UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL

UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE DOURADOS

JORGE VIEGAS MARTINS

ANÁLISE DOS MÉTODOS UTILIZADOS NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES NO ENSINO BÁSICO.

DOURADOS

2013

JORGE VIEGAS MARTINS

ANÁLISE DOS MÉTODOS UTILIZADOS NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES NO ENSINO BÁSICO.

Trabalho de Conclusão de curso à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). Unidade Universitária de Dourados, exigência parcial para o Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT).

Orientador: Prof. Dr: Odival Faccenda

Dourados

2013

JORGE VIEGAS MARTINS

ANÁLISE DOS MÉTODOS UTILIZADOS NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES NO ENSINO BÁSICO.

Trabalho de Conclusão de Curso, Apresentado e Aprovado para obtenção do grau de Mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, (UEMS) Unidade Universitária de Dourados.

Conceito:_______________

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Odival Faccenda

____

Prof. Dr. Odival Faccenda

(Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul)

____

Prof. Dr. Aguinaldo Lenine Alves
(Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul)

____

Prof. Dr. Luiz Gonzaga Manzine

(Universidade Federal da Grande Dourados)

Dourados - MS, 08 de Março de 2013.

M343a Martins, Jorge Viegas

Análise dos métodos de resolução de sistemas lineares no ensino básico/Jorge Viegas Martins. Dourados, MS: UEMS, 2013.

33 p. ; 30cm.

Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado) – Profmat – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2013.

RESUMO

Neste trabalho, testou-se a eficiência de dois métodos para resolução para sistemas lineares com duas equações lineares e duas incógnitas apresentados no livro didático do 8º ano do ensino fundamental, da rede estadual de ensino, com a intenção de avaliar qual deles é mais adequado para os alunos, nesta fase de aprendizagem. Tomou-se como amostra a turma do 8º ano A, constituída por 34 alunos da escola estadual Rui Barbosa, da cidade de Cassilândia – MS. Aplicou-se um pré-teste para analisar o nível de conhecimentos dos alunos em relação a conteúdos tidos como pré-requisitos para uma melhor aprendizagem dos dois métodos, e em duas situações distintas aplicou-se o mesmo pós-teste, na primeira situação os alunos deveriam utilizar, somente, do método da Substituição**,** e na segunda situação somente o método da Adição. Posteriormente foi feita uma análise desses resultados. Baseados nos resultados obtidos neste trabalho e no Referencial Curricular do estado de Mato Grosso do Sul, foi feita uma sugestão aos professores de matemática da rede estadual de educação que priorizem o método da Adição, buscando eliminar sempre a primeira incógnita, pois esse procedimento permitirá que o aluno tenha mais facilidade em aprender escalonamento de sistemas lineares com mais de duas incógnitas, conteúdo presente na ementa do 2º ano do ensino médio.

Palavras-chave: Sistemas Lineares com duas incógnitas, Método da Substituição, Método da Adição.

ABSTRACT

In this study we tested the effectiveness of two methods for solving systems of linear equations with two unknowns presented in textbook of the 8th grade of elementary school, of state schools, with the intention to evaluate which one is best suited for students at this stage of learning. Sample was taken as the class of 8th grade A, consisting of 34 students from state school Rui Barbosa, in Cassilândia - MS. We applied a pretest, analyzing content taken as a prerequisite for better learning of the two methods, and in two different situations applied the same post-test, in the first situation the students should use only, the method Replacement, and in the second situation only the method of addition. Subsequently an analysis of these results. Based on the results obtained in this work and Curriculum Reference in the state of Mato Grosso do Sul, a suggestion was made to mathematics teachers of the state system of education that prioritize the Addition method, always seeking to eliminate the first unknown, as this procedure allow that students have an easier time learning scheduling linear systems with more than two unknowns, content on this menu the 2th year of high school.

Keywords: Linear systems with two unknowns, Substitution Method, Addition Method.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Preliminares

A maioria dos livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental, utilizados na rede pública do estado de Mato Grosso do Sul, que apresentam o conteúdo de Sistemas lineares com duas Equações e duas incógnitas, tem como objetivo, preliminar, instigar a curiosidade dos alunos no sentido de encontrarem, pelo método da tentativa, dois números, normalmente inteiros, que satisfaçam as duas equações simultaneamente. Como este método pode se tornar muito difícil no campo dos reais, nem sempre, este método, é prático.

No livro “A conquista da Matemática”de José Ruy Giovanni e Benedito Castrucci (2009), o qual foi adotado nas escolas estaduais de Cassilândia para o triênio (2011, 2012 e 2013), são apresentados dois métodos de resolução para este tipo de sistema, são eles: O método da Substituição e o método da Adição. Estes métodos tornam o aluno capaz de resolver problemas que envolvem sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998 p. 40): “Para a grande maioria dos alunos, resolverem um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas”. Portanto um dos nossos objetivos é preparar o aluno para que ele consiga organizar essas equações e efetuar os cálculos necessários para resolver problemas que aparecem com frequência nas provas do ENEM, OBEMEP e nos Vestibulares de várias Universidades e Faculdades do país.

