Universidade Federal de Goiás
Regional Catalão
Unidade Acadêmica Especial de
Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Atividades Lúdicas para o Ensino de Triângulos em Aulas de Geometria

DAYANNE FERREIRA COSTA

Catalão

2015

sibi
sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional**

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	Dayanne Ferreira Costa					
E-mail:	dfc.mat@gmail.com					
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? [X]Sim [ ] Não						
Vínculo empregatício do autor						
Agência de fomento:		Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior		Sigla:	CAPES	
País:	Brasil	UF:DF		CNPJ:	00.889.834/0001-08	
Título:	Atividades Lúdicas para o Ensino de Triângulos em Aulas de Geometria					
Palavras-chave:	Geometria, Triângulos, Redação Matemática, Material Concreto.					
Título em outra língua:	Lúdicas Activities Triangles teaching in Geometry Lessons					
Palavras-chave em outra língua:	Geometry, Triangles, Mathematics Writing, Concrete Material					
Área de concentração:	Matemática do Ensino Básico					
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	20/03/2015					
Programa de Pós-Graduação:	PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL					
Orientador (a):	Juliana Bernardes Borges da Cunha					
E-mail:						
Co-orientador(a):*						
E-mail:						

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Dayanne Ferreira Costa
Assinatura do (a) autor (a)

Data: 20 / 03 / 2015

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Dayanne Ferreira Costa

Atividades Lúdicas para o Ensino de Triângulos em Aulas de Geometria

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.
Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico
Orientador: Profa. Dra. Juliana Bernardes Borges da Cunha

Catalão

2015

Ficha catalográfica elaborada automaticamente
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Ferreira Costa, Dayanne
Atividades Lúdicas para o Ensino de Triângulos em Aulas de Geometria [manuscrito] / Dayanne Ferreira Costa. - 2015.
XCV, 95 f.: il.

Orientador: Profa. Dra. Juliana Bernardes Borges da Cunha.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão , Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - profissional), Catalão, 2015.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui lista de figuras.

1. Triângulos. 2. Geometria. 3. Redação Matemática. 4. Material Concreto. I. Bernardes Borges da Cunha, Juliana , orient. II. Título.

DAYANNE FERREIRA COSTA

ATIVIDADES LÚDICAS PARA O ENSINO DE TRIÂNGULOS EM AULAS DE GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 20 de Março de 2015, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Juliana Bernardes Borges da Cunha

Profa. Dra. Juliana Bernardes Borges da Cunha
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Clóves Gonçalves Rodrigues

Prof. Dr. Clóves Gonçalves Rodrigues
Pontifícia Universidade Católica de Goiás – PUC

Prof. Dr. Paulo Roberto Bergamaschi
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Dayanne Ferreira Costa Licenciada em Matemática na Universidade Federal de Goiás (UFG) -Campus de Jataí. Foi professora da rede federal de ensino no município de Jataí-GO, na rede pública municipal e na rede particular de ensino do município de Formosa-GO e na Universidade Estadual de Goiás. Atualmente é professora na rede pública de ensino do Distrito Federal.

Dedico este trabalho a toda minha família que me incentivou e apoiou a alcançar mais esta conquista, e sempre se manteve ao meu lado. Em especial a minha filha Isabella, que apesar de ter somente 6 anos de idade, sempre compreendeu o pouco tempo que tínhamos para "brincar".

Agradecimentos

Um trabalho dessa gradeza é fruto da ação conjunta de muitas pessoas, que, de formas diferentes, mais igualmente importantes, contribuíram para alcançar os resultados aqui apresentados.

Agradeço primeiramente a Deus, pela dádiva da vida e por mais esta conquista.

Agradeço a minha família, pelo apoio, direto e indireto para a conclusão desse curso. Aos meus amigos da turma pelo aprendizado compartilhado.

A minha orientadora Professora Dra. Juliana Bernardes Borges da Cunha pelas orientações com competência e sabedoria.

A todos os professores deste curso, que de uma forma ou de outra contribuíram para minha vida acadêmica.

Agradeço a CAPES pelo suporte financeiro.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo reconhecer métodos e metodologias que buscam sanar algumas dificuldades no processo de ensino aprendizagem no ramo da geometria. Esses métodos foram aplicados numa turma de 7° ano de uma escola na periferia do Distrito Federal no ano de 2014, e têm como tema "Atividades Lúdicas para o Ensino de Geometria". Com esse tema, foi apresentada uma breve contextualização histórica sobre geometria. Em seguida, expõe um estudo sobre esse ramo da matemática, especificamente o conteúdo de triângulos e suas propriedades. Posteriormente, foi descrito o local da aplicação deste trabalho e as metodologias adotadas que foram: material concreto e redação matemática. Por último, analisa-se a aplicação desses métodos e metodologias em sala de aula, além dos resultados alcançados. Conclui-se que com as metodologias adotadas os resultados foram satisfatórios, pois os alunos envolveram-se de forma significativa.

Palavras-chave

Geometria, Triângulos, Redação Matemática, Material Concreto

Abstract

This work aims to recognize methods and methodologies that seek remedy some difficulties in the teaching and learning process in the geometry branch. These methods were applied to a class 7 year of a school on the outskirts of Federal District in 2014, and has the theme "Playful Activities for Teaching Geometry. "With this theme, a brief historical overview was presented on geometry. It then sets a study of this branch of mathematics, specifically content and properties of triangles. Subsequently described the application site this work and the methodologies used were; concrete material and writing mathematics. Finally, the application is analyzed these methods and methodologies in room school as well as the results achieved. It is concluded that with the methodologies adopted the results were satisfactory, as the students were involved significantly.

Keywords

Geometry, Triangles, Mathematics Writing, Concrete Material.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

A Geometria é um ramo da matemática que estuda a forma, o tamanho e a posição relativa de figuras. Euclides é o matemático considerado o "Pai da Geometria". Sua grande contribuição foi o livro "Os Elementos"[10], onde ele axiomatizou a geometria e estabeleceu métodos rigorosos de demonstrações.

Alguns anos atrás, nos livros didáticos do Ensino Básico, a geometria era tratada somente nos últimos capítulos, assim ela era "deixada de lado"já que o conteúdo de matemática é muito extenso e o professor não conseguia cumprir todo o currículo do ano. Hoje, na maioria dos livros, essa disciplina vem intercalada com os outros conteúdos, mas ainda percebe-se que a geometria traz um certo desconforto para os professores.

Segundo Horácio Itzcovich (2012) [13], alguns dos motivos desse desconforto por parte dos professores é a grande dificuldade de encontrar situações problemas e falta de tempo, pois preferem outros ramos da matemática por não se identificarem com a geometria.

O triângulo é uma das figuras geométricas mais estudadas na geometria, isto se deve ao fato de ser o polígono mais simples, que apresenta uma grande variedade de propriedades específicas que são de grande utilidade prática, pois é o único polígono rígido.

Sob essa perspectiva, este trabalho tem como objetivo reconhecer métodos e metodologias para sanar algumas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem no ramo da geometria, especificamente sobre o conteúdo de triângulos.

O trabalho foi dividido em três capítulos. O primeiro capítulo, cujo o título é "Concepções teórico-metodológicas sobre o ensino de triângulos", foi dividido em duas partes. A primeira, refere-se a contextualização histórica da geometria, onde discorre: como surgiu, o que significa a palavra geometria, qual foi o principal matemático que contribuiu para a construção de uma geometria euclidiana e sua obra, além disso, cita os primeiros usos do triângulo pelos antigos gregos.

Segundo Bicudo (2010) [3], para ensinar é necessário conhecer a disciplina. Por isso, a segunda parte do primeiro capítulo, será dedicada ao estudo dos conteúdos de geometria, como: conceitos básicos, os axiomas e suas consequências. Em seguida, restringe-se ao estudo de triângulos, abordando: definição, classificação, congruências, soma dos ângulos internos e externos e desigualdade triangular.

No segundo capítulo, nomeado como "Princípios metodológicos no ensino de triângulos", descreve-se a escola e a turma em que foi aplicada esta proposta. Em seguida, é realizada a discussão sobre os métodos e metodologias utilizados no desenvolvimento deste trabalho, pois Bicudo (2010) [3] afirma que é necessário que o professor se interesse pelos problemas pedagógicos e adeque os processos pedagógicos à capacidade de aprendizagem dos estudantes.

No terceiro capítulo, intitulado "Análise dos dados coletados", é descrito aula por aula o que ocorreu na aplicação dos métodos e metodologias adotadas na aplicação da proposta deste trabalho. Dessa forma, é feita a descrição da análise dos resultados alcançados com esses métodos.

1 Concepções teórico-metodológicas sobre o ensino de triângulos

Este capítulo trata-se de um estudo da geometria plana que servirá como embasamento teórico para este trabalho.

A primeira parte deste capítulo apresenta uma contextualização histórica da geometria, abordando: o que significa geometria, quem a formalizou e como ela foi organizada. Em seguida, cita-se um pouco sobre triângulos e expõe como e para quê o triângulo era usado na antiguidade.

Posteriormente, apresenta-se os conceitos básicos. Em seguida, são enunciados os axiomas que são a base dessa geometria, além de algumas definições e teoremas importantes para o desenvolvimento desse trabalho.

O capítulo é finalizado com o estudo específico de triângulos, onde foca-se na definição, classificação, soma dos ângulos internos e externos e desigualdade triangular. Os livros usados como referência foram [2], [16] e [9].

1.1 Contextualização histórica da geometria: triângulos

A geometria surgiu aos poucos com a necessidade do dia-a-dia, como por exemplo: nas construções de casas, nas medidas de terras, observações dos astros.

Geometria é composta de duas palavras gregas: "geo" significa terra e "metria" significa medida, ou seja, medir terras. Este nome surgiu devido a necessidade, desde os tempos remotos, de que os homens tiveram em medir terrenos.

Foi na Grécia que um famoso matemático, Euclides, com ajuda de seus predecessores; Tales, Pitágoras e Eudóxio, deu forma definitiva a geometria. Este matemático estruturou e a formalizou com o seu livro "Os Elementos"[10] que possui treze (13) volumes, onde há demonstrações rigorosas. Neste livro, Euclides estruturou a geometria em axiomas, que são conceitos admitidos sem demonstração. A partir desses axiomas ele construiu de forma lógica toda a chamada Geometria Euclidiana.

Euclides é considerado o "pai da geometria"e sua obra é uma das mais importantes da história da matemática, servindo como principal livro para o estudo da geometria. Segundo Ávila [1], Os Elementos de Euclides ainda são considerados uma obra-prima da aplicação da lógica à matemática. Hoje, esta coleção é considerada um texto elementar sobre geometria, mas não foi sempre assim.

O sucesso dessa coleção é devido à sua apresentação lógica e rigorosa da maior parte do conhecimento matemático disponível para Euclides. Apesar de nem todo o material ser formado de ideias originais dele, muitas das provas apresentadas são de sua autoria.

Um dos assuntos dessa geometria é o triângulo, que é um figura plana formada por três lados. Não se sabe quem ou como foi inventado ou descoberto o triângulo. Talvez tenha sido o homem, ao longo de sua evolução, ou foi a necessidade de tornar mais rígidas algumas de suas construções.

Segundo [17], na Grécia antiga foi usado o triângulo de descarga, que era uma construção que permitia descarregar as pressões exercidas por grandes pesos que se encontravam por cima das construções. Os triângulos de descarga poderiam ser abertos, fechados e até mesmo decorados.

Nos dias atuais, os triângulos são muito usados pelos engenheiros para sustentação de edificações por serem rígidos, ou seja, não se deformam.

1.2 Conceitos básicos.

Os conceitos básicos da geometria plana são:

- **Ponto:** Não possui dimensão, sendo representado por letra maiúscula do alfabeto indo arábico.

- **Reta:** Possui uma dimensão, sendo representado por letra minúscula do alfabeto indo arábico. Além disso, uma reta é infinita nos dois sentidos de direção.

- **Segmento de reta:** É o conjunto constituído por dois pontos distintos dados, que são chamados extremos, e por todos os pontos que se encontram entre eles. Possui uma dimensão, o comprimento. Por exemplo, um segmento de reta representado por DE.

- **Semirreta:** É a reunião do Segmento $\overline{FG}$ com o conjunto dos pontos H tais que G está entre F e H. Possui uma dimensão. Por exemplo, a semirreta representada por $\overrightarrow{FG}$, começa no ponto F passa pelo ponto G e segue infinitamente.

- **Plano:** Possui duas dimensões. O plano é infinito em todas as direções, sendo representado por letra grega minúscula.

A representação gráfica destes conceitos é mostrada na Figura 1.

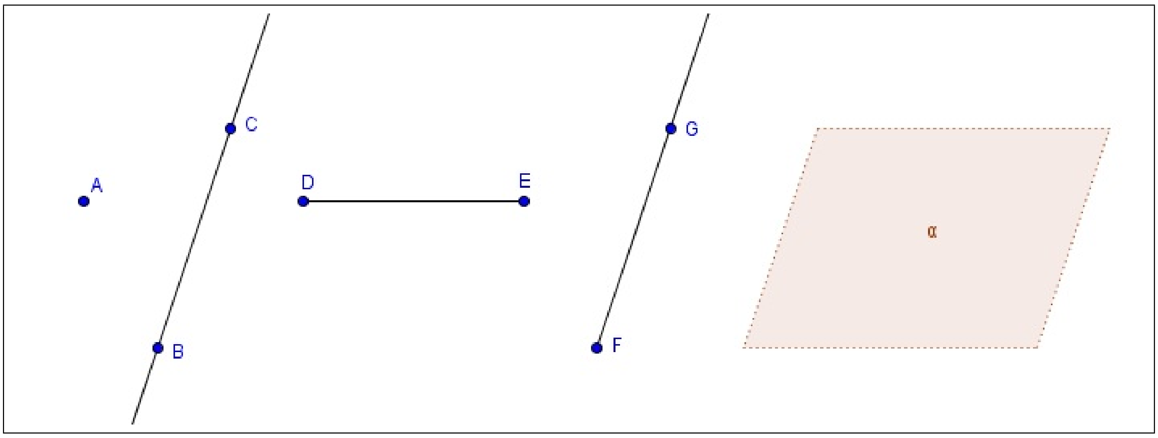


Figura 1: Conceitos Básicos
Fonte: Elaborada pela Autora

1.3 Axiomas

O primeiro grupo de axiomas é os de Incidência:

1. *Dado uma reta existem pontos que pertencem à reta e pontos que não pertence à reta.*

2. *Dados dois pontos distintos há somente uma reta que contém estes pontos.*

Com os Axiomas de Incidência pode-se definir o conceito de semi-plano.

Seja uma reta r e dois pontos distintos X e Y que não pertencem a esta reta. X e Y estão do mesmo lado da reta r se o segmento XY não a intercepta.

Definição 1.1. *Dado uma reta r e um ponto X fora de r. Chamamos de semi-plano o conjunto formado por todos os pontos de r e todos os pontos Y que estão do mesmo lado da reta r.*

Os Axiomas de Ordem é o segundo grupo a ser apresentado neste trabalho.

1. *Dados três pontos distintos em uma reta, um e somente um está entre os outros dois pontos.*

2. *Dados dois pontos A e B sempre existe um ponto C entre A e B e um ponto D tal que B está entre A e D.*

3. *Uma reta r determina exatamente dois semi-plano distintos, cuja interseção é a reta.*

Antes de enunciar o próximo grupo de axiomas, é necessário conhecer e definir as posições relativas entre pontos, retas e segmentos de reta.

Dados dois pontos, ou eles são coincidentes ou são distintos. Duas retas podem ser: paralelas, concorrentes ou coincidentes.

- **Paralelas:** São retas distintas que pertencem ao mesmo plano e não possuem pontos em comum.

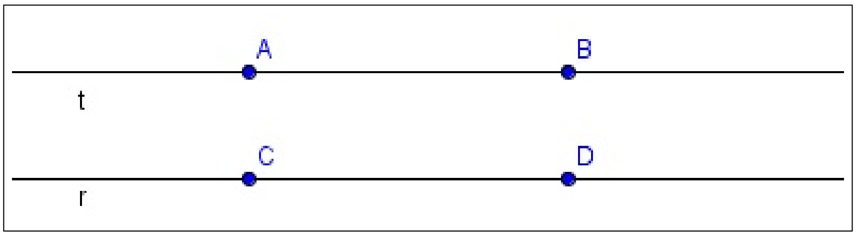


Figura 2: Retas Paralelas
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Concorrentes:** São retas distintas que pertencem ao mesmo plano e se interceptam em um único ponto.

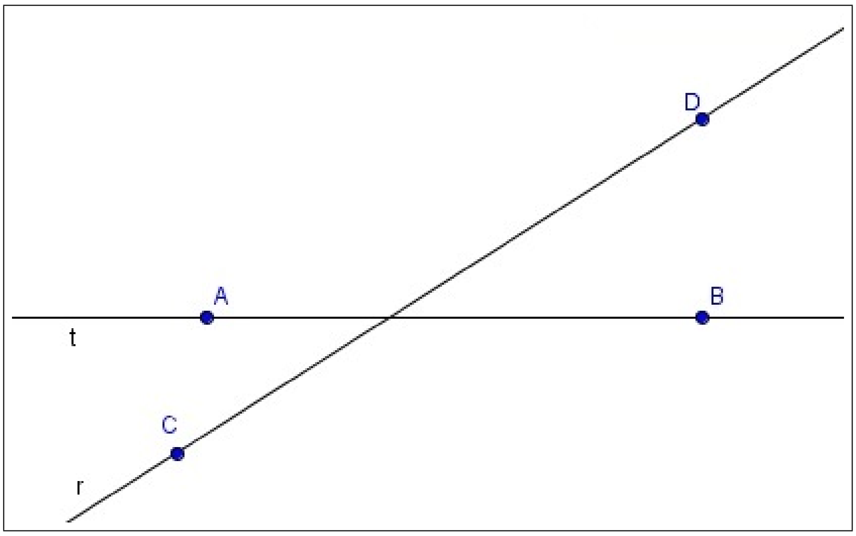


Figura 3: Retas Concorrentes
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Coincidentes:** São retas que pertencem ao mesmo plano e possuem todos os pontos em comum.

Figura 4: Retas Coincidentes
Fonte: Elaborada pela Autora

Dois segmentos de reta podem ser: consecutivos, colineares ou adjacentes.

- **Segmentos consecutivos:** Uma das extremidades de um deles é também extremidade do outro. Veja a Figura 5.

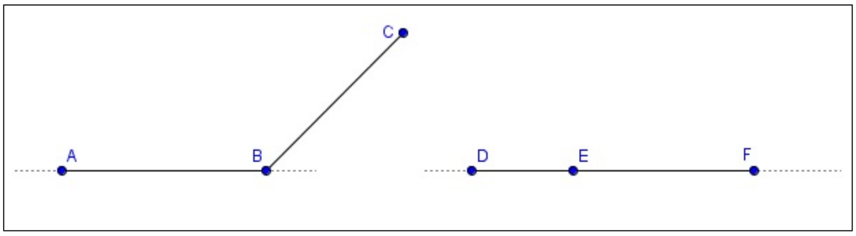


Figura 5: Segmentos consecutivos
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Segmentos colineares:** São segmentos que pertencem à mesma reta.

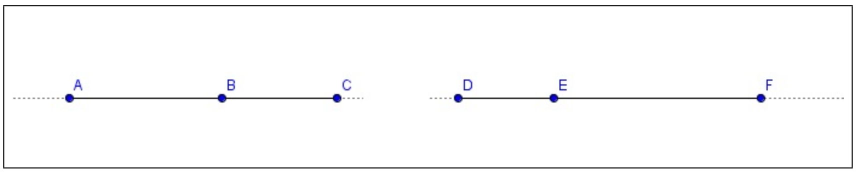


Figura 6: Segmentos colineares
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Segmentos adjacentes:** São segmentos consecutivos e colineares e possui apenas uma extremidade em comum.

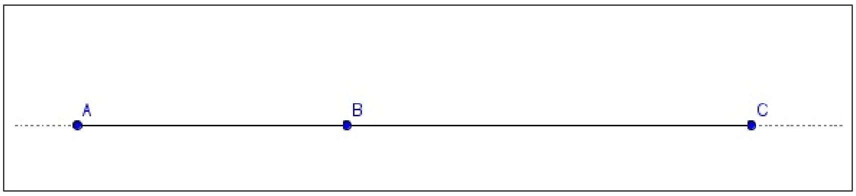


Figura 7: Segmentos adjacentes
Fonte: Elaborada pela Autora

O terceiro grupo de axiomas se trata dos de Medição de Segmentos.

1. *A distância entre os pontos extremos de um segmento corresponde um número maior ou igual a zero. Este número é zero se e somente se os pontos são coincidentes.*

2. *Os pontos de uma reta fazem uma correspondência biunívoca com os números reais, onde a distância de um segmento é a diferença entre os números correspondentes aos extremos desse segmento.*

3. *Se o ponto C está entre A e B, então* $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$.

Com esse grupo de axiomas, faz sentido definir a existência de ponto médio de um segmento de reta.

Definição 1.2. *Um ponto M, que pertence ao segmento de reta AB, é chamado de ponto médio quando* $\overline{AM} = \overline{MB}$.

Teorema 1.1. *Um segmento de reta tem exatamente um ponto médio.*

A demostração pode ser encontrada no livro Geometria Euclidiana Plana [2].

Com esse embasamento, pode-se definir ângulo e seus elementos.

Definição 1.3. *Ângulo é a figura plana formada por duas semirretas de mesma origem.*

Notação: $\widehat{AOB}$ indica o ângulo formado pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$
Os elementos que constituem um ângulo são:

- **vértice:** determinado pela origem das semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$
- **lados:** são as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

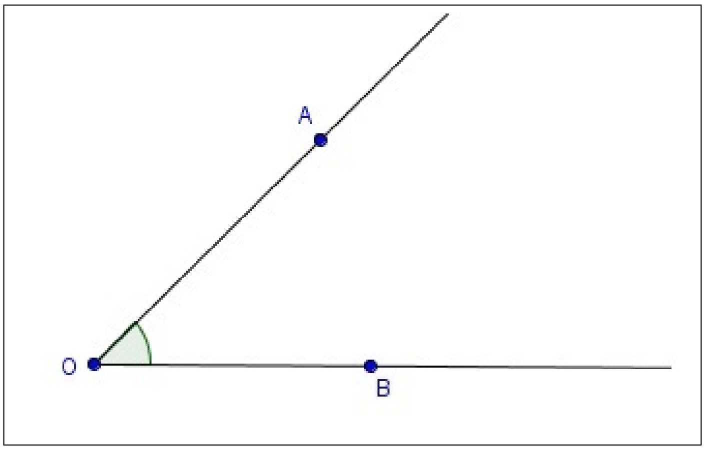


Figura 8: Ângulo $\widehat{AOB}$
Fonte: Elaborada pela Autora

Os axiomas sobre Medição de Ângulos formam o quarto grupo de axiomas.

