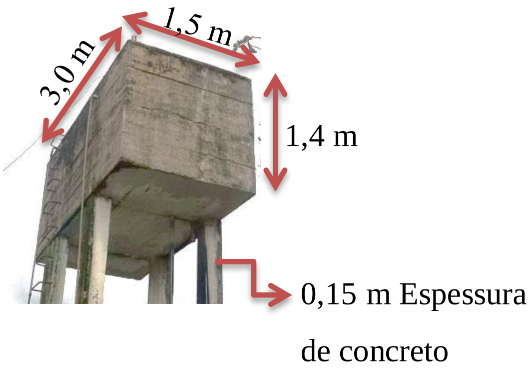
Material necessário para a aula:

- ✓ Trena de 5 metros ou 10 metros;
- ✓ Papel A4;
- ✓ Calculadora;

O processo de medição é relativamente simples, mas neste caso o professor faz as medições para os alunos devido a altura da caixa d’água, os cálculos das áreas e do volume, será feito com a ajuda de calculadora.

A atividade é apresentada brevemente nos passos abaixo:

1 - Com a trena o professor mede as dimensões do paralelepípedo e os alunos anotam os resultados.



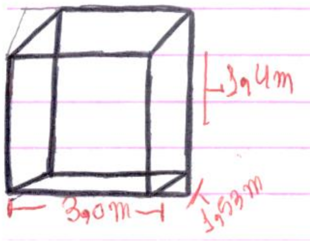
Fonte: Elaborado pelo autor

2 – Com os valores das dimensões da caixa, agora é só aplicar as formulas para calcular as áreas e o volume. Uma observação importante, que deve ser mostrado para os alunos, é que:

- ✓ Para o calculo da área externa usaremos as meditas obtidas;
- ✓ Para o calculo da área interna e do volume teremos que retirar a medida da espessura das paredes da caixa d’água;

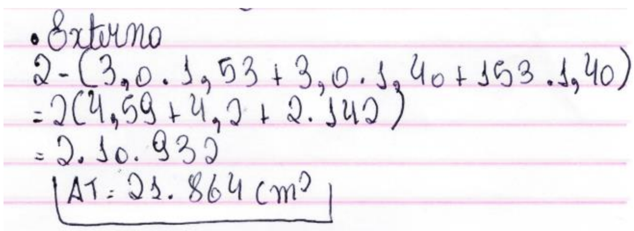
Usaremos a calculadora para os cálculos, já que as medidas nem sempre serão números inteiros.

Observe abaixo o desenho da caixa d’água e os cálculos feitos pelos os alunos do 2º ano da escola.



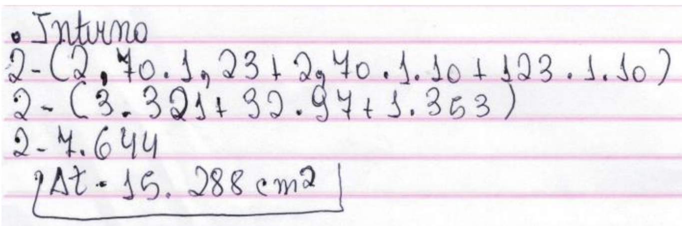
Fonte: Elaborado pelos alunos

1. Calculo da área total externa da caixa d’água.



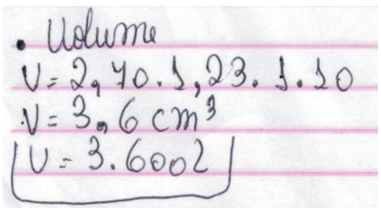
Fonte: Elaborado pelos alunos

2. Calculo da área total interna da caixa d’água (Observe que foi retirada a diferença da espessura).



Fonte: Elaborado pelos alunos

3. Calculo do volume da caixa d’água(Observe que foi retirada a diferença da espessura).



Fonte: Elaborado pelos alunos

9.3 - MEDINDO O VOLUME DE UM OBJETO QUALQUER

Nesta atividade, os alunos tiveram a oportunidade de calcular, na pratica o volume de um objeto, o objetivo central é que o aluno possa relacionar o volume de um objeto com o volume de um paralelepípedo reto-retângulo (aquário) e utilizarem de forma organizada os conceitos aprendidos em sala de aula para resolver um problema real. Foi proposto que calculassem o volume de um objeto qualquer, que não tenha uma forma regular, como: paralelepípedo, cilindro, cone e outros. Para isso, eles mediram as dimensões da base do aquário, para calcular a área da base do mesmo e em seguida colocaram agua até certa altura, agora imergindo totalmente o objeto na água observa a elevação do nível d'água com o auxilio da régua.

