UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOÃO FELÍCIO MARTINS

GEOMETRIA NA 8ª SÉRIE: APLICAÇÕES PRÁTICAS COMO FERRAMENTA MOTIVADORA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

BELÉM-PARÁ
2015

JOÃO FELÍCIO MARTINS

GEOMETRIA NA 8ª SÉRIE: APLICAÇÕES PRÁTICAS COMO FERRAMENTA MOTIVADORA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais da UFPA como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Mendes de Araújo

BELÉM-PARÁ

2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Martins, João Felício, 1973-
Geometria na 8ª série: aplicações práticas como ferramenta motivadora no ensino da matemática / João Felício Martins. - 2015.

Orientador: Geraldo Mendes de Araújo.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2015.

1. Matemática-Estudo e ensino. 2. Geometria-Estudo e ensino. 3. Rendimento escolar. 4. Aprendizagem por atividades-Matemática. 5. Teodolitos. I. Título.

CDD 22. ed. 372.7

JOÃO FELÍCIO MARTINS

GEOMETRIA NA 8ª SÉRIE: APLICAÇÕES PRÁTICAS COMO FERRAMENTA MOTIVADORA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais da UFPA como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Data da defesa: 08/05/15

Conceito: EXCELENTE

Banca Examinadora

PROF. DR. GERALDO MENDES DE ARAÚJO – ORIENTADOR – UFPA

PROF. DR. JOÃO CLÁUDIO BRANDEMBERG QUARESMA - UFPA

PROF. DR. DUCIVAL CARVALHO PEREIRA - UEPA

Ás pessoas mais importantes da minha vida: Francisca Felícia de Oliveira Jorge (mãe), Antônio Martins Jorge (pai), Dayanne de Araújo Martins (filha) e Camila de Araújo Martins (filha).

AGARDECIMENTOS

Agradeço a Deus que em sua grandiosa generosidade nos presenteou com o dom da vida.

À minha inesquecível mãe que me deu as forças necessárias para seguir em frente, embora tenha partido desse plano durante este curso sei que ela sempre esteve do meu lado.

Ao meu pai que mesmo nunca tendo frequentado uma escola, me ensinou os valores da honestidade e da honradez.

Às minhas filhas que sempre foram e são a minha fonte de inspiração.

Aos meus familiares que hoje estão numa universidade ou a caminho dela, porque de alguma forma encontraram inspiração na minha trajetória e encontraram a motivação para retomar seus estudos e seguir seus próprios caminhos.

Aos professores deste curso, pelos ensinamentos que levarei por toda a vida.

Ao orientador deste estudo, professor Dr. Geraldo Mendes de Araújo que abraçou a ideia e contribuiu generosamente para a conclusão desta empreitada.

Aos colegas de turma que sempre estiveram dispostos a colaborar e me incentivaram em todos os momentos que precisei de apoio.

RESUMO

Diante do baixo índice de rendimento escolar e o pouco interesse dos alunos pela matemática, percebe-se a necessidade de criar metodologias para tornar as aulas mais atrativas e produtivas. Nesta perspectiva, este estudo traz uma proposta de aplicação de atividades práticas de geometria, destacando o uso do teodolito na exploração de ângulos, áreas, alturas e distâncias de objetos presentes no cotidiano, no intuito de despertar o interesse desse aluno para o estudo da matemática, bem como desenvolver a capacidade de se posicionar diante de um problema proposto. O estudo traz um enfoque diferenciado das tradicionais aulas de matemática, quebrando o rigor habitual da sala de aula e permitindo uma abordagem mais diversificada no ensino dessa disciplina.

Palavras-chaves: Rendimento escolar. Matemática. Atividades práticas. Teodolito.

ABSTRACT

In front of the poor academic performance and little interest in mathematics by the students, it's noticed the need to create methodologies in order to render the classes more attractive and productive. Regarding this perspective, this study provides a plan for the implementation of practical activities in the subject of geometry, highlighting the use of the theodolite in the exploration of angles, areas, heights and distances of objects present in daily life, aiming the wake of the student interest for the study of mathematics as well as to develop the ability to face a proposed problem. The study brings a different focus from traditional math classes, breaking the usual rigor of the classroom and allowing a more diversified approach to the method of teaching this discipline.

Keywords: Academic performance. Mathematics. Practical activities. Theodolite.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Desenvolvimento do Ideb no Estado do Pará 12
Figura 2 - Segmento *AB* 16
Figura 3 – Meridiano terrestre 17
Figura 4 – Ângulo 18
Figura 5 – Ângulo em radiano...18
Figura 6 – Ângulos no transferidor 19
Figura 7 – semelhança de triângulos 20
Figura 8 – Paralelogramo 22
Figura 9 – Paralelogramo *ABDC*..23
Figura 10 – Área do triângulo *ABC*...24
Figura 11 - Área do triângulo 25
Figura 12 – Estrutura de um teodolito 28
Figura 13 – Material necessário 29
Figura 14 – Preparando a base do teodolito 29
Figura 15 – Centralizando o transferidor 29
Figura 16 – Passos finais 30
Figura 17 – Vista aérea da praça 31
Figura 18 – Ângulo de um vértice da praça 32
Figura 19 – Comprimento de um lado da praça 32
Figura 20 – Rascunho do formato da praça 32
Figura 21 – Rascunho dos cálculos da 1ª forma 33
Figura 22 – Rascunho dos cálculos da 2ª forma 34
Figura 23 – Rascunho dos cálculos da 3ª forma 34
Figura 24 – Vista aérea do quarteirão 36
Figura 25 – Ângulo de um vértice 36
Figura 26 – Rascunho do formato do quarteirão 37
Figura 27 – Triângulo *DQS* 37
Figura 28 – Observação da torre 40
Figura 29 – Observação do ângulo 40
Figura 30 – Rascunho da torre 41
Figura 31 – Vista aérea do rio 42
Figura 32 – Vista do rio 43

Figura 33 – Rascunho do rio 44
Figura 34 – Cálculos da largura do rio 44
Figura 35 – Opinião dos alunos em percentual 45
Figura 36 – Relatório de uma aluna 46
Figura 37 – Relatório de um aluno 47

SUMÁRIO

1 O IDEB NO ESTADO DO PARÁ 12

2 A GEOMETRIA NOS PRIMÓRDIOS DA HISTÓRIA 14

2.3 POLEGADA, PÉ E JARDA 16

2.4 O METRO 16

2.4.1 Definição do metro 17

2.4.2 Definição moderna do metro 17

3 NOÇÕES DE ÂNGULO 18

4 NOÇÕES DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS 20

4.1 RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS 20

5 NOÇÕES BÁSICAS DE ÁREAS DE PARALELOGRAMOS E TRIÂNGULOS ... 22

5.1 ÁREA DE UM PARALELOGRAMO 22

5.2 ÁREA DE UM TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DA BASE E DE SUA ALTURA 23

5.3 ÁREA DE UM TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DE DOIS LADOS E DO SENO DO ÂNGULO COMPREENDIDO ENTRE ELES 24

5.4 ÁREA DE UM TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DE SEUS LADOS 24

6 ATIVIDADES PRÁTICAS DE GEOMETRIA COMO UM FACILITADOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA 27

6.1 CONSTRUINDO UM TEODOLITO CASEIRO (ATIVIDADE 1) 27

6.2 MEDINDO A ÁREA TRIANGULAR DE UMA PRAÇA (ATIVIDADE 2) 30

6.3 MEDINDO A ÁREA DE UM QUARTEIRÃO PENTAGONAL DO BAIRRO (ATIVIDADE 3) 35

6.4 CALCULANDO A ALTURA DE UMA TORRE DE TELEFONIA (ATIVIDADE 4) 39

6.5 CALCULANDO A LARGURA DE UM RIO (ATIVIDADE 5) 42

7 ANÁLISE DOS RELATÓRIOS 45

8 INSTRUÇÕES PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES 48

9 PLANOS DE ATIVIDADES 50

CONSIDERAÇÕES FINAIS **60**

REFERÊNCIAS **61**

INTRODUÇÃO

Quem conhece a realidade das escolas públicas brasileiras sabe das dificuldades que elas vêm enfrentando ao longo dos anos, escolas sem recursos e já sucateadas recebem cada vez mais alunos em suas salas. A precariedade desse ambiente, somada a desmotivação desses alunos contribui severamente para a evasão escolar e consequentemente, o baixo rendimento. O Ministério da Educação (MEC), órgão oficial do governo, apontou que o Estado do Pará obteve o pior Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) em 2013 da região norte, ficando em penúltimo lugar entre os Estados brasileiros e registrou média de 2,7 quando a meta esperada era de 3,2. Foi pensando neste cenário que resolvi desenvolver este trabalho, o qual trata da aplicação de atividades práticas de geometria em uma turma de alunos da 8ª série do ensino básico, tem como objetivos principais motivar esses alunos, contribuindo para um melhor desempenho do ser humano no desenvolvimento de suas habilidades, aumentando assim, o seu entusiasmo e interesse pela matemática.

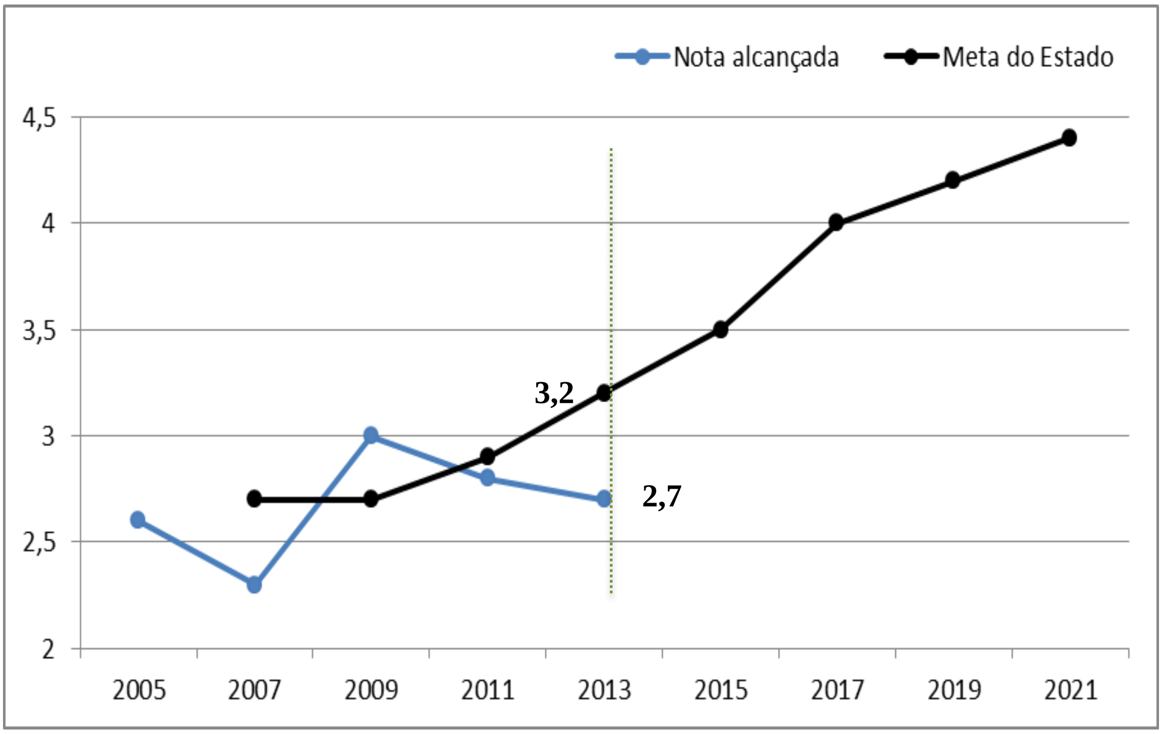
Na seção 1 apresentamos dados estatísticos com relação à evolução do Ideb no Estado do Pará e as perspectivas para os próximos anos. Das seções 2 a 4, fazemos um apanhado histórico da geometria, desde seus primórdios quando as civilizações antigas a usavam como ferramenta na divisão de terras e no cultivo, passando por momentos marcantes como a criação do Sistema Métrico Decimal no século XVIII, até os dias atuais onde percebemos que a geometria está presente de forma intensa na organização urbana com sua arquitetura elaborada, nas máquinas e utensílios em geral. A seção 5 traz as deduções de três fórmulas para o cálculo das áreas de triângulos que são frequentemente utilizadas no ensino básico. Na seção 6, apresentamos uma sequencia de cinco atividades práticas em que os alunos são orientados a participarem efetivamente da construção de um teodolito artesanal e, em seguida, instigados a buscarem soluções para o cálculo de áreas, alturas e distâncias nas diversas situações propostas.

