

Universidade Federal do Amapá
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

HILTON BRUNO PEREIRA VIANA

ALGORITMO DA DIVISÃO EM QUATRO REGRAS

MACAPÁ
2015

Universidade Federal do Amapá
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

HILTON BRUNO PEREIRA VIANA

ALGORITMO DA DIVISÃO EM QUATRO REGRAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a banca examinadora da Universidade Federal do Amapá, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Orientador: Prof. Dr. Erasmo Senger.

MACAPÁ
2015

A minha esposa, Rita de Cássia, pelos momentos de incentivo e
companheirismo ao longo de mais um desafio em minha vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por dar-me a possibilidade de evoluir em meio as dificuldades do dia a dia.

A minha avó, Dinair Pereira, que mesmo com muita dificuldade e ao mesmo tempo muita ousadia me transformou em uma pessoa com objetivos a serem alcançados.

A minha mãe, Hilda Viana, minhas tias, Eliana, Graciete, Maria, tios, Valter, Diogo e José e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Ao professor Erasmo Senger pela orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão desta dissertação.

A todos os professores envolvidos no PROFMAT pela UNIFAP em especial a professora Simone Leal.

A todos os amigos e colegas, pelo incentivo e pelo apoio constante.

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de identificar quais são as regras do algoritmo da divisão apresentando citações nos PCNs e breve histórico onde alunos e professores possuem dificuldades em realizar a operação de divisão pelo algoritmo de Euclides. Apresentamos o resultado da pesquisa feita com acadêmicos da UNIFAP, pesquisa esta que não atingiu o objetivo esperado, mas possibilitou uma análise em livros didáticos, utilizados em escolas públicas e privadas, revelando o porque de tanta dificuldade de alunos e em professores em tal algoritmo. Após esta análise, o desenvolvimento do trabalho foi direcionado para uma sequência didática utilizando somente quatro regras para efetuar a operação de divisão.

Palavras-chave: Algoritmo da divisão e Divisão Euclidiana.

ABSTRACT

This work aims to identify the rules of the division algorithm by citing the PCNs and brief history where students and teachers have difficulties in performing the division operation by the Euclidean algorithm . Presenting the results of the survey with UNIFAP academics we will see that, the research did not reach the expected goal, but allowed an examination in textbooks used in public and private schools , revealing the reason of such difficulties for students and teachers with such an algorithm . After this analysis, the work development was directed to a didactic sequence using only four rules for making the division operation.

Keywords: division algorithm and Euclidean Division.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	8
1 O ALGORITMO DA DIVISÃO E SUAS DIFICULDADES	9
1.1 O Algoritmo da divisão nos PCNs e algumas citações.....	9
1.2 Pesquisa de campo com acadêmicos da Universidade	11
2 ABORDAGEM DO ALGORITMO NOS LIVROS DIDÁTICOS	14
2.1 Livro 1 – Vontade de Saber Matemática	14
2.2 Livro 2 – Coleção SAS	20
2.3 Livro 3 – Projeto Teláris	21
2.4 Livro 4 – Coleção de GIOVANNI.....	26
2.5 Análise dos livros didáticos	26
2.5.1 Algoritmo Euclidiano	28
3 PROPOSTA DIDÁTICA PARA UTILIZAÇÃO EM SALA DE AULA	34
3.1 Atividade Proposta.....	34
3.2 Regras (procedimentos) do algoritmo.....	35
3.3 Sugestão Didática	36
3.3.1 Divisão de número natural por número natural e quociente natural.....	36
3.3.2 Divisão de número racional por número natural e quociente racional.	45
3.3.3 Divisão de número natural por número natural e quociente racional.....	53
3.3.4 Divisão de número racional por número racional e quociente racional.	63
3.3.5 Divisão de número natural por número racional e quociente racional.	79
3.3.6 Resolução dos itens sugeridos no questionário aplicado para os acadêmicos da UNIFAP.	92
CONCLUSÃO.....	97
ANEXOS – QUESTIONÁRIOS APLICADOS NA UNIVERSIDADE.....	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	138

Universidade Federal do Amapá
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

HILTON BRUNO PEREIRA VIANA

ALGORITMO DA DIVISÃO EM QUATRO REGRAS

Composição da Banca Examinadora:

Orientador / Examinador interno Prof. Dr. Erasmo Senger

Instituição: Universidade Federal do Amapá

Examinadora interna Profa. Dra. Simone De Almeida Delphim

Instituição: Universidade Federal do Amapá

Examinadora externa Profa. Dra. Elaís Cidely Souza Malheiro

Instituição: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem o objetivo de identificar quais são as regras do algoritmo da divisão e essa vontade surgiu ao perceber, em sala de aula, que eu não tinha todas as respostas às perguntas dos meus alunos sobre as diversas regras do algoritmo da divisão, como “de onde aparece esse zero?”, “por que no resultado coloca-se zero e vírgula?”, “por que se o número é pequeno eu coloco o zero e se ainda for pequeno coloco outro zero e agora também um zero no resultado?”, ou seja, neste momento eu parei para refletir e perceber que mesmo após ter terminado uma graduação em licenciatura plena em matemática eu nem sabia quantas e nem quais eram as regras deste algoritmo.

Ainda em busca de explicações do por que de tanta dificuldade neste algoritmo, apliquei um questionário em uma turma de licenciatura plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, no 1º semestre de 2013, a fim de verificar o domínio dos acadêmicos ao se depararem com operações de divisão e principalmente a descrição de suas regras. No entanto, conforme o desenvolvimento desse trabalho, veremos que o desempenho não foi o esperado, fazendo com que o trabalho tivesse uma pequena mudança em seu desenvolvimento, para entendermos o porque de tanta dificuldade de alunos, acadêmicos e professores de matemática ao utilizarem o algoritmo da divisão. Faremos o desenvolvimento deste trabalho em três capítulos, de modo que o objetivo do trabalho é responder algumas perguntas sobre o algoritmo da divisão tendo como principal: Quais são as regras do algoritmo da divisão?

1 O ALGORITMO DA DIVISÃO E SUAS DIFICULDADES

Trataremos, neste capítulo, das dificuldades enfrentadas por alunos, acadêmicos e professores diante de operações de divisão, incluindo a pesquisa feita em 2013 com acadêmicos da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, mas faremos uma breve citação nos PCNs além de outras citações.

1.1 O Algoritmo da divisão nos PCNs e algumas citações

De acordo com as orientações dos PCNs, os materiais didáticos devem contemplar os currículos de Matemática em quatro blocos: números e operações, espaço e formas, grandezas e medidas além do bloco tratamento da informação. Como nosso objetivo é de definir as regras do algoritmo da divisão, nos concentraremos no bloco de números e operações.

Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se depara com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número. (BRASIL, 1997, p. 39)

De modo que seja contemplado entre as operações desse bloco a concentração da compreensão nos diferentes significados, bem como das relações existentes entre elas, buscando contemplar cálculos exatos e aproximados, mental e escrito. Após a definição do conteúdo, ele será organizado em ciclos para que o professor execute em forma de projeto durante o ano letivo.

- A variedade de conexões que podem ser estabelecidas entre os diferentes blocos, ou seja, ao planejar suas atividades, o professor procurará articular múltiplos aspectos dos diferentes blocos, visando possibilitar a compreensão mais fundamental que o aluno possa atingir a respeito dos princípios/métodos básicos do corpo de conhecimentos matemáticos (proporcionalidade, equivalência, dedução, etc.); além disso, buscará estabelecer ligações entre a Matemática, as situações cotidianas dos alunos e as outras áreas do conhecimento.
- A ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item, ou seja, que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão fundamentais; assim, por exemplo, o estudo da representação decimal dos números racionais é fundamental devido à disseminação das calculadoras e de outros instrumentos que a utilizam.
- Os níveis de aprofundamento dos conteúdos em função das possibilidades de compreensão dos alunos, isto é, levando em conta que um mesmo tema será explorado em diferentes momentos da aprendizagem e sua consolidação se dará pelo número cada vez maior de relações estabelecidas, é preciso identificar o nível de aprofundamento adequado a cada ciclo. (BRASIL, 1997, p. 36 e p. 37)

A divisão é considerada como uma das quatro operações fundamentais da Aritmética. E é conhecida como divisão ou partição. (LOFINO, 2012, p. 7 *apud* BOYER, 1974).

Os procedimentos utilizados para efetuar a divisão, estiveram sempre ligados a limitações. As formas escritas ou algoritmos foram influenciados pelo sistema da escrita que existia na época. Inclusive a operação de divisão pode ter diferentes significados – como a partição na qual é dado um todo e a quantidade de partes em que o mesmo deve ser distribuído e o resultado é o valor de cada parte e a quotição na qual é dado um todo e um valor de cada parte que forma um todo, e o resultado consiste na quantidade de partes. Dois problemas de divisão podem ser respondidos por meio da mesma operação (14 dividido por 5, por exemplo), mas podem envolver diferentes relações implícitas (como 14 maçãs para ser distribuídos para 5 crianças – um problema de partição, ou 14 maçãs para ser colocadas em caixas nas quais cabem 5 maçãs por caixa – um problema de quotição). . (LOFINO, 2012, p. 7)

Segundo (LOFINO, 2012, p. 8 *apud* ARAGÃO, 2010), a divisão era considerada uma das operações mais difíceis no século XV, e mostra isso com a afirmação de (LOFINO, 2012, p. 8 *apud* PACIOLI, 1494): “se um homem pode dividir bem, tudo mais se torna fácil.”. O que hoje em pleno século XXI parece não ter mudado muito essa dificuldade diante de alunos e professores segundo ABRE *et al* (2011, p. 2) onde constataram nas escolas a dificuldade na aprendizagem do algoritmo da divisão com alunos e professores.

Sabe-se que há cerca de quatro mil anos o homem começou a fazer contas. Com o passar dos séculos, foram desenvolvidos métodos para aprimorar as operações. Só os homens sábios sabiam dividir nos tempos passados, pois os métodos de resolução eram inúmeros e difíceis. (LOFINO, 2012, p. 8)

Segundo (SANTOS, 2010 *apud* BRITO e CORREA, 2004), essas dificuldades apresentadas pelos alunos diante do algoritmo da divisão são justificadas em quatro dificuldades:

[...] o primeiro deles diz respeito à direção em que o cálculo é realizado, pois na divisão este é efetuado em direção contrária à da adição, subtração e multiplicação; todas essas operações são efetuadas da direita para a esquerda e a divisão é da esquerda para a direita.

A segunda dificuldade, conforme BRITO e CORREA (2004), refere-se ao fato de que o domínio do algoritmo da divisão envolve não só os seus fatos básicos, mas também aqueles relativos à multiplicação e à subtração. A terceira dificuldade ocorre porque a divisão envolve o uso de estimativa, permitindo ao estudante, através de tentativa e erro, chegar ao quociente, embora possa não obter sucesso nas primeiras tentativas. Em quarto e último lugar, existe interação entre os algoritmos, mas o padrão (o curso da ação em direção a um resultado) muda de um foco para outro. (SANTOS, 2010 *apud* BRITO e CORREA, 2004)

No entanto, a palavra “algoritmo” tem o significado de sequência de raciocínios ou operações que oferece a solução de certos problemas. Em resumo são operações que tornam soluções mais simples, como por exemplo em nosso dia a dia o fato de acendermos a luz da

sala, o algoritmo simples para esta ação é usar o interruptor, ou ainda para andarmos e não machucarmos os pés com possíveis imperfeições do chão usamos calçados, abrir uma porta usamos a maçaneta, para ligarmos a televisão apertamos um botão e muitos outros exemplos podem ser dados para exemplificarmos um algoritmo.

Algoritmo (Encontra-se também algumas vezes a forma *Algorismo* mais próxima da etimologia: Al Korismi ou Al Kwarizmi, nome do autor de uma Álgebra que introduziu na Europa do século IX a numeração decimal.) De onde, na origem, este sistema de numeração; depois, em consequência, conjunto das regras do cálculo dos números escritos no sistema decimal (as “quatro regras”); e, por fim, por extensão, regras das operações simples em toda a espécie de cálculo. D. *Algorithmus*; E. *Algorithm*; F. *Algorithme*; I. *Algoritmo*. Na atualidade, conjunto de símbolos e procedimentos de cálculo. Ex.: *algoritmo de Euclides* (para encontrar um maior divisor comum de dois números); *algoritmo infinitesimal* (em oposição ao método infinitesimal concebido *in abstracto* como um modo de raciocínio que se encontra quer nos *indivisíveis*, quer nas fluxões, quer nos diferenciais). Rad. int.: Algoritm. (MARTINEZ, 2012, p. 36 *apud* LALANDE 1996, p. 43).

De acordo com (MARTINEZ, 2012, p. 36 *apud* Centurión 1992, p. 150), algoritmo é uma sequência de etapas que fazem parte de uma instrução exata a ser seguida. Um bom exemplo disso é uma receita de culinária, que é preciso seguir cada instrução corretamente para conseguir fazer um bolo. Mas surge a seguinte pergunta: porque o algoritmo da divisão que deveria ser simples é tão difícil? É mais uma pergunta que tentaremos responder neste trabalho.

Os PCNs 1997 em seus conteúdos conceituais e procedimentais em operações com números naturais sugerem que sejam feitos cálculos de multiplicação e divisão com métodos próprios, ou seja, ficam em aberto para que professores e alunos utilizem seus métodos sem quaisquer procedimentos pré-definidos para multiplicar e dividir o que pode demonstrar a fragilidade na compreensão do algoritmo da divisão, pois se a operação tem seu grau de dificuldade e não se tem definido um procedimento ou regras para solucionar esse problema tem-se cada vez mais alunos e professores com fragilidade nesta operação.

Como pudemos observar nas citações acima, alunos e professores apresentam dificuldades sobre o algoritmo da divisão.

1.2 Pesquisa de campo com acadêmicos da Universidade

Para verificar o domínio na descrição dos procedimentos ou regras utilizados por acadêmicos do curso de licenciatura plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, no primeiro semestre de 2013, acadêmicos do 6º ao 8º semestre, ao efetuarem divisões através do algoritmo da divisão.

Pesquisa feita com 13 acadêmicos da Universidade Federal do Amapá - UNIFAP

Quadro 1 – Ano de ingresso

Ano de ingresso:	Quantidade de acadêmicos
2009	3
2010	10

Fonte: Coleta de instrumento de dados

Quadro 2 – Semestre em curso

Semestre em curso	Quantidade de acadêmicos
6º semestre	3
7º semestre	8
8º semestre	2

Fonte: Coleta de instrumento de dados

Quadro 3 – Segurança em realizar a operação de divisão

Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides?	Quantidade de acadêmicos
Sim	6
Não	7

Fonte: Coleta de instrumento de dados

Quadro 4 – Aulas ministradas usando o algoritmo da divisão

Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides?	Quantidade de acadêmicos
Sim	4
Não	9

Fonte: Coleta de instrumento de dados

Quadro 5 – Regras do algoritmo de divisão

Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides?	Quantidade de acadêmicos
Não respondeu	4
Não sabe dizer	2
Uma regra	1
Duas regras	3
Três regras	1
Várias regras	2

Fonte: Coleta de instrumento de dados

Quadro 6 – Desempenho nos itens da Atividade Proposta

Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível.	Quantidade de acadêmicos que acertaram	Quantidade de acadêmicos que erraram	Quantidade de acadêmicos que não responderam
a) $4215 : 7 =$	8	5	0
b) $1020304 : 5 =$	6	6	1
c) $1,03 : 4 =$	6	7	0
d) $2 : 7 =$	9	3	1
e) $4,581 : 0,8 =$	3	9	1
f) $65,79 : 3000 =$	4	5	4

Fonte: Coleta de instrumento de dados

A análise do desempenho dos acadêmicos não foi satisfatória, pois a intenção era que os acadêmicos resolvessem as divisões normalmente e apresentassem dificuldade tão somente no registro das regras utilizadas, mas o Quadro 6 mostra que a dificuldade se deu também no algoritmo, como por exemplo no item (e) 13 dos 9 acadêmicos erraram o item.

Essa análise fez com que surgisse a seguinte pergunta “Onde está a falha que é capaz de fazer com que até mesmo acadêmicos de licenciatura em matemática apresentem dificuldade na operação de divisão?”. A fim de responder a mais essa pergunta, foram analisados alguns livros didáticos utilizados em escolas públicas e privadas.

2 ABORDAGEM DO ALGORITMO NOS LIVROS DIDÁTICOS

Este capítulo apresenta a análise feita em algumas coleções de livros didáticos utilizados em escolas públicas e privadas, com relação a operação de divisão, observando suas sequências didáticas em cada série/ano.

De um modo geral os livros utilizados no ensino fundamental, em turmas do 6º ano ao 9º ano, fazem parte de uma mesma coleção assim como os livros utilizados no ensino médio do 1º ao 3º ano, ou seja, em cada seguimento, fundamental e médio, os autores destas coleções são os mesmos e a nossa verificação será feita, nos livros, ano por ano a partir do 6º ano do ensino fundamental para identificar o grau de dificuldade e a importância que é dada ao algoritmo da divisão.

Entretanto, de acordo com DÁVILA 2013, o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD aprovou, em 2013, quarenta e dois livros do 4º e 5º ano do ensino fundamental em vinte e uma coleções, dos quais DÁVILA 2013 analisou dezesseis destes livros de forma aleatória. Chegando a conclusão de que os livros apresentam de forma satisfatória a abordagem feita com relação a operação de divisão envolvendo números naturais, ou seja, nos livros do 4º e 5º o algoritmo é introduzido e deve ser aprofundado e consolidado a partir do 6º ano do ensino fundamental.

Como os livros didáticos do ensino médio não apresentam o algoritmo da divisão a análise dos livros fica mais restrita, bastando somente verificar os livros do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, pois a responsabilidade de aprofundar e consolidar esse algoritmo deve ser feito neste segmento.

Entretanto, ao analisar algumas coleções utilizadas no ensino fundamental, os livros do 6º ano apresentam o algoritmo com exemplos resolvidos, mas a abordagem se dá apenas, em algumas coleções, no conjunto dos números naturais. Já nos livros do 7º, 8º e 9º ano que abordam os conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais onde o algoritmo da divisão deveria ser aprofundado e consolidado, não é o que acontece em todas as coleções pesquisadas, pois o referido algoritmo não é abordado. Ou seja, o algoritmo da divisão não é explorado, de forma satisfatória, nos livros didáticos a partir do 7º ano como os algoritmos da adição, subtração e multiplicação que são bastante explorados.