Fonte: Elaborado pelo autor

O papel do professor é o de observar e orientar, é importante que neste trabalho os próprios alunos manipulem a água, a régua e o objeto, no qual quer saber o volume, e façam suas próprias anotações, observações e correções. Espera-se que o aluno consiga realizar as medições do comprimento, da largura do aquário e da elevação do nível da água e associe-os ao conteúdo já estudado em sala. A noção de volume é a dificuldade mais esperada para este trabalho.

A atividade foi aplicada em sala de aula com uma breve explicação do professor sobre o que seria feito. Os alunos são divididos em equipes, e cada equipe designa dois alunos para colocar a água e fazer as medições necessárias, enquanto os demais da equipe acompanham todo o processo, dão sugestões e fazem observações.

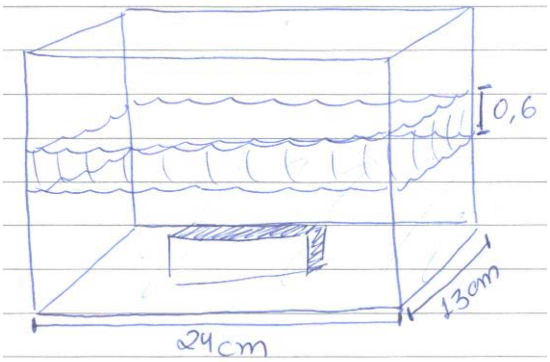
Os passos realizados são apresentados detalhadamente abaixo:

1. Inicialmente, os alunos medem as dimensões de base do aquário em seguida colocam água até certo nível, por exemplo, 5 cm de altura.

2. Um terceiro aluno faz as anotações em um caderno para serem processadas depois. Os passos acima são repetidos para as outras equipes.

Fonte: Elaborado pelo autor

3. Depois da coleta de dados, os alunos retornam aos seus lugares e junto com a equipe processarão as informações para obter o volume do sólido geométrico com as dimensões obtidas.

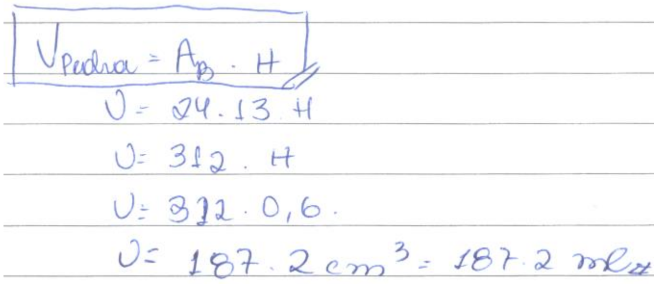


Fonte: Elaborado pelos alunos

O rascunho do aquário produzido pelos alunos mostra que o volume do objeto é obtido pelo volume de um paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões são 24 cm de comprimento, 13 cm de largura e 0,6 cm de altura (nível que a água subiu).

Podemos observar também que as medidas apresentadas neste rascunho são apenas aproximações e foram consideradas para efeito da atividade em questão. O calculo do volume feito pelos alunos, foi da seguinte forma:

Se A_B é a área da base e H é a altura do nível de água que subiu, então o volume é calculado por:



$\boxed{V_{Pedra} = A_B \cdot H}$

$V = 24 \cdot 13 \cdot H$

$V = 312 \cdot H$

$V = 312 \cdot 0,6$

$V = 187.2\ cm^3 = 187.2\ ml$

Fonte: Elaborado pelos alunos

Os alunos conseguiram desempenhar esta atividade com certa tranquilidade. A orientação do professor foi importante, mas a iniciativa em cada etapa do trabalho foi em grande parte, dos alunos que questionavam e buscavam uma solução para resolver o problema.