Na seção 7 apresentamos uma análise detalhada dos relatórios produzidos pelos alunos ao final das atividades, nele é possível observar as atividades sob a ótica do discente e sua perspectiva de motivação. Na seção 8 oferecemos aos professores um conjunto de instruções que poderão auxilia-los na aplicação de cada atividade, com a finalidade de orientá-los passo a passo no sentido de obter um melhor rendimento. E finalmente, na seção 9 disponibilizamos uma sequencia de planos de atividades que darão suporte à aplicação das atividades propostas.

1 O IDEB NO ESTADO DO PARÁ

Quando falamos de índices de aproveitamento da aprendizagem no ensino básico, o Estado do Pará deu um passo atrás e contrariando todas as metas projetadas, conseguiu piorar o que já era ruim. De acordo com Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) em 2013 e levando-se em consideração o ensino médio, o Pará amarga a penúltima colocação no ranque entre todos os Estado e o Distrito Federal, não conseguiu alcançar a meta pretendida para aquele ano e também não manteve o mesmo rendimento da avaliação anterior. Retrocedendo portando suas expectativas de elevar a educação no Estado a patamares mais ambiciosos, como mostra o gráfico abaixo:

Figura 1 - Desenvolvimento do Ideb no Estado do Pará



Fonte: QEdu.org.br. Dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (2015)

O Ideb é calculado a partir de uma combinação de dados, entre eles, os da Prova Brasil e os do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que tem como principal função averiguar o nível da Educação Básica no país e oferecer indicadores que favoreçam uma maior compreensão das questões que afetam o desempenho dos alunos nas séries avaliadas. Para se chegar a um valor, o Ideb leva em consideração o produto de dois fatores importantes: o desempenho e o rendimento escolar, ou seja, a média da prova padronizada (Prova Brasil ou do Saeb, variando de 0 a 10) que mede o desempenho, multiplicado pelo inverso do tempo médio de conclusão em uma determinada série. Desta forma, para uma escola X que atingiu nota padronizada na Prova Brasil igual *6,0* na 8ª série e tem um tempo médio de conclusão nesta série de 2 anos, a escola alcançará um Ideb igual $6{,}0\ .\ \frac{1}{2}=3{,}0.$ Já a escola Y que também tirou média padronizada igual a 6,0 na mesma série e tem tempo médio de cada série de 1 ano, seu Ideb será $6{,}0\ .\ 1=6{,}0.$

O gráfico acima nos mostra uma perspectiva pouco otimista no que tange a melhorias na educação no Estado do Pará apesar das metas audaciosas projetadas para 2021. Sabemos que a qualidade da educação depende de muitos fatores como a reformulação dos conteúdos que hoje trazem livros didáticos sobrecarregados de informações; condições dignas de estudo e de trabalho e isso passa pela reforma e reestruturação das escolas que precisam ser bem equipadas com biblioteca, sala de informática entre outros, e desta forma, proporcionando um ambiente mais prazeroso para os que ali trabalham ou estudam. Sabemos que professores mais dispostos conquistam a confiança e a atenção dos alunos, e estes, mais motivados estarão também mais abertos ao conhecimento. Apesar de todos os contrastes na educação, não podemos simplesmente ficar inertes esperando que o governo resolva todos os problemas como num passe de mágica, há sempre algo que podemos fazer para mudar esse panorama, e foi pensando nessa realidade que comecei a escrever este trabalho para poder dar minha pequena contribuição.

2 A GEOMETRIA NOS PRIMÓRDIOS DA HISTÓRIA

Inicialmente, geometria foi o nome dado pelos gregos à parte da matemática que atribuía medida a terra. Isto é, a **medida** (metria) da **terra** (geo) e, portanto, trata-se do ramo da matemática que estuda as figuras e juntamente com suas representações e particularidades.

Segundo Bianchini (2011), Heródoto historiador grego que viveu no século V a.C. já atribuía a origem da geometria aos egípcios, achava que teria surgido da necessidade de remarcar as áreas às margens do rio Nilo. Estas terras eram invadidas constantemente pelas águas do rio durante as cheias e quando as águas baixavam, levavam junto as marcações das terras. Era preciso marcar novamente os limites dessas propriedades, e este trabalho era feito pelos “estiradores de corda” ou agrimensores, que faziam uso dos registros anteriores e dos conhecimentos de geometria existente na época.

Acredita-se atualmente, que a geometria tenha surgido não só da necessidade de resolver problemas práticos, mas também da observação e reflexão sobre números, grandezas e formas, inerentes à própria curiosidade intelectual do ser humano.

O matemático grego Euclides, pela primeira vez, três séculos antes de Cristo, reuniu e organizou grande parte o conhecimento de geometria construído até aquela época em um texto didático chamado *Os Elementos*. Por mais de dois mil anos, foi esse texto que serviu de orientação para o estudo desse admirável campo da matemática.

De acordo com o matemático Barbosa (2012), Euclides baseou a construção de sua geometria em 10 axiomas separados em dois grupos: cinco foram classificados como “noções comuns” que segundo o autor, Euclides as considerava como hipóteses aceitáveis a todas as pessoas de bom senso, e os outros como “postulados” que eram considerados como hipóteses próprias da geometria. As cinco noções comuns eram:

1. Coisas que são iguais a uma mesma coisa são também iguais entre si;
2. Se iguais são adicionados a iguais, os resultados são iguais;
3. Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais;
4. Coisas que coincidem com outras coisas são iguais a uma outra coisa;
5. O todo é maior do que qualquer de suas partes.

Os postulados eram:

6. Pode-se traçar uma reta por quaisquer dois pontos;
7. Pode-se continuar uma reta infinitamente;

8. Pode-se descrever uma circunferência com qualquer centro e qualquer raio;

9. Todos os ângulos retos são iguais;

10. Se uma reta corta duas outras retas formando ângulos colaterais internos cuja soma é menor do que dois retos, então as duas retas, se continuadas infinitamente, encontram-se no lado no qual estão os ângulos cuja soma é menor do que dois retos.

2.1 AXIOMA SOBRE MEDIÇÃO DE SEGMENTOS

Axioma: *A todo par de pontos do plano corresponde um número maior ou igual zero. Este número é zero se e somente se os pontos são coincidentes.*

O número mencionado por este axioma pode ser chamado de distância entre os dois pontos ou ainda como comprimento do segmento determinado por estes pontos. O axioma não determina a escolha de uma unidade de medida. Esta unidade foi representada por objetos variados ao longo dos séculos, e até hoje essas representações estão presentes no nosso dia a dia.

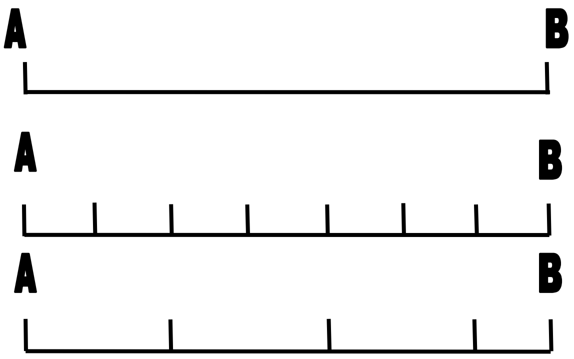
2.2 NOÇÃO DE MEDIDA

Quando fazemos referencia à palavra unidade nos reportamos à propriedade de tudo aquilo que não pode ser dividido sem que a sua respectiva característica seja destruída ou alterada. A unidade é, portanto, a quantidade que é tomada como medida quando comparada ao restante de sua espécie. Quando mencionamos a unidade de medida, estamos fazendo referencia a dada quantidade de uma determinada grandeza física. A unidade de medida toma o seu valor a parir de um padrão ou de uma composição de outras unidades previamente definidas.

Medir é, sobretudo, fazer comparações. A unidade de medida é o padrão com o qual comparamos o que desejamos medir.

A medida depende da unidade utilizada como padrão. Observemos o segmento AB.

Figura 2 - Segmento *AB*



Fonte: Elaborado pelo autor

Usando o comprimento u como unidade de medida, temos $AB = 7u$. Porém, quando utilizamos o comprimento v como unidade de medida, temos então que $AB = 3{,}5v$.

Durante um longo período se usou partes do corpo como unidade de medida, e ainda hoje elas são utilizadas principalmente em países como Estado Unidos e Inglaterra, como destacamos a seguir.

2.3 POLEGADA, PÉ E JARDA

A unidade de medida denominada polegada foi adotada pelo rei Eduardo I, da Inglaterra, durante o século XVI. Sua origem está ligada à medição utilizando o próprio polegar, consistindo na largura entre a base da unha e a ponta do dedo. A média do polegar de um humano adulto corresponde a aproximadamente 2,54 centímetros. Temos ainda que doze polegadas correspondem a um pé (30,48 centímetros) e três pés correspondem a uma jarda (91,44 centímetros).

2.4 O METRO

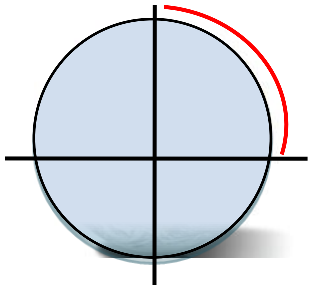
Por muitos séculos, os padrões de medida variaram de um lugar para outro. Devido à expansão do comercio entre povos de territórios diferentes, surgiu a necessidade de estabelecer unidades de medidas universais para facilitar essas transações comercias. Por volta do ano de 1790, o rei Luís XVI, da França, ordenou a formação de um grupo de estudiosos para criar um sistema padronizado de medidas que pudesse ser utilizado por todos. O Sistema Métrico Decimal foi instituído através de um decreto assinado em 1795, na França. Porém, somente em 1840 esse sistema foi realmente implantado naquele país.

O Brasil adotou esse sistema por volta do ano de 1862. Desta forma, ficou definido uma unidade de media padrão simples e que não mudasse de território para território. Essa unidade é chamada metro.

2.4.1 Definição do metro

> Por volta de 1791, a Academia de Ciências de Paris, propõe a primeira definição para a unidade de comprimento metro, que foi definido inicialmente como sendo "igual à décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre".

Figura 3 – Meridiano terrestre



Fonte: Elaborado pelo autor

$$1\ metro = \frac{1}{10\,000\,000}\ da\ 4^{a}$$ parte do meridiano terrestre.

2.4.2 Definição moderna do metro

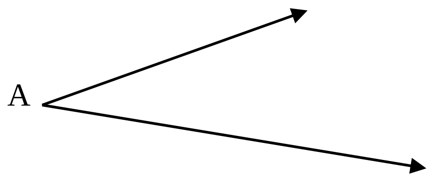
Essa nova definição passou a vigorar a partir de 1983. É baseada na velocidade de propagação da luz no vácuo. Ou seja, o metro foi definido como sendo "o comprimento do trajeto percorrido pela luz, no vácuo, durante um intervalo de tempo de *1/299 792 458* do segundo".

3 NOÇÕES DE ÂNGULO

Segundo o matemático Barbosa (2012) ângulo pode ser definido da seguinte forma:

Definição: *Chamamos de ângulo a figura formada por duas semi-retas com a mesma origem.*

Figura 4 – Ângulo



Fonte: Elaborado pelo autor

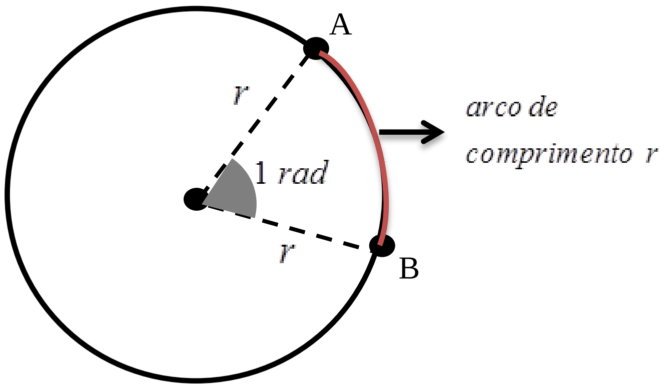
Os lados do ângulo são as semirretas e a origem comum a elas é chamada vértice do ângulo.

É comum usar como unidade de medida de ângulos o grau, o radiano ou outra unidade de medida qualquer de ângulos.