2.1 Livro 1 – Vontade de Saber Matemática

SOUZA e PATARO (2009, p. 60), no livro didático Vontade de Saber Matemática, 6º ano, fazem uma abordagem inicial de um problema envolvendo divisão conforme a figura abaixo:

Divisão

Inaugurado em 1896, o Teatro Amazonas é considerado um dos mais luxuosos da América Latina. A estrutura desse teatro é toda metálica e seu palco mede 15 m de profundidade por 30 m de largura. O salão nobre é todo revestido de obras de arte, entre elas ilustrações do romance "O Guarany", de José de Alencar. O assoalho é todo de madeira importada e pau-brasil e o forro é de gesso em autorrelevo.



Interior do Teatro Amazonas, Manaus (AM).

Esse teatro tem capacidade para 700 pessoas na plateia e diariamente está aberto para visitação.

Supondo que uma peça exibida nesse teatro tenha arrecadado R\$ 15344,00 com a venda dos ingressos e que o preço de cada ingresso tenha sido de R\$ 28,00, quantos ingressos foram vendidos?

Para responder a essa questão, dividimos a quantidade arrecadada pelo preço de cada ingresso, isto é, calculamos $15344 : 28$.

$$\begin{array}{r}
 \text{dividendo} \rightarrow 15344 \quad | \quad 28 \quad \leftarrow \text{divisor} \\
 - 140 \downarrow \quad 548 \quad \leftarrow \text{quociente} \\
 \hline
 0134 \\
 - 112 \downarrow \\
 \hline
 0224 \\
 - 224 \\
 \hline
 000 \quad \leftarrow \text{resto}
 \end{array}$$

Se achar conveniente, efetue a divisão utilizando o método curto.

Como o resto dessa divisão é igual a zero, dizemos que ela é exata.

Assim, foram vendidos 548 ingressos.



O Teatro Amazonas é o monumento que representa a riqueza do período áureo do ciclo da borracha. Esse teatro foi restaurado várias vezes após sua inauguração e, desde 1974, foi declarado patrimônio nacional.

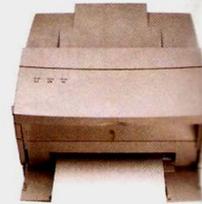
Atividades

- 69 Suponha que na estreia de certa peça, exibida no Teatro Amazonas, houve lotação máxima e foram arrecadados R\$ 16100,00. Qual foi o preço de cada ingresso dessa peça, sabendo que todos foram vendidos pelo mesmo preço? R\$ 23,00
- 70 Determine o quociente (q) e o resto (r) das divisões em que:
- 473 é o dividendo e 6 é o divisor
q: 78; r: 5
 - 524 é o dividendo e 8 é o divisor
q: 65; r: 4
 - 719 é o dividendo e 9 é o divisor
q: 79; r: 8
 - 908 é o dividendo e 11 é o divisor
q: 82; r: 6
 - 337 é o dividendo e 7 é o divisor
q: 48; r: 1
 - 515 é o dividendo e 15 é o divisor
q: 34; r: 5

- 71 Francisco comprou uma impressora e um teclado, como os representados abaixo, e pagou em 8 parcelas iguais e sem acréscimos. Qual o valor de cada parcela? R\$ 78,00



R\$ 48,00



R\$ 576,00

Até o momento o algoritmo é utilizado sem ser mencionado qualquer tipo de regra ou procedimento, mas é feita uma análise com relação ao resto, pois se o mesmo for igual a zero a divisão é dita exata. Logo após a resolução de um problema é inserida uma atividade que sugere algumas divisões, inclusive divisões inexatas.

SOUZA e PATARO (2009, p. 63) mostram a multiplicação e a divisão como operações inversas. Além de mostrarem a relação de Euclides onde:

$$\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$$

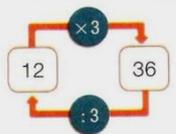
Multiplicação e divisão: operações inversas

Simone comprou uma caixa com 12 latinhas de suco. Em cada latinha ela pagou R\$ 3,00.

Para saber quantos reais Simone pagou nas 12 latinhas de suco, realizamos a multiplicação $12 \cdot 3 = 36$.

Podemos conferir essa multiplicação realizando a divisão $36 : 3 = 12$.

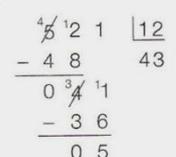
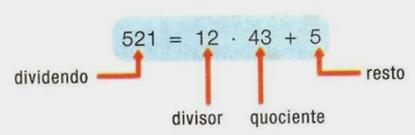
Isso acontece porque a multiplicação e a divisão são operações inversas. Representando essa situação por meio do esquema ao lado, temos:



Veja alguns exemplos:

- $15 \cdot 7 = 105$ $\left\{ \begin{array}{l} 105 : 7 = 15 \\ 105 : 15 = 7 \end{array} \right.$
- $21 \cdot 36 = 756$ $\left\{ \begin{array}{l} 756 : 36 = 21 \\ 756 : 21 = 36 \end{array} \right.$

Agora, veja como podemos escrever, por meio de uma igualdade, o cálculo $521 : 12$.

Note que o dividendo é igual ao divisor multiplicado pelo quociente e adicionado ao resto.

Na divisão, temos que: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$.

No caso de uma divisão ser exata, a igualdade $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$ se mantém.

Expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão

Lembre os alunos que em uma expressão numérica em que aparecem parênteses, as operações que estão dentro deles devem ser efetuadas primeiro.

Angélica fez uma revisão em seu carro na qual foram realizados os seguintes serviços:

- troca de 4 pneus: R\$ 153,00 cada
- alinhamento e balanceamento: R\$ 32,00
- troca das pastilhas de freio: R\$ 56,00

Sabendo que Angélica pagou essa revisão em 4 prestações iguais e sem acréscimos, qual foi o valor de cada prestação?

Para responder a essa questão, podemos escrever e resolver a seguinte expressão numérica:

$$\underbrace{(4 \cdot 153 + 32 + 56)}_{\text{valor total da revisão}} : \underbrace{4}_{\text{quantidade de prestações}} = \underbrace{(612 + 32 + 56)}_{700} : 4 = 700 : 4 = 175$$

Assim, o valor de cada prestação foi R\$ 175,00.

Nas expressões numéricas em que aparecem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, efetuamos primeiro a multiplicação e a divisão, na ordem em que elas aparecem, e depois a adição e a subtração, também na ordem em que elas aparecem.

capítulo 3 Operações com números naturais

Nas páginas 92, 93, 95, 96 e 97; o algoritmo é utilizado para compreender os critérios de divisibilidades entre números naturais. (SOUZA; PATARO, 2009)

SOUZA e PATARO (2009) apresentam, neste livro do 6º ano, uma organização interessante em seu material didático diferenciando explicitamente as divisões de número natural por outro número natural com quociente natural; divisões de número decimal por número natural de acordo as páginas abaixo:

Divisão de um número natural por outro natural com quociente decimal

Regina vai ao cinema com seus amigos e ficou responsável pela compra de oito ingressos.

Sabendo que todos os ingressos tiveram o mesmo preço e que no total ela pagou R\$ 52,00, quantos reais custou cada ingresso?

Para responder a essa pergunta precisamos calcular $52 : 8$.

Podemos efetuar esse cálculo da seguinte maneira.

- Dividimos 52 unidades por 8.

$$\begin{array}{r} 52 \overline{)8} \\ 4 \end{array}$$

- Transformamos 4 unidades em 40 décimos e colocamos uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal.

$$\begin{array}{r} 52 \overline{)8} \\ 40 \end{array}$$

- Dividimos 40 décimos por 8.

$$\begin{array}{r} 52 \overline{)8} \\ 40 \\ 0 \end{array}$$

Assim, Regina pagou R\$ 6,50 em cada ingresso.

Agora, veja como podemos calcular $4 : 5$, em que o dividendo é menor que o divisor.

► Como a divisão de 4 por 5 não resulta em unidades inteiras, transformamos 4 unidades em 40 décimos e colocamos um zero e uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal.

$$4 \overline{)5} \rightarrow 40 \overline{)5} \\ 0,$$

► Em seguida, dividimos 40 décimos por 5.

$$\begin{array}{r} 40 \overline{)5} \\ 0 \end{array}$$

Quando o resto de uma divisão é igual a zero, o número decimal obtido no quociente está na forma decimal exata.

Em alguns casos, quando dividimos dois números naturais, obtemos um número chamado **dízima periódica**. Veja, por exemplo, o cálculo $1 : 3$.

► 1º Como a divisão de 1 por 3 não resulta em unidades inteiras, transformamos 1 unidade em 10 décimos e colocamos um zero e uma vírgula no quociente para separar a parte inteira da parte decimal.

$$1 \overline{)3} \rightarrow 10 \overline{)3} \\ 0,$$

► 2º Dividimos 10 décimos por 3.

$$\begin{array}{r} 10 \overline{)3} \\ 1 \end{array}$$



Observando as divisões feitas na página 202, elas apresentam algumas regras na utilização do algoritmo da divisão, mostrando como dividir dois números naturais até o momento que aparece um zero no dividendo e no quociente ou uma vírgula ou zero e vírgula.

A página 203 continua com exemplos de divisão de número natural por outro natural e quociente decimal, além de atividades propostas para que o aluno se aproprie das regras apresentadas.

Divisão de um número decimal por um número natural

Érica vai comprar o videogame representado a seguir.



Videogame

O 1º videogame produzido em escala industrial foi o Odyssey, fabricado em 1972. Esse videogame possuía apenas 12 jogos.

Se Érica comprar este videogame em 6 prestações, de quantos reais será cada prestação?

Para saber o valor de cada prestação, precisamos calcular $450,96 : 6$. Podemos realizar este cálculo da seguinte maneira:

- Multiplicamos o dividendo (450,96) e o divisor (6) por 100 e obtemos dois números naturais (sem vírgula).

$$450,96 : 6 \rightarrow \frac{45096}{450,96 \cdot 100} : \frac{600}{6 \cdot 100}$$

- Em seguida, efetuamos $45096 : 600$.

$$\begin{array}{r} 45096 \quad | 600 \\ \underline{3096} \quad 75,16 \\ 960 \\ \underline{3600} \\ 0 \end{array}$$

Assim, cada prestação será de R\$ 75,16.

► Os cálculos $450,96 : 6$ e $45096 : 600$ têm o mesmo resultado.

No caso de o dividendo ter uma casa decimal, multiplicamos o dividendo e o divisor por 10 para eliminar a vírgula, e quando o dividendo tiver três casas decimais, multiplicamos o dividendo e o divisor por 1 000 e assim por diante.

Atividades

Anote as respostas no caderno.

53 Efetue os cálculos.

- a) $7,6 : 2$ 3,8 c) $28,5 : 5$ 5,7 e) $81,36 : 6$ 13,56
b) $4,4 : 8$ 0,55 d) $62,84 : 4$ 15,71 f) $278,94 : 3$ 92,98

54 **Tratando a informação**

Na escola Interagir, a nota anual que os alunos recebem, em cada disciplina, é obtida calculando-se a média aritmética das notas de cada bimestre. O nome da escola que aparece nesta página é fictício. Observe na tabela as notas obtidas por Jean em cada bimestre em três disciplinas.

Disciplina	Notas obtidas por Jean			
	Bimestre			
	1º	2º	3º	4º
Matemática	5,8	9,8	7,7	5,9
História	10	6,5	6,4	5,9
Ciências	5,9	7,7	9,4	9,4

Em relação aos dados apresentados na tabela, responda às questões.

- a) Qual a maior nota obtida por Jean? Em qual disciplina e bimestre isso ocorreu?
b) Qual a nota anual obtida por Jean:
- em Matemática? 7,3
 - em História? 7,2
 - em Ciências? 8,1

Observamos que um dos problemas utilizados por esse processo é o fato do divisor passar a ser um número natural grande; por exemplo, para efetuar a divisão $(0,000261:0,3)$ pelo que é sugerido pelos autores, basta multiplicar o dividendo e divisor por 1000000 para se obter dois números naturais, ou seja, $261 : 300000$. Esse tipo de exemplo não é apresentado e também não é sugerido em atividades seguintes.

SOUZA e PATARO (2009, p. 60), no livro didático Vontade de saber matemática, 7º ano, retomam as divisões feitas no livro do 6º ano, com divisões resolvidas de número natural dividido por outro número natural com quociente decimal e divisões de números decimais

divididos por número natural. Entretanto o algoritmo da divisão é utilizado para efetuar divisões de medidas de ângulos por números naturais.

Os livros didáticos Vontade de saber matemática, 8° e 9° ano não apresentam o uso do algoritmo da divisão, ou seja, todas as regras do algoritmo da divisão nesta coleção de SOUZA e PATARO (2009) foram abordadas em 15 páginas juntando os livros do 6° e 7° ano sem abordar divisões de números decimais por números decimais.

2.2 Livro 2 – Coleção SAS

No estado do Amapá, uma escola particular utiliza a coleção SAS (Sistema Ari de Sá) que é um material didático desenvolvido por professores Cearenses. Fizemos uma análise nesta coleção para verificar a abordagem com relação ao algoritmo da divisão. Os livros de cada ano da coleção SAS são divididos em quatro volumes, pois é uma sugestão didática para que as escolas parceiras utilizem quatro bimestres.

No livro do 6° ano só os volumes 1 e 2 apresentam o algoritmo da divisão, onde o volume 1 aborda a divisão entre número natural dividido por outro número natural com quociente natural, mostrando a relação de Euclides, $\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$; mostrando as divisões exatas, ou seja, quando o resto é igual a zero, utilizando em seguida, algoritmo da divisão, com muitas questões operatórias e também em problemas, abordagem inclusive em expressões numéricas. Já no volume 2 o algoritmo é utilizado para se determinar o máximo divisor comum (m.d.c) entre dois números, conhecido como processo de divisões sucessivas, mas não foi apresentado nenhuma regra ou procedimento do algoritmo da divisão.

No livro do 7° ano, a coleção SAS aborda a operação de divisão em dois volumes também. O volume 1 não utiliza o algoritmo da divisão, faz somente a relação de operações inversas entre a multiplicação e a divisão com números inteiros. O volume 4 faz uma abordagem do algoritmo da divisão para auxiliar divisões de medidas de ângulos por números naturais.

O livro do 8° ano aborda o algoritmo da divisão nos volumes 1 e 2, mas o volume 1 faz a abordagem a partir do estudo de frações, dividindo o numerador pelo denominador, ou seja, divide número natural por outro número natural e o quociente é decimal exato, quando o resto é igual a zero, ou dízima finita, quando o resto é diferente de zero. Já o volume 4 apresenta o algoritmo da divisão fazendo operações com polinômios e também aborda medidas de ângulos divididas por um número natural, mas para o algoritmo da divisão não foi apresentado nenhuma regra ou procedimento.

Observamos em nossa análise que nos livros do 6° ao 8° ano da coleção SAS, o algoritmo da divisão é utilizado sem que sejam mencionadas regras ou procedimentos para se dividir, mas são apresentados procedimentos para dividir ângulos e polinômios somente no 8° ano.

2.3 Livro 3 – Projeto Teláris

O projeto Teláris é uma coleção de quatro volumes elaborado por Luiz Roberto Dante em 2012 para alunos do 6º ao 9º ano. Esta coleção tem uma abordagem do algoritmo da divisão, nos livros do 6º e 7º ano, mais próxima da nossa proposta sobre o algoritmo da divisão.

Segundo DANTE (2012), o livro do 6º ano apresenta o significado de dividir, ou seja, menciona-o como repartir, distribuir e separar em partes iguais. Sugere um problema para repartir igualmente e apresenta o algoritmo da divisão passo a passo, dividindo um algarismo do dividendo por vez pelo divisor, sendo que no início da divisão faz uso de traços indicando a quantidade de números que serão encontrados no quociente conforme a figura abaixo:

5 Divisão: ideias associadas e algoritmos

Veja algumas situações para recordar as ideias associadas à operação divisão.

1ª ideia associada à divisão: repartir igualmente

O professor Clodoaldo quer repartir igualmente 84 folhas coloridas de papel celofane para 6 equipes de alunos. Quantas folhas receberá cada equipe? Para responder precisamos efetuar a divisão $84 \div 6$.



Algoritmo usual da divisão

Vamos efetuar a divisão de 84 por 6. Observe:

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 84 \overline{)6} \\ \underline{2} \\ 2 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Repartimos igualmente 8 dezenas por 6. Dá 1 dezena para cada equipe e restam 2 dezenas.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 84 \overline{)6} \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Trocamos 2 dezenas por 20 unidades; com as 4 unidades que tínhamos passamos a ter 24 unidades.

$$\begin{array}{r} \text{dividendo D U} \quad \text{divisor} \\ 84 \overline{)6} \\ \underline{24} \\ 0 \overline{)14} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Repartimos igualmente as 24 unidades por 6. Dá 4 unidades para cada equipe e resta 0. No total, 14 folhas para cada equipe (1 dezena + 4 unidades).

Essa é uma *divisão exata*, pois seu resto é 0.
Para verificar se a divisão está correta, basta ver se 6×14 é igual a 84.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 14 \\ \times 6 \\ \hline 84 \end{array}$$

De fato, $6 \times 14 = 84$ e a divisão está correta.
Cada equipe receberá 14 folhas.

Dividir significa 'repartir', 'distribuir', 'separar em partes iguais'.

Unidade 1 • Números naturais e Geometria

Na página 52, DANTE (2012) apresenta um problema que só é possível dividir a centena do dividendo pelo divisor com o uso do zero no quociente, o que fica claro de onde aparece o zero, algo que não apareceu nas análises dos livros anteriores. No entanto, a justificativa utilizada na divisão foi a mesma utilizada por SOUZA e PATARO (2009). Além de apresentar também a relação: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$.

Capítulo 2 • Operações fundamentais com números naturais

2ª ideia associada à divisão: “medida” ou quantas vezes uma quantidade cabe em outra



NEEL SKYSHUTTERSTOCK/LOW IMAGES

Numa granja os ovos são colocados em caixas de 1 dúzia. Quantas caixas são necessárias para embalar 195 ovos?
Sabemos que 1 dúzia = 12. Então, queremos saber quantos grupos de 12 ovos cabem em 195 ovos. Devemos fazer a divisão $195 : 12$.