9.4 - CALCULANDO ÁREAS E VOLUME DO CILINDRO RETO

Esta atividade proposta para a turma do 2º ano do ensino médio teve como um dos objetivos, apresentar aos alunos o conceito da área da base, da área lateral, da área total e do volume de um cilindro reto. Além disso, os próprios alunos foram orientados a medir as dimensões do cilindro pra depois fazer os cálculos das áreas e do volume, para isso foi pedido que cada aluno trouxesse uma lata: de leite, de óleo, de biscoito, de etc.. Vale ressaltar que estes alunos já estudaram anteriormente os conceitos de área e volume. Portanto, os objetivos principais dessa atividade são promover a interação e a cooperação entre os alunos, reforçando o interesse pela aprendizagem de matemática, visando também aprofundar os conhecimentos relativos a estes conteúdos.

O cilindro reto é uma figura que pode ser planificada em uma área de um retângulo e duas áreas iguais de dois círculos, que são figuras simples que temos para trabalhar.

Fonte: Elaborado pelo autor

Material necessário para a aula:

- ✓ Latas (de óleo, de relógio, de perfume, de biscoito, etc.);
- ✓ Régua de 30 ou 50 cm;
- ✓ Papel A4;
- ✓ Calculadora;

O processo de medição é relativamente simples, e o cálculo das áreas e do volume, será feito com a ajuda de calculadora.

Fonte: Elaborado pelo autor

A atividade é apresentada brevemente nos passos abaixo:

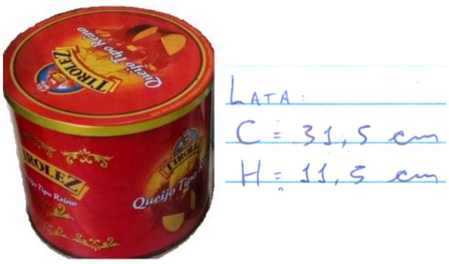
1. Com a régua um dos alunos medem as dimensões do cilindro enquanto o outro anota os resultados, uma observação importante é que para calcular o raio basta medir com um fio a circunferência do cilindro.

Fonte: Elaborado pelo autor

2. Com os valores das dimensões do cilindro, agora é só aplicar as fórmulas para calcular as áreas e o volume. Usaremos a calculadora para facilitar os cálculos, já que as medidas nem sempre são números inteiros.

Observe novamente que a precisão das medidas não é o foco de interesse desse estudo, uma vez que tais medidas são produzidas por meio completamente artesanal e, portanto, passíveis de erros. Todavia, os alunos foram alertados sobre as imprecisões das medidas obtidas em cada atividade realizada. Os esforços estavam voltados sim, para a coletividade entre os alunos, para a interação com a disciplina e consequentemente, para uma melhor aprendizagem.

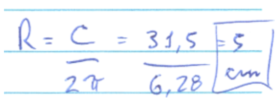
Em um dos trabalhos feito pelos alunos, foi pedido para medir as dimensões de um cilindro reto (lata) e os resultados encontrados colocados na figura abaixo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Depois foi pedido para os alunos calcularem:

a) O raio do cilindro;



Fonte: Elaborado pelos alunos

b) A área da base;

$$A_B = \pi R^2$$
$$A_B = \pi \cdot 5^2$$
$$A_B = 25\pi\,cm^2 \Longleftrightarrow A_B = 25 \cdot 3{,}14 \Rightarrow \boxed{A_B = 78{,}5\ cm^2}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

c) A área lateral;

$$A_L = 2\pi R H$$
$$A_L = 2\pi \cdot 5 \cdot 11{,}5$$
$$A_L = 115\pi\,cm^2 \Longleftrightarrow A_L = 115 \cdot 3{,}14 \Rightarrow \boxed{A_L = 361{,}1\ cm^2}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

d) A área total;

$$A_T = 2\pi R(R + H)$$
$$A_T = 2\pi \cdot 5(5 + 11{,}5)$$
$$A_T = 10\pi \cdot 16{,}5$$
$$A_T = 165\pi\,cm^2 \Longleftrightarrow A_T = 165 \cdot 3{,}14 \Rightarrow \boxed{A_T = 518{,}1\ cm^2}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

e) O volume;

$$V = \pi R^2 H$$
$$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 11{,}5$$
$$V = 25\pi \cdot 11{,}5$$
$$V = 287{,}5\pi\,cm^3 \Longleftrightarrow V = 287{,}5 \cdot 3{,}14 \Rightarrow \boxed{V = 902{,}75\ cm^3}$$

Fonte: Elaborado pelos alunos

9.5 - CALCULANDO DA ÁREA LATERAL E DO VOLUME DAS COLUNAS DA ESCOLA

Esta atividade proposta para a turma do 2º ano do ensino médio teve um objetivo importante, novamente, tirar o aluno do seu ambiente tradicional que é a sala de aula e mostrar que os conceitos de área e de volume de um cilindro reto estão no seu cotidiano, no caso, nas colunas de sustentação da escola. Os alunos foram orientados a medir as dimensões da coluna (cilindro) com uma trena para depois fazerem os cálculos da área a ser pintada e o volume de concreto utilizado para todas as colunas.

