SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ADILSON MAIA NEGRÃO

O GEOGEBRA COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

BELÉM-PA

JUNHO/2015

ADILSON MAIA NEGRÃO

O GEOGEBRA COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Mestrado Profissional de Matemática da Universidade Federal do Pará, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Valcir João da Cunha Farias.

BELÉM-PA

JUNHO/2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Negrão, Adilson Maia, 1978-
O geogebra como proposta de intervenção pedagógica no ensino da função quadrática / Adilson Maia Negrão. - 2015.

Orientador: Valcir João da Cunha Farias.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2015.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Algebra. 3. Geometria. 4. Informática. 5. Educação. I. Título.

CDD 23. ed. 510.7

ADILSON MAIA NEGRÃO

O GEOGEBRA COMO PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso de Mestrado Profissional de Matemática da Universidade Federal do Pará, como pré-requisito para obtenção do Título de Mestre em Matemática

Aprovado em 19/06/2015

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Válcir João da Cunha Farias (Orientador) Universidade Federal do Pará – UFPA

Edilberto Oliveira Rozal

Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr. Anderson David de Souza Campelo Universidade Federal do Pará – UFPA

Arthur Almeida

Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida Universidade Federal do Pará – UFPA

AGRADECIMENTOS

A Deus, que em sua grandiosa majestade e bondade, sempre me guiando pelo melhor caminho, e ter me dado condições de lutar e alcançar os objetivos pretendidos para conclusão do Mestrado.

À minha mãe Conceição Maia e ao meu pai Armando de Jesus que me deram a vida e ensinaram a vivê-la com dignidade.

Aos meus irmãos Alice Raquel e Antônio Carlos que colaboraram para que pudesse trilhar esse caminho.

À minha querida esposa, Leida Saraiva, pela compreensão, amor, renúncia e apoio, que foi fundamental na minha caminhada, contribuindo com seus saberes e ajudando-me a vencer obstáculos.

Ao meu amado filho, Adiel Negrão, que a todo momento, sempre ao meu lado transmitindo sua alegria, afeto e companheirismo, ajudando no caminhar de cada dia.

Aos professores do Mestrado Profissional em Matemática no Pólo UFPA (PROFMAT) pelo empenho e competência em transmitir seus conhecimentos e vivências durante todo o programa colaborando para concluir as disciplinas e chegar a esta etapa do curso.

Aos meus colegas de turma do Mestrado que sempre me incentivavam a continuar e promoviam reuniões nas sextas-feiras com o objetivo de sanar as dúvidas das disciplinas estudadas.

Ao orientador desta pesquisa, professor Dr. Valcir João da Cunha Farias, que prontamente atendeu e abraçou a proposta de desenvolver este tema.

RESUMO

Este projeto de pesquisa de TESE do Mestrado Profissional em Educação Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFPA/ Instituto de Ciências Exatas e Naturais intitulado "O GeoGebra como proposta de intervenção pedagógica no ensino da Função Quadrática", trata a respeito do auxílio do GeoGebra como meio de estímulo e de inovação nas aulas de Matemática, especialmente sobre o ensino da função quadrática através de uma proposta de intervenção pedagógica a vir a ser realizada em sala de aula com alunos do 1º Ano do Ensino Médio da Escola EEFM Prof. "Leônidas Monte", em Abaetetuba/PA. Porém, infelizmente devido à greve dos professores estaduais no Estado do Pará, não foi possível a execução do mesmo que utilizaria o GeoGebra como ferramenta metodológico-interativa no ensino da função quadrática tornando o trabalho mais lúdico, ativo e dinâmico O procedimento metodológico da pesquisa, seria realizado através de uma Sequência didática composta de nove (09) aulas dispostas em quatro (04) módulos, a qual passou a compor o Projeto de intervenção, também apresenta dois (02) questionários a ser aplicado com os alunos, um no início das aulas da S.D. e o outro ao final. Tem por objetivo compreender como o ensino da função quadrática através da utilização educativa do GeoGebra pode se configurar em uma proposta de ação pedagógica no ensino da Matemática voltada para os alunos do Ensino Médio, através de uma proposta de intervenção simples e objetiva que ficará à disposição dos professores de Matemática e de Física (buscando a interdisciplinaridade) da citada escola em que este projeto seria aplicado. Insere-se na temática acerca da Educação Matemática, mais especificamente, Álgebra (devido ao estudo da função quadrática) e Geometria (por causa do estudo do gráfico da função quadrática), além da Informática Educativa, pelo fato do GeoGebra ser um software, e da Avaliação.

Palavras-chave: Educação Matemática, Função Quadrática, Informática Educativa, GeoGebra.

ABSTRACT

This project THESIS Professional Master's Research in Mathematics Education National Network - PROFMAT / UFPA / Institute of Exact and Natural Sciences entitled "GeoGebra as a pedagogical intervention proposal in the teaching of Quadratic Function," is about GeoGebra aid as means of stimulation and innovation in mathematics classrooms, especially on the teaching of quadratic function through a proposal of educational intervention would be held in the classroom with students of the 1st year of high school EEFM Prof. "Leonidas Monte" in Abaetetuba / PA. But unfortunately due to the strike of state teachers in the state of Pará, was not running the same you would use GeoGebra as a methodological-interactive tool in the teaching quadratic function making the most playful work, active and dynamic The methodological research procedure, would be accomplished through a didactic sequence composed of nine (09) arranged into four classes (04) modules, which became part of the intervention design also features two (02) questionnaires to be applied with students, one at the beginning of the SD of classes and the other at the end. It aims to understand how the teaching of quadratic function through the educational use of GeoGebra can be configured in a proposal for a pedagogical action in the teaching of Mathematics geared for high school students, through a proposal for a simple and objective intervention that will be available teacher of mathematics and physics (seeking interdisciplinarity) of the aforementioned school in this project would be implemented. Is part of the thematic about mathematics education, more specifically, Algebra (due to the study of quadratic function) and geometry (because of the quadratic function graph of the study), and the Educational Informatics, because the GeoGebra be a software, and Assessment.

Keywords: Mathematics education, Quadratic function, Educational informatics, GeoGebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

PROJETO DE INTERVENÇÃO

LISTA DE TABELAS

TUTORIAL PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Um grande desafio que a escola de Educação Básica vem enfrentando, ao longo dos tempos, é o ensino da Matemática; a forma, a metodologia, o domínio dos conteúdos ensinados, bem como a motivação dos alunos em querer aprender, pois, considerando que o cotidiano escolar, na maioria das vezes, procura oferecer uma rotina muito aquém do esperado pelos alunos e que o fenômeno da desistência dos mesmos pelo atual e estagnado processo de ensino-aprendizagem tem trazido inquietações a nível nacional e tem provocado reflexões sobre a urgente e profunda análise crítica sobre os índices de reprovação, especificamente oriunda das dificuldades de aprendizagem da disciplina de Matemática, e que muitas vezes ocasiona a evasão no Ensino Médio. Atualmente, alguns estudos e pesquisas apontam as dificuldades que muitos alunos, e também muitos docentes, têm encontrado em superar um ensino centrado em atividades pedagógicas tradicionais em detrimento a outras práticas pedagógicas mais lúdicas, dinâmicas, interativas e, que possibilite uma aprendizagem realmente significativa ao alunado.

Tais fatos serviram de motivação para este projeto que levou o pesquisador, após uma observação empírica, a perceber a necessidade de uma reflexão teórico-metodológica sobre que, como técnico em processamento de dados, professor do Ensino Médio e estudioso na área da Educação Matemática, lhe servisse de motivação na busca de conhecimentos matemáticos da educação formal através do contato e do uso de softwares livres, porém de cunho educativo, que auxiliasse no ensino-aprendizagem das funções quadráticas e, encontrou-se através do GeoGebra um meio de aplicabilidade, desde o contexto de sala de aula até a culminância no processo avaliativo dentro da motivação do software como ferramenta efetiva do processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos específicos de matemática nas séries de conclusão da etapa da Educação Básica.

Assim, o caráter e a importância social desta pesquisa se constituem na medida em que os sujeitos puderam interagir no contexto educacional apresentado, no movimento dialético entre os que buscam apreender um ensino de qualidade significativo, mais dinâmico, ativo, plural e, entre aqueles que procuram ensinar e encontrar alternativas à maneira como ensinam. A importância teórico-pedagógica e prática busca conhecer as causas e os meios pelos quais professores e alunos podem encontrar na utilização do GeoGebra, motivação, interesse e adesão necessária aos conhecimentos a respeito, aqui especificamente, da função quadrática.

Assim sendo, esta pesquisa possibilita uma fonte motivadora tanto aos professores quanto aos alunos: aos professores, que apesar de terem interesse, dispõem de pouco tempo, não encontram referências mais focadas às suas dificuldades metodológicas e, aos alunos por se tratar de uma proposta provocativa na superação das práticas cotidianas de ensino, além disto, esta pesquisa tem sua importância científica no fato de poder levantar determinadas causas dessa dificuldade apresentada tanto pelos alunos como pelos docentes e, a busca por uma resposta sobre como fazer uso do GeoGebra em uma proposta pedagógica que tenha embasamento científico e educativo.

Nesse sentido, procurou-se estabelecer uma sequência de argumentos que possibilitaram esclarecer o objetivo principal de compreender como o ensino da função quadrática através da utilização educativa do GeoGebra pode se tornar proposta pedagógica no Ensino Médio a partir dos caminhos teóricos metodológicos trilhados durante a pesquisa aqui apresentada e dividida em capítulos, a saber: o primeiro, intitulado *Referencial teórico e Áreas do trabalho desenvolvido* - Informática Educativa no ensino de Matemática e os demais capítulos que apresentam esclarecimento sobre os temas abordados neste trabalho, *GeoGebra*, *Ensino de função quadrática pelo método tradicional*, *A utilização do GeoGebra no ensino de função quadrática* e, por fim, *Aplicação da pesquisa*, cujo nome já informa, trata-se da descrição da pesquisa desde a justificativa da não execução das ações e da descrição sucinta da descrição metodológica até a *apresentação da proposta pedagógica* que apresenta uma descrição do projeto de intervenção pedagógica composto de uma sequência didática e de dois questionários a serem aplicados aos alunos.

Por fim, o tópico Conclusões apresenta as considerações finais e, também algumas ponderações que possam vir a auxiliar os docentes no ensino da função quadrática a partir do software GeoGebra. Nas Referências Bibliográficas estão as indicações dos textos que nortearam e contribuíram para a composição deste trabalho.

Este trabalho foi elaborado em dupla e embora resulte de uma pesquisa coletiva, em obediência ao Regimento do Profmat, declaro que as partes comuns são apenas o primeiro e segundo capítulo do desenvolvimento.

CAPÍTULO I

REFERENCIAL TEÓRICO E ÁREAS DO TRABALHO DESENVOLVIDO

1.1 INFORMÁTICA EDUCATIVA E O ENSINO ATUAL DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

A Informática educativa ou Informática na Educação é uma área ainda recente no âmbito educacional, e quanto ao termo que a define, Valente (1999, p.01) *apud* Pereira descreve que:

> O termo "informática na educação" [...] refere-se à inserção do computador no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares de todos os níveis e modalidades de educação. [...] A "informática na educação" que estamos tratando, enfatiza o fato de o professor da disciplina curricular ter conhecimento sobre os potenciais educacionais do computador e ser capaz de alternar adequadamente atividades tradicionais de ensino-aprendizagem e atividades que usam o computador. (2012, p.22).

E, a partir disso, a Informática educativa foi amplamente divulgada em diversos países. Aqui no Brasil, a inserção se deu através da promoção e da estimulação da entrada das Tecnologias da Informação e Comunicação- TICs- nas escolas brasileiras pelo governo federal:

> [...] uma das primeiras ações do governo em nível nacional, para promover e estimular a entrada das TICs nas escolas brasileiras ocorreu em 1981 com a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa. Sendo a partir desse evento que observamos o surgimento de projetos como Educom, Formar e Proninf.
> [...] As experiências vividas dentro desses projetos deram base para a criação do PROINFO – Programa Nacional de Informática na Educação – lançado em 1997 pela Secretária de educação a Distância (Seed/MEC). (PEREIRA, 2012, p.21).

Apesar disto, e destes programas terem sido ofertados à rede pública de ensino, o que se ver atualmente no ensino de Matemática aos alunos do Ensino Médio das escolas públicas é uma metodologia estagnada que se resume ao uso do quadro, dos cadernos e do livro didático impresso como únicos meios a serem utilizados no ensino- aprendizagem e isto, infelizmente, não é comum só ao Ensino Médio, mas que atinge seriamente o rendimento dos alunos nele inseridos, pois, segundo o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2013, cujo resultado foi divulgado em setembro de 2014, o Ensino Médio no Brasil atingiu nota 3,7, ficando abaixo da meta do Governo Brasileiro e da média dos países desenvolvidos (6,0). A taxa de reprovação e abandono beira os 30% no 1º ano e 1,7 milhão dos jovens entre 15 a 17 anos – correspondente à faixa etária regular do Ensino Médio – estão fora da escola.

Muitos autores discutem essa relação entre evasão escolar pelos jovens e a falta de mudanças no ensino brasileiro, sobre suas metodologias e seus atrativos pedagógicos curriculares; alguns refletem a necessária reorientação curricular em vistas de aproximar a escola das identidades juvenis. Juventude esta que, segundo as Diretrizes do Ensino Médio, precisam encontrar na escola a interligação dos princípios educativos por eles em voga: a ciência, o trabalho, a cultura e a tecnologia como bases para o princípio educativo, já que o distanciamento que muitas vezes se cria entre o fazer pedagógico docente e a cultura juvenil acaba por afastar muitos jovens da escola e tem levado muitos alunos ao fracasso escolar, principalmente em disciplinas da grade curricular comum como Língua Portuguesa e Matemática, são reflexos dessa realidade. Ao referir-se especificamente à matemática, D' Ambrósio cita sobre os fins últimos do ensino matemático, pela prática pedagógica:

> Adotando qualquer das teorias modernas de Aprendizagem mudando o currículo, inventando novas metodologias e utilizando tecnologia educacional estamos sempre focalizando a educação na esperança de que as crianças **e os jovens** aprend**a**m (1986, p.32, grifos meus).

Esse enunciado elucida que o fazer pedagógico na educação matemática deve estar intrinsecamente relacionado à utilidade e ao significado para a vida das pessoas, para que de fato possam aprender de forma significante e com relevância ao seu meio social, tais visões incorporam novas tendências no ensino-aprendizagem do ensino de matemática que abrangem a conexão com a realidade e sua explicação teórica e prática, a criação de novas metodologias que aproximem o currículo escolar ao ensino da vida dos alunos ou dos jovens é um dos caminhos viáveis à aplicação da informática educativa com um dos focos na verdadeira aprendizagem discente. Esta analise é reforçada por outra ideia que ressalta que:

> Paradoxalmente, enquanto há um excesso de conservadorismo em matemática e em educação durante a primeira metade do século XIX, há uma profunda riqueza de novas direções que a ciência e a sociedade estão tomando. (D'AMBRÓSIO, 1986, p.32)

Isso significa dizer que D' Ambrósio já refletia sobre a cultura da forma e/ou maneira com que os/as professores/as vêm ensinando em sua prática pedagógica gerando como consequência a dificuldade de aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio no campo de conhecimento matemático, mesmo depois da descoberta de várias possibilidades do sujeito ensinar e aprender. Em outras palavras, quando se analisa e se reflete sobre os processos mentais de aprendizagem de conhecimentos matemáticos aprende-se inúmeros caminhos e não uma única resolução, prática esta que acaba por levar muitos alunos a se decepcionarem com o ensino de matemática e acabam fracassando no meio escolar.

E muito desse fracasso escolar apresentado pelos alunos do Ensino Médio na área específica da Matemática tem estreita relação com o processo de ensino-aprendizagem específico de conteúdos ligados à fundamentação abstrata tais como àqueles estabelecidos aos ensinos dos conteúdos de Álgebra e Geometria que exigem compreensões mais elaboradas e distantes à sua realidade não pela intencionalidade do conhecimento em si, mas pela má utilização de estratégias metodológicas escolhidas pelos docentes que não interligam esse conhecimento abstrato à vivência cotidiana do aluno em seu princípio educativo, do trabalho, da cultura e, atualmente, da tecnologia, mais especificamente, da Informática educativa que segundo Almeida:

> [...] é um novo domínio da ciência que em seu próprio conceito traz embutida a idéia de pluralidade, de inter-relação e de intercâmbio crítico entre saberes e idéias desenvolvidas por diferentes pensadores.
> [...] essa nova visão sobre a aplicação de múltiplas teorias para explicar um fato sustenta- se em idéias de pensadores contemporâneos, como Piaget, Popper, Thomas Kuhn, Einstein, Capra, Boaventura Santos, Machado, Papert e outros. (2000, p. 19-20)

A idéia de pluralidade, de interrelação e de intercâmbio crítico entre saberes e ideias vem da concepção que a informática educativa "provém de uma ampla e abrangente abordagem sobre a aprendizagem, filosofia do conhecimento, domínio da tecnologia computacional e prática pedagógica", que a faz ser "uma rede dinâmica de temas ou especialidades inter-relacionados para propiciar a unificação de conhecimentos" (ALMEIDA, 2000, p. 22) a fim de transformar o processo de ensino- aprendizagem, saindo da pedagogia tradicional, não no intuito de aboli-la, mas no intuito de dinamizar o ensino de modo a levar os alunos a questionarem, a dialogarem e a integrarem novas ideias aos saberes transmitidos pelo professor, o qual, muitas vezes, não foi treinado para trabalhar em ambiente informatizado e que tem dificuldades por advir de uma época em que o acesso a tecnologia era muito restrito, ao contrário de seus alunos que nasceram e crescem em uma sociedade repleta de recursos tecnológicos cada vez mais acessíveis e que, por isso, acabam obtendo informações com maior facilidade, o que gera modificações nas relações entre o saber do professor e o dos alunos.

Porém, para que se entenda melhor tais mudanças, faz-se necessário distinguir as duas grandes linhas que norteiam a Informática educativa.

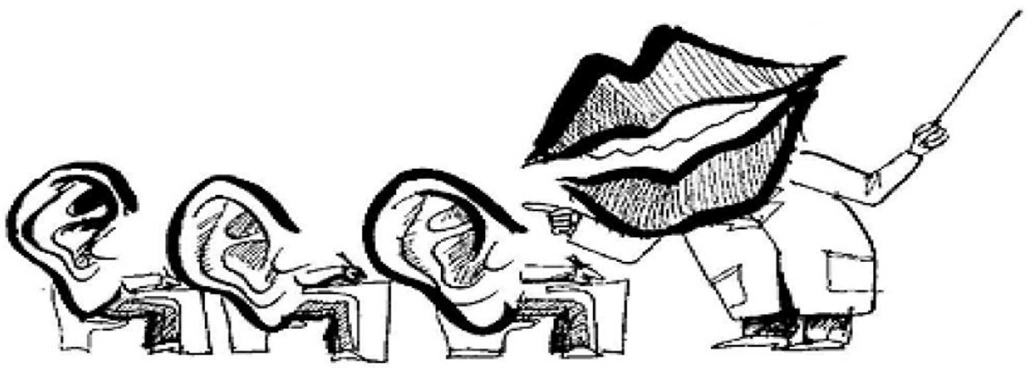
1.1.1 As duas grandes linhas da Informática educativa

A primeira das duas grandes linhas da informática educativa é a tratada por Valente (1993)[1] como abordagem Instrucionista que tem por objetivo o uso da informática apenas para servir de instrumento a uma instrução programada, ou seja, que sirva somente para que o programador (que não necessita ser o professor) selecione softwares de acordo com o conteúdo previsto em disciplinas que visam preparar os alunos para dominar os recursos da informática, ou apenas para a realização de uma pesquisa que vá complementar o ensino recebido em sala de aula, ou seja, que utilize o computador apenas como uma máquina de ensinar, ou seja, funciona como suporte, como reforço ou como complementação ao que acontece na sala de aula.

No Instrucionismo utiliza-se o computador como o instrumento que instrui (o que sugere o nome de tal abordagem, ver Figura 1) e contém as informações que serão ministradas ao aluno. Segundo Lima:

> Essa ação de municiar o computador com as atividades programadas para o ensino é realizada por meio de processo de transmissão de conteúdos programados e se perpetua quando um aluno faz uso do computador e, através dele, recebe o "pacote de informações" previamente programado. (2009, p.31)

Figura 1. Metáfora do ensino na abordagem Instrucionista.



Fonte: LIMA, 2009, p.42.

[1] Ver LIMA (2009, p.31)

Isto torna o aluno um mero espectador para um volume de conhecimentos já pré-determinados. E "Dentro dessa abordagem enquadram-se os softwares de tutoriais[2], exercício e prática, jogos educacionais e os simuladores" (VALENTE *apud* LIMA, 2009, p.31).

Esses softwares, para esta pesquisa, destacam-se os de exercício e de prática que permitem a prática e a revisão de conteúdos vistos em sala de aula, pelo educando, a partir de um processo de memorização e repetição, apresentando questões de um determinado assunto e que permite a resposta do aluno, fornecendo, em seguida, a resposta à questão dada. Já os Jogos Educacionais são softwares nos quais existem regras e também um objetivo específico a ser alcançado para vencer o jogo, combinando o entretenimento oferecido pelos jogos convencionais (chamados de "não pedagógicos") com a possibilidade de o aluno explorar algum conteúdo escolar específico. E os Simuladores: são softwares que permitem ao aluno poder moldar e explorar diferentes situações em um ambiente virtual, isso também significa uma economia, pois, evita a compra de equipamentos dispendiosos e caros que auxiliariam no ensino.

A abordagem Instrucionista tem sua importância, porque teve sua origem, e continua a ter espaço, dentro da informática na educação, já que, foi a partir dela que os computadores começaram a ser difundidos nos ambientes escolares, abrindo com isso um ponto de partida para a criação de reflexões e de novas possibilidades na utilização deste instrumento no ensino- aprendizagem em todos os níveis de ensino.

Já a segunda abordagem configura- se como uma alternativa à linha Instrucionista, é a Construcionista, idealizada por Seymour Papert, que, ao criticar o paradigma Instrucionista e ao introduzir seu pensamento, mostra que o computador deve ser utilizado como uma máquina de produção de conhecimento onde alunos e professores passam a ter a chance de elaborar projetos para solução de situações-problemas das mais diversas áreas. Quanto ao significado do termo:

> Papert (1986) sugeriu o termo construcionismo para designar a modalidade em que um aluno utiliza o computador como uma ferramenta com a qual ele constrói seu conhecimento. Valente (1993) afirma que Papert usou o termo construcionismo para "mostrar um outro nível de construção do conhecimento: a construção do conhecimento que acontece quando o aluno elabora um objeto de seu interesse, como uma obra de arte, um relato de

---

[2] Tutoriais são *softwares* que reproduzem a instrução programada, ou seja: "ensinam" um determinado conteúdo para o aluno. Geralmente são visualmente atrativos, possuem animações, som e texto usando o formato multimídia. (LIMA, 2009, p.31)

> experiência ou um programa de computador" (Valente, *op. cit.*, p.40). (LIMA, 2009, p.31)

No Construcionismo o computador surge como ferramenta de aprendizagem, como uma ferramenta educacional, e o seu uso em um ambiente de aprendizagem é utilizado para além da transmissão de conteúdos programáticos/curriculares, e dentro dessa perspectiva, o computador surge como uma ferramenta educacional, e a informática não é vista como a "chave para o conhecimento", e sim como:

> [...] uma ferramenta tutorada pelo aluno que lhe permite buscar informações **que** podem ser integradas pelo aluno em programas aplicativos e, com isso ele tem a chance de elaborar o seu conhecimento para representar a solução de uma situação- problema ou a implementação de um projeto. [...] Todas essas situações levam o aluno a refletir sobre o que está sendo representado. (ALMEIDA, 2000, p. 32)

Desse modo, "fica explícita a idéia de que com o 'computador ferramenta' o aluno será o sujeito promotor de uma ação, ou seja: seu lugar deixa de ser o de espectador e passa a ser o de agente." (LIMA, 2009, p.33), e Valente (1993, p.12) *apud* Lima (2009, p.33), também explica que "segundo esta modalidade, o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, a aprendizagem ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por meio do computador", tarefa esta que, neste trabalho, auxiliou no ensino da função quadrática através de um software educativo voltado para matemática, o GeoGebra.

Mas, existem vários softwares que propiciam o uso do computador como uma ferramenta, entre eles estão as planilhas eletrônicas, os gerenciadores de bancos de dados e os mecanismos de busca na internet (os servidores como o Google), as ferramentas de cooperação e de comunicação em rede, como: as redes sociais, a exemplo do Facebook e do Twitter.

As Planilhas eletrônicas, como o Excel da Microsoft Office e o Calc do OpenOffice, são softwares que permitem a criação e a manipulação de cálculo − utilizadas, geralmente, para formular folhas de pagamentos, gráficos e também para armazenar informações que podem ser utilizados como dados em pesquisa, relatórios e estatísticas. Os Gerenciadores de bancos de dados servem de base para os sistemas de informações que atendem a diversas áreas, inclusive a da educação, e que permitem a criação de coleções de informações devidamente estruturadas, de forma a usá-las e compartilhá-las, assim, são usados, por exemplo, em bibliotecas, hospitais, comércio, indústria, internet etc. São exemplos destes: MySql, Oracle, Firebird, Postgress e MS-SQL Server. Já os mecanismos de buscas na internet, ou os chamados servidores ou browsers, são ferramentas que permitem ao usuário realizar buscas a conteúdos específicos dentro da rede mundial de computadores, além do Google, outros conhecidos são o Alta Vista, o Yahoo, entre outros. E as ferramentas de cooperação e comunicação em rede constituem meios virtuais de troca de mensagens e ações cooperativas, na Internet. Nestes enquadram-se o correio eletrônico (e-mail), as ferramentas de troca sincrônica de mensagens, por exemplo, o MSN e também as plataformas de educação à distância- EAD, tais como o Moodle e o Teleduc. E as Linguagens de programação são softwares que proporcionam o raciocínio lógico visando à solução de problemas por meio do uso do computador.

Assim, percebe-se o quanto a informática educativa e suas abordagens podem transformar o ambiente escolar, seu universo educativo, suas representações e sua dinâmica viabilizando situações específicas que interferem significativamente no processo de ensino aprendizagem e que, muitas vezes, passam despercebidos pelos próprios sujeitos ali presentes, e quanto ao aspecto pedagógico, considera-se que a didática, a metodologia e os recursos curriculares passam a ser feitos com objetivos específicos no processo de ensino assimilativo e não decorativo dos conteúdos, fazendo com que a escola torne-se um espaço contextualizado e atualizado às necessidades dos educandos.

Então, é preciso resignificar o papel das práticas pedagógicas no ensino de conteúdos, da forma, da metodologia, e da utilização da Informática educativa, para que assim, o ensino da matemática seja proposto de forma investigativa, fazendo com o aluno possa construir seu próprio aprendizado e para isto, a utilização de softwares educativos como o GeoGebra (o qual será detalhado a seguir), se constitui como aliada dos docentes na busca pela motivação dos alunos no ensino-aprendizagem da matemática (ver Figura 2).

Figura 2. Esquema representando as abordagens que compõem as linhas da Informática educativa.

Fonte: LIMA, 2009, p.35.

CAPÍTULO II
GEOGEBRA

2.1 O SOFTWARE GEOGEBRA

2.1.1 Definição e breve histórico sobre o GeoGebra

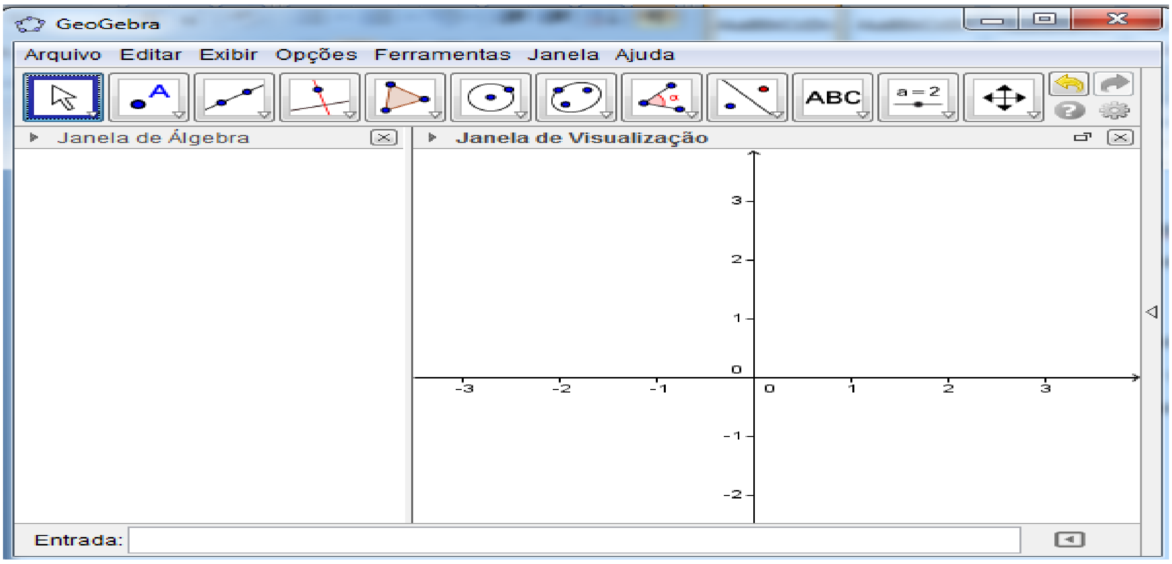
O aplicativo GeoGebra foi objeto de tese de doutorado de Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburgo, Áustria, e teve sua versão inicial criada no final de 2001, sendo um software gratuito, sua distribuição é livre nos termos da GNU General Public License, escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Foi desenvolvido para auxiliar no ensino e na aprendizagem da matemática. O objetivo principal do GeoGebra é dinamizar o estudo da geometria e da álgebra através do uso de recursos digitais como: tabelas, gráficos, estatística, probabilidade e também dos recursos aritméticos-cálculos, facilitando a investigação e o aprendizado de diversos conceitos matemáticos. Assim, a escolha de tal software se deu por que:

> O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica que permite construir e explorar objetos geométricos e algébricos, interativamente.
> Sua interface simples se mostra de fácil entendimento a partir de um menu e uma lista desdobrável de 09 botões que oferecem várias possibilidades de construção. O software oferece a opção de inserir o plano cartesiano e a malha quadriculada na área de trabalho. (ANDRADE *et al*, 2007, p.5)

Percebe-se que pelo GeoGebra há possibilidade de se apresentar, ao mesmo tempo, diferentes representações de um mesmo objeto, o que o torna uma excelente ferramenta didática no ensino da matemática em seus vários níveis de ensino, desde o ensino básico até o universitário.

A versão 5.0.19.0-3D foi utilizada no sistema Windows e escolhida por ser mais prática e didaticamente mais viável. Apresenta Menu, Barra de ferramentas, Linha de comando, Janelas e Ajuda (ver Figura 3).

Figura 3 Tela inicial do GeoGebra 5.0.19.0-3D



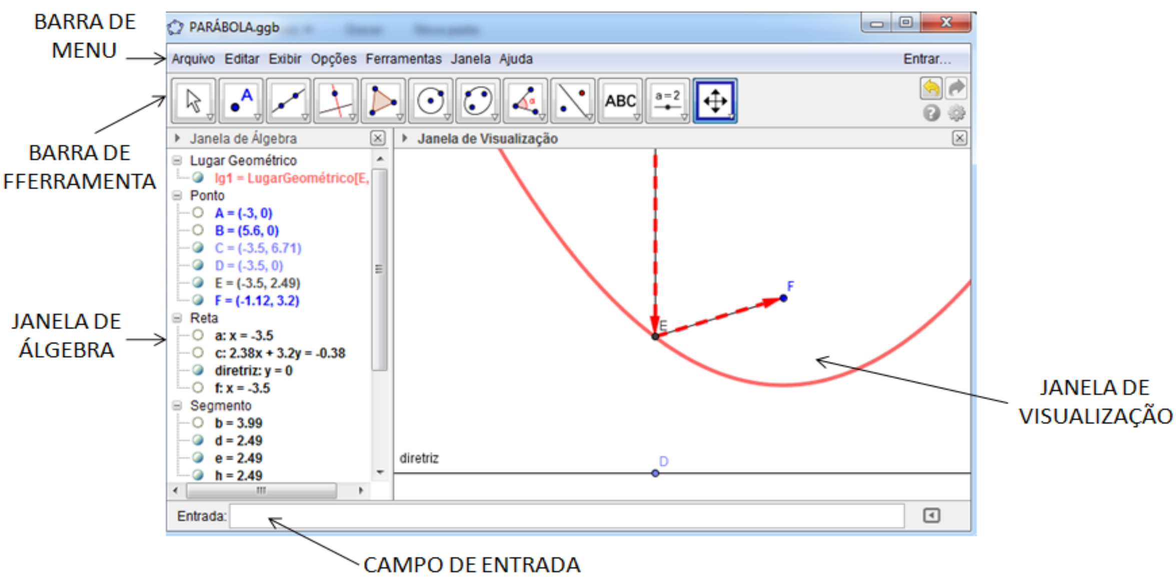
Fonte: Autor da pesquisa

2.2 DESCRIÇÃO DO USO DO GEOGEBRA NA PESQUISA: elementos utilizados

A partir de agora, será feito uma descrição do software GeoGebra para que se possa conhecer melhor sua interface e seus comandos, a fim de esclarecer seu uso como instrumento/meio didático utilizado na metodologia aplicada nesta pesquisa.

O primeiro ato é o do conhecimento a respeito do software utilizado, para isto, com o apoio do Data Show, apresenta-se a interface, a tela inicial e os respectivos itens que o compõe, como apresentado na figura 4.

Figura 4. Descrição da tela inicial do GeoGebra 5.0. 19.0-3D



Fonte: Autor da pesquisa

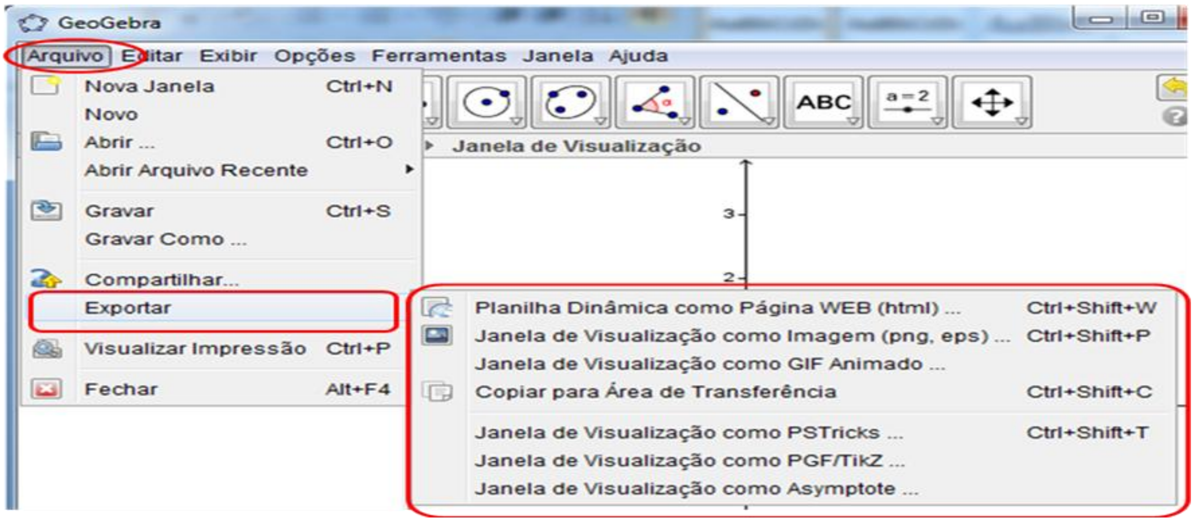
Os compostos Menu ou Barra de Menu devem ser apresentados muito brevemente, já que os itens são comuns a quase todos os softwares de acordo com a Figura 5..

Figura 5. Menu do GeoGebra

Fonte: Autor da pesquisa

Em alguns comandos do Menu aparecem itens que são de grande ajuda nas explicações e na execução de atividades, tais como o item *Arquivo*, que além dos comandos mais comuns (Novo, Abrir, Gravar, Visualizar Impressão e Fechar) contém o comando Exportar (Figura 6, abaixo) que permite enviar as construções feitas no GeoGebra a outros programas, facilitando na construção de apostilas e de exercícios e no envio via html (Planilha Dinâmica como Página WEB), além de várias janelas de visualizações que permitem a interatividade com o desenho construído no software.