1.2 Problema

Na busca por um procedimento eficiente e prático para que o aluno, de 8º ano do ensino básico, possa determinar as soluções de sistemas lineares, resolveu-se testar a eficiência de dois métodos para verificar qual deles produz resultados melhores no aprendizado do referido conteúdo. Desta forma neste trabalho procurou-se verificar o efeito de dois métodos diferentes no aprendizado de resolução de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

2. OBJETIVOS

O propósito deste trabalho é mostrar que os resultados obtidos pelos alunos, após o estudo envolvendo o método da substituição e do método da adição, garantem uma melhora significativa nos seus conhecimentos sobre resoluções de sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas e determinar qual dos dois métodos apresenta maior eficiência e praticidade para o aluno.

2.1 Objetivos Específicos

Verificar se a elaboração do teste para medir o ganho na aprendizagem do aluno foi adequada.

Verificar quais características inerentes ao aluno apresentam influências significativas no ganho de aprendizagem após a apresentação de cada método.

Verificar se as variáveis controladas são conjuntamente suficientes para prever o ganho de aprendizagem de cada método.

Apresentar uma sugestão de abordagem para o referido conteúdo no 8º ano do ensino fundamental.

3. CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

O trabalho foi desenvolvido com a turma do 8º Ano do ensino fundamental da escola estadual Rui Barbosa de Cassilândia, o motivo da escolha deve-se a maior representatividade entre as turmas da referida escola, e a escolha do tema se deve ao Referencial do Estado de Mato grosso do Sul, o qual tem que ser seguido.

No primeiro passo fez-se uma sondagem dos conteúdos considerados necessários para que o aluno possa ter um bom desempenho na resolução de sistemas lineares. Tendo em vista que o resultado não foi satisfatório, foi realizada uma revisão desses conteúdos, em duas aulas.

No segundo passo, foi feita uma explicação, na lousa, sobre o método da substituição e os alunos tiveram quatro aulas para desenvolverem os exercícios de aprendizagem e de fixação, até a realização da primeira avaliação de aprendizagem.

No terceiro passo, foi feita uma explicação, na lousa, sobre o método da adição e os alunos tiveram, também, quatro aulas para desenvolverem os exercícios de aprendizagem e de fixação até a realização da segunda avaliação de aprendizagem.

Posteriormente, realizou-se uma análise dos resultados obtidos. Por meio desses resultados, encontrou-se o método que conduz a uma melhora significativa nos conhecimentos dos alunos sobre sistemas de equações lineares com duas equações e duas incógnitas, destacando qual deles se mostrou mais eficiente, na resolução de problemas, para a turma citada.

Os procedimentos metodológicos estão descritos, detalhadamente, na seqüência do texto.

3.1 Primeiro Passo: Pré-teste

Foi aplicado um teste de verificação de aprendizagem (Y_1), Anexo A, relacionados aos conteúdos considerados pré-requisitos para que o aluno tenha condições de ter um bom desempenho na aprendizagem dos sistemas de duas equações lineares e duas incógnitas, posteriormente usou-se duas aulas na análise e correção do Y_1**.**

3.2 Segundo Passo: Método da Substituição

Inicialmente apresentou-se um sistema linear de duas equações e duas incógnitas, o qual foi resolvido por tentativa, posteriormente, o mesmo problema foi resolvido usando o método da substituição, o qual foi exposto, para os alunos, de acordo com o Anexo B. Foram resolvidos, como exemplo, dois exercícios da lista apresentada no livro didático, e cinco foram deixados como tarefa, os quais foram analisados e corrigidos na aula seguinte, foram utilizadas duas aulas para análise e correção de exercícios de fixação, finalizando o segundo passo com a verificação de aprendizagem (Y_2), Anexo C, que foi corrigida e analisada na lousa, na aula seguinte a da verificação Y_2.

3.3 Terceiro Passo: Método da Adição

O problema apresentado na introdução do conteúdo foi exposto novamente e resolvido pelo método da adição. Neste caso, foram resolvidos dois exercícios da lista do livro didático, e os demais deixados como tarefa. O procedimento de exposição do Método da Adição e os exercícios trabalhados em sala estão descritos no Anexo B. Posteriormente foram utilizadas mais três aulas para análise e correção destes exercícios, finalizando com a terceira verificação de aprendizagem (Y_3), Anexo C.

3.4 Variáveis Estudadas

Seguem abaixo às variáveis presentes na planilha de resultados (Anexo D), juntamente com suas explicações.

