UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATHEUS DE BARROS RAMOS PROSPERO

Uma Atividade Experimental para o Estudo de Funções no Ensino Fundamental

SÃO CARLOS
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MATHEUS DE BARROS RAMOS PROSPERO

Uma Atividade Experimental para o Estudo de Funções no Ensino Fundamental

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientação:
Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini

São Carlos

2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

P966ae

Prospero, Matheus de Barros Ramos.
Uma atividade experimental para o estudo de funções no ensino fundamental / Matheus de Barros Ramos Prospero. -- São Carlos : UFSCar, 2013.
73 f.

Dissertação (Mestrado profissional) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Funções. 3. Experimentos. 4. Ensino fundamental. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
DM - UFSCar

Profª. Drª. Edna Maura Zuffi
ICMC - USP

Prof. Dr. Márcio de Jesus Soares
DM - UFSCar

Este trabalho é dedicado ao meu Pai. Sei que ele estaria muito orgulhoso e feliz de presenciar esta conquista.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Dona Marlene, minha mãe, incentivadora e principalmente minha melhor amiga, sem seu apoio nada disso seria possível. Obrigado mãe.

Agradeço à minha irmã, a pessoa mais forte que eu conheço, sua força e sua coragem me motivam e não me deixam desistir. Roberta, é muito bom poder contar com você sempre.

Minha esposa Ana Carolina, por estar ao meu lado me apoiando e incentivando. Baixinha muito obrigado pelo amor e carinho.

Agradeço à Valéria, minha professora e amiga, sem sua ajuda eu não chegaria ao fim deste trabalho, obrigado por estar sempre pronta a me ensinar.

Aos Professores do Profmat, meus sinceros agradecimentos. Uma equipe muito dedicada e comprometida com todos os alunos. Em especial quero agradecer ao meu orientador o Prof. Roberto Ribeiro Paterlini por acreditar no meu trabalho e contribuir para a conclusão deste sonho.

Agradeço aos meus alunos e colegas da EMEF. Profa. Eponina de Britto Rossetto sei o quanto torceram e ficaram felizes a cada etapa concluída neste mestrado.

Para ser mais justo com todas essas pessoas especiais, coloco na definição destes agradecimentos que é válida a propriedade comutativa.

RESUMO

As funções representam uma parte muito importante da Matemática devido à grande possibilidade de aplicações em diversas áreas do conhecimento. Este conteúdo pode ser abordado de forma concreta e significativa, mas o que observamos, principalmente nos livros didáticos, é que existe uma grande preocupação em algebrizar este assunto. Este processo faz com que os alunos não compreendam a necessidade e a utilidade do estudo das funções. Nosso trabalho não tem o foco nas definições formais que estão envolvidas ao se ensinar funções. O objetivo principal deste trabalho é apresentar um experimento que possibilite iniciar o desenvolvimento do conceito de funções. O experimento usa como base o problema de construir uma caixa sem tampa a partir de uma folha de papel retangular, e de calcular seu volume. Este experimento foi aplicado em duas oitavas séries de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Ribeirão Preto. A aplicação ocorreu sem complicações e os alunos gostaram de participar desta aula. É um projeto que não exige muitos recursos materiais e que pode ser usados por todos os professores que pretendam abordar o tema de forma prática.

Palavras–chave: ensino de funções, experimentos em funções, funções no ensino fundamental.

ABSTRACT

Functions represent a very important area of study in mathematics due their wide range of applications in many areas of knowledge. Functions can be approached in concrete and meaningful ways. However, school textbooks often tend to an algebraization of the theme, which hinders students' understanding of the need and importance of studying functions. This work does not focus on formal definitions involved in the teaching of functions. The aim of this work is to present an experiment which allows the development of the concept of functions. The experiment is based on a proposed problem of building a box without a lid using a rectangular sheet of paper, and then calculating its volume. This experiment was carried out in two 8th year classes of a public school in Ribeirao Preto - SP, Brazil. The procedure was carried out successfully and students enjoyed it. This is a low-cost, practical project, feasible to any teacher willing to approach the theme in a practical way.

Key-words: The teaching of functions; experiments with functions ; functions in the elementary school.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1
AS FUNÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

1.1 Introdução

As funções representam uma parte muito importante do conhecimento matemático. Suas aplicações ocorrem na própria Matemática, que as usa para investigar e descrever as propriedades dos números e das formas, e se estende às mais diversas ciências que usam a Matemática em suas teorias. O primeiro contato dos alunos com este assunto acontece no final da oitava série ou nono ano do Ensino Fundamental. Posteriormente este conteúdo estará presente em todo o Ensino Médio.

1.2 O ensino de funções

Durante minhas atividades como professor de Matemática da rede pública, venho observando que grande parte dos alunos, ao longo dos anos do ensino fundamental, não são estimulados a questionar e buscar associar os conteúdos apresentados na escola com os problemas que deram origem a esses conteúdos. Este tipo de comportamento passivo se repete quando as funções são estudadas. Os professores podem estimular os alunos a terem essa atitude investigativa, propondo atividades mais interessantes e principalmente através de situações problemas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) consta a necessidade de se trabalhar com situações problemas, (BRASIL, 1997,p.35) :

> “Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação.”

As minhas aulas de funções normalmente não apresentavam essas situações problemas que despertassem o interesse dos alunos. As aulas eram baseadas na sequência do livro didático adotado pela escola. Vale lembrar que a rede pública de ensino oferece os livros didáticos aos alunos e que esses livros são escolhidos a cada 3 anos no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). A escolha é feita pelos professores e equipe pedagógica.

Para se ter uma visão um pouco mais ampla a respeito de como o ensino de funções é abordado nos livros didáticos disponíveis para a rede pública de ensino, analisamos alguns dos principais deles para o nono ano presentes no último PNLD, realizado em 2010, como: Bianchini (2006), Giovanni Junior e Castrucci (2009), Carvalho e Reis (2009), Mori e Onaga (2009) e Iezzi, Dolce e Machado (2009).

Nessas obras, o ensino das noções básicas de função é feito seguindo um mesmo processo, onde uma situação que pode ser descrita com uma função é dada como exemplo. Logo em seguida outro exemplo contextualizado tem suas informações apresentadas em forma de tabela. Este exemplo é apresentado em situações como cálculo de salário, comissões ou custos de determinado produto. Após isto, as funções já são definidas utilizando a notação algébrica. A notação algébrica é explicada como lei de formação que descreve a situação. Seria muito importante que esses livros didáticos oferecessem algum tipo de atividade mais significativa para este primeiro contato, pois a abordagem algébrica pode se tornar muito complicada e sem sentido para os alunos.

Outro ponto importante que observamos ao analisar esses livros didáticos foi que em apenas um deles existe um capítulo para explicar o conceito de domínio da função. A explicação deste conceito é feita com a utilização de um exemplo de geometria, nele, o perímetro de um triângulo equilátero é dado em função de seus lados e é representado pela sentença $y = 3x$.

Segundo Hygino Domingues (COXFORD; SHULTE, 1994) o que acontece no ensino da álgebra é:

> “…uma fixação exagerada nas manipulações mecânicas com símbolos, e isso, se de um lado pode produzir uma falsa sensação de facilidade, de outro pode produzir uma impressão muito forte de inutilidade, além de dar

> apenas uma ideia muito pálida e parcial da natureza ao alcance dessa matéria.”

Nota-se pouco espaço para que os alunos discutam e observem todos os detalhes a respeito da identificação das ideias que compõem uma função, como variáveis, domínio e imagem. Essa identificação pode ser feita baseada em uma situação problema, para somente depois serem abordadas de forma teórica. Mas o que acontece normalmente é que as noções iniciais de função são dadas de maneira muito rápida com o objetivo de criar as condições mínimas para a introdução da notação algébrica. Desta forma, as funções são vistas como um assunto limitado em si mesmo e não como uma ferramenta que pode ser utilizada para a solução das mais diversas situações do cotidiano. Existe uma preocupação com o conteúdo teórico e formal para a aplicação de funções em situações já determinadas. Esta observação vai ao encontro do que Lima (2006a p. 81) descreve para os textos escolares:

> “Praticamente todos os textos escolares em nosso país definem uma função $f: X \to Y$ como um subconjunto do produto cartesiano $X \times Y$ com as propriedades G_1 e G_2. Essa definição apresenta o inconveniente de ser formal, estática e não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza função de outra) ou resultado de um movimento. Quem pensaria numa rotação como um conjunto de pares ordenados?”

O que vem acontecendo é que, no ensino fundamental, onde existe a possibilidade de tratar o ensino de funções a partir de uma abordagem contextualizada, para dar uma base sólida aos alunos, a prioridade que se tem visto é a manipulação das funções já na forma algébrica. Acreditamos que antes das definições formais, os alunos devem ter contato com situações práticas que proporcionam um aprendizado com significados. Após a compreensão destes significados, poderão entender a necessidade de se determinar regras para a formalização deste assunto.

Os alunos que passam pelo ensino fundamental sem a investigação de situações concretas podem ter o processo de aprendizado prejudicado, pois, sem esta investigação, eles perdem a oportunidade de vivenciar a identificação de variáveis, delimitação de condições do problema e, por fim, a criação de uma função para descrever a situação apresentada. Por este motivo muitos alunos classificam as funções como um conteúdo extremamente abstrato e sem significado.

Temos como objetivo propor uma aula em que o foco é apresentar os principais conceitos envolvidos na definição de funções de uma maneira prática, sem a preocupação inicial com as definições formais. Ou seja, queremos fazer o aluno explorar a situação problema e tirar suas próprias conclusões. Após esta experimentação e a análise das conclusões de cada grupo o professor poderá se apoiar naquela situação problema e nas respostas apresentadas pelos grupos como exemplo para apresentar toda a teoria envolvida neste assunto.

Em nosso projeto estamos imaginando que o professor iniciará o estudo de funções com nosso experimento e em seguida utilizará o livro texto. Ao ensinar os conceitos dados no livro texto, poderá recordar o experimento para ilustrar a ideia envolvida.

1.3 Metodologia da investigação

A metodologia da investigação escolhida para a validação deste projeto foi a Engenharia Didática, elaborada no início da década de 1980 com fins específicos para a Educação Matemática.

Almouloud e Coutinho (2008) caracterizam a Engenharia Didática como “um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino.”

Segundo Artigue (1996), a engenharia didática pode ser dividida em 4 fases:

1) Análises prévias;
2) Concepção e análise *a priori*.
3) Implementação da experiência;
4) Análise *a posteriori* e validação da experiência.

Almouloud e Coutinho (2008) descrevem essas fases: nas análises prévias são feitas as observações sobre o ensino usual e seus resultados, análise das principais dificuldades dos alunos e o apontamento dos objetivos específicos da pesquisa. A concepção e análise *a priori* é a fase em que são descritas as escolhas das atividades e as suas características, é feita a análise da importância da atividade para o aluno e também são previstos os comportamentos possíveis. A implementação da experiência é o momento de se aplicar o produto elaborado. A análise *a posteriori* se trata de confrontar a análise *a priori* com os resultados obtidos na experimentação. A validação da experiência "é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste" (ALMOULOUD; COUTINHO, 2008).

Nosso trabalho foi elaborado seguindo indícios dessas quatro fases. A análise prévia foi realizada no Capítulo 1. A segunda fase está descrita no Capítulo 2. A fase de implementação será tratada no Capítulo 3, onde descrevemos todos os detalhes da comunidade escolar em que o projeto foi aplicado e também os procedimentos ocorridos na sala de aula.

Nas seções 3.5 e 3.6, descrevemos e analisamos os resultados obtidos na aplicação da folha de atividades. No capítulo 4, apresentamos uma proposta de alterações e as considerações finais, estas etapas compõem a análise a *posteriori.*

1.4 Conclusão

Neste capítulo apresentamos o problema que motivou a nossa pesquisa. Descrevemos como o ensino de funções é apresentado nos livros didáticos e neste momento observamos que, em geral, os livros didáticos não apresentam situações problemas para serem exploradas pelos alunos, mesmo esta prática sendo defendida nos PCNs. E por fim, descrevemos a Engenharia Didática como a metodologia de investigação escolhida.