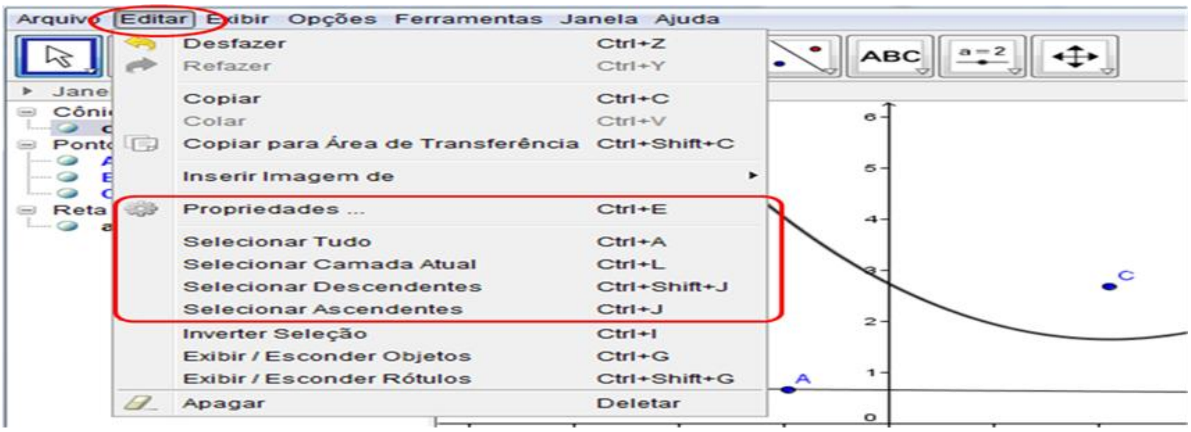
Figura 6. Comando Arquivo→Exportar



Fonte: Autor da pesquisa

Em *Editar* há comandos que só ficam habilitados/listados se alguma construção feita no GeoGebra for selecionada, o que pode ser feito selecionando alguma das opções do comando Propriedades (ver na figura 7 a seguir).

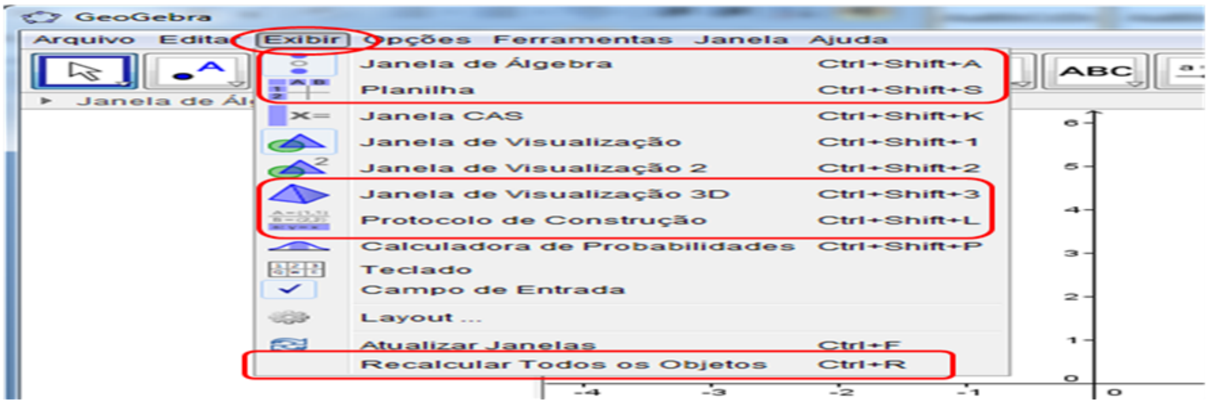
Figura 7. Comando Editar→Propriedades



Fonte: Autor da pesquisa

No *Exibir* há comandos específicos que foram de imensa valia para a aplicação deste projeto, tais como: a Janela de Visualização 3D (que é um dos diferencias nesta nova versão do GeoGebra), o acesso ao protocolo da figura em construção (Protocolo de Consrução), as barras específicas para construir gráficos de funções (Planilha e Janela de Álgebra) e Recalcular Todos os Objetos construídos, destacados na Figura 8.

Figura 8. Item Exibir



Fonte: Autor da pesquisa

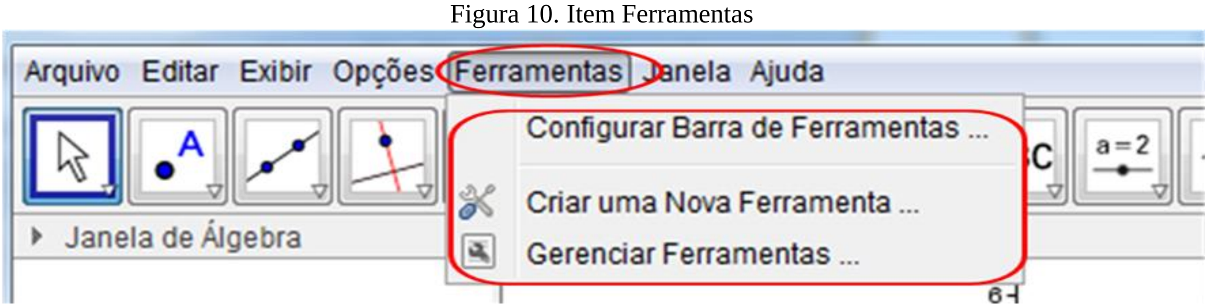
No item *Opções* foi utilizado o subcomando *Descrições Algébricas* que relaciona as leis das funções (Aqui, apenas da função quadrática), além dos comandos relativos aos numerais (Arredondamento) e ao texto (Rotular, Tamanho da Fonte e Idioma), (ver na figura 9 a seguir).

Figura 9. Item Opções

Fonte: Autor da pesquisa

Em *Ferramentas* é possível configurar a Barra de Ferramentas, gerenciar e até criar uma nova ferramenta de acordo com a necessidade de cada um, de acordo com a Figura 10.

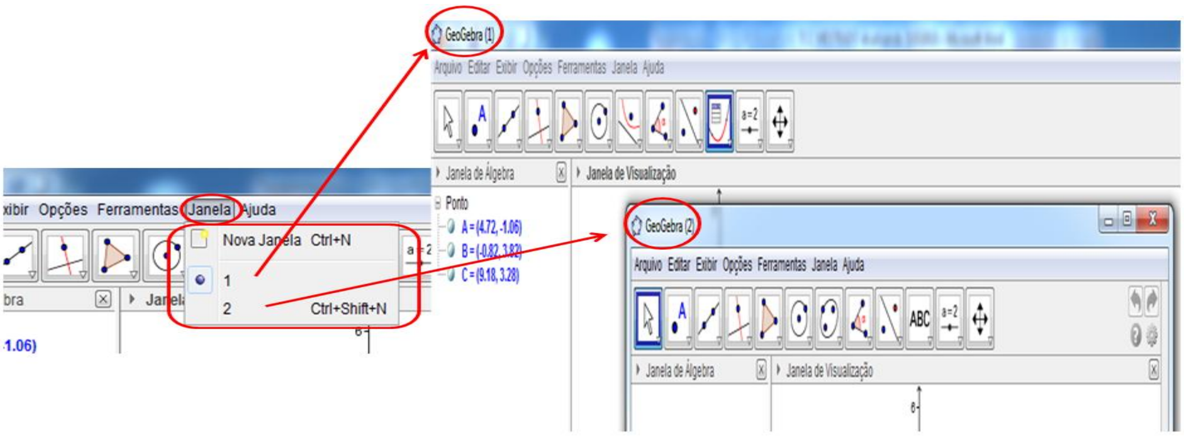
Figura 10. Item Ferramentas



Fonte: Autor da pesquisa

O item *Janela*, Figura 11, assume a mesma função presente em outros softwares (abrir novas janelas) mas, no GeoGebra, gera um novo arquivo do software.

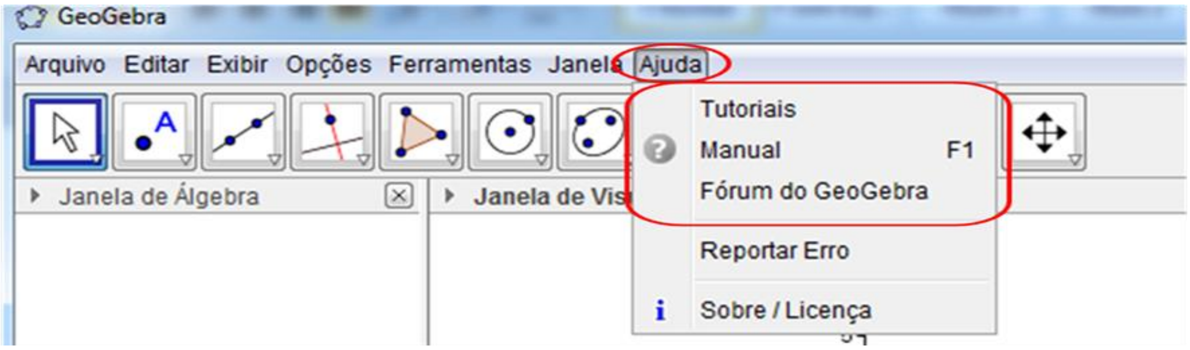
Figura 11. Item Ajuda, seus comandos e os arquivos abertos do GeoGebra



Fonte: Autor da pesquisa

O item *Ajuda*, é o último do Menu e diferencia-se por abrir acesso ao fórum (para tirar dúvidas e compartilhar recursos e construções feitas com/por outros usuários), aos Tutoriais e ao Manual do GeoGebra, destacados na Figura 12.

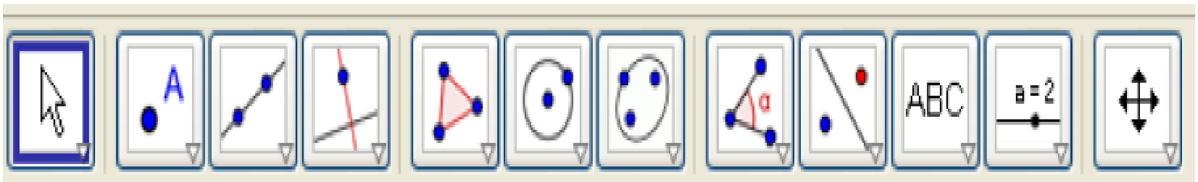
Figura 12. Item Ajuda e seus comandos



Fonte: Autor da pesquisa

B) A <u>Barra de ferramentas</u> (Figura 13, abaixo) permite o rápido acesso às construções já pré- definidas fornecidas pelo software estudado e é a área do software mais utilizada para esta pesquisa, além desta foram úteis alguns botões e seus respectivos anexos (disponíveis ao se acionar o ícone  disposto no canto direito de cada botão).

Figura 13. Barra de Ferramentas



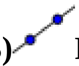
Fonte: Autor da pesquisa

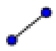
A utilização destes botões foi escolhida de acordo com os modelos e com as atividades propostas aos alunos, ou seja, bastante aleatória. Contudo, os mais utilizados foram os botões elencados abaixo.

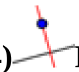
1)  **Mover:** usado para arrastar e largar objetos livres como pontos e retas com o *mouse*; pode-se ainda: apagar o objeto ao pressionar a tecla *Delete* ou movê-lo usando as setas do teclado (→ ← ↑ ↓).

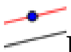
2)  **Novo ponto:** utilizado para se criar um novo ponto ao clicar na *Área Gráfica* (a Janela de Visualização que está em uso) e, clicando em um gráfico de função ou curva, pode-se criar um ponto nesse objeto.

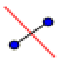
Apesar de, nesta pesquisa, ter-se focado exclusivamente na função quadrática, cujo gráfico é uma parábola (como veremos no Capítulo III que compõe este trabalho), foi realizado a demonstração e construção de retas com o uso dos botões dos itens 3 e 4 a seguir:

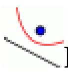
3)  **Reta (definida por dois pontos):** foi usado para demonstrar que ao selecionar dois pontos *A* e *B* cria-se uma reta que passa por *A* e *B*.

 **Segmento (definido por dois pontos):** usado para mostrar que ao selecionar dois pontos *A* e *B* pode-se criar um segmento entre *A* e *B*, cujo comprimento aparece na *Área Algébrica*.

4)  **Reta perpendicular:** selecionando-se uma reta *g* e um ponto *A* criou-se uma reta que passa perpendicularmente à reta *g*.

 **Reta paralela:** utilizado para selecionar uma reta *g* e um ponto *A* para definir que a reta *A* passa por paralelamente a *g*. Assim, pode-se ver que a direção desta paralela é a mesma direção da reta *g*.

 **Mediatriz:** a mediatriz pode ser criada clicando-se em um segmento *s* ou em dois pontos *A* e *B*.

5) O botão  **Parábola** não fica visível na Barra de Ferramentas do GeoGebra, para acioná-lo foi necessário clicar no ícone  no canto direito do botão 

(anexo deste) a fim de selecionar um ponto e uma reta a qual será a diretriz da parábola.

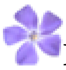
O interessante é que, com o uso do GeoGebra tais construções, tanto de retas como de parábolas, tornam-se muito mais acessíveis, práticas e fáceis de se entender. E para a construção das demonstrações foram necessários botões específicos para torná-los mais didaticamente compreensíveis, tais como:

6) ABC**Texto:** com esta ferramenta, pode-se inserir qualquer texto na *Zona* ou *Área Gráfica* fórmulas em LaTeX e textos que pode ser:

Estático: que não depende de nenhum objeto matemático e não é afetado pelas alterações na construção.

Dinâmico: contém valores de objetos que são automaticamente adaptados às alterações provocadas nestes objetos.

Misto: é uma combinação do texto estático e do texto dinâmico.

**Inserir imagem:** ao selecionar esta ferramenta pode- se inserir figuras na Zona ou Área Gráfica e ao clicar nesta área, abre-se uma caixa onde se pode procurar a figura que se deseja inserir na tela. Essa figura tem que estar no formato JPG, GIF, PNG e TIF.

Após ter-se selecionado a ferramenta *Inserir imagem,* pode-se usar o atalho de teclado *Alt-* e clica-se para colar uma imagem diretamente da área de transferência na *Zona* ou *Área Gráfica*.

7) No GeoGebra, **Controle deslizante** ou **Seletor**

é um pequeno segmento com um ponto que se movimenta sobre ele, ou seja, é a representação gráfica de um número livre ou de um ângulo livre. O uso de tal recurso serviu para poder demonstrar que se pode criar um seletor para qualquer número livre ou ângulo livre, além de se poder modificar o valor de algum parâmetro.

A posição de um seletor pode ser absoluta (ficando sempre visível na *Zona* ou *Área Gráfica*, não sendo afetado pelo zoom) ou relativa ao sistema coordenado.

**Caixa para exibir/esconder objetos:** esta ferramenta permitiu que se escolhessem quais são os objetos que se quis mostrar, quando ela está ativada. Desmarcando-a, os objetos a ela vinculados desaparecem da Janela de Visualização. Pode-se, ainda,

selecionar estes objetos da lista providenciada na janela de diálogo ou selecioná-los com o *mouse* tanto na *Zona* ou *Área Gráfica* como na *Área Algébrica*.

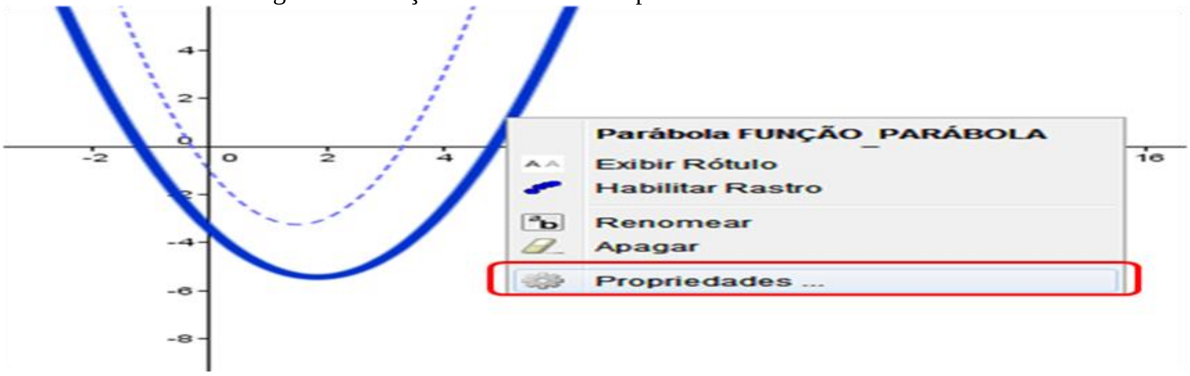
8) Mover Janela de Visualização: com este pode-se mover o sistema de eixos, bem como todos os objetos nele contidos, pois, é ideal para ajustar a posição dos objetos exibidos na janela de visualização do GeoGebra. Para ver mais detalhadamente utilizou-se o **Ampliar:** para ampliar as figuras que estavam na *Zona* ou *Área Gráfica*, como se o *Zoom* estivesse aumentando e o **Reduzir:** para reduzir as figuras que estavam na *Zona* ou *Área Gráfica*. Como se o *Zoom* estivesse diminuindo.

O anexo **Exibir / Esconder objetos** serviu para exibir ou esconder os objetos, após selecionar a ferramenta, clicou-se sobre o objeto fazendo com que ele ficasse destacado. Em seguida, pode-se mudar para qualquer outra ferramenta para aplicar as alterações na visibilidade do objeto, pois, percebeu-se que quando se ativa esta ferramenta, todos os objetos anteriormente escondidos são realçados. Pode-se também ocultar objetos, para isso, selecionando outra ferramenta qualquer ou apertando o ESC do teclado, o objeto ficou oculto. Com propriedades semelhantes a este, o **Exibir / Esconder rótulo** pode exibir ou esconder o rótulo de um objeto como também pode exibir os rótulos que estavam ocultos.

O **Copiar Estilo Visual**, com o qual se pode copiar um estilo visual (pontilhado, cor, tamanho, etc.) de um objeto para outro e o **Apagar c**om que se pode apagar objetos, tanto na *Zona* ou *Área Gráfica*, quanto na *Janela de Álgebra*, também foram bastante utilizados por suas praticidades na hora de agilizar o trabalho de construção dos exemplos, das aplicações e dos exercícios aqui propostos e utilizados.

E, além desses botões, também foram utilizadas as **Funções do botão direito do mouse** que possui tal denominação devido à execução só ser possível depois de se clicar com o botão direito do mouse em um objeto na Janela de Visualização (Figura 14), o que possibilitou fazer outras alterações no layout da parábola que foi construída e selecionada, como o mostrado na Figura 14 a seguir.

Figura 14. Função Parábola ativada pelo botão direito do *mouse*.

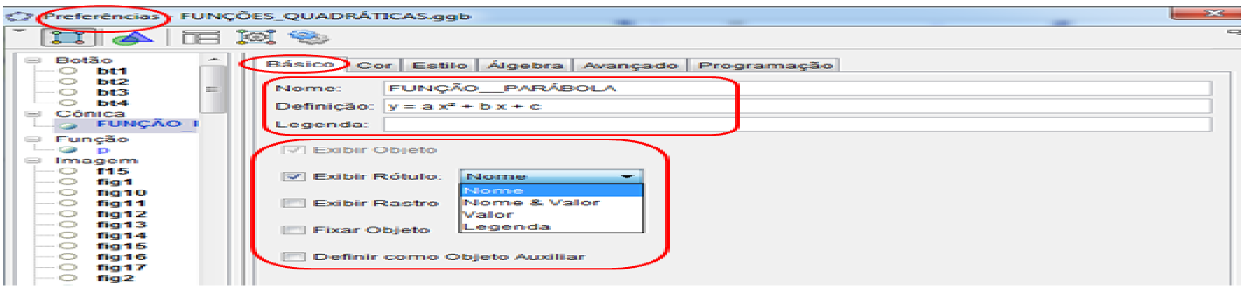


Fonte: Autor da pesquisa

Destes subcomandos, *Propriedades* mereceu destaque porque permitiu o acesso a diversas propriedades do ambiente de edição do objeto tais como: cores, espessura, intensidade de preenchimento, condição para o objeto aparecer, tipos de coordenadas etc. Além disto, ao clicar em *Propriedades* surge a caixa *Preferências* que exibe várias guias, dentre as mais comuns, está a guia *Básico* que, no GeoGebra, deu a possibilidade de cada gráfico/parábola ter um único **Nome** usado para o rotular na *Zona* ou *Área Gráfica*.Deu, também, a possibilidade de em **Definição** poder expressar a função quadrática em sua forma canônica. O software oferece, ainda, **Legenda** para todos os objetos construídos (neste caso, parábolas e gráficos parabólicos).

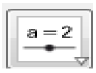
Além disto, pode- se Exibir Rótulo, Exibir Rastro, Fixar Objeto e ainda, Definir como Objeto Auxiliar os gráficos construídos para a execução prática deste trabalho, de acordo com a Figura 15.

Figura 15. Detalhes da Caixa Preferências em Propriedades



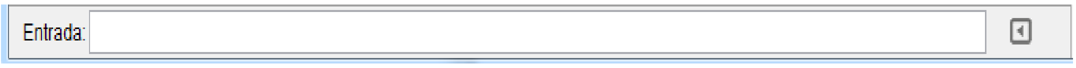
Fonte: Autor da pesquisa

Dentre as outras guias que foram utilizadas (*Avançado* e *Programação*), usou-se ainda, para dar destaque ao *layout*, as guias *Estilo* e a guia *Cor* dando a possibilidade de se alterar as opções de espessura, opacidade e estilo, tais como pontilhado, tracejado, entre outros, além de se escolher uma cor específica ou de se alterar a transparência do objeto. E, no estudo das funções, ainda aparece a guia *Álgebra* onde aparecem todas as funções representadas pelo gráfico em exibição na tela do software. Tais guias podem ser visualizadas nas figuras contidas no Tutorial do GeoGebra para o Ensino da Função Quadrática contido nos apêndices deste trabalho.

C) Na Linha de comando ou Entrada do GeoGebra, Figura 16, para este projeto, foi o local onde as leis das funções matemáticas escritas foram somente as polinomiais de 2º grau e onde com o botão Seletor 

pode-se variar os valores dos coeficientes das funções, além disso, da Linha de comando se acessam os comandos já gravados no referido software.

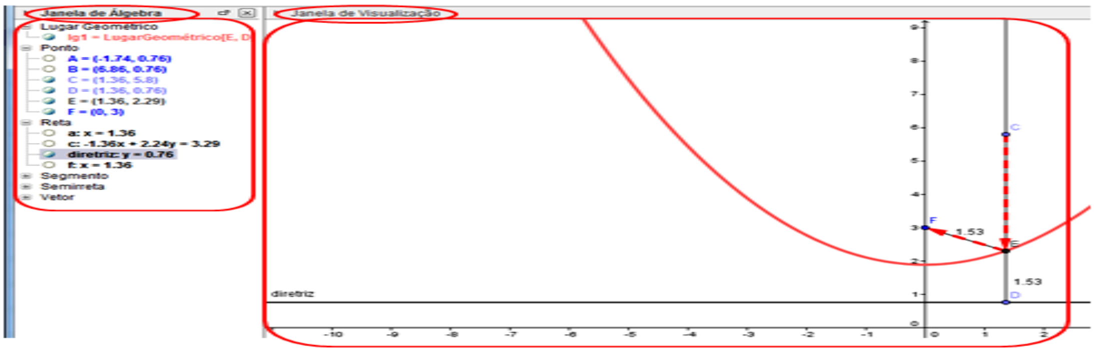
Figura 16. Linha de comando ou campo de "Entrada"



Fonte: Autor da pesquisa

D) As Janelas do GeoGebra pertinentes para este projeto foram: a *Janela de Álgebra* e a *Janela de Visualização*, Figura 17, pelo fato destas apresentarem separadamente e sincronicamente a parte algébrica e a parte geométrica dos assuntos abordados e poderem, ainda, ser incluídas/excluídas ao se utilizar o item *Exibir* no menu do GeoGebra.

Figura 17. Destaque da Janela de Álgebra e da Janela de Visualização do GeoGebra



Fonte: Autor da pesquisa

Como pode se verificar, graças às características que possui, o aplicativo GeoGebra pode e deve ser utilizado como recurso pedagógico, em diferentes níveis e modalidades de ensino da Matemática, por isso, o mesmo foi escolhido para servir de apoio na execução desta pesquisa que foca no ensino- aprendizagem da função quadrática, cujo assunto será abordado a seguir.

CAPÍTULO III

ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA PELO MÉTODO TRADICIONAL

É comum observar que o ensino tradicional sobre as funções quadráticas no contexto atual da sala de aula ainda se limita à utilização do quadro e de livros didáticos impressos que, apesar de trazer ilustrações, prepondera à metodologia baseada em conceitos vagos e exemplos sem demonstrações e aplicações práticas, o que acaba fazendo com que o nível de interação do aluno com os assuntos aprendidos seja mínimo e que não levam à aquisição do conhecimento pleno pelo aluno. Neste contexto, o ensino pode convergir em dificuldades de aprendizagem que suscitam dúvidas que acompanham a maioria dos alunos durante toda a sua vida escolar e, o uso das tecnologias que poderia auxiliar na melhoria do ensino, quando usada, acaba se tornando um simples instrumento de informações prontas e programadas para reforçar os conceitos vistos nos livros didáticos, pois, na maioria das vezes, a interação existente entre o aluno e o computador limita-se ao fornecimento de respostas a determinados exercícios, o que torna evidente a abordagem instrucionista que é uma das duas grandes linhas que compõe a Informática educativa.

A seguir, far-se-á uma descrição dos assuntos abordados em sala de aula sobre a função quadrática nos moldes do ensino tradicional, a fim de mostrar como tal metodologia ainda deixa lacunas no ensino-aprendizagem desta função polinomial; antes, porém, far-se-á um breve histórico da função quadrática, cujo assunto também é pouco abordado pelos professores de matemática apesar de alguns livros didáticos atuais tratarem tal assunto.

3.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE A FUNÇÃO QUADRÁTICA

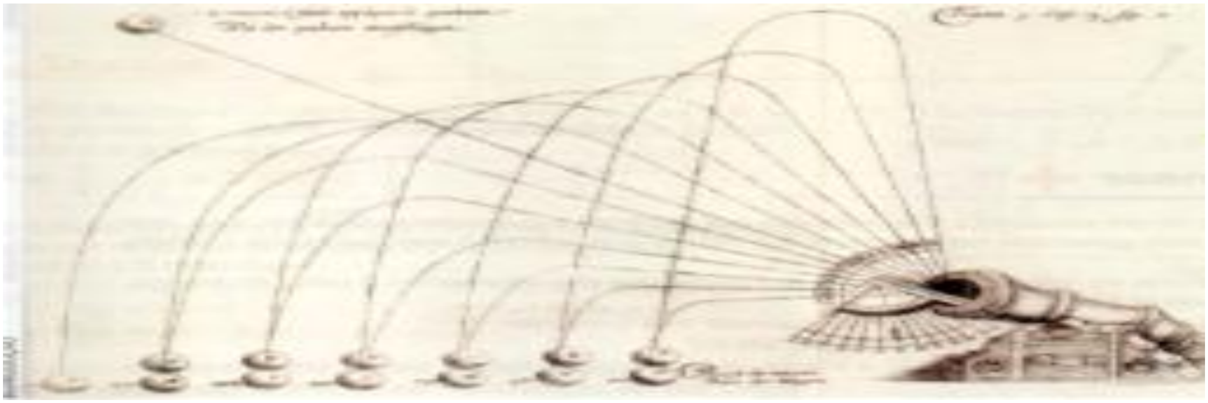
O estudo das funções quadráticas no método tradicional de ensino, raramente inicia-se pelo histórico de tal função. Poucos alunos sabem que esta se originou da resolução da equação do 2º grau, pois, na Antiguidade, por volta de 300 a.C., o matemático grego Euclides (325-256 a.C.) chamou de álgebra geométrica à técnica algébrica que ele havia desenvolvido, já que naquela época não se tinha ainda a noção de equação e de função. Isto foi observado em textos cuneiformes (pelos babilônios) há quase 4 mil anos atrás, onde se encontram formas de se achar dois números conhecendo-se a soma e o produto deste número em questão e era assim enunciada:

> *Eleve ao quadrado a metade da soma, subtraia o produto e extraia a raiz quadrada da diferença. Some ao resultado a metade da soma. Isso dará o*

> *maior dos números procurados. Subtraia-o da soma para obter o outro número.*
> Na notação atual, esta regra fornece raízes $x=s/2+\sqrt{(s/2)^2-p}$ e $s\text{-}x=\sqrt{(s/2)^2-p}$ para a equação $x^2-sx+p=0$.
> **Porém**, os autores dos textos cuneiformes não deixaram registrado o argumento que os levou a esta conclusão. (*ibid*, p. 134, grifos meus)

Depois disto, a busca por tentar explicar diversos fatores, tais como a queda livre de um corpo ou a trajetória realizada por uma bala ao sair de um canhão (ver Figura 18 a seguir), levou muitos teóricos do período entre os séculos XVI e XVII a entender o porquê desta trajetória ser uma parábola e não uma reta. Tais explicações foram sendo aperfeiçoadas até associá-la à curva de 2º grau, levando à necessidade de se relacionar as curvas às equações e, desse modo, a álgebra à geometria, até então dissociadas entre si.

Figura 18. Manuscrito demonstrando o estudo das trajetórias da bala de canhão



Fonte: http://pt.slideshare.net

Mas, por volta de, mais ou menos, 1630, o físico Galileu Galilei (1564 a 1642) fez um estudo matemático a respeito destas trajetórias assumidas pelas balas de canhão e concluiu que, se não fosse a resistência do ar, qualquer corpo solto no campo de gravidade da Terra se movimentaria do mesmo modo, ou seja, na vertical. Galileu concluiu que a trajetória da bala obedece uma expressão de 2º grau, uma parábola; onde a altura da bola é dada por uma expressão do tipo $\mathbf{y = ax^2 + bx}$, na qual $\mathbf{x}$ é a distância horizontal da bala até o canhão. Tais estudos contribuíram bastante para que os canhões, enfim, acertassem seus alvos.

Outro assunto dificilmente abordado nas aulas sobre função quadrática versa à respeito da forma canônica de tal função, que será visto a seguir.

3.2 DEMONSTRAÇÃO DA FORMA CANÔNICA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

A forma canônica da Função quadrática, chamada também Função Polinomial de 2º Grau, é representada por **f:** $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se **f(x) =** $\mathbf{ax^2+bx+c}$, sendo que **a**, **b** e **c** são os coeficientes da função quadrática **f**. A demonstração tradicional desta forma é obtida através da demonstração abaixo.

Considerando-se o seguinte trinômio:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

Tem-se que as duas primeiras parcelas dentro dos parênteses são as mesmas do desenvolvimento do quadrado $(x + b/2a)^2$, e completando o quadrado, escreve-se:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + 2.\frac{b}{2a}.x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$

ou

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right]$$

Tal maneira de escrever o trinômio do segundo grau (a chamada a forma canônica) apresenta algumas conseqüências: em primeiro lugar, ela conduz imediatamente à fórmula que determina as raízes da seguinte equação $ax^2 + bx + c = 0$. Sendo $a \neq 0$, tem-se as seguintes equivalências:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A passagem da linha (2) para a linha (3) só tem sentido quando o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ é > 0. Caso $\Delta < 0$, a equivalência entre as linhas (1) e (2) significa que a equação dada não possui solução real, pois o quadrado de [x+(b/2a)] não pode ser um número negativo.

Da fórmula representada na linha (4) resulta que, se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ é positivo, e a equação $ax^2 + bx + c = 0$ possui duas raízes reais distintas:

$\alpha = \frac{(-b-\sqrt{\Delta})}{2a}$ e $\beta = \frac{(-b+\sqrt{\Delta})}{2a}$, com α < β, cuja soma é $s = -\frac{b}{a}$ e cujo produto é

$$p = \frac{(b^2-\Delta)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Em particular, a média aritmética das raízes é $-\frac{b}{2a}$, ou seja, as raízes α e β são equidistantes do ponto $-\frac{b}{2a}$.

Quando Δ = 0, a equação dada possui uma única raiz, chamada raiz dupla, igual a $-\frac{b}{2a}$. Então, suponhamos a > 0.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right]$$

A forma acima canônica exibe, no interior dos colchetes, uma soma de duas parcelas, onde a primeira depende de x e esta é sempre > 0. A segunda parcela é constante. O menor valor dessa soma é definido quando $(x + b/2a)^2$ é igual a zero, ou seja, quando x = −b/2a. Neste ponto, f(x) também assume seu valor mínimo, quando a > 0, o menor valor assumido por: $f(x) = ax^2 + bx + c$ é $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = c - \left(\frac{b^2}{4a}\right)$

Se a < 0, o valor f(−b/2a) é o maior dos números f(x), para qualquer x ∈ R.

Uma função é ilimitada superiormente quando a > 0, $f(x) = ax^2+bx+c$ não assume valor máximo. E, quando a < 0, f(x) não assume valor mínimo então a função é ilimitada inferiormente.

Ao olhar para a forma canônica, dada a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ vê-se que para os valores x ≠x’, f(x) = f(x’) se, e somente se, os pontos x e x’ forem equidistantes de –b/2a, conforme demonstrado abaixo.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(x' + \frac{b}{2a}\right)^2$$

Como estamos supondo x≠x’, isto significa que

$\left(x' + \frac{b}{2a}\right) = -\left(x + \frac{b}{2a}\right)$, o que implica em $\frac{x+x'}{2} = -\frac{b}{2a}$

Portanto, a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ assume o mesmo valor f(x) = f(x’) para x ≠ x’ se, e somente se, os pontos x e x’ são equidistantes de $-\frac{b}{2a}$.

Após isto, passa-se aos assuntos/conteúdos abordados em sala de aula sobre a função quadrática nos moldes do ensino tradicional, iniciando pela definição de função quadrática.

3. 3 CONTEÚDOS ABORDADOS EM SALA DE AULA SOBRE A FUNÇÃO QUADRÁTICA NOS MOLDES DO ENSINO TRADICIONAL

3.3.1 Definição de função quadrática e construção do gráfico

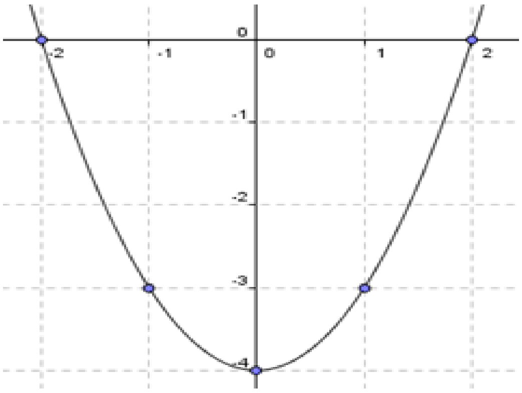
Nas aulas tradicionais se expressa a definição da Função Quadrática ou também chamada Função Polinomial de 2º Grau apenas a partir da função $\mathbf{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}}$ se $\mathbf{f(x) = ax^2+bx+c}$, onde **a**, **b** e **c** são os coeficientes da função quadrática *f* e são determinados pelos valores que essa função assume, e onde $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^*$,ou seja, $\mathbf{a} \neq 0$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}$ e $\mathbf{c} \in \mathbb{R}$, seguido da aplicação uma série de exercícios na busca de obter-se os valores destes coeficientes, mas que muitas vezes são cansativos e que geram mais dúvidas que esclarecimentos. Veja abaixo um exemplo a respeito disto:

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, onde $a = 3$, $b = - 4$ e $c = 1$
2. $f(x) = - x^2 +1$, onde $a = -1$, $b = 0$ e $c = 1$
3. $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$, onde $a = 2$, $b = 3$ e $c = -5$
4. $f(x) = - x^2 + 8x$, onde $a =-1$, $b = 8$ e $c = 0$
5. $f(x) = -4x^2$, onde $a = - 4$, $b = 0$ e $c = 0$

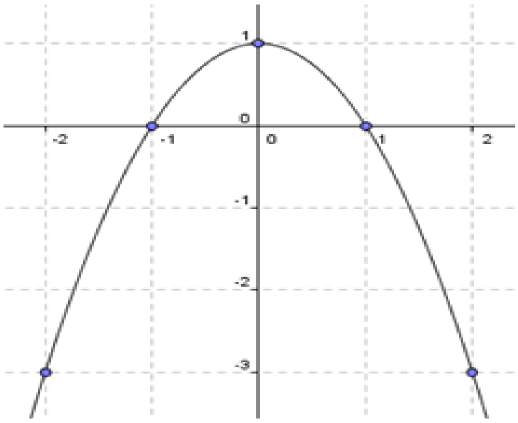
Concluída a apresentação da definição da função quadrática, advém a construção do gráfico que se obtém ao atribuir valores para *x* e encontrar os valores de f(x). O mesmo é representado por uma parábola, então se faz necessário explicar ao aluno do que se trata, geralmente seguindo a seguinte explicação: dados uma reta e um ponto não pertencente a essa reta, o conjunto dos pontos do plano que se distanciam do foco e da diretriz é a própria parábola e, a reta perpendicular à diretriz será o eixo desta parábola, que tem no ponto médio de seu segmento o seu vértice; além disso, a concavidade da parábola depende se $a>0$ (para cima) e se $a<0$ (para baixo) e podem, ainda, haver parábolas congruentes, ou seja, se coincidem se são totalmente idênticas ou se, além disso, possuírem valores inversos em relação ao eixo Y (y e $-y$) tais representações abordadas e poucas delas realmente apresentarem o foco e a diretriz na construção de seu gráfico, como no exemplo a seguir onde se deve construir o gráfico das funções $f(x) = x^2 - 4$ e $f(x) = -x^2 +1$, atribuindo os valores -2, -1, 0, 1 e 2 para *x*, conforme visto na Figura 19 a seguir.