Grau: é a unidade de medida para ângulos e pode ser obtido dividindo-se um ângulo raso em 180 partes iguais, cada uma dessas partes representa *um (1) grau.*

Radiano: é o arco cujo comprimento é igual à medida do raio da circunferência que o contém e é indicado abreviadamente por *rad.*

Figura 5 – Ângulo em radiano



Fonte: Elaborado pelo autor

Na figura 5, a medida do arco $\overset{\frown}{AB}$ é *1 radiano* e escrevemos $med\left(\overset{\frown}{AB}\right) = 1\,rad$.

De modo geral, para determinar a medida de um arco $\widehat{AB}$ em radianos (α) basta dividir o comprimento do arco (l) pela medida do raio (r) da circunferência que o contém.

$$\alpha = med\left(\widehat{AB}\right) = \frac{l}{r}.$$

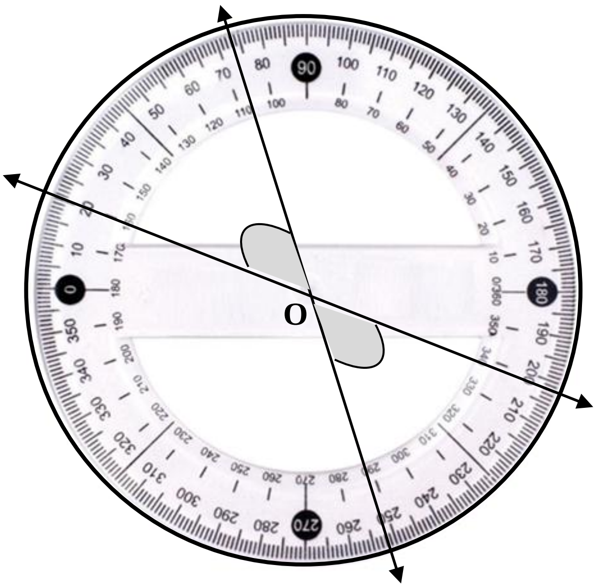
Se o comprimento do perímetro do círculo é $2\pi r$ então:

$$\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \ rad .$$

Ou seja, um ângulo de uma volta corresponde a $2\pi \ rad$.

Podemos utilizar um transferidor com medidas em graus para medir um ângulo. Vale observar que, independente do posicionamento do transferidor, a medida do ângulo em questão continua invariável.

Figura 6 – Ângulos no transferidor



Fonte: Elaborado pelo autor

Quando dividimos o círculo que aqui é representado pelo transferidor em 360 arcos iguais, cada um desses arcos resultantes da divisão tem como medida *1 grau*.

4 NOÇÕES DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

O estudo das razões trigonométricas é antigo. Surgiu inicialmente da necessidade de resolver problemas práticos envolvendo as relações entre as medidas dos lados de um triangulo.

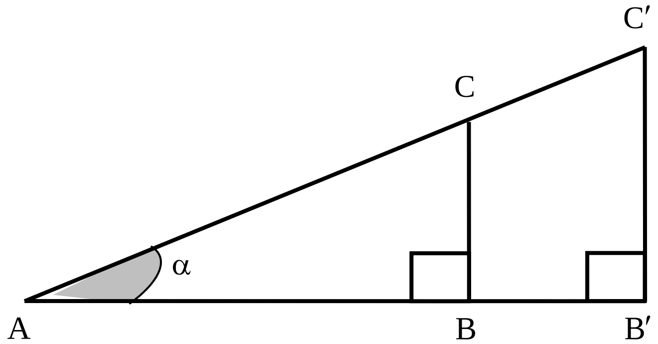
Um dos pioneiros no estudo de trigonometria foi Ptolomeu de Alexandria. Por volta do século II, ele escreveu um trabalho sobre astronomia em 13 volumes. Porém, escritores que viveram no século IV atribuem a Hiparco (século II a.C.) a origem dos estudos sobre trigonometria.

De qualquer forma, esses estudiosos deixaram sua contribuição para o desenvolvimento da matemática, e ainda hoje percebemos os resultados dos seus esforços. A trigonometria está presente em várias áreas do conhecimento e influenciou ideias que ainda estão presentes no nosso tempo.

4.1 RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS

Considere os triângulos *ABC* retângulo em *B*, e $AB'C'$ retângulo em B'.

Figura 7 – Semelhança de triângulos



Fonte: Elaborado pelo autor

Temos então as seguintes razões trigonométricas no triangulo *ABC*:

- Seno de α, que é a razão $sen\alpha = \dfrac{BC}{AC}$ entre o cateto oposto a α e a hipotenusa do triângulo.

- Cosseno de α, que é a razão $cos\,\alpha = \frac{AB}{AC}$ entre o cateto adjacente a α e a hipotenusa do triângulo.
- Tangente de α, que é a razão $tg\,\alpha = \frac{CB}{AB}$ entre o cateto oposto e o cateto adjacente a α.

Se dois triângulos retângulos têm o mesmo ângulo α agudo, então eles são semelhantes pelo caso de semelhança *AA (ângulo, ângulo).* Portanto, as razões entre seus lados se mantêm constantes.

Proposição 1: *Os valores do seno e do cosseno do ângulo α independem do tamanho do triângulo.*

Prova: Os triângulos retângulos ABC e $AB'C'$ da figura 5 são semelhantes, pois têm o mesmo ângulo α agudo. Então:

$$sen\,\alpha = \frac{BC}{AC}, \text{ mas } \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} \quad \Rightarrow \quad \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'}$$

Pelas relações de semelhança entre os triângulos, concluímos que:

$$sen\,\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'} \text{ e } cos\,\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'}.$$

Isso prova a afirmação.

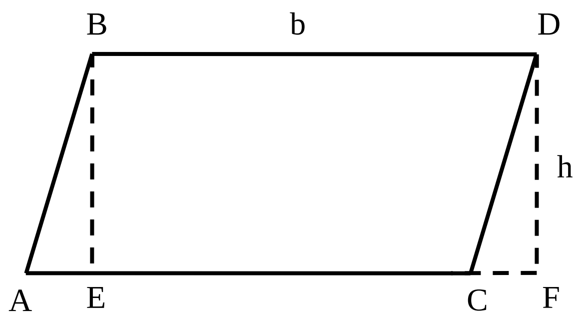
5 NOÇÕES BÁSICAS DE ÁREAS DE PARALELOGRAMOS E TRIÂNGULOS

O cálculo de área é uma prática antiga do ser humano, se em épocas remotas ele era usado basicamente no trato com a terra, hoje ter esse domínio é essencial em várias áreas do conhecimento. Calcular a área de um triângulo é um processo relativamente simples quando conhecemos os elementos necessários, para isso há varias fórmulas que podemos usar e entre elas, listaremos as três que são as mais utilizadas no ensino básico.

5.1 ÁREA DE UM PARALELOGRAMO

Proposição 2: *A área do paralelogramo é o produto do comprimento de um de seus lados pelo comprimento da altura relativa a este lado.*

Figura 8 – Paralelogramo



Fonte: Elaborado pelo autor

Prova: De acordo com a notação adotada acima, devemos provar que a área do paralelogramo *ABDC* deve ser o produto *b.h.* Observe que podemos traçar a partir dos vértices *B* e *D*, dos segmentos *BE* e *DF*, perpendiculares à reta que contém o lado *AC*. Construído desta forma, o quadrilátero *BDFE* é um retângulo cuja área é o produto $\overline{BD}.\overline{DF}$, que corresponde exatamente a *b.h.* Observe ainda que os triângulos *ABE* e *CDF* são congruentes, então

$$
\begin{aligned}
A_{ABDC} &= A_{EBDC} + A_{ABE} \\
A_{ABDC} &= A_{EBDC} + A_{CDF} \\
A_{ABDC} &= A_{BDFE} \\
A_{ABDC} &= b.h.
\end{aligned}
$$

Isto encerra a demonstração.

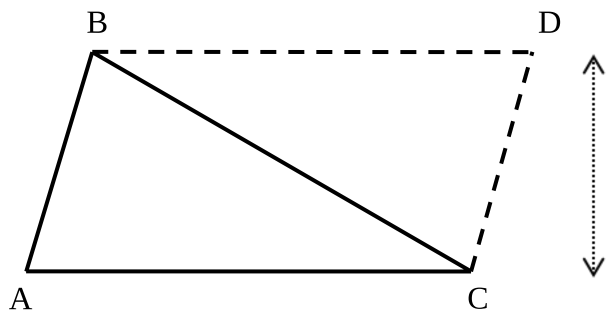
5.2 ÁREA DE UM TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DA BASE E DE SUA ALTURA

De acordo com Barbosa (2012), a área de um triângulo pode ser definida assim:

Proposição 3: *A área de um triângulo é a metade do produto do comprimento de qualquer de seus lados pela altura relativa a este lado.*

Prova: A partir do triângulo ABC da figura abaixo, trace as paralelas aos lados AC e AB, formando o paralelogramo ABDC. Os triângulos ABC e CDB são congruentes, portanto têm áreas iguais.

Figura 9 – Paralelogramo *ABDC*



Fonte: Elaborado pelo autor

Por outro lado, a área do paralelogramo *ABDC* (A_{ABDC}) é a soma das áreas dos triângulos (A_{ABC}) e (A_{CDB}). Ou seja:

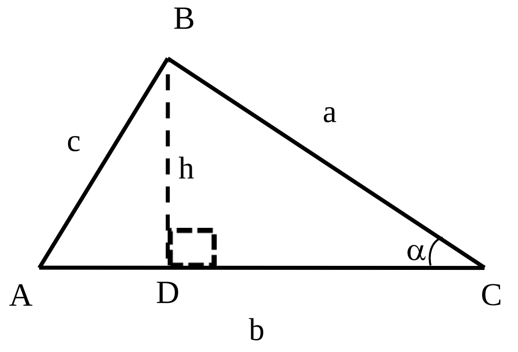
$$A_{ABDC} = A_{ABC} + A_{CDB}$$
$$A_{ABDC} = 2.A_{ABC}$$
$$A_{ABC} = \frac{A_{ABDC}}{2}.$$

Observe ainda que a altura do vértice *B* do triângulo *ABC* corresponde à altura do paralelogramo *ABDC* com relação ao lado *AC*, o que completa aprova.

5.3 ÁREA DE UM TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DE DOIS LADOS E DO SENO DO ÂNGULO COMPREENDIDO ENTRE ELES

Conhecidos dois lados (**a** e **b**, por exemplo) de um triângulo *ABC* e o ângulo α entre eles, então sua área (A_{ABC}) pode ser calculada da seguinte forma:

Figura 10 – Área do triângulo *ABC*



Fonte: Elaborado pelo autor

No triângulo retângulo *BDC* temos:

$$senC = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a.senC$$

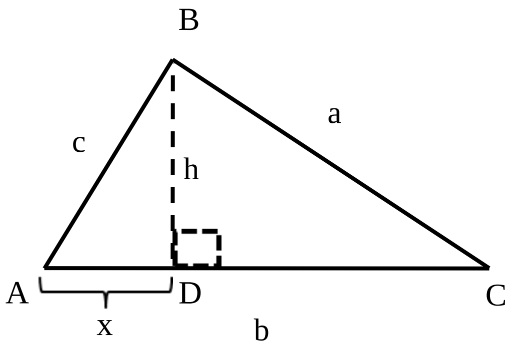
A área do triângulo *ABC* é dada por:

$$A_{ABC} = \frac{b.h}{2} \Rightarrow A_{ABC} = \frac{b.a.senC}{2}.$$

5.4 ÁREA DE UM TRIÂNGULO EM FUNÇÃO DE SEUS LADOS

A conhecida fórmula de Herão (Heron de Alexandria) permite calcular a área de um triângulo qualquer dispensando o conhecimento de sua altura ou de qualquer de seus ângulos internos e utilizando apenas as medidas de seus lados. Isto é, sua área *S* pode ser calculada pela expressão: $S = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$, em que *a, b* e *c* são as medidas dos lados de um triângulo e *p* é o seu semiperímetro.