CAPÍTULO 2
DESCRIÇÃO DA PROPOSTA DO EXPERIMENTO SOBRE FUNÇÕES

2.1 Introdução

Para abordar o tema deste trabalho escolhemos o problema da caixa sem tampa. Este problema é utilizado por vários autores em diversos níveis de ensino, por exemplo: em Lima (2006b p.198) é aplicado para introduzir o conceito de equações algébricas, já em Flemming (1992 p.300) é abordado no capítulo de aplicações das derivadas. Em nossa aplicação transformamos este problema parte em atividade experimental e parte em atividade investigativa dirigida, focada em uma abordagem que antecede o estudo formal das funções.

Neste capítulo, vamos descrever as folhas de atividades que desenvolvemos usando o problema da caixa.

2.2 Descrição da Proposta

Queremos dar uma aula diferente daquela que os alunos estão acostumados, afim de despertar neles uma atitude investigativa e questionadora. A participação do professor será mínima, deixando-os livres para desenvolverem suas próprias soluções.

Nesta aula iremos apresentar aos alunos uma situação problema concreta. Com o direcionamento dado pela folha de atividades esperamos que eles consigam entender o conceito de variáveis, valores máximos e mínimos, condições de existência, lembrando que neste primeiro momento não estamos preocupados com as definições formais, e sim, com a observação da situação problema e suas consequências, para somente ao final chegar a uma “função” que descreva o problema estudado e também as suas representações no formato de tabela e de gráfico.

Para a execução deste projeto os alunos serão convidados a analisar e resolver situações problemas tendo como contexto a construção de uma caixa de papel sem tampa em forma de paralelepípedo reto retângulo. Este problema permite explorar os conceitos de variáveis, pontos de máximos, domínios de funções e volumes de sólidos.

A atividade foi dividida em duas partes. O primeiro momento pretende colocar o aluno em contato com o problema de forma prática, para isto, eles irão construir a caixa sem a preocupação com a formalização do conceito matemático, porém já estarão observando as particularidades desta construção. Intuitivamente os grupos poderão perceber as limitações que existem para essa construção. Essas limitações serão a base para discussão do conceito de domínio e imagem. Ainda nesta primeira aula, os alunos serão questionados sobre o maior volume que a caixa pode atingir. Esta questão servirá como exemplo no momento de se trabalhar com máximos e mínimos de uma função.

A segunda parte tem o objetivo de explorar a modelagem matemática que aparece naturalmente com o desenvolvimento da primeira e iniciar a representação das funções como tabela e gráficos. No contato com a representação gráfica, queremos observar a interpretação intuitiva do ponto de máximo desta função.

Realizando esta atividade, pretendemos mostrar ao aluno que as funções não consistem assuntos que surgem do livro para a sala de aula, mas são assuntos que surgem de problemas do cotidiano que são observados, discutidos, registrados e que após todo este processo, o produto final pode ser uma fórmula, uma tabela ou um gráfico.

2.3 Folhas de atividades

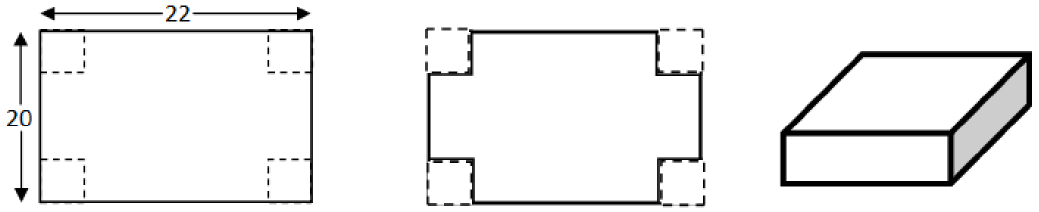
A seguir vamos descrever as atividades propostas e apontar os objetivos que pretendíamos alcançar com cada uma delas. As folhas de atividades completas estão no anexo I, conforme foram apresentadas aos estudantes.

2.3.1 Folha de atividade 1

As únicas instruções dadas foram as constantes na folha de exercício. Esta atividade foi planejada para uma aula de 100 minutos.

Item 1:

1. Usando uma folha retangular com 20cm de comprimento e 22cm de largura, construa uma caixa sem tampa com formato de um paralelepípedo reto retângulo baseada no modelo abaixo.



Complete a tabela:
(obs: volume= altura x comprimento x largura)

Altura	Comprimento	Largura	Volume

Figura 1: Item 1 da folha de atividade 1

O primeiro item apresenta as características do problema aos estudantes, nele são informadas as dimensões do papel, e as instruções para a construção da caixa. Caso algum grupo encontre dificuldade em construir a caixa apenas com as instruções do enunciado, o professor pode entregar uma caixa pronta para o grupo observar.

Item 2:

2. Construa outra caixa usando o mesmo modelo da anterior, mas uma altura diferente.
Complete a tabela:

Altura	Comprimento	Largura	Volume

Figura 2: Item 2 da folha de atividade 1.

Ao solicitar a construção de outra caixa com uma altura diferente, queremos indicar ao grupo que a altura está dependendo da medida do quadradinho cortado. Isso sem entrar no conceito de variável ou utilizar a álgebra.

Itens 3 e 4:

3. Como você fez para alterar a altura da caixa?

4. Além a altura houve alguma outra modificação nas medidas da caixa?

Figura 3: Itens 3 e 4 da folha de atividade 1.

Os itens 3 e 4 foram colocados com o objetivo de verificar se neste momento o grupo já notou a dependência do tamanho do quadradinho cortado com a altura da caixa e por consequência a alteração no comprimento, largura e volume da caixa. As respostas esperadas são todas as que citem a variação do quadradinho como o necessário para se alterar a altura. Esperamos que os alunos notem que todas as outras dimensões também variam.

Item 5:

5. Qual a maior altura que a caixa pode atingir?

Figura 4: Item 5 da folha de atividade 1.

Ao questionar sobre a maior altura que a caixa pode atingir estamos levando o grupo a observar as condições de existência da caixa e, de maneira indireta, preparando-o para o conceito de domínio da função. Essa pergunta não admite uma resposta numérica, pois a altura da caixa está definida em um intervalo aberto]0,10[. Neste momento estamos apenas provocando uma reflexão para ser abordada na aula que apresentará as definições de domínio. Acreditamos que os grupos responderão que a maior altura deve ser 9 ou 9,5 por ser uma altura que o aluno consegue montar uma caixa. Esperamos também que algum grupo já observe que essa altura deve ser um número “um pouco menor que 10”.

Item 6:

6. Discuta com os colegas do seu grupo uma maneira de calcular o volume antes de cortar o papel. Qual a conclusão do grupo?

____

____

____

Figura 5: Item 6 da folha de atividade 1.

Com este exercício estamos direcionando o grupo para uma ideia mais elaborada sobre o cálculo do volume. No entanto, ainda não é esperada uma fórmula algébrica. Acreditamos que os grupos já possuem condições de elaborar uma frase que indique a relação do tamanho do quadradinho com a altura, comprimento e largura da caixa.

Item 7:

7. Complete a tabela:

Altura	Comprimento (20)	Largura (22)	Volume
2			
3			
		12	
	4		

Figura 6: Item 7 da folha de atividade 1.

Com esta tabela, além de mostrar novamente ao grupo que as dimensões estão dependendo da medida do quadradinho cortado, queremos verificar se o grupo é capaz de encontrar as dimensões da caixa a partir de um único dado fornecido.

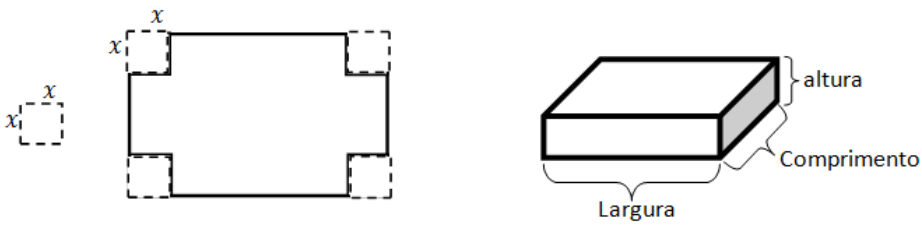
2.3.2 Folha de atividade 2

A folha de atividade 2 foi dividida em duas partes, sendo a primeira composta de três atividades realizadas com números inteiros. Escolhemos os números inteiros para evitar que os alunos tivessem dificuldades com os cálculos. E a segunda parte passa a tratar o problema no campo dos reais positivos. Ambas devem ser concluídas em uma aula de 100 minutos.

Primeira parte.

Item 1:

1. Vamos examinar melhor a nossa caixa. Usando uma folha de papel 20 x 22 e chamando de x o lado do quadradinho que foi cortado.



Responda:
A altura da caixa é: ____________________
O comprimento da caixa é: ________________
A largura da caixa é: ____________________
Lembre-se: o quadradinho cortado mede $x$cm.

Complete:
O volume da caixa acima pode ser calculado usando a seguinte fórmula:

____

(lembre-se: volume = altura x comprimento x largura)

Figura 7: Item 1 da folha de atividade 2.

A primeira atividade pretende direcionar o grupo ao raciocínio algébrico. Para isto citamos uma caixa genérica com o quadradinho cortado medindo x. Queremos verificar as formas que os grupos usarão para representar de maneira algébrica as dimensões da caixa. Ao final da atividade é solicitada uma fórmula pronta para o cálculo do volume. As respostas esperadas neste item são: altura x, comprimento $20-2x$, largura $22-2x$ e volume $x(20-2x)(22-2x)$. Também são esperados erros com relação ao uso dos parênteses.

Item 2:

A segunda atividade pretende mostrar aos grupos duas representações das informações obtidas pela fórmula do volume.

2. Usando a fórmula encontrada complete a tabela abaixo:

Altura	Comprimento	Largura	Volume
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Figura 8: Item 2 da folha de atividade 2

A primeira representação é a tabela. Esta tabela também servirá para verificar a fórmula sugerida pelo grupo. A última linha desta tabela indica a altura de 10 cm e no contexto do problema não existe uma caixa com esta altura, apenas colocamos esta linha para poder fazer discussões posteriores. Nesta tabela o aluno perceberá que as caixas com 3 e 4 cm de altura possuem o maior volume. Estamos preparando o aluno para a observação do conceito de máximo. Esperamos que os alunos preencham esta tabela sem grandes dificuldades, pois a observação da variação das dimensões em relação à altura foi bastante discutida nos exercícios anteriores.

Coloque no gráfico abaixo os valores encontrados no exercício anterior.
Siga os exemplos abaixo.

- A caixa com altura igual a 1 cm e volume igual a $360cm^3$ pode ser representada no gráfico pelo ponto **A.**
- A caixa com altura igual a 2 cm e volume igual a $576cm^3$ pode ser representada no gráfico pelo ponto **B.**

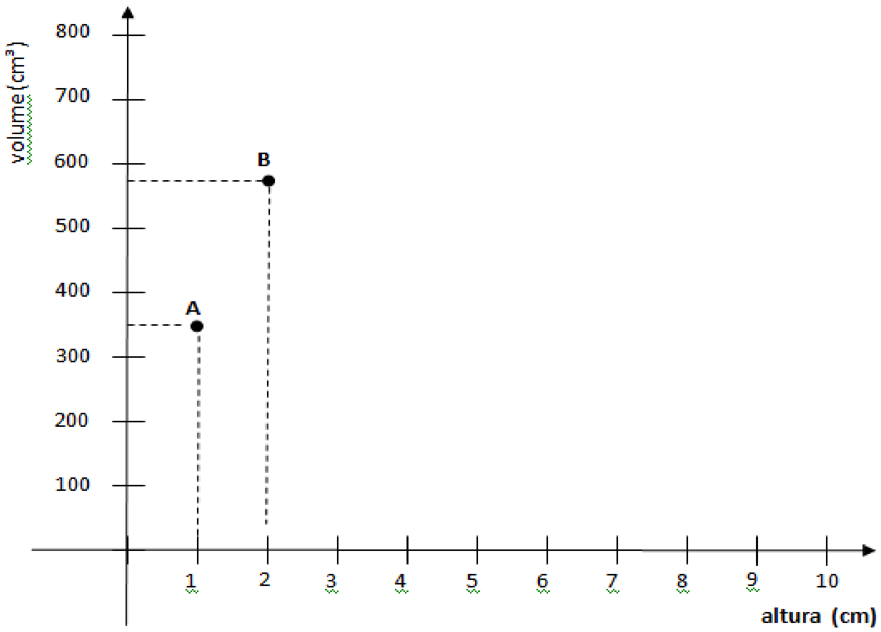


Figura 9: Gráfico do item 2 da folha de atividade 2

A segunda representação é o gráfico construído utilizando-se dos dados obtidos na tabela anterior. O gráfico deverá deixar claro ao aluno a variação do volume em função do tamanho do quadradinho (x). E também começamos a mostrar ao aluno a existência de uma caixa com altura entre 3 e 4cm de altura com o volume máximo.