Figura 19. Construção do gráfico das funções quadráticas

x	$F(x) = x^2 - 4$	y
-2	$F(-2) = (-2)^2 - 4 = 0$	0
-1	$F(-1) = (-1)^2 - 4 = -3$	-3
0	$F(0) = 0^2 - 4 = -4$	-4
1	$F(1) = 1^2 - 4 = -3$	-3
2	$F(2) = 2^2 - 4 = 0$	0



x	$F(x) = -x^2 + 1$	y
-2	$F(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$	-3
-1	$F(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$	0
0	$F(0) = -0^2 + 1 = 1$	1
1	$F(1) = -1^2 + 1 = 0$	0
2	$F(2) = -2^2 + 1 = -3$	-3



Fonte: Pesquisa do autor

Observação:

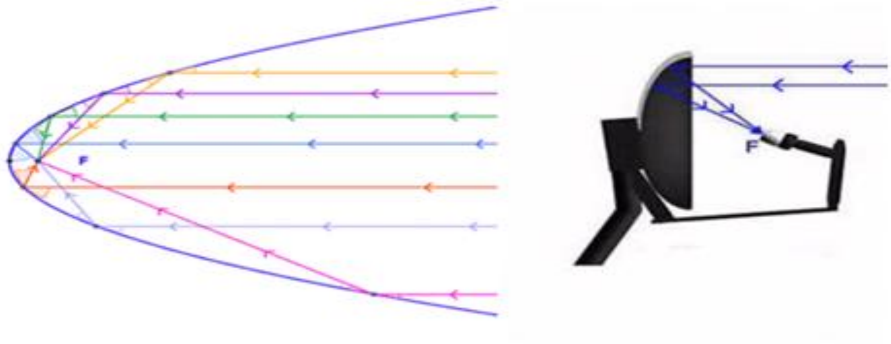
E ao construir o gráfico de uma função quadrática, nota-se que:

- se $a > 0$, a parábola tem *a concavidade voltada para cima*, o que implica em um Ponto de mínimo
- se $a < 0$, a parábola tem *a concavidade voltada para baixo*, o que implica em um Ponto de máximo

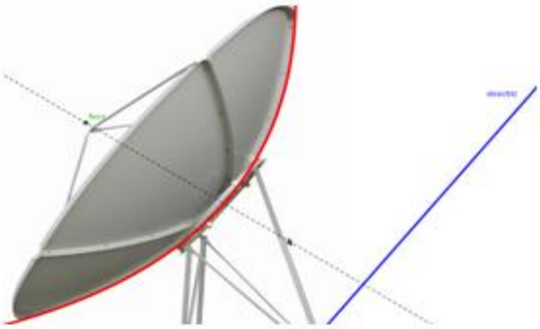
Assim, mostram-se mais dados algébricos que propriamente gráficos e, dificilmente, se informa aos alunos que o estudo das parábolas apresenta, deste a Antiguidade[3], uma propriedade notável que se trata da *superfície parabólica* ou *parabolóide de resolução* formada a partir do giro de uma parábola em torno de seu eixo e cuja aplicação prática está nas antenas parabólicas, como ilustra a Figura 20 a seguir.

[3] Ver em Lima *et al.*, 2012, item 6.1, p. 150.

Figura 20. Parábola e antenas parabólicas



Fonte: www.ufrgs.br



Fonte: www.geogebra.org

Fonte: Pesquisa do autor

Como observado nas explicações dadas anteriormente, a compreensão do que é, como se constrói e como se representa uma função quadrática e seus elementos é de difícil compreensão sem que haja uma demonstração gráfica mais lúdica a respeito e, mesmo estas, comumente vistas nos livros didáticos apenas como gráficos estáticos e sem uma explicação clara de como este é construído passo a passo, não despertam profundo sentido e interesse pelo assunto, sobretudo nos jovens estudantes atuais acostumados às figuras e imagens dispostas em televisores de alta resolução, em aplicativos cibernéticos de alta geração e em vídeos educativos facilmente acessados via on-line.

3.3.2 Cálculo das raízes

Voltando ao conteúdo sobre a função quadrática corriqueiramente ensinados em sala de aula na forma tradicional tem-se o cálculo das raízes.

Para determinar que as raízes da função y = x^2- 4x+3, serão x_1=1 e x_2=3. Utiliza-se a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ desenvolvida de f(x) = ax^2 + bx + c, já demonstrada anteriormente.

Fazendo y=f(x)=0, temos x^2-4x+3=0

Agora basta resolver a equação aplicando a fórmula x^2-4x+3=0

Δ= $(-4)^2$- 4.(1).(3) => Δ= 4

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2.(1)} = \frac{4 \pm 2}{2} = \frac{4+2}{2} \, ou \, \frac{4-2}{2}$$

Logo, tem-se que $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$.

Existem inúmeros exemplos de funções quadráticas nos quais os alunos aplicam os procedimentos matemáticos para obter as raízes. A aquisição destes procedimentos é muito importante no exercício do aprendizado, contudo. uma vez adquirido, os alunos devem estar condicionados a se apropriar de novos conceitos relativos as funções polinomiais do 2º grau, tais como: concavidades, os valores de Maximo e de Mínimo– que estão associados as coordenadas do vértice da parábola– o estudo do discriminante, seguido do estudo dos sinais.

3.3.3 Concavidade, o vértice e o estudo do discriminante

Observa-se as concavidades da Figura 19 na página 38, na função f(x) = x^2 - 4, o valor do coeficiente **a** é 1; a *concavidade está voltada para cima* (a>0), o vértice representa o **valor mínimo da função**, mas na função f(x) = - x^2 +1, o valor do coeficiente **a** é -1; *a concavidade está voltada para baixo* (a<0), o vértice representa o **valor máximo**.

Tomando a função quadrática em sua forma canônica já abordada a cima fazendo uma pequena fatoração tem-se:

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = a\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 + \left(-\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Sabendo-se que, em toda função quadrática, temos: $x_V = -\frac{b}{2a}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$, pode-se, finalmente, dizer que toda função quadrática pode ser escrita na forma abaixo:

$$f(x) = a(x - x_V)^2 + y_V$$

Associando esse conhecimento ao estudo do discriminante tem-se:

A. O discriminante é igual a zero.

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, o vértice a parábola encontra-se no eixo *x*. A coordenada y será igual a zero.

Exemplo: $y=f(x)=x^2+2x+1$

Como $a>0$ a concavidade está voltada para cima.

Tomando-se $x^2+2x+1=0$, tem-se:

$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4.1.1 = 4 - 4 = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = -1$

$x_V = -\frac{b}{2a}$ e $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$

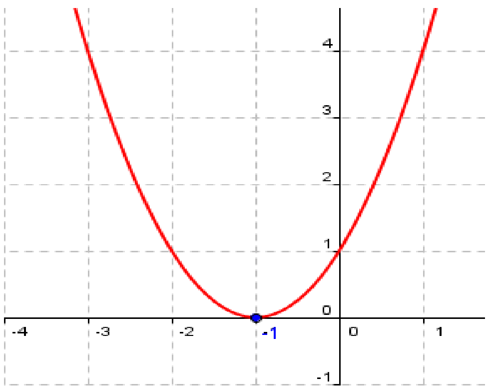
$x_V=-2/2.1=-1$ e $y_V= -0/4.1=0$

As coordenadas do vértice serão V=(-1,0)

O vértice representa o **valor mínimo**.

Gráfico, ver Figura 21.

Figura 21. Gráfico da função $f(x)=x^2+2x+1$



Fonte: Autor da pesquisa

B. O discrimintante é maior que zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, a parábola intercepta o eixo x em dois pontos. (São as raízes ou zeros da função vistos anteriormente).

Exemplo: y = f(x) = x^2-4x+3

Como a>0 a concavidade está voltada pra cima.

$x^2-4x+3=0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 16 - 12 = 4 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x_1=1$, $x_2=3$

$$x_V = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

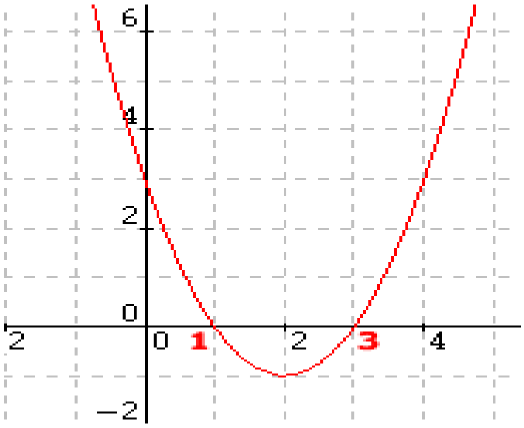
$x_v=-(-4)/2.1=2$ e $y_v= -4/4.1=-1$

As coordenadas do vértice serão V=(2,-1)

O vértice representa o **valor mínimo**.

Gráfico, ver Figura 22.

Figura 22. Gráfico da função f(x)= x^2- 4x+3



Fonte: Autor da pesquisa

C. O discriminante é menor que zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a parábola não intercepta o eixo x. Não há raízes ou zeros da função.

Exemplo: y = f(x) = x^2-x+2

Como a>0 a concavidade está voltada pra cima.

$x^2-x+2=0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.(1).(2) = 1 - 8 = -7 < 0$

$$x_V = -\frac{b}{2a} \text{ e } y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

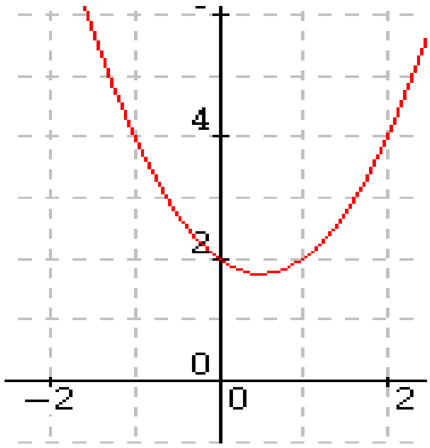
$x_v=-(-4)/2.1=2$ e $y_v= -4/4.1=-1$

As coordenadas do vértice serão V=(2,-1)

O vértice representa o **valor mínimo**.

Gráfico, ver Figura 23 a seguir.

Figura 23. Gráfico da função f(x) = x²-x+2



Fonte: Autor da pesquisa

3.3.4 Estudo dos sinais da função quadrática

Ao se estudar o sinal de uma função deve-se analisar para quais valores reais de **x** a função é positiva, negativa ou nula. Para uma avaliação mais ampla de se verificar o sinal de uma função é através do gráfico que ao ser construído precisa determinar o número de raízes da função, e se a parábola possui concavidade voltada para cima ou para baixo.

De forma sucinta, tem-se:

A fórmula que determina as raízes da seguinte equação $ax^2 + bx + c = 0$ é

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Onde o valor do discriminante Δ é dado por $\Delta = b^2 - 4ac$. E, de acordo com os resultados obtidos tem-se:

$\Delta = 0$, uma raiz real.

$\Delta > 0$, duas raízes reais e distintas

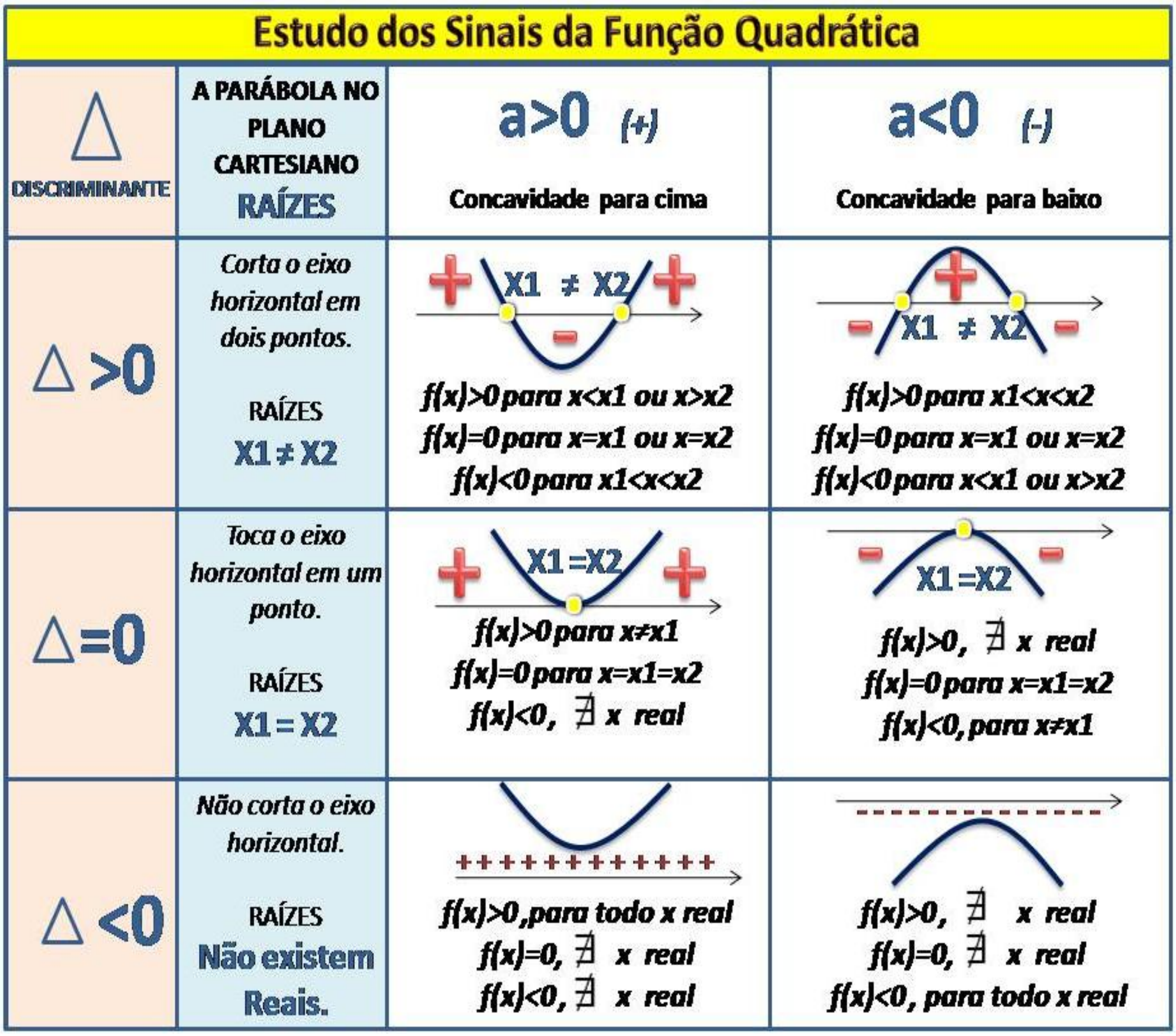
$\Delta < 0$, nenhuma raiz real.

Coeficiente a > 0, parábola com a concavidade voltada para cima.

Coeficiente a < 0, parábola com a concavidade voltada para baixo.

A análise destas variações dos parâmetros **a** e **Δ**, estão descritas no quadro da figura 24.

Figura 24 Variações dos parâmetros **a** e Δ



Fonte: Autor da pesquisa

Então, percebe-se que é comum que os alunos apresentem algumas dificuldades quanto aos assuntos sobre função quadrática e, aqui especificamente, ao estudo dos sinais da função quadrática, pois, muitas vezes o professor tem apenas o quadro e os livros didáticos para representar os casos diferenciados envolvendo a concavidade, neste caso a>0 ou a<0, e os casos onde o discriminante atribui valores positivo, negativo ou nulo.

3.4. NO ENSINO DA FÍSICA: MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Outra questão a se questionar sobre o ensino tradicional no ensino das função quadráticas recai sobre a Interdisciplinaridade, quando esta se define como sendo “A exigência interdisciplinar [...] que impõe a cada especialista que transcenda sua própria especialidade, tomando consciência de seus próprios limites para acolher as contribuições das outras disciplinas.” (FRANCISCHETT, 2005, p.14), pois, no meio escolar tradicional as disciplinas são ensinada como se cada uma delas não dependesse uma das outras e isto dificulta ainda mais o aprendizado por parte dos alunos e isola o professor em seu processo de ensino-aprendizagem.

Assim, nesta pesquisa aponta-se um caminho para o início do acolhimento das contribuições citadas acima, unindo a Matemática com a Física através do estudo de função quadrática e o Movimento Uniformemente Variado, já que a função quadrática é o modelo matemático que descreve o Movimento Uniformemente Variado, e o que caracteriza este movimento é o fato de f ser uma função quadrática cuja posição no instante t é dada pela abscissa f(t):

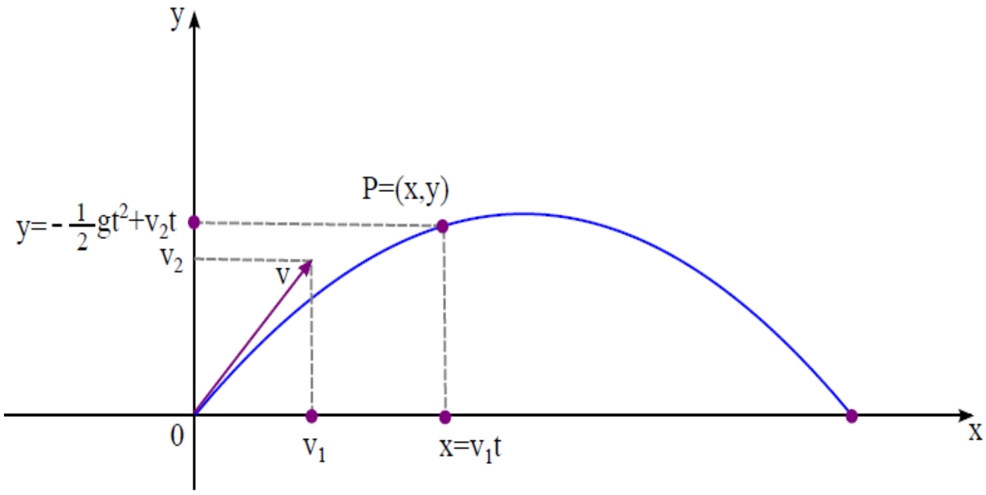
$$\mathrm{f(t)} = \frac{1}{2}a\mathrm{t}^2 + b\mathrm{t} + c$$

Na Física, pela expressão acima, a constante *a* passa a chama-se de aceleração, *b* é a velocidade inicial (no instante t = 0) e *c* é a posição inicial do ponto. Em qualquer movimento, dado por uma função f, o quociente chama-se velocidade média do ponto no intervalo cujos extremos são t e t+h.

$$\frac{\mathrm{f(t+h)} - \mathrm{f(t)}}{\mathrm{h}} = \frac{\text{espaço percorrido}}{\text{tempo de percurso}}$$

No caso em que f é dada pela fórmula f(t), a velocidade média do móvel entre os instantes t e (t + h) é igual a $at + b + \frac{ah}{2}$. Se *h* for cada vez menor, este valor se aproxima de at + b. Assim, se diz que $v(t) = at + b$ é a velocidade do ponto no instante t e, quando t = 0 tem-se v(0) = b, por isso b é a velocidade inicial. Além disso, vê-se que *a* = [v(t + h) - v(t)]=h para quaisquer t, h; logo, a aceleração constante *a* representa a taxa de variação da velocidade. Por isso, o movimento se chama uniformemente variado podendo ser uniformemente acelerado (conforme *v* tenha o mesmo sinal de *a*, isto é, t > -b=a) ou retardado (caso *v* tenha sinal oposto ao de *a*, ou seja, t < -b=a). Ver Figura 25 a seguir.

Figura 25 Gráfico matemático do movimento uniformemente variado



Fonte: Lima, 2012, p. 159

Com isso, percebe-se graficamente que no plano onde ocorre o movimento, tem-se um sistema de coordenadas cuja origem é o ponto de partida do projétil e cujo eixo OY é a vertical que passa por esse ponto; a primeira coordenada v_1 fornece a velocidade da componente horizontal do movimento (deslocamento da sombra, ou projeção do projétil sobre o eixo horizontal OX) quando a velocidade inicial do projétil é o vetor v = (v_1; v_2). Por sua vez, a aceleração (= força) da gravidade é constante, vertical, igual a -g. (O sinal menos se deve ao sentido da gravidade ser oposto à orientação do eixo vertical OY .) Portanto, a componente vertical do movimento de P é um movimento uniformemente acelerado sobre o eixo OY, tendo aceleração igual a -g e velocidade inicial v_2.

E, como a única força atuando sobre o projétil é a gravidade, nenhuma força atua sobre o movimento horizontal, que é portanto um movimento uniforme. Assim, se P = (x; y) é a posição do projétil no instante t, tem-se $x = v_1t$, conforme a figura a seguir:

Logo, em cada instante t, a ordenada y do ponto P = (x; y) é dada por $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_2t$, e se $v_1 = 0$ então, para todo t, tem-se $x = v_1t = 0$, logo P = (0; y), quando a trajetória do projétil é vertical:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_2t$$

Para mostra que a trajetória do projétil é uma parábola, deve-se supor $v_1 \neq 0$. Então, de $x = v_1t$ vem $t = x/v_1$, e substituindo t por este valor na expressão de y, obtemos: $y = ax^2 + bx$, onde a = -g/2v²$_1$ e b = v_2/v_1. A fim de exemplificar o que foi demonstrado, apresenta-se a seguinte questão:

Questão de vestibular da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), no ano de 2005:

− Numa operação de salvamento marítimo, foi lançado um foguete sinalizador que permaneceu aceso durante toda sua trajetória. Considere que a altura h, em metros, alcançada por este foguete, em relação ao nível do mar, é descrita por $h = 10 + 5t - t^2$, em que t é o tempo, em segundos, após seu lançamento. A luz emitida pelo foguete é útil apenas a partir de 14 m acima do nível do mar. O intervalo de tempo, em segundos, no qual o foguete emite luz útil é igual a: (ver Figura 26)

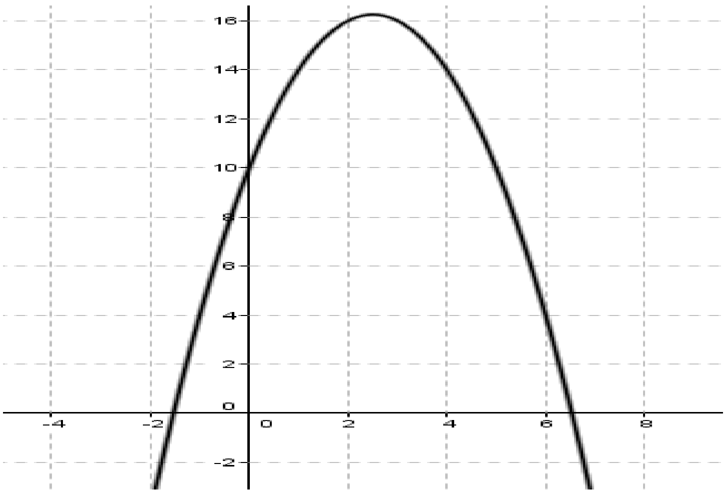
Figura 26. Gráfico da questão

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6



Fonte: www.tutorbrasil.com.br

Resolução pelo método tradicional:

Sabendo-se que se quer os valores de t para os quais $h \geq 14$

$-t^2 + 5t + 10 \geq 14 \Leftrightarrow -t^2 + 5t - 4 \geq 0$; ou seja, Quer saber para que valores de t, a função é positiva ou nula (não negativa), logo teremos que estudar o sinal da função. Onde: - $a < 0$ (tem concavidade voltada para baixo); - $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times (-1) \times (-4) = 9 > 0$ logo a função tem dois zeros:

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{5-3}{2} \quad e \quad t = \frac{5+3}{2} \Leftrightarrow t = 1 \quad e \quad t = 4$$

Então: a função é positiva no intervalo das raízes, ou seja, de 1 a 4. No entanto, neste problema só interessa quando t>0, pelo que a luz é útil do instante 1 a 4, ou seja durante 3 segundos.

A partir de tudo que foi visto neste capítulo, sugere-se fazer uso da interdisciplinaridade como proposta na busca por um conhecimento mais completo e de incentivo ao aprendizado tanto dos alunos quanto do professor, para isto apresenta-se, abaixo, um vínculo entre as disciplinas Matemática e Física. Porém, percebe-se que mesmo fazendo-se associação do estudo da função quadrática com outras disciplinas (aqui a exemplo com a Física), tal estudo tradicional ainda deixa a desejar quanto à suprir com as dúvidas, os questionamentos e com as abstrações que os alunos apresentam no ensino de tal função. por isto, no capítulo a seguir, este será explicitado de uma forma diferenciada, a partir da utilização do software GeoGebra no ensino da função quadrática.

CAPÍTULO IV
A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NO ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

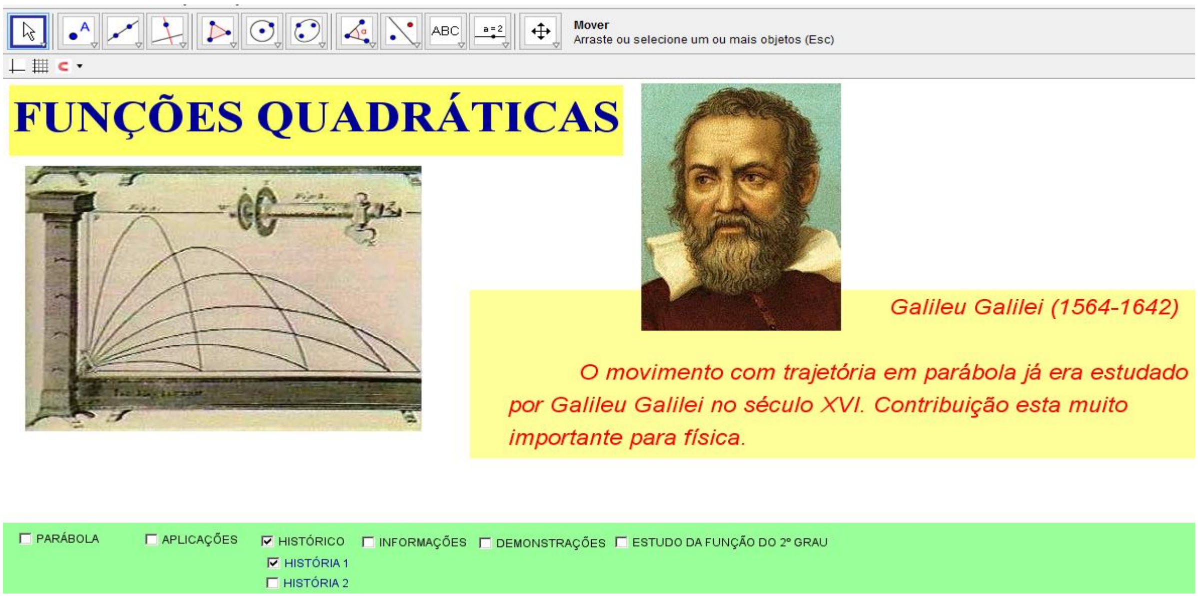
Relembrando tudo o que foi visto no capítulo anterior, percebe-se que o ensino da função quadrática pelo método tradicional ainda deixa lacunas e indagações que nem sempre são respondidas pelos professores durante as aulas ministradas e, onde estes buscam suprir tais carências em baterias de exercícios que se resumem, geralmente, em amontoados de funções e problemas matemáticos que só geram uma repulsa ainda maior às aulas de matemática. Assim, buscando uma resposta a esta situação e levando em conta o contexto da atualidade em que o alunado do 1º Ano do ensino médio está inserido, ou seja, o advento da era tecnológica e da informação rápida e global, buscou- se o recurso da informática educativa pela utilização do software GeoGebra a fim de melhorar o ensino dos assuntos/conteúdos matemáticos das funções quadráticas através de uma forma lúdica e interativa, o que aponta para a ideologia da segunda abordagem da Informática educativa: a construcionista, onde as aplicações desenvolvidas pelos alunos e/ou professores tomam o computador como uma ferramenta de aprendizagem dinâmica para auxiliar na compreensão de conteúdos programáticos/curriculares voltados para o ensino de matemática.

Numa visão metodológica diferenciada, a partir de então se buscará, neste trabalho, mostrar que o ensino-aprendizagem das funções quadráticas pode ser facilitado e aperfeiçoado através dos recursos interativos fornecidos e criados pelo/no GeoGebra, para isto, serão apresentados alguns exemplos de como se pode construir meios interativos e/ou lúdicos que auxiliam nas aulas a respeito do objeto de pesquisa deste trabalho: a função quadrática e o uso do GeoGebra. A começar pelo histórico passando pelos principais assuntos abordados que geralmente permeiam o estudo das funções quadráticas, mas também apresentando assuntos que devido a dificuldade, mesmo pelos professores, de expressar de forma lógica e rápida as modificações/transformações ocorridas nos gráficos parabólicos de tais funções, além da utilização da interdisciplinaridade com outras disciplinas do currículo base, como no caso de Física.

4.1 HISTÓRICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

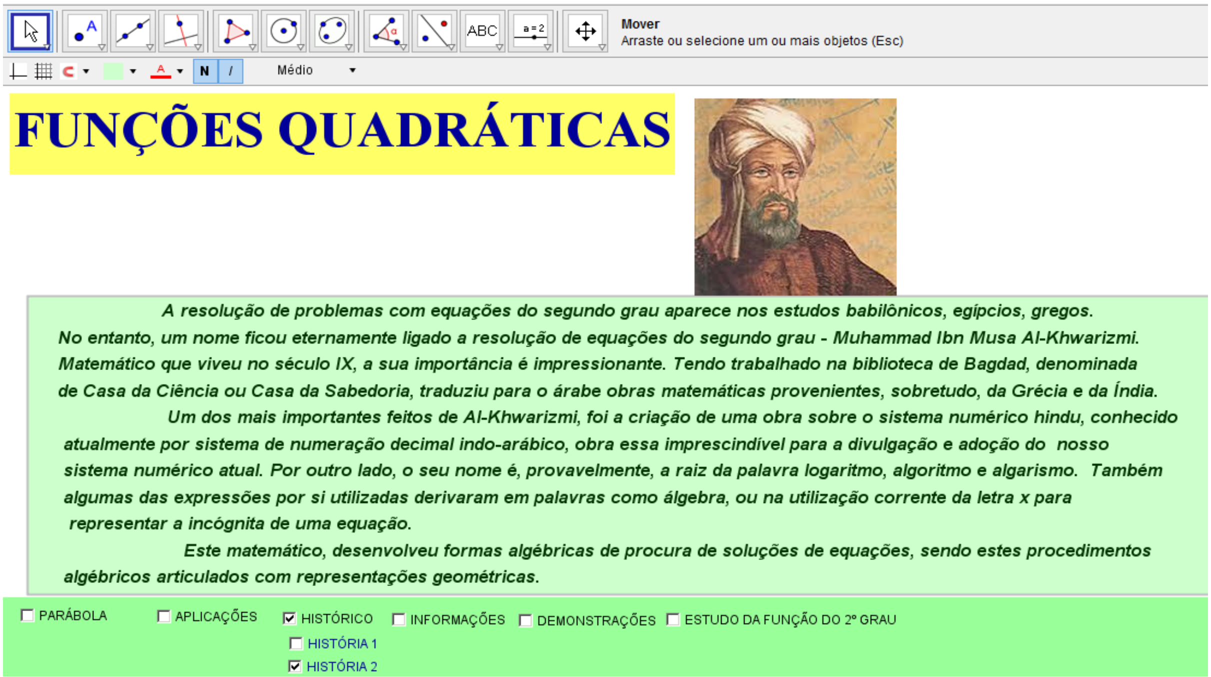
No GeoGebra, o histórico da Função Quadrática ou Função Polinomial de 2º Grau pode ser visto através de recurso que agregam figuras aos textos estáticos e que podem ser produzidos pelo próprio com o auxílio do professor, pois, a partir de uma pesquisa o professor e/ou aluno podem inserir textos, figuras, entre outros elementos usando-se as ferramentas que o GeoGebra dispõe. Veja a figura 27 e 28 a seguir:

Figura 27. Histórico 1



Fonte: Autor da pesquisa

Figura 28. Histórico 2



Fonte: Autor da pesquisa

Para estas construções foram utilizadas as ferramentas:

Inserir imagem;

ABC **Texto** e

ABC **Caixa para exibir/esconder objetos**, cujas funções e propriedades já foram mencionadas no capítulo 2 deste referido trabalho.

4.2 CONTEÚDOS ABORDADOS EM SALA DE AULA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA

4.2.1 Definição de função quadrática através da construção do gráfico

A definição da Função Quadrática ou Função Polinomial de 2º Grau expressa pela função **f:** $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se $\mathbf{f(x) = ax^2+bx+c}$, tendo **a**, **b** e **c** como os coeficientes da função quadrática *f*, são determinados pelos valores que assume nessa função, sendo $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^*$,ou seja, $\mathbf{a} \neq 0$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}$ e $\mathbf{c} \in \mathbb{R}$, pode ser expressa durante a construção do gráfico, que, como visto no capítulo anterior, se trata de uma parábola, Assim, precisa- se construir a parábola a partir de um ponto não pertencente a uma reta dada tem-se que o lugar geométrico do conjunto dos pontos do plano que se distanciam do foco e da diretriz é a própria parábola e, a reta perpendicular à diretriz será o eixo desta parábola, que tem no ponto médio de seu segmento o seu vértice., ao ser movimentado, se mantenha sempre à mesma distância do foco e da diretriz. Pelo GeoGebra, tal explicação pode ser desenvolvida seguindo-se os comandos abaixo:

1º. Construir uma reta **a** por AB e um ponto C sobre a reta **a**.

2º. Construir um ponto D não pertencente à reta **a**.

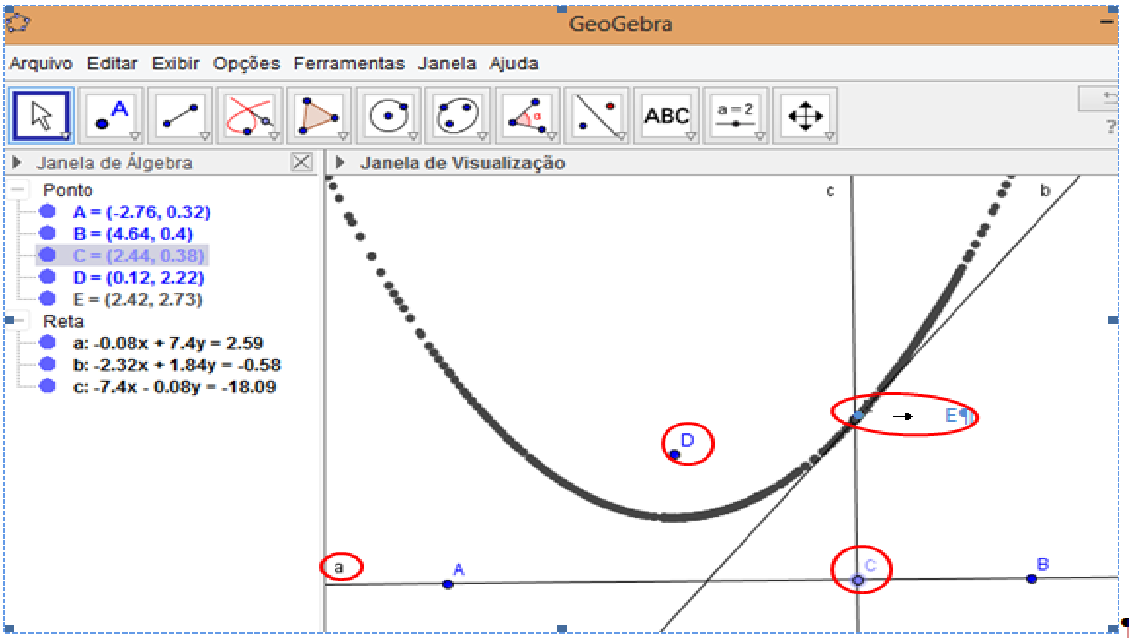
3º. Com a ferramenta Mediatriz selecionada, clicar nos pontos C e D.

4º. Traçar a perpendicular a reta **a** por C e marcar a interseção da mediatriz e da reta perpendicular.

5º. Ao movimentar o ponto C sobre a reta diretriz, com o rastro de E habilitado, obtém-se um conjunto de pontos equidistantes de D e da reta AB, ou seja, pontos sobre a parábola formada (ver Figura 29).

OBS.: O ponto construído, quando movimentado com o ponteiro do mouse, desliza somente sobre a reta **a**.