- X_1: indica qual é a quantidade de faltas do aluno (0 = “aluno com nenhuma falta” | 1 = “aluno com pelo menos uma falta”);
- X_2: Nível de concentração dos alunos (0 = “baixo” | 1 = “regular”)
- X_3: indica o sexo do aluno (0= “feminino” | 1= “masculino”);

- X_4: indica se o aluno estava repetindo a série ou não (0= “não repetente” | 1= “repetente”);
- X_5: indica a origem do aluno (0= “urbana” | 1= “rural”);
- Y_0: Pontuação no teste contendo pré-requisitos para o conteúdo;
- Y_1: Pontuação no teste após o aluno ter participado do primeiro método de resolução de sistemas lineares;
- Y_2: Pontuação no teste após o aluno ter participado da exposição do segundo método de resolução de sistemas lineares.
- VAM_{1_0}: Valor agregado que consiste na diferença da nota dos testes $Y_1 - Y_0$
- VAM_{2_0}: Valor agregado que consiste na diferença da nota dos testes $Y_2 - Y_0$
- VAM_{2_1}: Valor agregado que consiste na diferença da nota dos testes $Y_2 - Y_1$

3.5 Métodos Utilizados na Análise dos Resultados

Inicialmente foi realizada uma análise exploratória com a finalidade de observar o comportamento das variáveis envolvidas no problema. Aplicou-se o teste t para dados pareados para verificar se os métodos apresentariam diferenças significativas nos resultados. A análise de correlação foi utilizada para estudar possíveis relações entre as variáveis.

Na seqüência utilizou-se o teste t a fim de avaliar a significância do valor agregado dos métodos em relação às variáveis de controle.

Por fim, montou-se uma regressão linear com o intuito de avaliar se as variáveis estudadas são conjuntamente suficientes para prever o ganho de aprendizagem, verificando a adequabilidade do modelo.

A metodologia descrita segue orientação apresentada no livro de Dawson & Trapp (2003).

4. RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados referentes à análise das variáveis Y_0, Y_1 e Y_2 para verificar o aprendizado da resolução de sistemas lineares. Posteriormente serão apresentados os resultados das variáveis correspondentes ao valor agregado do pós-teste em relação ao pré-teste. Será definido também o modelo apropriado para o estudo e finalizando a seção serão feitos alguns comentários sobre os resultados e as perspectivas que surgiram durante o desenvolvimento do trabalho.

4.1 Resultados das Variáveis dos Testes

Os resultados referentes à análise das variáveis Y_0, Y_1 e Y_2 para verificar o aprendizado dos alunos na resolução de sistemas lineares em três momentos, antes de desenvolver o método da substituição (Y_0) com os alunos, depois de desenvolver o método da substituição (Y_1) e depois de desenvolver o método da adição (Y_2).

Na Tabela 1 são apresentados para cada par os resultados da pontuação média dos alunos que fizeram o pré-teste (controle), e o pós-teste (método) com seu respectivo desvio padrão, bem como a média das diferenças entre controle e tratamento e a significância estatística dos tratamentos quando comparados com os resultados do controle.

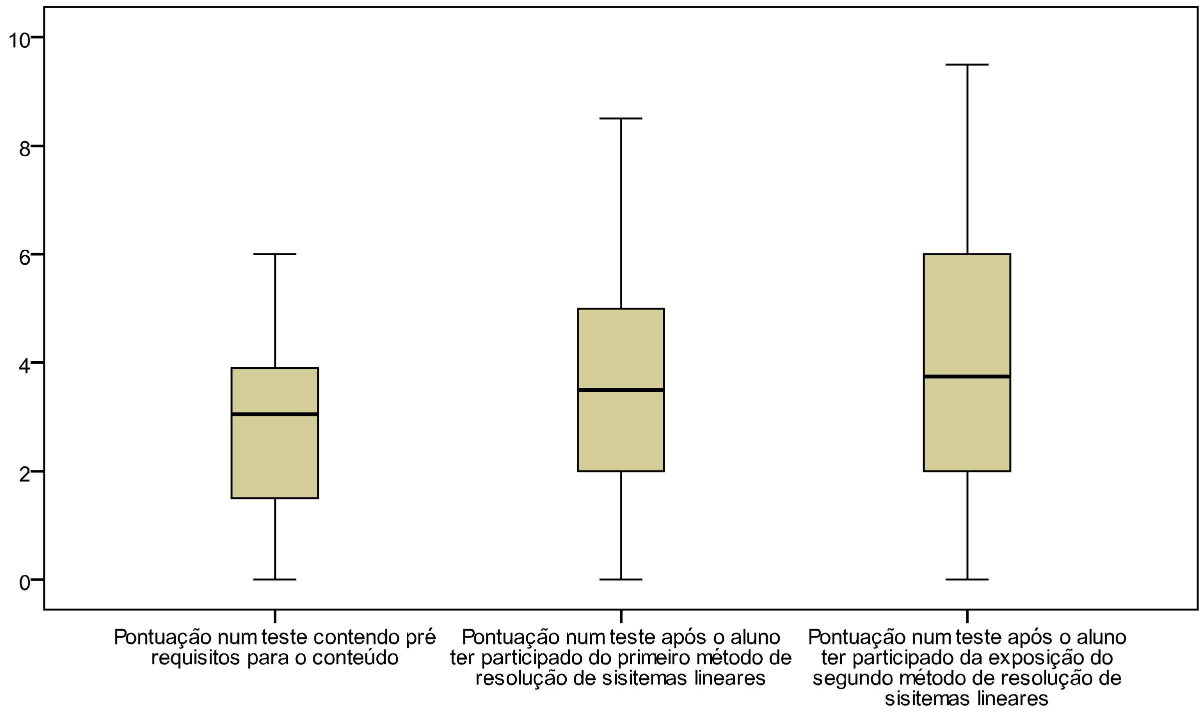
Tabela 01: Pontuação média e desvio padrão das notas dos testes para cada método, média da diferença da pontuação entre pré e pós-teste, e significância estatística. Cassilândia/MS, 2013