3. Como você aproveitaria a folha 20x22 para fazer uma caixa com o maior volume possível? A tabela e o gráfico dos exercícios anteriores podem te ajudar?

____

____

Figura 10: Item 3 da folha de atividade 2

Este terceiro exercício apresenta ao grupo um problema de maximização. Quando se trabalha com os números naturais, o maior volume é $672cm^3$ e é atingido com o $x = 3$ ou $x = 4$. Pretende-se observar como o grupo irá se comportar com esta observação e se irão sugerir valores não inteiros.

Segunda parte.

Item 4:

4. A tabela do exercício 2 e o gráfico do exercício 3 foram montados com valores inteiros para a altura da caixa (medida do quadradinho cortado), mas podemos cortar os quadradinhos com qualquer medida (números não inteiros), assim, teremos o gráfico com uma linha contínua. Sabendo disso, complete o gráfico abaixo:

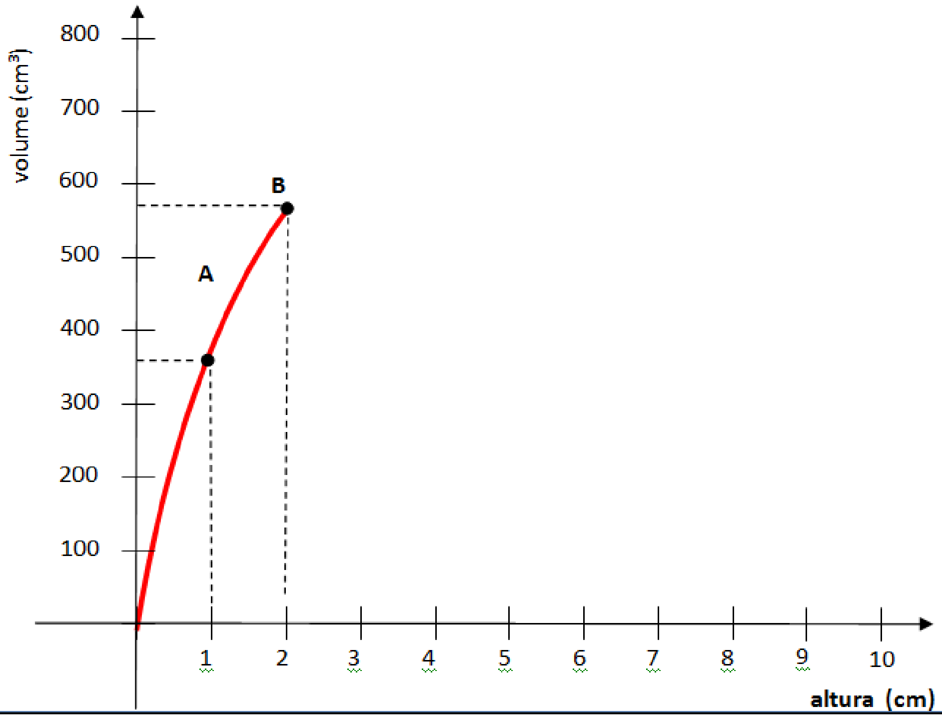


Figura 11: Item 4 da folha de atividade 2

Queremos mostrar ao aluno a ideia de continuidade e também verificar como o grupo irá traçar o gráfico no intervalo [3,4], pois é neste intervalo que a função atinge seu ponto de máximo. Esperamos que os gráficos construídos apresentem um ponto de máximo entre o $x = 3$ e $x = 4$, mas também acreditamos que alguns grupos possam ligar os pontos utilizando uma régua.

Item 5:

5. Revise sua resposta sobre o maior volume da caixa. Ela mudou?

____

____

Figura 12: Item 5 da folha de atividade 2

O último exercício tem o objetivo de verificar se os grupos que responderam sobre o maior volume baseando-se na tabela (e por consequência dizendo que o maior volume era o das caixas com 3 ou 4 cm de altura) mudam a resposta por observar o gráfico com a linha contínua.

2.4 Conclusão

Neste capítulo descrevemos as folhas de atividades e os objetivos que esperamos atingir em cada item. No próximo, vamos descrever os procedimentos para aplicação em sala de aula e também apresentar as respostas dos alunos.

CAPÍTULO 3
APLICAÇÃO E RESULTADOS

3.1 Introdução

As folhas de atividades foram aplicadas nas duas oitavas séries da EMEF Profa. Eponina de Britto Rossetto, durante o mês de outubro de 2012. O orientador deste projeto, Roberto Ribeiro Paterlini, esteve presente na sala de aula durante a aplicação das folhas de atividades. Neste capítulo, vamos descrever os procedimentos para a aplicação, os resultados obtidos e suas analises.

3.2 Requisitos para a aplicação

Nas semanas anteriores à aplicação, o professor deve retomar o estudo de cálculo de áreas e volumes e também propor alguns exercícios para praticar manipulações algébricas. Estes são os requisitos para que os alunos possam desenvolver as atividades sugeridas

3.3 Uma breve descrição da Escola e dos alunos envolvidos.

A escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Eponina de Britto Rossetto fica localizada na Rua D, s/n, no condomínio de chácaras Recreio Internacional, na cidade de Ribeirão Preto.

Os alunos são atendidos em dois períodos, manhã e tarde, sendo que na parte da manhã está formada uma turma de sexto ano, duas turmas de sétima série e duas turmas de oitava série. No período da tarde estão formadas as turmas de primeiro ao quinto ano, sendo uma sala para cada período. Cada classe tem em média 25 alunos.

O quadro de funcionários da escola é composto por 25 funcionários, entre direção, coordenação, cozinheiras, auxiliares de limpeza, monitor de informática e professores.

Além das cinco salas de aula, a escola conta com um laboratório de informática com 14 computadores, uma quadra poliesportiva, uma biblioteca, um refeitório e a área administrativa, constituída pela secretaria, uma sala de coordenação e a sala da direção. Ao lado da biblioteca foram construídos dois quiosques para incentivar a prática de leitura. A escola conta também com um projetor, uma televisão de 29 polegadas, um notebook, um aparelho de DVD e um amplificador que podem ser usados em sala de aula.

Os alunos desta escola são, em sua maioria, filhos dos funcionários das chácaras do condomínio, moradores dos bairros vizinhos e também da zona rural.

Muitos destes alunos vão para a escola com o ônibus cedido pela prefeitura. Devido à distância, este ônibus começa a circular às 5 horas da manhã para que os alunos cheguem à escola às 7 da manhã. Outros alunos ajudam a família no trabalho de casa e da chácara onde moram. Por estes motivos, é comum notar o cansaço dos mesmos.

Poucos alunos têm o hábito de fazer as tarefas em casa, mesmo com a cobrança dos professores, o que reflete na qualidade do processo de ensino aprendizagem.

A maioria dos alunos das oitavas séries que participaram deste projeto está nesta mesma escola desde a primeira série do ensino fundamental.

Dois alunos destas oitavas séries apresentam problemas de aprendizagem e fazem acompanhamento médico e psicológicos. Estes alunos também participaram das atividades desenvolvidas neste projeto.

3.4 Organização da sala de aula.

A atividade foi aplicada em duas aulas de 100 minutos cada. As turmas foram divididas em grupos de 3 pessoas. A oitava série A ficou dividida em 7 grupos e a oitava série B foi dividida em 6 grupos.

Os grupos foram formados a partir da livre escolha dos alunos. Solicitamos a dois deles que trocassem de grupos por questões de disciplina. Após a formação dos mesmos, foi feita a distribuição das listas de atividades.


Figura 13: Sala dividida em grupos.

Na primeira aula, além da folha de atividade 1, os alunos receberam três folhas de papel cortadas na medida de 20 x 22 cm, um rolo de fita crepe, uma tesoura e uma régua.

E na segunda aula foram distribuídas calculadoras para agilizar a parte de contas e deixar os alunos com mais tempo para observarem o problema apresentado. A folha de atividade 2 (parte 2) foi distribuída conforme os grupos foram terminando a primeira parte.

3.5 Resultados

A seguir vamos descrever as respostas obtidas e compará-las com os objetivos da proposta descritos no capítulo 2.

3.5.1 Folha de atividade 1

O primeiro item solicita a construção de uma caixa de papel a partir do modelo apresentado.

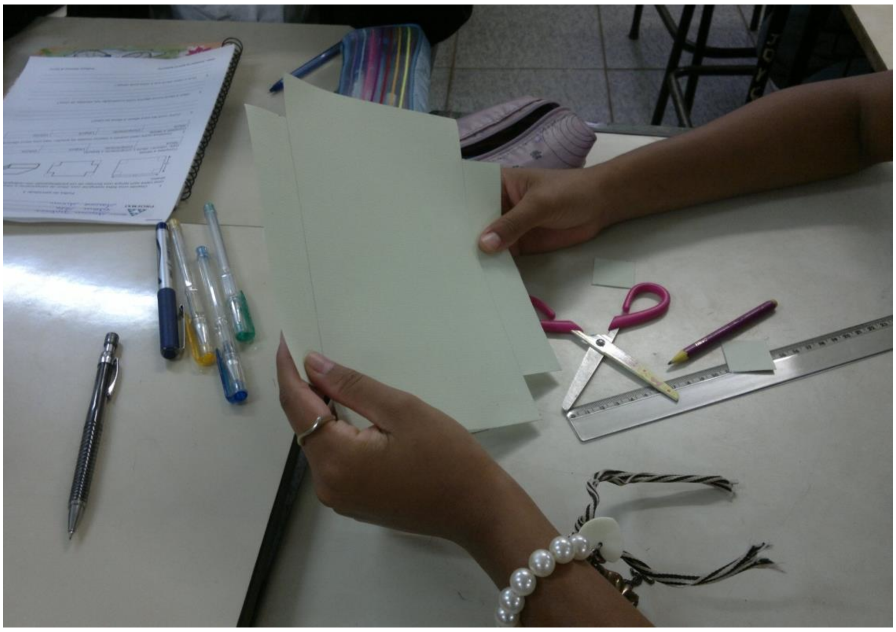


Figura 14: Aluna construindo a caixa.

A principal dúvida dos grupos durante este exercício foi em relação à medida do quadradinho que deveria ser cortado, e ficaram aguardando uma orientação para se usar uma medida indicada pelo professor; poucos grupos tiveram a iniciativa de escolher uma medida. Neste momento, fizemos uma intervenção e informamos que a escolha era livre.

Outra observação que deve ser feita é a dificuldade que alguns alunos demonstraram em fazer trabalhos manuais e até mesmo no uso da régua. Devido a estas dificuldades, 3 grupos tiveram que refazer as caixas e demoraram mais de 30 minutos para fazer a primeira.

Figura 15: alunas concluindo a construção da caixa.

Na atividade proposta pelo item 2, os alunos já haviam superado as dificuldades iniciais e construíram a segunda caixa sem nenhum problema.

No Item 3, os alunos devem responder como se faz para alterar a altura da caixa.

- 6 grupos relacionaram ao tamanho do quadradinho cortado;

- 5 grupos não disseram como fizeram, mas sim o quanto alteraram na altura;

- 1 grupo disse que alterou a largura da margem, acreditamos que esteja relacionado ao procedimento de traçar as margens em uma folha para se obter os quadradinhos nos cantos da folha;

Figura 16: aluna traçando uma margem no papel.

- apenas 1 grupo disse que “alterou o comprimento dos ângulos”. Essa resposta pode estar relacionada às linhas tracejadas na imagem da atividade 1 que sugerem a notação de um ângulo reto.

O item 4, pede a verificação de quais medidas da caixa foram alteradas ao se modificar a altura.