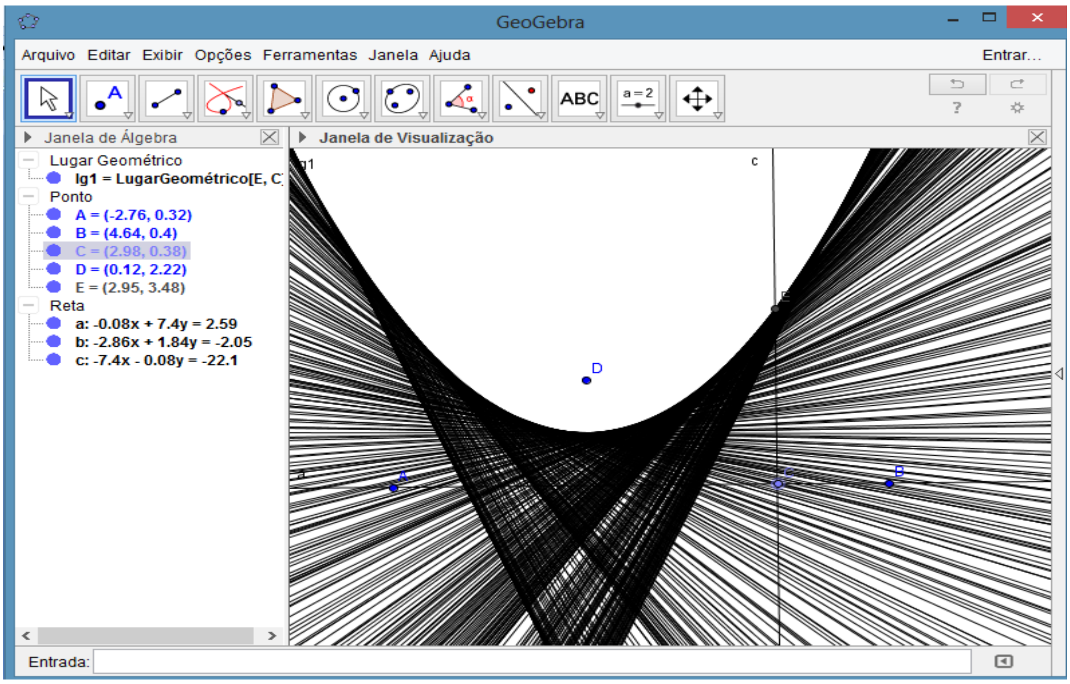
Figura 29 Construção da Parábola no GeoGebra.



Fonte: Autor da pesquisa

Um efeito visual bem interessante dessa demonstração se consegue ao invés de habilitar a ferramenta Rastro no ponto E, habilitá-la na mediatriz e movimentar o ponto C pela diretriz, obtendo-se a figura 30 a seguir.

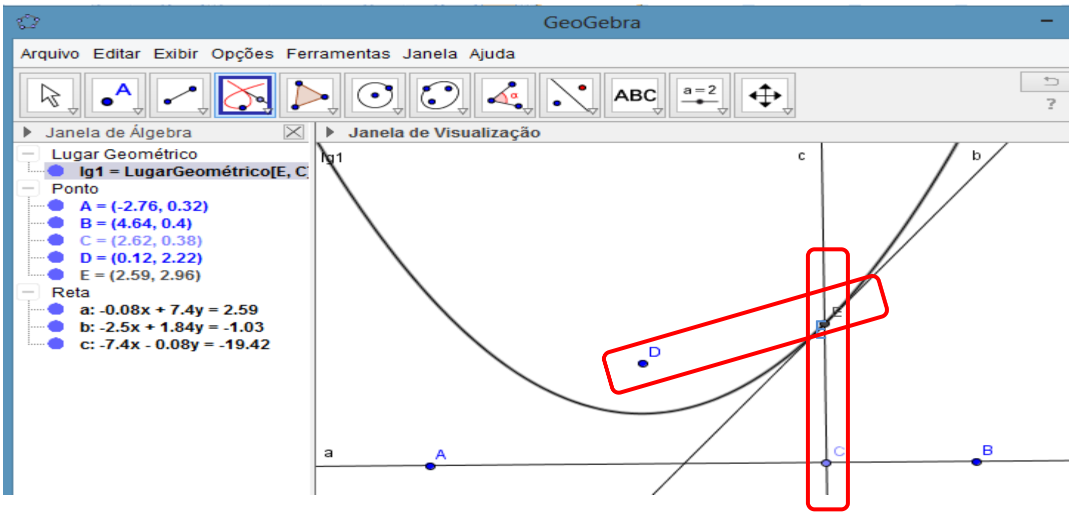
Figura 30 Parábola formada pelas diretrizes do ponto C



Fonte: Autor da pesquisa

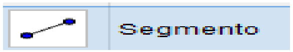
Pode-se, ainda, verificar se os segmentos CE e ED (ver figura 31 abaixo) possuem a mesma medida, o que é estabelecido pela definição da parábola.

Figura 31 Apresentação dos pontos dos segmentos CE e ED



Fonte: Autor da pesquisa

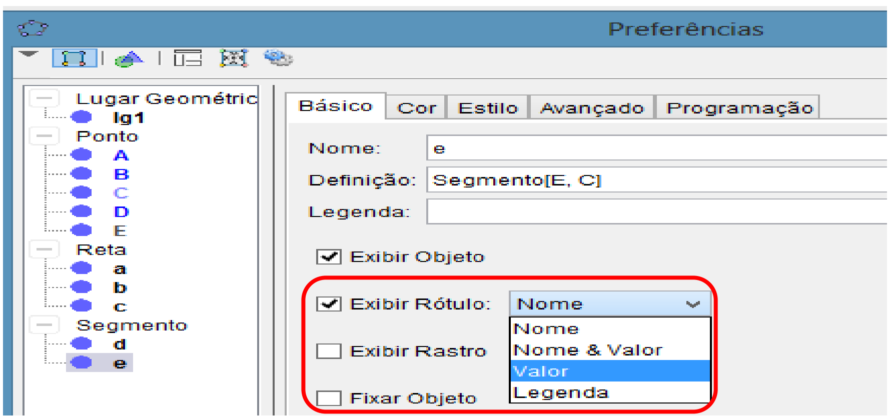
Para tal verificação, através do GeoGebra, deve-se:

1º. Utilizar a ferramenta Segmento 

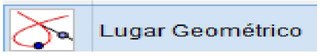
nos pontos C e E, e depois nos pontos E e D.

2º. Em cada segmento clique, com o botão direito do mouse, e em Propriedades, e depois altere a opção Exibir Rótulo para Valor, ver Figura 32 a seguir.

Figura 32 Opção Exibir Rótulo (Janela Preferências ⟶ Propriedades)

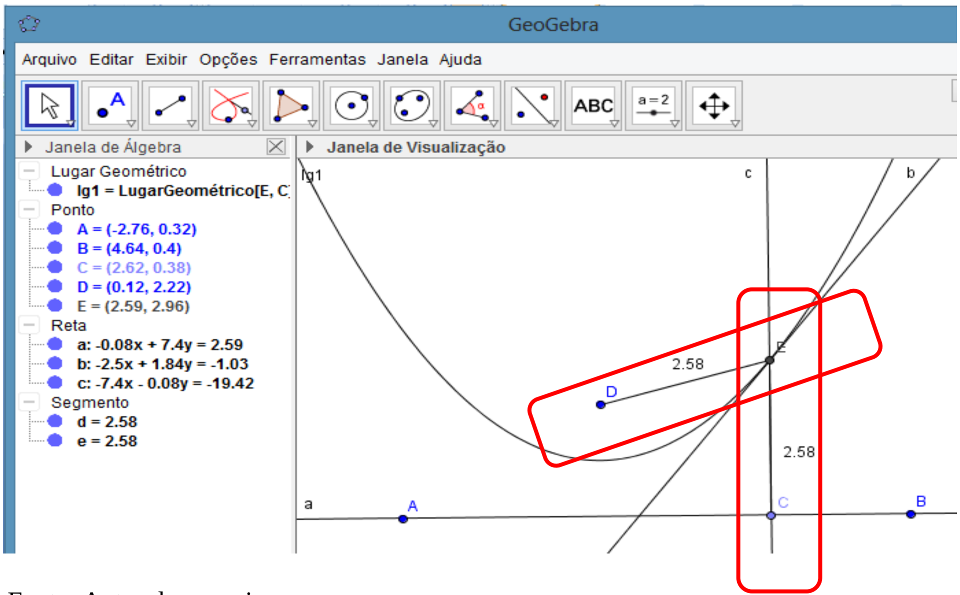


Fonte: Autor da pesquisa

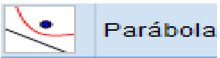
3º. Para finalizar a construção da parábola basta utilizar a ferramenta lugar geométrico 

nos pontos E e C, respectivamente (ver figura 33).

Figura 33 Segmentos de mesma medida

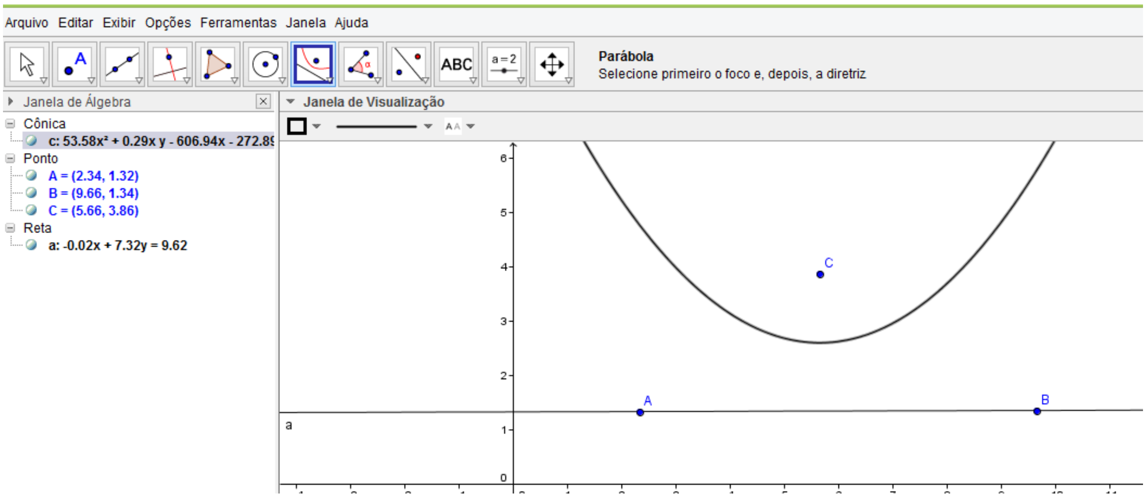


Fonte: Autor da pesquisa

Há outra forma, mais simples, de definir a parábola no GeoGebra: através de uma reta para diretriz e um ponto para representar o foco; pode-se selecionar a ferramenta Parábola 

para obter uma parábola como lugar geométrico (ver Figura 34 a seguir).

Figura 34 Ferramenta Parábola



Fonte: Autor da pesquisa

4.2.2 Compressão, Dilatação, Translação e Simetria nas Funções Quadráticas Utilizando a Forma Canônica no GeoGebra

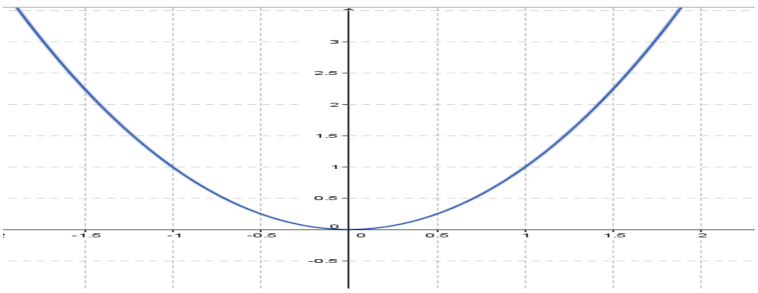
Ainda no estudo dos gráficos das funções quadráticas, a contribuição da forma canônica é valorosa e de suma importância, pois facilita o estudo e a visualização de tais gráficos que pode sofrer transformações/modificações que, no ensino tradicional, nem sequer são repassadas aos alunos como eventos que alteram o gráfico da função quadrática ao se alterar uma função $y = x^2$ e, essas transformações podem ser visualizadas interativamente, ou seja, com movimentos reais através do GeoGebra, bastando tomar por base que toda função quadrática dada na forma $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$ pode ser escrita na forma canônica:

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Agora, sempre partindo-se do gráfico de $y = x^2$, começa o estudo a respeito das transformações/modificações: dilatação, compressão, translação (vertical ou horizontal) ou simetria nos gráficos de funções, aqui, em especial, os da função quadrática.

Tendo por base o gráfico de uma função da forma $y = f(x)$, o gráfico da função $Y = \mathbf{a} \,.\, f(x)$, sendo o número real "**a**" positivo, é uma **dilatação** (se $0 < \mathbf{a} < 1$) ou uma **compressão** (se $\mathbf{a} > 1$) do gráfico da função f. Por exemplo, no gráfico da função $Y_1 = 2x^2$ ou da função $Y_2 = 0{,}5x^2$, teremos, respectivamente, uma compressão ou uma dilatação sobre o gráfico da função $y = x^2$. Como observado por meio das figuras a seguir, onde a parábola em azul representa o gráfico da função original e as parábolas em verde representam as modificações sofridas por esta (ver Figuras 35, 36 e 37 a seguir).

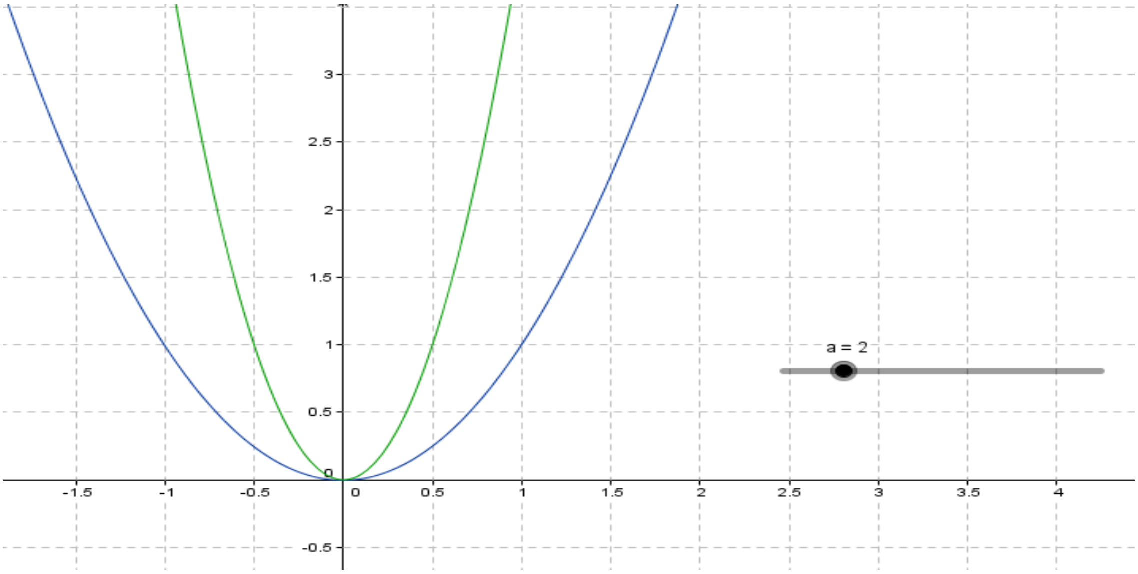
Figura 35. Gráfico da função original



Fonte: Autor da pesquisa

$y = x^2$ (função original)

Figura 36. Compressão da função original

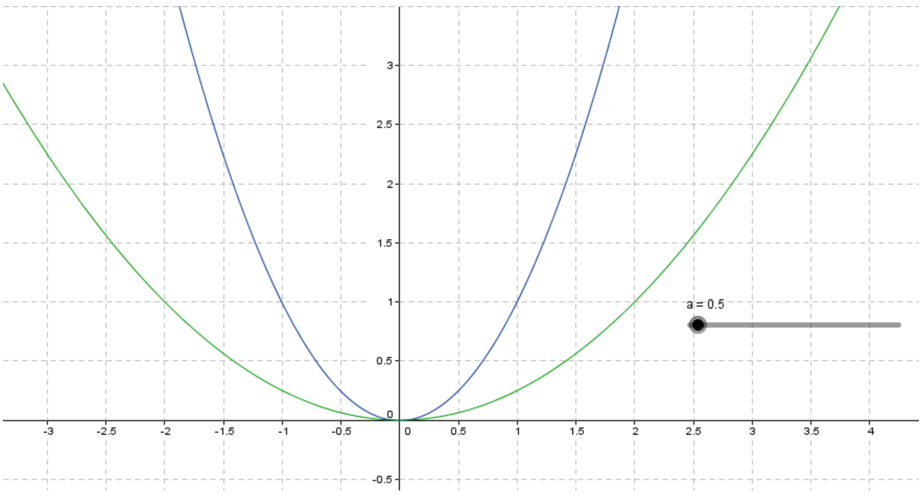


Fonte: Autor da pesquisa

$y = x^2$ $Y_1 = 2x^2$

(função original) (compressão)

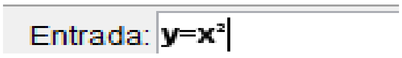
Figura 37. Dilatação da função original



Fonte: Autor da pesquisa $Y_2 = 0{,}5x^2$

(dilatação)

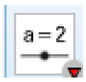
Para se construir tais modificações, utilizando-se o GeoGebra, deve-se seguir o passo-a- passo abaixo:

1º. Primeiramente, digita-se a função original y=x² no campo de Entrada. 

2º. Em Propriedades, ao acionar-se o botão direito do mouse no gráfico, indo-se em seguida na guia Cor, pode-se trocar a cor para a qual se deseja, neste caso azul (ver Figura 38).

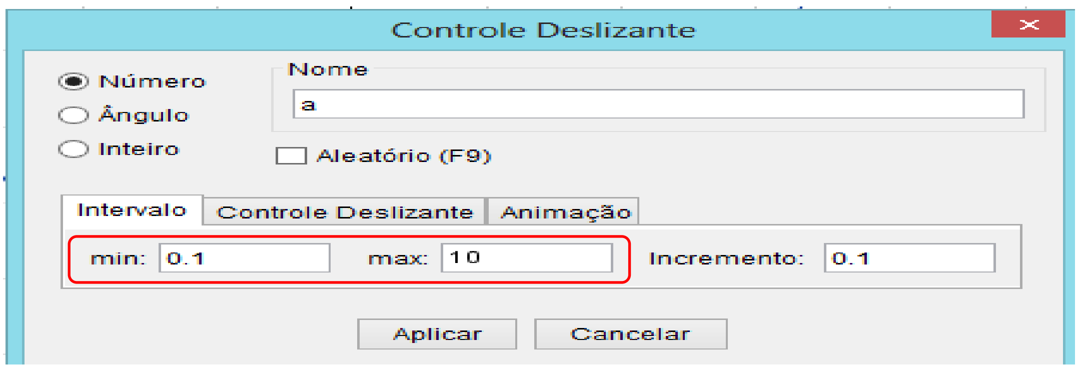
Figura 38 Janela Preferências →Propriedades ⟶ guia Cor.

Fonte: Autor da pesquisa

3º. Em seguida, através da ferramenta Controle Deslizante 

insere-se os valores min e máx alterando-os conforme mostrado na imagem seguinte (ver Figura 39).

Figura 39 Controle Deslizante



Fonte: Autor da pesquisa

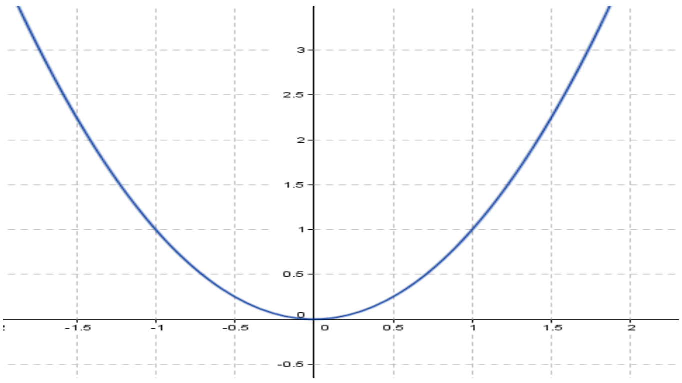
4º. A fim de mostrar as modificações já expostas anteriormente (compressão e dilatação), digita-se a função g (x)= **a**x² no campo de Entrada, podendo, agora, alterar os valores do coeficiente **a** de forma mais dinâmica, conforme os exemplos dados **a**=2 e **a**=0,5, respectivamente, compressão e dilatação.

5º. Indo em Propriedades, utilizando o botão direito do mouse no gráfico, e acionando em seguida na guia Cor, trocou-se parar a cor verde a parábola que explicita tais modificações.

Dando continuidade ao estudo de tais modificações do gráfico da função quadrática, apresentar-se **Translação Horizontal** e, a seguir a **Translação Vertical**. Para a primeira, tendo-se o gráfico de uma função da forma $y = f(x)$, o gráfico da função $Y = f(x - a)$ corresponderá a uma **translação horizontal** do gráfico da função $y = f(x)$, onde se terá uma translação para a **direita** se o número real "**a**" for positivo; e uma translação para a **esquerda**, se o número real "**a**" for negativo, por exemplo, as funções $Y_1 = (x - 1)^2$ e $Y_2 = (x + 2)^2$, respectivamente, onde o gráfico de cada uma delas é exatamente uma translação do gráfico da função original $y = x^2$ para a direita ou para a esquerda.

Para mostrar a Translação Horizontal no GeoGebra: digita-se, no campo de Entrada, a função original y=x²; seguido da escolha da cor da parábola em Preferências (em Propriedades na guia Cor), alterando-se o campo Nome para **h** na ferramenta Controle Deslizante e também os valores de *min* e *max* para, -5 e 5, respectivamente, digita-se a seguir no campo de Entrada a função s(x)=(x-h)². Fica então exposto através das Figuras 40, 41 e 42, as translações horizontais para direita (h= 1) e para esquerda (h= -2).

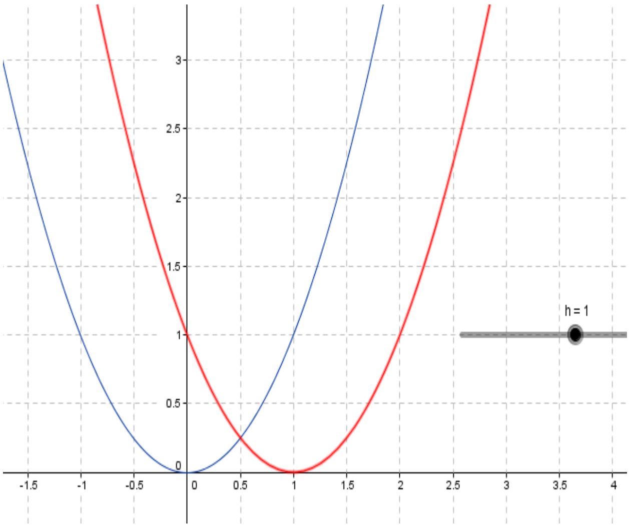
Figura 40 Gráfico da função original



Fonte: Autor da pesquisa

$y = x^2$ (função original)

Figura 41 Translação Horizontal para direita da função original

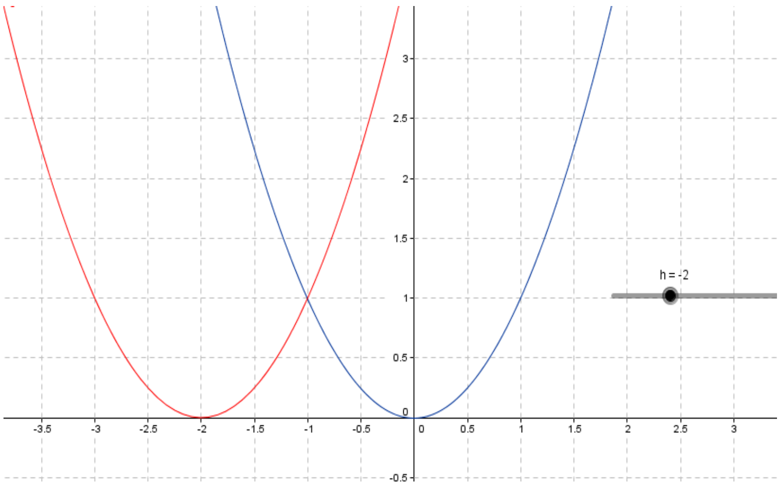


Fonte: Autor da pesquisa

$y = x^2$ (função original)

$Y_1 = (x - 1)^2$ (translação para a direita)

Figura 42 Translação Horizontal para a esquerda da função original



Fonte: Autor da pesquisa

$Y_2 = (x + 2)^2$

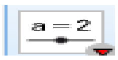
(translação para a esquerda)

Para mostrar a Compressão e a Dilatação do gráfico da função quadrática, procede-se de maneira semelhante ao executado acima ,através do uso do GeoGebra.

Quanto à Translação Vertical, tendo-se o gráfico de uma função original y = f(x), o gráfico da função Y = f(x) + **a** corresponde a uma **translação vertical** de y = f(x) que pode ter sentidos opostos, sendo uma translação no sentido positivo de Oy se o número real “**a**” for positivo e, será uma translação no sentido negativo de Oy, se o número real “**a**” for negativo. Por exemplo, sejam as funções $Y_1 = x^2 - 1$ e $Y_2 = x^2 + 0{,}5$. Sendo que seus respectivos gráficos correspondem a transladar, o gráfico de $y = x^2$ para baixo e, em seguida para cima, ordenadamente.

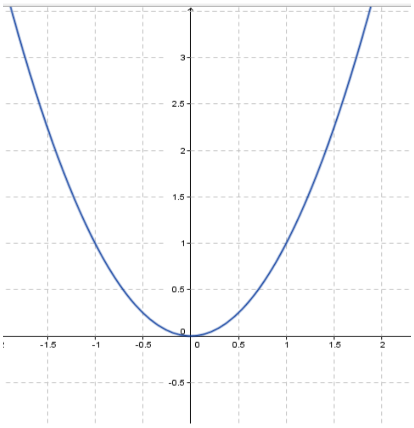
Para mostrar essas modificações de Translação Vertical usando-se o software GeoGebra., segue-se as instruções abaixo.

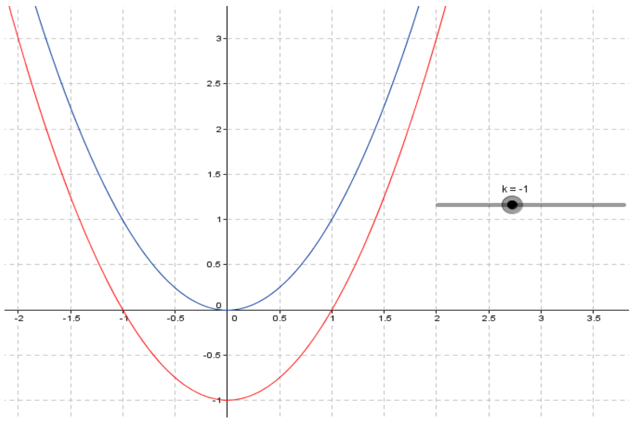
1º. Digita-se, no campo de Entrada, primeiramente a função original y=x² e a seguir a função s(x)= x² - k para o *sentido negativo*.

2º. Insere-se a ferramenta Controle Deslizante  alterando-se o campo Nome para **k**, de acordo com a figura 43 (sentido negativo- B).

3º. Para o *sentido positivo*, no campo de Entrada digita-se a função t(x)= x² + k (Figura 44).

Figura 43 Translação Vertical de sentido negativo ao da função original



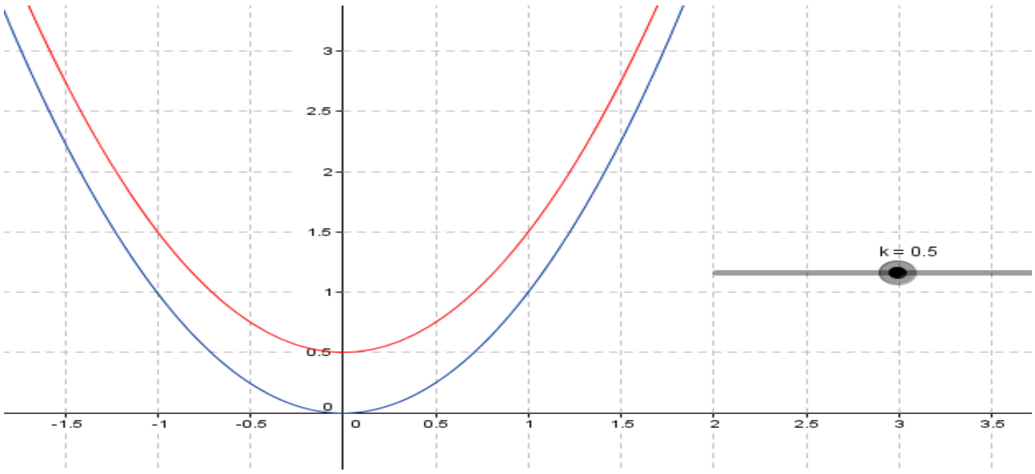


Fonte: Autor da pesquisa

$y = x^2$ $\qquad$ $Y_1 = x^2 - 1$

(função original- A) $\qquad$ (sentido negativo- B)

Figura 44 Translação Vertical de sentido positivo ao da função original



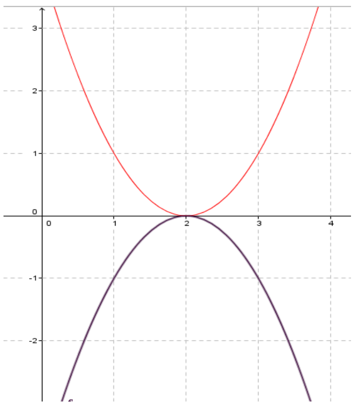
Fonte: Autor da pesquisa

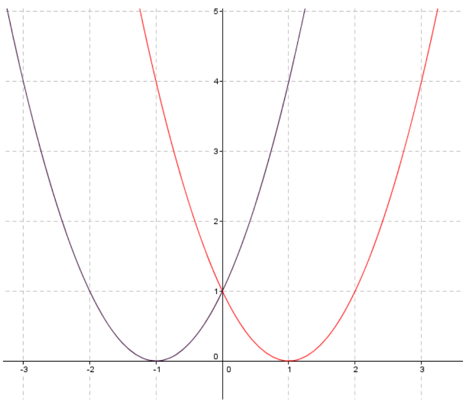
$Y_2 = x^2 + 0{,}5$
(sentido positivo)

E, finalmente quanto à **Simetria**, tem-se que o gráfico de $Y_1 = –f(x)$ é o simétrico do gráfico de $y = f(x)$ em relação a Ox; o gráfico da função $Y_2 = f(–x)$ é o simétrico de $y = f(x)$ em relação a Oy.

Exemplo, o gráfico da função $F_1(x) = –(x + 2)^2$ é simétrico (**em relação a Ox**) do gráfico de $F(x) = (x + 2)^2$. (veja: $F_1(x) = –F(x)$). O gráfico de $F_2(x) = (–x – 1)^2$ é simétrico (**em relação a Oy**) do gráfico de $f(x) = (x – 1)^2$ (veja que $F_2(x) = f(–x)$, conforme observado na Figura 45.

Figura 45 Simetrias nos eixos (X e Y) da Parábola





Fonte: Autor da pesquisa

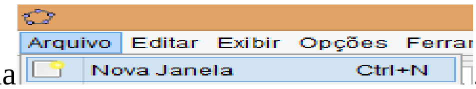
$F(x) = –(x + 2)^2$
(simetria em relação a Ox)

$F_2(x) = (–x – 1)^2$ $f(x) = (x – 1)^2$
(simetria em relação a Oy)

Utilizando o GeoGebra para tal construção, tem-se:

1º. No campo de Entrada, digita-se a função original $f(x)=(x+2)^2$. Com o botão direito do mouse no gráfico, vai-se em Propriedades na guia Cor, e trocar-se para a cor desejada para mostrar com clareza a modificação, neste caso vermelho.

2º. No campo de Entrada digita-se a função $f(x)= -(x+2)^2$ para formar a simetria em relação a Ox.

3º. De forma semelhante, tem-se que para formar a simetria em relação a Oy, deve-se abrir uma nova janela em Arquivo>Nova Janela 

. Dando seguimento, no campo de Entrada digita-se a função $f(x)=(x-1)^2$ (em vermelho).

4º. No campo de Entrada digita-se a função $f(x)=(-x-1)^2$ para mostrar a modificação ocorrida.

4.2.2.1 Sucessivas modificações no gráfico da função quadrática

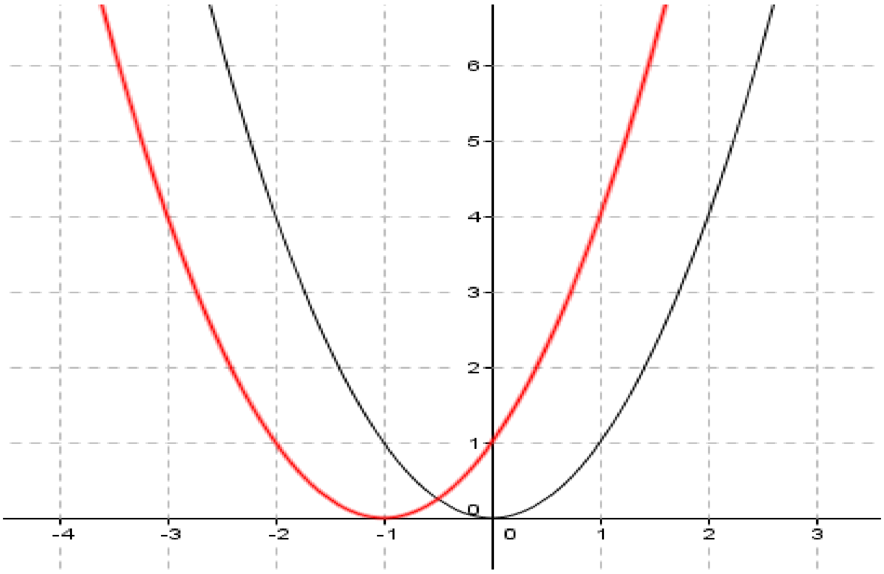
Percebe-se que as transformações/modificações outrora apresentadas são conteúdos de grande importância no ensino das funções quadráticas, pois, a partir delas pode-se entender o porquê dos gráficos dos exercícios realizados de forma isolada no ensino tradicional são tão diversos e diferentes entre si e, além disto, podem, através da metodologia com o uso do GeoGebra, ser compreendidos e resolvidos de forma clara, objetiva e até mesmo coletiva. Para uma exemplificação mais rápida e dinâmica a esse respeito, na construção do gráfico de $y = -2(x + 1)^2 - 3$ ou, seja, o gráfico da função $y = -2x^2 - 4x - 5$, fazem-se sucessivas modificações, começando pela **translação horizontal à esquerda**, passando pela **compressão**, pela **simetria em relação a Ox** e finalizando com a **translação vertical de sentido negativo**.

Para isto, deve-se, no GeoGebra:

a) Primeiramente, partindo-se do gráfico da função original $y = x^2$ (em vermelho) e somando 1 à variável independente x (obtendo-se o "x + 1" da função descrita), o gráfico de $y = x^2$ sofre uma **translação horizontal à esquerda** de acordo com a Figura 46.

Figura 46 Translação horizontal à esquerda

(translação à esquerda) $y = (x + 1)^2$ $y = x^2$



Fonte: Autor da pesquisa

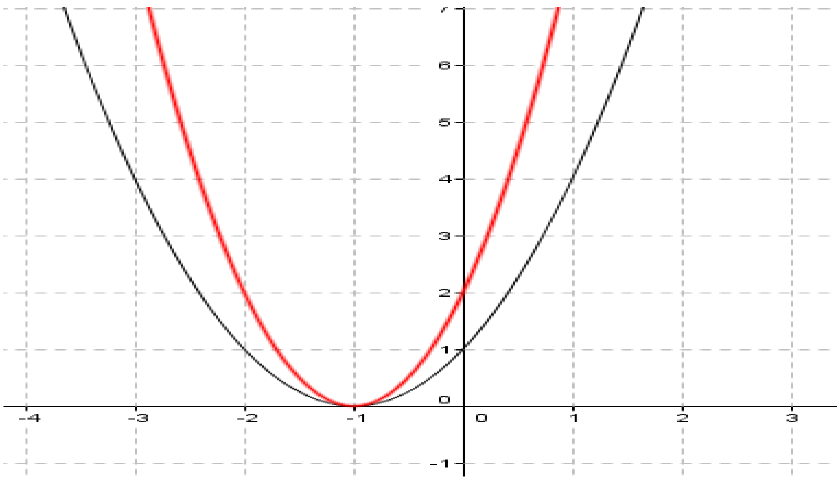
Dando seguimento:

1º. Para a **translação à esquerda**, no campo de Entrada, digita-se a função original $f(x) = x^2$.

2º. Depois, digita-se a função $f'(x) = (x + 1)^2$. 3 e, acionando o botão direito do mouse no gráfico, indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se parar a cor desejada, neste caso vermelho.

b) Ao multiplicarmos por 2, o gráfico de $y = (x + 1)^2$ sofre uma **compressão**. E encontra-se, então, o gráfico de $y = 2(x + 1)^2$ (em vermelho), conforme o gráfico a seguir (Figura 47).