Fonte: Elaborado pelo autor

Os objetivos principais dessa atividade são interação e a cooperação entre os alunos, reforçando o interesse pela aprendizagem de matemática, visando também aprofundar ainda mais os conhecimentos relativos a estes conteúdos.

Material necessário para a aula:

- ✓ Trena de 5 metros;
- ✓ Papel A4;
- ✓ Fio ou fita de 1 metro;
- ✓ Calculadora.

O processo de medição é relativamente simples e o cálculo da área e do volume será feito com a ajuda de calculadora.

A atividade é apresentada brevemente nos passos abaixo:

1. Com a trena um dos alunos mede as dimensões do cilindro (altura e a circunferência) e outro aluno anota os resultados enquanto uma parte do grupo conta quantas colunas tem na escola.

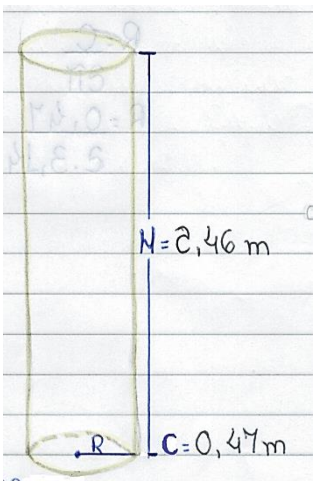
Fonte: Elaborado pelo autor

2. Com os valores das dimensões do cilindro, agora os alunos voltam para a sala e é só aplicar as fórmulas para calcular a área e o volume pedido. Uma observação importante, que deve ser mostrado para os alunos, é que:

- ✓ Será considerada apenas a área lateral da coluna;
- ✓ Para o calculo do volume desprezaremos as ferragens contidas nas colunas.

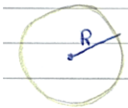
Usaremos a calculadora para os cálculos, já que as medidas nem sempre serão números inteiros.

Observe abaixo o desenho da coluna feita por uma das equipes da turma e os cálculos feitos na sequência pelos os alunos do 2º ano da escola.



Fonte: Elaborado pelos alunos

Com a medida e com fórmula do comprimento da circunferência da coluna foi calculado o raio:



$C = 2\pi R \qquad \pi = 3{,}14$

$R = \dfrac{C}{2\pi}$

$R = \dfrac{0{,}47}{2 . 3{,}14} = \dfrac{0{,}47}{6{,}28} = 0{,}07 \text{ m}$

Fonte: Elaborado pelos alunos

Em sequência, com as medidas do raio e da altura, podemos fazer:

a) Cálculo da área a ser pintada das colunas (área lateral).

$A_L = 2\pi R H$

$A_L = 2 . 3{,}14 . 0{,}07 . 2{,}46$

$A_L = 1{,}08 \text{ m}^2$

A_L . número de colunas

$1{,}08 . 96$

$103{,}68 \text{ m}^2$

Fonte: Elaborado pelos alunos

b) Cálculo do volume de concreto utilizado nas colunas.