Métodos	Pré-teste	Pós-teste	Média das diferenças	t	gl	Sig. (bilateral)
M1_0	2,78(1,49)	3,36(2,23)	-0,576	-2,522	33	0,017
M2_0	2,78(1,49)	4,02(2,63)	-1,235	-4,235	33	<0,001
M2_1	3,36(2,23)	4,02(2,63)	-0,659	-3,421	33	0,002

t = Teste t para dados pareados

Conclusão, nas condições do presente estudo verificou-se através dos resultados do teste t para amostras pareadas, Tabela 1, que os dois métodos apresentaram efeito, no aprendizado de resolução de sistemas lineares, significativo, $p < 0,01$, em relação ao controle, condição anterior a apresentação do método. Constatou-se, ainda, que o método da adição apresentou resultado significativamente melhor, $p < 0,01$, que o método da substituição. O que significa que a ordem de apresentação dos métodos fez com que o conhecimento no aprendizado de resolução de sistemas lineares melhorasse significativamente.

Figura 1. Box-Plot da variável pontuação nos três momentos.



A Figura 1 apresenta os box-plots da variável pontuação nos três momentos de aplicação dos testes. A mesma sugere que a distribuição normal seja adequada, devido à simetria das distribuições e a ausência de valores discrepantes, o que possibilitará o uso de testes paramétricos na análise dos resultados.

Ao analisar os resultados da pontuação nos três momentos, é interessante esperar que os mesmos apresentem uma forte correlação, sugerindo então, que a elaboração do teste foi adequada para medir o real conhecimento do aluno.

Para averiguar essa pressuposição utilizou-se o coeficiente de correlação de Pearson, o qual indicou uma alta correlação (r_{0-1} = 0,816; r_{0-2} = 0,797 ; r_{1-2} = 0,906). Esse fato indica que os testes estão bem associados com o real conhecimento dos alunos.

4.2 Resultados das Variáveis Correspondentes ao Valor Agregado

A análise das variáveis correspondentes ao valor agregado do pós-teste em relação ao pré-teste para verificar se o ganho no aprendizado da resolução de sistemas lineares é consequência das variáveis que se buscou controlar neste estudo.

Tabela 2: Média (desvio padrão) do ganho agregado no aprendizado de resolução de sistemas lineares dos métodos em relação a características dos estudantes. Cassilândia, MS, 2013.

		Ganho Agregado do método posterior em relação a condição anterior					
		GAM_{1_0}		**GAM_{2_0}**		**GAM_{2_1}**	
Característica dos estudantes	**n**	**Média (dp)**	**t(p)**	**Média (dp)**	**t(p)**	**Média (dp)**	**t(p)**
Quantidade Faltas							
Nenhuma	**19**	**0,516(1,27)**	**-0,295(0,770)**	**1,390(1,65)**	**0,589(0,560)**	**0,874(1,09)**	**1,267(0,214)**
Uma ou mais	**15**	**0,653(1,45)**	**ns**	**1,040(1,80)**	**ns**	**0,387(1,14)**	**Ns**
Nível concentração							
Baixo	**18**	**-0,061(0,79)**	**-3,4(0,002)**	**0,300(1,17)**	**-4,2(<0,001)**	**0,361(0,94)**	**-1,69(0,102)**
Regular	**16**	**1,294(1,47)**	******	**2,287(1,60)**	******	**0,994(1,25)**	**Ns**
Sexo							