Figura 47 Compressão sofrida por $y = (x + 1)^2$



Fonte: Autor da pesquisa

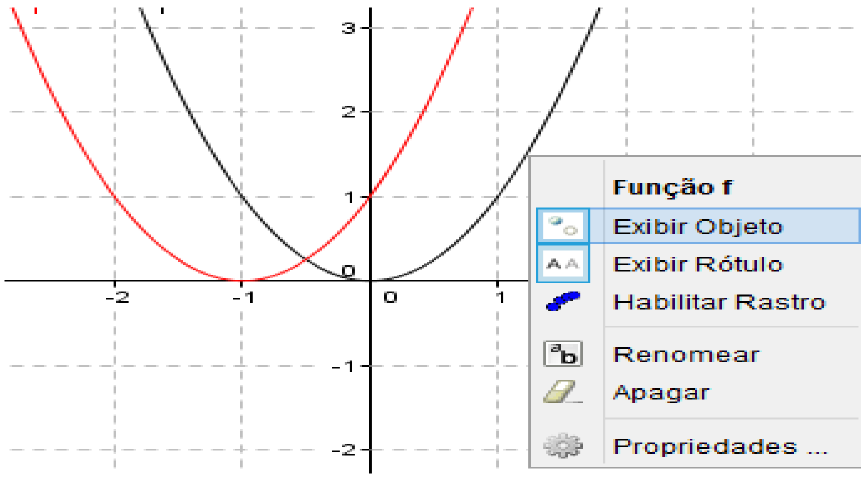
$$y = 2(x + 1)^2$$

(compressão)

No GeoGebra:

1º. Com o botão direito do mouse no gráfico da função f(x), oculta-se o gráfico clicando em Exibir Objeto (ver Figura 48).

Figura 48 Exibir Objeto para simetria em relação a Ox



Fonte: Autor da pesquisa

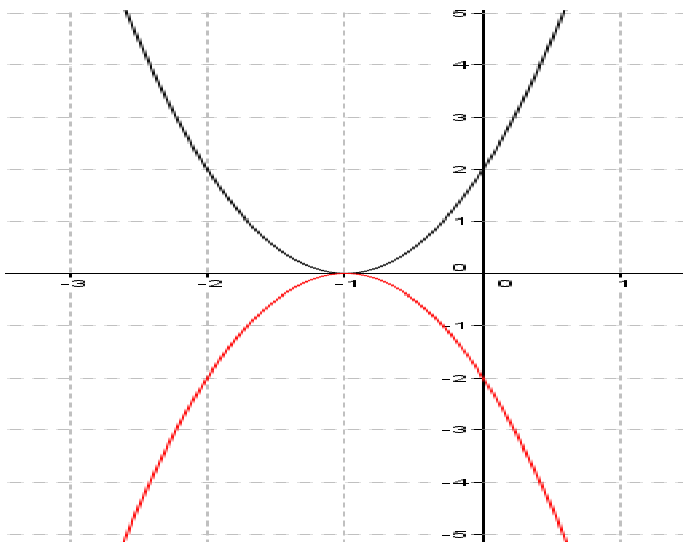
2º. Com o botão direito do mouse no gráfico de f'(x), indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se parar a cor desejada, neste caso preto.

3º. Digita-se no campo de Entrada a função $f''(x)=2(x+1)^2$, e utilizando o botão direito do mouse no gráfico, indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se parar a cor desejada, neste caso vermelho.

c) Então, ao multiplicarmos por –1, o gráfico de $y = 2(x + 1)^2$ sofre uma **simetria em relação a Ox**, de acordo com o gráfico de $y = -2(x + 1)^2$ (ver Figura 49).

Figura 49 Simetria em relação a Ox após compressão

$y = 2(x + 1)^2$



Fonte: Autor da pesquisa

$y = -2(x + 1)^2$

(simetria em relação a Ox)

Pelo GeoGebra, tem-se:

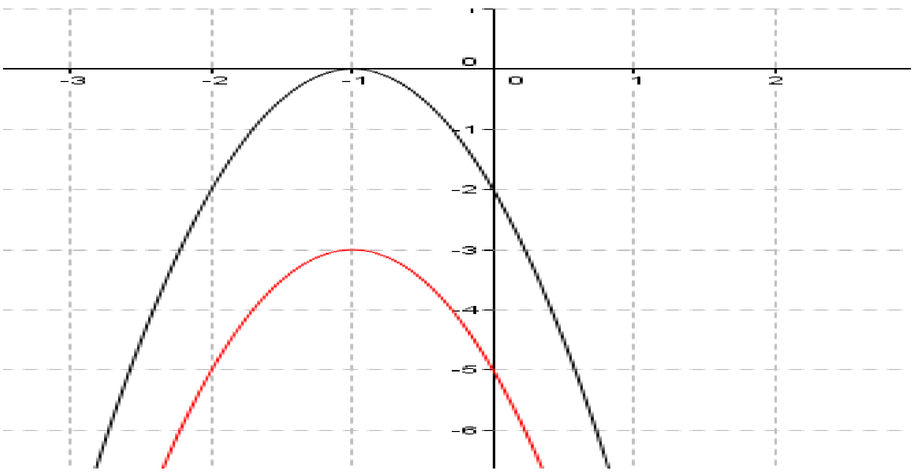
1º. Com o botão direito do mouse no gráfico da função f'(x), oculta-se o gráfico indo em Exibir Objeto.

2º. Com o botão direito do mouse no gráfico de f''(x), indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se para a cor desejada, neste caso preto.

3º. No campo de Entrada digita-se a função f’’’(x)=-2(x+1)², no botão direito do mouse no gráfico, indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se para a cor desejada, neste caso vermelho.

d) Ao subtrairmos 3, o gráfico de $y = –2(x + 1)^2$ sofre uma **translação vertical** no sentido negativo de Oy. Encontramos, finalmente, o gráfico de $y = –2(x + 1)^2 – 3$ (ver Figura 50).

Figura 50 translação vertical após simetria em relação a Ox



Fonte: Autor da pesquisa

(translação vertical no sentido negativo de Oy)

Tem-se, utilizando o GeoGebra:

1º. Utilizando-se o botão direito do mouse no gráfico da função f’’(x), oculta-se o gráfico indo em Exibir Objeto.

2º. Utilizando o botão direito do mouse no gráfico de f’’’(x), indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se parar a cor desejada, neste caso preto.

3º. No campo de Entrada digita-se a função f’’’’(x)=-2(x+1)² -3, utilizando o botão direito do mouse no gráfico, indo em Propriedades na guia Cor, trocar-se parar a cor desejada, neste caso vermelho.

Portanto, viu-se que a forma canônica da função quadrática mostra, sucintamente, as transformações ocorridas no gráfico de y = x^2, e, após aplicar-se nesta a propriedade distributiva, tem-se:

$$f(x)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a}=a\left(x-\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2+\left(-\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Sabendo-se que, em toda função quadrática, temos: $x_V=-\frac{b}{2a}$ e $y_V=-\frac{\Delta}{4a}$, pode-se, finalmente, dizer que toda função quadrática pode ser escrita na forma abaixo:

$$f(x)=a(x-x_V)^2+y_V$$

Percebe- se que ocorreram seguidas modificações/transformações no gráfico de y = x^2: uma translação horizontal provocada por $-x_V$; uma dilatação (ou compressão) provocada pela multiplicação por | a | (lembrando-se que pode existir simetria em relação a Ox, caso se tenha **"a"** negativo) e uma translação vertical provocada pela adição de y_V. Essas transformações não são tão facilmente percebidas quando a função está escrita em sua forma mais usual f(x) = ax^2 + bx + c.

Até aqui, percede-se que o uso do Geogebra na sala de aula, mais concretamente no estudo de funções quadráticas, pode potencializar a aprendizagem e estimular a motivação, principalmente dos alunos do 1º Ano do ensino médio. A seguir, apresenta-se-á mais estudos a respeito da função quadrática com o uso do GeoGebra, desde o estudo do sinal até à demonstração do valor máximo e do valor mínimo assumidos pelo vértice da função.

4.2.3 Estudo do sinal da função quadrática, da concavidade e do estudo do discriminante

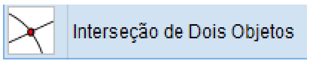
A utilização do GeoGebra no estudo do sinal tornar mais acessível a todos, tanto para os professores quanto para os alunos, a apropriação dos conteúdos. Desta forma, o estudo do sinal da função quadrática f(x) = x^2 - 6x + 5, pode ser visualizado através da aplicação no GeoGebra quando segue-se os seguintes comandos:

1º. No campo de Entrada digita-se y=0 que representa a reta das abscissas.

2º. No campo de Entrada digita-se a função quadrática em questão, f(x)= x^2 - 6x + 5.

3º. Insere-se um ponto A no gráfico da função quadrática, renomeia-se com a palavra *MOVA*.

4º. Traça-se uma Perpendicular de A com a reta y.

5º. Na ferramenta Interseção de dois objetos 

marca-se a perpendicular e a reta y aparecendo o ponto B.

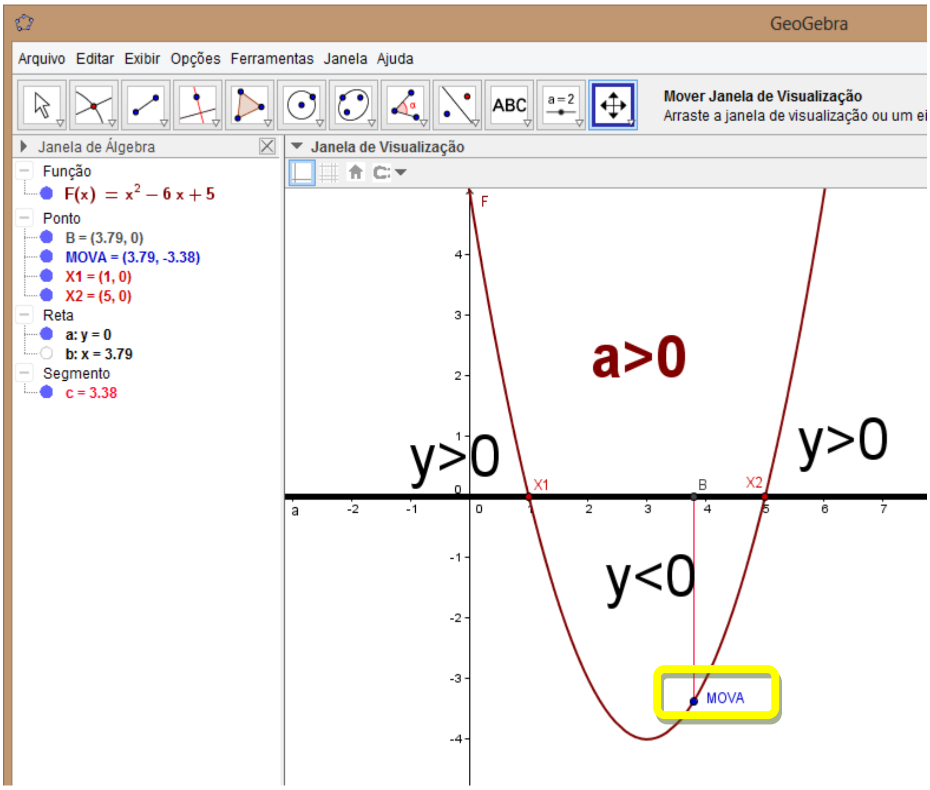
6º. Oculta-se a perpendicular e insira o Segmento nos pontos A e B, habilitando o rastro 

.

7º. Com a ferramenta Texto, insere-se : a>0, y>0 e y<0.

OBS.: É possível fazer alterações de cor, espessura, entre outros, clicando com o botão direito do mouse no objeto, indo em Propriedades.(ver Figura 51)

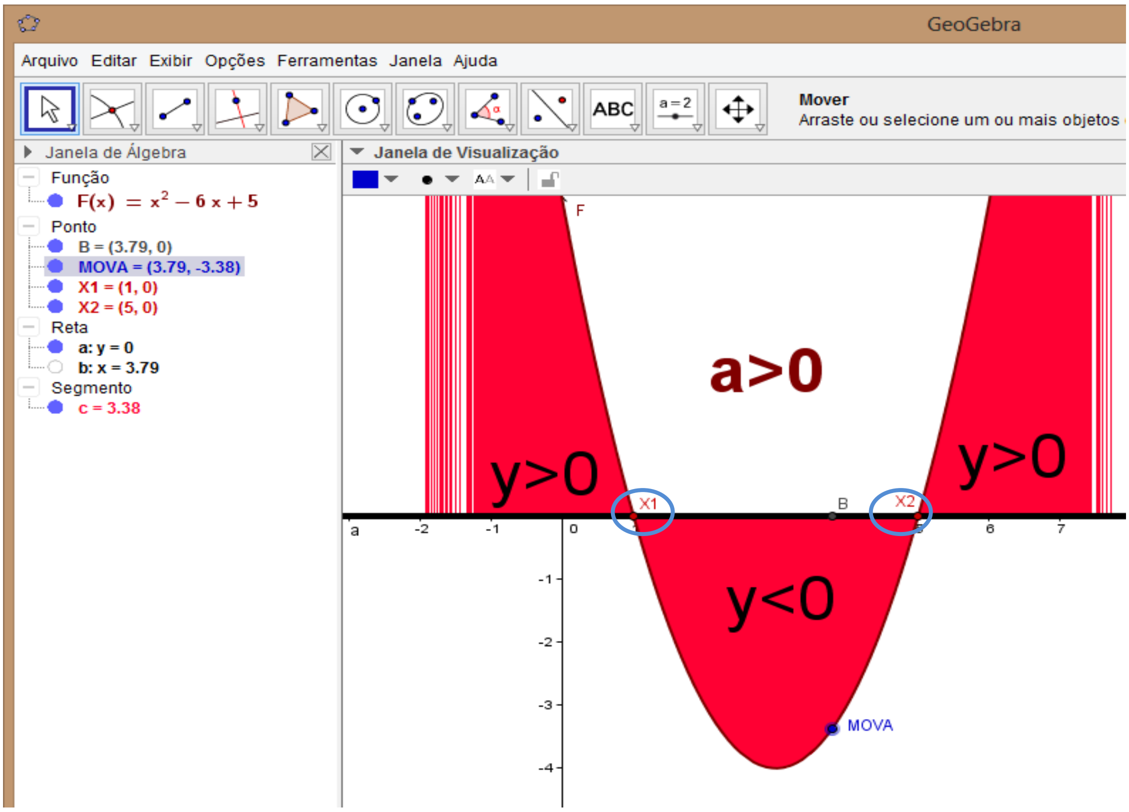
Figura 51 Variações dos parâmetros **a** e **Δ** no GeoGebra



Fonte: Autor da pesquisa

Pode-se solicitar que o próprio aluno mova o ponto azul, a fim de que perceba de forma prática e intuitiva algumas relações que envolva os valores de x e y=f(x) (Vizualizar na figura 52).

Figura 52 Variações dos valores de x e y=f(x)



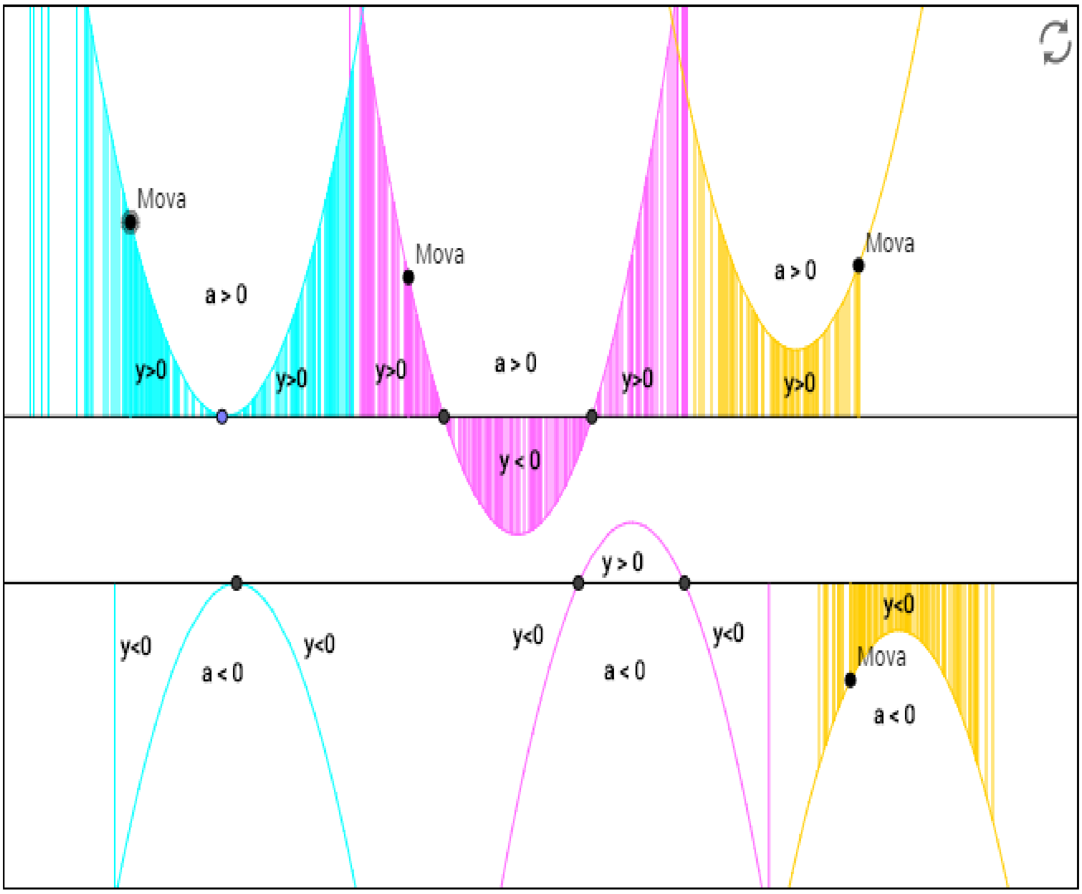
Fonte: Autor da pesquisa

Observa-se, então, que as raízes x_1=1 e x_2=5 e que estão no eixo x, logo y=f(x)=0. Nos extremos destas raízes há duas partes do gráfico em vermelho estão acima do eixo x, logo y=f(x)>0. E, entre as raízes a uma parte do gráfico em vermelho está abaixo do eixo x, então: y=f(x)<0. Tudo isso implica que:

$$f(x)=0 \text{ para } x = 1 \text{ ou } x = 5;\ f(x) > 0 \text{ para } x < 1 \text{ ou } x > 5; f(x) < 0 \text{ para } 1 < x < 5.$$

Além desta possibilidade, o site do GeoGebra disponibiliza exemplos prontos como mostra a Figura 53 a seguir.

Figura 53 Sinais da função quadrática

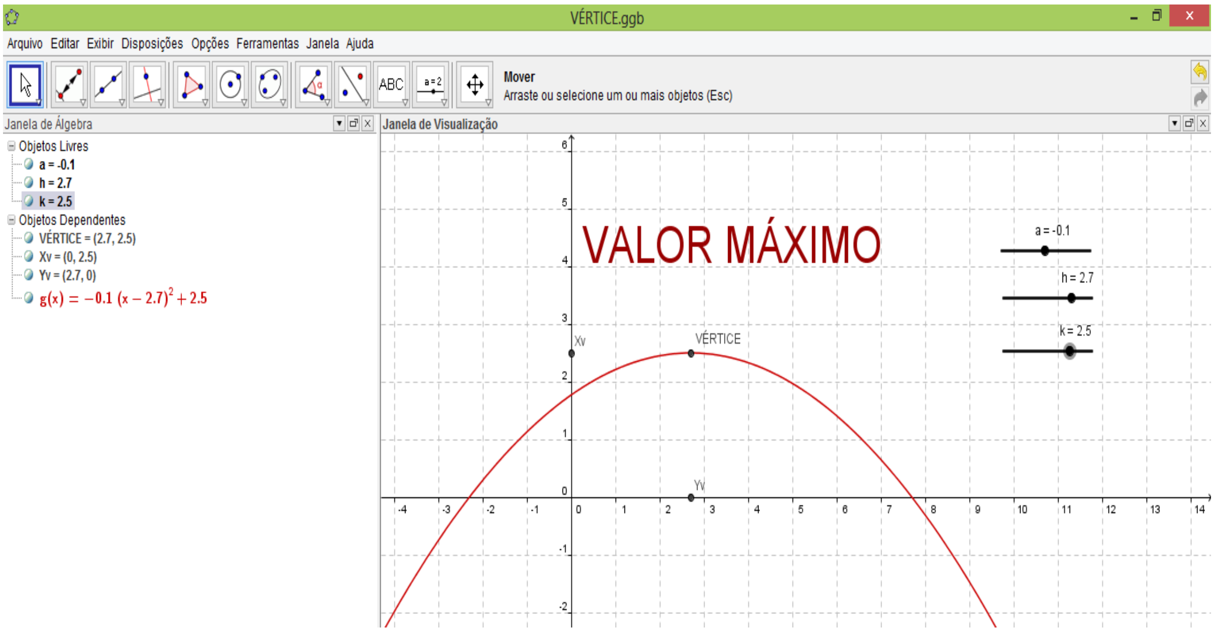


Fonte: www.geogebra.org

4.2.4 O vértice da função: valor máximo e valor mínimo.

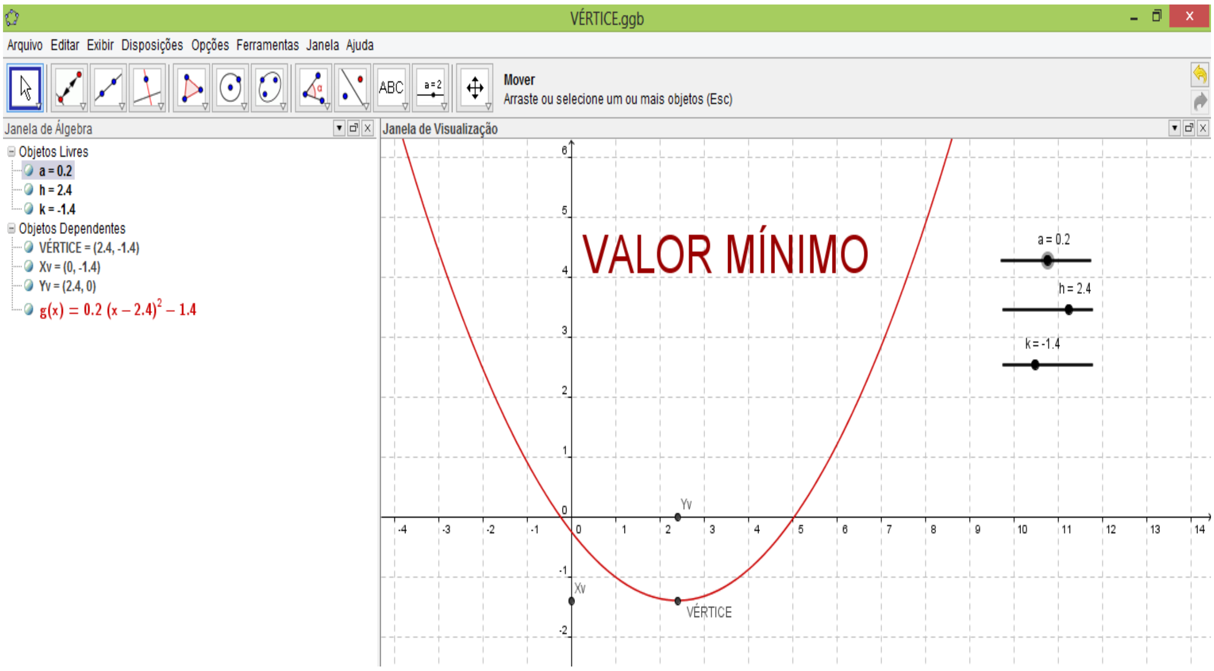
Os valores máximo e mínimo assumidos pelo vértice do gráfico da função quadrática, utilizando o GeoGebra (ver Figura 54 e 55), analisa-se a função quadrática em sua forma canônica f(x)= a(x-h)² +k, onde h e k representam as coordenadas do vértice da parábola, respectivamente, o x do vértice e o y do vértice. Em seguida, verifica-se que ao se alterar os valores de a, h e k ocorre as mudanças no gráfico, implicando na alteração imediatas das coordenadas do vértice.

Figura 54 Valor máximo



Fonte: Autor da pesquisa

Figura 55 Valor mínimo



Fonte: Autor da pesquisa

Usando o GeoGebra, deve-se:

1º. Inserir a ferramenta Controle Deslizante . Repetir essa operação mais duas vezes, alterando-se o nome para h e k. O que implica em três controles deslizantes que corresponderão a: a, h e k.

2º. No campo de Entrada digita-se a função $t(x)= a*(x-h)^2 + k$.

3º. Basta movimentar o controle deslizante e observar a mudança de valores assumidos na parábola.

4º. No campo de Entrada digita-se (h,0) para representar o x do vértice e (0,k) para representar o y do vértice e as coordenadas do vértice como (h,k). Pode-se Renomear os pontos criados.

5º No campo de Entrada digita-se: Se[a > 0, "VALOR MÍNIMO", Se[a < 0, "VALOR MÁXIMO", ""]]

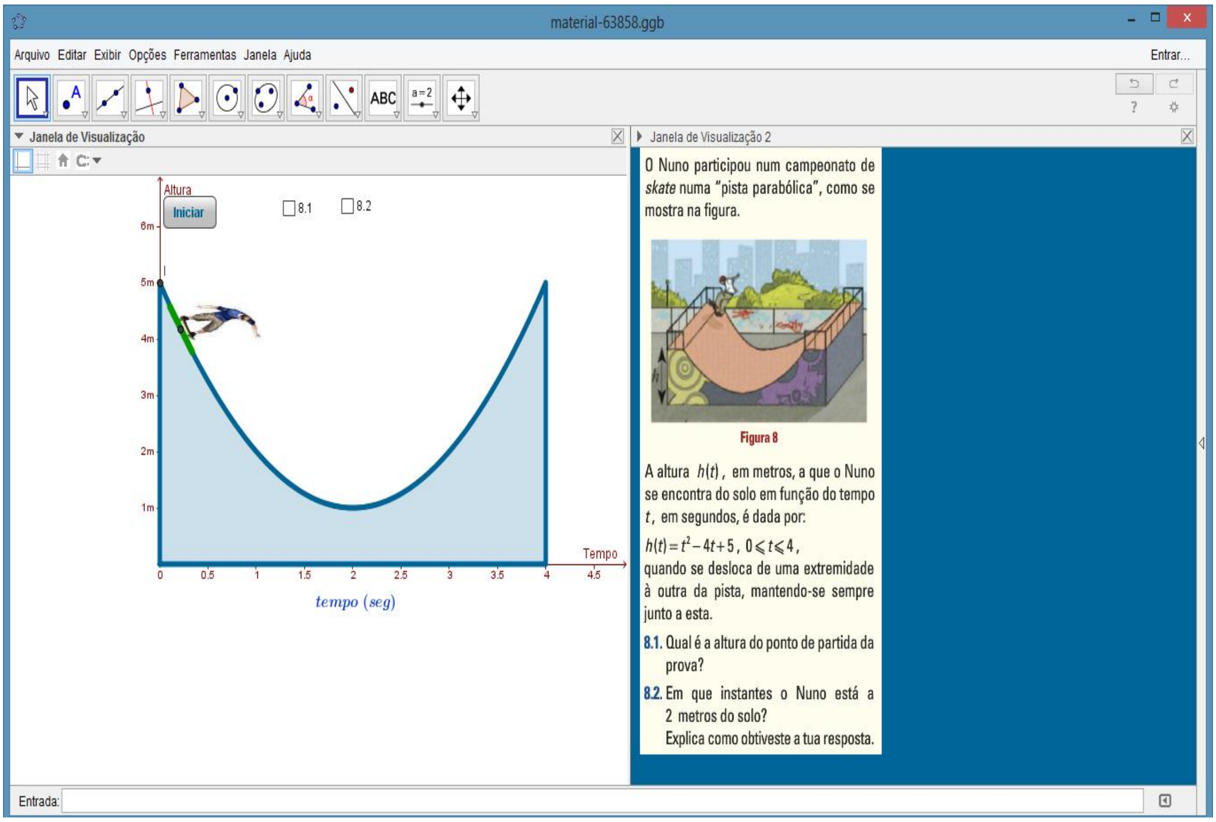
4.3 ASSOCIADA AO ENSINO DE FÍSICA: MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Através do conhecimento da função quadrática pode-se obter-se uma descrição completa do movimento uniformemente variado tomando como exemplo suas aplicações práticas, como no caso da queda livre de um corpo que representa um ponto que se desloca sobre um eixo, sob a ação da gravidade da Terra, normalmente indicada pela letra g e onde a aceleração *a* é a própria gravidade, com demonstrado no exemplo da que aparece na Figura 49. Mas também, o movimento uniformemente variado pode ocorrer em uma superfície plana, um exemplo disso é o movimento de projéteis (uma bala, uma bola, uma pedra, etc.) lançado por uma força instantânea e, a partir daí, sujeito apenas à ação da gravidade, sendo desprezada a resistência do ar (movimento no vácuo). E, neste caso, embora o processo ocorra no espaço tridimensional, a trajetória do projétil está contida no plano determinado pela reta vertical no ponto de partida e pela direção da velocidade inicial. Tal fenômeno originou o estudo sobre as equações do 2º grau e que, posteriormente, resultou no estudo sobre as funções quadráticas, conforme viu-se no capítulo 3, sobre o breve histórico da função quadrática.

Para aprofundar e exemplificar a associação do estudo da função quadrática ao estudo do movimento uniformemente variado, são apresentadas, nas figuras a seguir, algumas propostas de aplicações que encontram-se disponíveis, com movimentos interativos, no próprio site do GeoGebra (ver Figuras 56, 57, 58 e 59).

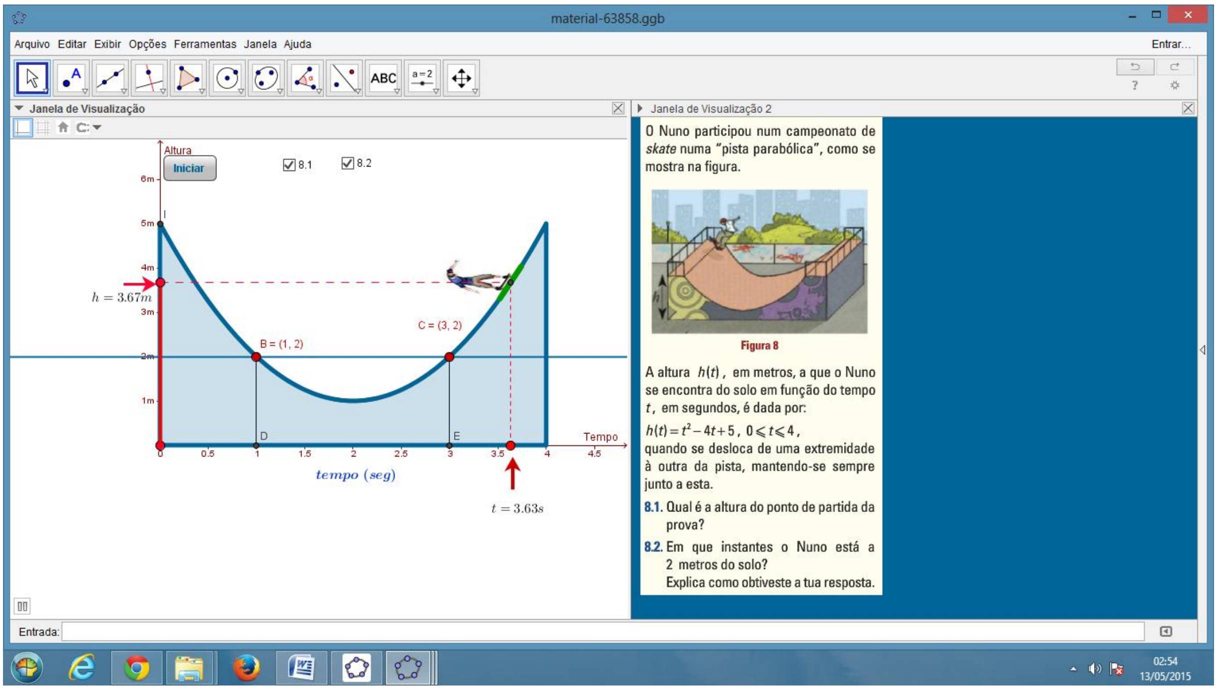
Além disto, ao final deste subcapítulo, tem-se a resolução de uma questão de vestibular através do GeoGebra a qual também explicita a situação envolvendo tal associação que reforça o valor da interdisciplinaridade entre as disciplina Matemática e Física.

Figura 56 Rampa de skate e o MUV



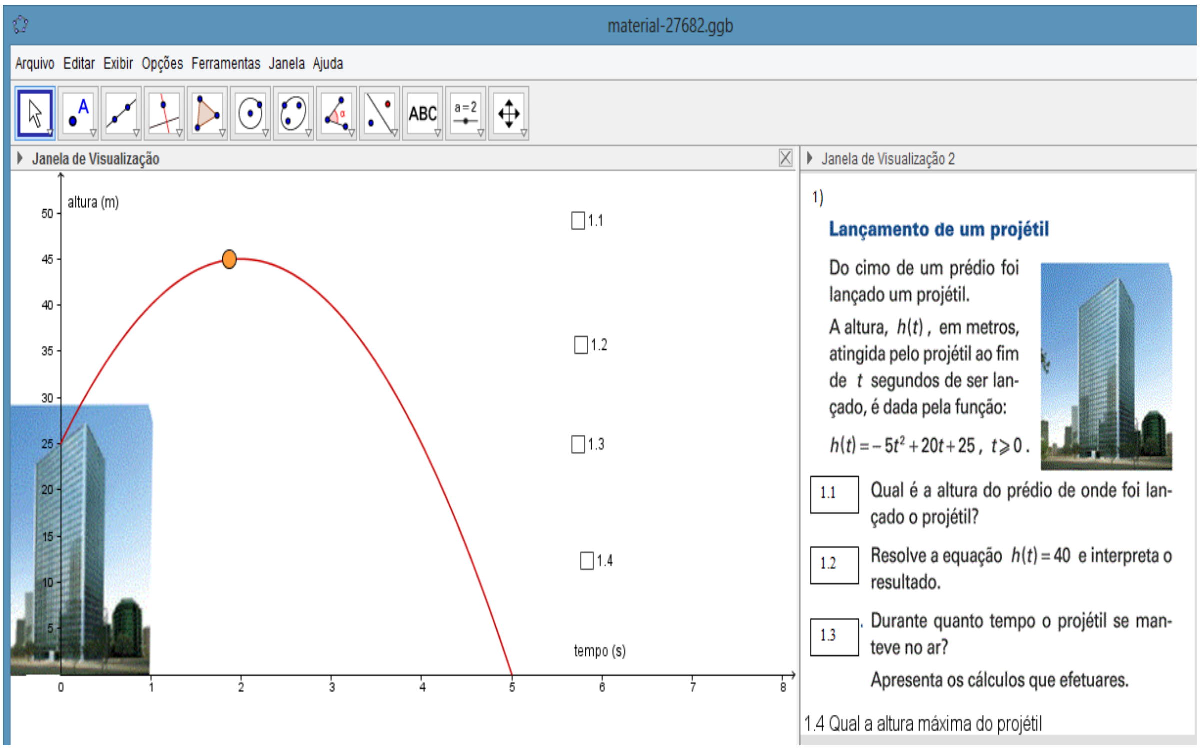
Fonte: www.geogebra.org

Figura 57 Resolução do exercício da rampa de skate e o MUV



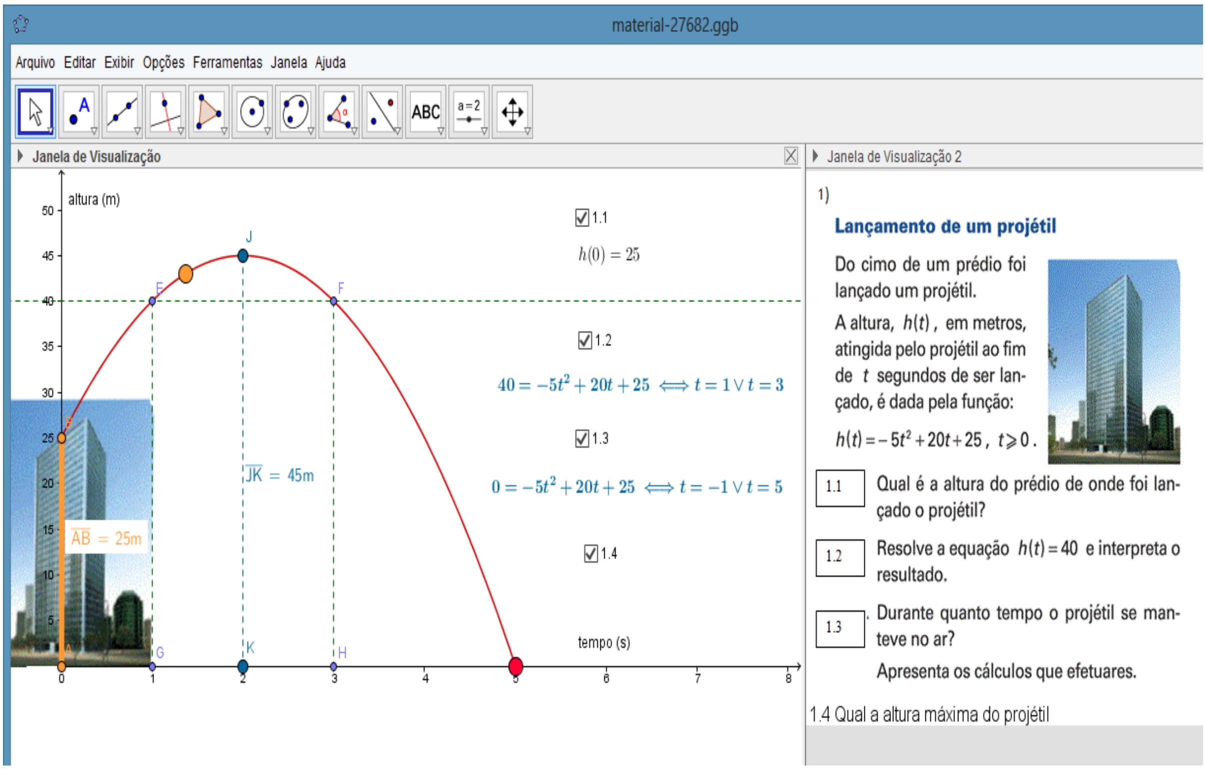
Fonte: www.geogebra.org

Figura 58 Lançamento de projétil e o MUV



Fonte: www.geogebra.org

Figura 59 Resolução do exercício de lançamento de projétil e o MUV



Fonte: www.geogebra.org

Como se pode perceber, o ensino das funções quadráticas através da utilização do GeoGebra associado ao contexto atual do alunado e, por que não dizer do próprio professor, transforma-se numa poderosa ferramenta no ensino-aprendizagem da Matemática e também de outras disciplinas que envolvam tanto geometria quanto cálculo, como no casa da Física, trabalhando, desta forma, a tal discutida interdisciplinaridade cobrada até mesmo nos processos seletivos da universidade de todo o país, a exemplo da questão apresentada abaixo.