Vamos efetuar a divisão de 195 por 12 pelo algoritmo usual.

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{0} \\ \text{C D U} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{7} \\ \text{C D U} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{75} \\ \text{C D U} \end{array}$$

Como não podemos repartir igualmente 1 centena em 12 de modo a obter centena, trocamos 1 centena por 10 dezenas e, com as 9 que já tínhamos, passamos a ter 19 dezenas.

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{7} \\ \text{C D U} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{75} \\ \text{C D U} \end{array}$$

Repartimos igualmente 19 dezenas em 12, dando 1 dezena para cada uma e restando 7 dezenas.

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{75} \\ \text{C D U} \end{array}$$

Trocamos 7 dezenas por 70 unidades. Com as 5 que já tínhamos, passamos a ter 75 unidades.

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \quad \text{C D U} \quad \text{divisor} \\ 12 \overline{) 195} \\ \underline{75} \\ \text{resto} \quad \text{quociente} \end{array}$$

Repartimos igualmente as 75 unidades por 12. Dá 6 unidades para cada uma e restam 3 unidades.

Esta é uma *divisão não exata*, pois o resto é diferente de 0.
Para verificar se a divisão está correta, basta fazer $16 \times 12 = 192; 192 + 3 = 195$.

$$\text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto} = \text{dividendo} \quad \begin{array}{l} D | d \\ r \quad q \end{array}$$

$$q \times d + r = D$$

São necessárias 16 caixas e restam 3 ovos (para serem colocados numa outra caixa).
Observação: Quando perguntamos: “Quantos grupos de 12 ‘cabem’ em um grupo de 195?”, estamos **medindo** o grupo de 195, tendo como unidade um grupo de 12. É a mesma ideia de quando perguntamos: “Quantos palmos ‘cabem’ no comprimento da lousa?”. Aqui estamos **medindo** esse comprimento, tendo o palmo como unidade.

52

Em mais oito páginas, DANTE (2012) utiliza o algoritmo da divisão para fazer: a análise do resto, a utilização de médias aritméticas, a relação inversa entre multiplicação e divisão, identificar múltiplos e divisores de um número natural, critérios de divisibilidade e a verificação de um número primo.

De acordo com DANTE (2012), ao dividir números naturais pode-se obter no resultado número decimal, algo já apresentado por SOUZA e PATARO (2009).

Capítulo 7 • Números decimais

Divisão de números naturais com número decimal no resultado

Acompanhe os exemplos a seguir.

a) Vamos efetuar $26 : 4$.

$$\begin{array}{r} 26 \\ - 24 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 6,5 \\ \text{U, d} \end{array}$$

Dividindo 26 unidades por 4, obtemos 6 unidades e sobram 2 unidades, que equivalem a 20 décimos.
Dividindo 20 décimos por 4, obtemos 5 décimos e o resto é 0.

Então, $26 : 4 = 6,5$.

b) Vamos efetuar $3 : 4$.

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 28 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 0,75 \\ \text{U, d u} \end{array}$$

Não é possível dividir 3 unidades por 4 e obter unidades (colocamos 0).
Transformamos 3 unidades em 30 décimos, dividimos por 4 e obtemos 7 décimos; sobram 2 décimos, que equivalem a 20 centésimos.
Dividimos 20 centésimos por 4, obtemos 5 centésimos e o resto é 0.

Então, $3 : 4 = 0,75$.

Transformação de fração em número decimal: outro processo

Você já viu como transformar fração em número decimal usando frações equivalentes.

Por exemplo:

a) $\frac{4}{5} \rightarrow \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0,8$

b) $\frac{123}{150} \rightarrow \frac{123 : 3}{150 : 3} = \frac{41 \times 2}{50 \times 2} = \frac{82}{100} = 0,82$

Veja agora outro processo, que usa a divisão do numerador pelo denominador:

c) $\frac{4}{5} = 4 : 5$

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} 5 \\ 0,8 \end{array}$$

Então, $\frac{4}{5} = 0,8$.

d) $\frac{123}{150} = 123 : 150$

$$\begin{array}{r} 1230 \\ - 1200 \\ \hline 300 \\ - 300 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} 150 \\ 0,82 \end{array}$$

Então, $\frac{123}{150} = 0,82$.

206

As regras utilizadas por DANTE (2012) para justificar o uso do zero são parecidas com as regras utilizadas por SOUZA e PATARO (2009), no entanto DANTE (2012) apresenta com melhor clareza essa justificativa.

Na página 208, DANTE (2012) apresenta um procedimento próximo ao que será sugerido como solução em nosso trabalho, o procedimento de dividir um número decimal por um número inteiro de forma direta sem que se faça uso da regra utilizada por SOUZA e PATARO (2009), que multiplicam o dividendo e o divisor por um múltiplo de dez de modo que ambos sejam transformados em números naturais.

Capítulo 7 • Números Decimais

Divisão de número decimal por número natural

Observe os exemplos:

a) $9,84 : 3$

$$\begin{array}{r} 9,84 \ 3 \overline{) 3,28} \\ \underline{-9} \\ 08 \\ \underline{-6} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ 0 \end{array}$$

Então, $9,84 : 3 = 3,28$.

b) $2,7 : 5$

$$\begin{array}{r} 2,7 \ 5 \overline{) 0,54} \\ \underline{-25} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

Então, $2,7 : 5 = 0,54$.

Dividindo 9 unidades por 3, obtemos 3 unidades e não sobra nenhuma unidade. Dividindo 8 décimos por 3, obtemos 2 décimos e sobram 2 décimos, que valem 20 centésimos. Fazemos $20 + 4 = 24$ centésimos. Dividimos 24 por 3, obtemos 8 centésimos e o resto é 0.

Não podemos dividir 2 unidades por 5 e obter unidades (colocamos 0). Transformamos 2 unidades em 20 décimos, juntamos com 7 décimos e dividimos 27 décimos por 5. Obtemos 5 décimos e sobram 2 décimos, que valem 20 centésimos. Dividimos 20 centésimos por 5, obtemos 4 centésimos e o resto é 0.

Divisão por 10, por 100 e por 1000

Você já viu como fazemos a multiplicação por 10, por 100 e por 1 000. Por exemplo:

$1,46 \times 10 = 14,6$

$8,394 \times 100 = 839,4$

$1000 \times 0,873 = 873$

Fazendo a operação inversa, temos:

$14,6 : 10 = 1,46$

$839,4 : 100 = 8,394$

$873 : 1000 = 0,873$

Observando o deslocamento da vírgula, podemos fazer mentalmente as divisões por 10, por 100 e por 1 000. Veja os exemplos:

a) $4,91 : 10 = 0,491$
 b) $123,8 : 100 = 1,238$
 c) $329 : 1000 = 0,329$

Reúna-se com um colega, observem as divisões acima e o deslocamento da vírgula. Existe uma maneira mais prática de dividir um número decimal por 10, 100 e 1 000? Troquem ideias e inventem outros exemplos. Usem calculadora para confirmar suas conclusões.

Espera-se que os alunos percebam que, para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000, basta deslocar a vírgula respectivamente, uma, duas ou três casas para a esquerda.

208

No entanto, DANTE (2012) apresenta o processo, que julga ser prático, de “igualar as casas” que é o procedimento utilizado por SOUZA e PATARO (2009). Esse procedimento em alguns momentos utiliza números grandes como no item c do exemplo a seguir.

Observe:



O resultado de $92,8 : 7,25$ é o mesmo de $9\ 280 : 725$.

$$\begin{array}{l} 92,8 : 7,25 \\ \times 100 \downarrow \quad \downarrow \times 100 \\ 9\ 280 : 725 \end{array}$$

Processo prático: "igualar as casas", cortar as vírgulas e dividir.

$$\begin{array}{r} 9\ 280 \overline{) 7\ 25} \\ \underline{- 7\ 25} \\ 2\ 030 \\ \underline{- 1\ 450} \\ 0\ 5800 \\ \underline{- 5\ 800} \\ 0 \end{array}$$

O consumo do carro da mãe de Josefa é de 12,8 quilômetros por litro. Examine mais estes exemplos:

a) $6 : 1,6$

Escrevemos 6 como 6,0 e efetuamos a divisão de 60 por 16.



$$\begin{array}{l} 6,0 : 1,6 \\ \times 10 \downarrow \quad \downarrow \times 10 \\ 60 : 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 16} \\ \underline{- 48} \\ 120 \\ \underline{- 112} \\ 80 \\ \underline{- 80} \\ 0 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 6,0 \overline{) 1,6} \\ \underline{- 4,8} \\ 1,20 \\ \underline{- 1,12} \\ 80 \\ \underline{- 80} \\ 0 \end{array}$$

Então, $6 : 1,6 = 3,75$.

b) $0,3 : 0,008$

$$\begin{array}{r} 0,3000 \overline{) 0,008} \\ \underline{- 24} \\ 60 \\ \underline{- 56} \\ 40 \\ \underline{- 40} \\ 0 \end{array}$$

$0,3 : 0,008 = 37,5$

c) $2,34 : 9,9$

$$\begin{array}{r} 2,340 \overline{) 9,90} \\ \underline{- 1980} \\ 03600 \\ \underline{- 2970} \\ 06300 \\ \underline{- 5940} \\ 03600 \end{array}$$

$2,34 : 9,9 = 0,2363636\dots$



Exercícios e problemas Veja as resoluções dos exercícios 55 e 56 no Manual do Professor.

53. Copie e complete os esquemas abaixo.

$$\begin{array}{l} \text{a) } 14 : 2 = \frac{\quad}{\quad} \\ \times 5 \downarrow \quad \downarrow \times 5 \\ 70 \quad 10 = 7 \\ \text{b) } 30 : 6 = \frac{\quad}{\quad} \\ \times 2 \downarrow \quad \downarrow \times 2 \\ 60 \quad 12 = 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{c) } 7 : 2 = \frac{3,5}{\quad} \\ \times 50 \downarrow \quad \downarrow \times 50 \\ 350 \quad 100 = 3,50 \text{ ou } 3,5 \\ \text{d) } 12 : 3 = \frac{\quad}{\quad} \\ \times 3 \downarrow \quad \downarrow \times 3 \\ 36 \quad 9 = 4 \end{array}$$

54. Um automóvel percorreu 120,12 km com 15,4 litros de álcool comum. Calcule o consumo de álcool comum desse automóvel.
7,8 quilômetros por litro (120,12 : 15,4)

55. Efetue as divisões e faça a verificação das respostas com uma calculadora.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2,31 : 1,1 = 2,1 & \text{e) } 6 : 1,5 = 4 \\ \text{b) } 4 : 2,5 = 1,6 & \text{f) } 3,5 : 1,25 = 2,8 \\ \text{c) } 3,9 : 1,3 = 3 & \text{g) } 4 : 1,8 = 2,222\dots \\ \text{d) } 1,457 : 3,1 = 0,47 & \text{h) } 2,76 : 2,5 = 1,104 \end{array}$$

56. A mãe de Lúcia quer complementar a renda familiar. Ela comprou 12 m de veludo e pretende cortá-lo em peças de 1,5 m cada uma para fazer bolsas e vendê-las. Quantas peças ela vai obter? 8 peças

Assim como SOUZA e PATARO (2009), não foram apresentadas divisões do tipo (0,00261: 3) por DANTE (2012). Como dito anteriormente, para divisões desse tipo, o procedimento de multiplicar por múltiplos de dez ou até mesmo "igualando as casas" para que o dividendo e o divisor sejam números naturais pode tornar o divisor um número muito grande fazendo a divisão (0,000261:0,3) ficar da forma (261: 300000).

2.4 Livro 4 – Coleção de GIOVANNI

O livro didático do 6º ano de GIOVANNI *et al* (2002) também faz uma abordagem bem próxima da nossa proposta para o uso do algoritmo da divisão. A partir da página 62 até a página 66, são apresentados problemas, com resolução, explicitando quando as divisões são exatas ou inexatas, no entanto, as resoluções não possuem regras ou procedimentos para o uso do algoritmo neste momento; e também apresenta a relação fundamental da divisão: $\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$, além de vários problemas envolvendo ideias associadas a divisão.

O algoritmo é utilizado para reconhecer os números primos através do algoritmo da divisão e também é utilizado no momento que se aborda critérios de divisibilidade para mostrar os números que são divisíveis ou não por outros números.

2.5 Análise dos livros didáticos

As coleções analisadas não apresentam regras fechadas que sejam suficientes para efetuar a operação de divisão entre dois números, sejam eles naturais ou decimais. Tendo em vista que algumas nem chegam a mencionar regras para dividir.

As dificuldades que os alunos enfrentam diante do algoritmo da divisão podem ter relação devido a sua abordagem nos livros didáticos durante o ensino fundamental ser insuficiente e quando alguns alunos se destacam e ingressam em um curso de licenciatura em matemática, por exemplo, possivelmente continuará com a dificuldade no algoritmo e logo que se forme poderá atuar em sala de aula, pois será um Professor de Matemática, porém com falhas em uma das operações básicas da matemática, ou seja, contribuirá para o aumento na dificuldade dos alunos com relação a compreensão do algoritmo fazendo parte das pesquisas onde alunos e professores apresentam dificuldades de compreender o algoritmo da divisão. É o que comenta MARTINEZ (2012) sobre a tese de GREGOLIN 2002.

[...] quando não dominam com profundidade aquilo que ensinam, os professores ensinam da forma como aprenderam, ou seja, ensinam por meio de regras. Estabelece-se assim um círculo vicioso: quem não sabe ensina; quem precisa aprender decora; quem decora se torna professor e ensina. E melhores condições de aprendizagem dependem, muito diretamente, da atuação desses professores (MARTINEZ, 2012, p. 25 *apud* depoimento de TANCREDI, *apud* GREGOLIN, 2002, p. 5).

Concordamos também com MARTINEZ (2012) ao perceber que a divisão desde o seu surgimento já causava certo espanto, pois na Antiguidade, era considerada possível de ser resolvida apenas por homens sábios e de altas habilidades. Parece que esse conteúdo ainda hoje é caracterizado como uma operação difícil de se ensinar e de se aprender. Pesquisas

como as de Darsie e Paula (2008), Campos (2007), Gregolin (2002) e Lautert (2000) apontam dificuldades de alunos e professores com relação às situações que envolvem a divisão.

Segundo MARTINEZ, 2012, p. 33, os dados históricos apontam que a aritmética começou a assumir a forma moderna no século XV, porém, a síntese dos algoritmos para a forma atual levou mais algum tempo. Conforme MATINEZ, 2012, p. 31 *apud* DAVIS (1992, p. 52), a divisão foi utilizada no padrão atual em 1491 no livro de aritmética de CALANDRI, mas só consolidou-se no final do século XVII. E ainda:

Percebemos que a divisão, assim como os números e as outras operações, surgiu a partir da necessidade humana. A partir dessa necessidade também foram criados métodos mais rápidos e eficazes para se calcular. Para isso, muitas práticas de cálculo foram vivenciadas até se chegar aos processos de cálculos da atualidade. (MARTINEZ, 2012, p. 33)

LOFINO, 2012, p. 9, faz um detalhamento entre vários métodos de divisão utilizados por vários povos desde a antiguidade até momentos atuais, sendo:

- Divisão no Egito

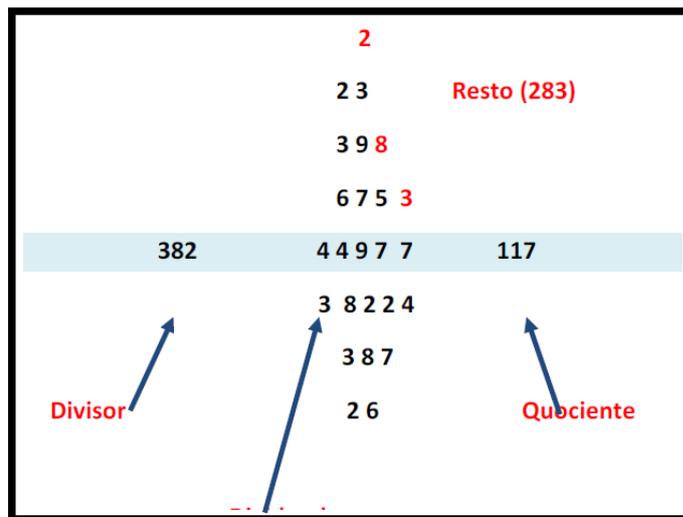
LOFINO, 2012, p. 9 *apud* Boyer (1974) comenta que a operação de divisão no Egito era efetuada por sucessivas duplicações (duplicações dos números). Esse método, portanto, requer principalmente habilidade de somar e subtrair.

- Divisão na Babilônia

De acordo com LOFINO, 2012, p. 9 *apud* Segundo Boyer (1974) as operações aritméticas fundamentais eram tratadas pelos babilônios de modo não muito diferente do que usamos hoje, mas em seu ponto de vista muito interessante, pois tratavam todas as divisões como um tipo de multiplicação por tentativas.

- Método de Galé ou do Galeão

Um método mais comum de divisão usado antes de 1.600 era conhecido como galé ou do galeão (antiga embarcação de guerra, comprida e com grandes remos), ou “método das ranhuras”, de origem hindu. A seguir será ilustrado a divisão 44.977 por 382, como demonstra (LOFINO, 2012, p. 12 *apud* Boyer 1974, p. 159):



Método do Galeão – Fonte: (LOFINO, 2012, p.12 *apud* BOYER 1974)

- Método por estimativa

A divisão por estimativa, como já diz o nome, é um método alternativo. Neste método o cálculo mental ganha força, auxiliando na resolução da operação. Este método tem por base a ideia que dividir é efetuar subtrações sucessivas de acordo com (LOFINO, 2012, p. 14).

- Método longo

É o método que utiliza de forma explícita a subtração do dividendo pelo produto obtido entre o quociente e o divisor. Nosso trabalho será desenvolvido neste método por acharmos mais lógico para o entendimento entre alunos e professores.

- Método curto ou breve

É parecido com o método longo, mas as subtrações são feitas mentalmente encurtando o algoritmo.

2.5.1 Algoritmo Euclidiano

Segundo MARTINEZ, 2012, p. 38, o algoritmo Euclidiano é um dos mais antigos. É conhecido desde que surgiu nos Livros VII e X da obra de *Os Elementos* de Euclides por volta de 300 a.C., por isso, nomeou-se de algoritmo euclidiano ou de Euclides, atualmente, também conhecido como processo curto ou usual.