Figura 11 – Área do triângulo



Fonte: Elaborado pelo autor

No triângulo retângulo *ADB*, temos as seguintes relações:

$$Cos\,\hat{A} = \frac{x}{c}$$

$$x = c.Cos\,\hat{A} \qquad (1)$$

$$c^2 = x^2 + h^2$$

$$h^2 = c^2 - x^2 \qquad (2),$$ pelo *Teorema de Pitágoras.*

Substituindo (1) na expressão da *Lei dos Cossenos* e isolando a variável x:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\hat{A}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.x$$

$$x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} \qquad (3)$$

Substituindo (3) em (2)

$$h^2 = c^2 - x^2$$

$$h^2 = c^2 - \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b}\right)^2$$

$$h^2 = \frac{4b^2c^2 - \left(b^2 + c^2 - a^2\right)^2}{4b^2} = \frac{(2bc)^2 - \left(b^2 + c^2 - a^2\right)^2}{4b^2}$$

$$h^2 = \frac{(2bc - b^2 - c^2 + a^2).(2bc + b^2 + c^2 - a^2)}{4b^2}$$
$$h^2 = \frac{[a^2 - (b-c)^2].[(b+c)^2 - a^2]}{4b^2}$$
$$h^2 = \frac{(a - b + c).(a + b - c).(b + c - a)(b + c + a)}{4b^2}$$

Substituindo *(a + b + c) por 2p*

$$h^2 = \frac{(a + b + c - 2b).(a + b + c - 2c).(a + b + c - 2a)(b + c + a)}{4b^2}$$
$$h^2 = \frac{2p.(2p - 2b).(2p - 2c).(2p - 2a)}{4b^2}$$
$$h^2 = \frac{2p.2.(p - b).2.(p - c).2(p - a)}{4b^2}$$
$$h^2 = \frac{4p.(p - b).(p - c).(p - a)}{b^2}$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os lados

$$h = \sqrt{\frac{4p.(p - b).(p - c).(p - a)}{b^2}}$$
$$h = \frac{2}{b}.\sqrt{p.(p - b).(p - c).(p - a)}$$

E finalmente, substituindo *h* na fórmula da área do triângulo encontramos a expressão que resulta na fórmula de Herão:

$$A_{ABC} = \frac{base.altura}{2}$$
$$A_{ABC} = \frac{b.h}{2}$$
$$A_{ABC} = \frac{b}{2}.\frac{2}{b}.\sqrt{p.(p - b).(p - c).(p - a)}$$
$$A_{ABC} = \sqrt{p.(p - a).(p - b).(p - c)}.$$

6 ATIVIDADES PRÁTICAS DE GEOMETRIA COMO UM FACILITADOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A necessidade de fazer medições é uma característica que sempre esteve intimamente ligada ao ser humano. Tais necessidades podem aparecer nas mais variadas tarefas do cotidiano e às vezes, são de fácil realização, principalmente quando queremos medir objetos que estão ao alcance da mão ou quando queremos calcular a distância entre dois pontos relativamente próximos, bastando para isso, tomar uma unidade de medida como padrão e verificar quantas vezes ela cabe naquele segmento que queremos medir. No entanto, isso pode não ser uma tarefa simples, principalmente quando envolve distâncias inacessíveis naquele momento. Por isso, na maioria das vezes é preciso recorrer a utensílios como: fita métrica, trena, transferidor ou mesmo a instrumentos mais sofisticados como o teodolito (embora aqui tenha sido utilizado de forma rudimentar) que nos auxiliam nesse processo de medição.

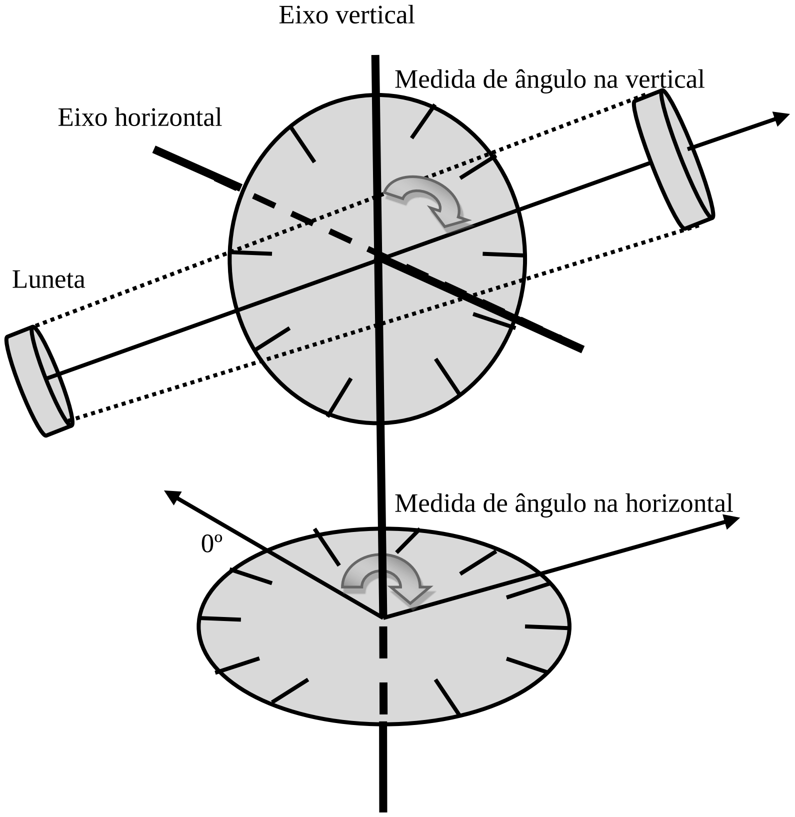
Todas as atividades a seguir foram realizadas em uma turma de 34 alunos da 8ª série do ensino regular da Escola Estadual de Ensino Fundamental Professora Ester Nunes Bibas. Segundo o Censo Escolar 2013, a escola conta, aproximadamente, com 1095 alunos oriundos da zona urbana e, em sua maioria por discentes provenientes da zona rural. Está localizada no bairro do Arapiranga, periferia do município de Vigia, fica a cerca de 110 km de Belém. Vale ressaltar que leciono matemática na referida escola desde 2012, sendo lotado na turma em questão em 2014, o que naturalmente me permitiu acompanhar o desenvolvimento destes alunos desde então.

6.1 CONSTRUINDO UM TEODOLITO CASEIRO (ATIVIDADE 1)

Esta atividade inicial proposta a turma da 8ª série, teve como um dos focos, apresentar aos alunos o conceito de um aparelho chamado teodolito e sua principal função: medir ângulos. Além disso, os próprios alunos foram orientados pelo professor a confeccioná-lo para uso em outras atividades que serão apresentadas mais a diante. Vale ressaltar que estes alunos já estudaram em aulas anteriores os conceitos de ângulo e de medidas de comprimento. Portanto, os objetivos principais dessa atividade são promover a interação e a cooperação entre os alunos, reforçando o interesse pela aprendizagem de matemática, visando também aprofundar os conhecimentos relativos a estes conteúdos com o auxilio da construção de um teodolito caseiro.

O teodolito é um instrumento óptico formado por uma luneta móvel e dois círculos graduados (de *0º* a *360º*), fixados em planos perpendiculares. Os aparelhos mais recentes possuem tecnologia digital que facilita o processamento dos dados obtidos, mas seu principio de funcionamento é semelhante aos primeiros aparelhos mecânicos.

Figura 12 – estrutura de um teodolito



Fonte: Atividades Experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

Material necessário para a confecção:

- ✓ Folha de isopor (*20 mm*);
- ✓ Porta-garrafa de isopor com tampa giratória;
- ✓ Transferidor de *360º* e cópias em papel A4;
- ✓ Régua de *50 cm;*
- ✓ Pistola de cola quente e cola de isopor;
- ✓ Haste maciça em alumínio de *20 cm* (restos de uma antena de TV);
- ✓ Haste oca em alumínio de *25 cm* (para ser usada como luneta)
- ✓ Estilete e alicate.

Figura 13 – Material necessário

Fonte: Elaborado pelo autor

O processo de construção é relativamente simples, e consiste basicamente em fixar o porta-garrafa com tampa giratória numa base de isopor na qual também será fixada a cópia do transferidor. A parte inferior da garrafa será transfixada pela haste oca que servirá como mira do teodolito. Os passos necessários são apresentados brevemente abaixo:

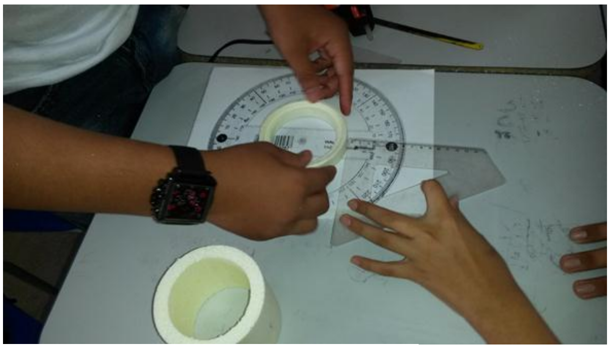
1. Com a régua os alunos mediram a base do teodolito e em seguia, cortaram utilizando o estilete.

Figura 14 – Preparando a base do teodolito

Fonte: Elaborado pelo autor

2. A tampa giratória também foi cortada, utilizou-se somente um anel circular que foi fixado junto com uma cópia do transferidor à base.

Figura 15 – Centralizando o transferidor

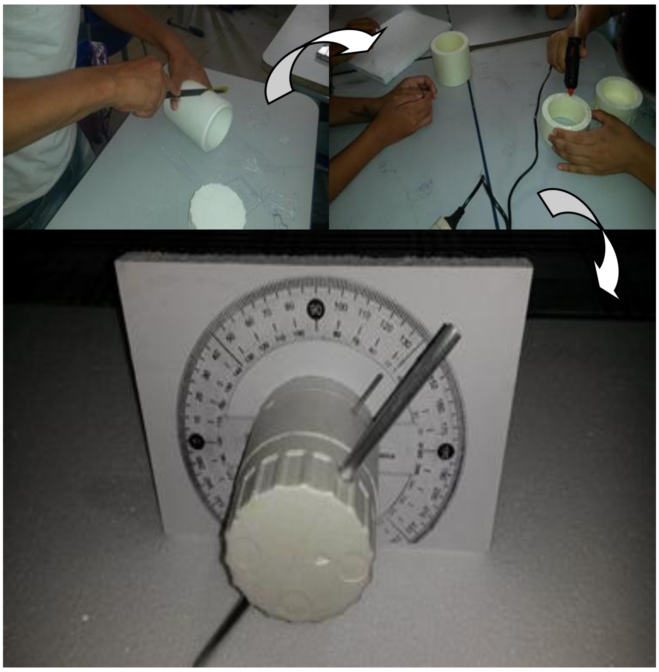


Fonte: Elaborado pelo autor

3. A parte inferior da garrafa foi cortada e colada novamente ajustando-se o seu tamanho, para em seguida, ser introduzidas as hastes que servirão de marcação e observação dos ângulos.

   A sequência de imagens abaixo mostra a conclusão do teodolito.

Figura 16 – Passos finais



Fonte: Elaborado pelo autor

A construção deste artefato serviu de inspiração para as atividades seguintes. Vale ressaltar que a precisão de suas medidas não foi o foco de interesse desse estudo, uma vez que tais medidas seriam produzidas por um objeto completamente artesanal e, portanto, passíveis de erros. Todavia, os alunos foram alertados sobre as imprecisões das medidas obtidas em cada atividade realizada. Os esforços estavam voltados sim, para a coletividade entre os alunos, para a interação com a disciplina e consequentemente, para a construção do conhecimento.

6.2 MEDINDO A ÁREA TRIANGULAR DE UMA PRAÇA (ATIVIDADE 2)

Nesta atividade, os alunos tiveram a oportunidade de por em prática o uso do teodolito construído por eles em sala na atividade 1. Aqui, o objetivo central foi de que o aluno pudesse relacionar e utilizar, de forma organizada, os conceitos apreendidos em sala de aula para solucionar problemas do cotidiano e, por conseguinte, mais próximo de sua realidade. Foi proposto que eles calculassem de três maneiras diferentes, a área da Praça do Expedicionário, que fica às proximidades da escola e tem um formato triangular. Para isso, eles poderiam usar fórmulas de área pré-determinadas e estudadas anteriormente, associando-as às funcionalidades do teodolito, com o auxílio de fita métrica, calculadora e tabela trigonométrica de seno, cosseno e tangente para os ângulos de *1* a *89 graus*. Ao Professor, coube o papel de orientar e facilitar todo o processo de aquisição da aprendizagem. É importante ressaltar, que neste trabalho os próprios alunos manipularam o teodolito e a fita métrica, fazendo suas próprias anotações, observações e correções. Esperava-se que os alunos conseguissem realizar as medições dos ângulos e do comprimento de cada lado do polígono que representa a praça, associando-os ao conteúdo previamente estudado em sala. As noções de espaço e proporção foram as dificuldades mais esperadas para este trabalho.