Resolução *da Questão de vestibular da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), no ano de 2005*, utilizando-se o GeoGebra*:*

− Numa operação de salvamento marítimo, foi lançado um foguete sinalizador que permaneceu aceso durante toda sua trajetória. Considere que a altura h, em metros, alcançada por este foguete, em relação ao nível do mar, é descrita por $h = 10 + 5t - t^2$, em que t é o tempo, em segundos, após seu lançamento. A luz emitida pelo foguete é útil apenas a partir de 14 m acima do nível do mar. O intervalo de tempo, em segundos, no qual o foguete emite luz útil é igual a. (ver Figura 60)

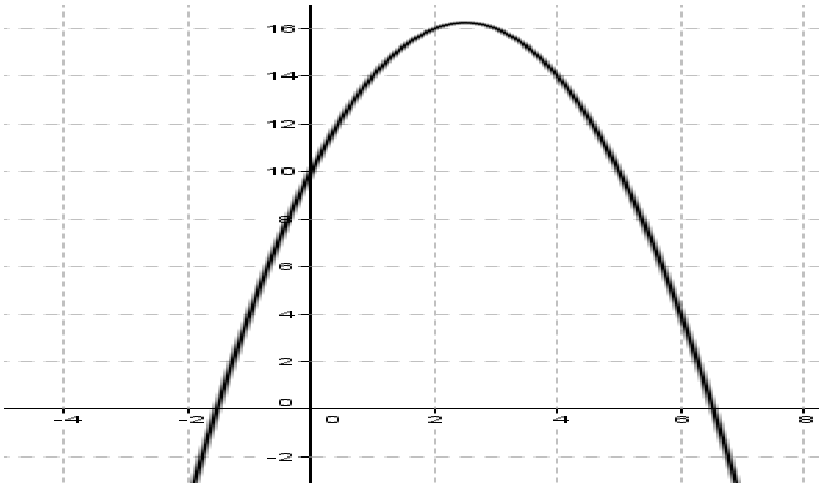
Figura 60 Gráfico da questão

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

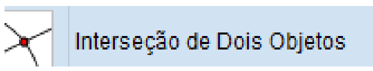


Fonte: www.tutorbrasil.com.br

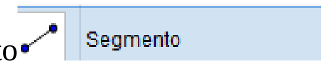
Ao utilizar o GeoGebra na resolução, tem-se:

1º. No campo de Entrada digita-se a função **f(x)=-x²+5x+10**. Onde, f(x)=h(altura) e x=t(tempo).

2º. Utilizando agora a informação da luz ser 14 acima do nível do mar, digita-se no campo de Entrada a função **y=14**.

3º. Através da ferramenta Inserção de Dois Objetos 

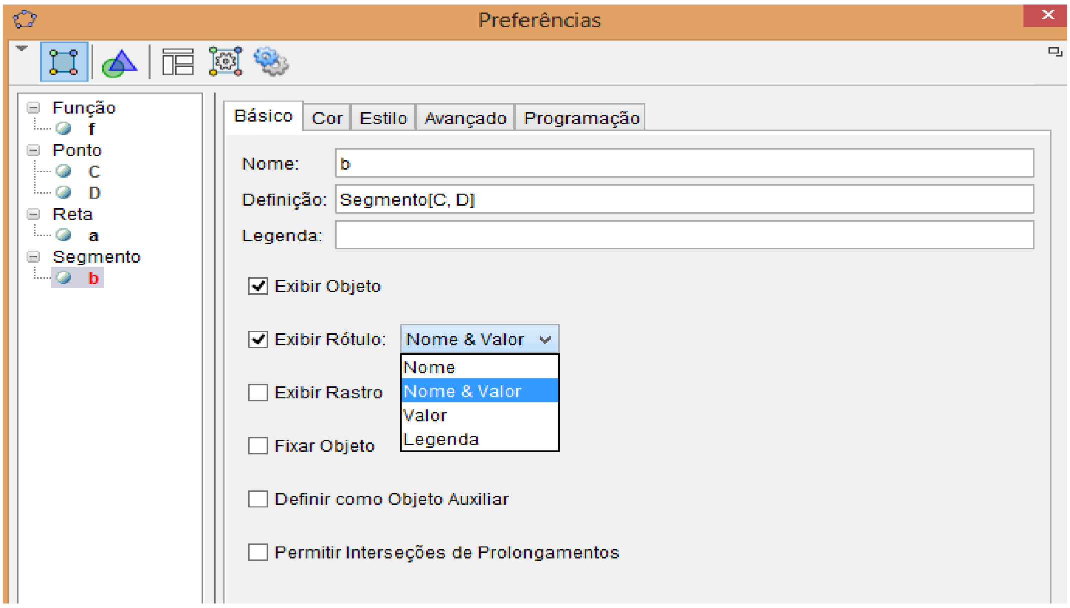
marca-se o gráfico da parábola e da reta constante y=14.

4º. Com a ferramenta Segmento 

marcam-se os pontos C e D.

5º. E, utilizando-se o botão direito do mouse no gráfico, indo-se em Propriedades na guia Básico, em Exibir Rótulo, marca-se nome e valor e na guia Cor, trocar-se parar a cor desejada, neste caso foi usado o vermelho (ver Figura 61).

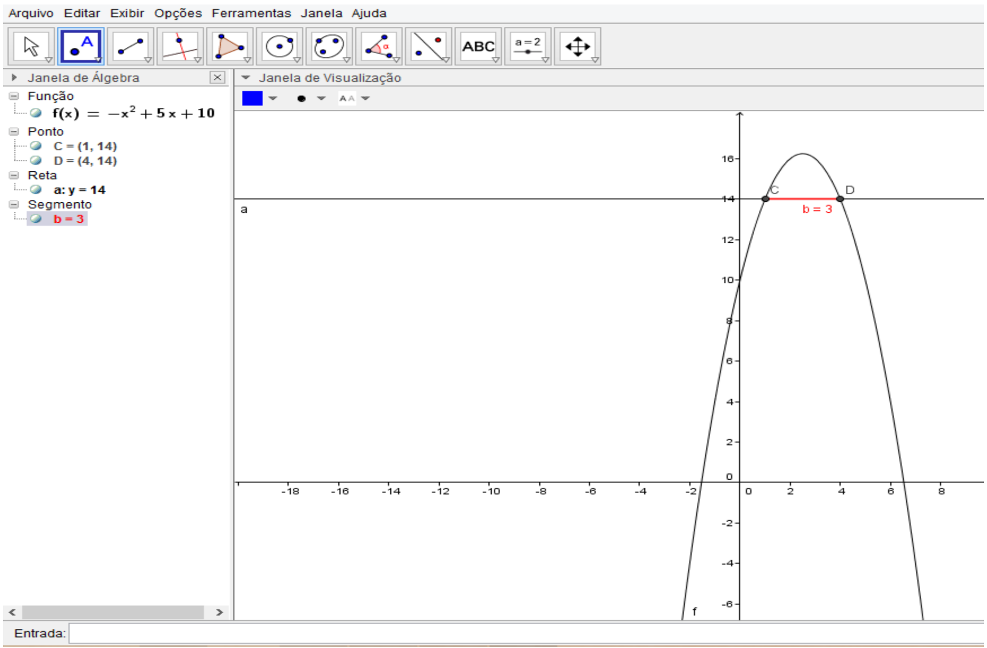
Figura 61 Propriedades → Básico → Exibir Rótulo→ nome e valor



Fonte: Autor da pesquisa

Finalizando, ver-se com isso, que o valor procurado é igual a 3, indicado na opção *a)*, conforme mostrado, em vermelho, no gráfico a seguir (ver Figura 62).

Figura 62 Resolução gráfica no GeoGebra



Fonte: Autor da pesquisa

4.4. NA RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES PRÁTICAS

Modelo de Atividade Prática

− Dada a função quadrática f(x) = x^2 + x - 2 desenhe o seu gráfico, usando o GeoGebra (ver Figura 44), e verifique o que ocorre, quando:

a) Determine o ponto no qual a parábola “corta” o eixo das ordenadas.

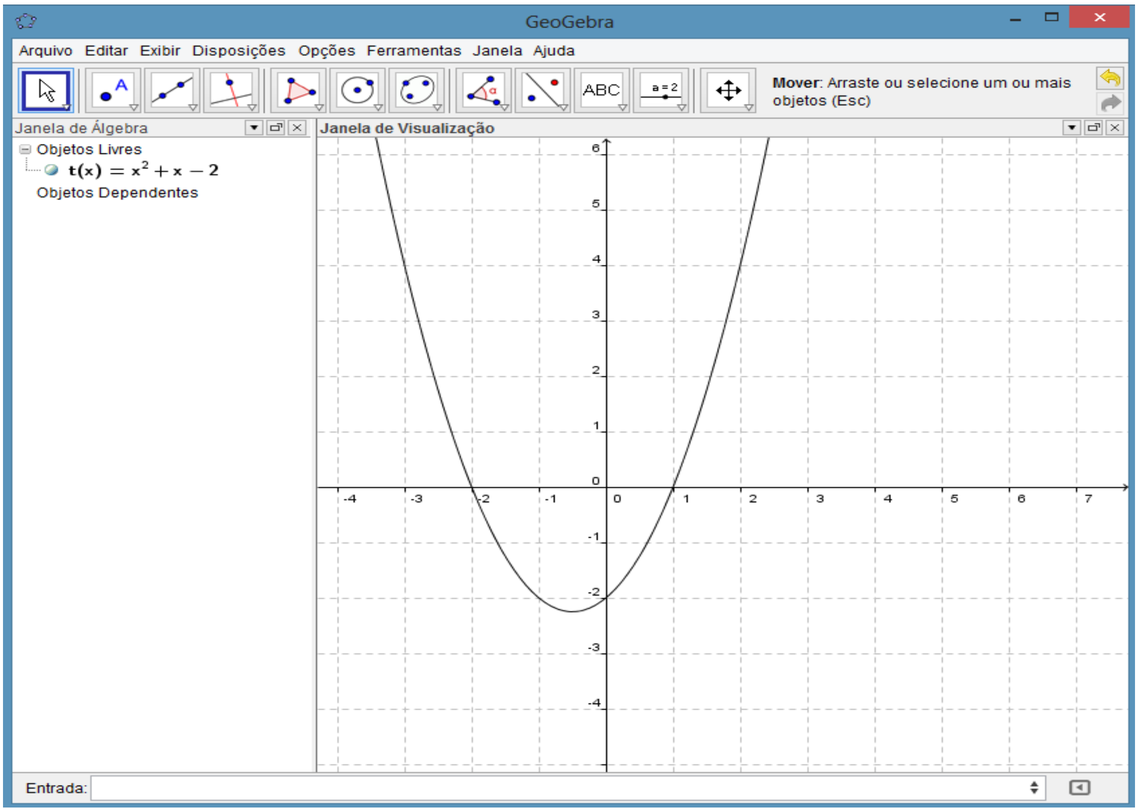
b) Adicionarmos 1 à função *f(x)*, o gráfico da função *f(x)* sofre algum deslocamento? Na vertical ou na horizontal

c) Adicionarmos – 2 à função *f(x)*, o gráfico da função *f* sofre algum deslocamento? Na vertical ou na horizontal? Determine o ponto no qual a parábola “corta” o eixo das ordenadas.

Utilizando o GeoGebra, para a resolução da atividade, tem-se:

1º. No campo de Entrada digita-se a função t(x)= x^2 + x - 2. Pelo próprio gráfico, Figura 63, pode-se observar que a parábola corta o eixo das ordenadas no ponto - 2.

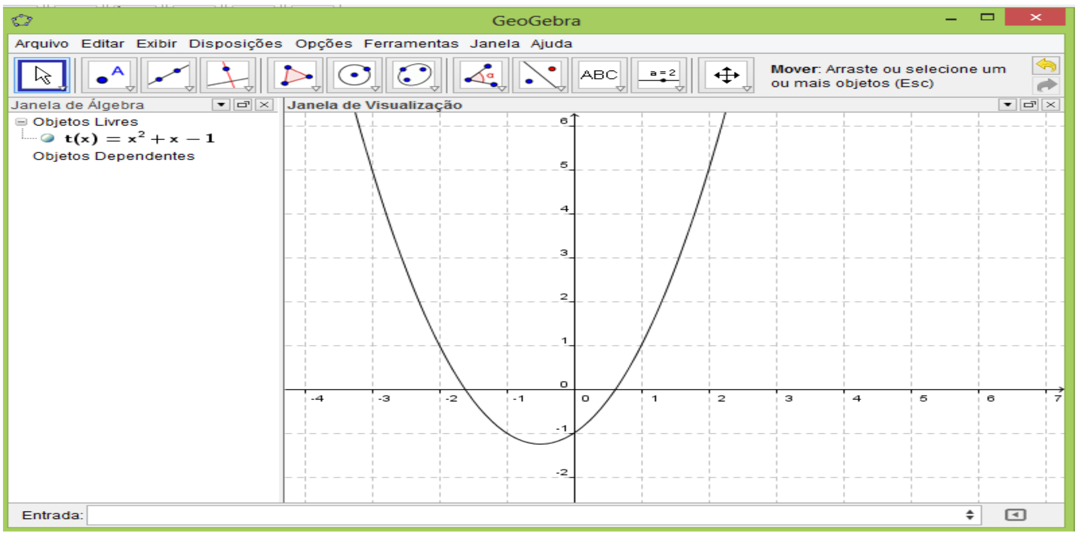
Figura 63 Atividade prática 1



Fonte: Autor da pesquisa

2º. Na Janela de Álgebra dá-se um duplo clique para alterar a função para t(x)= $x^2 + x - 2 + 1 =$ **$x^2 + x - 1$**. Pelo gráfico, Figura 64, observar- se que a parábola teve um deslocamento na vertical, de baixo para cima.

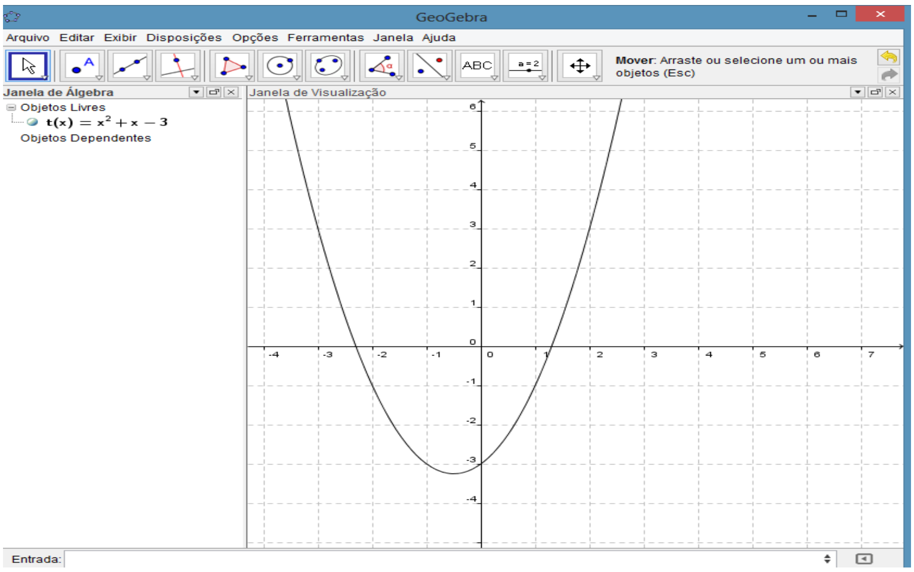
Figura 64 Atividade prática 2



Fonte: Autor da pesquisa

3º. Na Janela de Álgebra dá-se um duplo clique para alterar a função para t(x)= $x^2 + x - 1 - 2 =$ **$x^2 + x - 3$**. Pelo gráfico, Figura 65, observar- se que a parábola teve um deslocamento na vertical, de cima para baixo e corta o eixo das ordenadas no ponto - 3.

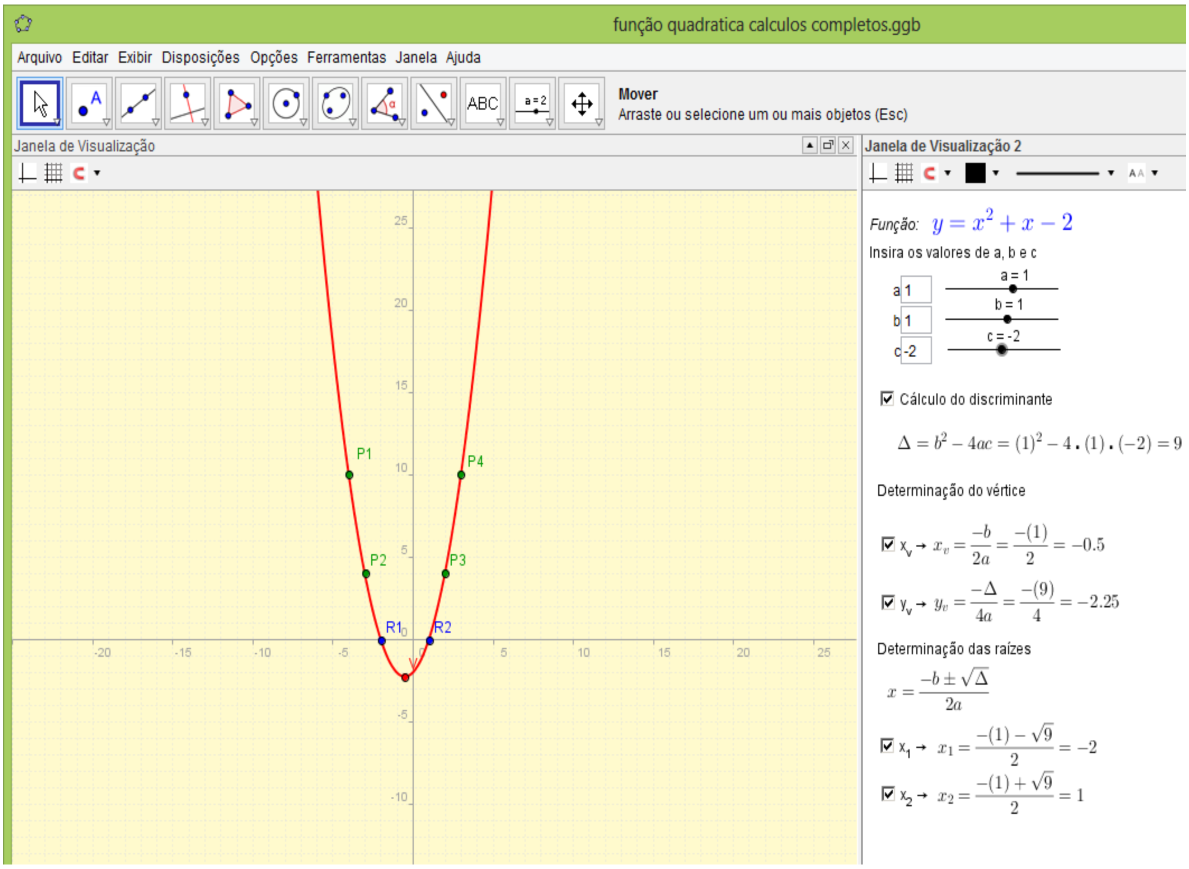
Figura 65 Atividade prática 3



Fonte: Autor da pesquisa

No GeoGebra, existem mais exercícios voltados para a função quadrática cujas soluções já estão para prontas e disponíveis através do link *www.geogebra.org/material/show/id/40722*, dando a possibilidade de, abrangendo um número maior de questões, como a apresentada na Figura 66.

Figura 66 Atividade prática 4



Fonte: www.geogebra.org

Percebe-se que ao se fazer a associação do estudo da função quadrática com outras disciplinas, como: a Física, ou na resolução de atividades práticas, as dificuldades: dúvidas, questionamentos e abstrações que os alunos apresentam na metodologia do estudo tradicional pautada apenas no uso do quadro e dos livros impressos, podem ser supridas no ensino de tal função.

Por isto, no capítulo seguinte, propõe- se uma forma diferenciada no ensino da função quadrática, a partir do auxílio do software GeoGebra como ferramenta no ensino da função quadrática a alunos do 1º Ano do ensino médio da EEEFM “ Prof. Leônidas “Monte”, no município de Abaetetuba, norte do Estado do Pará.

CAPÍTULO V

APLICAÇÃO DA PESQUISA

5.1 JUSTIFICATIVA SOBRE A NÃO DA APLICAÇÃO DA PESQUISA

A intenção inicial deste trabalho era a de desenvolver uma proposta de intervenção pedagógica tendo como público–alvo os **alunos** das turmas de 1º Ano do Ensino Médio matriculados na Escola EEFM "Profº Leônidas Monte", no município de Abaetetuba/PA.

Tal proposta de intervenção pedagógica abrange um novo método de ensino da função quadrática através do uso de uma software gratuito e de fácil acesso, o GeoGebra, na tentativa de fazer com os alunos das turmas de 1º Ano do Ensino Médio, da já citada escola, pudessem compreender com maior facilidade e de uma maneira lúdica o conteúdo sobre função quadrática que pelo método tradicional de ensino, pautado somente no uso do quadro e no dos livros didáticos, parece ser incompreensível ao alunado que está se adaptando à uma nova realidade, a do Ensino Médio e que advém de um ensino fundamental, muitas vezes, com falhas e dúvidas, principalmente quanto ao ensino de Matemática.

A proposta compunha-se de uma Sequência Didática (S.D.) que seria aplicada nos meses de abril e maio do ano de dois mil e quinze, cujas/os atividades/exercícios ajudariam a compor o *corpus* desta pesquisa, além dos dados obtidos nos questionários que também integram tal proposta.

Mas, tal execução não foi possível em decorrência da greve dos servidores estaduais da educação no Estado do Pará iniciada no dia 25 de março do corrente ano e que até o presente momento as aulas ainda não haviam sido retomadas. Porém, sabe-se que a todo trabalhador é assegurado o direito de greve quando a categoria a qual pertence sente que seus direitos estão sendo infringidos, conforme o previsto na Constituição Brasileira através da Lei nº 7.783, de 28 de junho de 1989 (Conversão da Medida Provisória nº 59, de 1989):

> Art. 1º É assegurado o direito de greve, competindo aos trabalhadores decidir sobre a oportunidade de exercê-lo e sobre os interesses que devam por meio dele defender.
>
> Parágrafo único. O direito de greve será exercido na forma estabelecida nesta Lei. (www.planalto.gov.br)

Contudo, sabe-se que o aprendizado não deve ser prejudicado seja quais forem as circunstâncias; então, após o fim da citada greve e no retorno dos alunos da referida escola às aulas irá requer dos professores meios que estimulem e prendam a atenção do alunado a fim de fazer com estes não se evadam ou sintam-se prejudicados no fator ensino-aprendizagem e para contribuir com estes alunos e professores a Sequência Didática que fazia parte do projeto de intervenção no qual seria aplicado foi modificada para estruturar, além dos questionários, os quatro Planos de Aula que serão entregues à coordenação pedagógica da escola EEFM "Profº Leônidas Monte", no município de Abaetetuba/PA e que poderão ser consultados e utilizados pelos professores de Matemática no decorrer do ano letivo em vigor.

5.2 DESCRIÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA QUE HAVERIA DE SER EXECUTADA

PROCEDIMENTO DE PESQUISA: a execução de uma proposta de intervenção pedagógica foi intitulada "Uso do GeoGebra e função quadrática: um projeto de intervenção no ensino médio" e baseava-se nas propostas de Andrade *et al* (2007), Rocha (2008) e Guimarais *et al* (2014) as quais serviram de base na elaboração das atividades a serem realizadas com os alunos. Além de Teixeira (2013), para a composição de questionários a serem aplicados aos alunos.

CORPUS: as atividades/exercícios realizadas/os durante a sequência didática e os dados obtidos nos questionários.

SUJEITOS DA PESQUISA: **alunos** das turmas de 1º Ano do Ensino Médio matriculados na Escola EEFM "Profº Leônidas Monte", no município de Abaetetuba/PA.

CRITÉRIOS DE INCLUSÃO E EXCLUSÃO: somente participariam deste estudo os **alunos** do 1º Ano do EM que estivessem inseridos nas turmas a serem analisadas, e que também, tivessem participado das atividades/exercícios de fixação e do preenchimento dos questionários.

AMOSTRAGEM DA ANÁLISE ESTATÍSTICA: seria feita através de quadros confeccionados na planilha do Excel (questionários), além de gráficos de barras mostrando os resultados obtidos mais relevantes (S.D.).

ASPECTOS ÉTICOS: seriam resguardados a identificação das turmas e a identidade dos participantes da pesquisa (alunos) que atuariam como voluntários; para tanto, códigos seriam utilizados de acordo com a seguinte classificação: Aluno (A), Homem (H), Mulher (M), idade (nº cardinal, ex.: 17) e ordem na pesquisa (nº ordinal, ex.: 1º).

5.3 APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA PEDAGÓGICA A SER CONSULTADA E UTILIZADA POR PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Conforme a inviabilidade da execução de tal proposta de intervenção, sugere-se que a mesma possa ser colocada à disposição dos professores[4] que lecionam nos 1os Anos do Ensino Médio EEEFM "Profº Leônidas Monte", no município de Abaetetuba/PA como fonte de pesquisa e como estímulo aos alunos na retomadas das aulas após o período da greve dos professores.

A proposta visa desenvolver nos alunos as habilidades e as competências necessárias para que sejam capazes de compreender e explorar em diferentes contextos os processos de cálculos para resolução de funções polinomiais do 2º grau incluindo os procedimentos de resolução e as propriedades que envolvem as raízes dessas funções, além da resolução de alguns problemas sobre o assunto, tais como os seguintes tópicos: definição, valores numéricos, gráficos e imagens, coeficientes e suas inclinaçoes nos eixos, zeros da função, deterninação da lei da função, resolução de problemas, no intuito de perceber até que ponto o uso do Geogebra na sala de aula pode auxiliar no ensino-aprendizagem no estudo de funções quadráticas, mais concretamente.

Tal proposta pedagógica apresenta uma Sequência Didática (S.D.) que contém quatro (4) Planos de Aula compostos de explicações a respeito das funções quadráticas e do uso do software matemático GeoGebra e de atividades/exercícios realizadas/os a serem realizadas durante tais aulas, além de dois (2) questionários a serem aplicados aos alunos - um no início das aulas da S.D. e outro após a aplicação das mesmas a fim de verificar se o aprendizado com o auxílio do GeoGebra foi satisfatório no ensino das funções quadráticas.

Para a execução efetiva de tal proposta deve-se fazer uso de alguns recursos básicos e tecnológicos, tais como: questionários (02), folhas de Atividades/exercícios, quadro e pincel, Data Show e o software GeoGebra instalado nos computadores multimídias do Laboratório de Informática da escola.

---

[4] A proposta pedagógica descrita será entregue à Coordenação Pedagógica da escola que a disponibilizará, posteriormente, aos professores de matemática da referida escola.

E finalizando, os critérios de Avaliação serão desde as atividades/exercícios a serem desenvolvidas/os usando-se o GeoGebra, verificando se os alunos desenvolvem as habilidades e as competências exigidas que são: raciocínio lógico-matemático na resolução das atividades/exercícios, memorização e estudo de fórmulas e conceitos, capacidade de compreensão e interpretação dos comandos de tais atividades/exercícios e dos questionários. Também, observando-se a participação e o aproveitamento dos alunos nas atividades/exercícios individuais e coletivas desenvolvidas na S.D.

CONCLUSÕES

Considero que o ensino pautado no método tradicional, sozinho, tornou-se enfadonho, desatualizado e descontextualizado tanto para quem ensina quanto para quem deveria aprender e não pode ser o visto como único e (su)eficiente no processo de ensino-aprendizagem no ensino das funções quadráticas, bem como também dos conteúdos curriculares de Matemática como um todo, pois na atualidade, a Informática Educativa mostra meios de descobertas e de instrumentos que podem (e devem!) ser usados como recursos e ferramentas no ensino-aprendizagem, ou seja, o objetivo do uso das tecnologias deve ser o de contribuir para que as pessoas desenvolvam e estimulem as competências e as habilidades que o mundo atual lhes exige; e no âmbito educacional não deve ser diferente, para isto, deve-se aproveitar o fato de que grande parte das escolas dispõem de salas/ou laboratórios de informática que devem deixar de servir como depósitos de computadores ou ainda como meros locais de pesquisa *on line* semelhante às *lan houses* ou *ciber cafés*, que acabam por relembrar os tempos da abordagem Instrucionista[5]. Mas hoje, tal abordagem não deve imperar dentro de tais locais que também se constituem como um dos espaços pedagógicos que compõem a escola e que devem contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de todos que ajudam a compor o grupo escolar, como bem reforça a abordagem Construcionista[6].

E como educador da rede básica de ensino, percebo a importância de se trabalhar os conteúdos comumentes ensinados em Matemática utilizando-se de ferramentas lúdicas e instrutivas como o software GeoGebra, sobretudo em turmas de 1º Ano do Ensino Médio que apresenta um alunado jovem e adolescente que interagem muito facilmente com as novidades dos meios informatizados e de comunicação global e, por isso, mesmo com a não execução da proposta de intervenção pedagógica que integra esta pesquisa, resolvi disponibilizá-la para que os demais professores, possam utilizá-lo como material de apoio para aprimorar suas aulas, não somente das funções quadráticas, mas em todos os tópicos que compõem o conteúdo tanto de Matemática quanto de Física, de um modo interativo e dinâmico e, neste quesito o software GeoGebra mostrou-se como de grande valia no processo de ensino-

[5] e [5] Ambas constituem as grande linhas da Informática Educativa, vista no subítem 1.1.1 do subcapítulo 1. 1 Informática educativa e o ensino atual de matemática no ensino médio do capítulo inicial que integra este trabalho.

aprendizagem da Matemática em todos os níveis e modalidades de ensino desde o ensino fundamental até ao ensino superior.

Portanto, cabe aos professores se adequarem e se atualizarem a fim de tornarem suas aulas mais interessantes, atrativas, interativas e contextualizadas e, para que seus alunos tenham a oportunidade de conhecerem e de interagirem com as novas tecnologias, que neste mundo atual cada vez mais dinâmico e informatizado, são produzidas e divulgadas em uma escala cada vez mais acelerada e em escala global.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. de. Informática na educação. In.: ProInfo: **Informática e formação de professores**. 1 Vol. Secretaria de Educação a Distância. Brasília: Ministério da Educação, SEED, 2000, p. 19-38.

__________. A formação do professor para o uso pedagógico do computador.. In.: ProInfo: **Informática e formação de professores**. 2 Vol. Secretaria de Educação a Distância. Brasília: Ministério da Educação, SEED, 2000, p. 107-115.

ALVES, O. dos S. Tendências Atuais no Ensino da Matemática: objetivos, conteúdos, métodos e avaliação. In: SANTOS, E. F. (Org.). **Incursões Didáticas**. Belém-Pará, 2001.

ANDRADE, V. S. de; BARROSO, A. M; LOPES, J. O; MOREIRA, M. M; BORGES NETO, H; ROCHA, E. M; SANTIAGO, L. M. L. e SOUSA, T. G. de. **Uso do GeoGebra nas aulas de matemática**: Reflexão centrada na prática. Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. 2007. Artigo. In.: http://www.proativa.virtual.ufc.br/sbie/CD_ROM_COMPLETO/sbie_artigos_completo/USO%20DO%20GEOGEBRA%20NAS%20AULAS%20DE%20MATEM%C1TICA.pdf Acesso em 30/04/2015 às 10:12.

ARAÚJO, L. C. L. de. e NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo matemática com o Geogebra**. São Paulo: Editora Exato, 2012.

BERTI, V. P. Tese de Mestrado . In.: https://www.teses.usp.br%2Fteses%2Fdisponiveis%2F81%2F81132%2Ftde-07052013-145350%2Fpublico%2FValdir_Pedro_Berti.pdf&ei=4q1XVc2LKPLlsAS5uoDoBQ&usg=AFQjCNHT50Y0rHc_JzRKq-Uyn52RQf8gKA. Acesso em 02 de abril de 2015

D’ AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e Matemática, SP: SUMMUS, 3ª Ed. 1986.

FRANCISCHETT. M. N. **O entendimento da interdisciplinaridade no cotidiano.** Colóquio do Programa de Mestrado em Letras da UNIOESTE, Cascavel, em 12 de maio de 2005. Artigo. In.: http://www.bocc.ubi.pt/pag/francishett-mafalda-entendimento-da-interdisciplinaridade.pdf Acesso em 10/05/2015 às 10:23.

GUIMARAIS, Y. P. B. de Q.; LACERDA, M. de M.; MIRANDA, D. F. de; LAUDARES, J. B. **Estudo das funções afim e quadrática para o ensino médio com auxílio do programa GeoGebra**. VI Congresso Norte- Mineiro de Pesquisa em Educação- Universidade, História e Memória. 25 a 27 de agosto 2014. Artigo. In.: http://www.coped-nm.com.br/sexto/anais/ESTUDO%20DAS%20FUNCOES%20AFIM%20E%20QUADRATICA%20PARA%20O%20ENSINO%20MEDIO%20COM%20AUXILIO%20DO%20PROGRAMA%20GEOGEBRA.pdf Acesso em 10/04/2015 às 10:23

KNIJNIK, G. Educação Matemática e os problemas “da vida real”. In: CHASSOT, A.& OLIVEIRA, R. **Ciência, Ética e cultura na educação**. São Leopoldo/RS, Ed: UNISINOS, 1998.

LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias**. 6 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012, p. 3-13.

___________ *et al*. **A matemática do ensino médio**. 10 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012, p. 127-173.

LIMA, M. R. de. **Construcionismo de Papert e ensino-aprendizagem de programação de computadores no ensino superior**. Dissertação de Mestrado, Universidade federal de São João Del- rei, Minas Gerais, 2009. In.: http://www.ufsj.edu.br/portal-repositorio/File/mestradoeducacao/Dissertacao1.pdf Acesso em 10/03/2015 às 09:55.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

PEREIRA, T. de L. M. **O uso do software Geogebra em uma escola pública**: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. Dissertação do mestrado profissional em educação matemática, Universidade federal de Juiz de Fora/MG, 2012. In.: http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/05/DISSERTA%C3%87%C3%83O-Thales-de-Lelis-N.pdf Acesso em 20/03/2015 às 09:12.

ROCHA, E. M. **Tecnologias digitais e ensino de Matemática**: compreender para utilizar. Tese de doutorado em Educação, Universidade Federal do Ceará (UFC), 2008.

SCHLIEMANN, A. L. D. (Org). **Na Vida Dez, na Escola Zero**, São Paulo: Cortez, 2003.

SADAVSKY, P. **O ensino de matemática hoje**: enfoques, sentidos e desafios. DANESI, A. P. (tradç.). 1 ed. São Paulo: Ática, 2010, pp. 34-37; 89-90; 105-107.

TEIXEIRA, A. de M. **Aprendizagens significativa de funções através do GeoGebra e de tipos digitais?**. Dissertação de Mestrado, CEFET/RJ: 2013. In.: https://www.dippg.cefetrj.br%2Findex.php%3Foption%3Dcom_docman%26task%3Ddoc_download%26gid%3D1153%26Itemid%3D167&ei=4XheVaywOIL4gwSK_4DoDQ&usg=AFQjCNEQFnc8dvamt73DlLOweQfr5LMuKQ

http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l7783.htm Acesso em 30/04/2015 às 08:12.

http://www.tutorbrasil.com.br/forum/matematica-pre-vestibular/uerj-2005-funcao-t12244.html Acesso em 30/04/2015 às 08:13.

http://www.geogebra.org/material/show/id/27682 Acesso em 08/05/2015 às 10:20.

http://www.geogebra.org/student/m15197 Acesso em 08/05/2015 às 10:22.

http://www.geogebra.org/material/show/id/63858 Acesso em 08/05/2015 às 10:23.

http://www.geogebra.org/material/show/id/40722 Acesso em 08/05/2015 às 10:45.

http://www.fund198.ufba.br/apos_cnf/transeixos.pdf Acesso em 12/05/2015 às 13:30

http://pt.slideshare.net/monica_cassia/funo-quadratica-histria-e-curiosidades Acesso em 11/03/2015 às 14:40

APÊNDICES

APÊNDICE. 1- PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA: SEQUÊNCIA DIDÁTICA E QUESTIONÁRIOS

APÊNDICE. 2- TUTORIAL DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Uso do GeoGebra e Função Quadrática: Um Projeto de Intervenção no Ensino Médio.