$V = \pi R^2 H$

$V = 3{,}14 . 0{,}07^2 . 2{,}46$

$V = 3{,}14 . 0{,}0049 . 2{,}46$

$V = 0{,}037$

V . número de colunas

$0{,}037 . 96$

$3{,}522 \text{ m}^3$

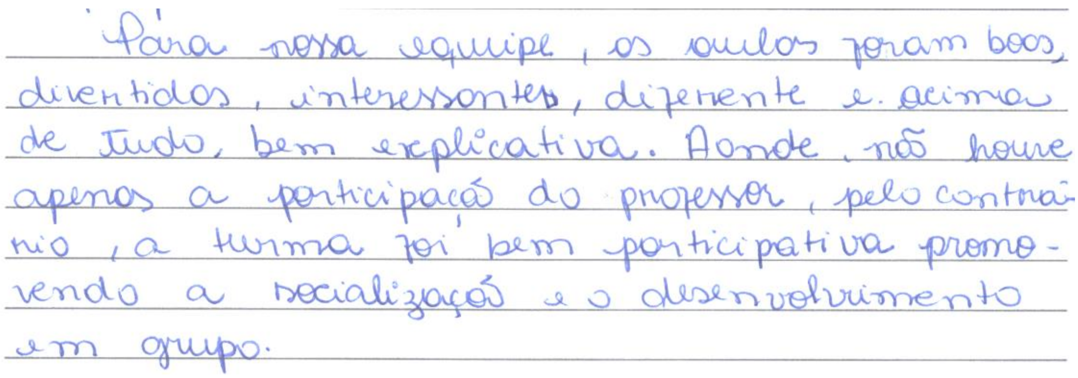
Fonte: Elaborado pelos alunos

10 - ANÁLISE DOS RELATÓRIOS

Esta análise refere-se aos relatórios que cada aluno construiu ao final de cada atividade proposta. Tem como objetivo não só observar o desenvolvimento das tarefas realizadas até aqui sob a perspectiva do aluno, mas também compreender como o aluno absorve essas informações quando são propostas na forma de atividades práticas. Entretanto, por questões éticas, não identificaremos nenhum dos alunos que entregaram os relatórios.

Envolver o aluno em atividades que associam o conteúdo formal aos componentes presentes no seu cotidiano é de grande importância para o ensino de geometria. O texto abaixo produzido por uma das equipes de uma turma do ensino médio nos mostra um pouco da sua percepção, do seu entusiasmo em aprender matemática de forma diferente da habitual, e o quanto precisamos mudar enquanto professores do ensino básico.

O texto abaixo mostra o grau de satisfação de uma das equipes, que estava fazendo o relatório das aulas práticas.


'Pára nossa equipe, as aulas foram boas,
divertidas, interessantes, diferente e acima
de tudo, bem explicativa. Aonde não houve
apenas a participação do professor, pelo contrá-
rio, a turma foi bem participativa promo-
vendo a socialização e o desenvolvimento
em grupo.

Fonte: Elaborado pelos alunos

Um dos grandes desafios enfrentados pelos professores de escolas públicas hoje é tornar a aula dinâmica e interessante para os alunos. Os dois textos abaixo faz parte dos relatórios e foi produzido pelos alunos, e revela suas percepções sobre as aulas práticas.

As aulas foram boas, pois houve dinâmica, os alunos participaram mais, e se dedicaram, com isso foi possível a turma se unir e aprender a compartilhar seu aprendizado uns com os outros.
Achamos que quando a aula é interativa é bem mais proveitosa e divertida, fazendo com que a turma enteraja e aprenda melhor o conteúdo estudado em sala de aula.

Fonte: Elaborado pelos alunos

"... quando a aula é interativa é bem mais proveitosa e divertida" esta frase resume bem a essência desse trabalho.

Observamos que na aula prática o aprendizado é mais favorável para os alunos, nós interagimos mais na aula e se torna um jeito divertido de aprender.

Fonte: Elaborado pelos alunos

"... na aula prática o aprendizado é mais favorável para os alunos" já nesta frase temos na manifestação do aluno a importância de trabalhar dessa forma e isso é o que buscamos com esse estudo, fornecer meios para que o aluno sinta o interesse de aprender matemática.

11 - INSTRUÇÕES PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

11.1 - MEDINDO DIAGONAL, ÁREAS E VOLUME DO PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

Esta atividade tem como objetivo principal reforçar o interesse do aluno pela matemática através de uma atividade pratica e interativa, como o próprio aluno traz o seu material de estudo (caixa) ele vai observar que no seu ambiente natural existe matemática e suas aplicações. Antes de medir as dimensões da caixa podemos iniciar a aula com uma breve explicação do que iremos fazer e em seguida reforçar os conceitos de diagonal, área da base, área lateral, área total e volume que já foi estudado anteriormente como pré-requisito.

Para um melhor aproveitamento dessa atividade podemos dividir a turma em vários grupos pequenos (dois ou três alunos), de forma que cada aluno ajude o outro nas pequenas dúvidas que surgirem, e em cada um deles, cada aluno mede as dimensões da caixa, anotam os resultados e aplica as fórmulas. O material necessário para o trabalho deve ser previamente adquirido pelo o aluno. O professor pode optar por oferecer esta tarefa logo após os alunos terem aprendidos os conceitos iniciais de área de figuras planas.