Femenino	**24**	**0,638(1,41)**	**0,41(0,686)**	**1,271(1,72)**	**0,19(0,854)**	**0,633(1,13)**	**-0,20(0,841)**
Masculino	**10**	**0,430(1,19)**	**ns**	**1,150(1,733)**	**ns**	**0,720(1,162)**	**Ns**
Retido							
Não repetente	**31**	**0,51(1,36)**	**-0,89(0,379)**	**1,15(1,61)**	**-0,88(0,383)**	**0,64(1,07)**	**-0,28(0,783)**
Repetente	**3**	**1,23(0,87)**	**ns**	**2,07(2,76)**	**ns**	**0,83(1,89)**	**Ns**
Procedência							
Urbana	**30**	**0,56(1,38)**	**-0,15(0,878)**	**1,26(1,71)**	**0,23(0,821)**	**0,70(1,14)**	**0,53(0,589)**
Rural	**4**	**0,68(1,07)**	**ns**	**1,05(1,86**	**ns**	**0,38(1,11)**	**Ns**

ns = Não significativo. ** = Significativo, com $p < 0,01$, para o teste t. n = Número de estudantes por característica da variável estudada. dp = desvio padrão. t = valor do teste T. p = probabilidade de rejeitar uma hipótese verdadeira.

Os resultados sugerem que o ganho na aprendizagem de resolução de sistemas lineares depende significativamente do nível de concentração dos estudantes.

As características, quantidade de falta e sexo, não apresentaram diferenças significativas no ganho de aprendizagem.

A característica reprovado, ainda que não tenha apresentado diferença significativa, devido a baixa representatividade de repetentes na amostra (n=3), chama atenção pelo fato de que o ganho médio destes foram bem superiores aos dos não repetentes. Desta forma, recomenda-se repetir o experimento com maior representatividade de alunos repetentes para confirmar, ou não, esta hipótese.

Em relação a característica procedência, rural ou urbana, embora os alunos da zona rural estejam sub-representados na amostra (n=4), não se constatou nenhuma evidência significativa no ganho de aprendizagem entre as procedências: rural e urbana.

4.3 Modelo Ajustado

O modelo apropriado para este estudo é o de Regressão Linear, já que a variável resposta ganho agregado no aprendizado de resolução de sistemas lineares é contínua.

Um primeiro modelo de regressão linear foi ajustado para cada condição de valor agregado estudado (VAM_{1_0}: ganho agregado do pós-teste, depois de apresentar o método um, em relação ao pré-teste; VAM_{2_0}: ganho agregado do pós-teste, depois de apresentar o método dois, em relação ao pré-teste; VAM_{2_1}: ganho agregado do pós-teste, depois de apresentar o método dois, em relação ao pré-teste, depois de apresentar o método um) considerando todas as variáveis de controle e cujos resultados estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Sumário do primeiro modelo de regressão linear para cada variável de valor agregado

Variável dependente	Parâmetro	Estimativa do parâmetro (β)	Erro Padrão	t	P-valor
	Intercepto	-0,336	0,411	-0,818	0,420
	Quantidade Faltas	0,484	0,454	1,066	0,295
VAM_{1_0}	Nível de concentração	1,454	0,437	3,324	0,002
	sexo	-0,001	0,466	-0,002	0,998
	Retido	0,278	0,772	0,360	0,722
	Procedência	-0,078	0,672	-0,117	0,908
	Intercepto	0,173	0,502	0,345	0,732
	Quantidade Faltas	0,156	0,554	0,281	0,781
VAM_{2_0}	Nível de concentração	2,010	0,534	3,762	0,001
	sexo	0,138	0,569	0,243	0,810
	Retido	0,450	0,942	0,477	0,637

	Procedência	-0,280	0,821	-0,341	0,736
	Intercepto	0,510	0,391	1,305	0,203
	Quantidade Faltas	-0,328	0,431	-0,761	0,453
VAM_{2_1}	Nível de concentração	0,555	0,416	1,336	0,192
	sexo	0,140	0,443	0,315	0,755
	Retido	0,172	0,734	0,235	0,816
	Procedência	-0,201	0,639	-0,315	0,755

Ao analisar os modelos exibidos na Tabela 3, nota-se que existem variáveis não significativas a um nível de 5%. Devido a isso, um novo modelo será proposto, na tabela 4, a qual possuirá apenas variáveis significativas.

Tabela 4: Sumário do primeiro modelo de regressão linear.

Variável dependente	Parâmetro	Estimativa do parâmetro (β)	Erro Padrão	t	P-valor	R^2
	Intercepto	-0,061	0,273	-0,224	0,825	0,265
VAM_{1_0}	Nível de concentração	1,355	0,399	3,40	0,002	
	Intercepto	0,30	0,328	0,914	0,367	0,351
VAM_{2_0}	Nível de concentração	1,988	0,478	4,156	<0,001	

Os modelos finais obtidos, segundo a Tabela 4, são dados apenas em função da variável nível de concentração. Continuando a análise, fica evidente que os mesmos não possuem um bom poder de predição, dado que o R^2 é 0,265 e 0,351 respectivamente. Além do mais o modelo para predição da variável VAM_{2_1} não apresentou nenhuma variável de controle com resultado significativo.