1. APRESENTAÇÃO

Discente/ Mestrando: Adilson Maia Negrão

Professor Orientador: Prof. Dr. Valcir João da Cunha Farias (FACEN- Belém)

IES vinculada: Universidade Federal do Pará- UFPA

Campus Guamá- Belém/PA

Público alvo da intervenção: alunos do 1º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio "Profº Leônidas Monte", situada no município de Abaetetuba, no Pará.

Área a ser trabalhada: Álgebra

Título do projeto: ***Uso do GeoGebra e Função Quadrática: Um Projeto de Intervenção no Ensino Médio***.

Eixo do conteúdo de Ciências da Natureza e suas Tecnologias a ser trabalhado: Função quadrática/do 2º grau.

2. JUSTIFICATIVA

Atualmente, as escolas de Educação Básica vêm enfrentando um grande desafio que são os altos índices de reprovação devido às dificuldades de aprendizagem em disciplinas básicas como a Matemática, e que muitas vezes ocasiona a retenção ao final do Ensino Fundamental e a evasão no Ensino Médio. Em outras palavras, o cotidiano escolar oferece, na maioria das vezes, uma rotina muito tradicionalmente pedagógica que acaba por levar muitos alunos a se decepcionarem com o ensino, especialmente o da matemática, e acabam fracassando no meio escolar ao invés de outras práticas pedagógicas que sejam mais lúdicas, mais dinâmicas, mais interativas e, que possibilitem uma aprendizagem significativa aos alunos.

A importância de se trabalhar a forma, a metodologia, o domínio dos conteúdos ensinados, bem como a motivação dos alunos em quererem aprender, pois, considerando que ao se analisar e ao se refletir sobre a motivação, o interesse e a adesão necessária aos conhecimentos a respeito da aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, aqui especificamente os da função quadrática estimulam-se os processos mentais para se aprender inúmeros caminhos e não uma única resolução tanto dos problemas da vida como nos da Matemática.

Quanto à metodologia, este trabalho se desmembra em uma Sequência Didática (SD) cuja finalidade é amenizar as dificuldades que muitos alunos, e também muitos docentes têm encontrado em associar o uso dos meios tecnológicos atuais com o ensino da matemática: os professores, que apesar de alguns terem interesse, dispõem de pouco tempo ou não encontram referências mais focadas às suas dificuldades metodológicas e, aos alunos que almejam uma proposta provocativa que os ajude na superação das práticas cotidianas de ensino-aprendizagem. Devido a isto, os módulos da sequência didática foram transformados e adaptados às principais dificuldades apresentadas pelos alunos e que foram diagnosticadas durante o período de observação durante a atuação docente do pesquisador, no Ensino Médio. Já a metodologia a ser utilizada na sequência didática foi direcionada ao público-alvo em questão: alunos do 1º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Profº Leônidas Monte”, em Abaetetuba/Pará e como o GeoGebra será trabalhado desde o estudo das características do software até o seu uso nas demonstrações do estudo da definição e dos gráficos (Parábolas) da referida função.

Assim, acredita-se que o ensino da função quadrática se faz pertinente devido ao fato de buscar auxiliar no ensino-aprendizagem das funções quadráticas através da utilização do GeoGebra como um meio de aplicabilidade, desde o contexto de sala de aula até a culminância no processo avaliativo dentro da motivação pelo do uso software como ferramenta efetiva do processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos específicos de matemática nas séries de conclusão da etapa da Educação Básica, especialmente no 1º Ano do Ensino Médio.

3. OBJETIVOS DO PROJETO DE INTERVENÇÃO:

3.1 GERAL: Propor uma nova metodologia no ensino da função quadrática utilizando como meio didático o software GeoGebra, aos alunos do 1º ano do Ensino Médio.

3.2 ESPECÍFICOS:

- Apresentar o software GeoGebra, sua estrutura e os seus componentes como ferramenta no ensino da função quadrática.
- Trabalhar: definição, valores numéricos, gráficos e suas sucessivas mudanças, imagens, coeficientes e suas inclinações nos eixos, zeros da função, determinação da lei da função, resolução de problemas, no intuito de perceber até que ponto o uso do Geogebra na sala de aula, mais concretamente no estudo de funções quadráticas pode ajudar os alunos a assimilarem tais conteúdos.
- Levar os alunos a perceberem e a utilizarem os meios tecnológicos, aqui especificamente o software GeoGebra, como parceiros no ensino-aprendizagem e como instrumentos a favor dos estudos dos conteúdos matemáticos.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Sobre o GeoGebra, sabe-se que:

> O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica que permite construir e explorar objetos geométricos e algébricos, interativamente.
> Sua interface simples se mostra de fácil entendimento e que oferecem várias possibilidades de construção. (ANDRADE *et al*, 2007, p.5)

A palavra surgiu da aglutinação das palavras Geometria e Álgebra: Geometria + Álgebra= Geo + Gebra (GeoGebra), além disso, sabe-se também que o objetivo principal do GeoGebra é dinamizar o estudo da geometria e da álgebra através do uso de: gráficos, fórmulas, tabelas, estatística, probabilidade e também dos recursos de aritméticos como os cálculos, facilitando, assim, a investigação e o aprendizado de muitos conceitos matemáticos. Percebe-se que o GeoGebra uma excelente ferramenta didática no ensino da matemática a ser utilizada desde os níveis do ensino básico até ao universitário, pois possibilita apresentar, ao mesmo tempo, diferentes representações de um mesmo objeto, o que o torna inteiramente dinâmico e interessante.

A Informática educativa ou Informática na Educação, na qual o uso do GeoGebra está inserido, é uma área ainda recente que foi muito divulgada em diversos países antes de chegar até aqui no Brasil, quando a inserção se deu através da promoção e da estimulação da entrada das Tecnologias da Informação e Comunicação- TICs- nas escolas brasileiras pelo governo federal através do PROINFO – Programa Nacional de Informática na Educação – lançado em 1997 pela Secretária de

Educação a Distância (Seed/MEC). (PEREIRA, 2012, p.21). Apesar disto, na rede pública de ensino, o que ainda se vê é uma metodologia que se resume ao uso de quadros, de cadernos e do livro didático como únicos meios a serem utilizados no ensino de Matemática, não somente do 1º Ano do Ensino Médio, mas, a todos os alunos das escolas públicas e isto, infelizmente, atinge seriamente o rendimento destes alunos, pois, a taxa de reprovação e abandono beira os 30% no 1º ano e 1,7 milhão dos jovens entre 15 a 17 anos – que correspondente à faixa etária no Ensino Médio – estão fora da escola- segundo dados do IDEB de 2013 e essa falta de mudanças no ensino brasileiro, sobretudo nas metodologias e nos currículos pedagógicos, aumentam o distanciamento entre o fazer pedagógico docente a cultura juvenil, afastando muitos jovens da escola. Muitos autores discutem sobre a evasão escolar pelos jovens e as dificuldades de aprendizagem, principalmente em Matemática, D' Ambrósio um destes e aponta o caminho da prática pedagógica no ensino matemático: "[...] mudando o currículo, inventando novas metodologias e utilizando tecnologia educacional estamos sempre focalizando a educação na esperança de que **os alunos** aprend**a**m (1986, p.32)" possam, de fato, aprender os conceitos matemáticos de forma significante e aplicada ao seu meio social, incorporando novas tendências e criações de novas metodologias que aproximem o currículo escolar ao ensino da vida dos alunos, que possam unir esse conhecimento abstrato à vivência cotidiana do aluno.

Quanto ao estudo das funções quadráticas, este teve origem na resolução da equação do segundo grau, na Antiguidade, por volta de 300 a.C., com o matemático grego Euclides (325-256 a.C.). Na época não se tinha ainda a noção de equação e de função, mas depois, a busca para tentar explicar tal fato levou muitos teóricos do período entre os séculos XVI e XVII a entender o porquê de tais explicações que foram sendo aperfeiçoadas até a associá-la à chamada curva de 2º grau que, pela notação atual é representada pela função $x^2-sx+p=0$" (*ibid*, p. 134). E, por volta de, mais ou menos, 1630, o físico Galileu Galilei (1564 a 1642) concluiu que a trajetória da bala de canhão ao ser lançada obedece a uma expressão de 2º grau, uma parábola; onde a altura da bola é dada por uma expressão do tipo $\mathbf{y = ax^2 + bx}$, na qual $\mathbf{x}$ é a distância horizontal da bala até o canhão. Assim, a definição de função quadrática é toda função do tipo $\mathbf{f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}}$ se $\mathbf{f(x) = ax^2+bx+c}$, onde **a**, **b** e **c** são os coeficientes da função quadrática f e são determinados pelos valores que essa função assume, e $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^*$,ou seja, $\mathbf{a} \neq 0$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}$ e $\mathbf{c} \in \mathbb{R}$; se $a=a'$, $b=b'$ e $c=c'$, então tem-se para todo $x \in \mathbb{R}$: $ax^2+bx+c=a'x^2+ b'x+c'$.

Como observado, a compreensão do que é, como se constrói e como se representa uma função quadrática e seus elementos é de difícil, sobretudo para os jovens estudantes atuais acostumados às figuras e imagens dispostas em televisores de alta resolução, em aplicativos cibernéticos de alta geração e em vídeos educativos facilmente acessados via on-line. Devido a isto, as atividades aqui propostas foram elaboradas a fim de auxiliar a potencializar a aprendizagem e a motivação no ensino-aprendizagem das funções quadráticas, aos alunos do 1º Ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio "Profº Leônidas Monte", situada me Abaetetuba, no Pará.

Portanto, neste projeto, o intuito de levar os alunos a questionarem, a dialogarem e a integrarem novas ideias aos saberes transmitidos pelo professor − o que gera modificações nas relações entre o saber do professor e o dos alunos, que nasceram em uma era repleta de recursos tecnológicos cada vez mais acessíveis e que, por isso, acabam obtendo informações com maior facilidade − reside a importância de se transformar o processo de ensino-aprendizagem, repensando a pedagogia tradicional e abrindo caminhos para que todos tenham acesso às novas tecnologias.

5. METODOLOGIA

A proposta metodológica se estrutura em uma Sequência Didática que compõe-se da aplicação de 2 questionários a respeito do uso do GeoGebra em sala de aula (um inicial, para verificar os conhecimentos das turmas a serem analisadas e, um final, para averiguar se o uso do GeoGebra foi válido no ensino sobre função quadrática), além de propostas de aulas divididas em 4 Módulos: **1º Módulo:** Contato com o Software GeoGebra **(**2 aulas); **2º Módulo**: Aprendendo Função Quadrática com o GeoGebra (2 aulas); **3º Módulo:** O Estudo do Gráfico da Função Quadrática: as Parábolas e suas Modificações (2 aulas); **4º Módulo:** Aprendendo na Prática – Atividades (3 aulas). Tal proposta pode ser vista com mais afinco, em seguida.

5.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

JUSTIFICATIVA

Na sociedade atual, o domínio funcional do computador e das chamadas tecnologias da informação é condição necessária contra a exclusão profissional e social na era tecnológica. Isto justifica que a presença da tecnologia deve fazer parte da rotina didática dos professores e no trabalho de aprendizagem dos alunos, sobretudo dos alunos do Ensino Médio os quais estão chegando à reta final do Ensino Básico e, onde muitos já se encontram no mercado de trabalho sem ao menos terem concluído seus estudos e, devido a isto, muitos também não possuem qualificação adequada e atualizada conforme exige o mercado trabalhista vigente em todo canto do país.

Contudo, a escola que deveria preparar tais alunos para o mercado de trabalho e para a cidadania acaba formando trabalhadores despreparados e sem condições de lutar por seus direitos básicos de cidadão, o que inclui uma educação (trans)formadora e que lhes dêem condições de ter um emprego digno para suprir suas necessidades básicas como alimentação e moradia. Só que, para que a escola seja este espaço de (trans)formação esta deve se adequar aos novos tempos, ou seja, deve se inserir e inserir seus alunos na era tecnológica, onde alunos e professores troquem conhecimentos e colaborem com o ensino-aprendizado de cada um e, neste sentido, o presente projeto escolheu trabalhar função quadrática através do uso do GeoGebra que é um software de matemática desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Álgebra e da Geometria, interligando a aritmética e a álgebra aos eventos cotidianos vivenciados pelos alunos.

HABILIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS:

- Compreender a linguagem algébrica na representação de situações que envolvam funções de 2º grau;
- Resolver funções do 2º grau em problemas contextualizados através do uso do software GeoGebra;
- Expressar e resolver problemas envolvendo situações do cotidiano a respeito de função quadrática por meio do software GeoGebra.

OBJETIVOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

- Desenvolver nos alunos as habilidades necessárias para que sejam capazes de compreender e explorar em diferentes contextos nos processos de cálculos para resolução de funções quadráticas.
- Estudar as funções quadráticas, incluindo os procedimentos de resolução e as propriedades que envolvem as raízes dessas funções e a resolução de alguns problemas que utilizam funções para demonstrar eventos do cotidiano.

- Despertar nos alunos o interesse pela Matemática através do estudo da função quadrática por meio do software GeoGebra, a fim de que os mesmos possam perceber a importância de compreender que o ensino-aprendizado depende tanto da metodologia utilizada no ensino quanto do interesse do alunado.

RECURSOS MATERIAIS/TECNOLÓGICOS:

- Questionários (02)
- Folhas de Atividades/exercícios
- Software GeoGebra e Tutorial
- Quadro e pincel
- Data Show (Projetor)
- Computadores multimídias da Sala de Informática da escola

AVALIAÇÃO

Avaliação se dará nas atividades/exercícios a serem desenvolvidas/os usando-se o GeoGebra, verificando se os alunos desenvolvem as habilidades e as competências exigidas que são: raciocínio lógico-matemático para a resolução das atividades/exercícios, memorização e estudo de fórmulas e conceitos, capacidade de questionamento e de compreensão e interpretação dos comandos de tais atividades/exercícios e dos questionários. Observando-se, também, a participação e o aproveitamento dos alunos nas atividades/exercícios individuais e coletivas desenvolvidas na S.D.

PROPOSTA METODOLÓGICA EM MÓDULOS

1º Módulo: CONTATO COM O SOFTWARE GEOGEBRA **(**2 aulas)

1ª Aula: Conhecendo o software GeoGebra

- Analisar a estrutura do software GeoGebra e seus componentes, usando o Data Show (Projetor).
- Mostrar todas as ferramentas que serão utilizadas (Ver no Subcapítulo II.2 DESCRIÇÃO DO USO DO GEOGEBRA NA PESQUISA: elementos utilizados, no Capítulo II desta pesquisa) e dar uma breve explicação, se achar necessário distribua cópias do Tutorial para o ensino da função quadrática;

- Analisar cada dimensão e como utilizar cada uma delas: janela algébrica, janela de visualização, campo de entrada.

2ª Aula: Conhecendo a função quadrática ou do 2º grau

- Fazer o levantamento dos conhecimentos prévios que os alunos possuem sobre função através de uma roda de conversa;
- Socializar dos procedimentos de resolução encontrados pelos alunos;
- Estudar os conceitos básicos de Funções Quadráticas pelo método tradicional;
- Aplicar, explicar e recolher o questionário 1 (inicial) aos alunos.

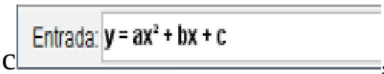
2º Módulo: APRENDENDO FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O GEOGEBRA

OBS.: Para as aulas deste módulo, consultar o Capítulo III desta pesquisa.

1ª aula: Relembrando conceitos básicos

- Fazer um breve histórico, oral, sobre a função quadrática;

Relembrar os conceitos básicos de Funções Quadráticas com o auxílio do Geogebra, tais como: estudo dos coeficientes e do discriminante da função, função canônica, conforme o exemplo descrito abaixo.

Digite na Entrada a função quadrática, f(x) = ax² + bx + c 

, em seguida insira três controles deslizantes, um para cada coeficientes a, b e c, depois altere os valores de a, b e c e veja o que ocorre com a função.

2ª aula: Elementos das Funções Quadráticas

Estudar os elementos das Funções Quadráticas com o auxílio do Geogebra: os coeficientes (*a, b* e *c*), as raízes, os vértices, o eixo de simetria,

Demonstrar os conceitos básicos de Funções quadráticas usando o Software Geogebra.

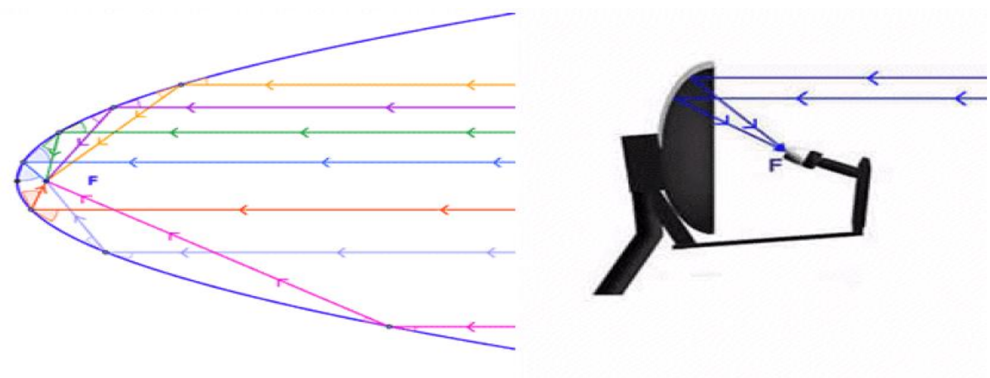
3º Módulo: O ESTUDO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA E SUAS MODIFICAÇÕES

1ª aula: O estudo das parábolas e sua aplicação prática

Explicar que:

"O estudo das parábolas apresenta, deste a Antiguidade[7], uma propriedade notável que se trata da *superfície parabólica* ou *parabolóide de resolução* formada a partir do giro de uma parábola em torno de seu eixo e cuja aplicação prática está, principalmente, nas antenas parabólicas, ver Figura 67.

Figura 67 Parábola e antena parabólica



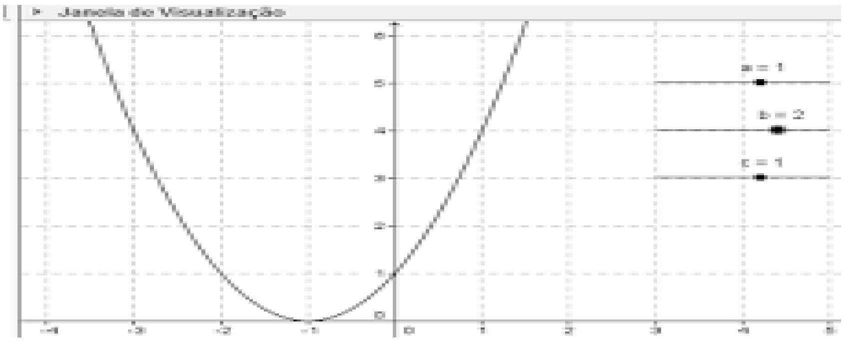
Fonte: www.ufrgs.br

[7] Ver em Lima *et al*., 2012, item 6.1, p. 150.

Aproveitando o gráfico criado durante a primeira aula do segundo deste projeto de intervenção (Ver figura 68 abaixo), mostrar aos alunos que a característica principal do gráfico da função quadrática é uma parábola;

Em seguida, demonstrar, através do mesmo gráfico, as propriedades de uma parábola: vértice, concavidade, ect.

Figura 68 Gráfico parabólico



Fonte: 3.bp.blogspot.com

2ª aula: O estudo das parábolas e suas modificações sucessivas

OBS.: Para esta aulas, consultar o subitem III.1.2 Compressão, Dilatação, Translação e Simetria nas Funções Quadráticas, no Capítulo III desta pesquisa.

Explicar aos alunos que há outras modificações que ocorrem no gráfico da função quadrática que somente são percebidas quando se modifica os valores da expressão matemática da forma canônica da função quadrática;

Apresentar cada uma dessas modificações seguindo a seguinte sequência: Compressão→ Dilatação→ Translação → Simetria, uma a uma, ou seja, simultaneamente.

4º Módulo: APRENDENDO NA PRÁTICA: ATIVIDADES

1ª aula: Atividade inicial

- Estimular os alunos a realizarem a primeira atividade utilizando, de forma independente (caso não seja possível devido ao número de alunos ser maior do que o número de computadores disponíveis, organizá-los em duplas ou trios), o software GeoGebra.

ATIVIDADE 1

– Dada a função f(x) = ax² +3x + 2 que podemos afirmar sobre o seu gráfico quando variamos o valor do coeficiente **a**? Desenhe o gráfico de cada uma das funções abaixo, usando o GeoGebra, e responda.

a) Observando a variação do coeficiente **a**, em que situações a concavidade da parábola esta voltada para cima ou para baixo e quando representa uma reta, para isso observe a tabela 1 abaixo.

Tabela 1 Variação do coeficiente **a**

Coeficiente **a**	É uma parábola com concavidade voltada para cima, para baixo ou é uma reta?
a=4	
a=2	
a=0	
a=-2	
a=-4	

Fonte: Autor da pesquisa

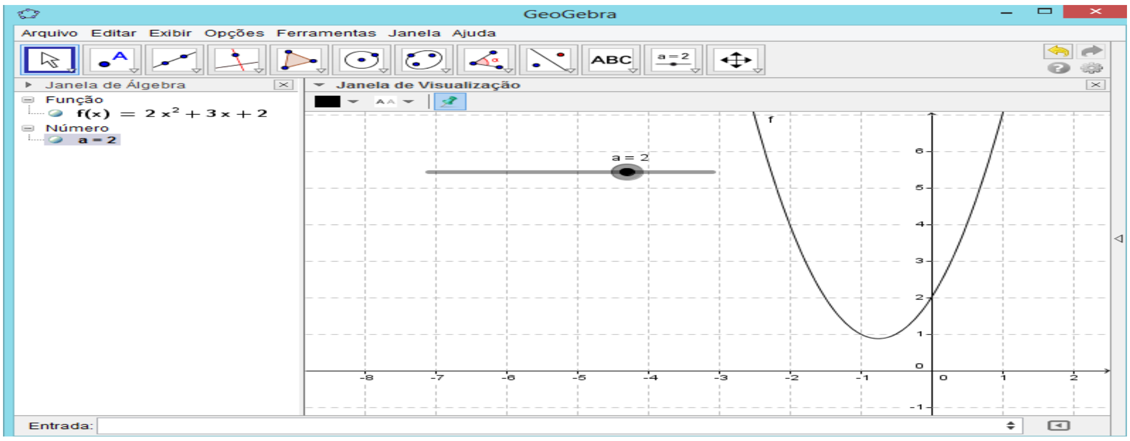
b) O que ocorre com o gráfico da função *f(x)* se *a=0*? Dê uma condição para a função *f(x)* ser quadrática.

c) Quando o coeficiente **a** assume valor positivo, o que podemos afirmar sobre a concavidade da parábola da função *f(x)*? E se o coeficiente **a** assumir valores negativos o que se pode afirmar sobre a concavidade da parábola?

d) Qual a relação entre o sinal do coeficiente **a** e a concavidade da parábola?

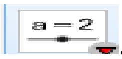
Utilizando o GeoGebra ver Figura 69.

Figura 69 Atividade 1



Fonte: Autor da pesquisa

Para a resolução da atividade utilizando o GeoGebra, deve-se:

1º. Inserir a ferramenta Controle Deslizante .

2º. No campo de Entrada digita-se a função t(x)= a*x² + 3x +2.

3º. Agora basta movimentar o controle deslizante e observar o comportamento da parábola.

2ª aula: Atividade intermediária

- Estimular os alunos a realizarem a atividade proposta abaixo, ainda utilizando, de forma independente, o software GeoGebra para que estes possam aplicar a teoria aprendida.

ATIVIDADE 2

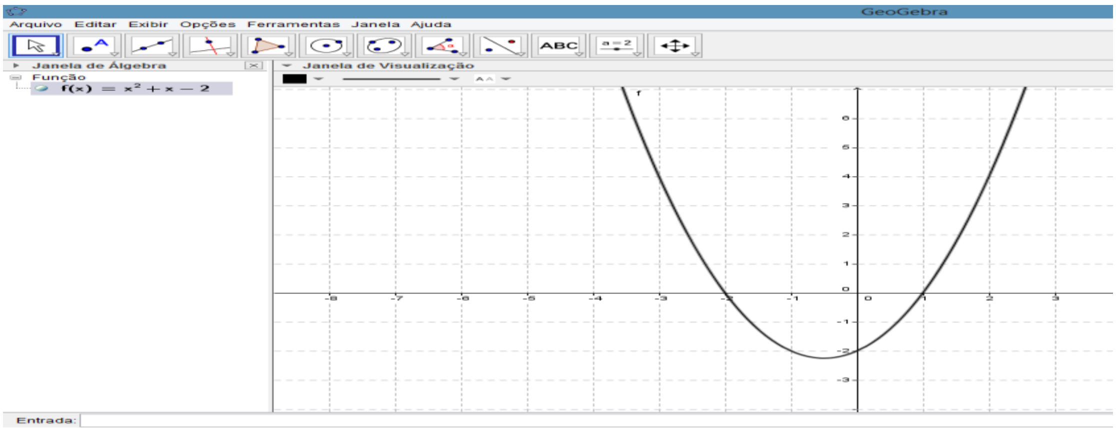
− Dada a função quadrática f(x) = x² + x - 2 desenhe o seu gráfico, usando o GeoGebra, e verifique o que ocorre, quando:

a) Determine o ponto no qual a parábola "corta" o eixo das ordenadas.

b) Adicionarmos 1 à função *f(x)*, o gráfico da função *f(x)* sofre algum deslocamento? Na vertical ou na horizontal

b) Adicionarmos – 2 à função *f(x)*, o gráfico da função *f* sofre algum deslocamento? Na vertical ou na horizontal? Determine o ponto no qual a parábola "corta" o eixo das ordenadas; utilizando o GeoGebra ver Figura 70.

Figura 70 Atividade 2



Fonte: Autor da pesquisa

Utilizando o GeoGebra, para a resolução da atividade, tem-se:

1º. No campo de Entrada digita-se a função t(x)= x² + x - 2.

2º. Na Janela de Álgebra dá-se um duplo clique para alterar a função.

3ª aula: Atividade final

- Estimular os alunos a realizarem a atividade final, usando o GeoGebra para que façam, com o auxílio do professor, a última revisão e o aperfeiçoamento (se necessário) do que ainda ficou sem entendimento claro.

ATIVIDADE 3

– Dadas as funções na tabela 2 abaixo, complete e responda, utilizando-se o GeoGebra na resolução.

Tabela 2 Atividade 3

FUNÇÃO QUADRÁTICA	DISCRIMINANTE $\Delta = b^2 - 4ac$	RAÍZES (SE EXISTIREM!)
$F(x)=x^2 -6x+5$	$\Delta=$	
$F(x)=x^2 +4x+5$	$\Delta=$	
$F(x)=x^2 -4x+4$	$\Delta=$	

Fonte: Autor da pesquisa

a) Existe alguma relação entre o valor deΔ e quantidade de raízes da função quadrática? Explique?

b) Construa o gráfico usando o GeoGebra e verifique o que ocorre com a interseção da parábola com o eixo das abscissas quando:

1º. No campo de Entrada digita-se a função f(x) dada.

2º. Para facilitar a visualização das raízes, digita-se *raiz[f(x)]* no campo de Entrada.

6. REFERÊNCIAS

ANDRADE, V. S. de; BARROSO, A. M; LOPES, J. O; MOREIRA, M. M; BORGES NETO, H; ROCHA, E. M; SANTIAGO, L. M. L. e SOUSA, T. G. de. **Uso do GeoGebra nas aulas de matemática**: Reflexão centrada na prática. Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. 2007. Artigo. In.: http://www.proativa.virtual.ufc.br/sbie/CD_ROM_COMPLETO/sbie_artigos_completo/USO%20DO%20GEOGEBRA%20NAS%20AULAS%20DE%20MATEM%C1TICA.pdf Acesso em 30/04/2015 às 10:12.

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e Matemática, SP: SUMMUS, 3ª Ed. 1986.

DCE/PR, **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica,** Curitiba, 2006.

IEZZI, G., DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade.**- São Paulo, 6ª ed, 2009.

PEREIRA, T. de L. M. **O uso do software Geogebra em uma escola pública**: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. Dissertação do mestrado profissional em educação matemática, Universidade federal de Juiz de Fora/MG, 2012. In.: http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/05/DISSERTA%C3%87%C3%83O-Thales-de-Lelis-N.pdf Acesso em 20/03/2015 às 09:12.

http://portal.mec.gov.br/consulta_ ideb2013 Acesso em 24/03/2015 às 08:13.

APÊNDICES (QUESTIONÁRIOS)

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL-PROFMAT

USO DO GEOGEBRA E FUNÇÃO QUADRÁTICA: UM PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO MÉDIO[8]

QUESTIONÁRIO 1 (INICIAL)- ALUNOS

1. Idade (em Abril de 2015):
( )14-15
( )16-17
( )18 ou mais
2. Você gosta de estudar matemática?
( ) Sim
( ) Não
3. Você tem dificuldade para aprender matemática?
( ) Sim
( ) Não
4. Ao estudar matemática para uma prova, você:
( ) Não estuda
( ) Estuda para decorar
( ) Estuda para aprender
5. Quais os recursos didáticos utilizados pelo/a seu/a professor/a no ensino da matemática, em sala de aula?
( ) Apenas o livro didático
( ) Só usa o quadro magnético
( ) Utiliza recursos tecnológicos diversos
6. Você recorre a professor particular para esclarecer suas dúvidas em matemática?
( ) Sim
( ) Não
7. Quanto às fórmulas utilizadas nos estudos da função quadrática, você:
( ) Decora
( ) Entende com facilidade
( ) Não compreende
( ) Entende com dificuldade
8. Dos assuntos abaixo, quais você tem mais dificuldades?
( ) Fórmulas e Coeficientes
( ) Gráfico
( ) Lei e Zeros da função
( ) Execução dos exercícios

[8] Parte integrante do projeto Tese de Mestrado "O Geogebra como proposta de intervenção pedagógica no ensino da Função Quadrática", de Adilson Maia Negrão.

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL-PROFMAT

USO DO GEOGEBRA E FUNÇÃO QUADRÁTICA: UM PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO MÉDIO[9]

QUESTIONÁRIO 2 (FINAL)- ALUNOS

Quanto à <u>proposta com o uso do GeoGebra</u>, responda às questões a seguir.

1. De modo geral, ao estudar matemática, você acha que a informática ajuda na aprendizagem?
( ) Sim
( ) Não
2. O que você acha desta proposta com o uso do GeoGebra no ensino da função quadrática?
( ) Ruim
( ) Boa
( ) Ótima
3. Esta forma de aprender, como o GeoGebra, exigiu que você participasse ativamente das aulas do que nas aulas tradicionais?
( ) Sim
( ) Não
4. A metodologia usada (com o uso do GeoGebra)foi suficiente para o entendimento do assunto sobre a função quadrática?
( ) Sim
( ) Não
5. Você teve dificuldades para utilizar o software GeoGebra? Quais?
( ) Sim ( ) Na explicação ( ) Nas atividades propostas
( ) Não
6. Quanto às fórmulas utilizadas nos estudos da função quadrática, você conseguiu:
( ) Decorar
( ) Entender com facilidade
( ) Entender com dificuldade
( ) Não compreender
7. Dos assuntos abaixo, quais você teve mais dificuldades em entender com o uso do GeoGebra?
( ) Fórmulas e Coeficientes
( ) Gráfico
( ) Lei e Zeros da função
( ) Execução dos exercícios

[9] Parte integrante do projeto Tese de Mestrado “O Geogebra como proposta de intervenção pedagógica no ensino da Função Quadrática”, de Adilson Maia Negrão.

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

TUTORIAL DO GEOGEBRA PARA O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA[10]

A versão 5.0.19.0-3D apresenta Menu, Barra de ferramentas, Linha de comando e Janelas, ver Figura 71.

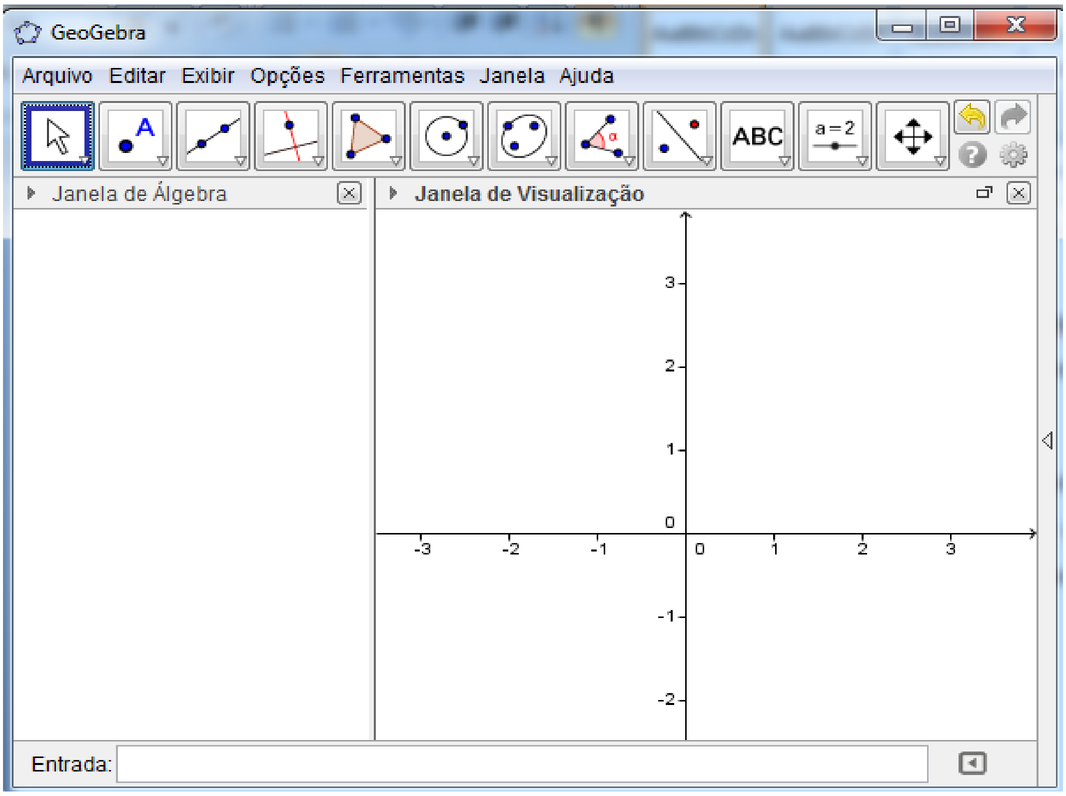


Figura 71. Tutorial para o ensino de função quadrática 1

Fonte: Autor da pesquisa

[10] Parte integrante do projeto Tese de Mestrado "O Geogebra como proposta de intervenção pedagógica no ensino da Função Quadrática", de Adilson Maia Negrão.

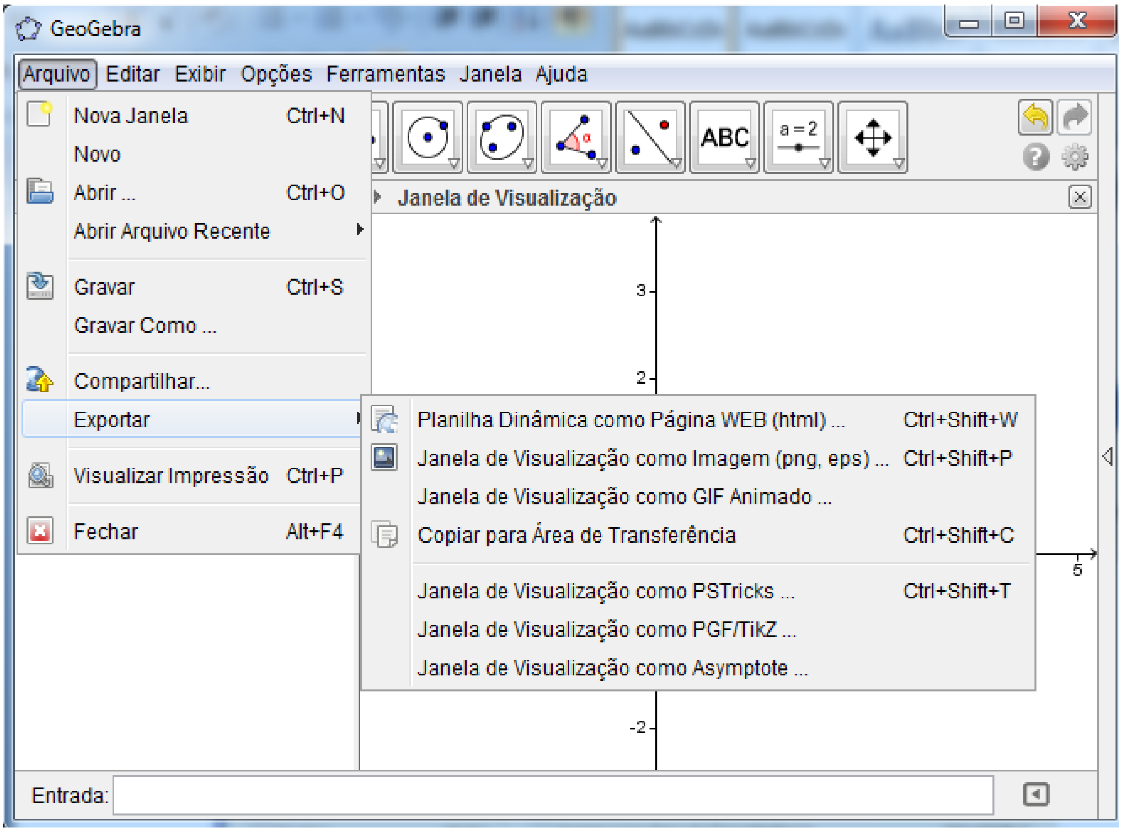
O <u>Menu ou Barra de Menu</u> é compostos pelos itens comuns a quase todos os softwares. A seguir, veremos cada um deles passo a passo, ver Figura 72.