Este, não permite experimentar possíveis formas de distribuição, mas já se procura a maior quantidade possível de elementos a serem distribuídos para se formar um total igual ou menor que a quantidade de elementos a se distribuir. O maior valor possível que, multiplicado pelo divisor, não ultrapasse o dividendo e que seja diferente de zero. Para efetuar divisões pelo processo euclidiano, será útil que os alunos tenham

memorizado as tabuadas para facilitar o cálculo. O algoritmo que apresentamos a seguir é geralmente o mais utilizado, por isso, é considerado também como usual. Considera-se a seguinte situação: precisa-se dividir 115 tampinhas igualmente em 5 caixas. Por meio do algoritmo usual, vamos encontrar o quociente da divisão $115 \div 5$. (MARTINEZ, 2012, p. 38).

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 5 \\
 115 & \\
 -10 & \\
 \hline
 15 & \\
 -15 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \quad \text{ou} \quad
 \begin{array}{r|l}
 \overbrace{115} & 5 \\
 15 & 23 \\
 0 &
 \end{array}$$

Imagem de MARTINEZ, 2012, p. 39.

De acordo com ABRE *et al.* (2011, p.2) seu trabalho não tem o intuito de elaborar ou escolher métodos para dividir, mas o intuito de justificar os passos usados para dar o resultado de uma conta de divisão e sugere ainda que professores poderão utilizar o seu material como apoio. ABRE *et al.* (2011, p.4 a p. 8) apresenta cinco divisões que geralmente no decorrer de suas resoluções costumam surgir inúmeros “por quês?” e são realmente polêmicos por gerarem muitas dúvidas. Para esclarecer essas dúvidas, ABRE *et al.* (2011) utiliza frações para mostrar o que de fato acontece ao dividir números naturais e também números decimais que parecem ser os mais complexos.

Decidimos rever as divisões apresentadas por ABRE *et al.* (2011), por serem construtiva para nosso trabalho, pelo simples fato de apresentarem muitas regras e procedimentos para dividir. Como em nosso trabalho usaremos sempre os mesmos procedimentos e regras será interessante esse momento.

1.1 Acrescentando um zero na chave

Agora, efetuando mentalmente a divisão de 53 por 5, por exemplo, sabemos que o resultado é 10 com resto 3. Porém, quando utilizamos o algoritmo para resolver essa operação, obtemos:

$$\begin{array}{r} 53 \quad | \quad 5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ -5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 1 \\ 03 \end{array}$$

Então, como devemos prosseguir para termos o resultado esperado: 10 como quociente e resto 3? Qual a explicação para acrescentar-se um zero no quociente?

$$\begin{array}{r} 53 \quad | \quad 5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ -5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 10 \\ 03 \end{array}$$

Imagem de ABRE *et al.* (2011), p. 4.

Nesta divisão que parece ser simples já surge um pequeno problema, pois o zero é imposto no quociente e geralmente acaba ficando nisso mesmo.

Se fossemos escrever a “continha” que aprendemos na escola, faríamos da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 416 \quad | \quad 4 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ -4 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 104 \\ 016 \\ -16 \\ \underline{\hspace{1cm}} \quad 0 \end{array}$$

Da mesma forma que no exemplo anterior, o 0 do 104 não aparece como resultado de uma parte da conta. Temos, então, mais uma dúvida sobre o aparecimento de tal algarismo.

Imagem de ABRE *et al.* (2011), p. 5.

Mais uma vez surge outra dúvida, pois é bem comum que no quociente alunos coloquem o número 14 no lugar de 104 o que não é correto.

Conforme a divisão euclidiana temos :
 $a = b \times q + r$, com $0 \leq r < b$ e $a, b \in \mathbb{Z}$ sendo $b \neq 0$.
 Quando $r \neq 0$ obtemos uma divisão não exata e para prosseguir com a resolução encontraremos números decimais como resposta.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 255 \overline{)12} \\ - 24 \quad 21 \\ \hline 015 \\ - \underline{12} \\ \hline 03 \end{array}$$

Para continuar com a resolução da divisão acrescenta-se um zero após o resto, assim haverá um número maior que o divisor. Mas quando se faz isso coloca-se uma vírgula após o quociente para obter-se um número decimal e continua-se a divisão normalmente.

$$\begin{array}{r} 255 \overline{)12} \\ - 24 \quad 21,2 \\ \hline 015 \\ - \underline{12} \\ \hline 030 \\ - \underline{24} \\ \hline 06 \end{array}$$

Imagem de ABRE *et al.* (2011), p. 6.

Caso haja um novo resto mesmo após a vírgula no quociente, pode-se apenas acrescentar mais um zero nesse novo resto e continuar a divisão sem modificar o quociente com zeros ou vírgulas.

$$\begin{array}{r} 255 \overline{)12} \\ - 24 \quad 21,25 \\ \hline 015 \\ - \underline{12} \\ \hline 030 \\ - \underline{24} \\ \hline 060 \\ - \underline{60} \\ \hline 00 \end{array}$$

Imagem de ABRE *et al.* (2011), p. 6.

Neste exemplo ABRE *et al.* (2011) utilizou duas regras diferentes das regras utilizadas nos exemplos anteriores.

Algo que pode ocorrer quando se está resolvendo uma conta de divisão utilizando seu algoritmo é mesmo acrescentando um zero no resto, este não fica maior que o seu divisor tendo que acrescentar mais um zero. Nesse caso, você acrescenta um zero também no quociente.

Exemplo:

$$\begin{array}{r} 85224 \quad |12000 \\ - 12000 \quad 7, 102 \\ \hline 012240 \\ \quad 12000 \\ \hline 0024000 \\ \quad 24000 \\ \hline 00000 \end{array}$$

Imagem de ABRE *et al.* (2011), p. 7.

Mais uma regra é apresentada para divisões desse tipo

3. O que fazemos com as vírgulas nos números decimais?

Na escola aprendemos a "igualar as casas", por exemplo, dividir 13,55 por 1,5 é o mesmo que dividir 1355 por 150. Por quê?

$$13,55 \mid 1,5 \quad = \quad 1355 \mid 150$$

Quando se fala em 'igualar as casas' é na verdade transformar os números com que estou trabalhando em número naturais usando a idéia de equivalência de frações. Para entender esse procedimento basta reparar que:

$$\frac{13,55}{1,5} = \frac{13,55}{1,5} \times \frac{100}{100} = \frac{1355}{150}$$

Agora é só resolver a divisão como já vimos anteriormente.

Imagem de ABRE *et al.* (2011), p. 9.

Este foi o último exemplo de ABRE *et al.* (2011), onde propõe eliminar as vírgulas do dividendo e do divisor usando a regra de igualar as casas decimais para que possa dividir normalmente através das regras já utilizadas anteriormente.

A conclusão de ABRE *et al.* (2011), estudando todos os procedimentos para realizar uma simples divisão do modo como se aprende na escola, percebemos que as técnicas utilizadas em cada momento decorrem de propriedades de frações e do já conhecido

Algoritmo de Euclides, de modo que é impossível compreender o algoritmo sem saber manusear as frações.

Entretanto, os métodos apresentados por ABRE *et al.* (2011), métodos que também aprendi quando estudava no ensino fundamental e médio e que também ensinei aos meus alunos, com certa dificuldade pelo fato de não saber justificar alguns procedimentos durante a operação de divisão, resolvi elaborar a partir do algoritmo da divisão uma sequência didática que pode ser utilizada por Professores no ensino fundamental desde o 6° até o 9° ano, mostrando que é possível compreender, aprofundar e consolidar o algoritmo da divisão usando sempre as mesmas regras.

3 PROPOSTA DIDÁTICA PARA UTILIZAÇÃO EM SALA DE AULA

Em busca de contribuir para resolver o problema de tantas regras e tantas dúvidas, resolvemos construir uma sequência didática para o algoritmo da divisão com regras que sirvam para todas as divisões.

O objetivo desta sequência didática é mostrar que o algoritmo da divisão, ou seja, o algoritmo de Euclides pode ser simples e que perguntas como “de onde aparece esse zero?”, “por que no resultado coloca-se zero e vírgula?”, “por que se o número é pequeno eu coloco o zero e se ainda for pequeno coloco outro zero e agora também um zero no resultado?”, tornam-se simples com o uso de poucas regras. Para isso será feita uma quantidade necessária e suficiente de divisões de modo que contemple as mais variadas situações envolvendo o uso do algoritmo da divisão.

3.1 Atividade Proposta

Divisão de número natural por número natural e quociente natural.

- a) $6829 : 5$
- b) $4318 : 7$
- c) $34219 : 6$

Divisão de número racional por número natural e quociente racional.

- d) $8,3216 : 4$
- e) $19,712 : 3$

Divisão de número natural por número natural e quociente racional.

- f) $2 : 37$ (até a terceira casa decimal)
- g) $6829 : 5$ (até a segunda casa decimal), continuação do item a.
- h) $4215 : 7$ (até a primeira casa decimal), continuação do item b.
- i) $34219 : 6$ (até a quarta casa decimal), continuação do item c.

Divisão de número racional por número racional e quociente racional.

j) $7,3462 : 0,3$

k) $64,8127 : 0,08$

l) $4,8 : 0,007$

m) $0,000261 : 0,3$

Divisão de número natural por número racional e quociente racional.

n) $5 : 0,0014$

Divisão de número natural por número natural múltiplo de 10 e quociente racional.

o) $6253 : 380$

p) $7981 : 500$

q) $46 : 23000$

Temos, no algoritmo da divisão, que os números possuem nomes específicos em cada posição. Veja o exemplo.

dividendo	divisor
4315	7
- 3 -	616
resto	quociente "resultado"

3.2 Regras (procedimentos) do algoritmo

1ª – O divisor deve ser natural e diferente de zero, ou seja, pertence ao conjunto $N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$.

2ª – O dividendo pode ser natural ou decimal fazendo a divisão de um algarismo por vez da esquerda para a direita.

3ª – No quociente serão inseridos espaços de modo que esses espaços sejam na mesma quantidade de algarismos que o dividendo possui. Caso o dividendo seja decimal, basta representar a vírgula entre os espaços do quociente.

4ª – O resto será a sobra após a subtração entre o dividendo e o valor que será subtraído dele, ou seja, o produto entre o quociente e o divisor.

3.3 Sugestão Didática

3.3.1 Divisão de número natural por número natural e quociente natural.

a) $6829 : 5$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 5 é natural podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
6829	5

	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 5 cabem em 6 a resposta será 1, que ficará no quociente, o resultado de $1 \times 5 = 5$ ficará embaixo do 6, subtraindo, será efetuada a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- <u>5</u>	-----
1	<u>1</u> ---
	quociente
	"resultado"

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 8) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- <u>5</u> ↓	-----
1 8	<u>1</u> ---
	quociente
	"resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 18 a resposta será 3, que ficará no quociente, o resultado de $3 \times 5 = 15$ ficará embaixo do 18, subtraindo, será efetuada a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- <u>5</u> ↓	-----
1 8	<u>1 3</u> --
- <u>15</u>	quociente
3	"resultado"

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- <u>5</u> ↓	-----
1 8	<u>1 3</u> --
- <u>15</u> ↓	quociente
3 2	"resultado"

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 32 a resposta será 6, que ficará no quociente o resultado de $6 \times 5 = 30$ ficará embaixo do 32, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- 5 ↓	1 3 6 _
1 8 ↓	quociente
- 1 5 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 0	
2	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 9) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- 5 ↓	1 3 6 _
1 8 ↓	quociente
- 1 5 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 0 ↓	
2 9	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 29 a resposta será 5, que ficará no quociente o resultado de $5 \times 5 = 25$ ficará embaixo do 29, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- 5 ↓	1 3 6 5
1 8 ↓	quociente
- 1 5 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 0 ↓	
2 9	
- 2 5	
4	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, no entanto, em momentos mais a frente utilizaremos nesta mesma divisão casas decimais e continuaremos a divisão, mas até o momento o resultado da divisão é 1365 e o resto é 4, ou seja, $6829 = 5 \times 1365 + 4$.

b) $4318 : 7$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 7 é natural podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
4318	7

	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 7 cabem em 4 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 7 = 0$ ficará embaixo do 4, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0	0 ----
4	quociente
	“resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 3) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	0 ----
4 3	quociente
	“resultado”

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 43 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 7 = 42$ ficará embaixo do 43, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	0 6 _ _
4 3	quociente
- 4 2	"resultado"
1	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	0 6 _ _
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 11 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 7 = 7$ ficará embaixo do 11, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	0 6 1 _
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	
- 7	
4	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 8) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	0 6 1
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	
- 7 ↓	
4 8	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 48 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 7 = 42$ ficará embaixo do 48, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	0 6 1 6
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	
- 7 ↓	
4 8	
- 4 2	
6	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, no entanto em momentos mais a frente utilizaremos nesta mesma divisão casas decimais e continuaremos a divisão, mas até o momento o resultado da divisão é 616 e o resto é 3, ou seja, $4318 = 7 \times 616 + 6$.

c) $34219 : 6$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 6 é natural podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente "resultado".

dividendo 34219	divisor 6
	----- quociente "resultado"

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 6 cabem em 3 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 6 = 0$ ficará embaixo do 3, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo 3 4 2 1 9	divisor 6
- <u>0</u> 3	<u>0</u> ----- quociente "resultado"

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 4) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo 3 4 2 1 9	divisor 6
- <u>0</u> ↓ 3 4	<u>0</u> ----- quociente "resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 34 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 6 = 30$ ficará embaixo do 34, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓	—
3 4	<u>0 5</u> _ _ _
- 3 0	quociente
4	“resultado”

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓	—
3 4	<u>0 5</u> _ _ _
- 3 0 ↓	quociente
4 2	“resultado”

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 42 a resposta será 7 que ficará no quociente o resultado de $7 \times 6 = 42$ ficará embaixo do 42, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓	—
3 4	<u>0 5 7</u> _ _
- 3 0 ↓	quociente
4 2	“resultado”
- 4 2	
0	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓	—
3 4	<u>0 5 7</u> _ _
- 3 0 ↓	quociente
4 2	“resultado”
- 4 2 ↓	
0 1	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 1 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 6 = 0$ ficará embaixo do 1, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	0 5 7 0 _
3 4 ↓ ↓ ↓ ↓	quociente
- 3 0 ↓ ↓ ↓ ↓	"resultado"
4 2 ↓ ↓ ↓ ↓	
- 4 2 ↓ ↓ ↓ ↓	
0 1 ↓ ↓ ↓ ↓	
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	
1	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 9) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	0 5 7 0 _
3 4 ↓ ↓ ↓ ↓	quociente
- 3 0 ↓ ↓ ↓ ↓	"resultado"
4 2 ↓ ↓ ↓ ↓	
- 4 2 ↓ ↓ ↓ ↓	
0 1 ↓ ↓ ↓ ↓	
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	
1 9	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 19 a resposta será 3 que ficará no quociente o resultado de $3 \times 6 = 18$ ficará embaixo do 19, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	0 5 7 0 3
3 4 ↓ ↓ ↓ ↓	quociente
- 3 0 ↓ ↓ ↓ ↓	"resultado"
4 2 ↓ ↓ ↓ ↓	
- 4 2 ↓ ↓ ↓ ↓	
0 1 ↓ ↓ ↓ ↓	
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	
1 9	
- 1 8	
1	

Este foi o quinto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, no entanto, em momentos mais a frente utilizaremos nesta mesma divisão casas decimais e continuaremos a divisão, mas até o momento o resultado da divisão é 5703 e o resto é 1, ou seja, $34219 = 6 \times 5703 + 1$.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓	
3 4	<u>0 5 7 0 3</u>
- 3 0 ↓	quociente
4 2	"resultado"
- 4 2 ↓	
0 1	
- 0 ↓	
1 9	
- 1 8	
- 1 -	

Nos exemplos acima todos os ciclos foram feitos com o mesmo procedimento e ficou claro no item (c), onde o resultado foi 5703, de onde aparece o zero, foi de forma natural algo que em alguns momentos parece ser forçado e sem explicação. Faremos agora mais exemplos de modo que o grau de dificuldade aumente, mas que a forma de se efetuar continue a mesma e sem criar novas regras.