1. *Todo ângulo possui uma medida maior ou igual a zero.*

2. *Os números reais entre zero e 180 fazem uma correspondência biunívoca com as semirretas de mesma origem que estão no mesmo semi-plano, de modo que a diferença entre estes números corresponde a medida do ângulo formado pelas semirretas correspondentes.*

3. *Se uma semirreta* $\overrightarrow{OC}$ *divide um ângulo* $\widehat{AOB}$ *então* $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB}$

Os ângulos são classificados como:

- **Raso:** É formado por duas semirretas com sentido oposto e mede 180º.

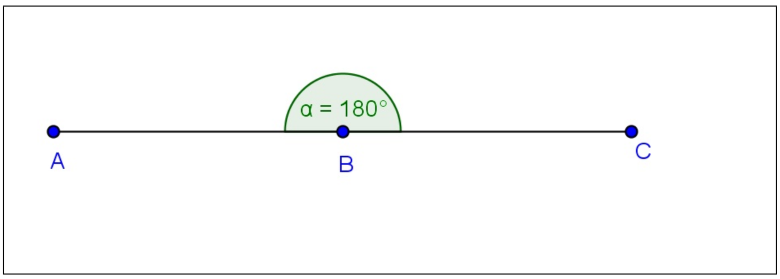


Figura 9: Ângulo raso
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Ângulo Reto:** É aquele que mede 90º.

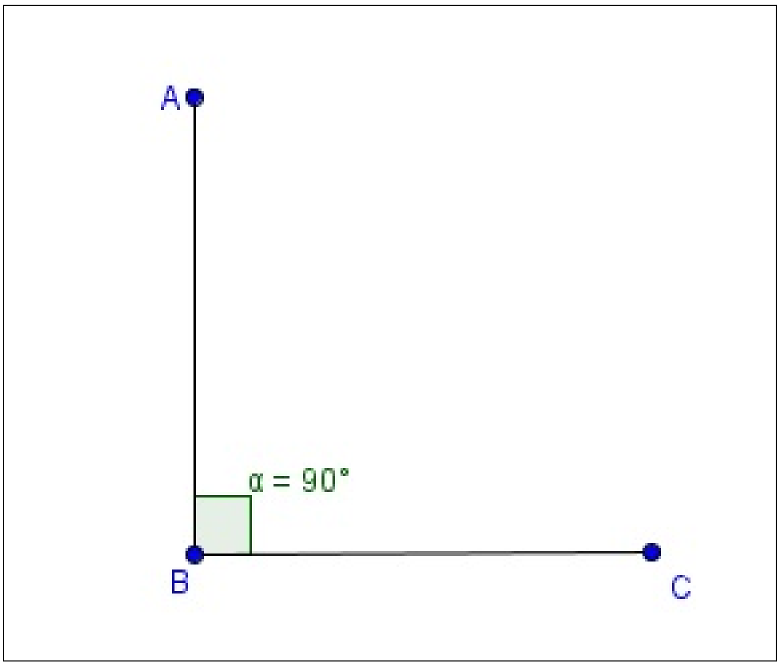


Figura 10: Ângulo reto
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Ângulo Agudo:** A sua medida é menor que 90º.

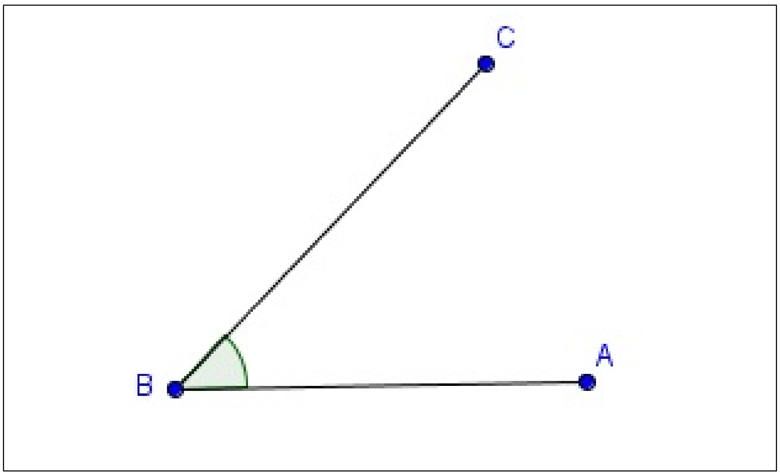


Figura 11: Ângulo agudo
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Ângulo Obutso:** A sua medida é maior que 90º.

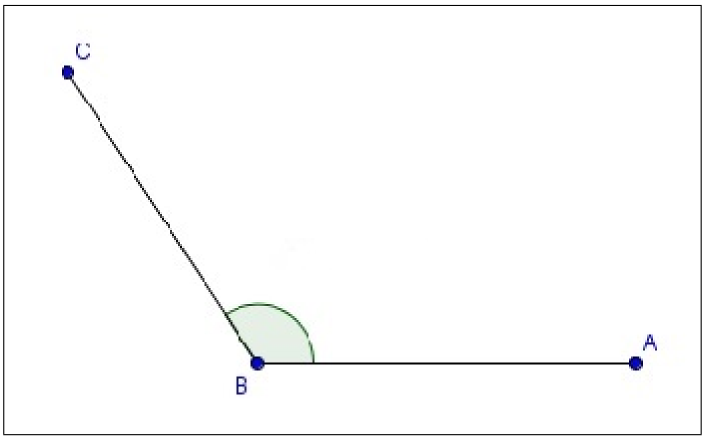


Figura 12: Ângulo obtuso
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Ângulos Complementares:** A soma de suas medidas é 90º.

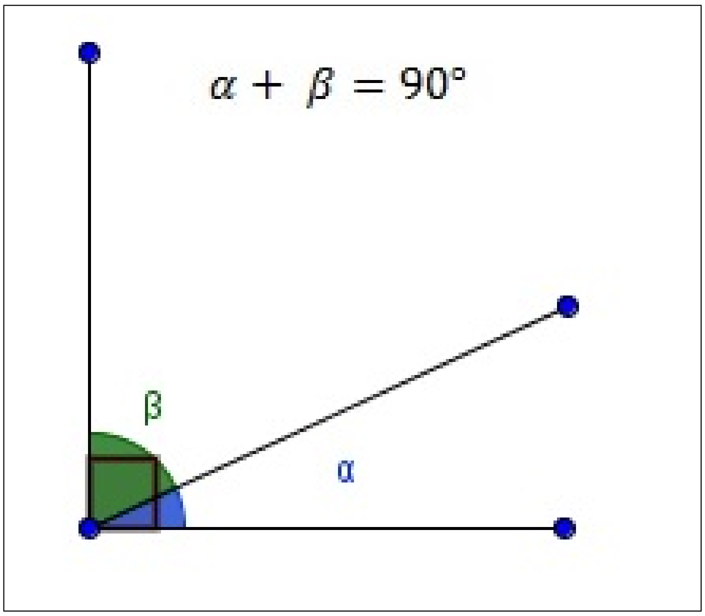


Figura 13: Ângulos complementares
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Ângulos Suplementares:** A soma de suas medidas é 180º.

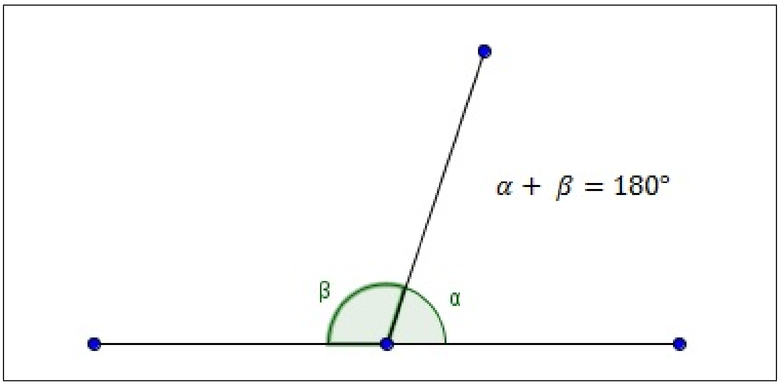


Figura 14: Ângulos suplementares
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Bissetriz de um ângulo:** É a semirreta interna ao ângulo com origem no vértice que divide o ângulo em dois ângulos com a mesma medida. Na Figura 15, a semirreta $\overrightarrow{OC}$ é a bissetriz do ângulo $\widehat{AOB}$.

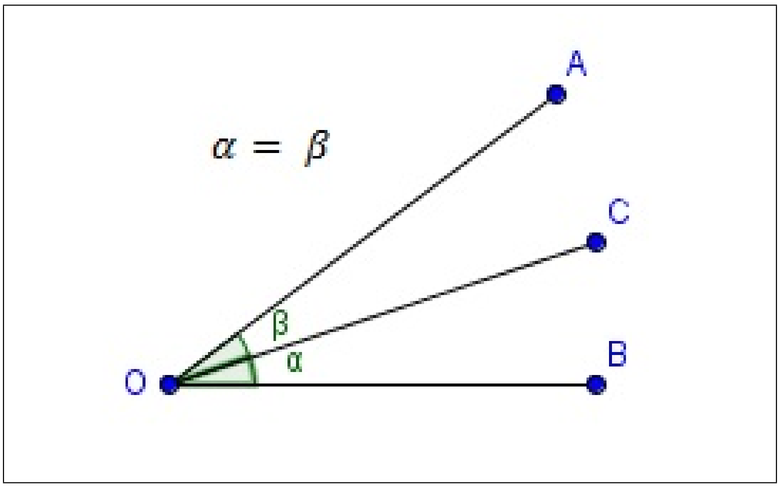


Figura 15: Bissetriz de um ângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

Teorema 1.2. *Por qualquer ponto de uma reta passa exatamente uma perpendicular a esta reta.*

A demostração pode ser encontrada no livro Geometria Euclidiana Plana [2].

Ângulos Opostos pelo Vértice: Quando duas retas se interceptam formam quatro ângulos, onde o par de ângulo $\widehat{AOB}$ e $\widehat{COD}$ são opostos pelo vértice. Também tem-se que $\widehat{AOC}$ e $\widehat{BOD}$ são ângulos opostos pelo vértice. Como mostra a Figura 16.

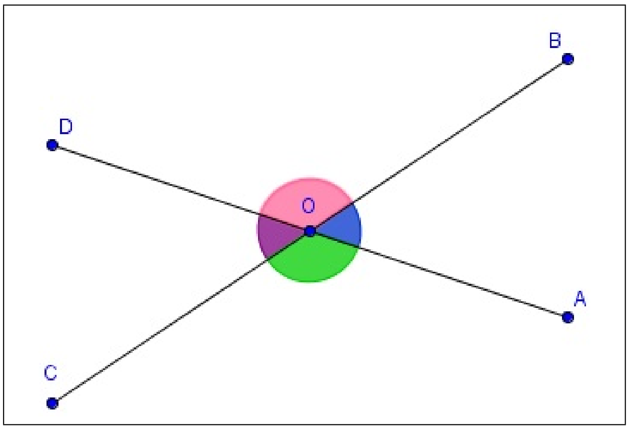


Figura 16: Ângulos opostos pelo vértice
Fonte: Elaborada pela Autora

Teorema 1.3. *Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.*

Demonstração

Analisando a Figura 16, tem-se que o ângulo $\widehat{BOD}$ é suplemento tanto de $\widehat{AOB}$ como de $\widehat{COD}$. Logo:

$$\widehat{AOB} + \widehat{BOD} = 180^o$$
$$\widehat{COD} + \widehat{BOD} = 180^o$$

Subtraindo essas duas equações, obtemos

$$\widehat{AOB} - \widehat{COD} = 0$$
$$\widehat{AOB} = \widehat{COD}$$

Portanto, ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.

O quinto axioma, refere-se a unicidade de retas paralelas. É este axioma que caracteriza a Geometria Euclidiana.

1. *Por um ponto passa uma única reta paralela a uma reta dada.*

Duas retas distintas cortadas por uma transversal determinam oito ângulos que são correspondentes. Observe essa correspondência abaixo:

$$\widehat{a} \longleftrightarrow \widehat{e}$$
$$\widehat{b} \longleftrightarrow \widehat{f}$$
$$\widehat{c} \longleftrightarrow \widehat{g}$$
$$\widehat{d} \longleftrightarrow \widehat{h}$$

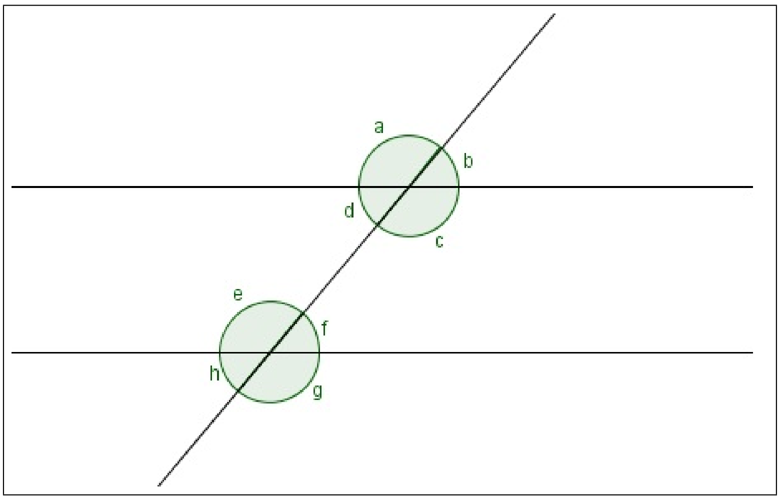


Figura 17: Ângulos correspondentes
Fonte: Elaborada pela Autora

Esses ângulos são chamados:

$$\text{Alternos internos: } \widehat{c} \text{ e } \widehat{e}, \quad \widehat{d} \text{ e } \widehat{f}$$
$$\text{Alternos externos: } \widehat{a} \text{ e } \widehat{g}, \quad \widehat{b} \text{ e } \widehat{h}$$
$$\text{Colaterais internos: } \widehat{c} \text{ e } \widehat{f}, \quad \widehat{d} \text{ e } \widehat{e}$$
$$\text{Colaterais externos: } \widehat{a} \text{ e } \widehat{h}, \quad \widehat{b} \text{ e } \widehat{g}$$

Teorema 1.4. *Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os ângulos correspondentes são congruentes.*

A demonstração do Teorema 1.4 pode ser encontrada no livro Fundamentos de Matemática Elementar [9].

Teorema 1.5. *Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os ângulos alternos internos são congruentes.*

A demonstração do Teorema 1.5 pode ser encontrada no livro Fundamentos de Matemática Elementar [9].

1.4 Triângulos

Nesta seção, encontra-se um estudo aprofundado sobre triângulos: definição, teoremas e propriedades dessa figura geométrica.

Definição 1.4. *Sejam A, B e C pontos não colineares (pontos que não pertencem a mesma reta), a união dos segmentos AB, BC e AC é chamada de triângulo ABC.*

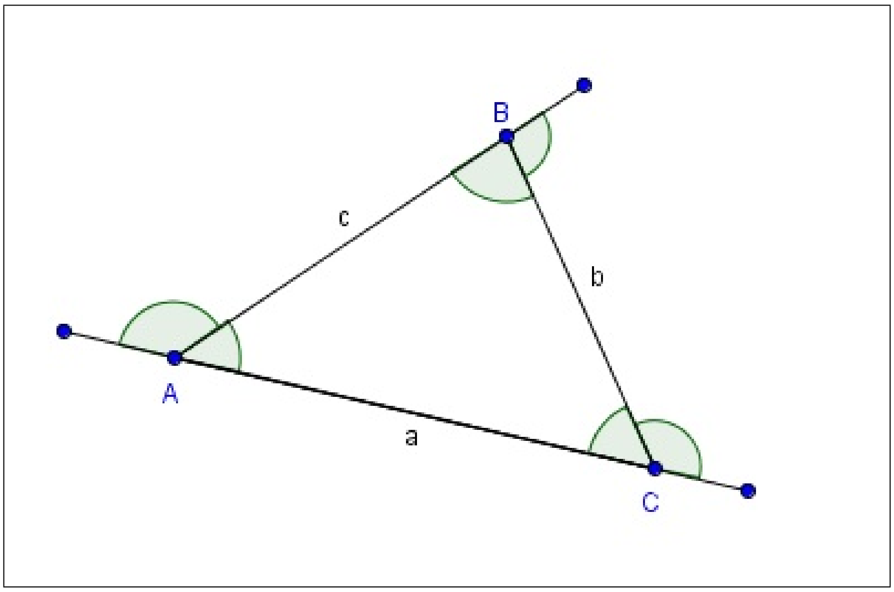


Figura 18: Triângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

Um triângulo é formado por:

- **Vértices:** que são os pontos A, B e C.
- **Lados**: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$.
- **Ângulos internos:** são os ângulos $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ e $\widehat{BAC}$.
- **Ângulos externos:** são os ângulos suplementares aos ângulos internos.
- **Bissetriz interna de um triângulo:** é um segmento de reta que divide o ângulo interno do triângulo em dois ângulos com a mesma medida e possui suas extremidades em um vértice e no lado oposto ao ângulo. Como na Figura 19.

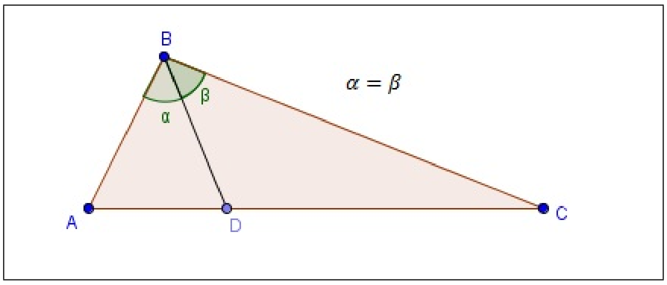


Figura 19: Bissetriz interna de um triângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Mediana:** é o segmento de reta com extremidades em um vértice do triângulo e no ponto médio do lado oposto ao ângulo. Como na Figura 20.

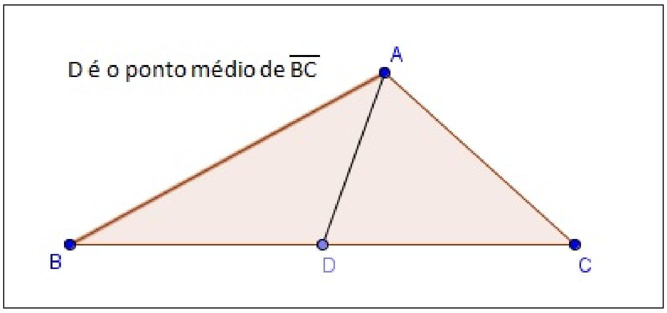


Figura 20: Mediana de um triângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Altura:** é o segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado pelo vértice oposto. Na Figura 21 o segmento AD é a altura dos triângulos.

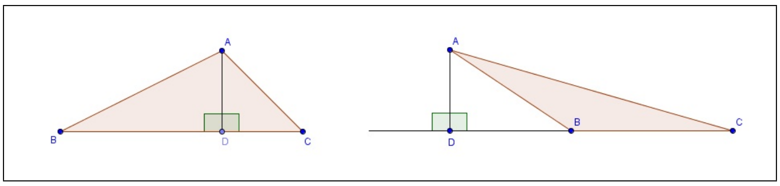


Figura 21: Altura de um triângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

Classificação dos triângulos quanto aos seus lados:

- **Escaleno**: possui três lados não congruentes, ou seja, três lados com medidas diferentes.

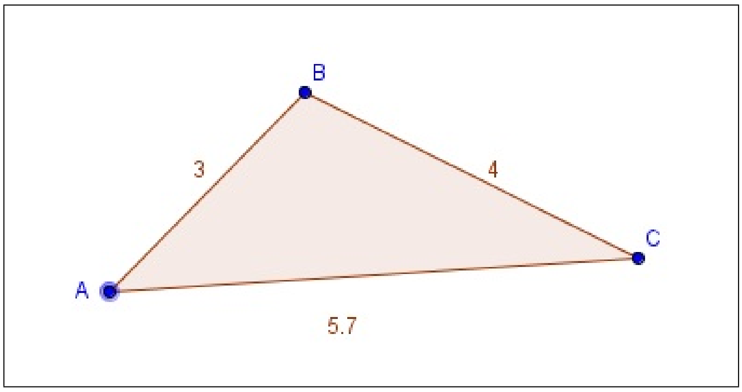


Figura 22: Triângulo escaleno
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Isósceles:** possui dois lados congruentes, ou seja, dois lados com medidas iguais. O terceiro lado é chamado de base.

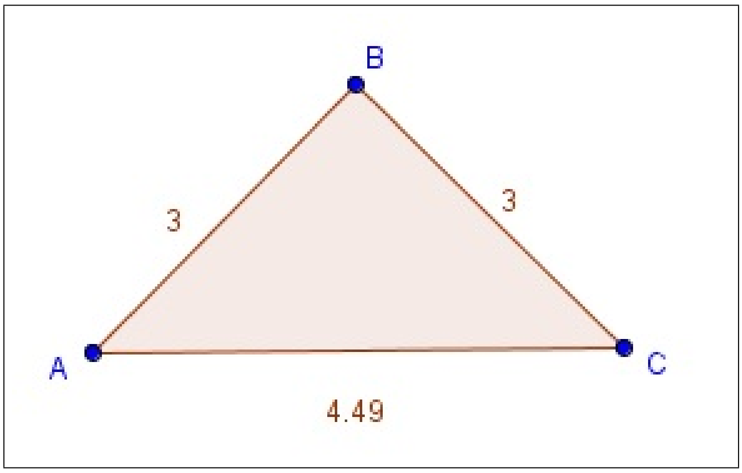


Figura 23: Triângulo isósceles
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Equilátero**: possui três lados congruentes, ou seja, três lados com medidas iguais.

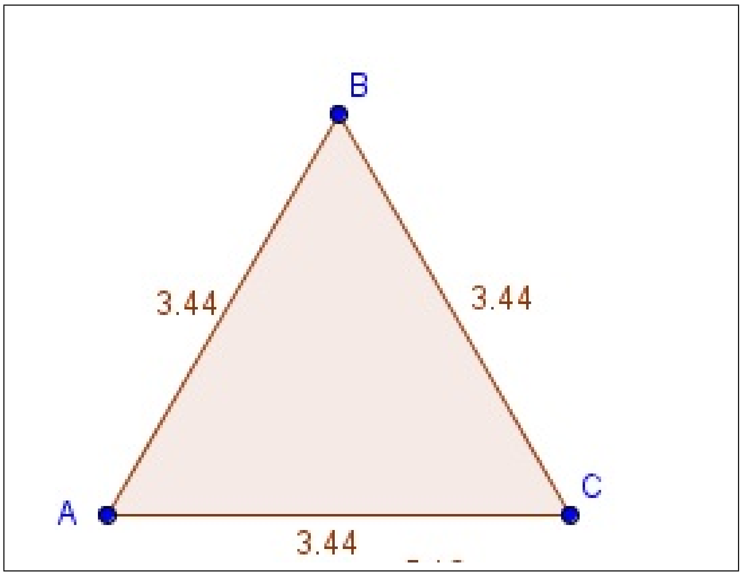


Figura 24: Triângulo equilátero
Fonte: Elaborada pela Autora

Classificação dos triângulos quanto aos seus ângulos:

- **Obtusângulo:** possui um ângulo obtuso.