Figura 17 – Vista aérea da praça

Fonte: Google Earth-2015

A atividade teve inicio ainda em sala de aula com uma breve explicação do professor sobre o que seria feito em campo. Neste momento, cinco alunos voluntários foram escolhidos para fazer as medições de ângulos e de distâncias, enquanto os demais acompanhavam todo o processo, podendo dar sugestões e fazer observações. A seguir, mostramos detalhadamente a execução da atividade:

1. Os alunos são conduzidos até a praça e posicionados num dos vértices para fazer a primeira medição de ângulo. Neste momento, um aluno segura o teodolito alinhando-o em zero grau com um dos lados da praça, enquanto outro aluno observava o lado adjacente através da luneta obtendo assim o ângulo formado por estes dois lados. Um terceiro aluno fez as anotações em

um caderno para serem processadas no final da aula. Os passos acima foram repetidos para os outros vértices.

Figura 18 – Ângulo de um vértice da praça

Fonte: Elaborado pelo autor

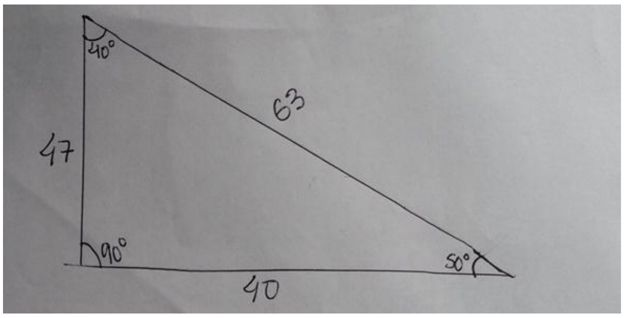
2. Após obter as medidas dos três ângulos, dois alunos utilizaram a fita métrica para calcular os comprimentos de cada lado da praça e um terceiro fez as anotações em um caderno.

Figura 19 – Comprimento de um lado da praça

Fonte: Elaborado pelo autor

3. Depois da coleta de dados, os alunos retornaram à sala de aula para fazer o processamento das informações e obter a área da figura geométrica utilizando três formas distintas.

Figura 20 – Rascunho do formato da praça



Fonte: Elaborado pelos alunos

O rascunho da praça produzido pelos alunos mostrou que se trata de um triangulo retângulo cujas medidas dos ângulos são *90º, 50º e 40º*, e as medidas dos comprimentos dos lados são *63 m, 47 m e 40 m*.

Podemos observar ainda que as medidas apresentadas neste rascunho são apenas aproximações e foram consideradas para efeito da atividade em questão.

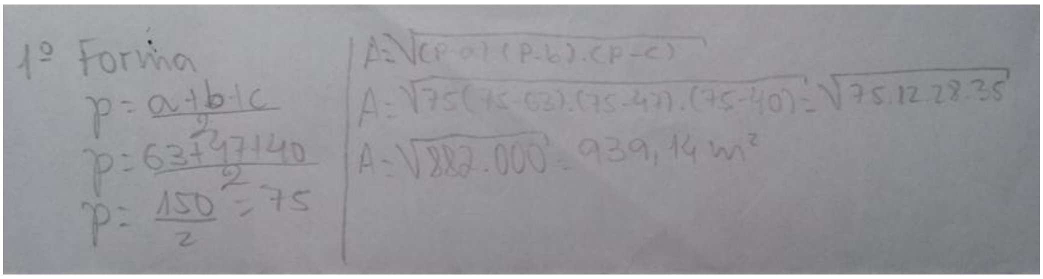
Para o calculo das áreas os alunos utilizaram as seguintes processos de resolução:

3.1. Primeira forma

Se ***a, b*** e ***c*** são as medidas dos lados de um triângulo, então sua área pode ser calculada por:

$$A = \sqrt{p(p-a).(p-b).(p-c)}\text{, sendo } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Figura 21 – Rascunho dos cálculos da 1ª forma



Fonte: Elaborado pelos alunos

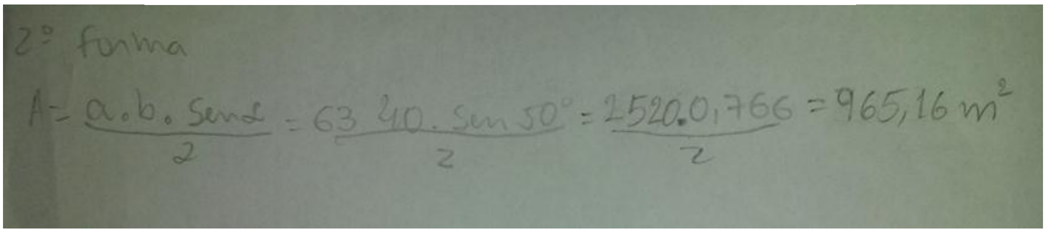
Aqui o aluno optou pela conhecida fórmula de Heron para calcular a área da praça. Percebeu que seria mais fácil calcular o semiperímetro separadamente e depois adicioná-lo a fórmula para encontrar o valor de *939,14* m^2.

3.2. Segunda forma

Se conhecermos as medidas de dois lados (***a*** e ***b***, por exemplo) e a medida do ângulo (α) formado por eles, então a área da região triangular pode ser calculada pela fórmula:

$$A = \frac{a.b.sen\,\alpha}{2}.$$

Figura 22 – Rascunho dos cálculos da 2ª forma



Fonte: Elaborado pelos alunos

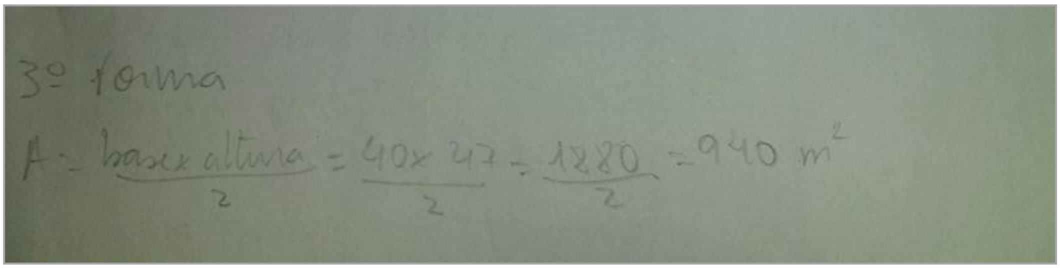
Desta vez o aluno também optou por uma fórmula muito conhecida. Escolheu um ângulo agudo (*50º*) e pegou o valor do seno deste ângulo na tabela trigonométrica para em seguida, encontrar o valor da área equivalente a *965,16 m*^{2}.

3.3. **Terceira forma**

Se conhecermos as medidas de um lado (*base* ***a***) e a altura correspondente (***h***)**,** então podemos calcular a área da região triangular pela seguinte formula:

$$A = \frac{a.h}{2}.$$

Figura 23 – Rascunho dos cálculos da 3ª forma



Fonte: Elaborado pelos alunos

Neste ultimo caso, os alunos perceberam que se tratando de um triangulo retângulo, eles poderiam usar um dos catetos como base e o outro como altura e com isto, concluíram que a área seria de *940 m*^{2}.

Os alunos conseguiram desempenhar esta atividade com certa tranquilidade, levando-se em conta que estavam em um ambiente adverso da habitual sala de aula. A orientação do professor foi importante, mas a iniciativa em cada etapa do trabalho foi em grande parte, dos alunos que questionavam e buscavam uma solução plausível para resolver o problema. Vale lembrar que as medidas obtidas eram aproximações razoáveis, com algum grau de erro, mas que não comprometeu o objetivo central da atividade, isto fica claro quando comparamos os resultados dos cálculos das áreas (*939,14* m^2, *965,16* m^2 *e 940* m^2).

Outro fato evidente é que quando observamos o rascunho da praça, percebemos que o aluno não levou em consideração uma propriedade básica da geometria nos triângulos que garante que o maior lado está sempre oposto ao maior ângulo, fato que também não influenciou o resultado final.

6.3 MEDINDO A ÁREA DE UM QUARTEIRÃO PENTAGONAL DO BAIRRO (ATIVIDADE 3)

Esta atividade ofereceu aos alunos a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em geometria e trigonometria por meio da utilização do teodolito e de outras ferramentas necessárias para a realização desta tarefa. Aqui, o aluno buscou a relação entre teoria e prática para aplicar de forma organizada os conceitos apreendidos em sala de aula para resolver um problema real. O problema proposto pedia que eles calculassem a área de um quarteirão do bairro que tem um formato pentagonal e fica às proximidades da escola. Para isso, eles deveriam buscar uma estratégia de resolução e poderiam usar qualquer área do conhecimento já estudadas além das ferramentas de apoio como: teodolito, fita métrica, calculadora, tabela trigonométrica de seno, cosseno e tangente para os ângulos de *1* a *89 graus*. Outra vez, o papel do professor neste momento foi o de observador e orientador, foi imprescindível que os próprios alunos tivessem liberdade para manipular o teodolito, a fita métrica e fizessem suas próprias anotações, observações e correções. Esperou-se nesse momento que o aluno já tivesse certa familiaridade com as ferramentas de auxilio e que conseguisse realizar as medições dos ângulos, do comprimento de cada lado do polígono que representa o quarteirão associando-os ao conteúdo já estudado em sala. Encontrar uma estratégia eficiente de resolução foi crucial e também a dificuldade mais esperada para esta tarefa.

Antes de iniciar a tarefa, reunimos os alunos para dar algumas informações relevantes e também escolher cinco voluntários para a manipulação dos objetos e organização dos dados, enquanto os demais os acompanham auxiliando com observações e sugestões.

Figura 24 – Vista aérea do quarteirão

Fonte: Google Earth 2015

Os principais passos são descritos detalhadamente abaixo:

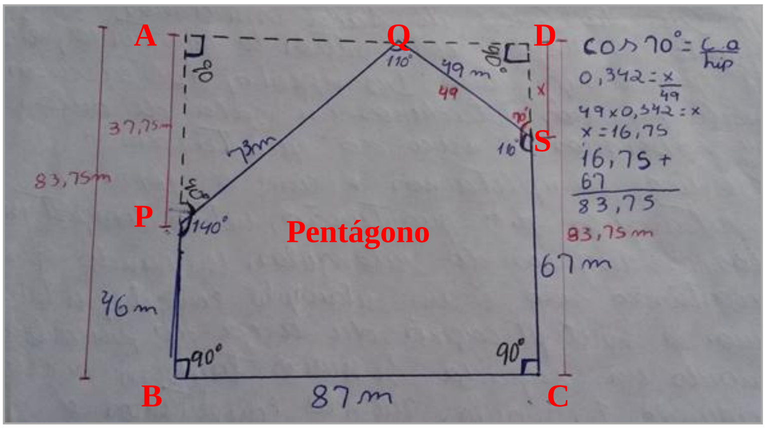
1. Inicialmente os alunos se posicionam em uma esquina que representa um dos vértices do pentágono, um integrante do grupo segura o teodolito certificando-se de que o mesmo está alinhado em *zero grau* com a rua que contem um dos lados do polígono, enquanto outro, mira a rua adjacente através da luneta e o terceiro integrante anota o ângulo formado entre estas duas ruas. Os passos acima são repetidos para os outros vértices.

Figura 25 – Ângulo de um vértice

Fonte: Elaborado pelo autor

2. Após obter os ângulos, dois integrantes utilizam a fita métrica para conferir a medida de cada trecho de rua que forma lado do polígono.
3. Em seguida, todos os alunos retornaram à sala de aula onde procederam à organização dos dados coletados e buscaram uma estratégia de resolução para os cálculos da área.

Figura 26 – Rascunho do formato do quarteirão

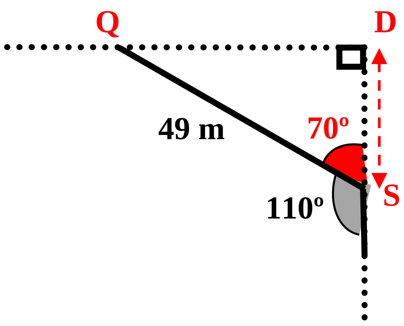


Fonte: Elaborado pelos alunos

Observamos que no esquema do desenho existem dois ângulos retos, este fato foi um facilitador para a resolução da tarefa. Aqui os alunos compreenderam que completando a área do retângulo e depois subtraindo as áreas dos dois triângulos formados, chegariam à resolução do problema. Ou seja, a área do pentágono *BCSQP* (A_{BCSQP}) é igual à área do retângulo *ABCD* (A_{ABCD}), menos as áreas dos triângulos *APQ* (A_{APQ}) e *DQS* (A_{DQS}).