3.3.2 Divisão de número racional por número natural e quociente racional.

d) $8,3216 : 4$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 4 é natural podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente "resultado" mantendo a vírgula entre os espaços.

dividendo	divisor
8,3216	4
	- ' - - - -
	quociente
	"resultado"

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 4 cabem em 8 a resposta será 2 que ficará no quociente o resultado de $2 \times 4 = 8$ ficará embaixo do 8, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- <u>8</u>	-----
0	<u>2</u> , -----
	quociente
	"resultado"

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 3) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- <u>8</u> ↓	-----
0 3	<u>2</u> , -----
	quociente
	"resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 4 cabem em 3 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 4 = 0$ ficará embaixo do 3, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- <u>8</u> ↓	-----
0 3	<u>2</u> , <u>0</u> ----
- <u>0</u>	quociente
3	"resultado"

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- 8 ↓	2, 0 _ _ _
0 3 ↓	quociente
- 0 ↓	"resultado"
3 2	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 4 cabem em 32 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 4 = 32$ ficará embaixo do 32, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- 8 ↓	2, 0 8 _ _
0 3 ↓	quociente
- 0 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 2	
0	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- 8 ↓	2, 0 8 _ _
0 3 ↓	quociente
- 0 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 2 ↓	
0 1	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 4 cabem em 1 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 4 = 0$ ficará embaixo do 1, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- 8 ↓	2, 0 8 0 _
0 3	quociente
- 0 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 2 ↓	
0 1	
- 0	
1	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 6) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- 8 ↓	2, 0 8 0 _
0 3	quociente
- 0 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 2 ↓	
0 1	
- 0 ↓	
1 6	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 4 cabem em 16 a resposta será 4 que ficará no quociente o resultado de $4 \times 4 = 16$ ficará embaixo do 16, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
8,3 2 1 6	4
- 8 ↓	2, 0 8 0 4
0 3	quociente
- 0 ↓	"resultado"
3 2	
- 3 2 ↓	
0 1	
- 0 ↓	
1 6	
- 1 6	
0	

Este foi o quinto ciclo e finalmente chegamos ao final; como o dividendo já possuía casas decimais o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 2,0804 e o resto é 0, ou seja, $8,3216 = 4 \times 2,0804 + 0$.

e) $19,712 : 3$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 3 é natural podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado” mantendo a vírgula entre os espaços.

dividendo	divisor
1 9,7 1 2	3

	_ _ , _ _ _
	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 3 cabem em 1 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 3 = 0$ ficará embaixo do 1, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
1 9,7 1 2	3
<u>-0</u>	-----
1	<u>0</u> _ , _ _ _
	quociente
	“resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 9) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
19,712	3
- <u>0</u> ↓	0, ---
19	quociente
	"resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 19 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 3 = 18$ ficará embaixo do 19, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
19,712	3
- <u>0</u> ↓	0 <u>6</u> , ---
19	quociente
- <u>18</u>	"resultado"
1	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 7) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
19,712	3
- <u>0</u> ↓	0 <u>6</u> , ---
19	quociente
- <u>18</u> ↓	"resultado"
17	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 17 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 3 = 15$ ficará embaixo do 17, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
19,712	3
- 0 ↓	06,5__
19 ↓	quociente
- 18 ↓	"resultado"
17 ↓	
- 15 ↓	
2	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
19,712	3
- 0 ↓	06,5__
19 ↓	quociente
- 18 ↓	"resultado"
17 ↓	
- 15 ↓	
21	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 21 a resposta será 7 que ficará no quociente o resultado de $7 \times 3 = 21$ ficará embaixo do 21, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
19,712	3
- 0 ↓	06,57_
19 ↓	quociente
- 18 ↓	"resultado"
17 ↓	
- 15 ↓	
21	
- 21	
0	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
19,712	3
- 0 ↓	06,57
19	quociente
- 18 ↓	"resultado"
17	
- 15 ↓	
21	
- 21 ↓	
02	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 2 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 3 = 0$ ficará embaixo do 2, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
19,712	3
- 0 ↓	06,570
19	quociente
- 18 ↓	"resultado"
17	
- 15 ↓	
21	
- 21 ↓	
02	
- 0	
2	

Este foi o quinto ciclo e finalmente chegamos ao final; como o dividendo já possuía casas decimais o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 6,570 ou 6,57 e o resto é 0,002 (devido o 2 ser resto da terceira casa decimal do dividendo), ou seja, $19,712 = 3 \times 6,570 + 0,002$ ou $19,712 = 3 \times 6,57 + 0,002$ que são equivalentes.

Nos itens (d) e (e) foram feitas as divisões com o mesmo procedimento dos itens (a), (b) e (c), no entanto a diferença que apareceu foi no dividendo que era decimal, mas o modo de se obter o resultado da divisão foi de forma natural algo que em alguns momentos parece ser forçado e sem explicação, como por exemplo igualar as casas decimais, o que não foi necessário. Faremos agora mais itens de modo que o grau de dificuldade aumente, mas que a forma de se efetuar continue a mesma e sem criar novas regras.

3.3.3 Divisão de número natural por número natural e quociente racional.

f) $2 : 37$ (até a terceira casa decimal)

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 37 é natural podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
2	37

	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 37 cabem em 2 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 37 = 0$, ficará embaixo do 2, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
2	37
- 0	0
2	quociente
	“resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo não existe, mas é neste momento que temos que atentar pois após o 2 (número natural) podemos escrevê-lo como 2,0 ou 2,00 ou ainda 2,000 ou até mesmo 2,000... (com infinitos zeros), ou seja, podemos utilizar a parte decimal que não aparece no número 2 para continuarmos a divisão, como em nosso exemplo foi estipulado uma quantidade de casas decimais faremos a utilização até a terceira casa decimal, onde incluiremos em nosso algoritmo 2,000 (a vírgula e três zeros).

O processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
2,000	37
- 0 ↓	0, _ _ _
20	quociente
	"resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 37 cabem em 20 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 37 = 0$ ficará embaixo do 20, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
2,000	37
- 0 ↓	0, 0 _ _
20	quociente
- 0	"resultado"
20	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
2,000	37
- 0 ↓	0, 0 _ _
20	quociente
- 0 ↓	"resultado"
200	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 37 cabem em 200 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 37 = 185$ ficará embaixo do 200, subtraindo, será efetuada a subtração normalmente.

dividendo	divisor
2,000	37
- 0 ↓	0,05
20	quociente
- 0 ↓	"resultado"
200	
- 185	
15	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
2,000	37
- 0 ↓	0,05
20	quociente
- 0 ↓	"resultado"
200	
- 185	
150	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 37 cabem em 150 a resposta será 4 que ficará no quociente o resultado de $4 \times 37 = 148$ ficará embaixo do 150, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
2,000	37
- 0 ↓	0,054
20	quociente
- 0 ↓	"resultado"
200	
- 185	
150	
- 148	
2	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, lembrando que nós consideramos três casas decimais para continuarmos a divisão, sendo o resultado da divisão 0,054 e o resto é 0,002 (devido o 2 ser resto da terceira casa decimal do dividendo), ou seja, $2 = 37 \times 0,054 + 0,002$ ou $2,000 = 37 \times 0,054 + 0,002$ que são equivalentes.

g) $6829 : 5$ (até a segunda casa decimal), continuação do item a.

Neste momento estamos retomando a divisão feita no item a, mas agora continuaremos a divisão até a segunda casa decimal, ou seja, acrescentaremos no dividendo 6829,00 (vírgula e dois zeros) e continuaremos a divisão normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9	5
- 5 ↓	<u>1 3 6 5</u>
1 8 ↓	quociente
- 1 5 ↓	“resultado”
3 2 ↓	
- 3 0 ↓	
2 9 ↓	
- 2 5 ↓	
- 4 -	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 8 2 9,0 0	5
- 5 ↓	<u>1 3 6 5, _ _</u>
1 8 ↓	quociente
- 1 5 ↓	“resultado”
3 2 ↓	
- 3 0 ↓	
2 9 ↓	
- 2 5 ↓	
4 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 40 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 5 = 40$ ficará embaixo do 40, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9,0 0	5
- 5 ↓	<u>1 3 6 5, 8 _</u>
1 8 ↓	quociente
- 1 5 ↓	“resultado”
3 2 ↓	
- 3 0 ↓	
2 9 ↓	
- 2 5 ↓	
4 0	
- 4 0	
0	

Este foi o quinto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 8 2 9,0 0	5
- 5 ↓	—
1 8	<u>1 3 6 5, 8</u>
- 1 5 ↓	quociente
3 2	“resultado”
- 3 0 ↓	
2 9	
- 2 5 ↓	
4 0	
- 4 0 ↓	
0 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 0 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 5 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 8 2 9,0 0	5
- 5 ↓	—
1 8	<u>1 3 6 5, 8 0</u>
- 1 5 ↓	quociente
3 2	“resultado”
- 3 0 ↓	
2 9	
- 2 5 ↓	
4 0	
- 4 0 ↓	
0 0	
- 0	
0	

Este foi o sexto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, lembrando que nós consideramos duas casas decimais para continuarmos a divisão, sendo o resultado da divisão 1365,80 ou 1365,8 e o resto é 0, ou seja, $6829 = 5 \times 1365,80 + 0$ ou $6829,00 = 5 \times 1365,80 + 0$ que são equivalentes.

h) $4318 : 7$ (até a primeira casa decimal), continuação do item b.

Neste momento estamos retomando a divisão feita no item b, mas agora continuaremos a divisão até a primeira casa decimal, ou seja, acrescentaremos no dividendo $4318,0$ (vírgula e um zero) e continuaremos a divisão normalmente.

dividendo	divisor
4 3 1 8	7
- 0 ↓	<u>0 6 1 6</u>
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	
- 7 ↓	
4 8	
- 4 2	
- 6 -	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 3 1 8,0	7
- 0 ↓	<u>0 6 1 6, _</u>
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	
- 7 ↓	
4 8	
- 4 2 ↓	
6 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 60 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 7 = 56$ ficará embaixo do 60, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 3 1 8,0	7
- 0 ↓	<u>0 6 1 6, 8</u>
4 3	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
1 1	
- 7 ↓	
4 8	
- 4 2 ↓	
6 0	
- 5 6	
4	

Este foi o quinto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, lembrando que nós consideramos uma casa decimal para continuarmos a divisão, sendo o resultado da divisão 616,8 e o resto é 0,4 (devido o 4 ser resto da primeira casa decimal do dividendo), ou seja, $4318 = 7 \times 616,8 + 0,4$ ou $4318,0 = 7 \times 616,8 + 0,4$ que são equivalentes.

i) $34219 : 6$ (até a quarta casa decimal), continuação do item c.

Neste momento estamos retomando a divisão feita no item c, mas agora continuaremos a divisão até a quarta casa decimal, ou seja, acrescentaremos no dividendo 34219,0000 (vírgula e quatro zero) e continuaremos a divisão normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9	6
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	
3 4	<u>0 5 7 0 3</u>
- 3 0	quociente
4 2	"resultado"
- 4 2	
0 1	
- 0	
1 9	
- 1 8	
- 1 -	

Este foi o quinto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
- 0 ↓ ↓ ↓ ↓	
3 4	<u>0 5 7 0 3, _ _ _ _</u>
- 3 0	quociente
4 2	"resultado"
- 4 2	
0 1	
- 0	
1 9	
- 1 8	
1 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 10 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 6 = 6$ ficará embaixo do 10, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
- 0 ↓	<u>0 5 7 0 3,1</u> ---
3 4 ↓	quociente
- 3 0 ↓	"resultado"
4 2 ↓	
- 4 2 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 9 ↓	
- 1 8 ↓	
1 0 ↓	
- 6 ↓	
4	

Este foi o sexto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
- 0 ↓	<u>0 5 7 0 3,1</u> ---
3 4 ↓	quociente
- 3 0 ↓	"resultado"
4 2 ↓	
- 4 2 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 9 ↓	
- 1 8 ↓	
1 0 ↓	
- 6 ↓	
4 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 40 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 6 = 36$ ficará embaixo do 40, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
- 0 ↓	<u>0 5 7 0 3,1 6</u> _ _
3 4 ↓	quociente
- 3 0 ↓	"resultado"
4 2 ↓	
- 4 2 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 9 ↓	
- 1 8 ↓	
1 0 ↓	
- 6 ↓	
4 0 ↓	
- 3 6 ↓	
4	

Este foi o sétimo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
- 0 ↓	<u>0 5 7 0 3,1 6</u> _ _
3 4 ↓	quociente
- 3 0 ↓	"resultado"
4 2 ↓	
- 4 2 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 9 ↓	
- 1 8 ↓	
1 0 ↓	
- 6 ↓	
4 0 ↓	
- 3 6 ↓	
4 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 40 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 6 = 36$ ficará embaixo do 40, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
$\begin{array}{r} - 0 \\ \hline 34 \\ - 30 \\ \hline 42 \\ - 42 \\ \hline 01 \\ - 0 \\ \hline 19 \\ - 18 \\ \hline 10 \\ - 6 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{05703,166} \\ \text{quociente} \\ \text{"resultado"} \end{array}$

Este foi o oitavo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
$\begin{array}{r} - 0 \\ \hline 34 \\ - 30 \\ \hline 42 \\ - 42 \\ \hline 01 \\ - 0 \\ \hline 19 \\ - 18 \\ \hline 10 \\ - 6 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \\ - 36 \\ \hline 40 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{05703,166} \\ \text{quociente} \\ \text{"resultado"} \end{array}$

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 6 cabem em 40 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 6 = 36$ ficará embaixo do 40, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
3 4 2 1 9,0 0 0 0	6
- 0 ↓	
3 4 ↓	0 5 7 0 3,1 6 6 6
- 3 0 ↓	quociente
4 2 ↓	"resultado"
- 4 2 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 9 ↓	
- 1 8 ↓	
1 0 ↓	
- 6 ↓	
4 0 ↓	
- 3 6 ↓	
4 0 ↓	
- 3 6 ↓	
4 0 ↓	
- 3 6 ↓	
4	

Este foi o nono ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números, lembrando que nós consideramos quatro casas decimais para continuarmos a divisão, sendo o resultado da divisão 5703,1666 e o resto é 0,0004 (devido o 4 ser resto da quarta casa decimal do dividendo), ou seja, $34219 = 6 \times 5703,1666 + 0,0004$ ou $34219,0000 = 6 \times 5703,1666 + 0,0004$ que são equivalentes.

A partir deste momento temos alguns itens onde o divisor não é um número inteiro, ou seja, é um número decimal; e antes de efetuarmos essas divisões, basta utilizar o conceito de frações equivalentes, pois toda divisão também pode ser representada em forma de fração e podemos multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número sem que se altere a fração.

3.3.4 Divisão de número racional por número racional e quociente racional.

j) $7,3462 : 0,3$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 0,3 não é natural; então, não podemos iniciar a divisão.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural.

$$7,3462 : 0,3 = \frac{7,3462}{0,3} = \frac{73,462}{3} = 73,462 : 3$$

Ou seja, a fração foi multiplicada por 10.

Usando $73,462 : 3$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado” mantendo a vírgula entre os espaços.

dividendo 7 3,4 6 2	divisor 3
	_ _ , _ _ _ quociente “resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 3 cabem em 7 a resposta será 2 que ficará no quociente o resultado de $2 \times 3 = 6$ ficará embaixo do 7, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo 7 3,4 6 2	divisor 3
- <u>6</u> 1	<u>2</u> , _ _ _ quociente “resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo (o número 9) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- <u>6</u> ↓	_____
1 3	<u>2</u> , _ _ _
	quociente
	"resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 13 a resposta será 4 que ficará no quociente o resultado de $4 \times 3 = 12$ ficará embaixo do 13, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- <u>6</u> ↓	_____
1 3	<u>2 4</u> , _ _ _
- <u>1 2</u>	quociente
1	"resultado"

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 4) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- <u>6</u> ↓	_____
1 3	<u>2 4</u> , _ _ _
- <u>1 2</u> ↓	quociente
1 4	"resultado"

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 14 a resposta será 4 que ficará no quociente o resultado de $4 \times 3 = 12$ ficará embaixo do 14, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- <u>6</u> ↓	_____
1 3	<u>2 4</u> , <u>4</u> _ _
- <u>1 2</u> ↓	quociente
1 4	"resultado"
- <u>1 2</u>	
2	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 6) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- 6 ↓	<u>2 4, 4</u> _ _
1 3	quociente
- 1 2 ↓	"resultado"
1 4	
- 1 2 ↓	
2 6	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 26 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 3 = 24$ ficará embaixo do 26, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- 6 ↓	<u>2 4, 4 8</u> _
1 3	quociente
- 1 2 ↓	"resultado"
1 4	
- 1 2 ↓	
2 6	
- 2 4	
2	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- 6 ↓	<u>2 4, 4 8</u> _
1 3	quociente
- 1 2 ↓	"resultado"
1 4	
- 1 2 ↓	
2 6	
- 2 4 ↓	
2 2	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 22 a resposta será 7 que ficará no quociente o resultado de $7 \times 3 = 21$ ficará embaixo do 22, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 3,4 6 2	3
- <u>6</u> ↓	2 4, 4 8 7
1 3	quociente
- <u>1 2</u> ↓	"resultado"
1 4	
- <u>1 2</u> ↓	
2 6	
- <u>2 4</u> ↓	
2 2	
- <u>2 1</u>	
1	

Este foi o quinto ciclo e finalmente chegamos ao final. Como o dividendo já possuía casas decimais, o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 24,487 e o resto é 0,001 (devido o 1 ser resto da terceira casa decimal do dividendo), ou seja, $73,462 = 3 \times 24,487 + 0,001$.

k) $64,8127 : 0,08$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 0,08 não é natural; então, não podemos iniciar a divisão.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural.

$$64,8127 : 0,08 = \frac{64,8127}{0,08} = \frac{6481,27}{8} = 6481,27 : 8$$

Ou seja, a fração foi multiplicada por 100.

Usando $6481,27 : 8$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente "resultado".

dividendo	divisor
6481,27	8

	_ _ _ _ , _ _
	quociente
	"resultado"

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 8 cabem em 6 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 8 = 0$ ficará embaixo do 6, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
$\frac{-0}{6}$	-----
	<u>0</u> _ _ _ , _ _
	quociente
	"resultado"

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 4) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
$\frac{-0}{6}$ ↓	-----
6 4	<u>0</u> _ _ _ , _ _
	quociente
	"resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 8 cabem em 64 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 8 = 64$ ficará embaixo do 64, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
$\frac{-0}{6}$ ↓	-----
6 4	<u>0 8</u> _ _ , _ _
$\frac{-64}{0}$	quociente
	"resultado"

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 8) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
- 0 ↓	0 8 _ _ , _ _
6 4 ↓	quociente
- 6 4 ↓	"resultado"
0 8	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 8 cabem em 8 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 8 = 8$ ficará embaixo do 8, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
- 0 ↓	0 8 1 _ , _ _
6 4 ↓	quociente
- 6 4 ↓	"resultado"
0 8	
- 8	
0	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
- 0 ↓	0 8 1 _ , _ _
6 4 ↓	quociente
- 6 4 ↓	"resultado"
0 8	
- 8 ↓	
0 1	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 8 cabem em 1 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 8 = 0$ ficará embaixo do 1, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
$\begin{array}{r} -0 \\ \underline{-64} \\ 08 \\ \underline{-8} \\ 01 \\ \underline{-0} \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{0810,} \\ \text{quociente} \\ \text{"resultado"} \end{array}$

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
$\begin{array}{r} -0 \\ \underline{-64} \\ 08 \\ \underline{-8} \\ 01 \\ \underline{-0} \\ 12 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{0810,} \\ \text{quociente} \\ \text{"resultado"} \end{array}$

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 8 cabem em 12 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 8 = 8$ ficará embaixo do 12, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
$\begin{array}{r} -0 \\ \underline{-64} \\ 08 \\ \underline{-8} \\ 01 \\ \underline{-0} \\ 12 \\ \underline{-8} \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{0810,1} \\ \text{quociente} \\ \text{"resultado"} \end{array}$

Este foi o quinto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 7) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
- 0 ↓	0 8 1 0 , 1
6 4 ↓	quociente
- 6 4 ↓	"resultado"
0 8 ↓	
- 8 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 2 ↓	
- 8 ↓	
4 7	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 8 cabem em 47 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 8 = 40$ ficará embaixo do 47, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 4 8 1,2 7	8
- 0 ↓	0 8 1 0 , 1 5
6 4 ↓	quociente
- 6 4 ↓	"resultado"
0 8 ↓	
- 8 ↓	
0 1 ↓	
- 0 ↓	
1 2 ↓	
- 8 ↓	
4 7	
- 4 0	
7	

Este foi o sexto ciclo e finalmente chegamos ao final como o dividendo já possuía casas decimais o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 810,15 e o resto é 0,07 (devido o 7 ser resto da segunda casa decimal do dividendo), ou seja, $6481,27 = 8 \times 810,15 + 0,07$.