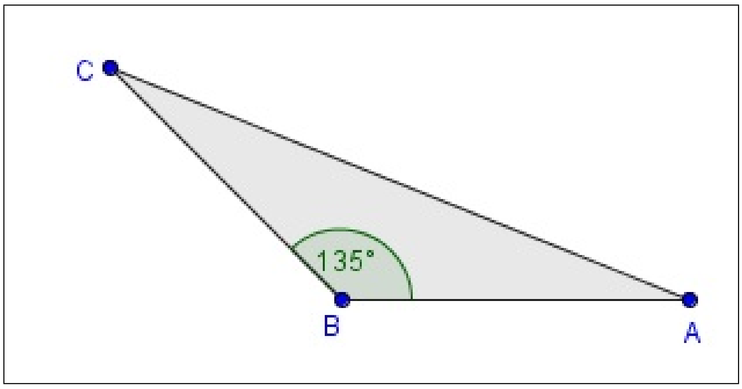


Figura 25: Triângulo obtusângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Retângulo:** possui um ângulo reto.

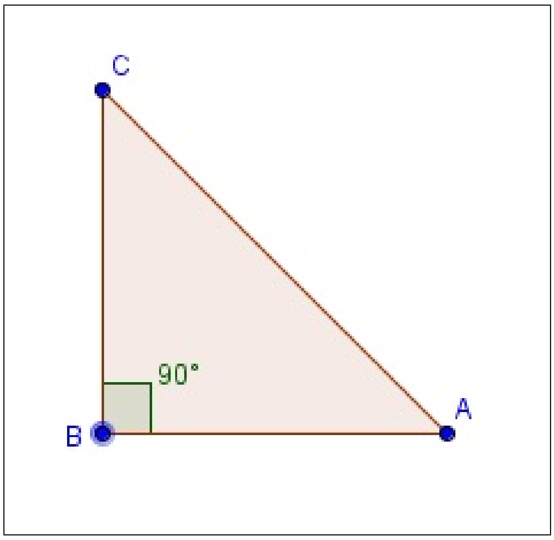


Figura 26: Triângulo retângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

- **Acutângulo:** possui os três ângulos agudos.

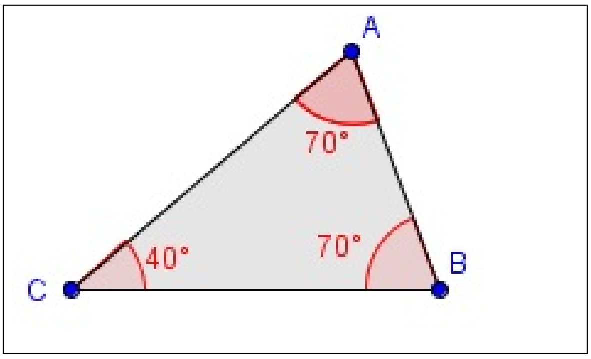


Figura 27: Triângulo acutângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

1.4.1 Triângulos Congruentes

Definição 1.5. *Dois triângulos são congruentes quando for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que: seus lados são ordenadamente congruentes aos lados do outro e seus ângulos são ordenadamente congruentes aos ângulos do outro.*

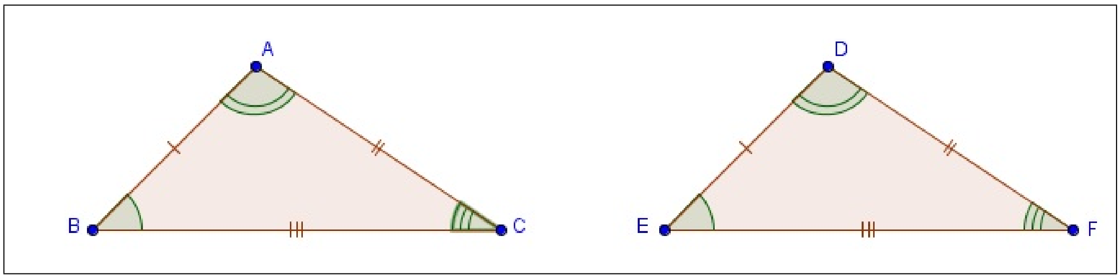


Figura 28: Triângulos congruentes
Fonte: Elaborada pela Autora

No caso da Figura 28 a correspondência é: $A \longleftrightarrow D$, $B \longleftrightarrow E$ e $C \longleftrightarrow F$.

1^o **Caso de Congruência de Triângulos (LAL)- Axioma**

Se dois triângulos possuem ordenadamente congruentes dois lados e o ângulo compreendido entre eles, então estes triângulos são congruentes.

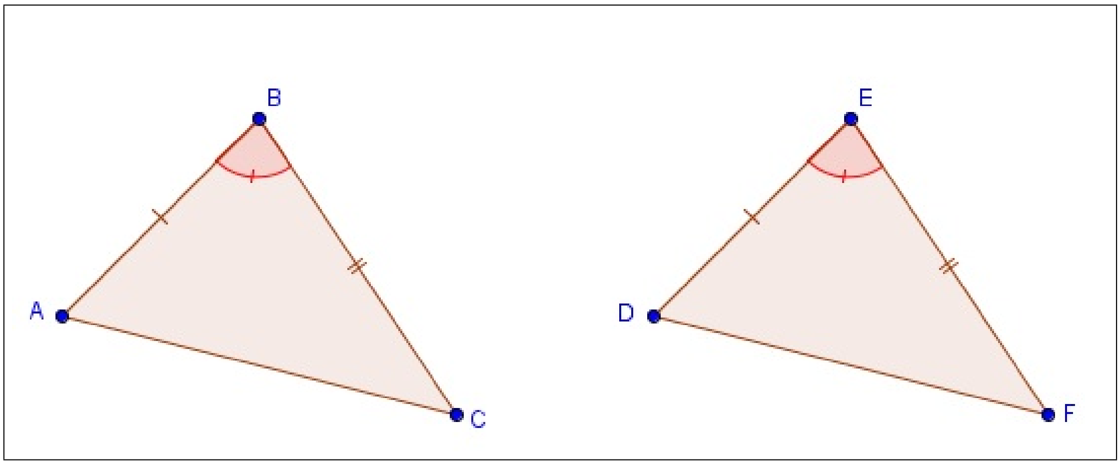


Figura 29: Triângulos congruentes caso-LAL
Fonte: Elaborada pela Autora

Teorema 1.6. 2^o *Caso de Congruência de Triângulos (ALA)*

Se dois triângulos possuem ordenadamente congruentes dois ângulos e o lado compreendido entre eles, então estes triângulos são congruentes.

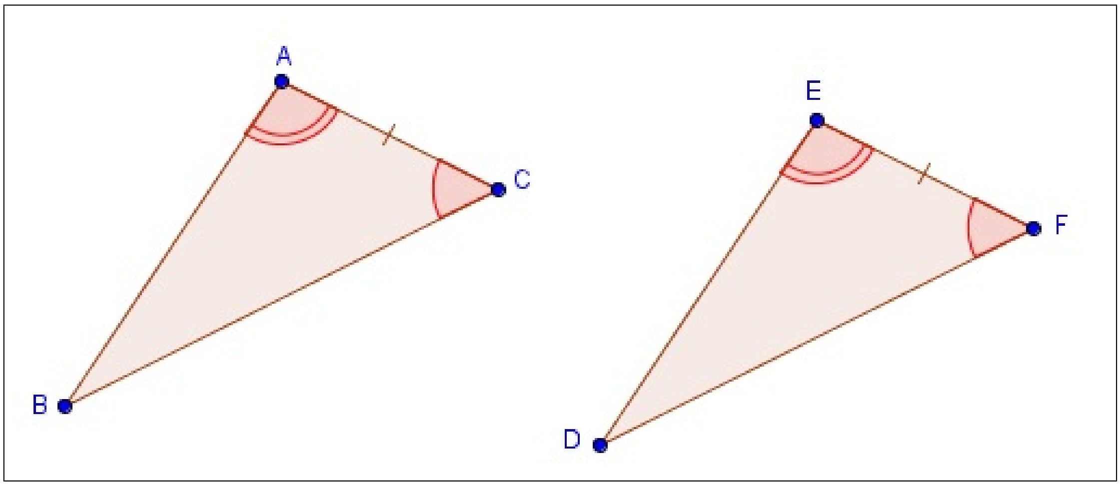


Figura 30: Triângulos congruentes caso-ALA
Fonte: Elaborada pela Autora

Teorema 1.7. *3º Caso de Congruência de Triângulos(LLL)*

Se dois triângulos possuem ordenadamente congruentes três lados, então estes triângulos são congruentes.

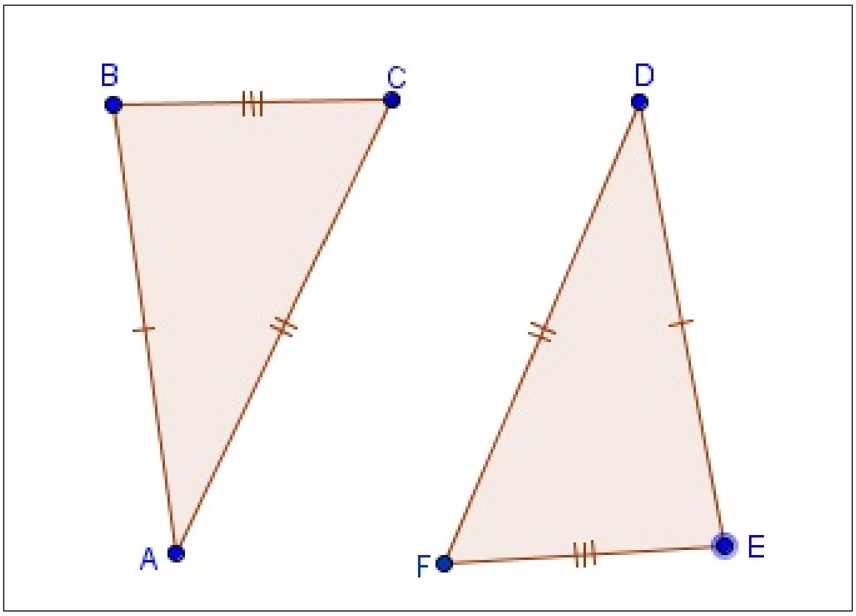


Figura 31: Triângulos congruentes caso-LLL
Fonte: Elaborada pela Autora

Teorema 1.8. *4º Caso de Congruência de Triângulos (LAA_o)*

Se dois triângulos possuem ordenadamente congruentes um lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado, então estes triângulos são congruentes.

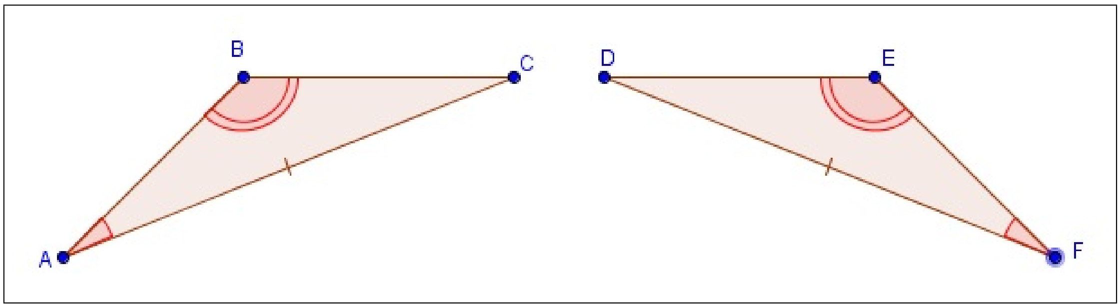


Figura 32: Triângulos congruentes caso-LAA_o
Fonte: Elaborada pela Autora

1.4.2 Triângulo Isósceles

Teorema 1.9. *Em um triângulo isósceles os ângulos da base são congruentes.*

Demonstração

Considere o triângulo ABC com base BC.

Hipótese: Dois lados iguais, ou seja, $AB = AC$.

Tese: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

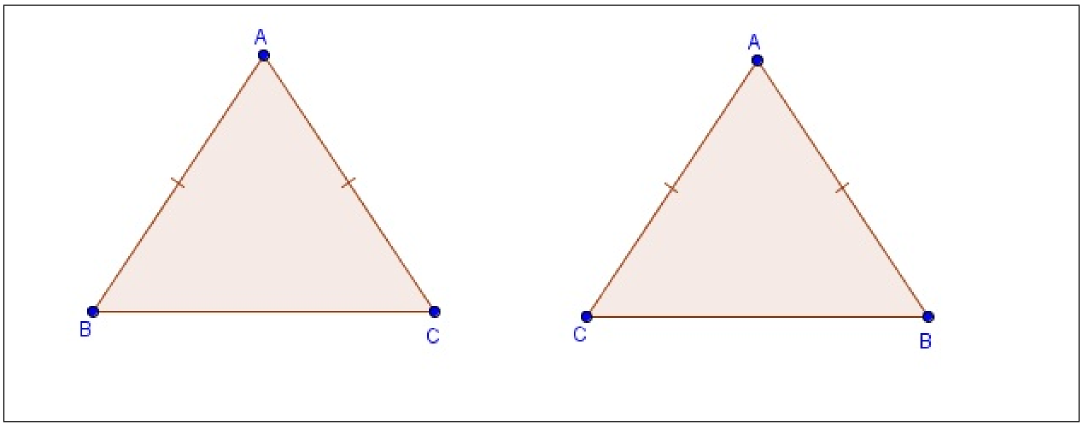


Figura 33: Triângulos isósceles-1
Fonte: Elaborada pela Autora

Comparando o triângulo ABC com o triângulo ACB, tem-se:

$$\begin{cases} AB = AC \\ \widehat{BAC} = \widehat{CAB} \\ AC = AB \end{cases}$$

Logo, pelo caso LAL os triângulos são congruentes, com isso os ângulos correspondentes são iguais.

Portanto, $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Teorema 1.10. *Se um triângulo possui dois ângulos congruentes, então este triângulo é isósceles.*

Demonstração

Considere o triângulo ABC.

Hipótese: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Tese: Triângulo isósceles, ou seja, dois lados iguais ($AB = AC$).

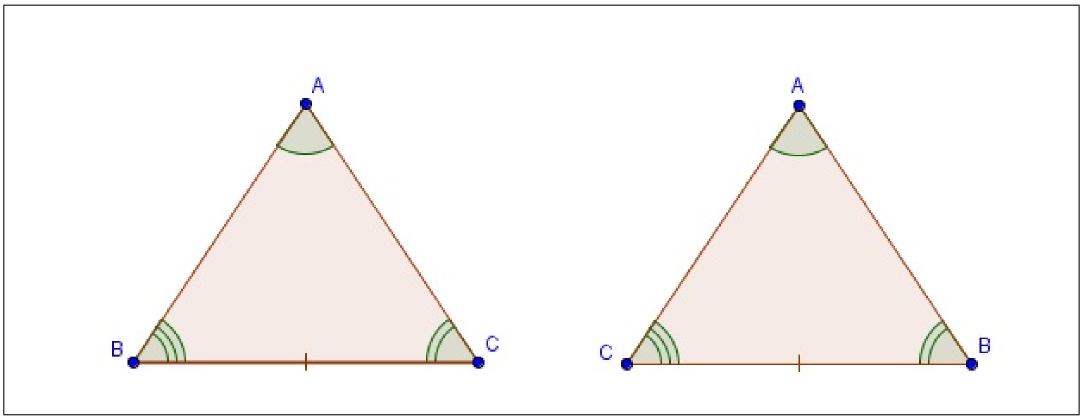


Figura 34: Triângulos isósceles-2
Fonte: Elaborada pela Autora

Comparando o triângulo ABC com o triângulo ACB, temos:

$$\begin{cases} \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \\ BC = CB \\ \widehat{ACB} = \widehat{ABC} \end{cases}$$

Logo, pelo caso ALA os triângulos são congruentes, com isso os lados correspondentes são iguais, ou seja, $AB = AC$.

Portanto, o triângulo é isósceles.

1.4.3 Teoremas sobre ângulo externo e interno de um triângulo

Teorema 1.11. *Um ângulo externo de um triângulo é maior que qualquer um dos ângulos internos a ele não adjacentes.*

Demonstração:

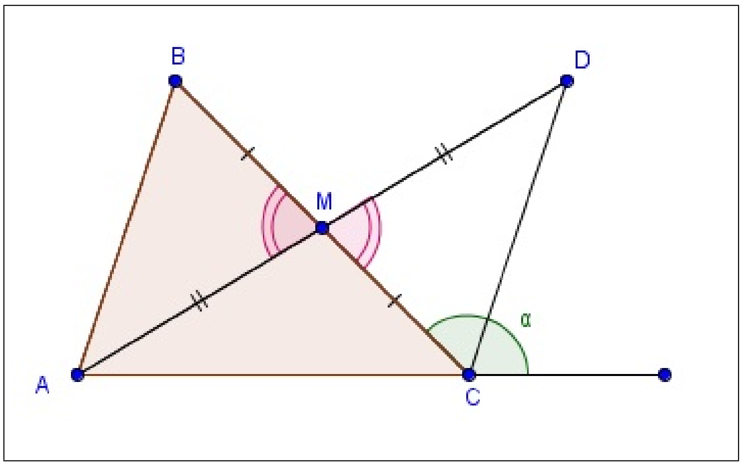


Figura 35: Teorema do ângulo externo
Fonte: Elaborada pela Autora

Considere o triângulo ABC como na Figura 35, onde α é o ângulo externo adjacente ao ângulo $\hat{C}$.

Tese: $\alpha > \widehat{BAC}$ e $\alpha > \widehat{ABC}$.

Trace um segmento $\overline{AD}$, passando pelo ponto médio M do LADO $\overline{BC}$, de tal forma que $\overline{AM} = \overline{MD}$.

Analisando os triângulos ABM e DCM na Figura 35, temos

$$\begin{cases} BM = MC, & \text{pois M é ponto médio de BC} \\ \widehat{BMA} = \widehat{DMC}, & \text{pois são opostos pelo vértice} \\ AM = MD, & \text{por construção} \end{cases}$$

Logo, pelo caso LAL os triângulos ABM E DCM são congruentes, com isso os ângulos correspondentes são iguais, ou seja, $\widehat{ABM} = \widehat{MCD}$.

Como $\alpha > \widehat{MCD}$, então $\alpha > \widehat{ABM} = \widehat{ABC}$.

Portanto, $\alpha > \widehat{ABC}$

Da mesma forma, concluímos $\alpha > \widehat{BAC}$

Logo, o ângulo externo é maior que os ângulos internos a ele não adjacente.

Teorema 1.12. *A soma dos ângulos internos de um triângulo é* 180^o.

Demonstração

Seja ABC um triângulo qualquer com ângulos internos α, θ e δ. Pelo vértice A trace uma reta r paralela ao lado $\overline{BC}$. Com isso, no vértice A obtemos os três ângulos: β, α e λ, como na Figura 36.

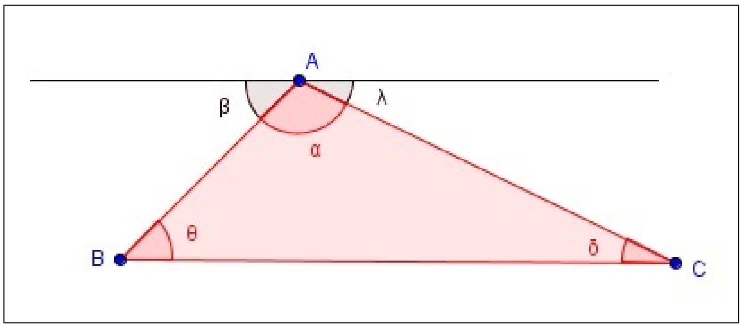


Figura 36: Soma dos ângulos internos de um triângulo
Fonte: Elaborada pela Autora

Sabe-se que: $\beta + \alpha + \lambda = 180^o$.

Como a reta r e o lado $\overline{BC}$ são paralelos, então $\overline{BA}$ e $\overline{CA}$ são transversais, logo $\beta = \theta$ e $\lambda = \delta$, pois são ângulos alternos internos.

Portanto, $\alpha + \delta + \theta = 180^o$, ou seja, a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180^o.

Corolário 1.1. *Em um triângulo há pelo menos um ângulo agudo.*

Demonstração

Suponha-se por absurdo, que um triângulo possui dois ângulos não agudos, ou seja, dois ângulos cuja a medida é maior ou igual a 90^o. Assim, a soma dos três ângulos internos é maior de 180º, logo tem uma contradição, pois a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

Portanto, há pelo menos um ângulo agudo em um triângulo.

Corolário 1.2. *A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual a soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.*

Demonstração

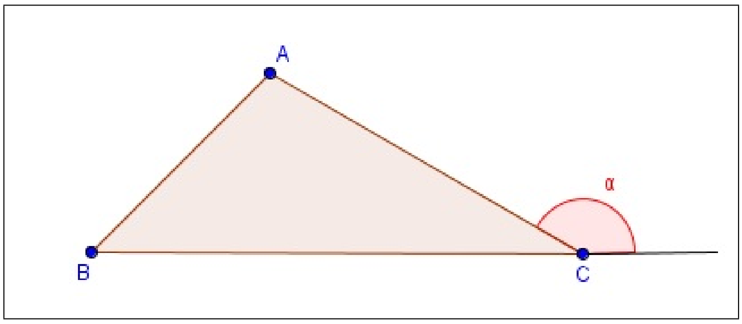


Figura 37: Ângulo externo
Fonte: Elaborada pela Autora

Seja ABC um triângulo e α um ângulo externo adjacente ao ângulo $\widehat{ACB}$, como na Figura 37.

Pelo Teorema 1.12, temos que $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^o$.

Como os ângulos $\widehat{ACB}$ e α são suplementares, então $\widehat{ACB} + \alpha = 180^o$. Assim obtemos:

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^o = \widehat{ACB} + \alpha$$

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{ACB} + \alpha$$

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} = \alpha$$

Portanto, a medida do ângulo externo é igual a soma dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Teorema 1.13. *A soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo é* 360º.