Numa análise geral a variável com maior influência no aprendizado do aluno foi o nível de concentração e comprometimento que faz com que o mesmo supere até a falta conhecimentos para os conteúdos tidos como pré-requisitos.

5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Quando foi aplicado o pré-teste percebeu-se que o conhecimento dos alunos com relação a resolução de equação do primeiro grau com uma e com duas incógnitas não eram satisfatório, pois apenas um aluno obteve nota acima da média. Mesmo que em média os alunos apresentaram um ganho de aprendizagem significativo após a revisão feita no pré-teste constatou-se que o aprendizado não foi suficiente para sanar totalmente as deficiências.

O melhor resultado no método da adição não foi surpresa, pois durante o desenvolvimento deste trabalho, notou-se uma melhor receptividade por parte dos alunos em relação a exposição do método da adição, pela sua praticidade e redução nos cálculos nas situações mais elementares, logicamente se assustaram um pouco nos problemas com maior complexidade, nos quais tinham que multiplicar as duas equações para poderem cancelar uma das incógnitas na busca das soluções para estes sistemas lineares.

Das variáveis estudadas, a que apresentou maior influência nos resultados obtidos foi o nível de concentração, já as outras variáveis não tiveram resultados significativos. Outras variáveis deveriam ter sido incluídas no estudo, principalmente variáveis relacionadas a questões sociais, as quais não foram levantadas em decorrência da quantidade de aulas disponibilizadas para o trabalho, o qual foi feito no final do ano letivo, as vésperas das provas bimestrais.

Diante dos resultados apresentados neste trabalho e com base no Referencial Curricular do Estado de Mato Grosso do Sul, sugere-se aos professores de matemática do 8º ano da rede estadual que priorizem, ou exponham apenas, o método da adição procurando eliminar a primeira incógnita, porque além de ser o método que apresentou maior eficiência e praticidade para o aluno, serve de base para o escalonamento de sistemas lineares, conteúdo relacionado para o terceiro bimestre do 2º ano do ensino médio. Enquanto o método da substituição é apresentado aos alunos no quarto bimestre do 7º ano e também no terceiro bimestre do 9º ano, implicitamente, no conteúdo de função do 1º grau, onde o aluno tem a oportunidade de ilustrar a resolução do sistema linear graficamente, o que torna o conteúdo mais atrativo para o aluno.

A sugestão apresentada, no parágrafo anterior, não pôde ser trabalhada e nem testada com a turma pesquisada, porque foi elaborada após a análise: dos resultados e do referencial curricular do estado, o que aconteceu após o término do ano letivo e neste ano a turma está descaracterizada, alguns alunos reprovaram, outros mudaram de escola ou de turno, além de alunos transferidos de outras escolas.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas condições da turma são apresentadas melhoras significativas no aprendizado dos alunos, nos dois métodos, sendo que no método da Adição, se saíram melhores.

Utilizando-se do coeficiente de correlação de Pearson pode-se assegurar que os testes de conhecimentos aplicados para avaliar o conhecimento da turma estão bem associados com o conhecimento real dos alunos.

Na análise das variáveis correspondentes ao valor agregado do teste um e do teste dois com relação ao pré-teste verifica-se uma melhora significativa no aprendizado de resolução de sistemas lineares é proporcional ao nível de concentração do aluno durante a aula. Enquanto variáveis como faltas e o sexo não apresentam diferenças significativas no estudo, em relação as características “reprovado” e “morador de zona rural” já que os dados foram pouco representativos e dificultaram tirar conclusões a níveis desejados.

Observou-se que as variáveis de controle utilizadas não foram conjuntamente suficientes para explicar o ganho de aprendizagem devido aos métodos, $R^2 = 0,265$, ou seja, 73,5% do ganho de aprendizagem são devidos a outros fatores que não foram estudados.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DAWSON, B. & TRAPP, R. G. 2003. Bioestatística básica e clínica. 3ª edição. McGraw-Hill. 348p.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. e CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática 7º ano – Edição Renovada. – São Paulo: FTD, 2009 – (Coleção a conquista da matemática). (2009).p: 159-165.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. e CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática 8º ano – Edição Renovada. – São Paulo: FTD, 2009 – (Coleção a conquista da matemática). (2009).p: 172-193.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. e CASTRUCCI, B. A Conquista da Matemática 9º ano – Edição Renovada. – São Paulo: FTD, 2009 – (Coleção a conquista da matemática). (2009).p: 139-141.

PAIVA, MANOEL. Matemática (Ensino Médio), Volume único – 1ª Edição – São Paulo: Moderna, 2005. p: 319-328.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais.** Matemática, 1996. p: 40

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino/MS – Ensino Fundamental.** Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso do Sul, 2012. p: 227-276.