O papel do professor nesse momento é o de observador e orientador, mas tomando as precauções de não interferir demasiadamente, pois é importante que o aluno descubra pelos seus próprios meios como resolver o problema.

Duas horas/aula é um tempo razoável para a realização desta atividade.

11.2 - CALCULANDO A ÁREA INTERNA E EXTERNA E O VOLUME DA CAIXA D’ÁGUA DA ESCOLA

Para esta primeira atividade fora da sala de aula, o professor deve inicialmente orientar os alunos ainda em sala a cerca da tarefa a ser produzida. A escolha de subgrupos (dois ou três alunos) deve ser uma opção melhor para dividir as tarefas do trabalho, pois isto facilita a organização durante a realização da tarefa. O restante dos alunos pode acompanhar de perto fazendo suas anotações e observações. A tarefa trata do calculo da área interna e externa e do volume da caixa d’água da escola, mas o professor pode adapta-la de acordo com as limitações do espaço físico disponível, podendo ser para o da área interna e externa e do volume da sala de aula, de uma caixa de som etc...

Após a coleta de dados, todos devem retornar à sala de aula para organizar as informações, fazer os cálculos necessários e concluir a atividade. Uma observação importante é que no calcule da área interna e no volume da caixa d'água teremos que retirar a espessura das paredes.

Duas horas/aula é o tempo estimado para a realização desta atividade.

11.3 - MEDINDO O VOLUME DE UM OBJETO QUALQUER

Esta atividade pode ser aplicada na sequência da atividade 1 e 2 nos mesmos moldes. Tem como objetivos aprofundar os conhecimentos relativos ao cálculo de volume e não precisa ser necessariamente um paralelepípedo reto-retângulo, na maioria das vezes o objeto que queremos calcular o volume não tem uma forma específica e muito menos uma fórmula para tal, nesta atividade formulamos uma maneira simples de calcular o volume de pequenos objetos irregulares. Mostrar essas ideias para os alunos e fazer com que eles pratiquem é uma grande maneira de mostrar que a matemática está onde menos imaginamos.

Duas horas/aula é um tempo razoável para a realização desta atividade.

11.4 - CALCULANDO ÁREAS E VOLUME DO CILINDRO RETO

Nesta atividade, Assim como na atividade 1, o objetivo principal é reforçar o interesse do aluno pela matemática através de uma atividade pratica e interativa, novamente o próprio aluno traz o seu material de estudo (lata) ele vai observar, mais uma vez, que no seu ambiente natural existe matemática e suas aplicações. Antes de medir as dimensões do cilindro (lata), podemos iniciar a aula com uma breve explicação do que iremos fazer e em seguida reforçar os conceitos de área da base, área lateral, área total e volume que já foi estudado anteriormente como pré-requisito.

Para um melhor aproveitamento dessa atividade podemos dividir a turma em vários grupos pequenos (dois ou três alunos), de forma que cada aluno ajude o outro nas pequenas dúvidas que surgirem, e em cada um dos grupos, cada aluno mede as dimensões do cilindro, anotam os resultados e aplica as fórmulas. O material necessário para o trabalho deve ser previamente adquirido pelo o aluno. O professor pode optar por oferecer esta tarefa logo após os alunos terem aprendidos os conceitos iniciais de áreas e volume de cilindros.

O papel do professor, como anteriormente nas outras atividades, é o de observador e orientador, mas tomando as precauções de não interferir demasiadamente, pois é importante que o aluno descubra pelos seus próprios meios como resolver o problema.

Duas horas/aula é um tempo razoável para a realização desta atividade.

11.5 - CALCULANDO DA ÁREA LATERAL E DO VOLUME DAS COLUNAS DA ESCOLA

Para esta outra atividade fora da sala de aula, o professor deve inicialmente orientar os alunos ainda em sala a cerca da tarefa a ser produzida. A escolha de subgrupos (dois ou três alunos) deve ser uma opção melhor para dividir as tarefas do trabalho, pois isto facilita a organização durante a realização da mesma. O restante dos alunos pode acompanhar de perto fazendo suas anotações e observações. A tarefa trata do calculo da área lateral e do volume das colunas da escola, mas o professor pode adapta-la de acordo com as limitações do espaço físico disponível, podendo ser para o da área lateral e do volume de uma piscina circular, de um tubo de PVC etc...