Figura 72. Tutorial para o ensino de função quadrática 2

Fonte: Autor da pesquisa

No item *Arquivo*, além dos comandos mais comuns (Novo, Abrir, Gravar, Visualizar Impressão e Fechar) aparece o comando Exportar (Figura 73, abaixo) que permite enviar as construções feitas no software estudado a outros programas como O Word, Power Point.

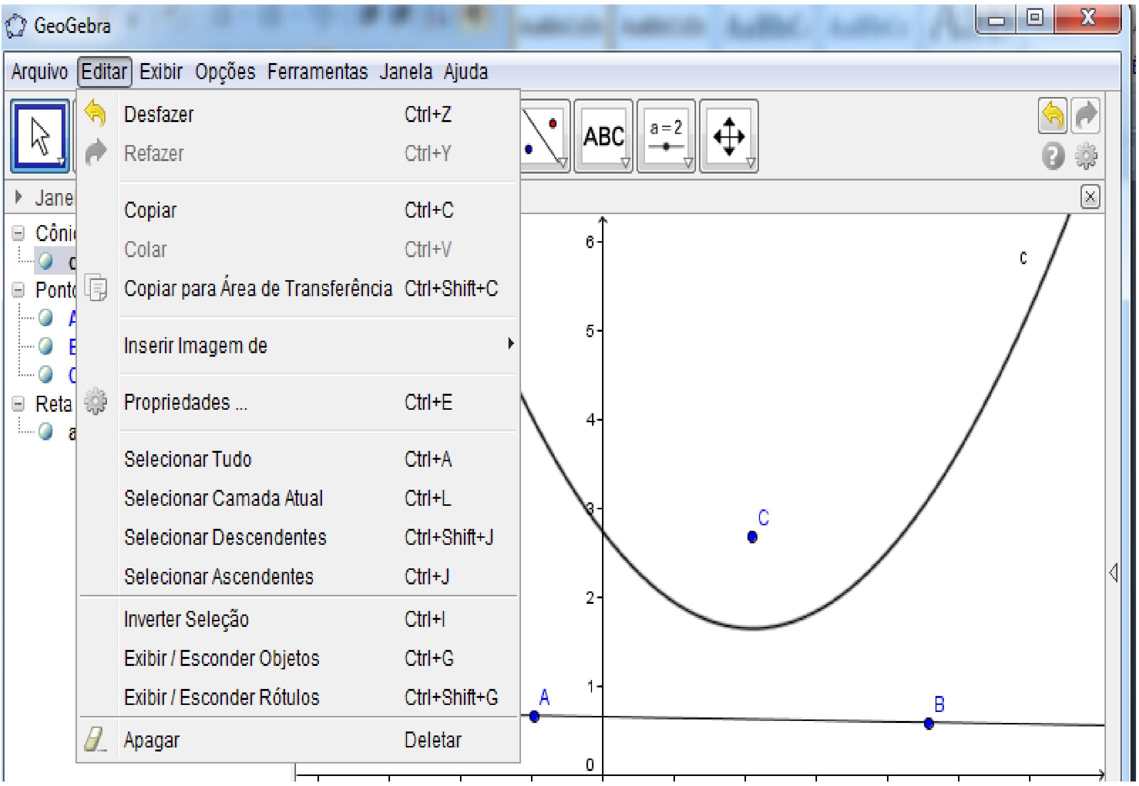
Figura 73. Tutorial para o ensino de função quadrática 3



Fonte: Autor da pesquisa

Em *Editar* há comandos que só ficam habilitados/listados se alguma construção no GeoGebra estiver selecionada. É o caso do comando Propriedades, ver Figura 74.

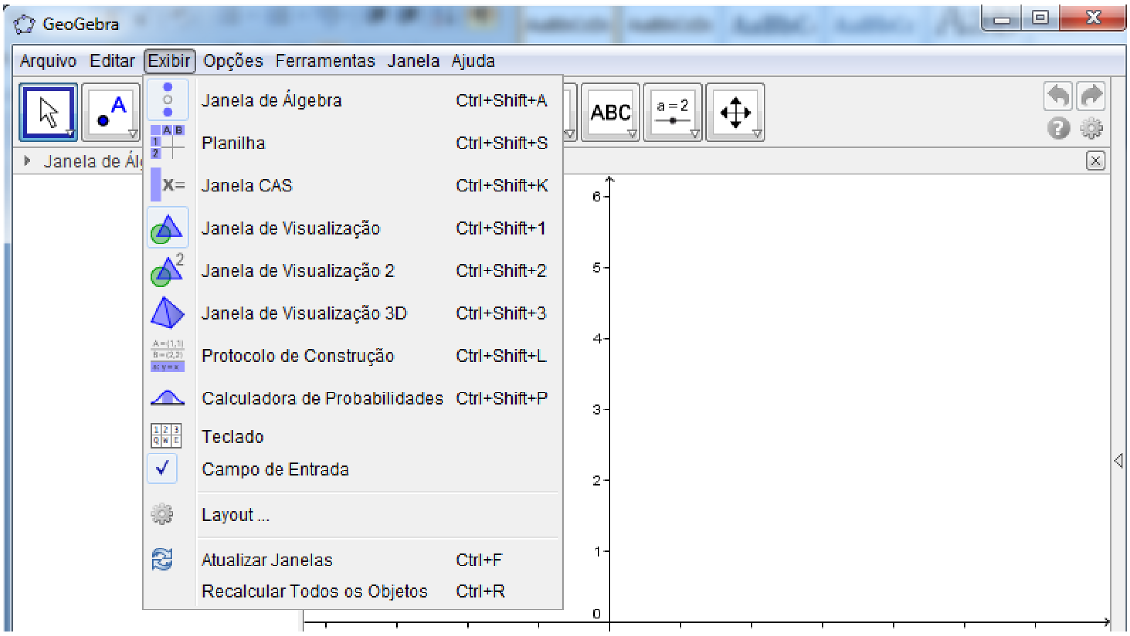
Figura 74. Tutorial para o ensino de função quadrática 4



Fonte: Autor da pesquisa

O *Exibir* apresenta comandos específicos, tais como: expor na tela do computador as diversas janelas existentes no referido software (dentre as janelas de visualização existente, a Janela de Visualização3D é um dos diferencias nesta nova versão), acessar o protocolo de construção, construir gráficos de funções (o que foi de imensa valia para a aplicação deste projeto), fazer construções geométricas com eixos e/ou malha, acessar barras específicas (de Ferramentas e de Navegação pra Passos da Construção), planilhas, recalcular todos os objetos construídos, etc. ver Figura 75 a seguir.

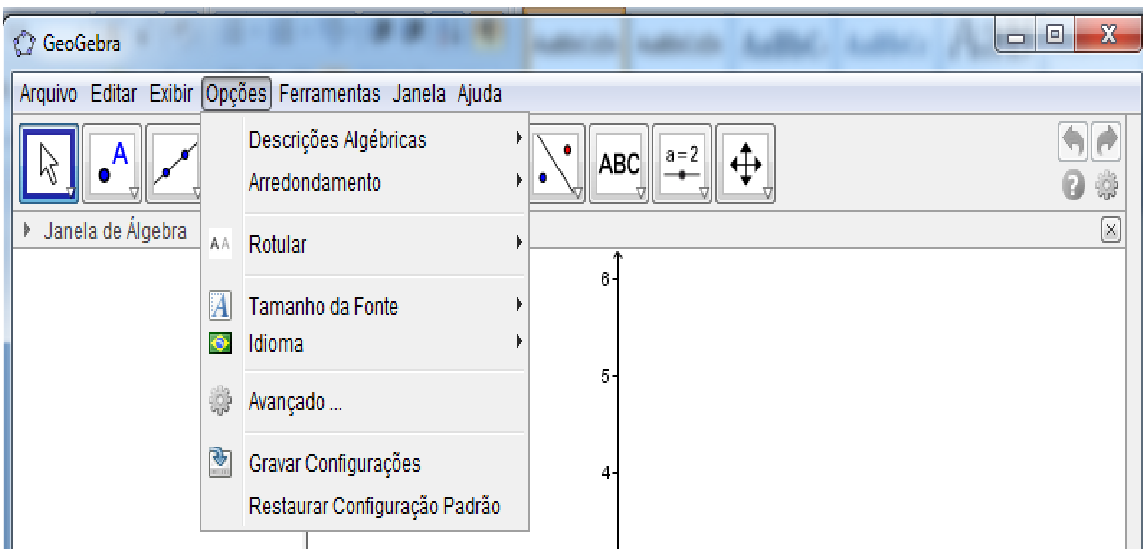
Figura 75. Tutorial para o ensino de função quadrática 5



Fonte: Autor da pesquisa

No item *Opções* aparece o comando *Descrições Algébricas* que relaciona as leis das funções (Aqui, atentaremos apenas à função quadrática), além comandos relativos aos numerais (Arredondamento), e ao texto (Tamanho da fonte, Rotular e Idioma) e, no comando Avançado pode-se fazer alterações nas ferramentas do GeoGebra, ver Figura 76.

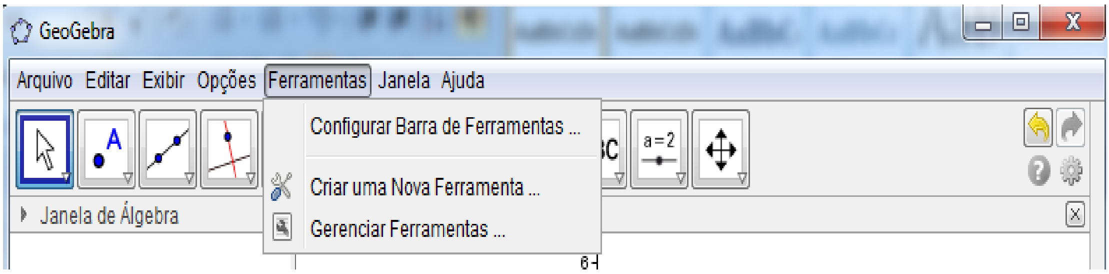
Figura 76. Tutorial para o ensino de função quadrática 6



Fonte: Autor da pesquisa

Em *Ferramentas* é possível configurar a Barra de Ferramentas, gerenciar e até criar uma nova ferramenta, ver Figura 77.

Figura 77. Tutorial para o ensino de função quadrática 7

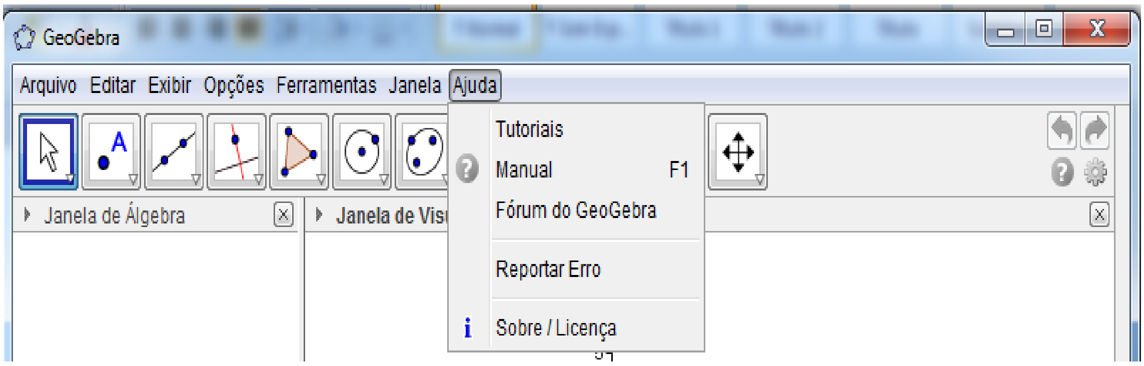


Fonte: Autor da pesquisa

O item *Janela* assume a mesma função presente em outros softwares, a de abrir novas janelas na tela do computador, gerando um novo arquivo do GeoGebra.

E finalizando o Menu, o item *Ajuda* diferencia-se por dar acesso ao fórum e aos sites oficiais do GeoGebra (GeoGebra Forum, GeoGebra.org e GeoGebraTube) onde pode-se tirar dúvidas e recursos e construções feitas com/por outros usuários, além de dispor novas versões e informações a respeito do citado programa, ver Figura 78.

Figura 78. Tutorial para o ensino de função quadrática 8



Fonte: Autor da pesquisa

B) A <u>Barra de ferramentas</u> permite o rápido acesso às construções já pré- definidas fornecidas pelo software estudado e que apresenta os botões demonstrando suas respectivas funções, ver Figura 79 a seguir.

Figura 79. Tutorial para o ensino de função quadrática 9

Fonte: Autor da pesquisa

Para esta pesquisa, foram úteis somente os seguintes botões e seus anexos (disponíveis ao se acionar o ícone  disposto no canto direito de cada botão):

1)  **Mover**

Arrasta e larga objetos livres com o *mouse*. Ao selecionar um objeto clicando nele no modo *Mover*, pode-se:

• Apagar o objeto ao pressionar a tecla *Delete;*

• Mover o objeto usando as setas do teclado (→ ← ↑ ↓). Pode-se, ainda, ativar a ferramenta *Mover* pressionando a tecla *Esc*.

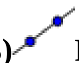
2) 

Novo ponto

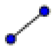
Para se criar um novo ponto, deve-se clicar na *Zona* ou *Área Gráfica*.

As coordenadas do ponto são fixadas quando solta-se o botão do *mouse*.

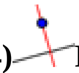
Clicando em um segmento, reta, polígono, cônica, gráfico de função ou curva, pode-se criar um ponto nesse objeto.

3)  **Reta (definida por dois pontos)**

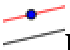
Selecionando-se dois pontos *A* e *B* cria-se a reta que passa por *A* e *B*. E o vetor diretor desta reta é (*B* - *A*).

 Segmento (definido por dois pontos)

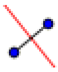
Selecionando-se dois pontos *A* e *B* pode-se criar um segmento entre *A* e *B*. O comprimento deste segmento aparece na *Zona* ou *Área Algébrica*.

4)  Reta perpendicular

Selecionando-se uma reta *g* e um ponto *A* cria-se a reta passando por *A* perpendicularmente à reta *g*. A direção desta perpendicular criada é equivalente ao vetor perpendicular à reta.

 Reta paralela

Selecionando-se uma reta *g* e um ponto *A* define-se a reta que passa por *A*, paralelamente a *g*. A direção desta paralela é a direção da reta *g*.

 Mediatriz

Clicando-se em um segmento *s* ou em dois pontos *A* e *B* pode-se criar a mediatriz, cuja direção é equivalente ao vetor perpendicular a *s* ou *AB*.

5)  Parábola (anexo ao botão: )

Ao selecionar um ponto e uma reta, esta será a diretriz da parábola.

6) ABC Texto

Com esta ferramenta, pode-se inserir qualquer texto na área gráfica textos estáticos ou dinâmicos e fórmulas em LaTeX.

Primeiro, deve-se especificar a localização do texto usando uma das seguintes maneiras:

• Clicar em um lugar vazio da *Zona* ou *Área Gráfica* para criar ali um novo texto.

• Clicar em um ponto para criar um novo texto que fica anexado a este ponto.

Depois, pode-se inserir o texto pretendido na janela de diálogo que aparece. A posição de um texto pode ser especificada como absoluta no *ecran* ou relativa ao sistema coordenado usando-se o separador 'Básico' (em Diálogo de Propriedades) dependendo do tipo de texto que pode ser:

Texto Estático: não depende de quaisquer objetos matemáticos e não é afetado pelas alterações na construção.

Texto Dinâmico: contém valores de objetos que são automaticamente adaptados às alterações provocadas nestes objetos.

Para criar um texto dinâmico pode inserir a parte estática do texto usando o teclado (e.g., Ponto A =). Então, clique no objeto cujo valor pretende mostrar no texto.

Texto Misto: é uma combinação do texto estático e do texto dinâmico.

O GeoGebra adiciona automaticamente a sintaxe ("Ponto A = " + A) necessária para criar um texto Misto: aspas na parte estática do texto e o símbolo mais (+) para ligar as diferentes partes do texto:

"Ponto A = " + A Texto misto (duas partes) usando o valor do ponto *A* "a = " + a + "cm" Texto misto (três partes) usando o valor do número *a*.

Num texto misto, a parte estática tem que estar entre aspas. As diferentes partes de um texto (e.g., partes dinâmica e estática) têm que ser ligadas usando o símbolo mais (+).

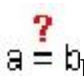
Inserir imagem

Ao selecionar esta ferramenta pode- se inserir figuras na *Zona* ou *Área Gráfica* e ao clicar nesta área, se abrirá um caixa onde se pode procurar a figura que se deseja inserir na tela. Essa figura tem que estar no formato JPG, GIF, PNG e TIF. Para especificar a localização da imagem deve-se:

• Clicar na *Zona* ou *Área Gráfica* para especificar a posição do canto inferior esquerdo da imagem.

• Clicar em um ponto para definir como canto inferior esquerdo da imagem, aparece, então, um diálogo para a abertura de ficheiro que lhe permite selecionar qualquer ficheiro de imagem que exista no computador utilizado.

Após ter-se selecionado a ferramenta *Inserir imagem*, pode-se usar o atalho de teclado *Alt*- clique para colar uma imagem diretamente da área de transferência para a *Zona* ou *Área Gráfica*.



Relação entre dois objetos

Com esta opção, pode- se identificar algumas relações entre dois objetos: se um objeto pertence a outro, se são paralelos, se são iguais etc.

7) 

Controle deslizante ou **Seletor**

No GeoGebra, um seletor é um pequeno segmento com um ponto que se movimenta sobre ele, ou seja, é a representação gráfica de um número livre ou de um ângulo livre. Pode-se criar um seletor para qualquer número livre ou ângulo livre Com esta ferramenta é possível modificar, de forma dinâmica, o valor de algum parâmetro, para isto, clique em qualquer espaço livre da *Zona* ou *Área Gráfica* para criar um seletor para um número ou ângulo. A janela que aparece permite especificar o 'Nome', o 'Intervalo' *[min, max]* e o 'Incremento' do número ou do ângulo, bem como o 'Alinhamento' e a 'Largura' do seletor (em pixel).

A posição de um seletor pode ser absoluta (ficando sempre visível na *Zona* ou *Área Gráfica*, não sendo afetado pelo zoom) ou relativa ao sistema coordenado. Na janela de diálogo de *Seletor* pode-se inserir o símbolo ° do grau ou *pi (π)* para o intervalo e para o incremento, usando-se os seguintes atalhos do teclado: *Alt-O* (MacOS: *Ctrl-O*) para o símbolo ° do grau e *Alt-P* (MacOS: *Ctrl*-P) para o símbolo *π*.


Caixa para exibir/esconder objetos

Esta ferramenta permite que se escolha quais são os objetos que se quer mostrar, quando ela está ativada. Desmarcando-a, os objetos a ela vinculados desaparecem da Janela de Visualização.

Pode-se, ainda, selecionar estes objetos da lista providenciada na janela de diálogo ou selecioná-los com o *mouse* tanto na *Zona* ou *Área Gráfica* como na *Área Algébrica*.

8) Mover Janela de Visualização

Pode-se mover o sistema de eixos, bem como todos os objetos nele contidos com esta ferramenta, ela é ideal para se fazer ajuste com relação à posição dos objetos exibidos na janela de visualização.

Ao arrastar e largar a *folha de desenho* na *Zona* ou *Área Gráfica* pode-se mover a área visível da *folha de desenho,* a mesma pode ser movida mantendo-se pressionada a tecla Shift (ou *Ctrl,* no Windows) e arrastando-a com o *mouse* em qualquer direção. Pode- se também alterar a relação de escala entre os eixos coordenados arrastando cada um deles, com o *mouse*.

Ampliar

Serve para ampliar as figuras que estão na *Zona* ou *Área Gráfica*, como se o *Zoom* estivesse aumentando.

Reduzir

Serve para reduzir as figuras que estão na *Zona* ou *Área Gráfica*. Como se o *Zoom* estivesse diminuindo.

Exibir / Esconder objetos

Seleciona-se os objetos que se quer exibir ou esconder depois que se ativar esta ferramenta, para isso, após selecionar a ferramenta, deve-se clicar sobre o objeto que deseja ocultar. Ele ficará destacado. Em seguida, pode-se mudar para qualquer outra ferramenta para aplicar as alterações na visibilidade desses objetos, pois, quando se ativa esta ferramenta, todos os objetos anteriormente escondidos são realçados. Pode-se também ocultar objetos, para isso, selecione outra ferramenta qualquer ou aperte o ESC do teclado. O objeto ficará oculto.

Desta maneira, pode facilmente exibir/esconder novamente os objetos desativando sua seleção antes de mudar para outra ferramenta.

Exibir / Esconder rótulo

Ao clicar em um objeto pode-se exibir ou esconder o rótulo do respectivo objeto. Pode-se também exibir os rótulos que estão ocultos.

Copiar Estilo Visual

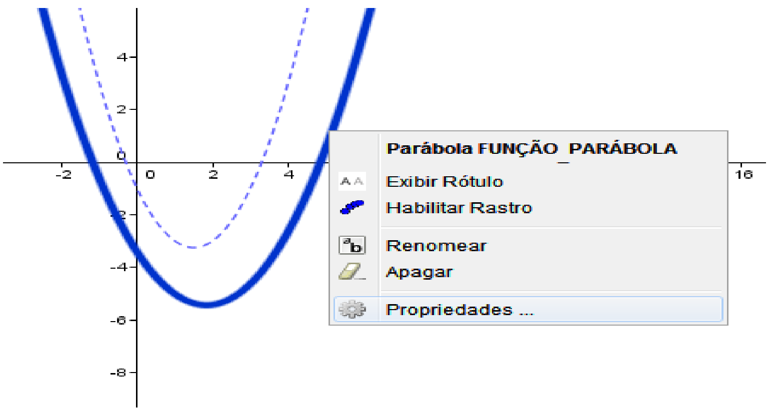
Pode-se copiar um estilo visual de um objeto para outro: pontilhado, cor, tamanho, etc.

Apagar

Com esta ferramenta, pode- se apagar objetos, tanto na *Zona* ou *Área Gráfica*, quanto na *Janela de Álgebra*.

E, além desses botões, também foram utilizadas as **Funções do botão direito do mouse** acionado ao clicar com o botão direito do mouse em um objeto que se encontra na Janela de Visualização (Figura 80), onde pode-se escolher entre Exibir Rótulo, Habilitar Rastro, Renomear, Apagar e Propriedades, a qual possibilita fazer outras alterações no layout do objeto que foi selecionado, como mostrado logo abaixo da figura a seguir.

Figura 80. Tutorial para o ensino de função quadrática 10



Fonte: Autor da pesquisa

- **Exibir rótulo**:

O rótulo é o nome do objeto. Esta opção permite esconder ou exibir rótulos.

- **Habilitar rastro**:

Deixa um rastro do objeto ao ser movimentado.

- **Renomear**:

Permite dar um novo nome (rótulo) ao objeto.

- **Apagar:**

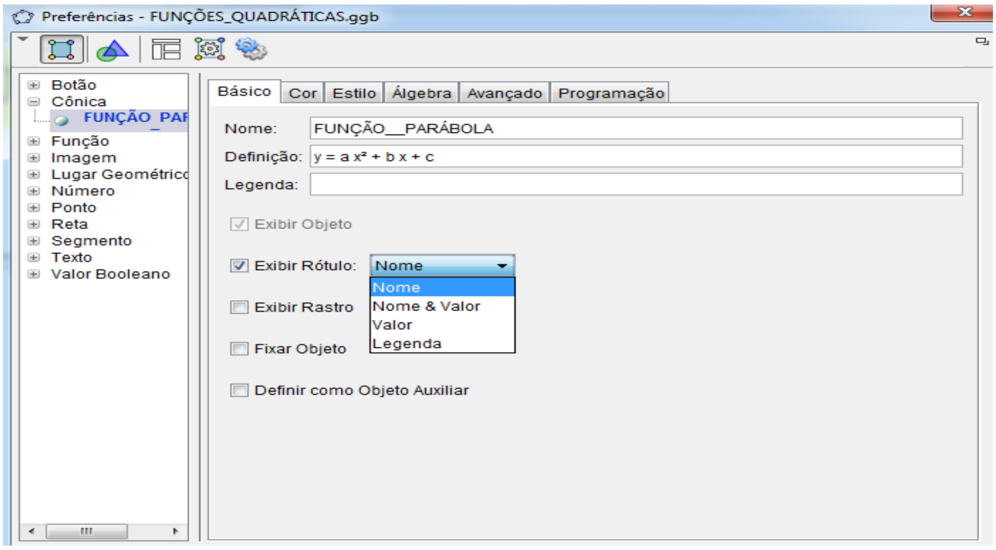
Permite apagar um objeto.

- **Propriedades:**

Permite acessar um ambiente de edição de propriedades diversas do objeto tais como: cores, espessura, intensidade de preenchimento, condição para o objeto aparecer, tipos de coordenadas etc.

Ao abrir em Propriedades surge a caixa Preferências que exibe várias guias., dentre as mais comuns, está a guia *Básico*, onde pode-se Exibir Objeto, Exibir Rótulo pelo: nome, nome e valor, apenas valor ou legenda, cujas definições podem ser consultadas abaixo da figura 81 a seguir.

Figura 81. Tutorial para o ensino de função quadrática 11



Fonte: Autor da pesquisa

Nome e Valor

No GeoGebra, cada objeto tem um único **nome** que pode ser usado para o rotular na *Zona* ou *Área Gráfica*. Além disso, um objeto também pode ser rotulado usando o seu valor ou o seu nome e valor conjuntamente.

O **valor** de um ponto são as suas coordenadas e o valor de uma função é a sua expressão algébrica.

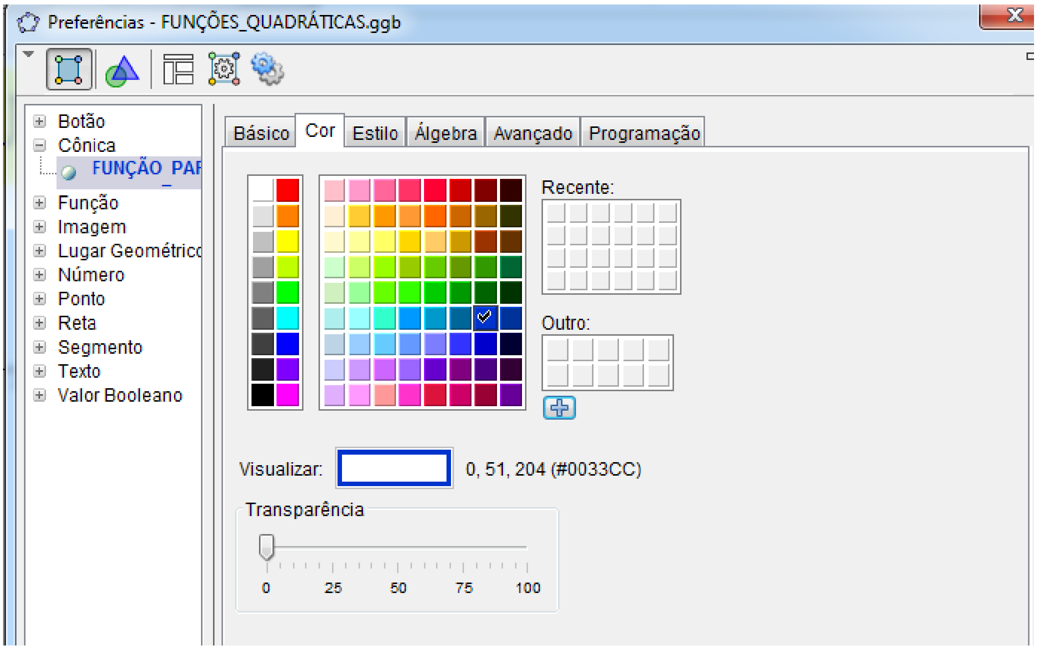
Legenda

No GeoGebra pode-se atribuir o mesmo rótulo a vários objetos. Por exemplo, atribuir o rótulo ‘a’ aos quatro lados de um quadrado. Neste caso, o software oferece **legendas** para todos os objetos, adicionalmente às três opções acima mencionadas.

Além disto, pode- se Exibir Rastro, Fixar Objeto e Definir como Objeto Auxiliar.

Já na guia *Cor* há a possibilidade de se escolher uma cor específica ou se pode alterar a transparência do objeto, ver Figura 82.

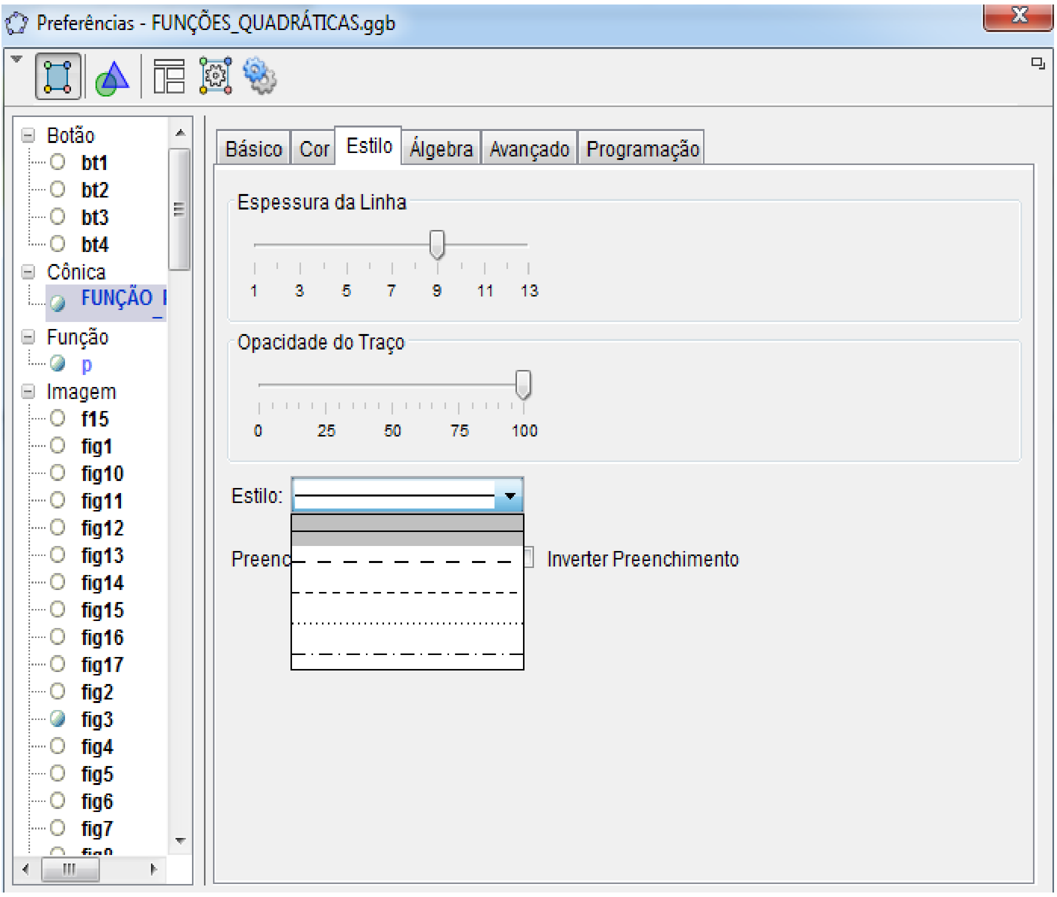
Figura 82. Tutorial para o ensino de função quadrática 12



Fonte: Autor da pesquisa

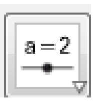
Dentre outras guias que foram utilizadas (*Álgebra*, *Avançado* e *Programação*), temos ainda a guia *Estilo* que dá a possibilidade de alterar as opções de espessura, opacidade e estilo, tais como pontilhado, tracejado, entre outros, ver Figura 83.

Figura 83. Tutorial para o ensino de função quadrática 13



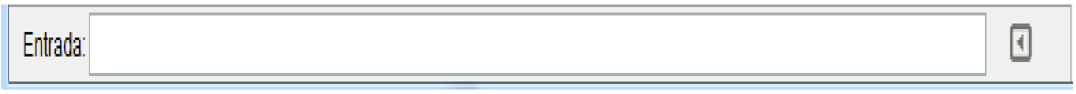
Fonte: Autor da pesquisa

C) A <u>Linha de comando</u> ou “Entrada” é o local onde as leis das funções matemáticas, para este projeto: somente as polinomiais de 2º grau, e com o botão Seletor



pode-se variar os valores dos coeficientes das funções, além disso, na Linha de comando, ver Figura 84, se acessam os comandos já gravados no GeoGebra.

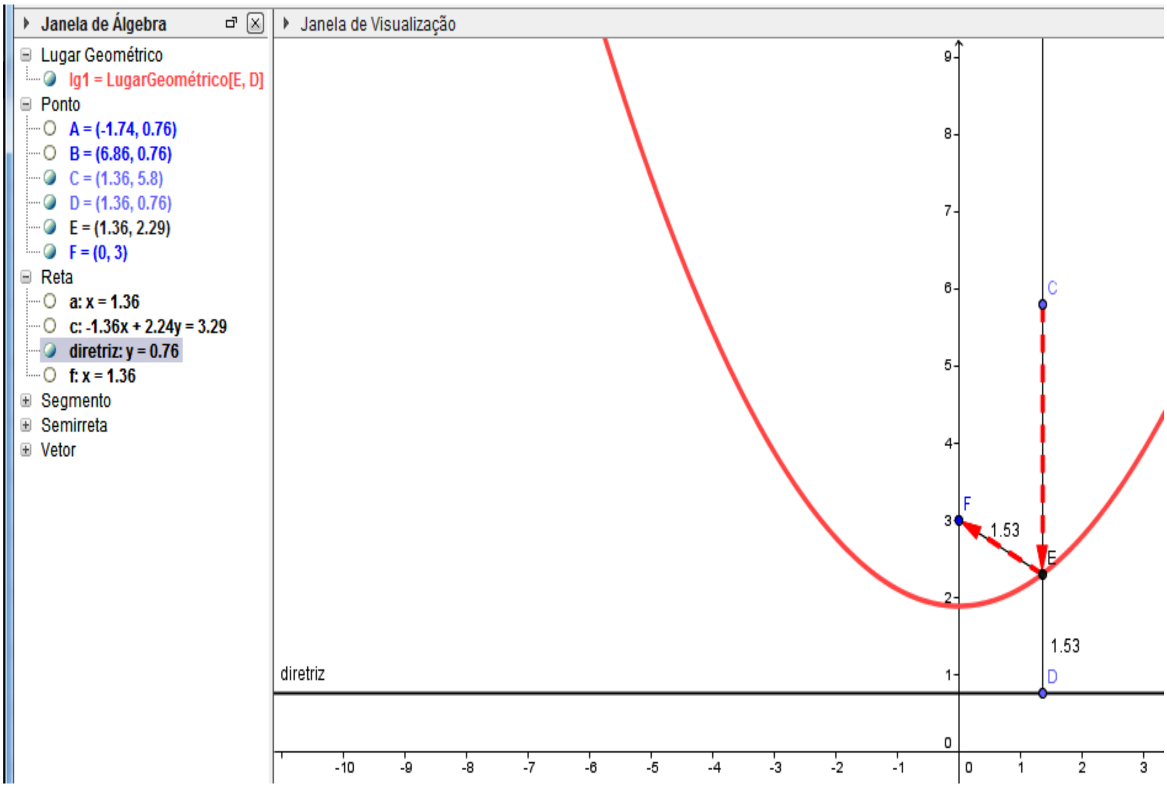
Figura 84. Tutorial para o ensino de função quadrática 14



Fonte: Autor da pesquisa

D) As Janelas do GeoGebra utilizadas neste projeto foram: a Janela de Álgebra e a Janela de Visualização, que podem ser incluídas/excluídas ao utilizar-se o item Exibir do menu do GeoGebra, ver Figura 85.

Figura 85. Tutorial para o ensino de função quadrática 15



Fonte: Autor da pesquisa

REFERÊNCIA

http://www.geogebra.org/tutorial Acesso em 08/03/2015 às 10:23.