Demonstração

Considere o triângulo ABC com ângulos externos α, θ e β.

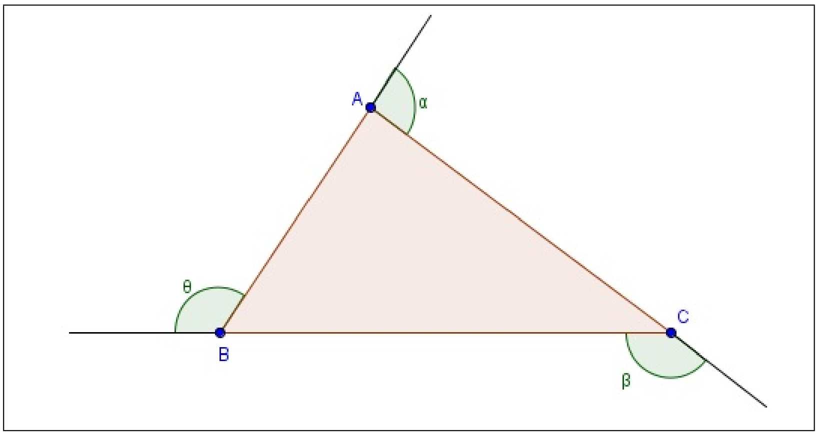


Figura 38: Ângulo externo
Fonte: Elaborada pela Autora

Temos que o ângulo interno e o externo a ele adjacentes são suplementares, ou seja,

$$\widehat{BAC} + \alpha = 180^o$$
$$\widehat{ABC} + \theta = 180^o$$
$$\widehat{ACB} + \beta = 180^o$$

Somando essas três equações, obtemos:

$$\widehat{BAC} + \alpha + \widehat{ABC} + \theta + \widehat{ACB} + \beta = 180^o + 180^o + 180^o$$
$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \alpha + \theta + \beta = 180^o + 180^o + 180^o$$

Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180^o, ou seja $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^o$, temos

$$180^o + \alpha + \theta + \beta = 180^o + 180^o + 180^o$$
$$\alpha + \theta + \beta = 180^o + 180^o + 180^o - 180^o$$
$$\alpha + \theta + \beta = 180^o + 180^o$$
$$\alpha + \theta + \beta = 360^o$$

Portanto, a soma das medidas dos ângulos externos é 360^o.

1.4.4 Desigualdade Triangular

Para demonstrar o teorema sobre desigualdade triangular precisa-se de alguns teoremas que estão enunciados abaixo.

Teorema 1.14. *Se dois lados de um triângulo não são congruentes, então os ângulos opostos a eles não são congruentes e o maior deles está oposto ao maior lado.*

Teorema 1.15. *Se dois ângulos de um triângulo não são congruentes, então os lados opostos a eles não são congruentes e o maior deles está oposto ao maior ângulo.*

Teorema 1.16. *Em um triângulo a soma das medidas de dois lados é sempre maior que a medida do terceiro lado.*

Demonstração:

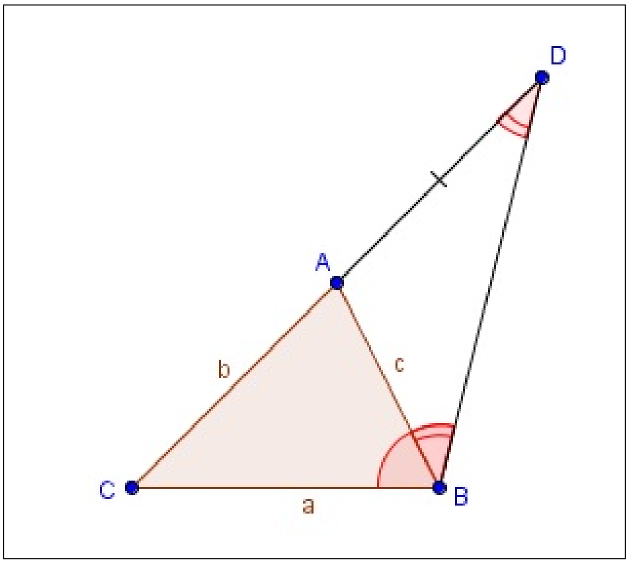


Figura 39: Desigualdade triangular

Fonte: Elaborada pela Autora

Hipótese: a, b e c lados de um triângulo.

Tese: $a < b + c$, $b < a + c$ e $c < a + b$.

Seja ABC um triângulo com lados a, b e c. Considere o ponto D pertencente a semirreta $\overrightarrow{CA}$ de tal forma que $AB = AD$, como na Figura 39. Daí,

$$\overline{DC} = \overline{DA} + \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AC}$$

Observe que o triângulo ABD é isósceles de base BD, com isso os ângulos $\widehat{ABD}$ e $\widehat{ADB}$ são congruentes.

Analisando a Figura 39, tem-se que:

$$\widehat{CBD} = \widehat{CBA} + \widehat{ABD} = \widehat{CBA} + \widehat{ADB} = \widehat{CBA} + \widehat{cdb}$$
$$\widehat{CBD} > \widehat{CDB}$$

Pelo Teorema 1.15, tem-se que o maior lado se opõe ao maior ângulo, e como $\widehat{CBD} > \widehat{CDB}$, então $c + b > a$. Analogamente, mostra-se os outros casos.

Portanto, a soma de dois lados de um triângulo é sempre maior que o terceiro lado.

2 Princípios metodológicos no ensino de triângulos

A matemática é uma disciplina na qual a maioria dos alunos tem consciência de sua importância e de quanto ela é usada no dia-a-dia, mas a maior parte dos alunos não a compreende.

Rebelo [18] reforça alguns problemas: o professor cobra e o aluno se restringe apenas em memorizar o que é cobrado. Neste processo o aluno não é levado a raciocinar e investigar o conteúdo; o aluno deve se adequar ao conteúdo, e quando isso não ocorre o aluno não compreende a matéria e as vezes passa a "odiá-la"; o professor é visto simplesmente como transmissor do conhecimento, mostrando a utilidade das fórmulas e regras matemáticas.

Segundo Lima (2001) [15],

> Quanto ao ensino, não há mistério nem milagre. O bom professor é aquele que vibra com a matéria que ensina, conhece muito bem o assunto e tem um desejo autêntico de transmitir esse conhecimento, portanto se interessa pelas dificuldades de seus alunos e procura colocar-se no lugar deles, entender seus problemas e ajudar a resolvê-los. Não há fórmulas mágicas para ensinar a matemática. Não há caminhos reais, como Euclides já dizia a Ptolomeu. A única saída é o esforço honesto e o trabalho persistente. Não só para aprender Matemática, mas para tudo na vida. (pág. 63)

Para conseguirmos sanar um pouco desses problemas, é necessário estimular a imaginação dos alunos, adequar o conteúdo ao seu contexto social e explorar equivalências da disciplina com a realidade ampliando o processo de aprendizagem e descoberta. Além disso, instigar o aluno a desenvolver um raciocínio dedutivo, a debater ideias para desenvolver o raciocínio é muito importante, pois desperta o interesse do aluno para a matemática. Para que isso ocorra, o professor deve ser um mediador entre a matemática e o estudante, contribuindo para um aprendizado significativo.

No primeiro momento deste capítulo foi feita uma descrição física do Centro Educacional onde foi aplicado o desenvolvimento metodológico. Em seguida, caracterizou-se a turma que foi selecionada para a aplicação do mesmo.

Por último, apresentou-se os métodos e as metodologias usadas no desenvolvimento deste trabalho e suas importâncias para o ensino e aprendizado.

2.1 Caracterização da escola campo

A escola em que a pesquisa se desenvolveu foi Centro Educacional Dona América Guimarães, localizado no Bairro Arapoanga, de Planaltina, no Distrito Federal, onde a vizinhança é totalmente residencial. Trata-se de uma escola nova na região, pois foi inaugurada no dia 19 agosto de 2009.

Figura 40: Faixada do colégio
Fonte: Foto Tirada pela Autora

Este centro educacional possui vinte e quatro (24) salas de aulas, além das salas de coordenação, de direção, dos professores e da secretaria. possui também um laboratório de informática, uma biblioteca e uma quadra de esportes.

O corpo discente é formado por dois mil e trezentos e setenta (2370) alunos, distribuídos nos três turnos. No Matutino doze (12) salas de ensino médio e doze (12) salas do ensino fundamental (8^{os} anos e $9^{os} anos$), no vespertino tem-se treze (13) salas de 7^{os} anos e onze (11) salas de 6^{os} anos, totalizando assim vinte quatro (24) salas, e no período noturno, funciona a Educação de Jovens e Adultos (EJA). O corpo docente é constituído por oitenta e oito (88) professores, dos quais oito (8) lecionam matemática.

Foi selecionada para aplicação deste trabalho uma turma de 7^{o} ano, ou seja, uma turma que estuda no período vespertino.

2.1.1 Perfil da turma selecionada

A turma selecionada foi o 7º ano I, que possui trinta e quatro (34) alunos, em que vinte e um (21) são meninas e treze (13) são meninos, sendo que dois (2) destes alunos são infrequentes. A idade dos alunos desta turma varia entre doze (12) e quatorze (14) anos.

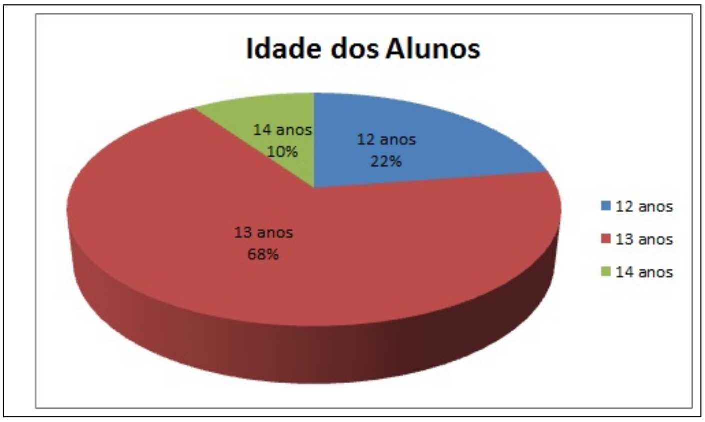


Figura 41: Idade dos alunos
Fonte: Dados Coletados pela Autora

De acordo com o que os alunos responderam no questionário (Apêndice D), pode-se observar nos gráficos 42 e 43 vários resultados encontrados.

Uma das perguntas foi: Qual é a disciplina que eles mais gostam de estudar? Observe na Figura 42.

Figura 42: Disciplina que gosta de estudar
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Quando pergunta-se aos alunos como eles gostariam que fossem as aulas de matemática, as sugestões para melhorar as aulas foram várias, observe na Figura 43.

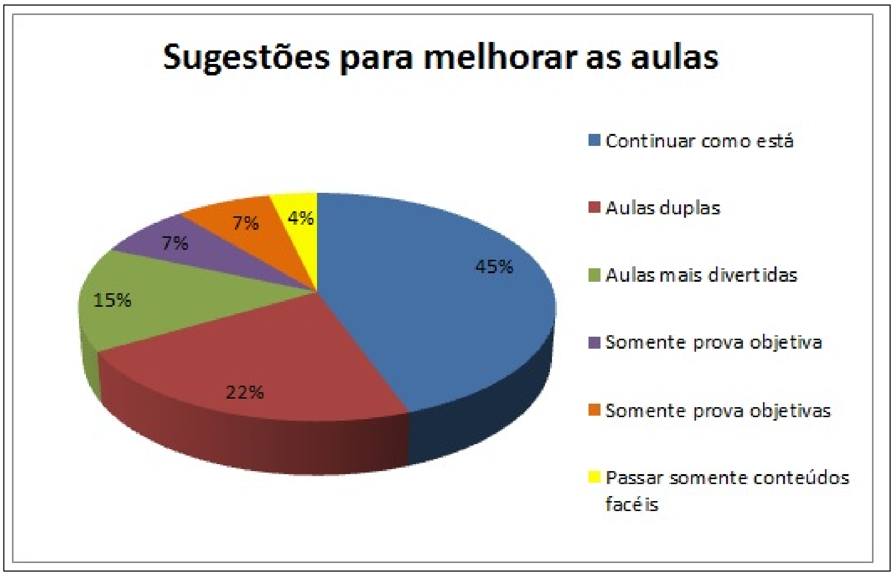


Figura 43: Sugestões para as aulas de matemática
Fonte: Dados Coletados pela Autora.

Foi observado ainda que os alunos não estudam fora da sala de aula ou estudam no máximo uma hora por dia, destinando-se esta hora para resoluções de deveres de casa, ou seja, os alunos estudam somente o que é cobrado pelo professor, não buscam e nem têm interesse em pesquisar e descobrir coisas novas.

Sabe-se que a matemática foi e ainda continua sendo a disciplina que os alunos mais "temem". Por essa razão, perguntou-se a eles, no questionário, qual é sua maior dificuldade em compreendê-la. Observe a análise das respostas na Figura 44.

Portanto, conclui-se que apesar da maioria dos alunos gostarem de matemática, questionarem e discutirem o conteúdo com o professor, eles enfrentam dificuldades em compreender o conteúdo. Além disso, não conseguem interpretar de forma correta as atividades propostas, e mesmo com tantas dificuldades eles não têm interesse em estudar fora da sala de aula.

Na próxima seção serão apresentados métodos e metodologias usados na aplicação deste trabalho.

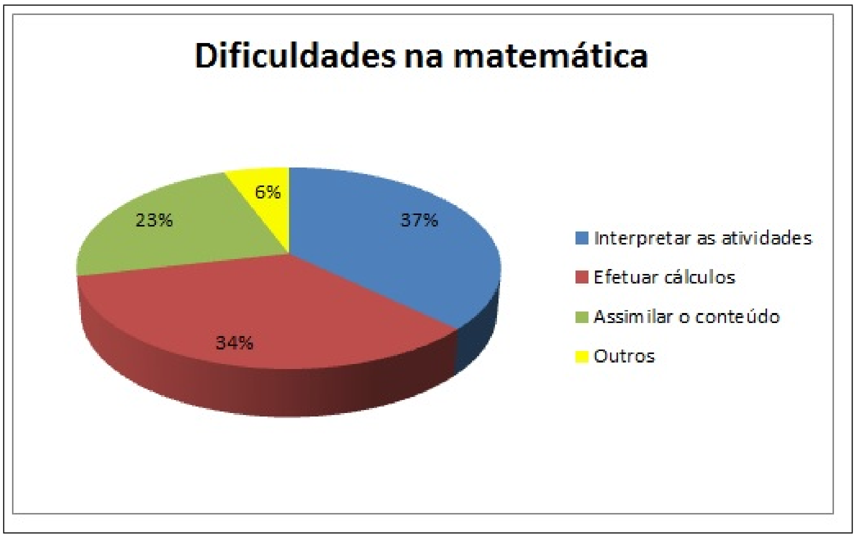


Figura 44: Dificuldades na matemática
Fonte: Dados Coletados pela Autora

2.1.2 Método/metodologia

A geometria euclidiana é a principal geometria estudada pelos alunos no ensino fundamental e médio. A maioria dos professores aborda este conteúdo como algo estabelecido e sem vínculo com a realidade, dando ênfase na teoria, desvalorizando assim os atos intuitivos e dedutivos que valorizam o processo de aprendizagem.

O estudo da geometria no ensino fundamental e médio deve ser resgatado, pois este importante ramo da matemática vem sendo deixado de lado por vários motivos, alguns deles são:

- O professor não se identifica com o conteúdo.
- Falta de tempo, pois os professores dão ênfase aos outros ramos da matemática.
- O professor não consegue relacionar a geometria com o dia-a-dia do aluno.

Uma das metodologias utilizadas neste trabalho é o uso de material concreto em sala de aula, pois, nesses níveis de ensino, a maior dificuldade dos alunos em relação a matemática é a sua abstração.

No processo de ensino e aprendizagem é importante para os alunos o aspecto visual, pois o estimulará a pensar e a raciocinar matematicamente, ajudando a deduzir os conceitos matemáticos. Além disso, usa-se construções geométricas, ou figuras geométricas para conseguir entender, compreender, ou, até mesmo, demonstrar e generalizar teoremas.

O uso do material concreto pode vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse dos alunos, ou no final, com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades.

Observa-se que a educação por meio de atividades lúdicas vem estimulando as relações cognitivas, além de proporcionar atitudes críticas.

Outra metodologia que será usada neste trabalho é a redação matemática.

De acordo com Faria (1998) [11],

> A redação matemática, envolve os três planos do discurso (oral, interior e verbal), tem o papel de ajudar professor e alunos a construírem significados e generalizações conceituais significativos. Através da fala, da escrita, do passar a limpo, do refazer, do explicar e reexplicar, do construir e reconstruir, do dialogar, do questionar, do escrever e reescrever, o aluno faz conjecturas, cria argumentos, delimita significados, faz generalizações, destrói equívocos e, portanto, realmente constrói conceitos. (pág. 29)

Para um melhor aprendizado, o professor não deve restringir o processo de construção da linguagem matemática apenas em uma atividade individual, ou seja, é necessário desenvolver estratégias para que os alunos possam registrar o ocorrido em sala, o que aprenderam, quais suas maiores dificuldades, que estratégia usou para resolver um determinado exercício ou problema.

Acredita-se que a redação matemática é um método de ensino muito importante, tanto para o professor, que terá mais facilidade em perceber se o conteúdo está sendo entendido da forma correta, quanto para os alunos, pois no processo de fazer, dialogar e refletir, o conteúdo será assimilado com mais facilidade.

3 Análise dos dados coletados

Neste capítulo, foi feita uma análise dos dados coletados. Foram destacados os pontos positivos e os negativos da aplicação desses métodos e metodologias. Além disso, foi descrito como ocorreu cada aula, como foi o uso do material concreto, a elaboração das redações matemáticas e a relação dos alunos entre si e com os métodos e metodologias adotados.

Por último, foi apresentado os resultados obtidos na aplicação da proposta. Foi analisado se estes métodos e metodologias foram favoráveis ao desenvolvimento intelectual e escolar dos alunos desta turma.

3.1 As aulas

Nesta seção foi feita uma descrição sobre a aplicação e o desenvolvimento desses métodos em sala de aula.

A aplicação em sala de aula começou no dia 08 de outubro de 2014 e encerrou no dia 24 de outubro de 2014. Foram ministradas nove (9) aulas com duração de quarenta e cinco (45) minutos cada aula. No total foram realizados sete (7) encontros.

Na primeira aula, foi aplicado o questionário (Apêndice D). Com a primeira parte do questionário tinha-se o intuito de conhecer melhor os alunos da turma. Para isso, foram feitas algumas perguntas como: "Você gosta de estudar?", "Qual disciplina que mais gosta?", "Qual disciplina que você menos gosta?", "O que você mudaria para melhorar as aulas de matemática?", "Você estuda fora da sala de aula? Quanto tempo por dia?", "O que você tem mais dificuldade na matemática?". As respostas destas questões foram mostradas nos gráficos do capítulo anterior.

O objetivo da segunda parte do questionário foi o de identificar o que os alunos compreendiam sobre triângulos, ou seja, definição, elementos, classificação e as principais propriedades de um triângulo.

Nesta parte havia doze questões sobre geometria, mais especificamente sobre triângulos. Este questionário foi aplicado com as seguintes instruções: o aluno deverá responder o questionário individualmente e caso não saiba responder uma questão, o aluno deverá deixá-la em branco.

Com essas instruções, analisou-se que a maioria dos alunos responderam as três primeiras perguntas com sucesso, pois estas implicam em respostas pessoais.

Foi feito uma média entre acertos, erros e questões que não foram respondidas dentre essas três primeiras perguntas.

O resultado pode ser visualizado na Figura 45.

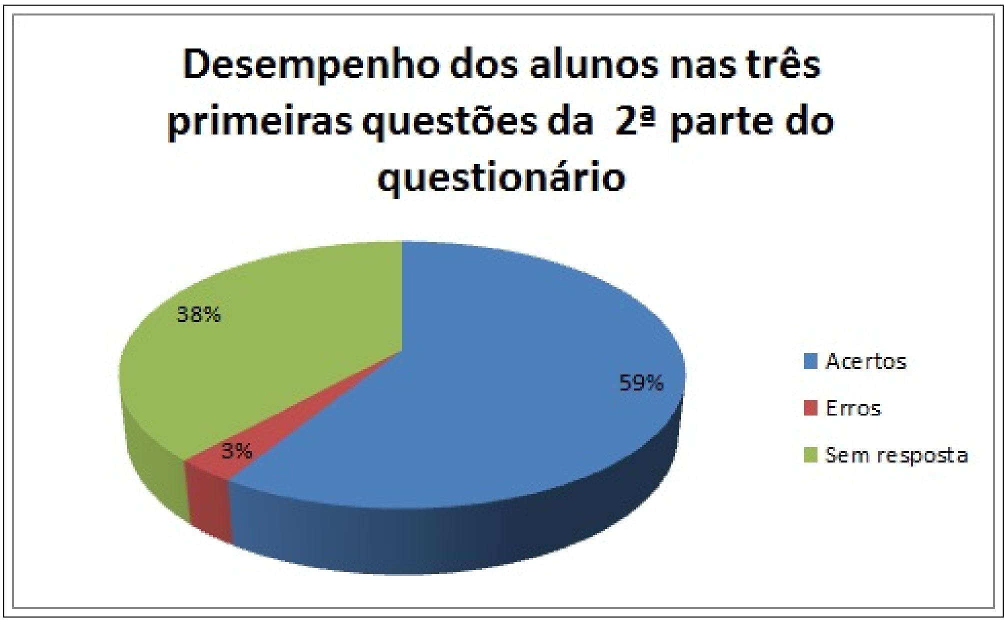
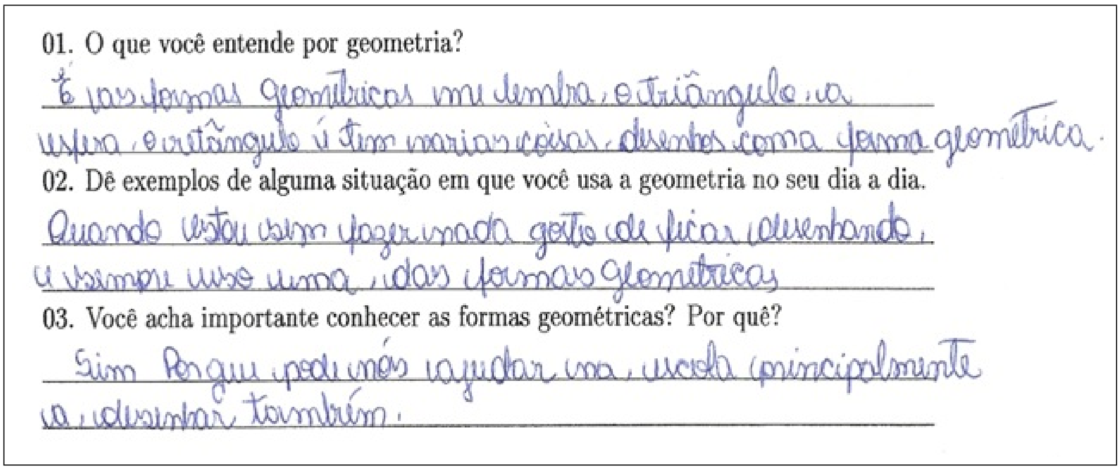


Figura 45: Resultados das três primeiras questões da 2^a parte do questionário
Fonte: Dados Primários Coletados pela Autora

Observe na Figura 46 as respostas de um aluno das três primeiras perguntas da segunda parte do questionário.