- 7 grupos observaram uma alteração no comprimento e largura;

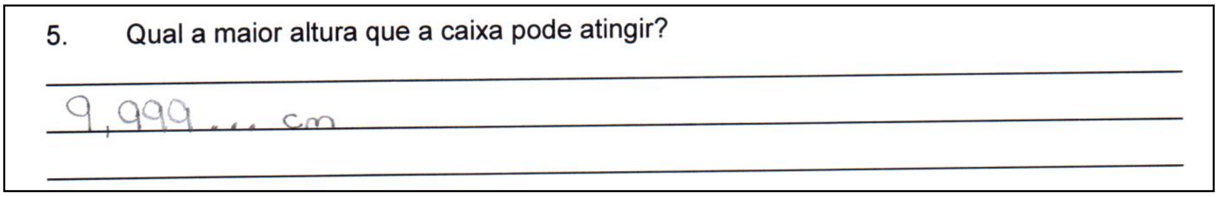
- 5 grupos citaram também a alteração no volume;

- somente 1 grupo escreveu: “diminuiu o comprimento”.

No item 5 os grupos são questionados sobre a maior altura que a caixa pode atingir.

- 5 grupos responderam 9 cm;

- 2 grupos observaram que a altura pode ser um valor muito próximo do 10, colocando como resposta “9,999… cm” e o outro grupo respondeu “9,9”;


5. Qual a maior altura que a caixa pode atingir?

9,999... cm

Figura 17: resposta de um grupo para o item 5 da folha de atividade 1

- um grupo respondeu: “9,5cm, se aumentarmos 0,5cm não dará para formar outra caixa”. Essa resposta também indica que o grupo observou que a altura deve ser um “pouco” menor do que 10cm;

- dois grupos responderam 10 cm. Essa resposta demonstra que os alunos observaram que devido ao comprimento ser 20cm seria possível retirar dois quadradinhos com 10cm cada, mas não observaram que com esta medida não formaria uma caixa, pois o comprimento seria zero;

- um grupo respondeu 11cm. Este grupo pode ter tido um raciocínio similar ao grupo que respondeu 10cm, porém tendo como referência os 22cm da largura da folha;

- um grupo não respondeu;

- um grupo respondeu: “o retângulo com medidas 20cm de comprimento por 22cm de largura, a maior altura que a caixa pode atingir é de

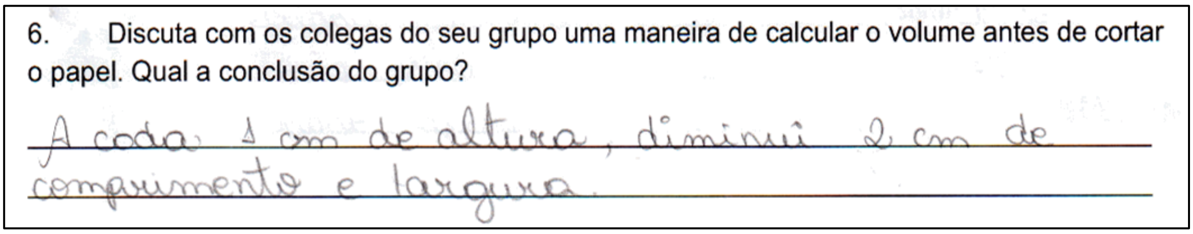
19cm, pois o lado do comprimento vai ficar com 1 cm”. Este grupo observou que quanto mais se aumenta a altura menor fica o comprimento, mas não observou que a medida da altura deve ser menor que a metade do comprimento da folha.

Após a aplicação da primeira parte da atividade para a para a oitava série B, decidimos inverter a ordem dos itens 6 e 7 na aplicação para a oitava série A. Esta mudança se deve ao fato de ter observado que os alunos da primeira turma inicialmente tiveram dificuldade em formular uma maneira de se calcular o volume da caixa sem montá-la, mas fizeram o item 7 sem dificuldade. Observamos ainda que alguns grupos após concluírem o item 7, voltaram e responderam o item 6, ou seja, o item 7 ajudou a elaborar uma fórmula. Devido a esta mudança, vamos descrever as respostas das turmas de maneira independente.

Inicialmente vamos descrever as respostas apresentadas pela oitava série B composta de 6 grupos.

O item 6 pede para discutir a forma de se calcular o volume sem montar a caixa.

- 2 grupos fizeram a observação de que se deve subtrair da largura e do comprimento o dobro da medida da altura;


6. Discuta com os colegas do seu grupo uma maneira de calcular o volume antes de cortar o papel. Qual a conclusão do grupo?

A cada 1 cm de altura, diminui 2 cm de comprimento e largura.

Figura 18: resposta de um grupo para o item 6 da folha de atividade 1

- 1 grupo respondeu: “definimos a altura dos lados e diminuímos o comprimento e a largura” essa resposta segue a mesma linha da resposta dos grupos descritos acima, mas sem o grupo deixar clara a relação com o dobro da medida da altura;

- 1 grupo deixou em branco;

- 2 grupos responderam que para se calcular o volume, deve-se saber quais as medidas do comprimento, largura e altura, mas não descreveram um processo para se chegar a essas medidas.

No item 7, pedimos para completar uma tabela com as medidas das caixas quando se conhece apenas umas das dimensões.

- 3 grupos completaram a tabela corretamente;

- dois grupos cometeram erros na multiplicação para se calcular o volume;

- apenas um grupo não calculou corretamente o comprimento e a largura. Este tipo de erro demonstrou que este grupo não assimilou corretamente a dependência da altura da caixa com as demais dimensões.

Vale observar que o grupo que não respondeu a atividade 6 fez corretamente a atividade 7, e não teve tempo para voltar a pensar na atividade 6. E o grupo que não calculou corretamente as dimensões foi um dos grupos que não descreveu um processo para se chegar ao comprimento, largura e altura na atividade 6.

Agora descreveremos as respostas da oitava série A, que foi dividida em sete grupos.

Para esta turma o Item 6 pede para completar a tabela.

- seis grupos preencheram corretamente a tabela;

- apenas um grupo não preencheu completamente.

Já no item 7, os alunos discutiram uma forma para se calcular o volume sem a necessidade de cortar o papel.

- 4 grupos demonstraram ter entendido a relação entre a altura (lado do quadradinho cortado) e as demais dimensões. Um destes grupos escreveu: “dobramos o número que indica a altura e subtraímos da medida inteira do comprimento e da largura”. Outro grupo escreveu: “quando a altura é 2 eu subtraio 4 do comprimento e da largura e multiplico os resultados com a altura”;

- 2 dois grupos não responderam esta questão. Um desses grupos foi o que não preencheu corretamente a atividade 6;

- 1 grupo respondeu “se falar a altura, o comprimento e a largura nós sabemos achar, e depois é multiplicar” esta resposta demonstra que o grupo apenas relacionou as dimensões ao volume, sem observar a relação com o quadradinho cortado. Este grupo respondeu corretamente a atividade 6.

Ao comparar as respostas dadas pelos estudantes das duas turmas podemos concluir que a tabela auxiliou parcialmente os alunos a observarem as relações entre as dimensões. Vemos que a turma que preencheu primeiro a tabela teve um melhor desempenho ao propor uma fórmula para o cálculo do volume. Porém, para alguns grupos, ela não foi suficiente para alcançarem a fórmula.

3.5.2 Folha de atividade 2

Os itens 1, 2 e 3 compõem a primeira parte desta folha de atividades, os itens 5 e 6 foram distribuídas após a conclusão da primeira parte.

O objetivo do item 1 era verificar como os alunos citariam de maneira algébrica as dimensões da caixa e uma fórmula para o volume. No início desta atividade a maioria dos grupos estava respondendo utilizando os dados da caixa que construíram na primeira aula. Após observar este comportamento, fizemos uma observação geral para a classe, informando que se tratava de uma caixa com altura x. Após esta observação os grupos apresentaram as seguintes respostas:

- 11 grupos colocaram que a altura era x, comprimento igual a $20 - 2x$ e largura igual a $22 - 2x$. Destes onze grupos, oito responderam que o volume pode ser calculado usando a fórmula: $x \cdot (20 - 2x) \cdot (22 - 2x)$ e os outros três grupos não fizeram o uso dos parênteses na mesma fórmula;

- 2 grupos responderam que a altura é x, o comprimento é $20 - x - x$ e a largura é $22 - x - x$. E deram a seguinte fórmula do volume: $x \cdot (20 - x - x) \cdot (22 - x - x)$.

O item 2 é composto de uma tabela com 10 linhas, informando a altura de 1 a 10 cm e solicitando o preenchimento com as medidas do comprimento, largura. Após preencher esta tabela os grupos devem colocar os resultados encontrados em um plano cartesiano. Este item foi concluído por todos os grupos sem muita dificuldade; apenas alguns grupos cometeram erros de cálculo que não interferiram no entendimento do exercício.

O item 3 questiona os grupos sobre o maior volume que a caixa pode atingir. Para responder esta pergunta, deveriam observar a atividade anterior.

- 10 grupos responderam que o maior volume é atingido pelas caixas de 3 ou 4 centímetros de altura;

- Apenas 3 grupos citaram a altura igual a 3,5 cm;

Este resultado demonstra que grande parte dos alunos continuou trabalhando com o conjunto dos números Naturais e desconsideraram a possibilidade de existirem valores decimais. E por este motivo não observaram e nem questionaram o comportamento do volume no intervalo [3,4].

No item 4, os alunos tiveram que traçar o gráfico usando uma curva contínua no intervalo]0,10[.

- 7 grupos fizeram a ligação entre os pontos (3,672) e (4,672) com uma curva que atinge um valor para o volume superior a 672;

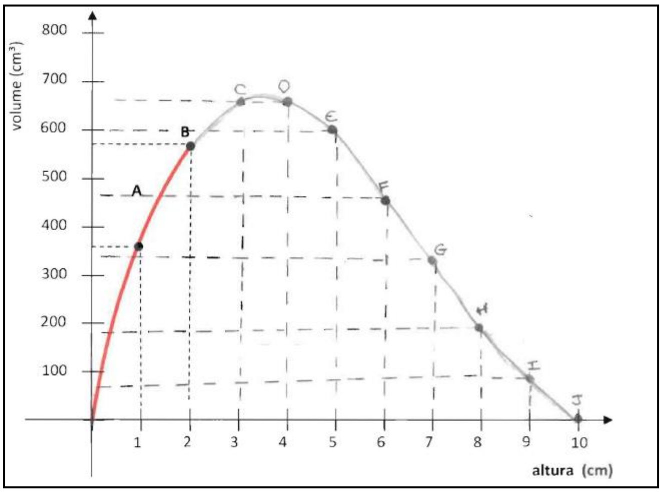


Figura 19: gráfico construído por um dos grupos

- 6 grupos ligaram os pontos (3,672) e (4,672) com um segmento de reta.

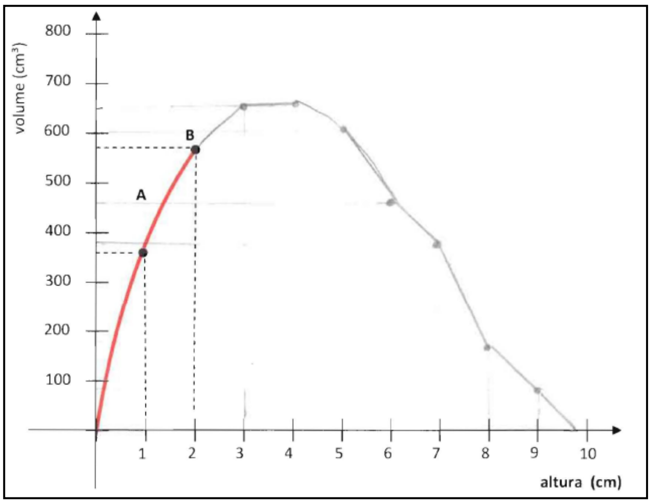


Figura 20: gráfico construído por um dos grupos

O Item 5 questiona qual o maior volume que a caixa pode atingir. Esta resposta está muito ligada ao gráfico anterior. Por este motivo vamos analisar as respostas desta atividade a partir dos dados obtidos na atividade 4.

Vamos analisar os sete grupos que indicaram no gráfico que o volume atinge um valor superior a 672cm³.

- apenas um grupo disse que o volume máximo continua sendo 672cm³. Isto mostra que este grupo não relacionou o gráfico com os resultados que ele demonstra.

- 3 grupos responderam que o maior volume é atingido por algum número entre o 3 e o 4. Uma das respostas foi: “Sim, entre o 3 e o 4 existe um número não inteiro que é o maior volume”.

- 3 grupos disseram que o maior volume é atingido pela caixa de 3,5cm. Uma das respostas obtidas foi: “Sim, por que o volume da caixa aumenta no 3,5cm”.

Agora analisaremos os seis grupos que indicaram um volume constante no intervalo [3,4].