MATO GROSSO DO SUL. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino/MS – Ensino Médio.** Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso do Sul, 2012. p: 159-169.

ANEXOS

Anexo A: Pré teste

ESCOLA ESTADUAL RUI BARBOSA

8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

PROF JORGE VIEGAS

ALUNO:..

VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS ADQUIRIDOS

(VALOR DE ZERO A DEZ)

01) Resolva as equações, sendo x a incógnita (vale 1,0 cada item):

a) $9x - 3 = 5x$ b) $5(x+2) - 3(x+6) = 40$ c) $\frac{x-3}{4} + \frac{x+1}{6} = \frac{x-1}{12}$

d) $\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ e) $\frac{x+3}{x+7} = \frac{x+7}{x+12}$ f) $6x + p = 4x + 2p$

02) (1,0) As expressões (m-n)x + (m+n)x e 10m são iguais. Nessas condições, qual é o valor do número real x?

03) (1,0)Em um grupo de jovens, 25 % têm estatura superior a 1,70 m; 45% têm estatura entre 1,65 m e 1,70 m; e 12 desses jovens têm estatura inferior a 1,65 m. Quantos desses jovens têm estatura variando entre 1,65 m e 1,70 m?

04)(2,0)No estacionamento de um edifício há carros e motos, totalizando 13 veículos e 46 rodas. Quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento?

FONTE: "A conquista da Matemática", de José Ruy Giovanni Jr. e Benedito Castrucci (2009).

Anexo B: descrição dos Métodos (Giovanni Jr.; Castrucci, 2009 – p:179 à 184)

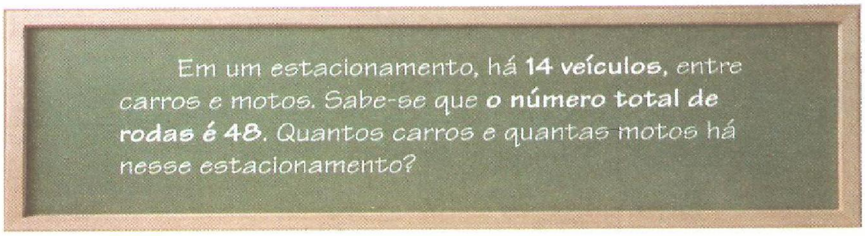
26 RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Existem métodos algébricos que permitem calcular o par ordenado (x, y) que é a solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

Neste capítulo, estudaremos dois desses métodos: o da **substituição** e o da **adição**.

MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

Considere, mais uma vez, o problema dado na abertura desta Unidade:



PhotoDisc/Getty Images

Inicialmente, indicamos:

- o número de carros que há no estacionamento por *x*;
- o número de motos que há no estacionamento por *y*.

De acordo com os dados do problema, formamos o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$$

Para resolver o sistema pelo método da substituição, seguimos os passos:

1º passo: Na 1ª equação, determinamos o **valor de *x***:

$x + y = 14$

$x = 14 - y$

2º passo: Na 2ª equação, vamos substituir *x* por $14 - y$:

$4x + 2y = 48$

$4(14 - y) + 2y = 48 \longrightarrow$ equação do 1º grau na incógnita *y*

$56 - 4y + 2y = 48$

$56 - 2y = 48$

$-2y = 48 - 56$

$-2y = -8$

$2y = 8$

$y = \dfrac{8}{2}$

$y = 4 \longrightarrow$ número de motos

3º passo: Substituímos *y* por 4 na equação $x = 14 - y$:

$x = 14 - y$

$x = 14 - 4$

$x = 10 \longrightarrow$ número de carros

Então, a solução do sistema $\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$ é o par ordenado **(10, 4)**.

Há 10 carros e 4 motos no estacionamento.

Veja agora outros exemplos.

1 Determinar a solução (x, y) do sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 20 \end{cases}$.

1º passo:
Na 1ª equação, determinamos o valor de *x*:

$2x + 3y = 7$

$2x = 7 - 3y$

$x = \dfrac{7 - 3y}{2}$

2º passo:
Substituímos o valor de *x* na 2ª equação:

$3x - 5y = 20$

$3\left(\dfrac{7 - 3y}{2}\right) - 5y = 20$

$\dfrac{21 - 9y}{2} - 5y = 20$

$\dfrac{21 - 9y - 10y}{2} = \dfrac{40}{2}$

$21 - 19y = 40$

$-19y = 40 - 21$

$-19y = 19$

$19y = -19$

$y = -\dfrac{19}{19}$

$y = -1$

3º passo:
Determinamos o valor de *x* para $y = -1$:

$x = \dfrac{7 - 3y}{2}$

$x = \dfrac{7 - 3(-1)}{2}$

$x = \dfrac{7 + 3}{2}$

$x = \dfrac{10}{2}$

$x = 5$

O par **(5, −1)** é a solução do sistema.