01. O que você entende por geometria?

É as formas geométricas me lembra, o triângulo, a esfera, o retângulo e tem varias coisas, desenhos com a forma geométrica.

02. Dê exemplos de alguma situação em que você usa a geometria no seu dia a dia.

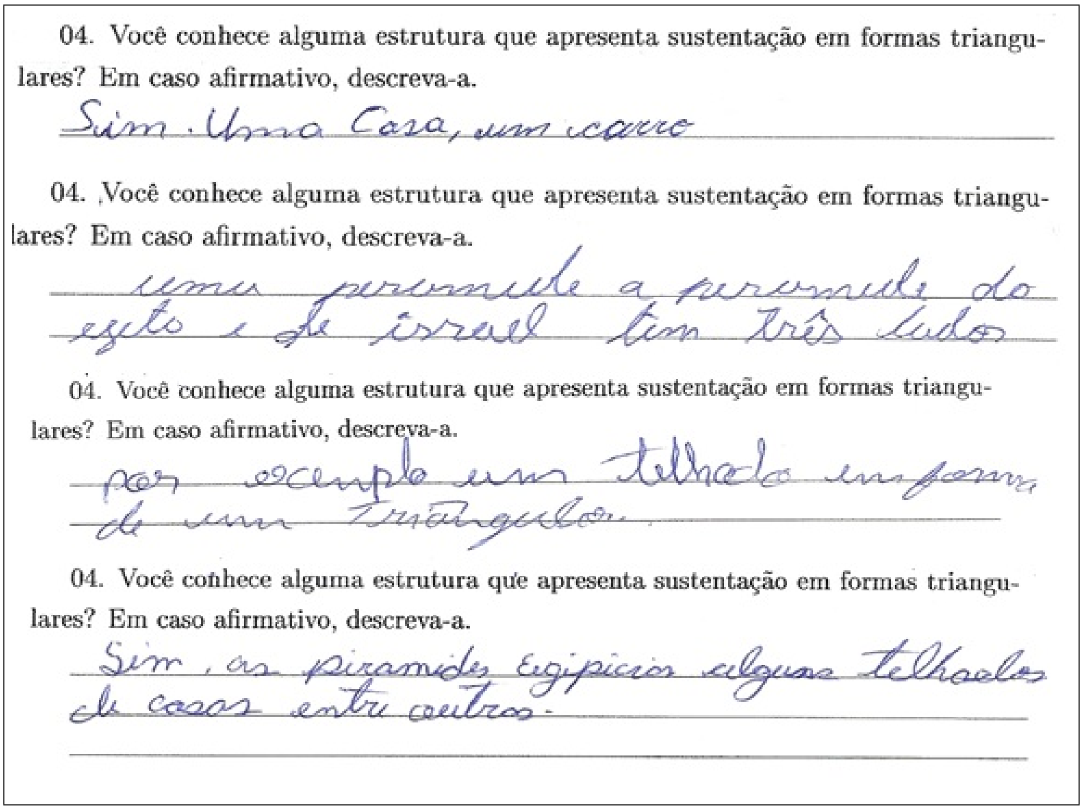
Quando estou sem fazer nada gosto de ficar desenhando, e sempre uso uma das formas geométricas

03. Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

Sim Porque pode nós ajudar na escola principalmente a desenhar também.

Figura 46: Resposta de um aluno das três primeiras questões
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Na quarta questão foi feita a seguinte pergunta: "Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a". Dos trinta e quatro (34) alunos dessa turma, dezoito (16) não responderam, doze (12) não conhecem tal estrutura e somente quatro (4) responderam que conhecem uma estrutura que usa formas triangulares para sustentação. Observe as quatro respostas na Figura 47.


04. Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

Sim. Uma Casa, um carro

04. Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

uma piramide a piramide do egito e de israel tem três lados

04. Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

por exemplo um telhado em forma de um triângulo.

04. Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

Sim, as piramides egipicias alguns telhados de casas entre outros.

Figura 47: Respostas da quarta questão do questionário
Fonte: Dados Coletados pela Autora

As outras oito questões, somente a pergunta "O que é triângulo?" foi respondida corretamente pela maioria dos alunos. Com relação as demais questões, a maior parte dos alunos ou deixaram sem fazer ou responderam errado.

No segundo encontro, apresentou-se alguns slides sobre a importância do triângulo na vida humana. Nesta aula, mostrou-se o triângulo de descarga, que era muito usado pelos gregos na antiguidade para dar sustentação às construções. Além disso, mostrou-se várias construções modernas nas quais os triângulos predominam, por este ser um polígono rígido.

Frisou-se, através de figuras, o uso do triângulo no dia a dia, como por exemplo: nos barcos, nos postes, no telhado das casas, nas pontes, nas construções antigas e modernas, entre outras. Veja as Figuras 48 e 49.

Figura 48: Triângulo de descarga
Fonte: www.prof2000.pt

Figura 49: Poste de alta tensão
Fonte: www.prof2000.pt

Em seguida, foram definidos e especificados os elementos de um triângulo, como vértice, lados, ângulos internos e ângulos externos.

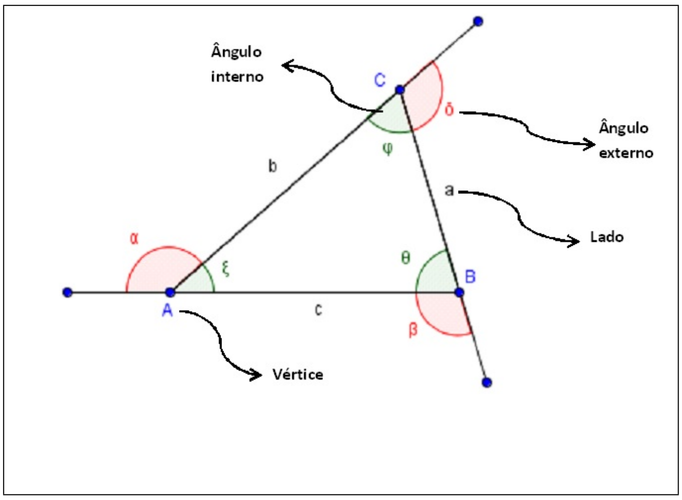
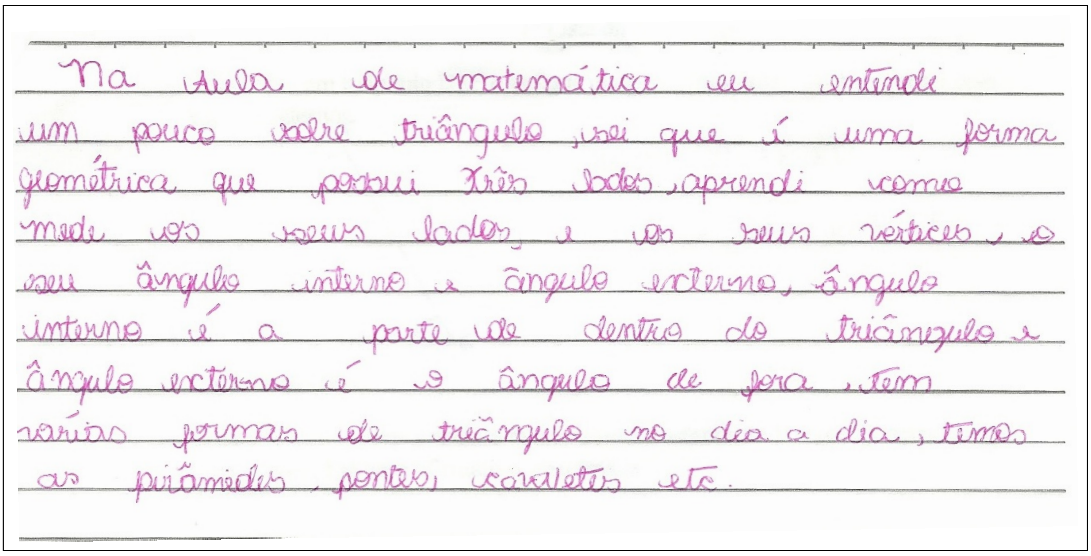


Figura 50: Triângulo e seus elementos
Fonte: Elaborada pela Autora

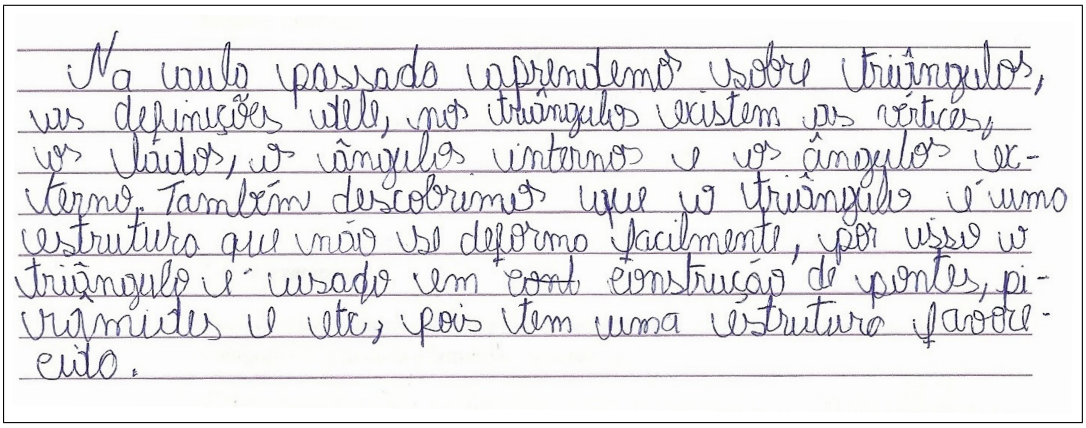
Para encerrar este encontro, foi entregue aos alunos uma lista de exercícios, que foi posteriormente corrigida. Em seguida, pediu-se para que os alunos escrevessem uma pequena redação matemática, com o intuito de contar para uma pessoa como foi essa aula, o que aprenderam, o que não conseguiram compreender, se gostaram ou não.

Veja duas dessas redações matemáticas nas Figuras 51 e 52.



Na aula de matemática eu entendi um pouco sobre triângulo, sei que é uma forma geométrica que possui três lados, aprendi como mede os seus lados e os seus vértices, o seu ângulo interno e ângulo externo, ângulo interno é a parte de dentro do triângulo e ângulo externo é o ângulo de fora, tem várias formas de triângulo no dia a dia, temos as pirâmides, pontes, cavaletes etc.

Figura 51: Redação matemática de um aluno
Fonte: Dados Coletados pela Autora



Na aula passada aprendemos sobre triângulos, as definições dele, nos triângulos existem os vértices, os lados, os ângulos internos e os ângulos externo. Também descobrimos que o triângulo é uma estrutura que não se deforma facilmente, por isso o triângulo é usado em ~~cont~~ construção de pontes, pirâmides e etc, pois tem uma estrutura favorecido.

Figura 52: Redação matemática de um aluno
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Analisando as redações matemáticas, percebeu-se que os alunos gostaram da aula, pois foi ministrada de forma diferenciada. Além disso, o conteúdo ficou claro para a maioria deles, ou seja, o encontro foi produtivo como o esperado.

No terceiro encontro, foi ministrada a aula sobre a classificação dos triângulos, quanto aos lados e ângulos. Em seguida, aplicou-se uma lista de exercícios referente a este conteúdo e por último distribui-se aos alunos um papel quadriculado, para que os mesmos desenhassem um triângulo escaleno, um isósceles, um equilátero, um acutângulo, um obtusângulo e um retângulo. Observe na Figura 53 a solução apresentada por um dos alunos.

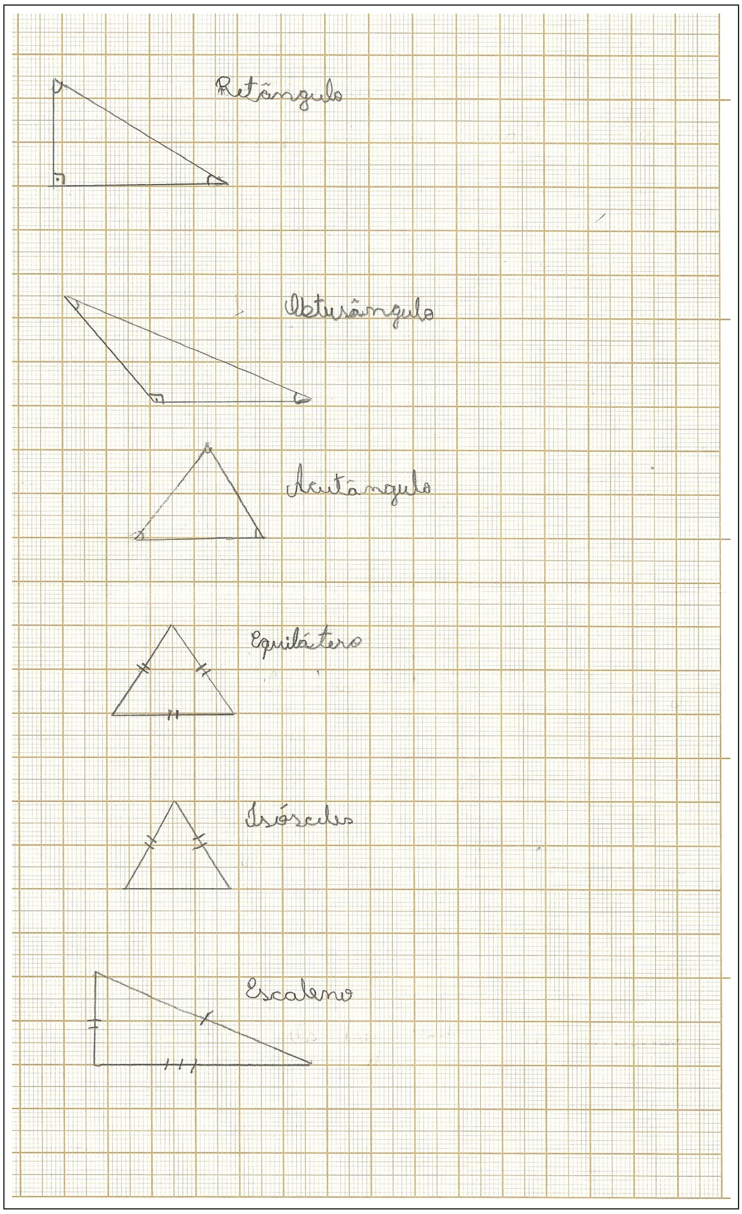


Figura 53: Atividade em papel quadriculado
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Neste encontro, conseguiu-se cumprir os objetivos, pois, através das atividades propostas, observou-se que a maioria dos alunos conseguiu identificar e diferenciar cada tipo de triângulo.

No quarto encontro, o conteúdo ministrado foi a soma dos ângulos internos de um triângulo. O objetivo deste encontro era levar o aluno a deduzir intuitivamente, com o uso de material concreto, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º.

Para o desenvolvimento dessa atividade, entregou-se aos alunos uma folha em branco e pediu-se para que desenhassem dois triângulos diferentes, ou seja, cada um de um tipo. Em seguida, os alunos teriam que pintar os ângulos internos de um triângulo, cada ângulo com uma cor diferente. Posteriormente, deveriam recortar os ângulos deste triângulo e juntá-los.

Visualiza-se o desenvolvimento desta atividade na Figura 54.

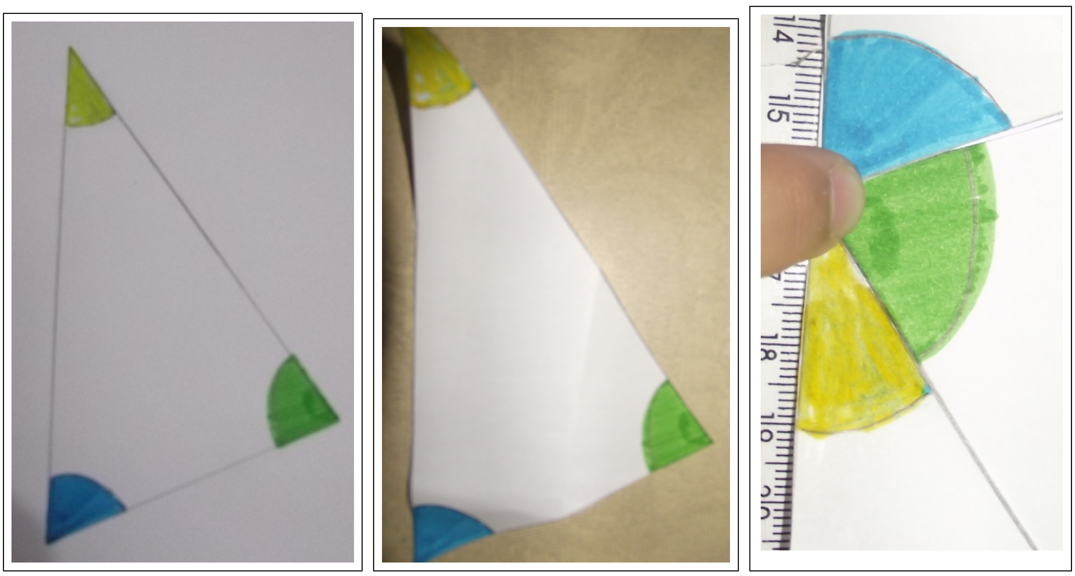


Figura 54: "Triângulo com Ângulos Pintados", "Triângulo recortado" e "Ângulos juntos" respectivamente

Fonte: Dados Coletados pela Autora

Com o outro triângulo, os alunos deveriam pintar cada ângulo de uma cor e juntar os vértices dobrando o triângulo, observe a Figura 55 como eles fizeram.

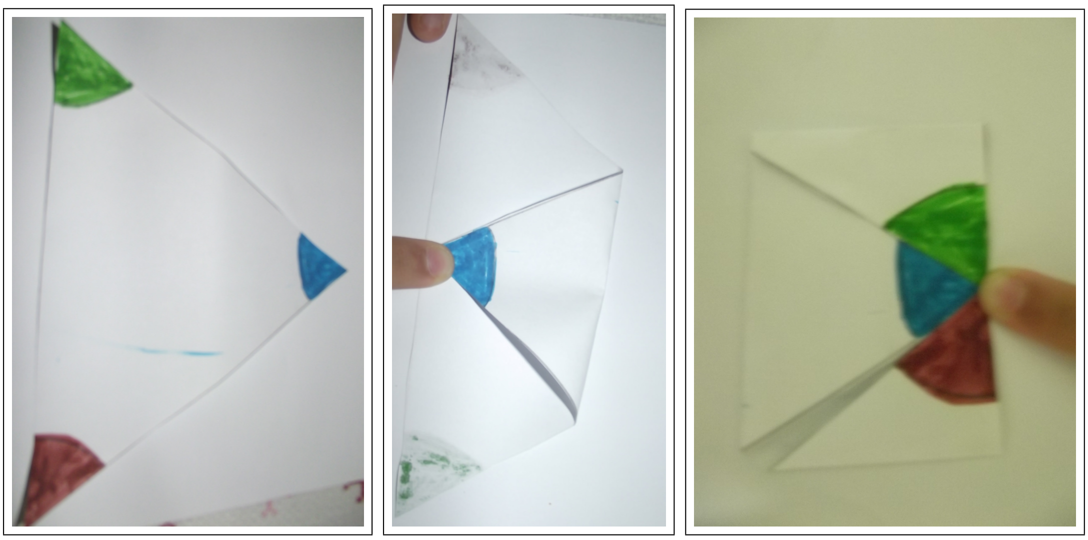


Figura 55: "Triângulo com Ângulos Pintados", "Começando a dobrar" e "Vértices juntos" respectivamente
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Pediu-se para observar o ângulo que formou com a junção dos três ângulos internos do triângulo. E de forma unânime, os alunos constataram que o ângulo formado nos dois triângulos foi de 180º e que isto não dependia do triângulo. Observe a Figura 56:

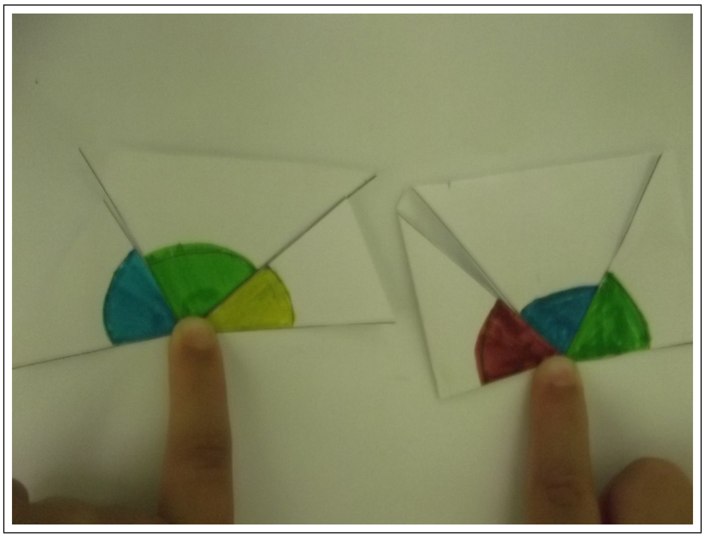
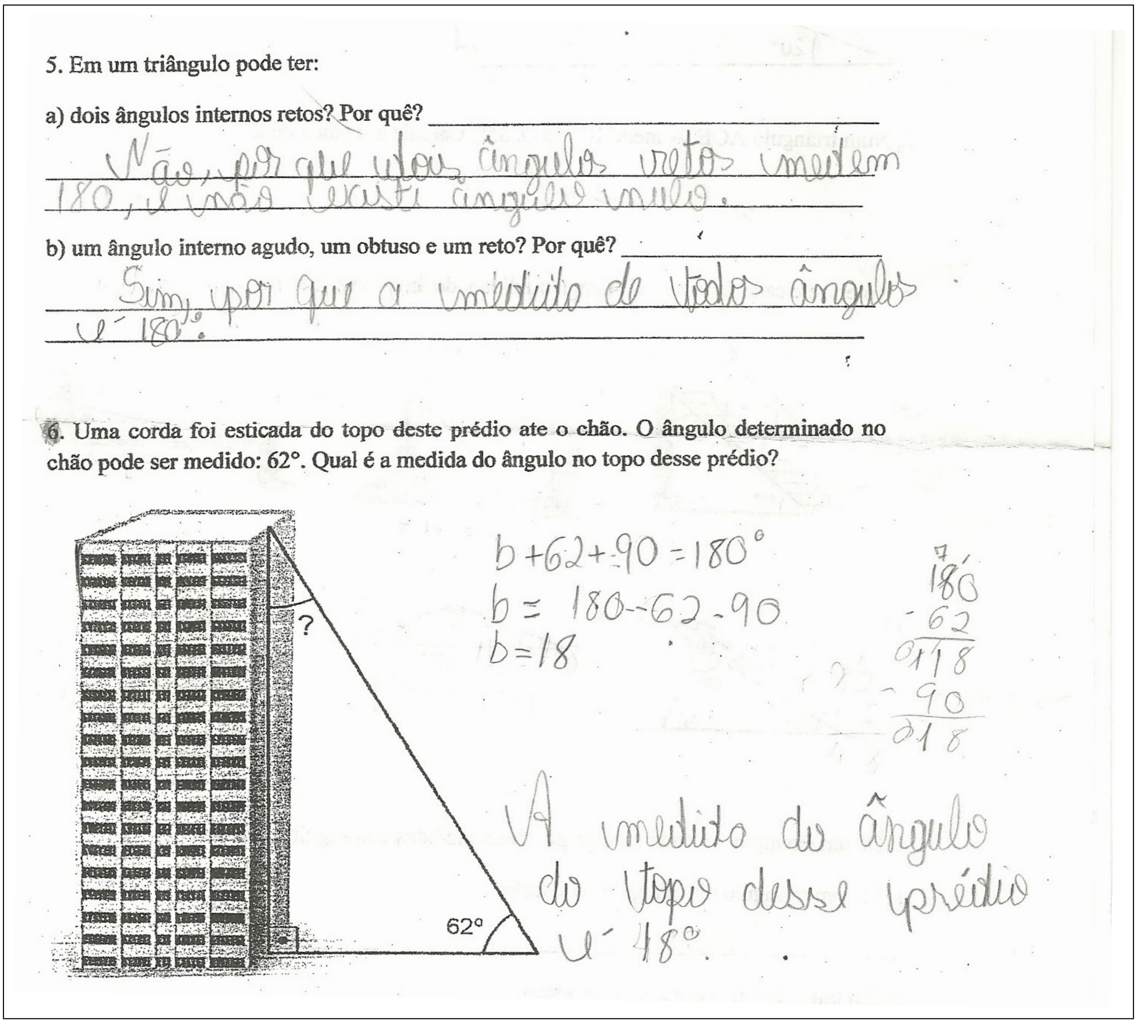


Figura 56: Resultados obtidos
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Em seguida, introduziu-se formalmente a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo. Entregou-se aos alunos uma lista de exercícios com problemas sobre este conteúdo que posteriormente foi corrigida.