1) $4,8 : 0,007$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 0,007 não é natural; então, não podemos iniciar a divisão.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural.

$$4,8 : 0,007 = \frac{4,8}{0,007} = \frac{4800}{7} = 4800 : 7$$

Ou seja, a fração foi multiplicada por 1000.

Usando $4800 : 7$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
4800	7

	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 7 cabem em 4 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 7 = 0$ ficará embaixo do 4, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
<u>-0</u>	<u>0</u> -----
4	quociente
	“resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo (o número 8) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
<u>-0</u> ↓	<u>0</u> -----
4 8	quociente
	“resultado”

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 48 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 7 = 42$ ficará embaixo do 48, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
- 0 ↓	0 6 _ _
4 8	quociente
- 4 2	"resultado"
6	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
- 0 ↓	0 6 _ _
4 8	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
6 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 60 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 7 = 56$ ficará embaixo do 60, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
- 0 ↓	0 6 8 _
4 8	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
6 0	
- 5 6	
4	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
- 0 ↓	0 6 8
4 8 ↓	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
6 0 ↓	
- 5 6 ↓	
4 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 7 cabem em 40 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 7 = 35$ ficará embaixo do 40, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
4 8 0 0	7
- 0 ↓	0 6 8 5
4 8 ↓	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
6 0 ↓	
- 5 6 ↓	
4 0	
- 3 5	
5	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números e o resultado da divisão é 685 e o resto é 5, ou seja, $4800 = 7 \times 685 + 5$.

m) $0,000261:0,3$

Este item foi um exemplo que sugerimos para mostrar que os livros didáticos não os resolvem em seus exemplos.

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 0,3 não é natural; então, não podemos iniciar a divisão.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural.

$$0,000261 : 0,3 = \frac{0,000261}{0,3} = \frac{0,00261}{3} = 0,00261 : 3$$

Ou seja, a fração foi multiplicada por 10.

Usando $0,00261 : 3$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado” mantendo a vírgula entre os espaços.

dividendo 0,00261	divisor 3
	----- quociente “resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 3 cabem em 0 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 3 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo 0,00261	divisor 3
- 0 0	0,----- quociente “resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto, o próximo algarismo do dividendo (o número 0) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo 0,00261	divisor 3
- 0 ↓ 00	0,----- quociente “resultado”

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 0 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 3 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,00261	3
- 0 ↓	0,0 _ _ _ _
00	quociente
- 0	"resultado"
0	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
0,00261	3
- 0 ↓	0,0 _ _
00	quociente
- 0 ↓	"resultado"
00	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 0 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 3 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,00261	3
- 0 ↓	0,00 _ _ _ _
00	quociente
- 0 ↓	"resultado"
00	
- 0	
0	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 2) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
0,00261	3
- 0 ↓	0,00---
00	quociente
- 0 ↓	"resultado"
00	
- 0 ↓	
02	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 2 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 3 = 0$ ficará embaixo do 2 subtraindo e será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,00261	3
- 0 ↓	0,000--
00	quociente
- 0 ↓	"resultado"
00	
- 0 ↓	
02	
- 0	
2	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 6) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
0,00261	3
- 0 ↓	0,000--
00	quociente
- 0 ↓	"resultado"
00	
- 0 ↓	
02	
- 0 ↓	
26	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 26 a resposta será 8 que ficará no quociente o resultado de $8 \times 3 = 24$ ficará embaixo do 26, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,00261	3
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	0,0008_
00 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	quociente
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	"resultado"
00 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
02 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
26 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-24 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
2	

Este foi o quinto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
0,00261	3
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	0,0008_
00 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	quociente
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	"resultado"
00 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
02 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
26 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-24 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
21 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 3 cabem em 21 a resposta será 7 que ficará no quociente o resultado de $7 \times 3 = 21$ ficará embaixo do 21, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,00261	3
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	0,00087
00 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	quociente
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	"resultado"
00 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
02 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-0 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
26 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-24 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
21 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
-21 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
0	

Este foi o sexto ciclo e finalmente chegamos ao final como o dividendo já possuía casas decimais o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 0,00087 e o resto é 0 (divisão exata), ou seja, $0,00261 = 3 \times 0,00087 + 0$.

3.3.5 Divisão de número natural por número racional e quociente racional.

n) $5 : 0,0014$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 0,0014 não é natural; então, não podemos iniciar a divisão.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural.

$$5 : 0,0014 = \frac{5}{0,0014} = \frac{50000}{14} = 50000 : 14$$

Ou seja, a fração foi multiplicada por 10000.

Usando $50000 : 14$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
50000	14

	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 14 cabem em 5 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 14 = 0$ ficará embaixo do 5, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo 5 0 0 0 0	divisor 14
- 0 5	0 _ _ _ _ quociente "resultado"

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo (o número 0) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo 5 0 0 0 0	divisor 14
- 0 ↓ 5 0	0 _ _ _ _ quociente "resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 14 cabem em 50 a resposta será 3 que ficará no quociente o resultado de $3 \times 14 = 42$ ficará embaixo do 50, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo 5 0 0 0 0	divisor 14
- 0 ↓ 5 0 - 4 2 8	0 3 _ _ _ quociente "resultado"

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo 5 0 0 0 0	divisor 14
- 0 ↓ 5 0 - 4 2 8 0	0 3 _ _ _ quociente "resultado"

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 14 cabem em 80 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 14 = 70$ ficará embaixo do 80, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
5 0 0 0 0	14
- 0 ↓	—
5 0	<u>0 3 5</u> _ _
- 4 2 ↓	quociente
8 0	“resultado”
- 7 0	
1 0	

Este foi o terceiro ciclo o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
5 0 0 0 0	14
- 0 ↓	—
5 0	<u>0 3 5</u> _ _
- 4 2 ↓	quociente
8 0	“resultado”
- 7 0 ↓	
1 0 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 14 cabem em 100 a resposta será 7 que ficará no quociente o resultado de $7 \times 14 = 98$ ficará embaixo do 100, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
5 0 0 0 0	14
- 0 ↓	—
5 0	<u>0 3 5 7</u> _
- 4 2 ↓	quociente
8 0	“resultado”
- 7 0 ↓	
1 0 0	
- 9 8	
2	

Este foi o quarto ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 0) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
5 0 0 0 0	14
- 0 ↓	<u>0 3 5 7</u> _
5 0	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
8 0	
- 7 0 ↓	
1 0 0	
- 9 8 ↓	
2 0	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 14 cabem em 20 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 14 = 14$ ficará embaixo do 20, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
5 0 0 0 0	14
- 0 ↓	<u>0 3 5 7 1</u>
5 0	quociente
- 4 2 ↓	"resultado"
8 0	
- 7 0 ↓	
1 0 0	
- 9 8 ↓	
2 0	
- 1 4	
6	

Este foi o quinto ciclo e finalmente chegamos ao final, pois o dividendo não possui mais números e o resultado da divisão é 3571 e o resto é 6, ou seja, $50000 = 14 \times 3571 + 6$.

Divisão de número natural por número natural múltiplo de 10 e quociente racional.

o) $6253 : 380$

Para começarmos verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 380 é natural; então, podemos iniciar a divisão, mas neste momento podemos usar um número natural menor no divisor.

Então, transformando a divisão em forma de fração e encontrando a fração equivalente temos:

$$6253 : 380 = \frac{6253}{380} = \frac{625,3}{38} = 625,3 : 38$$

Ou seja, a fração foi dividida por 10.

Usando $625,3 : 38$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
625,3	38

	_ _ _ , _
	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 38 cabem em 6 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 38 = 0$ ficará embaixo do 6, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0	-----
6	0 _ _ , _
	quociente
	“resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo (o número 2) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0 ↓	0 _ _ , _
6 2	quociente
	“resultado”

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 38 cabem em 62 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 38 = 38$ ficará embaixo do 62, subtraindo, será efetuada a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0 ↓	0 <u>1</u> _ , _
6 2	quociente
- 38	“resultado”
2 4	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 5) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0 ↓	0 <u>1</u> _ , _
6 2	quociente
- 38 ↓	“resultado”
2 4 5	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 38 cabem em 245 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 38 = 228$ ficará embaixo do 32, subtraindo, será efetuada a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0 ↓	0 1 6, _
6 2	quociente
- 3 8 ↓	"resultado"
2 4 5	
- 2 2 8	
1 7	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 9) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0 ↓	0 1 6, _
6 2	quociente
- 3 8 ↓	"resultado"
2 4 5	
- 2 2 8 ↓	
1 7 3	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 38 cabem em 173 a resposta será 4 que ficará no quociente o resultado de $4 \times 38 = 152$ ficará embaixo do 173, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
6 2 5,3	38
- 0 ↓	0 1 6, 4
6 2	quociente
- 3 8 ↓	"resultado"
2 4 5	
- 2 2 8 ↓	
1 7 3	
- 1 5 2	
2 1	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final. Como o dividendo já possuía casas decimais, o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 16,4 e o resto é 2,1 (devido o 21 ser resto da primeira casa decimal do dividendo), ou seja, $625,3 = 38 \times 16,4 + 2,1$.

p) $7981 : 500$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 500 é natural; então, podemos iniciar a divisão, mas neste momento podemos usar um número natural menor no divisor.

Então, transformando a divisão em forma de fração e encontrando a fração equivalente temos:

$$7981 : 500 = \frac{7981}{500} = \frac{79,81}{5} = 79,81 : 5$$

Ou seja, a fração foi dividida por 100.

Usando $79,81 : 5$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente “resultado”.

dividendo	divisor
79,81	5

	--'--
	quociente
	“resultado”

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 5 cabem em 7 a resposta será 1 que ficará no quociente o resultado de $1 \times 5 = 5$ ficará embaixo do 7, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- <u>5</u>	1 _ , _ _
2	quociente
	“resultado”

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo (o número 9) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- <u>5</u> ↓	1 _ , _ _
2 9	quociente
	“resultado”

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 29 a resposta será 5 que ficará no quociente o resultado de $5 \times 5 = 25$ ficará embaixo do 29, subtraindo, será efetuada a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- <u>5</u> ↓	1 5 , _ _
2 9	quociente
- <u>2 5</u>	“resultado”
4	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 8) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- <u>5</u> ↓	-----
2 9	<u>1 5</u> , --
- <u>2 5</u> ↓	quociente
4 8	"resultado"

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 48 a resposta será 9 que ficará no quociente o resultado de $9 \times 5 = 45$ ficará embaixo do 48, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- <u>5</u> ↓	-----
2 9	<u>1 5</u> , <u>9</u> -
- <u>2 5</u> ↓	quociente
4 8	"resultado"
- <u>4 5</u>	
3	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 1) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- <u>5</u> ↓	-----
2 9	<u>1 5</u> , <u>9</u> -
- <u>2 5</u> ↓	quociente
4 8	"resultado"
- <u>4 5</u> ↓	
3 1	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 5 cabem em 31 a resposta será 6 que ficará no quociente o resultado de $6 \times 5 = 30$ ficará embaixo do 31, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
7 9,8 1	5
- 5 ↓	
2 9 ↓	<u>1 5</u> , <u>9 6</u>
- 2 5 ↓	quociente
4 8 ↓	"resultado"
- 4 5 ↓	
3 1	
- 3 0	
1	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final. Como o dividendo já possuía casas decimais, o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 15,96 e o resto é 0,01 (devido o 1 ser resto da segunda casa decimal do dividendo), ou seja, $79,81 = 5 \times 15,96 + 0,01$.

q) $46 : 23000$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 23000 é natural; então, podemos iniciar a divisão, mas neste momento podemos usar um número natural menor no divisor.

Então, transformando a divisão em forma de fração e encontrando a fração equivalente temos:

$$46 : 23000 = \frac{46}{23000} = \frac{0,046}{23} = 0,046 : 23$$

Ou seja, a fração foi dividida por 1000.

Usando $0,046 : 23$ agora podemos iniciar a divisão.

Então, construa a estrutura do algoritmo com o dividendo, o divisor e os espaços para o quociente "resultado".

dividendo 0,046	divisor 23
	- , - - - quociente "resultado"

Neste momento faremos o primeiro ciclo dividindo o primeiro algarismo do dividendo, ou seja, vamos verificar quantos grupos de 23 cabem em 0 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 23 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo 0,0 4 6	divisor 23
- <u>0</u> 0	<u>0</u> , - - - quociente "resultado"

Este foi o primeiro ciclo, a partir deste momento o processo será repetido, no entanto o próximo algarismo do dividendo (o número 0) será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo 0,0 4 6	divisor 23
- <u>0</u> ↓ 0 0	<u>0</u> , - - - quociente "resultado"

Repetindo o ciclo temos que verificar quantos grupos de 23 cabem em 29 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 23 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,0 4 6	23
- 0 ↓	0, 0 _ _
0 0	quociente
- 0	"resultado"
0	

Este foi o segundo ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 4) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
0,0 4 6	23
- 0 ↓	0, 0 _ _
0 0	quociente
- 0 ↓	"resultado"
0 4	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 23 cabem em 4 a resposta será nenhum, ou seja, 0 (zero) que ficará no quociente o resultado de $0 \times 23 = 0$ ficará embaixo do 0, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,0 4 6	23
- 0 ↓	0, 0 0 _
0 0	quociente
- 0 ↓	"resultado"
0 4	
- 0	
4	

Este foi o terceiro ciclo, o processo será repetido utilizando o próximo algarismo do dividendo (o número 6) que será colocado ao lado do número que se obteve após a subtração formando um novo número para que se faça novamente a divisão.

dividendo	divisor
0,0 4 6	23
- 0 ↓	0, 0 0
0 0	quociente
- 0 ↓	"resultado"
0 4	
- 0 ↓	
4 6	

Neste ciclo temos que verificar quantos grupos de 23 cabem em 46 a resposta será 2 que ficará no quociente o resultado de $2 \times 23 = 46$ ficará embaixo do 46, subtraindo, será efetuado a subtração normalmente.

dividendo	divisor
0,0 4 6	23
- 0 ↓	0, 0 0 2
0 0	quociente
- 0 ↓	"resultado"
0 4	
- 0 ↓	
4 6	
- 4 6	
0	

Este foi o quarto ciclo e finalmente chegamos ao final. Como o dividendo já possuía casas decimais, o resultado também apresenta casas decimais e a divisão não apresentou diferença aos outros itens acima com relação as regras, sendo o resultado da divisão 0,002 e o resto é 0, ou seja, $0,046 = 23 \times 0,002 + 0$.

3.3.6 Resolução dos itens sugeridos no questionário aplicado para os acadêmicos da UNIFAP.

Como resolvemos, passo a passo, vários itens utilizando a divisão euclidiana, mostraremos a divisão completa.

- 1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$

Como o divisor é natural, ou seja, como 7 é natural podemos iniciar a divisão.

dividendo	divisor
4 2 1 5,0 0 0	7
- 0 ↓	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
4 2 ↓	0 6 0 2,1 4 2
- 4 2 ↓	quociente
0 1 ↓	"resultado"
- 0 ↓	
1 5 ↓	
- 1 4 ↓	
1 0 ↓	
- 7 ↓	
3 0 ↓	
- 2 8 ↓	
2 0 ↓	
- 1 4 ↓	
6	

Portanto o resultado da divisão é 602,142 e o resto é 0,006, ou seja, $4215 = 7 \times 602,142 + 0,006$.

b) $1020304 : 5 =$

Como o divisor é natural, ou seja, como 5 é natural podemos iniciar a divisão.

dividendo	divisor
1 0 2 0 3 0 4,0	5
- 0 ↓	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>
1 0 ↓	0 2 0 4 0 6 0,8
- 1 0 ↓	quociente
0 2 ↓	"resultado"
- 0 ↓	
2 0 ↓	
- 2 0 ↓	
0 3 ↓	
- 0 ↓	
3 0 ↓	
- 3 0 ↓	
0 4 ↓	
- 0 ↓	
4 0 ↓	
- 4 0 ↓	
0	

Portanto o resultado da divisão é 204060,8 e o resto é 0, ou seja, $1020304 = 5 \times 204060,8 + 0$.

c) $1,03 : 4 =$

Como o divisor é natural, ou seja, como 4 é natural podemos iniciar a divisão.

dividendo	divisor
1,030	4
- 0 ↓	0, <u>2</u> <u>5</u> <u>7</u>
10 ↓	quociente
- 8 ↓	"resultado"
23 ↓	
- 20 ↓	
30 ↓	
- 28 ↓	
2	

Portanto o resultado da divisão é 0,257 e o resto é 0,002, ou seja, $1,030 = 4 \times 0,257 + 0,002$.

d) $2 : 7 =$

Como o divisor é natural, ou seja, como 7 é natural podemos iniciar a divisão.

dividendo	divisor
2,000	7
- 0 ↓	0, <u>2</u> <u>8</u> <u>5</u>
20 ↓	quociente
- 14 ↓	"resultado"
60 ↓	
- 56 ↓	
40 ↓	
- 35 ↓	
5	

Portanto o resultado da divisão é 0,285 e o resto é 0,005, ou seja, $2,000 = 7 \times 0,285 + 0,005$.

e) $4,581 : 0,8 =$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 0,8 não é natural; então, não podemos iniciar a divisão.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural.

$$4,581 : 0,8 = \frac{4,581}{0,8} = \frac{45,81}{8} = 45,81 : 8$$

Ou seja, a fração foi multiplicada por 10.