Após a coleta de dados, todos devem retornar à sala de aula para organizar as informações, fazer os cálculos necessários e concluir a atividade.

Duas horas/aula é o tempo estimado para a realização desta atividade.

12 - PLANOS DE AULA PARA AS ATIVIDADES

PLANO DE AULA: MEDINDO DIAGONAL, ÁREAS E VOLUME DO PARALELEPÍPEDO RETO-RETÂNGULO

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 2º Ano – Ensino Médio
CARGA HORÁRIA: 02 h/a
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Comprimento, área e volume no paralelepípedo reto-retângulo.

Conteúdo Programático:

Geometria Espacial:

- ✓ Noções de medidas de comprimento;
- ✓ Noções de áreas;
- ✓ Noções de volume.

Objetivo Geral:

Calcular a área da base, a área lateral, a área total, o volume e a diagonal de um paralelepípedo reto-retângulo.

Objetivos Específicos:

- ✓ Medir as dimensões da caixa;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de área;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de volume.

Procedimentos Metodológicos:

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos:

- ✓ Folha de papel A4;
- ✓ Régua de 30 ou 50 cm;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Caixas de papelão (pequenas de preferência)
- ✓ Quadro branco.

Avaliação:

A avaliação será mediante a participação do aluno em grupo, junto com a sua equipe, através de observações, discussões e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

GELSON, I.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio. Volume 2.** 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** 2º ano. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SOUZA, R. J. **Coleção: Novo Olhar.** 2º ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

PLANO DE AULA: CALCULANDO A ÁREA INTERNA E EXTERNA E O VOLUME DA CAIXA D'ÁGUA DA ESCOLA

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 2º Ano – Ensino Médio
CARGA HORÁRIA: 02 h/a
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Cálculo de área e volume na caixa d'água

Conteúdo Programático:

Geometria Espacial

- ✓ Noções de medidas de comprimento;
- ✓ Noções de áreas;
- ✓ Noções de volume.

Objetivo Geral:

Calcular a área total interna, a área total externa e o volume da caixa d'água da escola.

Objetivos Específicos:

- ✓ Medir as dimensões da caixa d'água;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de área;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de volume.

Procedimentos Metodológicos:

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos:

- ✓ Folha de papel A4;
- ✓ Trena de 5 metros;

- ✓ Calculadora;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação:

A avaliação será mediante a participação do aluno em grupo, junto com a sua equipe, através de observações, discussões e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

GELSON, I.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio. Volume 2.** 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** 2º ano. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SOUZA, R. J. **Coleção: Novo Olhar.** 2º ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

PLANO DE AULA: MEDINDO O VOLUME DE UM OBJETO QUALQUER

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 2º Ano – Ensino Médio
CARGA HORÁRIA: 02 h/a
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Calculando volume de um objeto qualquer.

Conteúdo Programático:

Geometria Espacial

- ✓ Noções de medidas de comprimento;
- ✓ Noções de áreas;
- ✓ Noções de volume.

Objetivo Geral:

- ✓ Calcular o volume de um objeto.

Objetivos Específicos:

- ✓ Medir as dimensões do aquário;
- ✓ Calcular a área da base do aquário;
- ✓ Calcular o volume do objeto.

Procedimentos Metodológicos:

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos:

- ✓ Folha de papel A4;
- ✓ Trena de 5 metros;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação:

A avaliação será mediante a participação do aluno em grupo, junto com a sua equipe, através de observações, discussões e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

GELSON, I.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio. Volume 2.** 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** 2º ano. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SOUZA, R. J. **Coleção: Novo Olhar.** 2º ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

PLANO DE AULA: CALCULANDO ÁREAS E VOLUME DO CILINDRO RETO

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 2º Ano – Ensino Médio
CARGA HORÁRIA: 02 h/a
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Calculando áreas e volume no cilindro.

Conteúdo Programático:

Geometria Espacial.

- ✓ Noções de medidas de comprimento;
- ✓ Noções de áreas;
- ✓ Noções de volume.

Objetivo Geral:

Calcular a área da base, a área lateral, a área total e o volume de um cilindro reto.

Objetivos Específicos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de área;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de volume.

Procedimentos Metodológicos:

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos:

- ✓ Folha de papel A4;
- ✓ Régua de 30 ou 50 cm;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Latas (pequenas de preferência)
- ✓ Quadro branco.