Pelas respostas dos alunos e o envolvimento dos mesmos no decorrer das atividades propostas, conclui-se que este encontro foi satisfatório e produtivo, levando-se a alcançar os objetivos. Veja nas Figuras 57 e 58, a resolução de um dos alunos.



5. Em um triângulo pode ter:

a) dois ângulos internos retos? Por quê?

Não, por que dois ângulos retos medem 180, e não existi ângulo nulo.

b) um ângulo interno agudo, um obtuso e um reto? Por quê?

Sim, por que a medida de todos ângulos é 180°.

6. Uma corda foi esticada do topo deste prédio ate o chão. O ângulo determinado no chão pode ser medido: 62°. Qual é a medida do ângulo no topo desse prédio?

$b+62+90=180°$

$b= 180-62-90$

$b=18$

$180 - 62 = 118$

$118 - 90 = 18$

A medida do ângulo do topo desse prédio é 18°.

Figura 57: Atividade sobre soma dos ângulos internos -1.
Fonte: Dados Coletados pela Autora

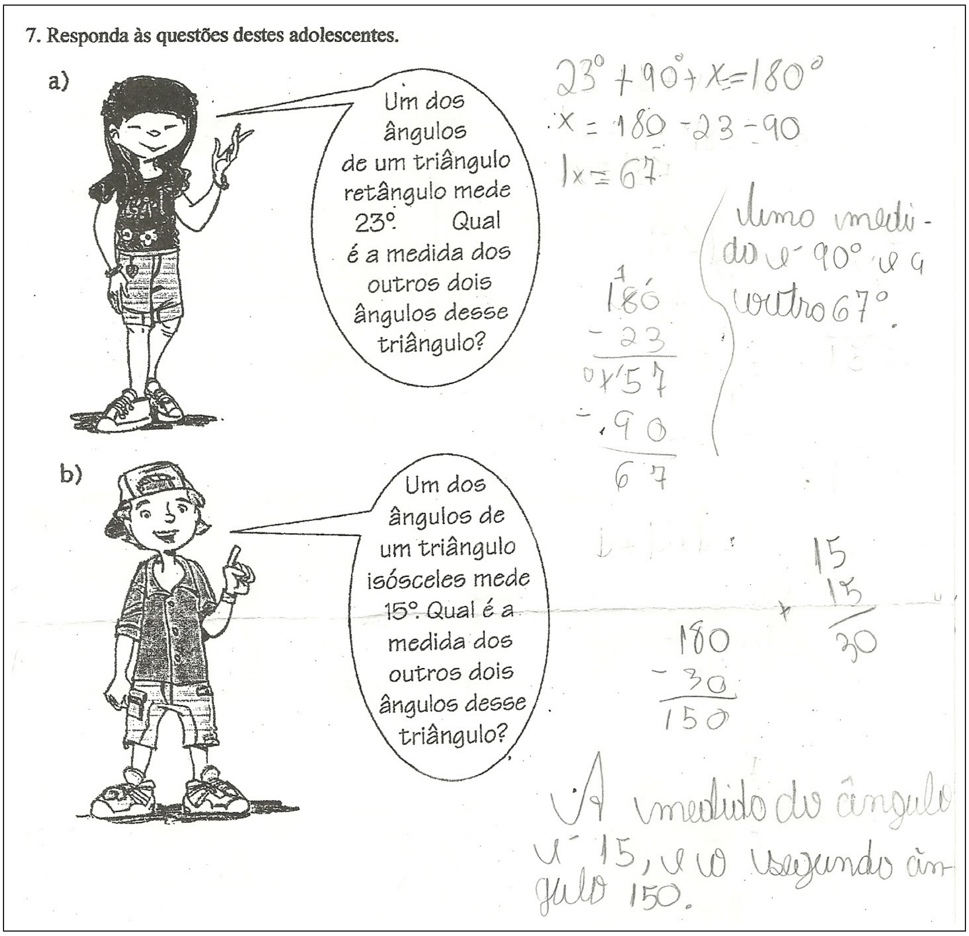


Figura 58: Atividade sobre soma dos ângulos internos -2
Fonte: Dados Coletados pela Autora

As atividades propostas do quinto encontro foram sobre a soma dos ângulos externos de um triângulo. O objetivo era levar o aluno a deduzir que a soma dos ângulos externos de um triângulo é 360º.

Pediu-se para observar o ângulo que formou com a junção dos três ângulos externos do triângulo. Os alunos constataram que o ângulo formado nos dois triângulos foi 360º.

Em seguida, apresentou-se de maneira formal a propriedade da soma dos ângulos externos de um triângulo. Após a explanação, entregou-se aos alunos uma lista de exercícios sobre este conteúdo.

Observe o resultado encontrado por um aluno quando ele fez a junção dos três ângulos externos de um triângulo na Figura 59. Veja também a resposta de um dos alunos da lista proposta na Figura 60.

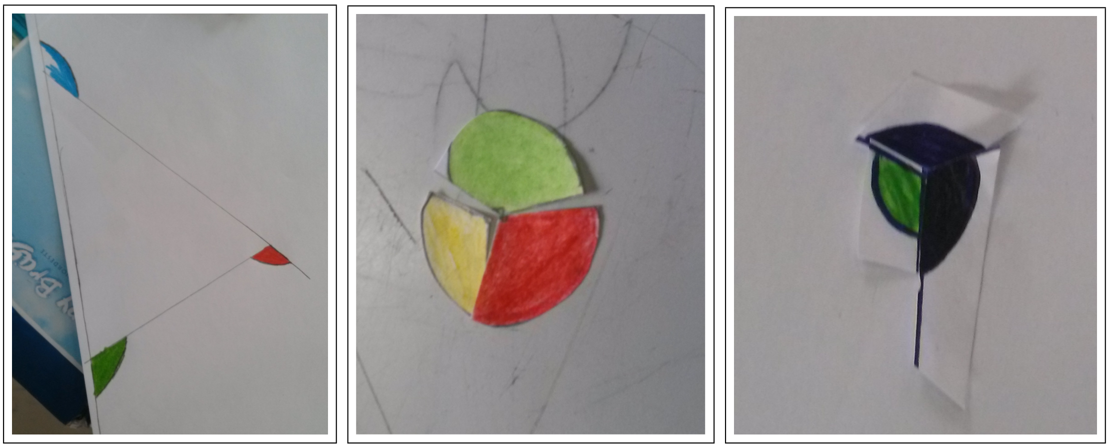
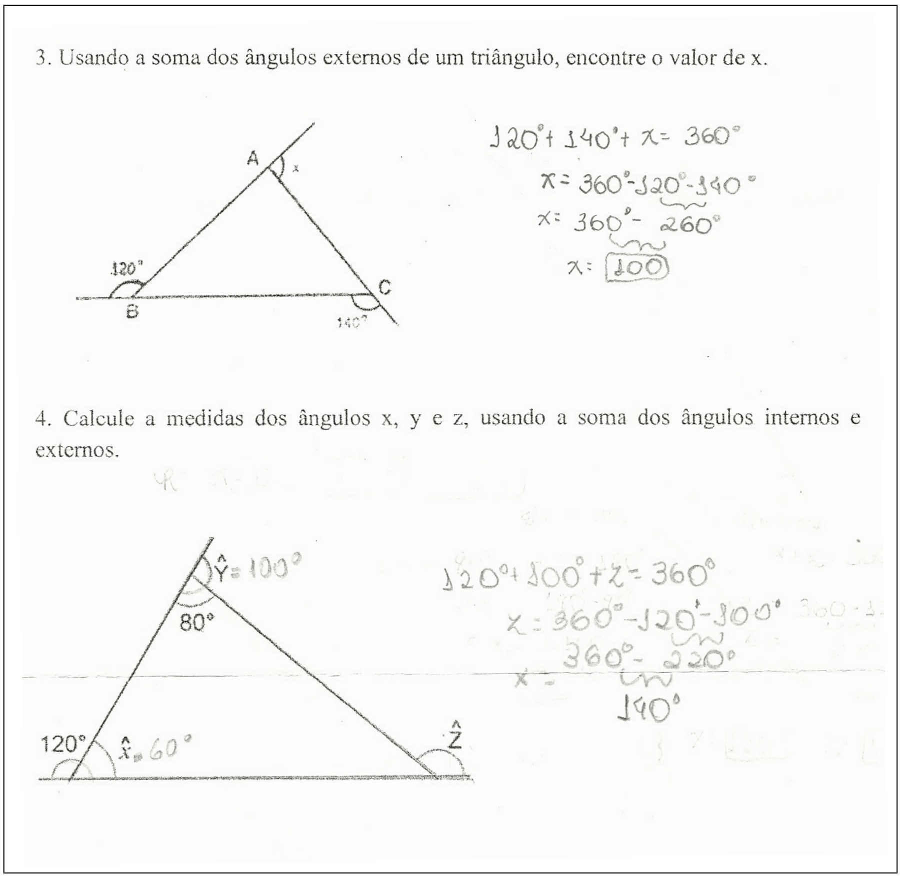


Figura 59: "Ângulos externos pintados", "Resultado-1" e "Resultado-2"
Fonte: Dados Coletados pela Autora



3. Usando a soma dos ângulos externos de um triângulo, encontre o valor de x.

$120° + 140° + x = 360°$

$x = 360° - 120° - 140°$

$x = 360° - 260°$

$x = \boxed{100}$

4. Calcule a medidas dos ângulos x, y e z, usando a soma dos ângulos internos e externos.

$120° + 100° + z = 360°$

$x = 360° - 120° - 100°$

$x = 360° - 220°$

$140°$

Figura 60: Atividade sobre soma dos ângulos externos de um triângulo-1.
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Com a análise das respostas dessa lista constatou-se que os alunos compreenderam o conteúdo, atendendo as expectativas.

No sexto encontro foi ministrado o conteúdo de desigualdade triangular. Neste encontro, o objetivo também era levar os alunos a deduzirem que a soma de dois lados de um triângulo é sempre maior que o terceiro lado.

Nesta aula, foi entregue uma tabela para que os alunos a preenchessem e para auxiliá-los foi entregue cinco canudos de tamanhos diferentes. Veja na Figura 61.

Desigualdade Triangular

1ª medida (cm)	2ª medida (cm)	3ª medida (cm)	Soma das duas medidas menores (cm)	Comparação com a maior medida (cm)	Formou um triângulo?
24	15	9	15 + 9 = 24	24 = 24	Não
24	15	17			
24	15	6			
24	9	15			
24	9	6			
17	6	15			
17	6	9			
17	6	24			
17	15	9			
6	25	9			

Legenda:

Canudos: Azul Maior: 15 cm

Azul Menor: 9 cm

Rosa Maior: 17 cm

Rosa Menor: 6 cm

Amarelo: 24 cm

Figura 61: Tabela para auxiliar na atividade
Fonte: Elaborada pela Autora

Ou seja, os alunos usariam os canudos para concluírem se três medidas específicas formariam ou não um triângulo. Observe na Figura 62 algumas fotos dessa aula.

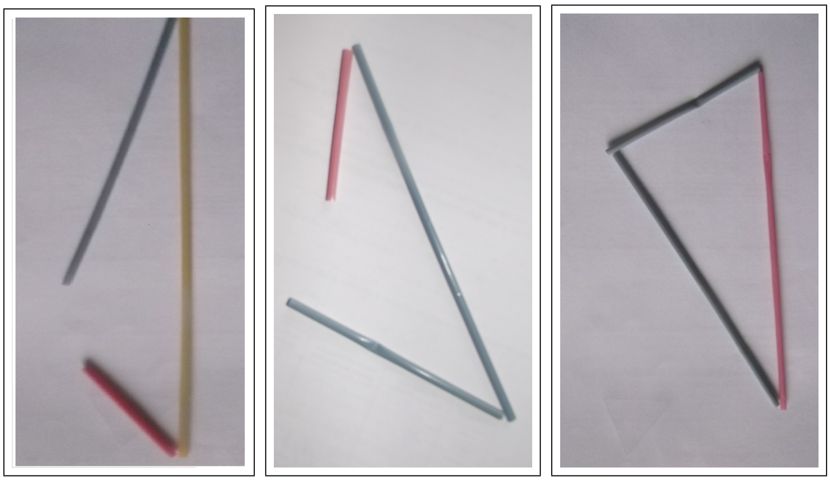
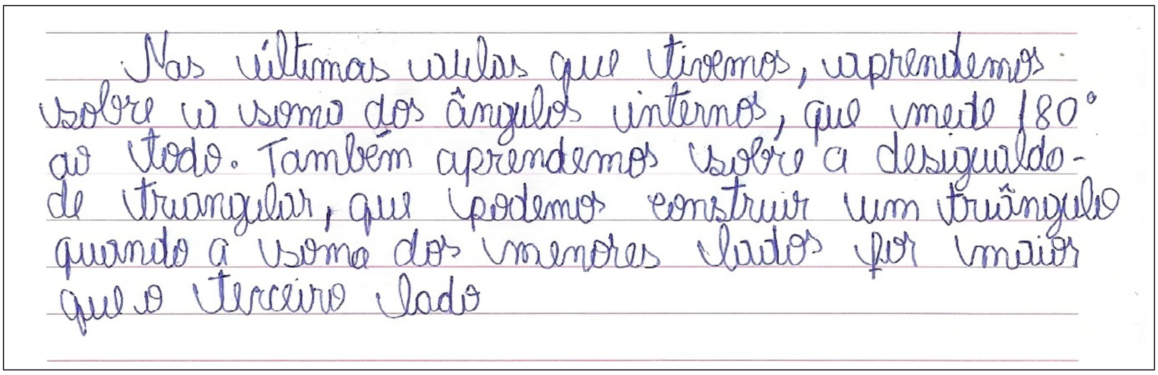


Figura 62: Atividade sobre desigualdade triangular
Fonte: Dados Coletados pela Autora

A tabela contém dez linhas. Acreditava-se que os alunos não conseguiriam deduzir a desigualdade triangular, mas ao final da segunda linha um aluno perguntou: "Por quê quando a soma das medidas de dois canudos é maior que o terceiro, formam um triângulo, e quando é menor não forma?", ou seja, ele conseguiu deduzir intuitivamente de forma rápida e satisfatória a desigualdade triangular. Após esta atividade, aplicou-se uma lista de exercícios para fixação deste conteúdo.

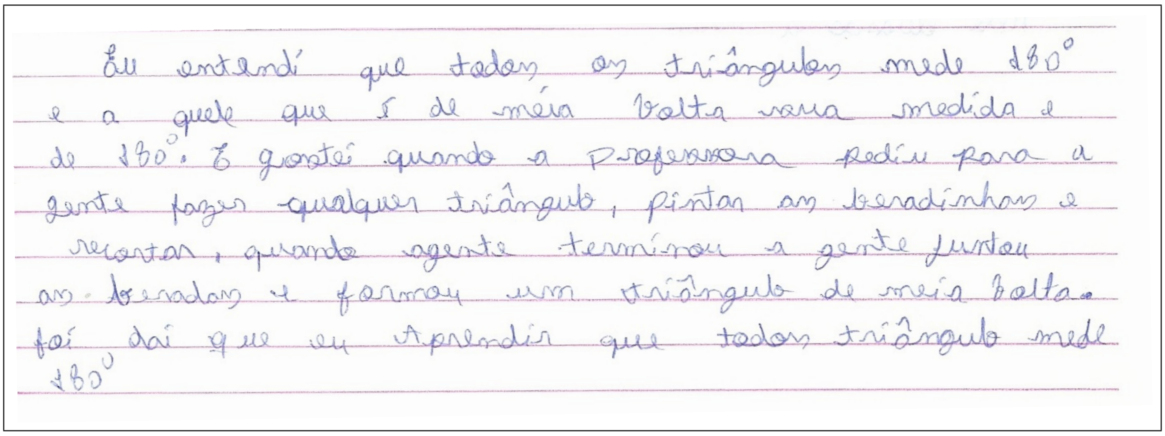
Para encerrar a aplicação do conteúdo desta proposta, pediu-se para aos alunos que fizessem uma redação matemática, contando como foram as aulas.

Observe nas Figuras 63 e 64 duas dessas redações desenvolvidas por dois alunos da turma.



Nas últimas aulas que tivemos, aprendemos
sobre a soma dos ângulos internos, que mede 180°
ao todo. Também aprendemos sobre a desigualda-
de triangular, que podemos construir um triângulo
quando a soma dos menores lados for maior
que o terceiro lado

Figura 63: Redação matemática: resumo
Fonte: Dados Coletados pela Autora



Eu entendí que todos os triângulos mede 180°
e a quele que é de meia volta sua medida e
de 180°. E gostei quando a professora pedíu para a
gente fazer qualquer triângulo, pintar as beradinhas e
recortar, quando agente terminou a gente juntou
as beradas e formou um triângulo de meia volta.
foi daí que eu aprendir que todos triângulo mede
180°

Figura 64: Redação matemática: resumo
Fonte: Dados Coletados pela Autora

No último encontro, foi feita uma revisão sobre triângulos na forma de um vídeo. Em seguida, aplicou-se o mesmo questionário com o objetivo de fazer uma comparação entre o conhecimento dos alunos sobre esse assunto antes e depois desses sete encontros.

Observe a Figura 65 e compare o total de respostas certas no questionário aplicado no início e no final dos encontros.

Figura 65: Quantidade de respostas certas no questionário inicial e final
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Na Figura 66, foi feita a comparação entre o total de respostas erradas ou em branco de cada questionário.