Usando $45,81 : 8$ agora podemos iniciar a divisão.

dividendo	divisor
4 5,8 1 0	8
- 0 ↓	0 5,7 2 6
4 5	quociente
- 4 0	"resultado"
5 8	
- 5 6	
2 1	
- 1 6	
5 0	
- 4 8	
2	

Portanto o resultado da divisão é 5,726 e o resto é 0,002, ou seja, $45,810 = 8 \times 5,726 + 0,002$.

f) $65,79 : 3000 =$

Para começarmos, verificamos se o divisor é natural, ou seja, como 3000 é natural; então, podemos iniciar a divisão, mas neste momento podemos usar um número natural menor no divisor.

Antes transformaremos a divisão em forma de fração e encontraremos a fração equivalente com denominador sendo um número natural menor.

$$65,79 : 3000 = \frac{65,79}{3000} = \frac{0,06579}{3} = 0,06579 : 3$$

Ou seja, a fração foi dividida por 1000.

Usando 0,06579 : 3 agora podemos iniciar a divisão.

dividendo	divisor
0,06579	3
-0	
00	0,02193
-0	
06	quociente
-6	"resultado"
05	
-3	
27	
-27	
09	
-9	
0	

Portanto o resultado da divisão é 0,02193 e o resto é 0, ou seja, $0,06579 = 3 \times 0,02193$.

CONCLUSÃO

Este estudo teve o objetivo de definir quais as regras para efetuar a operação de divisão através da divisão euclidiana. Fizemos inicialmente um breve histórico sobre o algoritmo da divisão e apresentamos na sequência o resultado da pesquisa feita com acadêmicos da Universidade Federal do Amapá - UNIFAP, pesquisa esta que fez com que o nosso trabalho tivesse um caminho mais extenso, porém necessário; pois resolvemos analisar também alguns livros didáticos utilizados em escolas públicas e privadas para verificar a importância que é dada a tal algoritmo ao longo do ensino básico pelo simples fato de alunos e professores apresentarem dificuldades para realizar com segurança a divisão Euclidiana.

Percebemos que o algoritmo da divisão é realmente um procedimento simples e que pode ser feito com quatro regras (procedimentos). Desmistificando assim tal algoritmo como algo difícil de ser explicado por professores e ainda mais difícil de ser entendido por alunos.

Esperamos ainda que livros didáticos futuros utilizem novas abordagens com relação ao algoritmo da divisão; tornando-os práticos e com poucas regras, de modo que os alunos possam aprofundar e consolidar esta operação ao longo do ensino fundamental além de fortalecer a prática de professores para que atinjam seus objetivos com relação a operação de divisão.

ANEXOS– QUESTIONÁRIOS APLICADOS NA UNIVERSIDADE

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010; cursando: 7º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? Não sei dizer

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 4215 \overline{) 7} \\
 \underline{420} \\
 15 \\
 \underline{14} \\
 10 \\
 \underline{7} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 20 \\
 \underline{14} \\
 60 \\
 \underline{56} \\
 40 \\
 \underline{35} \\
 50 \\
 \underline{49} \\
 10
 \end{array}$$

A questão diz que é pra dividir até a terceira casa decimal, então meu primeiro passo foi ~~me~~ dividir 421, pra encontrar o valor aproximado foi multiplicando até que encontrasse 60 multipliquei por 7 e deu 420, de pra subtrair 421 - 420 deu 1 com 5 de cima ficou 15 de pra subtrair 15 - 14 deu 1. Multipliquei 2 por 7 deu 14 dividi por subtrair 14 - 15 deu 1. O 1 eu não posso dividir de 7 por ser menor que 7, então adicionei um zero no lado direito de 1, ficando agora 10 e coloquei uma vírgula no quociente e assim sucessivamente.

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 1020304 \overline{) 5} \\
 \underline{100} \\
 203 \\
 \underline{200} \\
 304 \\
 \underline{300} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

O primeiro se deu na divisão de três casas decimais quando foi possível. Dividi 1020304 por 5 e encontrei um valor aproximado de 20 multipliquei por 5 deu 100 e subtraí de 102 de que deu 2, como ainda tenho com decimais posso fazer 203 dividir por 5, só que 203 não é divisível por 5 então eu encontro um valor aproximado que foi 40 multipliquei por 5 deu 200 subtraí de 203 deu 3, abaixei 0 e 4 ficou 304 dividi por 5 achei o valor aproximado que foi 60 multipliquei por 5 deu 300 subtraí de 304, deu 4, O 4 é menor que 5 não posso dividir, então acrescento um 0 do lado direito fica 40 e posso uma vírgula no quociente, 40 da pra dividir por 5 que dá 8, $8 \times 5 = 40$ a conta terminou.

e) $4,581 : 0,8 =$ ✓

Cálculo	
$\frac{4581}{1000}$	$= \frac{4581}{1000} \cdot \frac{10}{8} = \frac{4581}{100} \cdot \frac{1}{8}$
$\frac{8}{10} = \frac{4581}{800}$	
$4581 \overline{) 800}$	
$- 4000$	$5172,6$
5810	
$- 5600$	
2100	
$- 1600$	
5000	
$- 4800$	
200	

Fiz o mesmo processo da C questão e fui resolvendo.

f) $65,79 : 3000 =$ ✓

Cálculo	
$\frac{6579}{10}$	$= \frac{6579}{30000}$
3000	
$65790 \overline{) 30000}$	$0,21$
60000	
57900	
$- 30000$	
27900	

Fiz o mesmo processo da C e E questão. Sabendo que $65,79$ é o mesmo que $\frac{6579}{10}$

Coloquei nessa forma e dividi por 3000 , que multipliquei por 10 ficando 30000 ficando 6579 dividido por 30000 que é menor.

$6579 < 30000$ logo não posso dividir acrescentei um zero em 6579 ficando 65790 , e adicionei um zero no quociente e assim fui dividindo.

c) $1,03 : 4 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r} 1,03 \overline{) 4} \\ 400 \overline{) 103} = 103 \\ 4 \overline{) 400} \\ 103 \overline{) 400} \Rightarrow 1030 \overline{) 400} \\ \underline{800} 0,2575 \\ 200 \\ \underline{-200} \\ 000 \\ \underline{-200} \\ 000 \\ \underline{-200} \\ 0 \end{array}$$

1,03 é menor que 4 então sei que 1,03 é o mesmo que $\frac{103}{100}$ e dividir por 4 que ficou $\frac{103}{400}$, ainda assim

104 é menor que 400 então adicionei um 0 a direita de 104 ficando 1040, em seguida coloquei 0 e vírgula no quociente e assim fui dividindo

d) $2 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 7} \\ \underline{-14} 0,28585 \\ 60 \\ \underline{-56} \\ 40 \\ \underline{-35} \\ 50 \\ \underline{-56} \\ 40 \\ \underline{-35} \\ 5 \end{array}$$

0 2 é menor que 7 então adicionei 0 do lado direito do algoritmo 2, ficando agora 20 e coloquei 0 no quociente com uma vírgula e fiz assim os outros processos.

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010 ; cursando: 7º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? (x)sim () não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? (x)sim () não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? 2 regras.

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo	
$\begin{array}{r} 4215 \\ 15 \\ 10 \\ 30 \\ -20 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 602,142 \end{array}$

A divisão começou pegando os primeiros 2 algarismos e dividindo por 7. Como deu exato, pegou-se os 3 últimos. Na primeira divisão deu um nº inteiro e sobrou 1, mas como não foi possível dividir 7 por 1 acrescentou um 0 e dividiu-se por 7 agora pois esse nº era maior que 7. Repetiu-se o processo até a 3ª casa decimal.

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo	
$\begin{array}{r} 1020304 \\ 2040608 \\ -2040608 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 20406,8 \end{array}$

Começou a dividir pelos 2 primeiros nºs. Como deu exato, pegou-se os outros 2 algarismos após. Novamente deu exato, daí pegou-se 30 e dividiu novamente, mais uma vez deu exato. Porém sobrou 4 não é divisível por 5. Acrescentou um 0 e uma vírgula no resultado.

c) $1,03 : 4 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r} 1,03 \overline{) 4} \rightarrow 103 \overline{) 400} \\ \underline{400} \\ 030 \\ \underline{230} \\ 800 \\ \underline{800} \\ -00- \end{array}$$

Como o dividendo apresenta vírgula, andou-se com a vírgula até que este n.º torna-se inteiro. Porém a quantidade de casas que a vírgula andou, foi a quantidade de 0 que acrescentou-se ao divisor. No entanto o dividendo ainda era menor que o divisor, logo acrescentou mais um 0 no dividendo e o 0 e uma vírgula no quociente. Desta foi menor que o divisor, logo acrescentou o zero e dividiu novamente. Repetiu-se esse mesmo processo.

d) $2 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 7} \\ \underline{20} \\ 60 \\ \underline{40} \\ -5- \end{array}$$

O dividendo é menor que o divisor, então acrescentou um 0 no dividendo e o e vírgula no quociente. Dividiu-se e o resto deu menor que o divisor, então acrescentou um 0 agora somente no dividendo e dividindo. Repetiu-se o processo.

e) $4,581 : 0,8 =$ ✓

Cálculo	
$4,581 \mid 0,8$	$\rightarrow 4581 \mid 800$
	5810
	2100
	5000
	-200-

Tanto dividendo quanto divisor possui vírgula, logo primeiramente andou-se com a vírgula até que o dividendo tornasse inteiro. Após verificar quantas casas andou a vírgula e aplicou-se no divisor p/ transformá-lo também em um n° inteiro. Após utilizou o mesmo processo de divisão.

f) $65,79 : 3000 =$ ✓

Cálculo	
$65,79 \mid 3000$	
ou	
$6579 \mid 30000$	
657900	0,0219
5790000	
-190000-	

O dividendo apresenta uma vírgula, então andou-se com a vírgula até deixar um n° inteiro. Após acrescentou-se um 0 no divisor de acordo com o n° de casas que foi andada no dividendo. Porém o dividendo ainda era menor que o divisor, daí acrescentou o 0 no dividendo. Como não foi suficiente acrescentou outro 0, daí o quociente recebeu o 0 e vírgula e posteriormente mais um 0. Após foi somente fazer a divisão e repetir o processo.

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2009; cursando: 8 semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (x) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? (x) sim () não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? 2

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo	
4215	7
21	6,371
50	
10	

A regra utilizada por dividir de número por número quando possível, no caso de não possível utiliza-se o zero e termo não zero no quociente para continuar os divisões.

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo	
1020304	5
20	204060,8
30	
40	

Aqui o processo é o mesmo número por número, como as divisões iniciais não existem e continuam acrescentando zeros no quociente para que o resultado seja exato.

c) $1,03 : 4 =$ ✓

Cálculo

1030	140
230	0,2575
300	
20	

O processo utilizado foi tomar o valor e número 1,03 em um número inteiro 103. Como possui dois zeros após o virgula acrescentamos dois zeros no dividendo e ainda assim o divisor fica menor que o dividendo, logo acrescentamos um zero no divisor e um zero e uma virgula no quociente

d) $2 : 7 =$ ✓

Cálculo

2	285...
20	0,285...
60	
40	

Aqui o processo foi sempre dar um zero no divisor, pois é menor que o dividendo, logo acrescentamos um zero e uma virgula no quociente

e) $4,581 : 0,8 = //$

Cálculo

$$\frac{4581}{1000} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{4581}{1000} \cdot \frac{10}{8}$$

$$\frac{4581}{800}$$

Aqui o processo utilizado
 foi transformação do número
 decimal em frações e a uti-
 lização da regra de divisão

f) $65,79 : 3000 = ✓$

Cálculo

$$\frac{6579}{100} = \frac{3000}{1}$$

$$\frac{6579}{100} \cdot \frac{1}{3000}$$

$$\frac{6579}{300000} = \frac{2193}{100000}$$

$$= 0,02193$$

Aqui transformamos o número
 decimal em fração e utilizamos
 a regra de divisão de
 frações e reduzimos a mesma
 dividindo numerador e denominador
 por 3.

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010; cursando: 6º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? (X) sim () não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? uma 4 ou 5 aproximadamente

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$

Cálculo

(*) $4215 \overline{) 602,143}$

015
 $- 14$
 $\cdot 10$
 $- 7$
 $\cdot 30$
 $- 28$
 $\cdot 20$
 $- 18$
2 \rightarrow Resto

$D = d \cdot Q + R$

Primeiro colocamos na forma do algoritmo de Euclides que é a forma representada em (*). Pegamos o primeiro termo, ou seja o 4, mas o quatro não dá pra dividir p/ 7 então pega mais o termo ao lado que é o 2. E vai operacionando conforme mostra o passo-a-passo do lado, como quer somente 3 casas decimais paramo como mostra ao lado

b) $1020304 : 5 =$

Cálculo

$1020304 \overline{) 20406,8}$

10
 $- 20$
 $\cdot 030$
 $- 30$
 $\cdot 040$
 $- 40$
 $- 0$

Neste item igualmente ao anterior colocamos na forma de Euclides. vemos que o primeiro termo não dá pra dividir por 5 logo pegamos seu adjacente também e fazemos as operações conforme mostra o passo-a-passo ao lado.

c) $1,03 : 4 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 1,03 \cancel{4} \\
 \Rightarrow 1030 \overline{)400} \quad (**) \\
 - 800 \quad 0,257 \\
 \hline
 2300 \\
 - 2000 \\
 \hline
 3000 \\
 - 2800 \\
 \hline
 200 -
 \end{array}$$

Neste exercício, com números decimais opere com a seguinte regra: ando com a vírgula p/ trás para tornar o número a ser dividido em um inteiro e a quantidade de "casas" andada, acrescento em zeros ao número que vai dividir como mostra (**). Contudo, o restante faz-se as operações ~~no~~. Conforme mostra o passo a passo ao lado.

d) $2 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{)7} \\
 \Rightarrow 20 \overline{)7} \rightarrow Q \\
 \hline
 20 \overline{)0,285} \\
 - 14 \\
 \hline
 60 \\
 - 56 \\
 \hline
 40 \\
 - 35 \\
 \hline
 \boxed{-5-}
 \end{array}$$

Neste item vemos que o número a ser dividido (2) é menor que o número que vai dividir (7), logo como isso acontece, usei o seguinte método: acrescento zeros ao número até tornar-se maior que o número que vai dividir, como acrescentei zero ao número, tenho que acrescentar um zero e uma vírgula no quociente (Q) e seguindo com a operação conforme ao lado.

e) $4,581 : 0,8 =$

$$\begin{array}{r} 4,581 \overline{) 800} \\ \underline{4000} \\ 5810 \\ \underline{5600} \\ 2100 \\ \underline{1600} \\ 5000 \\ \underline{4800} \\ \boxed{200} \end{array}$$

Cálculo
 Quociente
 Resto

igualmente ao usado ao item c, mas aqui o divisor também é decimal, usei a seguinte regra ando com a virgula p/ trás no dividendo até virar um número inteiro neste caso 3 "casas" decimais o mesmo no divisor, neste caso somente uma "casa" como no dividendo e maior o número de casas andados do que no divisor então completo o divisor com zeros até completar o

números de "casa" iguais do dividendo e divisor.

f) $65,79 : 3000 =$

$$\begin{array}{r} 65,79 \overline{) 3000} \\ 657900 \overline{) 300000} \\ \underline{600000} \\ 579000 \\ \underline{300000} \\ 2790000 \\ \underline{2700000} \\ \boxed{90000} \end{array}$$

Cálculo
 Quociente
 Resto

Analogamente ao item c temos um número decimal como dividendo, então, usando a mesma regra, ando com a virgula pra trás até virar um número inteiro e acrescento em zeros ao divisor, a quantidade de casa decimais andadas para tornar o dividendo inteiro. Ao fazer isso vemos que o dividendo fica menor que o divisor, então, usando a

mesma regra usada no item b, acrescenta-se zero até o dividendo ficar maior que o divisor e acrescentamos um zero e uma virgula no quociente.

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010 ; cursando: 7^o semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? 3

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo
$\begin{array}{r} 4215 \overline{) 7} \\ 10 \quad 602,142 \\ 30 \\ 20 \\ -6- \end{array}$

1^o) dividi 42 por 7 que deu 6 e acrescentei um zero ao lado de 6.
 2^o) dividi 15 por 7 que deu 2 (foi para o lado de zero) e sobrou 1
 3^o) acrescentei zero ao lado de 1 e uma vírgula ao lado de 2
 4^o) dividi 10 por 7 que deu 1 e sobrou 3, 1 foi para o lado da vírgula e 3 para baixo de 10. e assim sucessivamente.

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo
$\begin{array}{r} 1020304 \overline{) 5} \\ 40 \quad 204060,8 \end{array}$

1^o) dividi 10 por 5 que deu 2 e acrescentei um zero.
 2^o) dividi 20 por 5 que deu 4 e acrescentei zero.
 3^o) dividi 30 por 5 que deu 6 e acrescentei zero.
 4^o) abaixei o 4 e acrescentei um zero ao lado de 4 e vírgula ao lado de zero e dividi 40 por 5

c) $1,03 : 4 =$

Cálculo	
1,03	$\overline{) 4}$
10	2
23	25,75
30	
20	

macete:

1º) andei a vírgula 2 casas para trás

2º) dividi 103 por 4 que deu 25,75

3º) andei a vírgula 2 casas para frente.

d) $2 : 7 =$

Cálculo	
2	$\overline{) 7}$
20	2
60	0,285
40	
-5-	

1º) acrescentei um zero ao lado de 2 e 0, no quociente

2º) dividi 20 por 7 que deu 2 e sobrou 6

3º) acrescentei zero ao lado de 6

4º) dividi 60 por 7 que deu 8 e sobrou 4

5º) acrescentei zero ao lado de 4

6º) dividi 40 por 7 que deu 5 e sobrou 5

e) $4,581 : 0,8 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 4,581 \overline{) 0,8} \\
 \underline{4581} \\
 58 \\
 \underline{21} \\
 5
 \end{array}$$

- 1º) Move de 0,8 para 8 e acrescenta 0, no quociente
- 2º) Ignorei a vírgula de 4,581
- 3º) Fiz a divisão de 4581 por 8

f) $65,79 : 3000 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 65,79 \overline{) 3000} \\
 \underline{6579} \\
 5790 \\
 \underline{2790} \\
 -900-
 \end{array}$$

- 1º) 65,79 move a vírgula 2 casas para trás 6579
- 2º) fiz a divisão de 6579 por 3000
- 3º) 2,19 move a vírgula 2 casas para frente 0,0219

c) 1,03 : 4 = ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 1,03 \overline{) 4} \\
 \Rightarrow 103 \overline{) 4} \\
 \quad 30 \quad 25,75 \\
 \quad \underline{20} \\
 \quad 00 \\
 \quad \underline{00} \\
 \quad 00 \\
 \quad 00
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \Rightarrow 1,03 \overline{) 4} \\
 \quad (-0-) \quad 0,2575
 \end{array}$$

$P = d \cdot a + r$
 $P = d \cdot a + r$
 $r = a$

Para esse divisão e se o 1 conta a casa decimal para a direita, depois esse dividir quando terminamos a divisão e se conta duas casa decimal do divisor e no quociente que vai ter o resultado depois e ao verificar se o divide e igual ao divisor vezes o quociente mais o resto.

d) 2 : 7 = ?