- 5 grupos mantiveram a resposta de que o maior volume é 672 cm³.

- 1 grupo respondeu que o volume aumenta entre o 3 e o 4. Esta resposta não está de acordo com o gráfico que o grupo traçou. No entanto, de maneira intuitiva este grupo observou o ponto de máximo em um número não inteiro.

3.6 Análise dos resultados

As respostas dos alunos serão comparadas com o objetivo inicial de cada item descrito no capítulo 2. Após essa comparação, serão atribuídos 3 classificações: objetivo atingido, objetivo parcialmente atingido e objetivo não atingido.

Nos itens 1 e 2, todos os grupos atingiram o resultados esperados. Trata-se de um exercício que exige um pouco de habilidade manual, ainda sem nenhum conteúdo específico da Matemática.

No item 3, classificamos como objetivo atingido: os 6 grupos que citaram o tamanho do quadradinho, o grupo que fez relação com a medida da margem traçada na folha ao construir a caixa e o grupo que disse ter alterado a medida do ângulo, esta última resposta foi considerada correta por se tratar de uma questão de vocabulário do aluno. Os demais foram classificados como objetivo não atingido.

As respostas do item 4 foram consideradas como objetivo atingido para os 5 grupos que citaram a alteração em todas as dimensões da caixa e parcialmente atingido para os demais grupos, que deixaram de citar uma das dimensões.

Para o item 5, classificamos como objetivo atingido para os 3 grupos que colocaram a maior altura no intervalo]9,10[. Os 5 grupos que colocaram 9 como resposta foram classificados com objetivo parcialmente atingido, por se tratar da maior caixa que se pode construir com uma altura com medida inteira. E os grupos que não responderam, ou colocaram valores maiores ou iguais a 10, foram classificados como objetivo não atingido.

Lembrando que os itens 6 e 7 tiveram suas posições alternadas entre a primeira e segunda turma.

Inicialmente analisaremos das respostas da primeira turma:

No item 6, 3 grupos citaram a relação da medida do quadradinho com as medidas do comprimento e largura no procedimento para se calcular o volume antes da construção da caixa, esses grupos atingiram o objetivo. Os 2 grupos que deram respostas que não relacionavam a medida do quadrado e o grupo que deixou em branco foram classificados como objetivo não atingido.

As respostas do Item 7 foram classificadas da seguinte forma: os 5 grupos que preencheram a tabela com os dados da largura, comprimento e altura corretos foram classificados como objetivo atingido, mesmo tendo cometido algum engano ao multiplicar para se calcular o volume. O outro grupo não atingiu o objetivo.

Agora, analisaremos as respostas da segunda turma.

No Item 6, os 6 grupos que preencheram a tabela com os dados da largura, comprimento e altura corretos foram classificados como objetivo atingido, o outro grupo não atingiu o objetivo.

Os grupos tiveram a seguinte classificação no item 7: os 4 grupos atingiram o objetivo por citar a relação da medida do quadradinho com as medidas do comprimento e largura no procedimento para se calcular o volume. O grupo que deu resposta que não relacionavam a medida do quadrado e os 2 grupos que deixaram em branco foram classificados como objetivo não atingido.

Essas classificações estão apresentadas na tabela 1.

Folha de Atividade 1	Objetivo atingido	Objetivo atingido parcialmente	Objetivo não atingido
Item 1	13 grupos	-	-
Item 2	13 grupos	-	-
Item 3	8 grupos	-	5 grupos
Item 4	5 grupos	8 grupos	-
Item 5	3 grupos	5 grupos	5 grupos
Item 6 Primeira aplicação * (Seis grupos)	3 grupos	-	3 grupo
Item 7 Primeira aplicação * (Seis grupos)	5 grupos	-	1 grupo
Item 6 Segunda aplicação* (Sete grupos)	6 grupos	1 grupo	-
Item 7 Segunda aplicação* (Sete grupos)	4 grupos	1 grupo	2 grupos
* devido ao fato de inverter a ordem dos itens 6 e 7 para a segunda turma.			

Tabela 1: resultados da folha de atividades 1

Na folha de atividades 2, todos os grupos atingiram o objetivo nos itens 1, 2 e 3. É bom observar que no item 3 foram considerados corretas as respostas dos 10 grupos que disseram que o maior volume era o das caixas de 3 ou 4 cm de altura, pois até este momento todas as atividades estavam sendo propostas no campo dos números Naturais e isso pode ter influenciado as respostas dos alunos.

No item 4 todos os 6 grupos, que fizeram um gráfico que indicava um volume maior que 672cm^3, atingiram o objetivo. Os demais não atingiram.

Os 6 grupos que no item 5 deram resposta que indique a observação de um volume maior que 672cm^3 para uma altura entre 3 e 4cm atingiram o objetivo e os demais, que não deixaram o conjunto dos Naturais, foram classificados como objetivo não atingido.

Resultados da Folha de Atividades 2 estão representados na tabela 2.

Folha de Atividade 2	Objetivo atingido	Objetivo atingido parcialmente	Objetivo não atingido
Item 1	13 grupos	-	-
Item 2	13 grupos	-	-
Item 3	13 grupos	-	-
Item 4	7 grupos	-	6 grupos
Item 5	6 grupos	-	7 grupos

Tabela 2: resultados da folha de atividade 2

Estes foram os resultados obtidos. No próximo capítulo faremos nossas considerações finais. Explicaremos também as modificações que fizemos nas folhas de atividades tendo em vista o que foi observado na aplicação.

3.7 Discussão dos resultados com os estudantes

Após analisar os resultados, fizemos a correção das atividades em sala com os alunos, este momento foi muito produtivo. Os estudantes tiveram a oportunidade de observar as interpretações dos outros grupos. Com o direcionamento do professor os estudantes discutiram cada item e isto favoreceu o processo de aprendizagem.

As principais observações feitas pelo professor em sala de aula foram a respeito da maior altura e maior volume que a caixa pode atingir. Para discutir a maior altura da caixa revisamos brevemente a ideia dos números racionais, essa retomada foi necessária, pois alguns grupos fizeram toda a folha de atividades utilizando o conjunto dos números naturais. Após esta revisão demos o exemplo de uma caixa com 9cm de altura, pedimos aos estudantes fossem sugerindo medidas maiores que 9cm, com esta atividade eles perceberam que sempre seria possível fazer uma caixa mais alta, porém esta altura deveria ser menor do que 10cm. Para discutir a respeito do maior volume, colocamos na lousa dois gráficos diferentes apresentados como resposta do item 4 da folha 2, um deles com uma curva ligando os pontos e o outro com os pontos sendo ligados por segmentos de reta. Pedimos aos alunos que calculassem mais alguns volumes de para serem colocados no gráfico, com esta atividade mostramos aos alunos que o gráfico não poderia ser feito utilizando segmentos de retas e também a existência de uma caixa com volume superior a $672cm^3$.

CAPÍTULO 4
CONSIDERAÇÕES FINAIS

4.1 Introdução

Neste capítulo vamos sugerir modificações nas folhas de atividades. Essas modificações serão feitas com base nos resultados analisados no capítulo 3 e visam corrigir distorções entre os objetivos iniciais e os resultados obtidos de fato. Também faremos as considerações finais a respeito da aplicação deste experimento.

4.2 Modificações

A primeira modificação que estamos propondo será para corrigir um problema de proporcionalidade entre as dimensões das folhas que os alunos receberam para cortar e o desenho na folha de atividades. Essas modificações foram feitas nas folhas de atividades 1 e 2 conforme mostram as figuras abaixo:

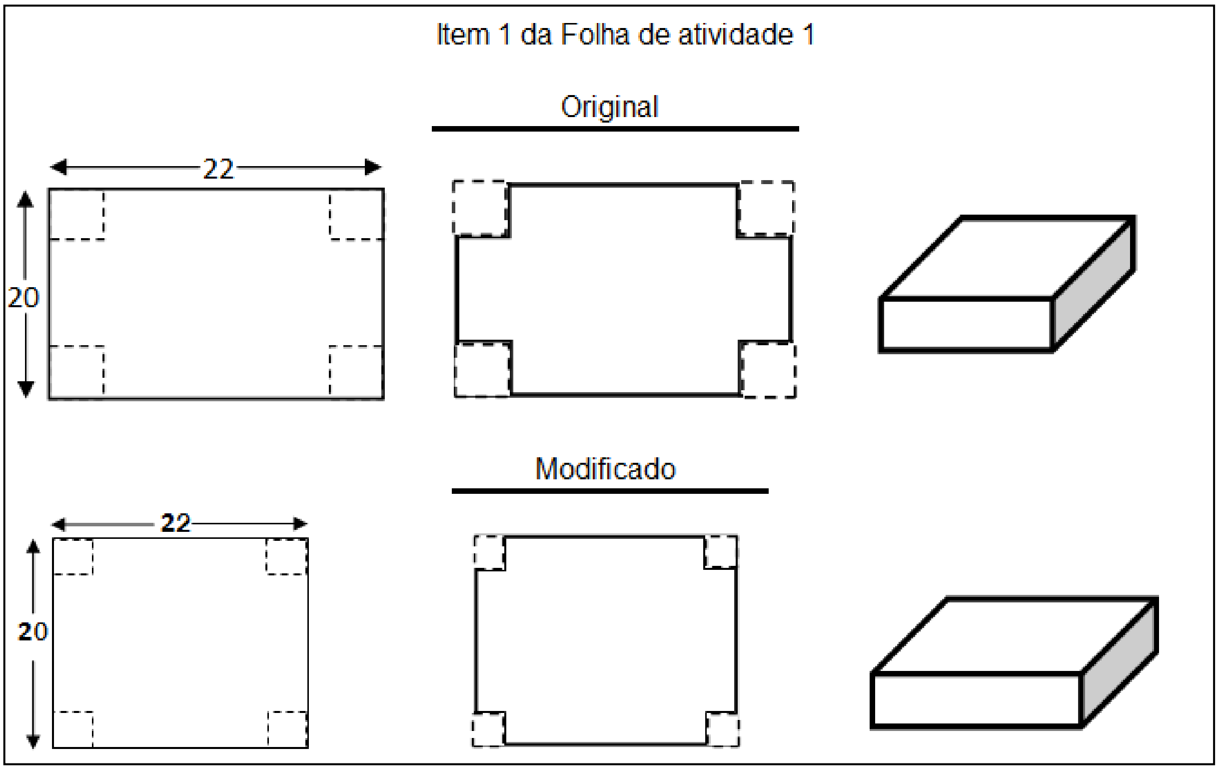


Figura 21: modificação no item 1 da folha de atividade 1

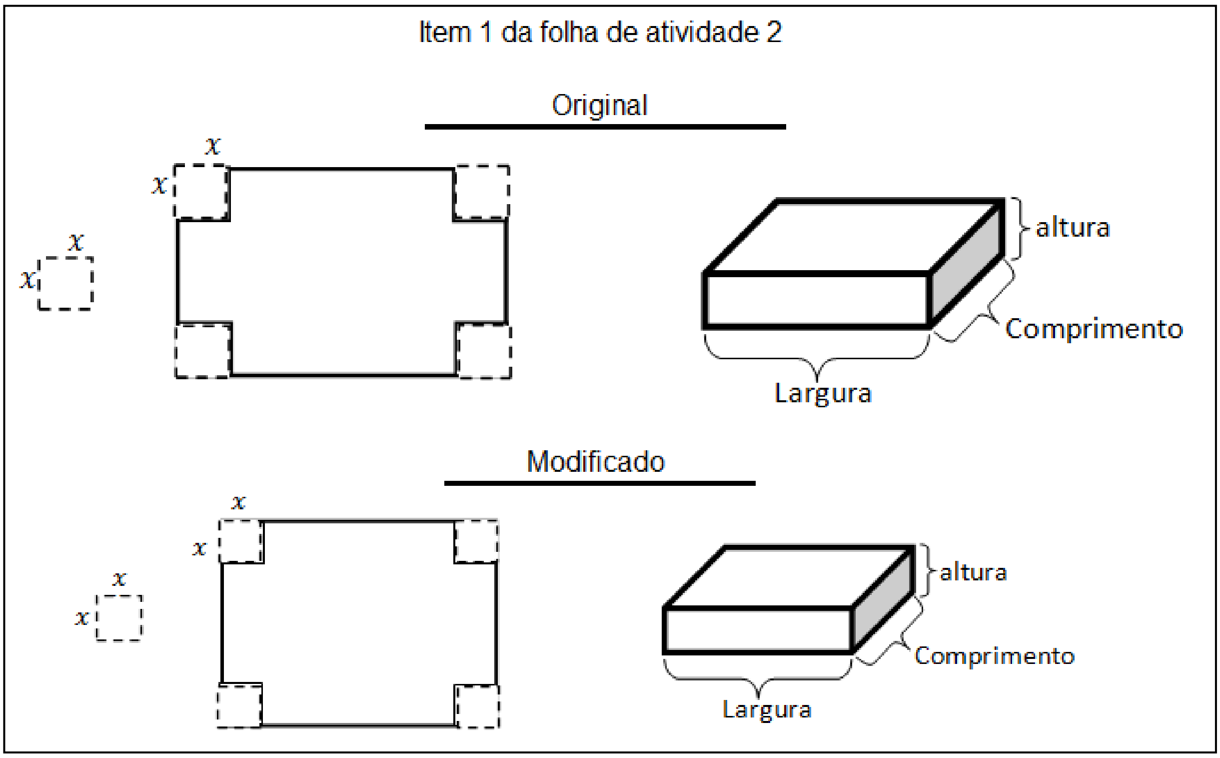


Figura 22:modificação no item 1 da folha de atividade 2

Ainda na folha de atividades 1, decidimos manter os itens 6 e 7 na mesma ordem da aplicação para a segunda turma, ou seja: item 6 solicita completar a tabela e item 7 solicita uma forma de se calcular o volume antes de se construir a caixa.