Para a área do retângulo *ABCD* alguns cálculos auxiliares foram necessários, pois no triângulo retângulo *DQS* não tínhamos a medida do segmento *DS*. O ângulo de *70 graus* foi obtido utilizando-se o fato de que um ângulo de meia volta é igual a *180 graus*.

Figura 27 – Triângulo *DQS*



Fonte: Elaborado pelo autor

A partir dessa observação, o aluno utilizou a relação dos cossenos no triângulo retângulo para calcular a medida *DS*.

$$Cos70º = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

$$0,342 = \frac{DS}{49}$$

$$DS = 0,342\ x\ 49$$

$$DS = 16,75\,m$$

Isso implica que:

$$CD = DS + SC$$

$$CD = 16,75m + 67m$$

$$CD = 83,75m$$

Finalmente, $A_{ABCD} = BC\ x\ CD \ \Rightarrow\ A_{ABCD} = 87\ x\ 83,75 = 7\,286,25\,m^2$.

Para calcular a área do triângulo retângulo *DQS* usamos a fórmula utilizada na atividade 2:

$$A_{DQS} = \frac{QS\ x\ DS\ x\ sen70º}{2} = \frac{49\ x\ 16,75\ x\ 0,940}{2}$$

$$A_{DQS} = \frac{771.50}{2} = 385,75\,m^2.$$

A área do triângulo retângulo *APQ*, requer um processo semelhante ao anterior, uma vez que:

$$AP = AB - PB,\ como\ AB = CD,\ temos\ que$$

$$AP = 83,75 - 46$$

$$AP = 37,75$$

Sua área é:

$$A_{APQ} = \frac{AP\ x\ PQ\ x\ sen\,40º}{2}$$

$$A_{APQ} = \frac{37,75\ x\ 73\ x\ 0,643}{2}$$

$$A_{APQ} = \frac{1\,771,94}{2} = 885,97\,m^2.$$

Logo, a área encontrada do quarteirão representado pelo pentágono foi de aproximadamente:

$$A_{BCSQP} = A_{ABCD} - A_{APQ} - A_{DQS}$$
$$A_{BCSQP} = 7\ 286{,}25 - 885{,}97 - 385{,}75$$
$$A_{BCSQP} = 6\ 014{,}53\, m^2.$$

A complexidade natural deste problema apresentou grau de dificuldade acima da média para alunos da 8ª série. Neste sentido, um auxílio maior do professor se fez necessário para completar a tarefa. Um fato importante nesta atividade é que a soma dos ângulos internos do pentágono deu um valor diferente de *540 graus* e por esta razão os alunos foram orientados a usar a fórmula da soma dos ângulos internos de polígono para ajustar a medida do último ângulo.

As medidas apresentadas no rascunho são aproximações das medidas reais. Lembrando que não queremos ser metódicos e buscar a exatidão, pois isto tornaria a tarefa exaustiva e desnecessária para os fins propostos.

6.4 CALCULANDO A ALTURA DE UMA TORRE DE TELEFONIA (ATIVIDADE 4)

Nesta tarefa, os alunos, mais uma vez, puseram em prática os conhecimentos adquiridos em sala de aula para solucionar um problema proposto. A meta, nesta tarefa, consistiu em motivá-los a encontrar uma estratégia para medir a altura de uma torre de telefonia no mesmo quarteirão da escola, e para isso, podiam contar, mais uma vez, com o auxilio do teodolito, da fita métrica, da tabela trigonométrica e da calculadora. A princípio, devemos salientar que os alunos desta turma já possuíam conhecimento prévio das relações trigonométricas no triângulo retângulo, o que lhes garantiu o suporte necessário à resolução do problema, porém, encontrar a correlação entre teoria e prática, ainda se configurou no maior desafio.

O professor atuou como observador e mediador na realização dessa tarefa. Após as explicações necessárias ainda em sala de aula e a escolha de cinco alunos voluntários, procedemos ao início da atividade.

Destacamos aqui os principais passos detalhados desta tarefa:

1. O primeiro passo foi encontrar um ponto adequado de observação de onde se pudesse enxergar o topo da torre.

Figura 28 – Observação da torre

Fonte: Elaborado pelo autor

2. Um aluno posicionou o teodolito em *zero grau* e o apoiou em uma base horizontal, enquanto outro integrante observou o topo da torre pela luneta e o terceiro anotou o ângulo de *47 graus* obtido.

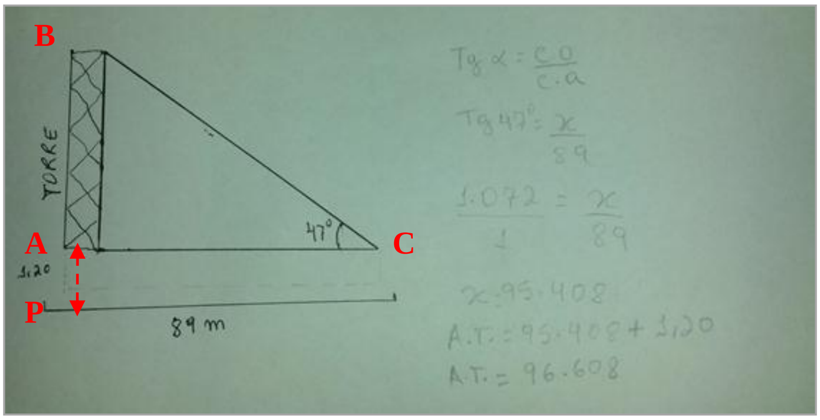
Figura 29 – Observação do ângulo

Fonte: Elaborado pelo autor

3. Dois alunos mediram a distância do ponto de observação até a base da torre com a fita métrica de *20* em *20 metros* e tomaram nota. Os demais alunos acompanham o processo fazendo observações e anotações.

4. Após as medições os alunos retornaram à sala de aula para fazer a organização dos dados coletados e concluir a tarefa.

Figura 30 – Rascunho da torre



Fonte: Elaborado pelos alunos

Embora o rascunho não deixe claro, o aluno observou que seu esquema de resolução gerou um triângulo retângulo e usou este fato para calcular a altura de *AB* aplicando a relação trigonométrica da tangente. Ou seja:

$$tg\ 47^o = \frac{AB}{89} \Rightarrow 1{,}072 = \frac{AB}{89}$$
$$AB = 1{,}072\ x\ 89$$
$$AB = 95{,}40\,m$$

O aluno percebeu que o teodolito ficou apoiado numa base a cerca de um metro e vinte do solo, e por isso esse valor também foi somado para se chegar à altura total da torre.

$$\begin{aligned} Altura\ total &= AB + 1{,}20\,m \\ &= 95{,}40\,m + 1{,}20\,m \\ &= 96{,}60\,m \end{aligned}$$

Esta foi mais uma atividade concluída com certa facilidade. É preciso destacar que o aluno usou não só o conhecimento adquirido em sala de aula, mas também seu conhecimento de mundo para resolver o problema proposto, visto que subir na torre era inapropriado, então usaram a criatividade e adaptaram o teodolito para medir o ângulo na vertical.

6.5 CALCULANDO A LARGURA DE UM RIO (ATIVIDADE 5)

Nesta última atividade proposta aos alunos, esperava-se que eles conseguissem perceber que a matemática está em todo lugar, nos objetos, nas construções e principalmente na natureza, que fossem capazes de conciliar teoria e pratica de forma organizada para solucionar problemas. A atividade consistiu em calcular de forma aproximada, a largura de um rio próximo a escola (cerca de *500 metros*) no bairro do Arapiranga e para isso, podiam usar teodolito, fita métrica, tabela trigonométrica e calculadora.

Figura 31 – Vista aérea do rio

Fonte: Google Earth - 2015

Devemos ressaltar que os alunos não podiam atravessar o rio para fazer a medição de sua largura, o que os obrigou a buscar uma estratégia de resolução alternativa, que se constituiu no principal desafio. O professor no papel de mediador permitiu que o aluno nesse momento buscasse seu próprio método de resolução.

A atividade iniciou ainda em sala de aula com uma breve orientação do professor e a escolha de cinco alunos voluntários para manusear os instrumentos de apoio, enquanto os demais deveriam acompanhar de perto, coletando informações que lhes daria subsidio para compor um relatório sobre a atividade a ser entregue posteriormente. Segue na sequencia a descrição dos passos restantes:

1. Com a orientação do professor, os alunos se deslocaram até um local adequado de observação às margens do rio.

2. Um aluno posicionou-se no ponto *A* e alinhou o teodolito paralelo à margem do rio formando o segmento *AC* da figura, enquanto outro aluno mirou através da luneta um objeto (que poderia ser uma árvore) na margem oposta e encontrou o ponto *B*, de forma que os segmentos *AB* e *AC* fossem perpendiculares entre si. Um terceiro aluno tomou nota dessas observações.

Figura 32 – Vista do rio

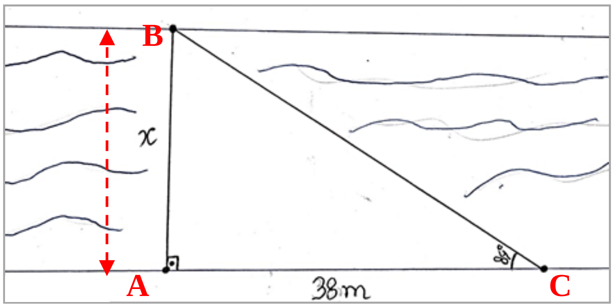
Fonte: Elaborado pelo autor

3. Dois alunos usaram a fita métrica para medir o comprimento do segmento *AC* e anotaram *38 metros.*

4. Um aluno posicionou o teodolito paralelo à margem do rio no ponto *C,* e outro mirou o ponto *B* através da luneta na margem oposta. O terceiro anotou *84 graus* como medida do ângulo *C*.

5. Após a coleta de informações, todos os alunos retornaram à sala de aula onde os dados foram selecionados e organizados para a conclusão da atividade. Além disso, foi solicitado a todos que construíssem um relatório relatando sua experiência com o uso do teodolito e contendo as observações que julgaram relevantes, pontos positivos e/ou negativos, críticas ou sugestões relativas às atividades realizadas.

Figura 33 – Rascunho do rio

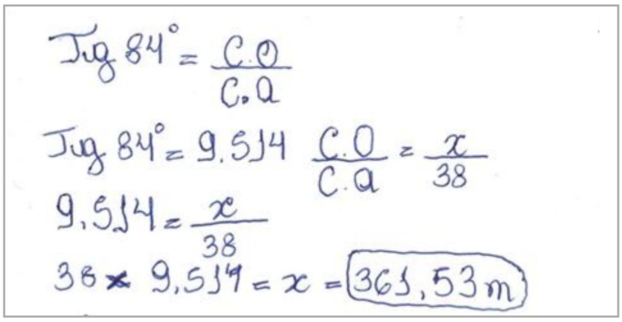


Fonte: Elaborado pelos alunos

O traçado do desenho revelou um triângulo retângulo, e este fato não foi por acaso. Os alunos logo perceberam que no triângulo retângulo poderiam usar a relação trigonométrica da tangente para resolver o problema.