Avaliação:

A avaliação será mediante a participação do aluno em grupo, junto com a sua equipe, através de observações, discussões e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

GELSON, I.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio. Volume 2.** 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** 2º ano. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SOUZA, R. J. **Coleção: Novo Olhar.** 2º ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

PLANO DE AULA: CALCULANDO DA ÁREA LATERAL E DO VOLUME DAS COLUNAS DA ESCOLA

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 2º Ano – Ensino Médio
CARGA HORÁRIA: 02 h/a
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Calculando a área e o volume das colunas de sustentação das vigas da escola.

Conteúdo Programático:

Geometria Espacial.

- ✓ Noções de medidas de comprimento;
- ✓ Noções de áreas;
- ✓ Noções de volume.

Objetivo Geral:

Calcular a área lateral e o volume da coluna da coluna de sustentação das vigas da escola.

Objetivos Específicos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de área;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de volume.

Procedimentos Metodológicos:

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos:

- ✓ Folha de papel A4;
- ✓ Trena de 5 metros;
- ✓ Calculadora;

- ✓ Quadro branco.

Avaliação:

A avaliação será mediante a participação do aluno em grupo, junto com a sua equipe, através de observações, discussões e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

GELSON, I.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio. Volume 2.** 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MNIZ NETO, A. C., **Tópicos de Matemática Elementar: geometria euclidiana plana**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012

PAIVA, M. **Matemática Paiva.** 2º ano. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PORTAL.INEP.GOV.BR.. Acesso em 23/03/2015.

PORTAL.MEC.GOV.BR.. Acesso em 28/03/2015.

SOUZA, R. J. **Coleção: Novo Olhar.** 2º ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

13 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática tem significados grandiosos a partir do momento que é utilizada e aplicada na vida diária e também como suporte a varias outas ciências como engenharia, arquitetura, física, entre outras. A matemática está incorporada em extensas áreas do conhecimento, no entanto, ainda assim é num enorme desafio mostrar para o aluno aplicações práticas e apropriadas com os conteúdos aplicados na aula. Desta forma mostramos algumas atividades práticas para geometria espacial e assim exibir que boa parte da geometria está imersa de forma intensa no cotidiano de cada um.

A Geometria é um componente extremamente importante da matemática e na construção de conhecimentos específicos dos quais os seres humanos devem apropriar-se, pois permite resolver problemas do cotidiano e interfere na estrutura do pensamento, gerando a construção do conhecimento. A partir do momento que os alunos percebem isso, a motivação e o interesse pela matemática surgirão de forma espontânea, contribuindo para um melhor desenvolvimento de suas habilidades. A geometria nos rodeia para onde quer que nossos olhos alcance, ela está presente nas flores, nas construções enfim, no mundo que nos cerca. Então cálculos de áreas e de volumes se tornam necessários em várias ciências e em tarefas do dia-a-dia de um trabalhador da construção civil, por exemplo, a geometria está ligada ao ser humano e esses cálculos muitas vezes são de fácil realização principalmente quando o aluno tem a percepção das grandezas, medidas e formas. Desse modo o educando é sujeito de sua própria aprendizagem fazendo também que ele reflita sobre o seu cotidiano, Nesse sentido, o professor e aluno estão envolvidos no processo de aprendizagem, aprendendo um com o outro.

14 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] **IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA**, N. **Matemática: Ciência e Aplicação.** 2º ano. 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

[2] **IEZZI, G**.. **Matemática: Volume Único**. São Paulo, SP: atual, 2002.

[3] **IMENES E JAKUBOVIC**, 2004. Disponível no site, http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_iicap1.pdf, Acessado em 07 de março de 2015

[4] **LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. A Matemática do Ensino Médio. Volume 2.** 6ª Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[5] **LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C**. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[6] **PAIVA, M. Matemática Paiva.** 2º ano. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

[7] **SOUZA, R. J. Coleção: Novo Olhar.** 2º ano. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2010.

[8] **PORTAL DO MEC.** < http://portal.mec.gov.br/ >, Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio, volume 02, pag. 69. Acessado em 25 de janeiro de 2015.

[9] **PORTAL INEP.** < http://portal.inep.gov.br/ >. Acesso em 15 de março de 2015.

[10] **PORTAL QEDU**. < http://www.qedu.org.br/brasil/ideb >. Acesso em 10/03/2015.