A próxima modificação será feita no item 2 da folha de atividade 2, e consiste em colocar na tabela alguns números não inteiros. O objetivo desta modificação é dar aos grupos uma sinalização de que neste momento não estamos mais necessariamente trabalhando no campo dos números naturais. Acreditamos que esta modificação terá reflexo nos itens 4 e 5, pois muitos grupos deram respostas nestes itens, pensando apenas nos números naturais. Os números acrescentados à tabela são: 2,5; 5,2 e 9,4.

Devido à modificação feita no item 2 da folha de atividade 2, o texto do item 4 também sofrerá modificações, onde se lia: “A tabela do exercício 2 e o gráfico do exercício 3 foram montados com valores inteiros para a altura da caixa” lê-se: “A tabela e o gráfico do exercício 2 foram montados a partir dos valores já informados na tabela”. As folhas de atividades modificadas estão disponíveis no Anexo II. O anexo III mostra a folha de atividades com as respostas esperadas.

4.3 Considerações finais

Ensinar funções para a oitava série, nono ano, sempre foi para mim uma atividade muito delicada. O momento mais complicado nesse processo é exatamente o início, pois a maioria dos estudantes encontra muita dificuldade para entender as principais ideias envolvidas neste assunto. Essas dificuldades podem ter várias causas, uma delas e, provavelmente a principal, é o fato de abordar este assunto em uma aula expositiva e de maneira abstrata.

Para mudar essa abordagem inicial, elaboramos uma folha de atividade que propõe um experimento prático. Este experimento foi aplicado com a finalidade de apresentar as primeiras ideias envolvidas no ensino das funções.

A validação deste experimento foi feita internamente, conforme sugere a Engenharia Didática. Desta forma, consideramos que os objetivos foram alcançados, pois, notamos que os alunos gostaram muito deste tipo de aula, e principalmente que as turmas tiveram maior facilidade para entender os conteúdos apresentados nas aulas seguintes, quando são dadas as definições formais das funções.

Gostaria muito que outros professores aplicassem este experimento em sua sala de aula, para isto as folhas de atividades podem ser adaptadas para atender aos diferentes públicos que o professor pode encontrar.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S.A.; COUTINHO, C.Q.S.; Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT,** Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77. Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/13031/12137>. Acesso em: jan. 2013.

ARTIGUE, M. et al. **Un Esquema para la Investigación y la Innovación en la Ensenãnza y el Aprendizaje de las Matemáticas**. En Educación Matemática. México: Grupo editorial Iberoamérica, 1996.

BIANCHINI, E. **Matemática:** 9º ano. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL. Secretaria de educação Fundamental; **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997

CARVALHO, A.L.T.; REIS, L.F. **Aplicando a matemática:** 9º ano. 2. ed. Tatuí, SP: Casa Publicadora Brasileira, 2009. (Coleção Aplicando a matemática).

COXFORD, A.F.; SHULTE A. P.; **As ideias da álgebra.** Traduzido por: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

FLEMMING, D.M.; **Cálculo A:** funções, limite, derivação, integração. 5. ed. São Paulo: Makron, 1992.

GIOVANNI JÚNIOR, J.R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática:** 9º ano. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção a conquista da matemática)

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade:** 9º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

LIMA, E.L ET al. **A matemática do ensino médio**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. Volume 1. (Coleção do professor de matemática).

LIMA, E.L ET al. **A matemática do ensino médio**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. Volume 3. (Coleção do professor de matemática).

MORI, I.; ONAGA, D.S. **Matemática:** ideias e desafios, 9º ano. 15. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

ANEXO I

Folhas de atividades aplicadas em sala de aula.

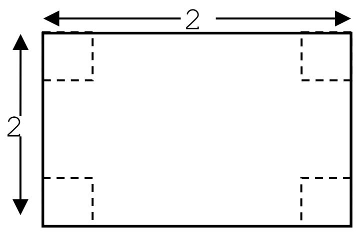
Nomes:____ Série:________

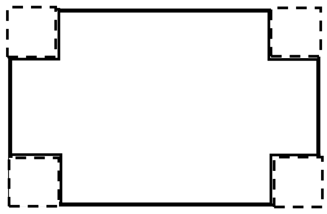
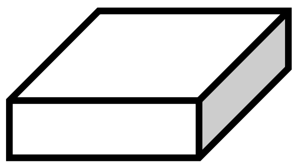
____

____

Folha de atividade 1

1. Usando uma folha retangular com 20cm de comprimento e 22cm de largura, construa uma caixa sem tampa com formato de um paralelepípedo reto retângulo baseada no modelo abaixo.



Complete a tabela:
(obs: volume= altura x comprimento x largura)

Altura	Comprimento	Largura	Volume

2. Construa outra caixa usando o mesmo modelo da anterior, mas uma altura diferente.
Complete a tabela:

Altura	Comprimento	Largura	Volume

3. Como você fez para alterar a altura da caixa?

____

____

____

4. Além da altura houve alguma outra modificação nas medidas da caixa?

____

____

____

5. Qual a maior altura que a caixa pode atingir?

____

____

____

6. Complete a tabela:

Altura	Comprimento (20)	Largura (22)	Volume
2			
3			
		12	
	4		

7. Discuta com os colegas do seu grupo uma maneira de calcular o volume antes de cortar o papel. Qual a conclusão do grupo?

____

____

____

Espaço para anotações e cálculos

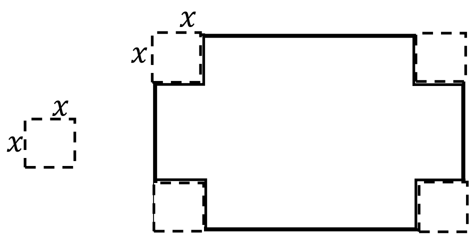
Nomes:____ Série:________

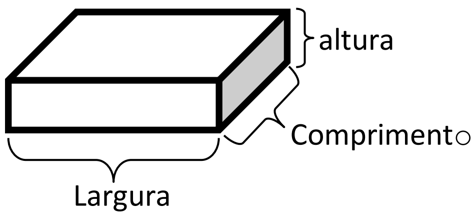
____

____

Folha de atividade 2 (parte 1)

1. Vamos examinar melhor a nossa caixa. Usando uma folha de papel 20 x 22 e chamando de x o lado do quadradinho que foi cortado.





Responda:
A altura da caixa é: ______________________
O comprimento da caixa é: ________________
A largura da caixa é: _____________________
Lembre-se: o quadradinho cortado mede x cm.

Complete:
O volume da caixa acima pode ser calculado usando a seguinte fórmula:

____

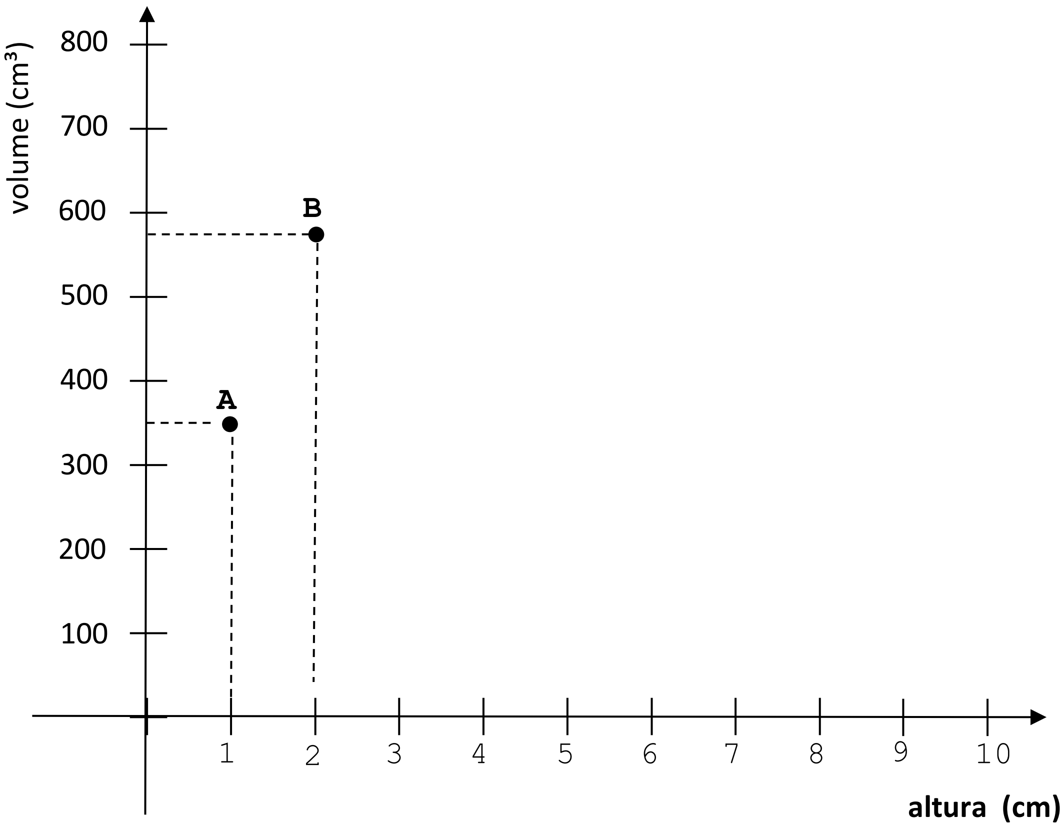
(lembre-se: volume = altura x comprimento x largura)

2. Usando a fórmula encontrada complete a tabela abaixo:

Altura	Comprimento	Largura	Volume
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Coloque no gráfico abaixo os valores encontrados no exercício anterior.
Siga os exemplos abaixo.

- A caixa com altura igual a 1cm e volume igual a 360cm³ pode ser representada no gráfico pelo ponto **A.**
- A caixa com altura igual a 2cm e volume igual a 576cm³ pode ser representada no gráfico pelo ponto **B.**



3. Como você aproveitaria a folha 20x22 para fazer uma caixa com o maior volume possível? A tabela e o gráfico dos exercícios anteriores podem te ajudar?