Ou seja:

Figura 34 – Cálculos da largura do rio



Fonte: Elaborado pelos alunos

Os cálculos mostraram que a largura aproximada do rio era de *361,53 metros.*

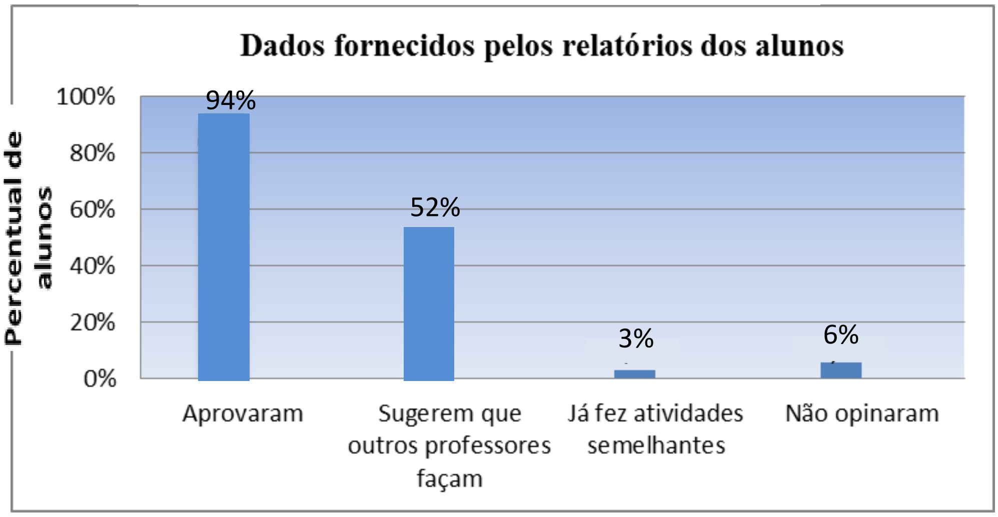
Na seção seguinte mostraremos uma análise dos relatórios produzidos a partir das observações dos alunos.

7 ANÁLISE DOS RELATÓRIOS

Esta análise refere-se aos relatórios que cada aluno construiu ao final da ultima atividade proposta. Tem como objetivo não só observar o desenvolvimento das tarefas realizadas até aqui sob a ótica do aluno, mas também compreender como o aluno absorve essas informações quando são propostas na forma de atividades práticas. É importante ressaltar que, para as informações fornecidas aos relatórios aproximarem-se ao máximo da veracidade, a obrigação de assinar os textos fora dispensada pelos alunos.

Após a leitura minuciosa de cada um dos *34* relatórios produzidos pelos alunos e levando-se em consideração o fator espontaneidade das respostas, é possível afirmar que, a maioria absoluta dos alunos (*94%*) aprova esse tipo de atividade e quer repetir outras vezes, e boa parte deles (*52%*) sugeriram espontaneamente que outros professores também adotasse esse tipo de atividade como parte integrante de suas aulas, como mostra o gráfico abaixo:

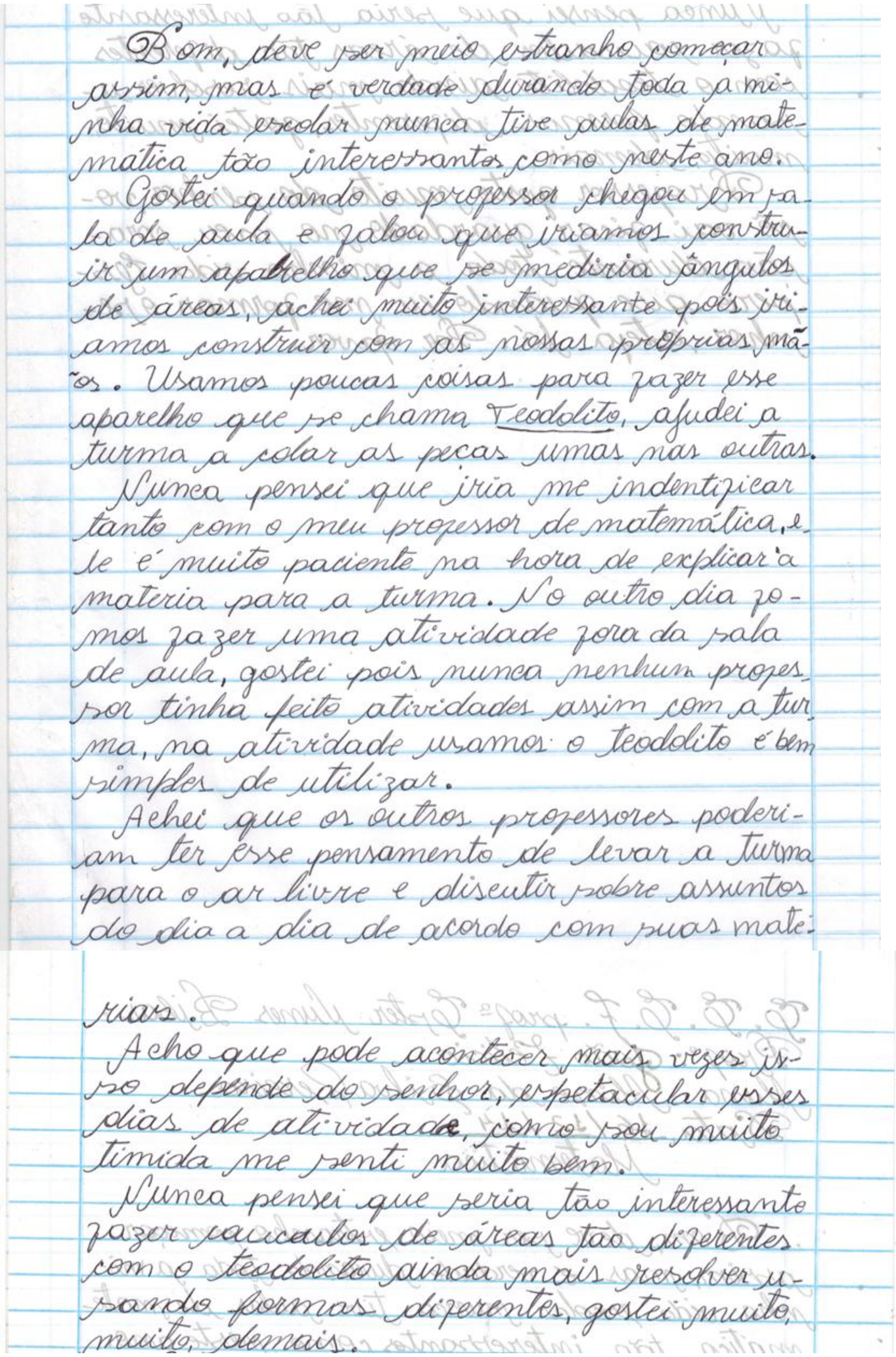
Figura 35 – Opinião dos alunos em percentual



Fonte: Elaborado pelo autor

Aqui fica evidente que repensar a nossa prática de dar aula é preciso, fazer atividades envolvendo o aluno e que o leve a associar o conteúdo formal aos elementos presentes no seu cotidiano é necessário. O texto abaixo produzido por uma aluna nos mostra um pouco da sua percepção, do seu entusiasmo em aprender matemática de forma diferente da habitual, e o quanto precisamos mudar a nossa prática enquanto professores de ensino básico.

Figura 36 – Relatório de uma aluna



Bom, deve ser meio estranho começar assim, mas é verdade durando toda a minha vida escolar nunca tive aulas de matemática tão interessantes como neste ano.

Gostei quando o professor chegou em sala de aula e falou que iriamos construir um aparelho que se mediria ângulos de áreas, achei muito interessante pois iriamos construir com as nossas proprias mãos. Usamos poucas coisas para fazer esse aparelho que se chama Teodolito, ajudei a turma a colar as peças umas nas outras.

Nunca pensei que iria me indentificar tanto com o meu professor de matemática, ele é muito paciente na hora de explicar a materia para a turma. No outro dia fomos fazer uma atividade fora da sala de aula, gostei pois nunca nenhum professor tinha feito atividades assim com a turma, na atividade usamos o teodolito é bem simples de utilizar.

Achei que os outros professores poderiam ter esse pensamento de levar a turma para o ar livre e discutir sobre assuntos do dia a dia de acordo com suas materias.

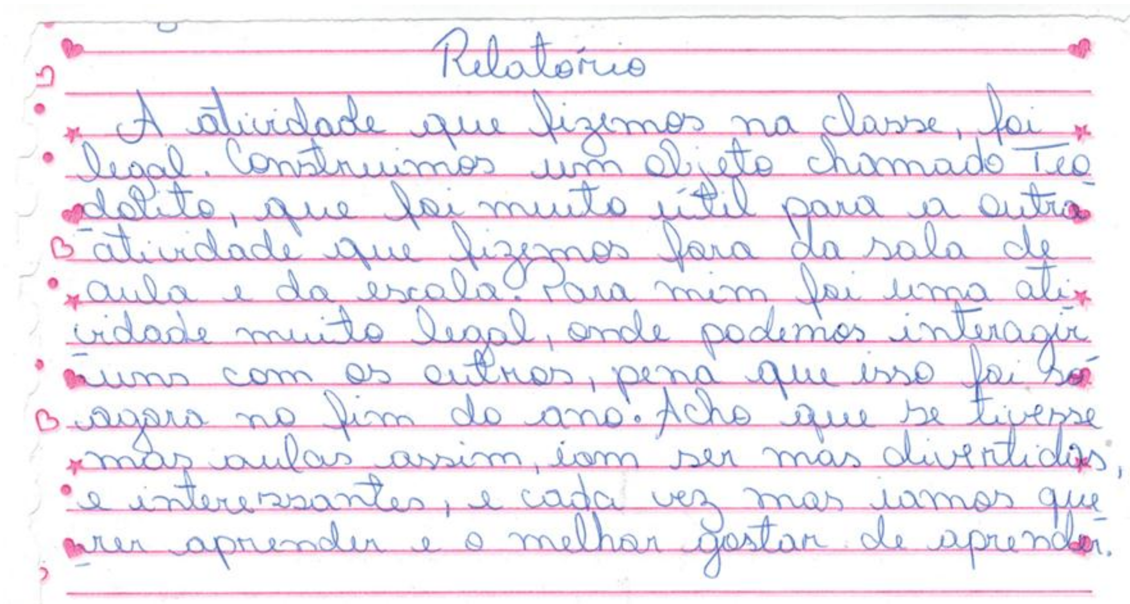
Acho que pode acontecer mais vezes isso depende do senhor, espetacular esses dias de atividade, como sou muito timida me senti muito bem.

Nunca pensei que seria tão interessante fazer calculos de áreas tão diferentes com o teodolito ainda mais resolver usando formas diferentes, gostei muito, muito, demais.

Fonte: Elaborado pelos alunos

Um dos maiores desafios enfrentados pelos professores de escolas públicas hoje, além de trabalhar em escolas totalmente sucateadas e com escassez de recursos, talvez seja lidar com alunos desmotivados, sem ambição para os estudos. O texto abaixo faz parte dos relatórios e foi produzido por um aluno que revela sua percepção sobre aulas práticas.

Figura 37 – Relatório de um aluno



Relatório

A atividade que fizemos na classe, foi legal. Construimos um objeto chamado Teodolito, que foi muito útil para a outra atividade que fizemos fora da sala de aula e da escola. Para mim foi uma atividade muito legal, onde podemos interagir uns com os outros, pena que isso foi só agora no fim do ano. Acho que se tivesse mas aulas assim, iam ser mas divertidas, e interessantes, e cada vez mas iamos querer aprender e o melhor gostar de aprender.

Fonte: Elaborado pelos alunos

"... e cada vez mais íamos querer aprender, e o melhor, gostar de aprender" esta frase resume bem a essência desse trabalho. É o que buscamos com esse estudo, fornecer meios para que o aluno sinta vontade de aprender.

8 INSTRUÇÕES PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 1: Nesta primeira atividade temos como objetivo principal reforçar o interesse do aluno pela matemática através de uma atividade pratica e interativa, com a construção do teodolito e apresentação de seus conceitos básicos. Antes da construção desse objeto podemos iniciar a aula com uma breve explicação do seu funcionamento por meio de um modelo previamente construído pelo professor e em seguida, reforçar os conceitos de ângulo e medidas de comprimento estudado anteriormente como pré-requisito.

Para maximizar o aproveitamento dessa atividade podemos dividir a turma em dois subgrupos, e em cada um deles, elegemos cinco alunos voluntários para o manuseio dos objetos utilizados na confecção do teodolito, os materiais necessários para a montagem devem ser previamente adquiridos pelo professor. Os demais observam, dão sugestões e fazem anotações que darão suporte a um relatório complementar.

O papel do professor nesse momento é o de observador e mediador, mas tomando as precauções de não interferir demasiadamente, pois é importante que o aluno descubra por seus próprios meios, qual a melhor maneira de montagem do objeto.

Duas horas/aula é o tempo estimado para a realização desta atividade.