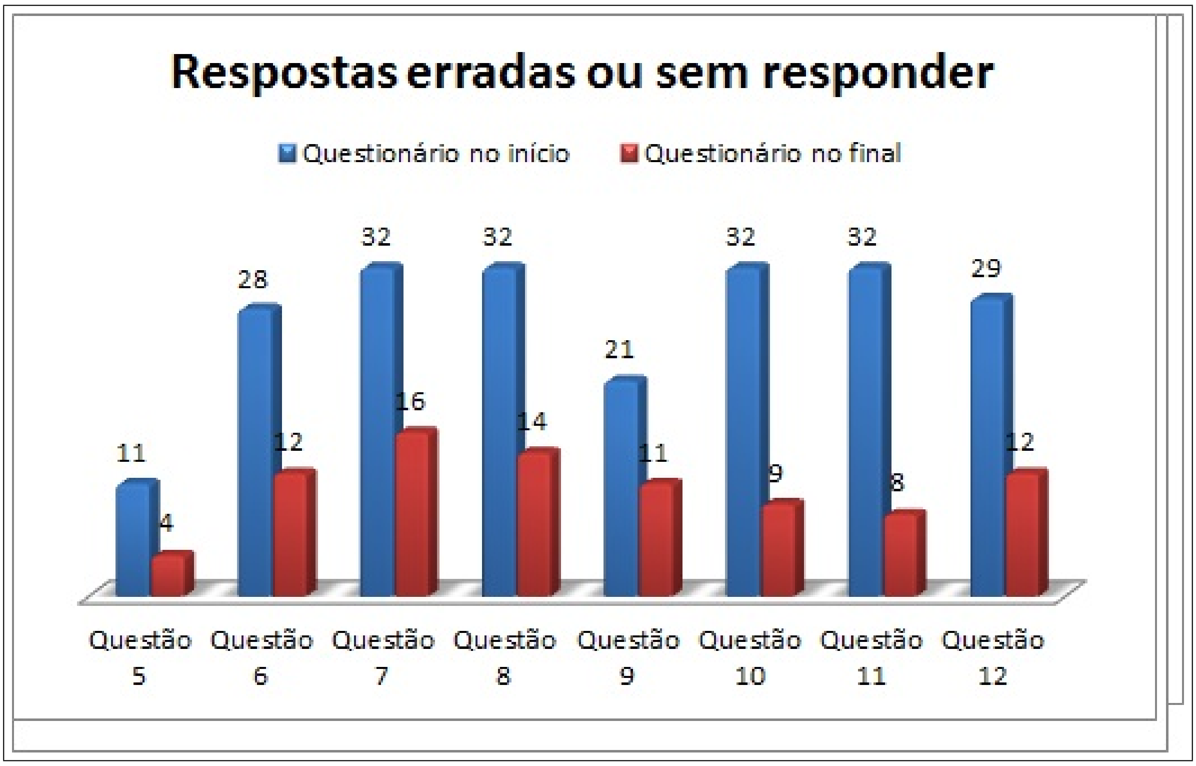
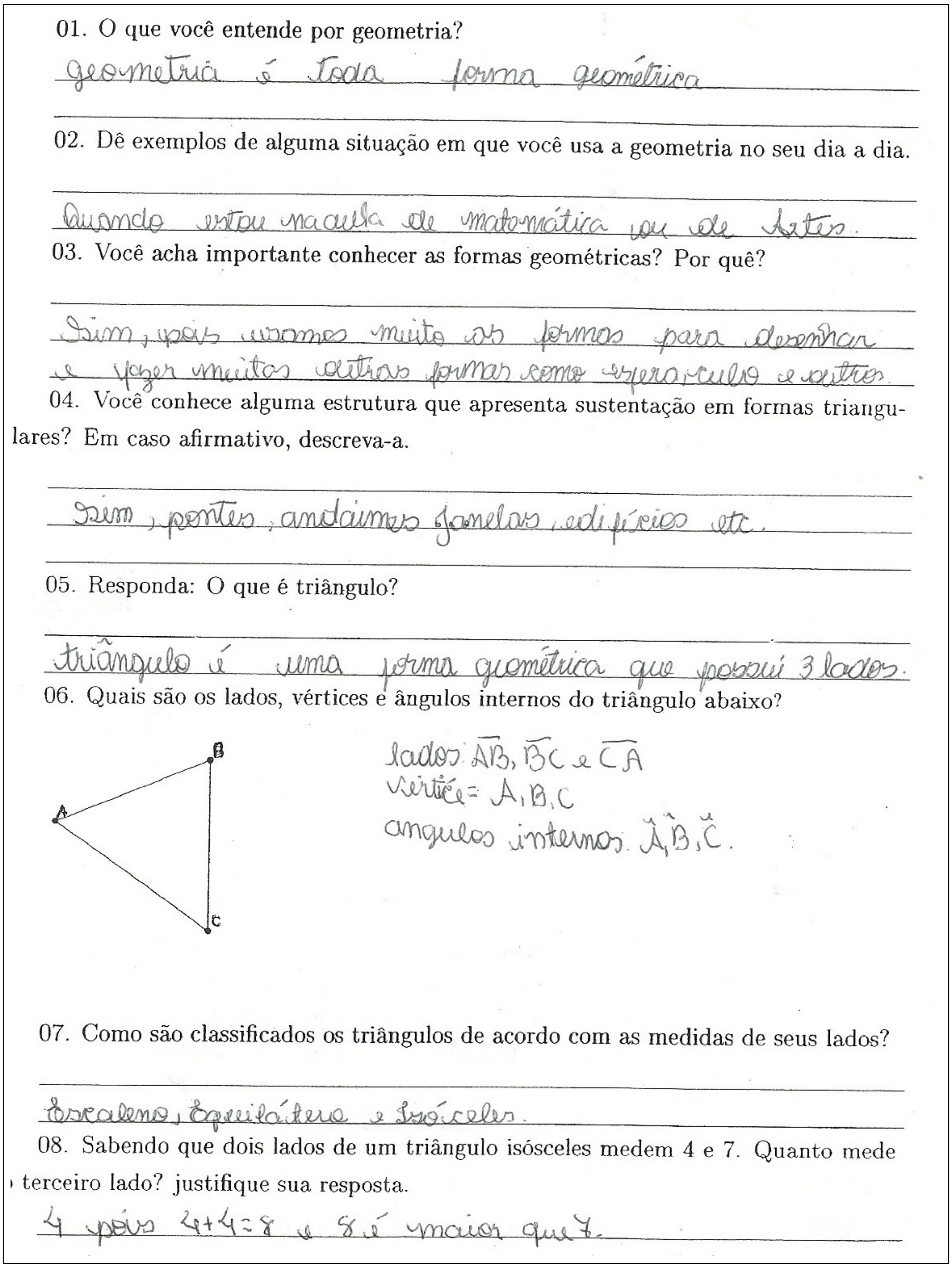


Figura 66: Quantidade de questões erradas no questionário inicial e final
Fonte: Dados Coletados pela Autora

Com os resultados acima, percebe-se que os alunos tiveram um bom aproveitamento, pois erraram menos e responderam mais, deixando poucas questões em branco. Verifique nas Figura 67 e 68 as respostas de um dos alunos no questionário aplicado no final.



01. O que você entende por geometria?

geometria é toda forma geométrica

02. Dê exemplos de alguma situação em que você usa a geometria no seu dia a dia.

Quando estou na aula de matemática ou de Artes.

03. Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

Sim, pois usamos muito as formas para desenhar e fazer muitas outras formas como esfera, cubo e outros.

04. Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

Sim, pontes, andaimes janelas, edifícios etc.

05. Responda: O que é triângulo?

triângulo é uma forma geométrica que possui 3 lados.

06. Quais são os lados, vértices e ângulos internos do triângulo abaixo?

lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$
vértice = A, B, C
angulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$.

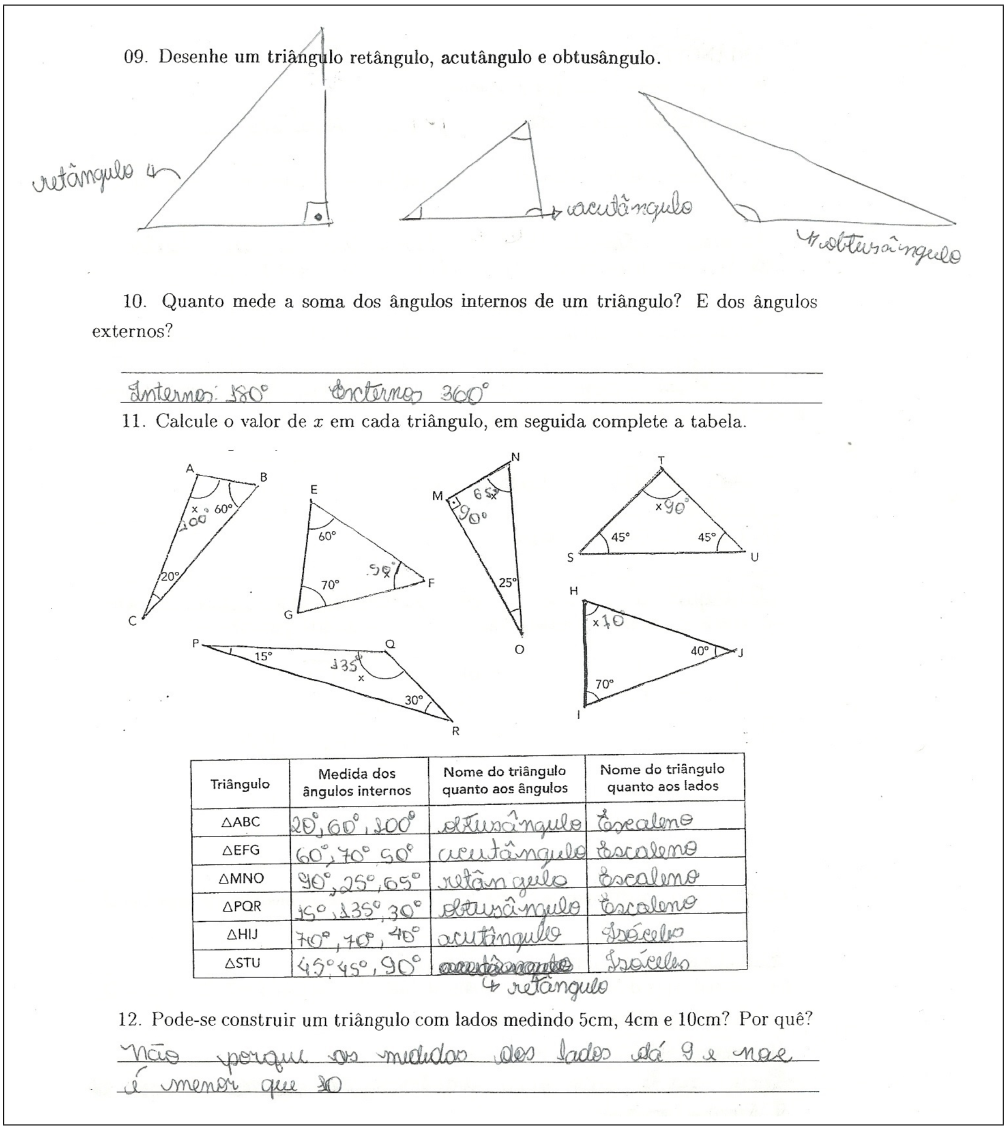
07. Como são classificados os triângulos de acordo com as medidas de seus lados?

Escaleno, Equilátero e Isósceles.

08. Sabendo que dois lados de um triângulo isósceles medem 4 e 7. Quanto mede o terceiro lado? justifique sua resposta.

4 pois 4+4=8 e 8 é maior que 7.

Figura 67: Questionário-1
Fonte: Dados Coletados pela Autora



09. Desenhe um triângulo retângulo, acutângulo e obtusângulo.

retângulo

acutângulo

obtusângulo

10. Quanto mede a soma dos ângulos internos de um triângulo? E dos ângulos externos?

Internos: 180° Externos 360°

11. Calcule o valor de x em cada triângulo, em seguida complete a tabela.

Triângulo	Medida dos ângulos internos	Nome do triângulo quanto aos ângulos	Nome do triângulo quanto aos lados
ΔABC	20°, 60°, 100°	obtusângulo	Escaleno
ΔEFG	60°, 70° 50°	acutângulo	Escaleno
ΔMNO	90°, 25°, 65°	retângulo	Escaleno
ΔPQR	15°, 135°, 30°	obtusângulo	Escaleno
ΔHIJ	70°, 70°, 40°	acutângulo	Isósceles
ΔSTU	45° 45°, 90°	~~acutângulo~~ retângulo	Isósceles

12. Pode-se construir um triângulo com lados medindo 5cm, 4cm e 10cm? Por quê?

Não porque as medidas dos lados dá 9 e não é menor que 10

Figura 68: Questionário-2

Fonte: Dados Coletados pela Autora

Na próxima seção discorreu-se sobre os resultados alcançados com a realização da proposta e as possíveis contribuições que este trabalho proporcionou.

3.2 Resultados alcançados

Na aplicação da proposta, tiveram-se alguns aspectos positivos e negativos. Os fatores que contribuiu negativamente para que o desempenho da proposta não fosse cumprido no tempo planejado, foram a reunião de pais e os jogos de interclasse que ocorreram durante no período de aplicação da proposta.

Os pontos positivos foram a colaboração, o envolvimento e o empenho dos alunos na realização das atividades propostas. Assim, a turma contribuiu significativamente para que fossem atingidos os objetivos com a realização deste trabalho.

As metodologias com as quais trabalhou-se foram aceitas positivamente pelos alunos, principalmente o material concreto.

Desta forma, verificou-se que os objetivos foram atingidos, pois conseguiu-se fazer com que os alunos trabalhassem com o conteúdo de triângulos utilizando material concreto e redação matemática e que reconhecessem a importância dessa figura geométrica no nosso dia a dia. Além disso, com as atividades propostas criou-se um ambiente em sala de aula que proporcionou um bom relacionamento entre os alunos, com isso um melhor aproveitamento e assimilação do conteúdo.

Considerações Finais

Sabe-se que o ensino necessita cada vez mais de melhorias e para que isso ocorra é fundamental que o professor ensine seus alunos a pensar, a questionar, a ler e a interpretar criticamente a nossa realidade.

Para que isto aconteça, o professor não deve simplesmente expor conteúdo, transmitindo seu conhecimento. É necessário introduzir novas metodologias que proporcionem um interesse maior em aprender matemática por parte dos alunos.

A realização deste trabalho originou-se da observação das dificuldades encontradas pelos professores do ensino básico no ensino de geometria. Além disso, o atual professor de matemática enfrenta um problema no processo de ensino e aprendizagem, que é o desinteresse e a desmotivação dos alunos, pois estes encontram grandes dificuldades em compreender e aplicar este conteúdo.

Este trabalho teve como objetivo apresentar alguns métodos e metodologias para tentar sanar essas dificuldades no ramo da geometria, em relação ao conteúdo sobre triângulos.

Primeiramente, pensando no professor, buscou-se fazer um estudo da geometria, mais especificamente sobre triângulos, pois para se ensinar precisa-se conhecer bem o conteúdo. Além disso, este trabalho foi desenvolvido usando alguns métodos e metodologias para motivar os alunos em sala de aula, com o uso de material concreto e redação matemática.

Com essas metodologias conseguiu-se um envolvimento maior dos alunos no processo de ensino e aprendizagem, despertando um maior interesse deles nas aulas de matemática e nas atividades propostas pelo professor, além de provocar uma boa relação entre os alunos e dos alunos com o professor. Com isso, ficou evidenciado um aprendizado e um interesse mais significativo do conteúdo relativo a triângulos.

A redação matemática proporcionou uma maior interação entre o professor e os alunos, pois possibilitou ao professor descobrir a dificuldade de cada aluno e saná-las. Além disso, é uma maneira de fazer com que os alunos expressem o que entenderam através da escrita.

Considerou-se que os objetivos foram alcançados, pois os alunos mostraram-se interessados e motivados a manipular o material concreto, tornando a aula mais divertida. O aluno deixou de ser passivo e passou a ser ativo no processo de ensino e aprendizagem, aguçando sua escrita e sua criatividade.

Profa: Dayanne Ferreira Costa

Referências

[1] Ávila, Geraldo. **Várias Faces da Matemática: tópicos para licenciatura e leitura em geral**. São Paulo: Blucher, 2010.

[2] Barbosa, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 1999.

[3] Bicudo, Maria Aparecida Viggiani. **Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora UNESP, 2010.

[4] Bigode, Antonio José Lopes. **Projeto Velear: Matemática,** 9^o **ano**, São Paulo: Scipione, 2012.

[5] Carvalho, Dione Lucchesi. **Metodologia do Ensino da Matemática**, São Paulo: Cortez, 2001.

[6] Centurión, Marília; Jakubovic, José. **Matemática: teoria e contexto,** 8^o **ano**. São Paulo: Saraiva, 2012.

[7] Dante, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática,** 7^o **ano**, São Paulo: Editora Ática, 2009.

[8] Dante, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática,** 8^o **ano**, São Paulo: Editora Ática, 2012.

[9] Dolce, Osvaldo; Pompeo, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar, vol.9: Geometria Plana**. São Paulo: Atual, 2005.

[10] Euclides. **Os Elementos**. São Paulo: UNESP, 2009.

[11] Faria, Celso Oliveira. **Redação matemática: a comunicação como mediadora na formação de conceitos matemáticos**. Goiânia: Autêntica, 1998.

[12] Giovanni, José Ruy; Parente, Eduardo. **Aprendendo Matemática,** 7^o **ano**. São Paulo: FTD, 2002.

[13] Itzcovich, Horacio. **Iniciação ao Estudo Didático da Geometria: das construções às demonstrações**. São Paulo: Anglo, 2012.

[14] Júnior, José Ruy Giovanni; Castrucci, Benedicto. **A Conquista da Matemática, 7^o ano**. São Paulo: FTD, 2009.

[15] Lima, Elon Lages. **Matemática e Ensino**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 2001.

[16] Neto, Antonio Caminha Muniz. **Tópicos de Matemática Elementar: Geometria Euclidiana Plana, Volume 2**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 2012.

[17] prof2000. **http://www.prof2000.pt/users/secjeste/modtri01/Pg000650.htm**, 2000.

[18] Rabelo, Edmar Henrique. **Textos matemáticos: produção, interpretação e resolução de problemas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

[19] Sadovsky, Patrícia. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2010.

Autorização 1

Universidade Federal de Goiás

Regional Catalão

Unidade Acadêmica Especial de

Matemática e Tecnologia

Programa de Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional

Pesquisadora: DAYANNE FERREIRA COSTA

Orientadora: Dra. JULIANA BERNARDES BORGES DA CUNHA

Prezado Aluno:____

Solicitamos a sua participação em uma pesquisa que será desenvolvida pelo programa de pós-graduação (PROFMAT) - MESTRADO da Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão.

O objetivo deste trabalho é mostrar o quanto é importante o uso de algumas metodologias no ensino da geometria, especificamente no estudo de triângulos, para motivar e desenvolver o ensino aprendizagem nesta área.

Os instrumentos que utilizaremos para a obtenção dos dados serão: questionário, filmagens e fotos. Todas as informações serão usadas somente para os fins desta pesquisa e preservaremos o anonimato. Para que possam ser sujeitos desta pesquisa precisamos de sua autorização.

AUTORIZAÇÃO

Eu, ______________________________________, dou a minha autorização para DAYANNE FERREIRA COSTA utilizar as informações contidas nos questionários, gravações e fotos para os fins da pesquisa científica que será realizada. Estou ciente que a privacidade será mantida em sigilo.

____

Assinatura do sujeito da pesquisa (Aluno)

____

Assinatura do pai ou responsável

Autorização 2

Universidade Federal de Goiás
Regional Catalão
Unidade Acadêmica Especial de
Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Pesquisadora: DAYANNE FERREIRA COSTA
Orientadora: Dra. JULIANA BERNARDES BORGES DA CUNHA

Prezado Diretor: ____

Solicitamos a participação do Centro Educacional Dona América Guimarães em uma pesquisa que será desenvolvida pelo programa de pós-graduação (PROFMAT) - MESTRADO da Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão.

O objetivo deste trabalho é mostrar o quanto é importante o uso de algumas metodologias no ensino da geometria, especificamente no estudo de triângulos, para motivar e desenvolver o ensino aprendizagem nesta área.

Os instrumentos que utilizaremos para a obtenção dos dados serão: questionário, filmagens e fotos. Todas as informações serão usadas somente para os fins desta pesquisa e preservaremos o anonimato. Para que a escola possa ser nosso campo de pesquisa precisamos de sua autorização.

AUTORIZAÇÃO

Eu, ______________________________, diretor desta unidade escolar dou a minha autorização para DAYANNE FERREIRA COSTA utilizar as informações contidas nos questionários, gravações e fotos para os fins da pesquisa científica que será realizada. Estou ciente que a privacidade será mantida em sigilo.

____
Assinatura do diretor da unidade escolar

Planos de Aulas

Plano de Aula: 01
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 01
Aulas Utilizadas: 01

Assunto: Proposta de ensino e questionário.
Objetivo: Levar o aluno a:

- Compreender a proposta do ensino.
- Verificar o conhecimento dos alunos sobre triângulos e suas propriedades.

Procedimentos:

- Apresentar a proposta de ensino.
- Aplicar o questionário.

Recurso Didático:

- Questionário.

Avaliação:

- Resolução do questionário.

Plano de Aula: 02
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 02
Aulas Utilizadas: 02

Assunto: A importância do triângulo na vida humana. Definição e elementos de um triângulo.

Objetivo: Levar o aluno a:

- Perceber a importância do triângulo desde os tempos mais remotos até hoje.
- Reconhecer um triângulo.
- Identificar os elementos de um triângulo.

Procedimentos:

- Mostrar aos alunos várias imagens de triângulos: em construções antigas, construções modernas e atuais, na natureza, na fazenda, nas pontes, etc.
- Explicar porque o triângulo é muito usado pelos arquitetos e engenheiros.
- Definir triângulo.
- Especificar os elementos de um triângulo: vértice, lado, ângulos internos e externos.
- Em seguida, entregar uma lista de exercícios sobre o conteúdo trabalhado.
- No final, pedir para que os alunos façam uma redação matemática: uma carta para um amigo contando o que aprendeu sobre o conteúdo e quais foram suas dificuldades.

Recursos Didáticos:

- Projetor.
- Lista de exercícios

Avaliação:

- Participação dos alunos durante a aula.
- Lista de exercícios.
- Redação Matemática: a carta ao amigo.

Plano de Aula: 03
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 01
Aulas Utilizadas: 01

Assunto: Classificação de triângulos quanto aos ângulos e lados.
Objetivo: Levar o aluno a:

- Classificar os triângulos de acordo com as medidas dos seus lados e de seus ângulos.

Procedimentos:

- Explicar aos alunos a diferença entre triângulos escaleno, isósceles e equilátero.
- Em seguinte, especificar a diferença entre triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo.
- Passar uma lista de exercícios para os alunos classificarem os triângulos.
- No final, entregar a eles uma folha de papel quadriculado e pedir para que faça um triângulo de cada tipo.

Recurso:

- Aula expositiva.
- Lista e exercícios.
- Papel quadriculado.

Avaliação:

- Participação dos alunos nas atividades propostas.
- Lista de exercícios.
- Atividade no papel quadriculado.

Plano de Aula: 04
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 02
Aulas Utilizadas: 02

Assunto: Soma dos ângulos internos de um triângulo.
Objetivo: Levar o aluno a:

- Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180^o.
- Resolver uma lista de exercícios sobre o conteúdo.

Procedimentos:

- Entregar aos alunos uma folha em branco e pedir para que eles desenhem dois triângulos diferentes e pintem cada ângulo interno com uma cor diferente.
- Pedir para que recortem os ângulos internos de um dos triângulos que ele desenhou e junte estes ângulos, em seguida analisar o ângulo formado pela junção dos três ângulos.
- Fazer o mesmo para o outro triângulo.
- Entregar aos alunos outra folha em branco e pedir para que eles desenhem dois triângulos diferentes dos já desenhados na folha anterior e pintem cada ângulo interno com uma cor diferente.
- Pedir para que dobrem o triângulo de forma que os vértices coincidam, em seguida analisar o ângulo formado pela união dos três ângulos interno de um triângulo.
- Fazer o mesmo para o outro triângulo.
- Com essas atividades os alunos conseguirão deduzir que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180.
- Entregar uma lista de exercícios para fixação dessa propriedade.
- Usando resoluções de problemas, contextualizar essa propriedade.

Recurso Didático:

- Folhas.

- Lápis de cor.
- Tesoura.
- Cola.
- Lista de exercícios.

Avaliação:

- Participação dos alunos nas atividades propostas.
- Lista de exercícios.

Plano de Aula: 05
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 01
Aulas Utilizadas: 01

Assunto: Soma dos ângulos externos de um triângulo.
Objetivo: Levar o aluno a:

- Reconhecer que a soma dos ângulos externos de um triângulo é 360^o.
- Resolver uma lista de exercícios sobre o conteúdo.