___

___

Espaço para anotações e cálculos

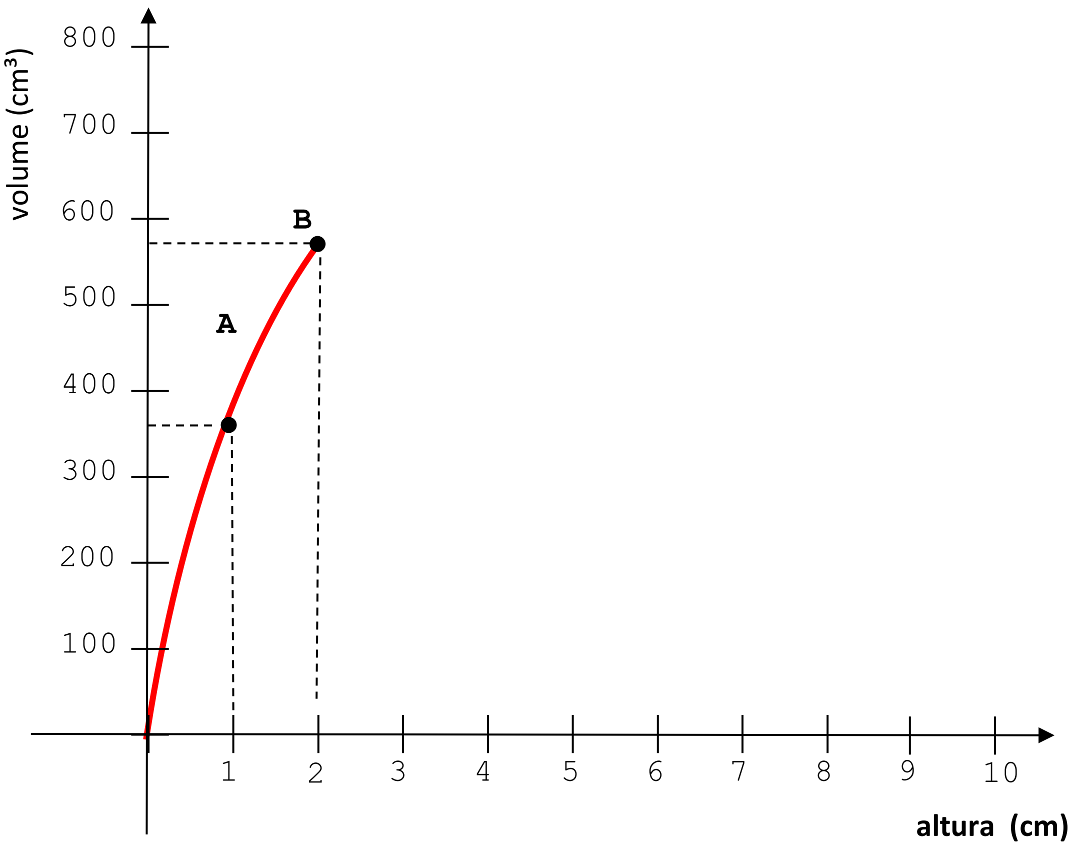
Nomes:____ Série:________

____

____

Folha de atividade 2 (parte 2)

4. A tabela do exercício 2 e o gráfico do exercício 3 foram montados com valores inteiros para a altura da caixa (medida do quadradinho cortado), mas podemos cortar os quadradinhos com qualquer medida (números não inteiros), assim, teremos o gráfico com uma linha contínua. Sabendo disso, complete o gráfico abaixo:



5. Revise sua resposta sobre o maior volume da caixa. Ela mudou?

____

____

Espaço para anotações e cálculos

Anexo II

Folhas de atividades com as correções sugeridas no capítulo 4.

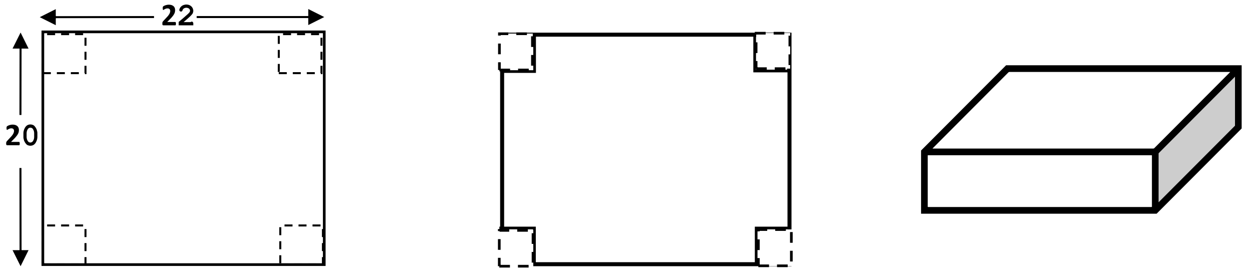
Nomes:____ Série:________

____

____

Folha de atividade 1

1. Usando uma folha retangular com 20cm de comprimento e 22cm de largura, construa uma caixa sem tampa com formato de um paralelepípedo reto retângulo baseada no modelo abaixo.



Complete a tabela:
(obs: volume= altura x comprimento x largura)

Altura	Comprimento	Largura	Volume

2. Construa outra caixa usando o mesmo modelo da anterior, mas uma altura diferente.

Complete a tabela:

Altura	Comprimento	Largura	Volume

3. Como você fez para alterar a altura da caixa?

____

____

____

4. Além da altura houve alguma outra modificação nas medidas da caixa?

____

____

____

5. Qual a maior altura que a caixa pode atingir?

____

____

____

6. Complete a tabela:

Altura	Comprimento (20)	Largura (22)	Volume
2			
3			
		12	
	4		

7. Discuta com os colegas do seu grupo uma maneira de calcular o volume antes de cortar o papel. Qual a conclusão do grupo?

____

____

____

Espaço para anotações e cálculos

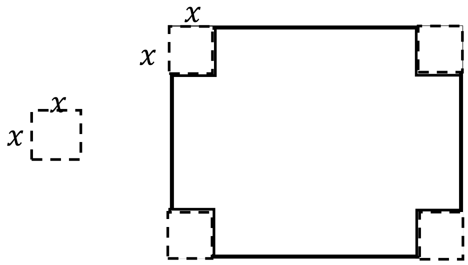
Nomes:____ Série/ano:_________

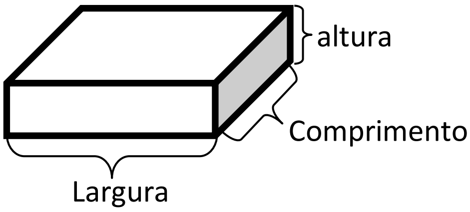
____

____

Folha de atividade 2 (parte 1)

1. Vamos examinar melhor a nossa caixa. Usando uma folha de papel 20 x 22 e chamando de x o lado do quadradinho que foi cortado.





Responda:
A altura da caixa é: ________________________
O comprimento da caixa é: ________________
A largura da caixa é: _______________________
Lembre-se: o quadradinho cortado mede x cm.

Complete:
O volume da caixa acima pode ser calculado usando a seguinte fórmula:

____

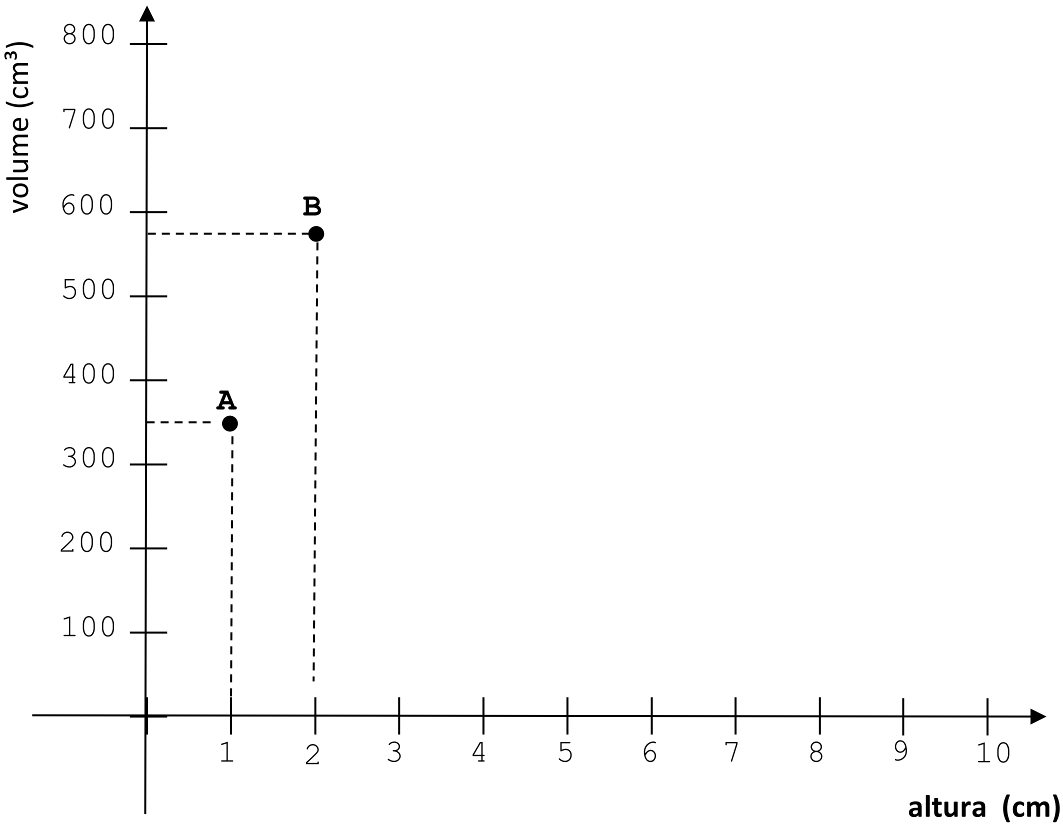
(lembre-se: volume = altura x comprimento x largura)

2. Usando a fórmula encontrada complete a tabela abaixo:

Altura	Comprimento	Largura	Volume
1			
2			
2,5			
3			
4			
5			
5,2			
6			
7			
8			
9			
9,4			
10			

Coloque no gráfico abaixo os valores encontrados no exercício anterior.
Siga os exemplos abaixo.

- A caixa com altura igual a 1cm e volume igual a 360cm³ pode ser representada no gráfico pelo ponto **A.**
- A caixa com altura igual a 2cm e volume igual a 576cm³ pode ser representada no gráfico pelo ponto **B.**



3. Como você aproveitaria a folha 20x22 para fazer uma caixa com o maior volume possível? A tabela e o gráfico dos exercícios anteriores podem te ajudar?

____

____

Espaço para anotações e cálculos

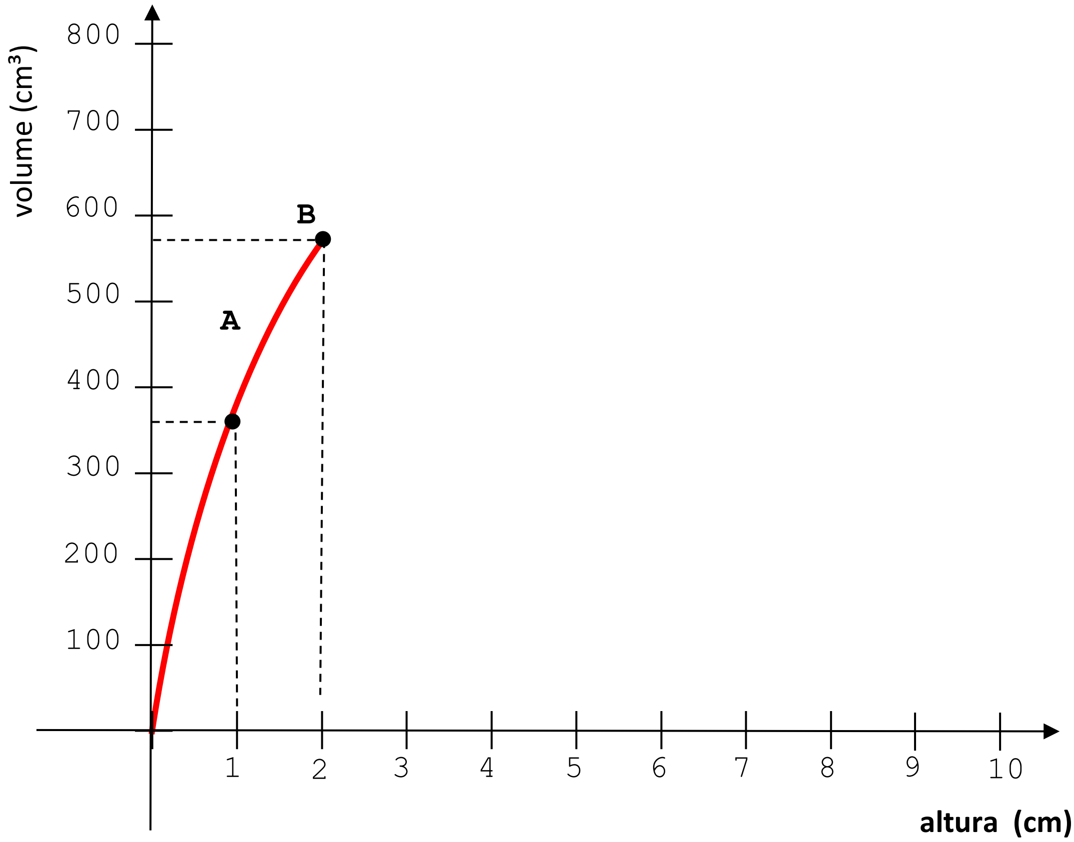
Nomes:____ Série/ano:________

____

____

Folha de atividade 2 (parte 2)

4. A tabela e o gráfico do exercício 2 foram montados a partir dos valores já informados na tabela, mas podemos cortar os quadradinhos com qualquer medida (números não inteiros), assim, teremos o gráfico com uma linha contínua. Sabendo disso, complete o gráfico abaixo:



5. Revise sua resposta sobre o maior volume da caixa. Ela mudou?

____

____

Espaço para anotações e cálculos

Anexo III

Folhas de atividades com as respostas esperadas.