Cálculo

[Faint handwritten calculations and notes are visible in this box]

[This box contains horizontal lines for writing, but no text is present.]

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010; cursando: 6º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? _____

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo

⇒ 602,142

Como se o resto fosse no mesmo número em 7 partes a cada casa decimal.

1º DIVISÃO INTEIRA:

$$\begin{array}{r} 4215 \overline{) 7} \\ \underline{015} \\ 602 \end{array}$$

↓

INTeiro = 602

1º CASA DECIMAL = $1/7 = 10 \overline{) 7}$
 $ - 7 $
 $ 01$

2º CASA DECIMAL = $3/7 = 30 \overline{) 7}$
 $ - 21 $
 $ 04$

3º CASA DECIMAL = $2/7 = 20 \overline{) 7}$
 $ - 14 $
 $ 002$

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r} 1020304 \overline{) 5} \\ \underline{020} \\ 030 \\ 04 \end{array}$$

1º CASA DECIMAL = $40/5 = 8$
 $ - 40 $
 $ 008$

204060,8

Di	D	NUMEROS
R	Q	Menor
		divisor
		Resto

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010 ; cursando: 7º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? sim () não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? sim () não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? umas duas "eu acho" mas não lembro bem da definição.

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 \overline{4215} : 7 \\
 \underline{420} \\
 15 \\
 \underline{14} \\
 10 \\
 \underline{7} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 20
 \end{array}$$

Notiquei que 42 é divisível por 7 pois da 6, aumentei uma casa pegando 421 e procurei um número que aproximasse o resultado para a divisão por 7, encontrei 60, $60 \times 7 = 420$, fica faltando 1 para 421, então eu subtraí 420 de 421 sobrando 1 desci o 5 que ainda não tinha usado 1,5 deu 15 dividindo por 7 dá 2 e sobra 1 mas 1 é menor que 7 então eu acrescento 0 a ele 1 e uma vírgula no meu resultado e continuo fazendo sucessivas divisões.

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 \overline{1020304} : 5 \\
 \underline{1020} \\
 304 \\
 \underline{300} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

A princípio pensei em pegar de dois em dois, para dividir por 5 mas ao final não batia o resultado, então procurei um número que multiplicado por 5 fosse próximo ou igual a 1020, encontrei 204 que dá exatamente 1020 então $1020 - 2020 = 0$, assim me restou dividir 304 por 5, novamente procurei um número próximo ou igual, achei 60, $60 \times 5 = 300$, $304 - 300 = 4$, mas como 4 é menor de 5 acrescentei a ele o zero (0) o que ficou 40, $40 : 5 = 8$, exatamente $5 \times 8 = 40$.

c) $1,03 : 4 = //$

Cálculo

$$1,03 \overline{)4} = \frac{103}{100} = \frac{103}{400}$$

$$103 \overline{)400}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 80 \\ \hline 200 \end{array}$$

0,250

neste caso aqui não lembro muito bem das regras, mas comecei com a vírgula para a direita uma vez e depois mais outra. não sei se fiz certo, então 10 é menor que 40, acrescentei um zero do outro lado um zero é uma vírgula, $100 : 40$ dá 2 e sobram 20.

d) $2 : 7 = \checkmark$

Cálculo

$$2 \overline{)7}$$

$$20 \overline{)7}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 14 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 35 \\ \hline 5 \end{array}$$

0,285

2 é menor que 7, então acrescento ao 2 um zero, e no lugar do resultado um zero e uma vírgula assim podemos dividir 20 por 7 que dá 2 por $2 \times 7 = 14$ e para 20 sobram 6, 6 é menor que 7, acrescento-lhe 0 e do outro lado não preciso por mais uma vírgula continuo só com as divisões e subtrações.

e) $4,581 : 0,8 =$

Cálculo

$$4,581 = \frac{4581}{1000}$$

$$0,8 = \frac{8}{10} \rightarrow \frac{4581}{1000} = \frac{45810}{8000}$$

$$\frac{45810}{8000} = 4,101$$

$$\begin{array}{r} 4,581 \overline{) 45810} \\ \underline{-40000} \\ 8100 \\ \underline{-8000} \\ 10000 \\ \vdots \end{array}$$

transformei os números em frações para uma melhor "manipulação" das operações, segui os passos que já havia feito antes, buscando valores menores ou iguais, dos números que eu pegava para cada parte da divisão.

f) $65,79 : 3000 =$

Cálculo

$$65,79 \overline{) 3000} = \frac{6579}{100} \overline{) \frac{3000}{100}} = \frac{6579}{100} \overline{) 30000}$$

$$6579 \overline{) 300000}$$

$$\begin{array}{r} 657900 \overline{) 300000} \\ \underline{600000} \\ 79000 \\ \vdots \end{array}$$

Idem e)

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010; cursando: 7º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? Nenhuma

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$

Cálculo	
$\begin{array}{r} 4215 \overline{) 7} \\ -42 \\ \hline 15 \\ -14 \\ \hline 10 \\ -7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline 6 \end{array}$	Resultado $62,1$

Na divisão de 4215 por 7, divide a 42 por 7 obtendo 6; multiplica $6 \times 7 = 42$ e então subtrai $42 - 42 = 0$ restando somente 15. Divide 15 por 7 = 2, multiplica $2 \times 7 = 14$, faz a diferença de $15 - 14 = 1$, como 1 é menor que 7 acrescenta 0 após o 1 transformando em 10 e coloca uma vírgula após o resultado já obtido. Continua dividindo 10 por 7 e assim sucessivamente.

b) $1020304 : 5 =$

Cálculo	
$\begin{array}{r} 1020304 \overline{) 5} \\ -10 \\ \hline 20304 \\ -20 \\ \hline 304 \\ -30 \\ \hline 40 \end{array}$	Resultado $246,8$

Na divisão de 1020304 por 5, começa separando os valores da dividenda que sejam maiores que 5; ou seja, 10, 20, 30. Divide 10 por 5 = 2, sobra resto 0; 20 por 5 = 4 resto 0 e 30 por 5 = 6 resto 0. Como 4 é menor que 5, coloca um 0 após o 4, transformando em 40 e põe uma vírgula após o resultado já obtido. Continua a conta dividindo 40 por 5 = 8 e dá resto zero. Tendo como resultado a junção de todas essas operações.

c) $1,03 : 4 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 1,03 \overline{) 4} \quad \} \times 10^2 \\
 103 \overline{) 400} \\
 103 \overline{) 40} \\
 \quad 0, \\
 103 \overline{) 40} \\
 \underline{-80} \quad 0,2575 \\
 \quad 230 \\
 \underline{-200} \\
 \quad \quad 300 \\
 \underline{-280} \quad \text{Resultado} \\
 \quad \quad \quad 200 \\
 \underline{-200} \\
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Resultado
0,2575

Na divisão de 1,03 por 4. Multiplica toda a equação por 10^2 para transformá-la em número inteira e facilitar a conta, obtendo 103 por 400, como o dividendo é menor que o divisor, começa diminuindo o divisor, onde acrescenta um [0] no resultado e retira um [0] do divisor, ficando $40 < 103$. Agora efetua a divisão de 103 por 40 e o resultado desta acrescenta após a vírgula de [0,].

d) $2 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 7} \Rightarrow \\
 2 \overline{) 7} \\
 \quad 0, \\
 20 \overline{) 7} \\
 \underline{-14} \quad 0,285 \\
 \quad 60 \\
 \underline{-56} \\
 \quad \quad 40 \\
 \underline{-35} \\
 \quad \quad \quad 5
 \end{array}$$

Na divisão de 2 por 7. Como o dividendo é menor que o divisor $2 < 7$. Transforma o 2 para 20 e acrescenta um 0, na frente do resultado de 20 por 7. Obtendo assim como resultado 0,285

e) $4,581 : 0,8 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 4,581 \overline{) 0,8} \quad \left. \vphantom{4,581} \right\} \times 10^3 \\ 4581 \overline{) 800} \\ 4581 \overline{) 800} \\ -4500 \quad 5,1 \\ \hline 810 \\ -800 \\ \hline 10 \end{array}$$

Resultado
5,1

Na divisão de 4,581 por 0,8. multiplica a equação por 10^3 para transformá-la em num. inteiros e facilitar a conta. Obtém-se 4581 por 800. Vai operar a equação como feita no exemplo c).

f) $65,79 : 3000 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{l} 65,79 \overline{) 3000} \Rightarrow \times 10^2 \\ 6579 \overline{) 300000} = \\ 6579 \overline{) 3} \Rightarrow \\ \quad \quad \quad 0,0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6579 \overline{) 3} \\ -6 \quad \quad 0,00002193 \\ \hline 579 \\ -3 \\ \hline 279 \\ -27 \\ \hline 9 \\ -9 \\ \hline 0 \end{array}$$

Resultado
0,00002193

Idem ao exemplo c).

2

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010 ; cursando: 07 semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? não lembro, só na quarta série

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 4215 \overline{) 7} \\
 \underline{010} \\
 30 \\
 \underline{-1} \\

 \end{array}$$

$602,142$

Dividi 42 por 7, depois coloquei o resto, dividi 15 por 7 e o resto.

b) $1020304 : 5 =$ ✓

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 1020304 \overline{) 5} \\
 \Rightarrow \\
 \begin{array}{r}
 204060 \\
 \times 5 \\
 \hline
 1020300
 \end{array}
 \end{array}$$

204060

pedir um resultado aproximado e multiplique por 5, e o que sobra coloque no resto.

$$c) 1,03 : 4 = //$$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 1,03 \overline{) 4} \\ 10,03 \overline{) 4} \\ 2,03 \quad 0,205 \\ 20,03 \\ -0,03- \end{array}$$

Não há resposta

$$d) 2 : 7 = //$$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 7} \\ 60 \quad 0,208 \\ -4- \end{array}$$

Resposta com o ponto e decimal

e) $4,581 : 0,8 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 4,581 \overline{) 0,8} \\
 45,81 \overline{) 8} \\
 \underline{5,81} \quad 5,06002 \\
 50,81 \\
 \underline{2,81} \\
 20,81 \\
 \underline{- 4,81} -
 \end{array}$$

considerar como caso decimal no divisor e
 dividir de modo normalment...
 Depois acrescentar um 0 de um lado
 e 0 no outro

f) $65,79 : 3000 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r}
 65,79 \overline{) 3000} \\
 0,06579 \overline{) 3} \\
 \underline{10,06579} \quad 0,303 \\
 1,06579 \\
 \underline{11,06579} \\
 - 12,06579 -
 \end{array}$$

movê os zeros

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2010; cursando: 6 semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (X) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? Nenhuma

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$

Cálculo

$$\frac{4215}{7} = x$$

$$4215 = 7x \Rightarrow [615, 605]$$

ou seja $605 < x < 615 \Rightarrow x$

$$4215 = 7(x - 10)$$

$$4215 = 7x - 70$$

$$4215 + 70 = 7x$$

$$4285 = 7x$$

$$\frac{4285}{7} = x$$

$x = 7 \times 612 + 1$

Para esta igualdade ser verdadeira, temos que x está em um intervalo: $605 < x < 615$, sendo assim a diferença entre os extremos é 10. Temos uma equação do 1º grau, efetuando a divisão de $4285/7$, vamos obter um número da forma $f(x) \times q(x) + r(x) = 7 \times 612 + 1$, que confirma a igualdade.

b) $1020304 : 5 =$

Cálculo

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2009 ; cursando: 7º semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? (sim () não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? (sim () não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? Várias.

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 =$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 4215 \overline{) 7} \\ \underline{42} \\ 015 \\ \underline{14} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 6 \end{array}$$

Para dividir 4215 por 7, vamos dividir passo a passo, como 427 e não dá, para dividir juntamos 4 com 2 e formamos o nº 42, assim podemos dividir por 7. Para sabermos o resto da divisão de 42 por 7, basta pegar o resultado da divisão que é o quociente e multiplica por 7 que é o divisor, o resultado subtraímos de 42 que é o dividendo.

esse processo fazemos as demais divisões.

b) $1020304 : 5 =$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 1020304 \overline{) 5} \\ \underline{5} \\ 520304 \\ \underline{5} \\ 20304 \\ \underline{20} \\ 0304 \\ \underline{30} \\ 004 \\ \underline{40} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

Aqui novamente usei o mesmo processo da alternativa a).

c) $1,03 : 4 =$

Cálculo	
1030	400
- 800	0,20507
2300	
- 2000	
3000	
- 2800	
- 200	

Nessa divisão multipliquei o dividendo e o divisor por 100 para para trabalhar com uma divisão de números inteiros. Vejamos agora que a nova divisão ficou assim $103 | 400$, percebemos que o 103 é menor que 400 , Assim acrescentamos um zero no dividendo e zero virgula no quociente. Portanto 1030 é maior que 400 , Logo basta fazer as divisões.

d) $2 : 7 =$

Cálculo	
20	7
- 14	0,208
60	
- 56	
- 4	

Nesta divisão percebemos novamente que o dividendo é menor que o divisor. Logo basta acrescentar um zero no dividendo e zero virgula no quociente e fazer as divisões.

e) $4,581 : 0,8 =$

Cálculo	
4581	800
-4000	$5,702$
5810	
-5600	
2100	
-1600	
500	

Neste exemplo multiplique o dividendo e o divisor por 1000 para que desapareça a vírgula.

Depois basta ir dividindo passo a passo como nos exemplos anteriores.

f) $65,79 : 3000 =$

Cálculo	
657900	3000000
-600000	$0,022$
-57900	

Neste exemplo, novamente multiplique o dividendo e o divisor por 100 para desaparecer a vírgula. Depois acrescente dois zeros no dividendo e 0,0 no quociente. Agora é só fazer as divisões.

ALGORITMO DE EUCLIDES

Acadêmico(a) de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá

Ano de ingresso: 2009; cursando: 8^o semestre.

- Você possui segurança em realizar a operação de divisão usando o algoritmo de Euclides? (x) sim () não
- Você já ministrou aulas de divisão ensinando o algoritmo de Euclides? () sim (x) não
- Quantas regras você conhece do algoritmo de Euclides? uma (lubro no momento)

1) Usando o algoritmo de Euclides, divida cada item abaixo até a terceira casa decimal quando possível e descreva a(s) regra(s) utilizada(s) do algoritmo no espaço ao lado.

a) $4215 : 7 = //$

Cálculo
$\begin{array}{r} 4215 \overline{) 7} \\ -420 \quad 602 \\ \hline 15 \\ -14 \\ \hline 1 \end{array}$

Dividindo 421 por 7 temos o resultado 60 e se multiplicarmos 60 por 7 teremos 420. Como dividimos 421 por sete, basta subtraímos 421 menos 420 que é igual a 1 e como não temos o 5º pl dividir por sete baixamos e fica 15 / por 7 que será o valor + próximo igual a $2 \times 7 = 14$ e subtraindo $15 - 14$ sobra 1. Verificando $602 \times 7 = 4214 + 1 \text{ resto} = 4215$

b) $1020304 : 5 = //$

Cálculo
$\begin{array}{r} 1020304 \overline{) 5} \\ -100 \quad 204060 \\ \hline 203 \\ -200 \\ \hline 304 \\ -300 \\ \hline 4 \end{array}$

Dividindo a partir da terceira casa decimal $102 \div 5$ obtemos o resultado 20 multiplicando por 5 é igual a 100 para 102 falta 2, aí baixa 03 e fica $203 \div 5 = 40 \times 5 = 200$ pl 203 falta 3 e daí divide 304 por 5 que é igual a 60 $60 \times 5 = 300$ Para 304 falta 4 e como não podemos obter o valor exato de $4 \div 5$ o resto fica 4. Verificando: $204060 \times 5 = 1020300 + \text{resto } 4 = 1020304$ #

c) $1,03 : 4 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 1,03 \overline{) 4} \\ 103 \overline{) 400} \\ \underline{0,28} \end{array}$$

d) $2 : 7 = //$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 7} \\ 20 \overline{) 7} \\ \underline{-14} \quad 0,2 \\ -6- \end{array}$$

$0,285$

Como 2 não divide 7, então acrescenta-se um zero ao lado de 2 e um 0, ~~so~~ à frente da $\overline{)}$: Divisão (resultado)

Quef fica $20 \div 7 = 0,2 + \text{resto } 6$

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação, Brasília, 1997.

LOFINO, Raquel Aparecida. A Dificuldade da Aprendizagem da divisão no Ensino Fundamental. Revista LOGOS São José do Rio Pardo. 2012

ABRE, Carla Xaiene; PRADO, Marília; GEHHANNY, ANDRÉIA. Entendendo o Algoritmo da Divisão. Curitiba 2011.

SANTOS, César Augusto dos. Algoritmo da divisão de números naturais na 6ª série do ensino fundamental. Porto Alegre 2010.

DÁVILA, Gerusa Fortes Pereira. Porque ensiná-lo? Múltiplos aspectos do algoritmo da divisão no ensino básico. Niterói 2013.

MARTINEZ, Michelle Cristine Pinto Tyszka. Um olhar para a abordagem do conteúdo de divisão de Números naturais em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. Cuiabá – MT 2012.

SOUZA, Joamir Roberto de, *Vontade de saber matemática, 6º ano* / Joamir Roberto de Souza, Patricia Rosana Moreno Pataro. São Paulo: FTD, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática* / Luiz Roberto Dante. – 1. Ed. – São Paulo: Ática, 2012. – (Projeto Teláris matemática) Obra em 4v. para alunos do 6º ao 9º ano.

GIOVANNI, José Ruy, 1937. *A conquista da matemática: a + nova* / José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni Júnior. – São Paulo: FTD, 2002. – (Coleção conquista da matemática)