ATIVIDADE 2: Para esta primeira atividade fora da escola o professor deve inicialmente orientar os alunos ainda em sala a cerca da tarefa a ser produzida. A escolha de subgrupos menores (cinco ou seis alunos) deve ser uma opção na hora de manusear o teodolito e as ferramentas auxiliares, pois isto facilita a organização durante a realização da tarefa. O restante dos alunos pode acompanhar de perto fazendo suas anotações e observações. A tarefa trata do calculo da área de uma praça no formato triangular, mas o professor pode adapta-la de acordo com as limitações do espaço físico disponível, podendo ser para o calculo da área de um campo de futebol, uma quadra de esportes etc...

Após a coleta de dados, todos devem retornar à sala de aula para organizar as informações, fazer os cálculos necessários e concluir a atividade. O professor pode optar por oferecer esta tarefa logo após os alunos terem apreendidos os conceitos iniciais de área de figuras planas.

Duas horas/aula é o tempo estimado para a realização desta atividade.

ATIVIDADE 3: Esta atividade pode ser aplicada na sequência da atividade 2 e nos mesmos moldes. Tem como objetivos aprofundar os conhecimentos relativos ao calculo de áreas de figuras planas e não precisa ser necessariamente um pentágono, na maioria das vezes, quarteirões têm a forma geométrica de um retângulo. A escolha da região a ser calculada fica a critério do professor.

Duas horas/aula é um tempo razoável para a realização desta atividade.

ATIVIDADE 4: Esta atividade deve prosseguir como nas atividades 2 e 3. Segue uma sequencia lógica do conteúdo ministrado na 8ª série e pode ser realizada logo após os conceitos iniciais de trigonometria no triângulo retângulo. O aluno deve utilizar esta atividade prática para aplicar seus conhecimentos de trigonometria previamente estudados e aprimorar seu aprendizado. O professor deve adequar esta atividade ao ambiente disponível na sua região, ou seja, a tarefa pode ser: calcular a altura de uma torre, de um prédio, de uma árvore etc...

Após a coleta de dados, todos devem retornar à sala de aula para organizar as informações, fazer os cálculos necessários e concluir a atividade.

Duas horas/aula é o tempo estimado para a realização desta atividade.

ATIVIDADE 5: Neste momento, o que se propõe com esta ultima atividade é que o aluno aprofunde seus conhecimentos de trigonometria aprendidos em sala de aula. Espera-se que ele consiga resolver o problema proposto com mais autonomia e segurança. O professor deve orientá-los de forma semelhante às atividades anteriores e escolher adequadamente o objeto a ser medido, que pode ser um rio, um lago, uma piscina ou até mesmo uma praça, de forma que o aluno entenda que usando seus conhecimentos de matemática, ele pode encontrar a solução de um problema, mesmo que essas medidas na prática, eventualmente sejam inacessíveis.

Duas horas/aula é o tempo estimado para a realização desta atividade.

9 PLANOS DE ATIVIDADES

PLANO DE ATIVIDADE 1

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 9º Ano – Ensino Fundamental
CARGA HORÁRIA: *2 h/a*
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Construção de um teodolito caseiro

Conteúdo Programático:

1. **Geometria**
   1.1. Noções de ângulo;
   1.2. Noções de medidas de comprimento;

Objetivo Geral: apresentar o teodolito, seu conceito e suas principais funções, usar a construção do teodolito como ferramenta lúdica de aprendizagem.

Objetivos Específicos:

- ✓ Construir o teodolito;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de ângulo;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento;

Procedimentos Metodológicos

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Folha de isopor (*20 mm*);

- ✓ Porta-garrafa de isopor com tampa giratória;
- ✓ Transferidor de *360º* e cópias em papel A4;
- ✓ Régua de *50 cm*;
- ✓ Cola de isopor;
- ✓ Pistola de cola quente;
- ✓ Haste maciça em alumínio de *20 cm* (restos de uma antena de TV);
- ✓ Haste oca em alumínio de *25 cm* (para ser usada como luneta);
- ✓ Estilete e alicate;
- ✓ Teodolito pré-fabricado;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação

A avaliação será mediante a participação do aluno na construção do teodolito, observação, discussão e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora do brasil,2012.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista da Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GRANJA, C. E. S. C. **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.** 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2012-(Somos Mestres).

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MATSUBARA, R. **Matemática escola & realidade.** 8ª série. 1. ed. São Paulo: IBEP, 2005.

PLANO DE ATIVIDADE 2

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 9º Ano – Ensino Fundamental
CARGA HORÁRIA: *2 h/a*
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Medindo a área triangular de uma praça

Conteúdo Programático:

2. **Geometria**
    2.1. Noções de medidas de área;
    2.2. Noções de medidas de comprimento;
    2.3. Noções de medidas de ângulo.

Objetivo Geral: apresentar a atividade pratica como forma de aprofundar os conhecimentos de medidas de área de figuras planas para despertar o interesse do aluno pela matemática.
.

Objetivos Específicos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos de área;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de ângulo;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento.

Procedimentos Metodológicos

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Fita métrica de *20 metros*;
- ✓ Tabela trigonométrica;
- ✓ Teodolito pré-fabricado;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação

A avaliação será mediante a participação do aluno na construção do teodolito, observação, discussão e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora do brasil,2012.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista da Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GRANJA, C. E. S. C. **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.** 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2012-(Somos Mestres).

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MATSUBARA, R. **Matemática escola & realidade.** 8ª série. 1. ed. São Paulo: IBEP, 2005.

PLANO DE ATIVIDADE 3

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR:

SÉRIE: 9º Ano – Ensino Fundamental

CARGA HORÁRIA: *2 h/a*

MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Medindo a área de um quarteirão pentagonal do bairro.

Conteúdo Programático:

3. **Geometria**
   - 3.1. Noções de medidas de área;
   - 3.2. Noções de medidas de comprimento;
   - 3.3. Noções de medidas de ângulo.

Objetivo Geral: apresentar a atividade pratica como forma de aprofundar os conhecimentos de medidas de área de figuras planas para despertar o interesse do aluno pela matemática.

.

Objetivos Específicos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos de área;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de ângulo;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento.

Procedimentos Metodológicos

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Fita métrica de *20 metros*;
- ✓ Tabela trigonométrica;
- ✓ Teodolito pré-fabricado;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação

A avaliação será mediante a participação do aluno na construção do teodolito, observação, discussão e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora do brasil,2012.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista da Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GRANJA, C. E. S. C. **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.** 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2012-(Somos Mestres).

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MATSUBARA, R. **Matemática escola & realidade.** 8ª série. 1. ed. São Paulo: IBEP, 2005.

PLANO DE ATIVIDADE 4

DISCIPLINA: Matemática
PROFESSOR:
SÉRIE: 9º Ano – Ensino Fundamental
CARGA HORÁRIA: *2 h/a*
MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Calculando a altura de uma torre de telefonia.

Conteúdo Programático:

4. **Geometria/Trigonometria**
   - 4.1. Noções de relações trigonométricas;
   - 4.2. Noções de ângulo;
   - 4.3. Noções de medidas de comprimento;

Objetivo Geral: reforçar os conhecimentos de relações trigonométricas por meio de atividade prática para despertar o interesse do aluno pela matemática.

.

Objetivos Específicos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos de relações trigonométricas;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de ângulo;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento.

Procedimentos Metodológicos

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Fita métrica de *20 metros*;
- ✓ Tabela trigonométrica;
- ✓ Teodolito pré-fabricado;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação

A avaliação será mediante a participação do aluno na construção do teodolito, observação, discussão e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora do brasil,2012.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista da Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GRANJA, C. E. S. C. **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.** 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2012-(Somos Mestres).

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MATSUBARA, R. **Matemática escola & realidade.** 8ª série. 1. ed. São Paulo: IBEP, 2005.

PLANO DE ATIVIDADE 5

DISCIPLINA: Matemática

PROFESSOR:

SÉRIE: 9º Ano – Ensino Fundamental

CARGA HORÁRIA: *2 h/a*

MODALIDADE: Ensino Regular

TEMA: Calculando a largura de um rio.

Conteúdo Programático:

5. **Geometria/Trigonometria**
    - 5.1. Noções de relações trigonométricas;
    - 5.2. Noções de ângulo;
    - 5.3. Noções de medidas de comprimento;

Objetivo Geral: reforçar os conhecimentos de relações trigonométricas por meio de atividade prática para despertar o interesse do aluno pela matemática.

.

Objetivos Específicos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos de relações trigonométricas;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de ângulo;
- ✓ Reforçar os conhecimentos de medidas de comprimento.

Procedimentos Metodológicos

Aula expositiva e participativa com a inclusão de recursos didáticos.

Recursos Didáticos

- ✓ Fita métrica de *20 metros*;
- ✓ Tabela trigonométrica;
- ✓ Teodolito pré-fabricado;
- ✓ Calculadora;
- ✓ Quadro branco.

Avaliação

A avaliação será mediante a participação do aluno na construção do teodolito, observação, discussão e entrega de um relatório complementar.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora do brasil,2012.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A Conquista da Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GRANJA, C. E. S. C. **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.** 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2012-(Somos Mestres).

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MATSUBARA, R. **Matemática escola & realidade.** 8ª série. 1. ed. São Paulo: IBEP, 2005.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É fato comum que a matemática está inserida em vastas áreas do conhecimento, no entanto, ainda se constitui num enorme desafio mostrar com clareza ao aluno aplicações práticas e condizentes com os conteúdos propostos em sala de aula ou motivá-los com situações contextualizadas. Neste sentido, introduzir às aulas habituais metodologias diferenciadas e incentivadoras pode ser um fator desencadeador no despertar do educando para o encanto da matemática, uma vez que o seu uso é cada vez mais frequente e indispensável na sociedade contemporânea onde o individuo deve estar inserido não como espectador, mas como um ser atuante.

Por sua própria natureza contemplativa, a geometria costuma despertar naturalmente interesse dos educandos, oferecendo um extenso campo de situações problemas que quando são contextualizadas adequadamente, favorece de forma significativa o desenvolvimento do potencial para argumentar e elaborar conceitos importantes na formação do indivíduo. Além disso, a geometria quando bem abordada pode tornar o ambiente escolar mais diversificado, proporcionando ao educando aulas mais atraentes e proveitosas, pois alunos mais engajados são mais suscetíveis a assimilar novos conhecimentos. E foi a partir dessas observações e conclusões feitas ao longo de anos como professor do ensino público que senti-me encorajado a escrever este trabalho, o qual trata de aplicações práticas de geometria com o auxilio de um teodolito artesanal para calcular ângulos, áreas, alturas e distancias de forma experimental e investigativa, quebrando um pouco a rotina das aulas usuais e criando perspectivas para novas formas de argumentar e aprender conceitos matemáticos.

A opção de escolher a geometria como pano de fundo para as atividades descritas neste trabalho, diz respeito também ao fato de que, a geometria está presente em praticamente todos os lugares e tem maior proximidade com a realidade do aluno, portanto, permite inseri-lo num campo vasto de possibilidades de investigação que já faz parte do seu cotidiano e, isso pode como decorrência despertar o seu interesse para a aprendizagem de matemática, fato observado ainda que de forma modesta neste estudo.

Esperamos que este estudo possa contribuir de forma enriquecedora para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, pois aprender é sempre um desafio e, ensinar é um dom que precisa ser aprimorado a cada dia.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora do brasil,2012.

BARBOSA, J. L. M., **Geometria euclidiana plana.** 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

BIANCHINI, E., **Matemática Bianchini.** 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

DANTE, L. R., **Projeto Teláris: Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

DOLCE, O., **Fundamentos da Matemática Elementar.** 8. ed. São Paulo: Atual, 2005.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R., **A Conquista da Matemática.** 9º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

GIOVANNI, J. R. **Matemática fundamental: uma nova abordagem: ensino médio: volume único / José Ruy Giovanni, José roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Jr.** ed. não consumível. São Paulo: FTD, 2002.

GOMES, C. A., **Revista do Professor de Matemática.** v. 10. p. 18-20. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

GRANJA, C. E. S. C., **Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.** 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2012-(Somos Mestres).

LIMA, E. L.; CAVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C., **Temas e Problemas Elementares.** 12. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MATSUBARA, R., **Matemática escola & realidade.** 8ª série. 1. ed. São Paulo: IBEP, 2005.

MUNIZ NETO, A. C., **Tópicos de Matemática Elementar: geometria euclidiana plana.** 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

PORTAL.INEP.GOV.BR. <http://portal.inep.gov.br/>. Acesso em 10/03/2015.

WWW.QEDU.ORG.BR. <http://www.qedu.org.br/brasil/ideb>. acesso em 10/03/2015.