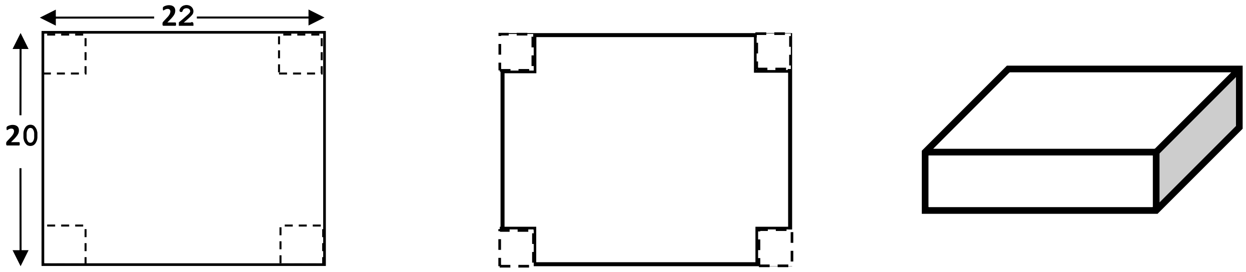
PROFMAT

Nomes:____ Série:________

CAPES SBM

Folha de atividade 1

1. Usando uma folha retangular com 20cm de comprimento e 22cm de largura, construa uma caixa sem tampa com formato de um paralelepípedo reto retângulo baseada no modelo abaixo.



Complete a tabela:
(obs: volume= altura x comprimento x largura)

Altura	Comprimento	Largura	Volume
Escolhido pelo grupo			

2. Construa outra caixa usando o mesmo modelo da anterior, mas uma altura diferente.
Complete a tabela:

Altura	Comprimento	Largura	Volume
Escolhido pelo grupo			

3. Como você fez para alterar a altura da caixa?

Modifiquei o tamanho do quadradinho cortado nos cantos da folha .

4. Além da altura houve alguma outra modificação nas medidas da caixa?

Sim, na largura, no comprimento e no volume .

5. Qual a maior altura que a caixa pode atingir?

Espera-se que o estudante cite algum valor racional entre 9 e 10cm. Tipo 9,5 ou 9,9cm

6. Complete a tabela:

Altura	Comprimento (20)	Largura (22)	Volume
2	16	18	576
3	14	16	672
5	10	12	600
8	4	6	192

7. Discuta com os colegas do seu grupo uma maneira de calcular o volume antes de cortar o papel. Qual a conclusão do grupo?

Espera-se que o estudante apresente uma resposta que permita calcular o comprimento, a largura e o volume tendo como variável a altura da caixa (medida do lado do quadradinho)

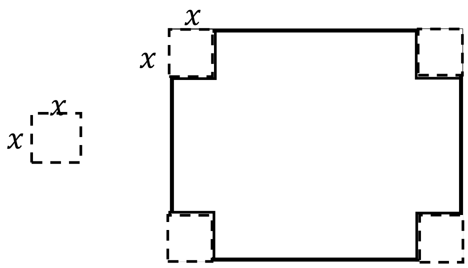
Espaço para anotações e cálculos

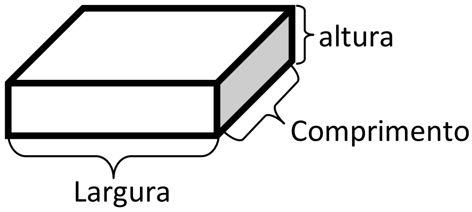
Nomes:____ Série/ano:__________

PROFMAT

Folha de atividade 2 (parte 1)

1. Vamos examinar melhor a nossa caixa. Usando uma folha de papel 20 x 22 e chamando de x o lado do quadradinho que foi cortado.





Responda:

A altura da caixa é: x

O comprimento da caixa é: $20 - 2x$

A largura da caixa é: $22 - 2x$

Lembre-se: o quadradinho cortado mede x cm.

Complete:

O volume da caixa acima pode ser calculado usando a seguinte fórmula:

$x(22 - 2x)(20 - 2x)$

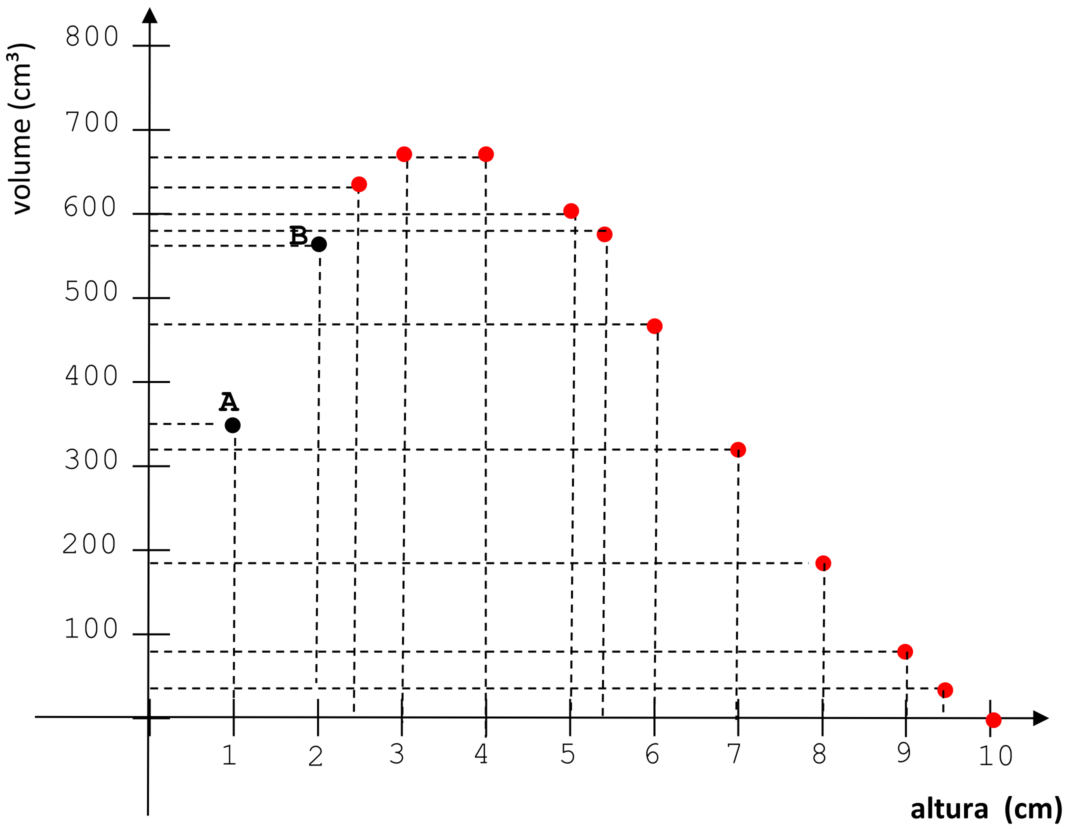
(lembre-se: volume = altura x comprimento x largura)

2. Usando a fórmula encontrada complete a tabela abaixo:

Altura	Comprimento	Largura	Volume
1	18	20	360
2	16	18	576
2,5	15	17	637,5
3	14	16	672
4	12	14	672
5	10	12	600
5,2	9,6	11,6	579,072
6	8	10	480
7	6	8	336
8	4	6	192
9	2	4	72
9,4	1,2	3,2	36,096
10	0	2	0

Coloque no gráfico abaixo os valores encontrados no exercício anterior.
Siga os exemplos abaixo.

- A caixa com altura igual a 1cm e volume igual a 360cm³ pode ser representada no gráfico pelo ponto **A.**
- A caixa com altura igual a 2cm e volume igual a 576cm³ pode ser representada no gráfico pelo ponto **B.**



3. Como você aproveitaria a folha 20x22 para fazer uma caixa com o maior volume possível? A tabela e o gráfico dos exercícios anteriores podem te ajudar?

Esperamos que os grupos respondam que para atingir o maior volume é necessário cortar o quadradinho com medidas 3cm, 4cm ou algum valor entre 3 e 4cm

Espaço para anotações e cálculos

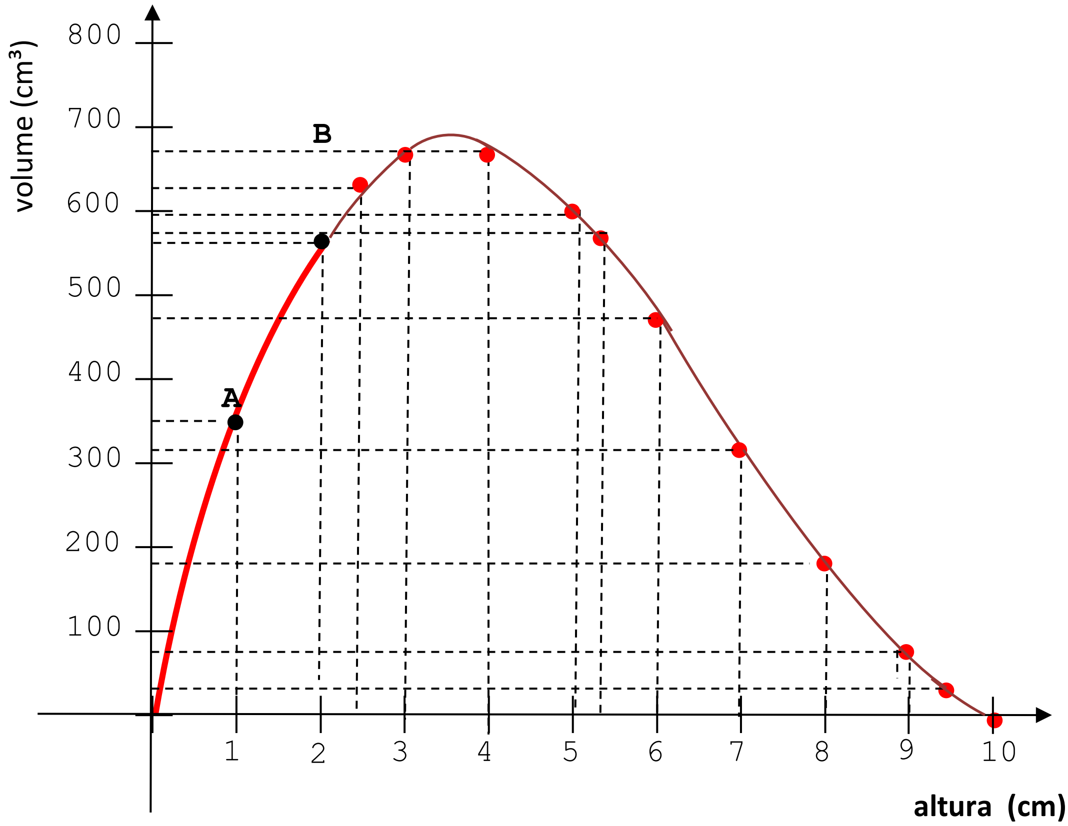
Nomes:____ Série/ano:_________

____

____

Folha de atividade 2 (parte 2)

4. A tabela e o gráfico do exercício 2 foram montados a partir dos valores já informados na tabela, mas podemos cortar os quadradinhos com qualquer medida (números não inteiros), assim, teremos o gráfico com uma linha contínua. Sabendo disso, complete o gráfico abaixo:



5. Revise sua resposta sobre o maior volume da caixa. Ela mudou?

Sim, existe uma caixa com altura maior que 3cm e menor que 4cm que tem um volume superior a 672cm^3 ___

____

Espaço para anotações e cálculos