Procedimentos:

- Entregar aos alunos uma folha em branco e pedir para que eles desenhem dois triângulos diferentes e pintem cada ângulo externo com uma cor diferente.
- Pedir para que recorte os ângulos de um dos triângulos que ele desenhou e junte estes ângulos, em seguida analisar o ângulo formado pela junção dos três ângulos.
- Fazer o mesmo para o outro triângulo.
- Com essas atividades os alunos conseguirão deduzir que a soma dos ângulos externos de um triângulo é sempre 360^o.
- Entregar uma lista de exercícios para fixação dessa propriedade.
- Usando resoluções de problemas, contextualizar essa propriedade.

Recurso Didático:

- Folhas, lápis de cor, tesoura, cola e lista de exercícios.

Avaliação:

- Participação dos alunos nas atividades propostas.
- Lista de exercícios.

Plano de Aula: 06
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 01
Aulas Utilizadas: 01

Assunto: Desigualdade Triangular
Objetivo: Levar o aluno a:

- Deduzir a desigualdade triangular.
- Resolver exercícios para fixar esse conteúdo.

Procedimentos:

- Entregar aos alunos cinco canudos com medidas: $15cm$, $12cm$, $10cm$, $47cm$ e $5cm$.
- Pedir para que eles tentem formar triângulos com essas medidas.
- Em uma folha anotar o que eles observaram.
- Em seguida, montar uma tabela no quadro com os seguintes dados: a medida de três canudos, a soma das medidas dos dois menores e o resultado (formou ou não um triângulo).
- Preencher com a ajuda dos alunos essa tabela e com isso eles conseguirão concluir que: conseguimos formar um triângulo somente quando a soma dos dois menores lados for maior que o terceiro lado, ou seja, a desigualdade triangular.
- Definir formalmente a desigualdade triangular.
- Passar uma lista de exercícios com problemas contextualizados.
- Pedir para que os alunos façam uma redação matemática: um resumo da aula.

Recursos Didáticos:

- Palitos, aula expositiva e lista de exercícios.

Avaliação:

- Participação dos alunos na atividade proposta.
- Lista de exercícios.
- Redação matemática: resumo.

Plano de Aula: 07
Série: 7º ano
Aulas Previstas: 01
Aulas Utilizadas: 01

Assunto: Triângulos
Objetivo: Levar o aluno a:

- Revisar o conteúdo.

Procedimentos:

- Passar um vídeo de dez minutos para revisar o conteúdo de triângulos.
- Aplicar o questionário.

Recursos Didáticos:

- Questionário
- Vídeo.

Avaliação:

- Questionário

Questionário

Universidade Federal de Goiás
Regional Catalão
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

Pesquisadora: DAYANNE FERREIRA COSTA
Orientedora: Dra. JULIANA BERNARDES BORGES DA CUNHA

NOME: ______________________________ APELIDO: ________________
IDADE: ______________ SÉRIE: ____________________

01. Você gosta de estudar?
( ) Sim ( ) Não

02. Qual disciplina você mais gosta? E a que você menos gosta? Por quê?

____

____

03. Você gosta de como a matemática é ensinada?
( ) Sim ( ) Não

04. Como você gostaria que fossem as aulas de matemática?

____

____

05. Você estuda fora da sala de aula? Quanto tempo por dia?

____

____

06. Você discute com o professor as dificuldades em relação a matéria?
( ) Sim ( ) Não

07. O que você tem mais dificuldade?
( ) Assimilar o conteúdo.
( ) Interpretar as atividades.

( ) Efetuar cálculos.

( ) Outra. Qual? ______________________________

TRIÂNGULOS

01. O que você entende por geometria?

____

____

02. Dê exemplos de alguma situação em que você usa a geometria no seu dia a dia.

____

____

03. Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

____

____

____

04. Você conhece alguma estrutura que apresenta sustentação em formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

____

____

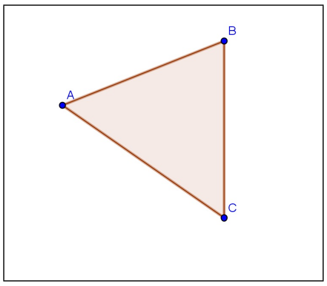
____

05. Responda: O que é triângulo?

____

____

06. Quais são os lados, vértices e ângulos internos do triângulo abaixo?



Fonte: Elaborada pela Autora

07. Como são classificados os triângulos de acordo com as medidas de seus lados?

____

____

08. Sabendo-se que dois lados de um triângulo isósceles medem 4 e 7. Quanto mede o terceiro lado? Justifique sua resposta.

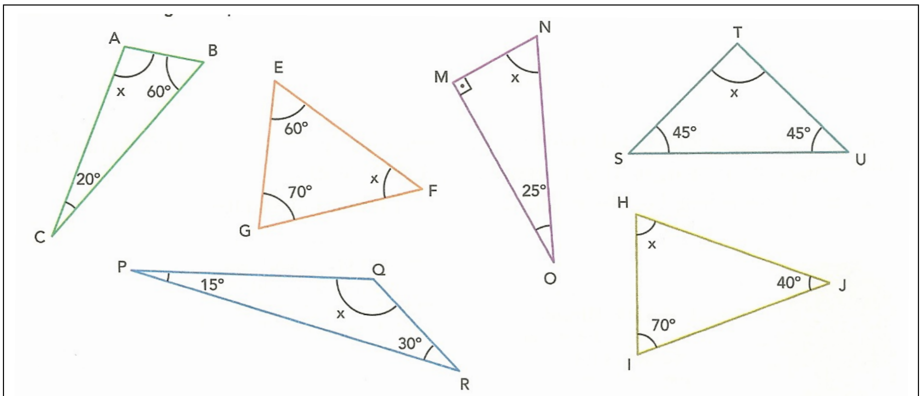
---

09. Desenhe um triângulo retângulo, acutângulo e obtusângulo.

10. Quanto mede a soma dos ângulos internos de um triângulo? E dos ângulos externos?

---

11. Calcule o valor de x em cada triângulo, em seguida complete a tabela.



Triângulo	Medida dos ângulos internos	Nome do triângulo quanto aos ângulos	Nome do triângulo quanto aos lados
△ABC			
△EFG			
△MNO			
△PQR			
△HIJ			
△STU			

Fonte: Dante, 7º ano, 2009.

12. Pode-se construir um triângulo com lados medindo 5cm, 4cm e 10cm? Por quê?

Lista de Exercícios

1^a Lista de Exercícios

1. Desenhe um triângulo DEF e indique quais são seus lados, seus vértices e seus ângulos internos.

2. Cite exemplos:

Você conhece alguma estrutura que apresente sustentação favorecida pelas formas triangulares? Em caso afirmativo, descreva-a.

3. Desenhe o que se pede e explique:

a) Uma estrutura que se deforma facilmente.

b) Uma estrutura que não se deforma facilmente.

c) Explique a razão pela qual uma estrutura se deforma facilmente e outra não.

---

4. Um triângulo tem como lados os segmentos $\overline{RS}$, $\overline{RT}$ e $\overline{ST}$. Responda:

a) Quais são os vértices desses triângulos?

---

b) Como se denomina esse triângulo?

---

5. Um triângulo tem vértices nos pontos E, F e G.

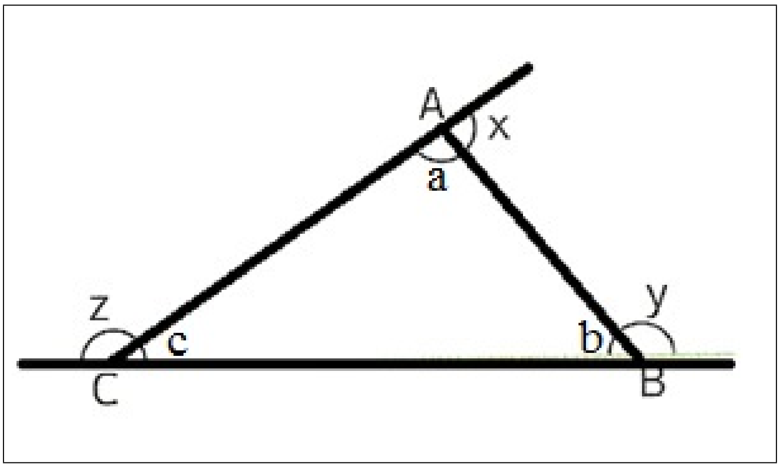
a) Que segmentos representam os lados desse triângulo?

---

b) Como se denomina esse triângulo?

---

6. Quais são os lados, vértices, ângulos internos e ângulos externos do triângulo abaixo?



Fonte: Elaborada pela Autora

2^a Lista de Exercícios

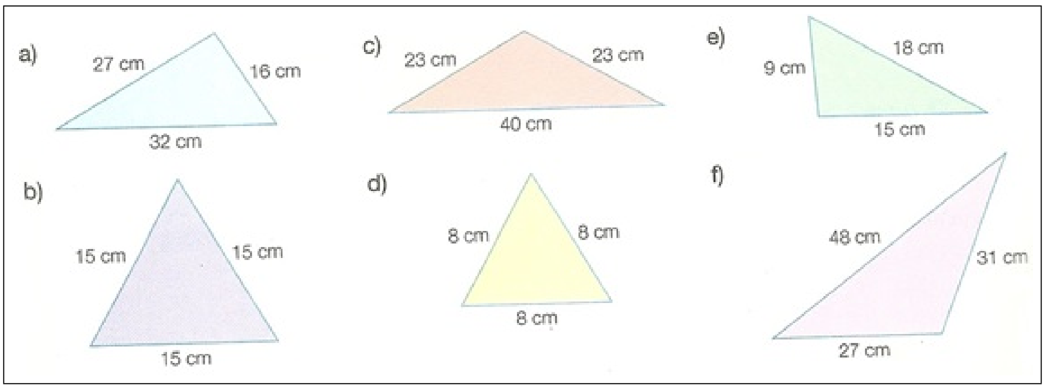
1. Desenhe se possível:

a) Um triângulo ABC escaleno e acutângulo.

b) Um triângulo EFG isósceles e retângulo.

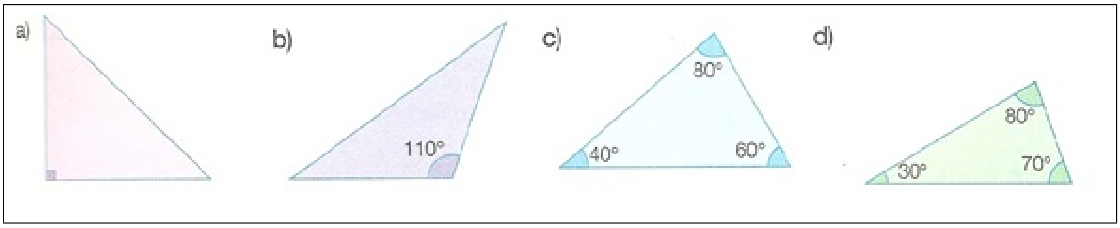
c) Um triângulo PQR equilátero e obtusângulo.

2. Classifique os triângulos abaixo de acordo com a medida dos seus lados.



Fonte: Giovanni e Parente, 7º ano, 2002

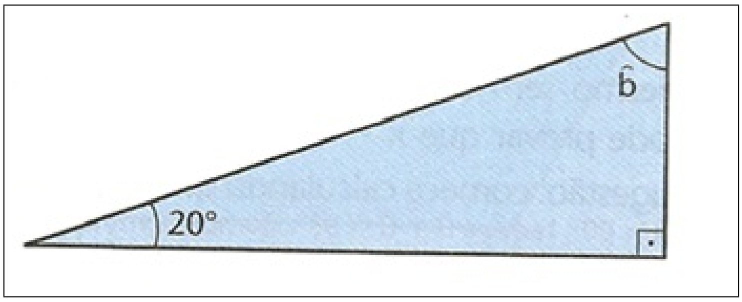
3. Classifique os triângulos abaixo de acordo com as medidas dos seus ângulos internos.



Fonte: Giovanni e Parente, 7º ano, 2002

3^a Lista de Exercícios

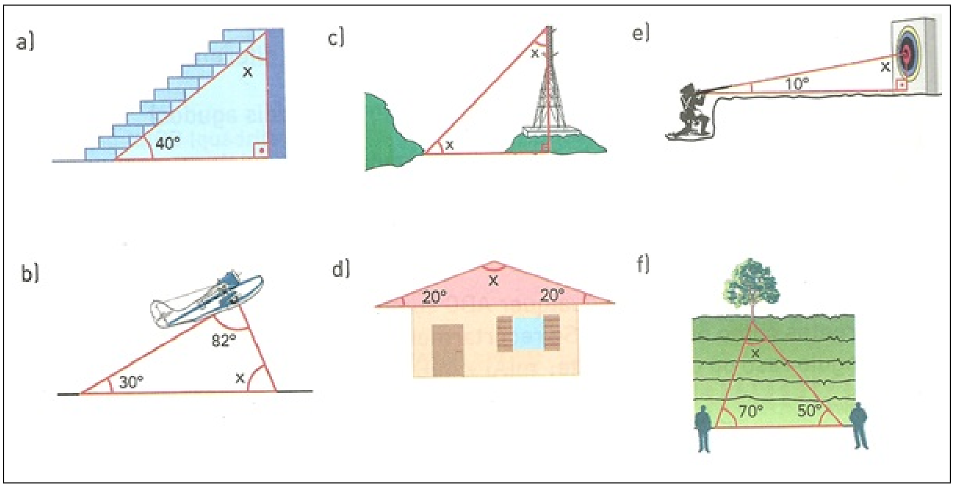
1. Conhecendo a medida de dois ângulos internos de um triângulo, é fácil encontrar a medida do terceiro ângulo. Nesta figura, encontre a medida de b.



Fonte: Marília Centurón e José Jakubovic, 8º ano, 2012

2. Num triângulo AOE, o ângulo A mede 107^o e o ângulo O, 35^o. Calcule a medida do ângulo E.

3. Interprete cada figura e calculem a medida x do ângulo assinalado.



Fonte: Dante, 7º ano, 2009

4. Dê um exemplo em cada item de possíveis medidas dos ângulos internos.

a) Em um triângulo obtusângulo e isósceles.

b) Em um triângulo retângulo e escaleno.

c) Em um triângulo acutângulo e isósceles.

d) Em um triângulo retângulo e isósceles.

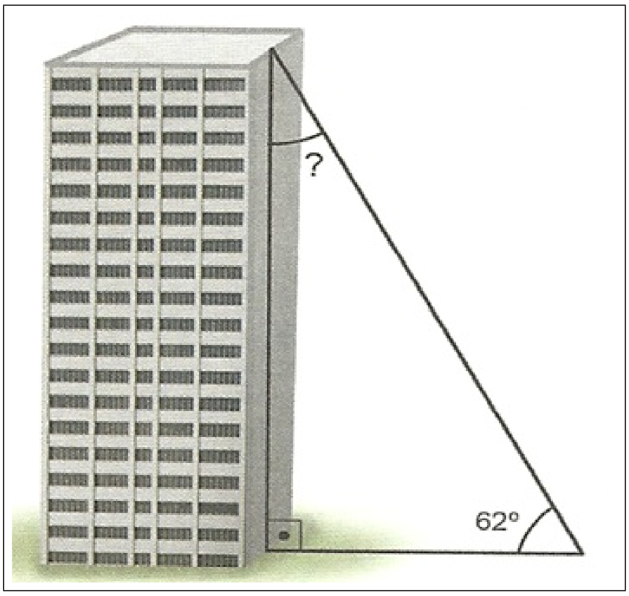
e) Em um triângulo obtusângulo e equilátero.

5. Um triângulo pode ter:

a) Dois ângulos internos retos? Por quê?

b) Um ângulo interno agudo, um obtuso e um reto? Por quê?

6. Uma corda foi esticada do topo deste prédio até o chão. O ângulo determinado no chão pode ser medido: 62^o. Qual é a medida do ângulo no topo desse prédio?



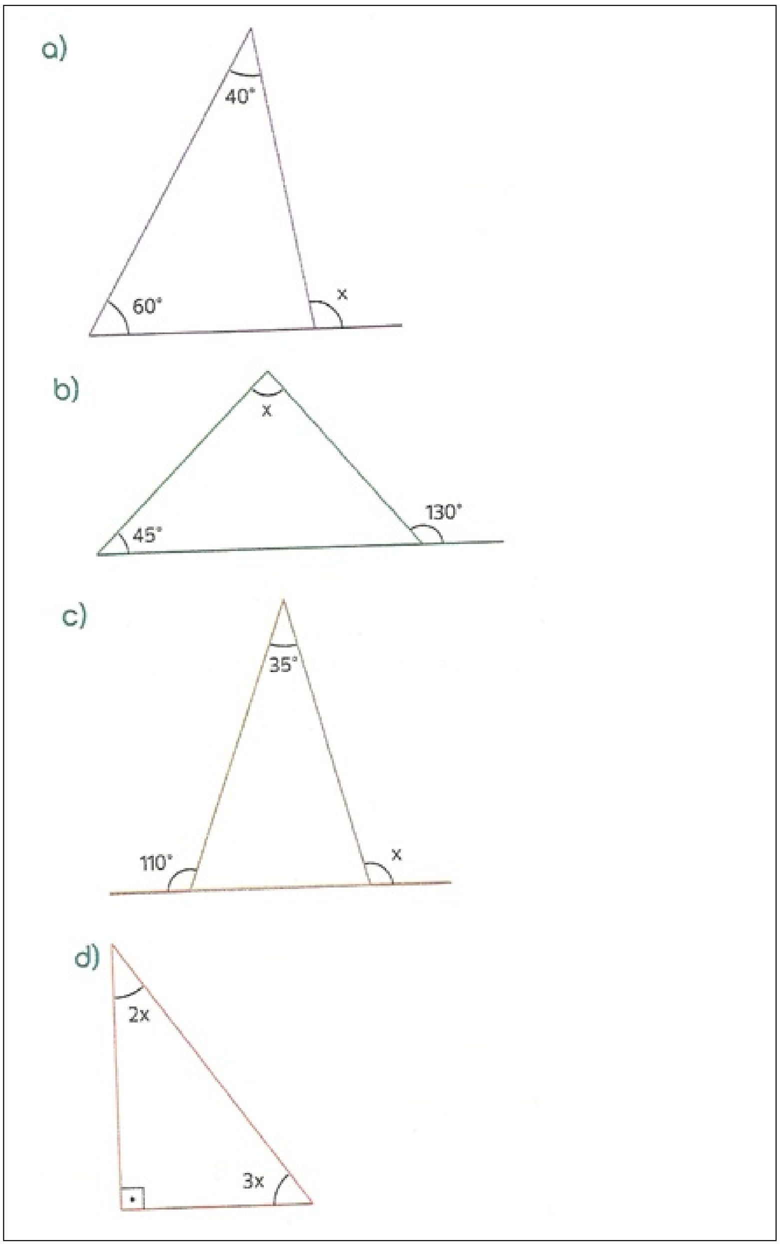
Fonte: Dante, 8º ano, 2013

7. Responda às questões destes adolescentes.

Fonte: Projeto Araribá, 7º ano, 2006

4^a Lista de Exercícios

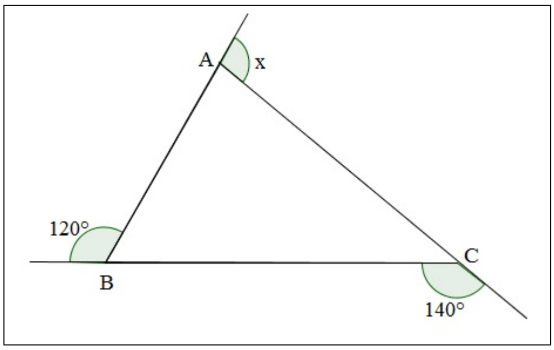
1. Determine o valor de x, em graus, e calcule as medidas dos ângulos internos desconhecidos.



Fonte: Fonte: Dante, 8º ano, 2013

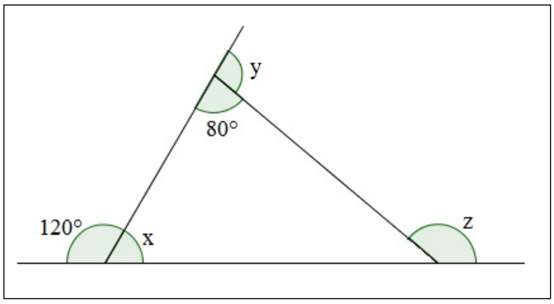
2. Qual é a soma das medidas dos ângulos externos de um triângulo?

3. Usando a soma dos ângulos externos de um triângulo, encontre o valor de x.



Fonte: Elaborada pela Autora

4. Calcule aas medidas dos ângulos x, y e z, usando a soma dos ângulos internos e externos.



Fonte: Elaborada pela Autora

5^a **Lista de Exercícios**

1. Descubra se é possível construir triângulos cujos lados tenham as medidas abaixo. Justifique sua resposta.

a) $6cm$, $8cm$ e $5cm$

b) $8cm$, $5cm$ e $18cm$

c) $7cm$, $4cm$ e $3cm$

d) $15cm$, $40cm$ e $50cm$

2. Construa os triângulos cujas medidas dos lados são dadas abaixo.

a) $3cm$, $4cm$ e $6cm$

b) $7cm$, $8cm$ e $4cm$

c) $8cm$, $6cm$ e $2cm$

d) $16cm$, $10cm$ e $4cm$

Você conseguiu construir todos os triângulos?

3. Responda à questão.

Se dois lados de um triângulo isósceles medem $38cm$ e $14cm$, qual será a medida do terceiro lado?

4. Os lados de um triângulo medem em centímetros 5, 3 e x. Assinale a alternativa que NÂO REPRESENTA um possível valor para x.

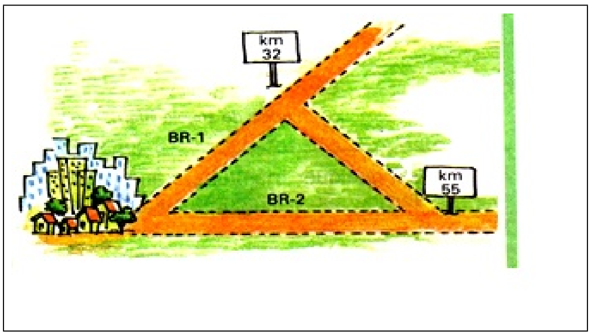
a) $8cm$

b) $6cm$

c) $5cm$

d) $7cm$

5. Deseja-se fazer uma ligação entre o km 32 da $BR-1$ e o km 55 da $BR-2$, como mostra a figura.



Fonte: www.auladoguto.com.br

Sabendo que essa ligação terá um número inteiro de quilômetros, qual a medida mínima que poderá ter?

a) $24km$

b) $23km$

c) $22km$

d) $21km$