2 Vamos resolver o sistema $\begin{cases} \dfrac{x}{2} - 1 = \dfrac{y}{3} \\ x - 3(y + 2) = -4 \end{cases}$.

1º passo: Inicialmente, devemos preparar as equações, isto é, devemos escrevê-las na forma $ax + by = c$:

$\dfrac{x}{2} - 1 = \dfrac{y}{3}$

$\dfrac{3x - 6}{6} = \dfrac{2y}{6}$

$3x - 6 = 2y$

$3x = 2y + 6$

$3x - 2y = 6$

$x - 3(y + 2) = -4$

$x - 3y - 6 = -4$

$x - 3y = -4 + 6$

$x - 3y = 2$

2º passo: Agora, vamos resolver o sistema equivalente: $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$.

Nesse sistema, é mais simples iniciarmos pela 2ª equação:

$x - 3y = 2$
$x = 2 + 3y$

Substituímos o valor de *x* na 1ª equação:

$3x - 2y = 6$
$3(2 + 3y) - 2y = 6$
$6 + 9y - 2y = 6$
$6 + 7y = 6$
$7y = 6 - 6$
$7y = 0$
$y = \frac{0}{7}$
$\mathbf{y = 0}$

Determinamos o valor de *x* para $y = 0$:

$x = 2 + 3y$
$x = 2 + 3 \cdot (0)$
$x = 2 + 0$
$\mathbf{x = 2}$

A solução do sistema é o par **(2, 0)**.
Podemos escrever: $S = \{(2, 0)\}$.

EXERCÍCIO

Utilizando o método da substituição, determine a solução de cada um dos seguintes sistemas de equações do 1º grau nas incógnitas x e y:

a) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 18 \\ x + y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x - 3y = -26 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 5y = -24 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x}{5} = 10 + \frac{y}{2} \\ x - y = 29 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x - 5y = 2(x - y) + 1 \\ 3y - 3(x - 3y) + x = -2 - 3y \end{cases}$

g) $\begin{cases} \frac{x + y}{5} = \frac{x - y}{3} \\ \frac{x}{2} = y + 2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x = 2(y + 2) \\ \frac{x - y}{10} = \frac{x}{2} + 2 \end{cases}$

MÉTODO DA ADIÇÃO

Veremos a seguir como resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas usando o método algébrico da adição.

Observe os exemplos:

1 Determinar a solução (x, y) do sistema $\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 2x - 3y = 14 \end{cases}$.

1º passo: Como as duas equações apresentam termos opostos (**+3y** na primeira e **−3y** na segunda), adicionamos as duas equações membro a membro. Isso permite obter uma única equação, equivalente às equações dadas, sem a incógnita *y*:

$$\begin{array}{l} 5x + 3y = 21 \\ \underline{2x - 3y = 14} \\ 7x + 0 = 35 \end{array}$$

$$7x = 35$$

$$x = \frac{35}{7}$$

$$\mathbf{x = 5}$$

2º passo: Substituindo *x* por 5 em uma das equações do sistema, temos:

$$5x + 3y = 21$$

$$5 \cdot 5 + 3y = 21$$

$$25 + 3y = 21$$

$$3y = 21 - 25$$

$$3y = -4$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

A solução do sistema é o par $\left(5, -\frac{4}{3}\right)$.

Podemos escrever: $S = \left\{\left(5, -\frac{4}{3}\right)\right\}$.

2 Resolver o sistema $\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$.

1º passo: Observando as equações do sistema, vemos que é inútil adicionar membro a membro as duas equações, pois, não havendo termos opostos, nenhuma das incógnitas vai "desaparecer". Vamos, então, usar um recurso que é uma aplicação do princípio multiplicativo:

- multiplicamos todos os termos da 1ª equação por 2;
- multiplicamos todos os termos da 2ª equação por 3.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 2 & \times 2 \\ 4x - 2y = 6 & \times 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x + 6y = 4 \\ 12x - 6y = 18 \end{cases}$$

2º passo: Agora, temos dois termos opostos: **+6y** e **−6y**. Por esse motivo, podemos adicionar membro a membro as equações para obter uma única equação sem a incógnita *y*:

$$\begin{array}{l} 10x + 6y = 4 \\ \underline{12x - 6y = 18} \\ 22x + 0 \quad = 22 \end{array}$$

$22x = 22$

$x = \frac{22}{22}$

$\mathbf{x = 1}$

3º passo: Finalmente, vamos substituir *x* por 1 em qualquer uma das equações do sistema:

$5x + 3y = 2$

$5 \cdot 1 + 3y = 2$

$5 + 3y = 2$

$3y = 2 - 5$

$3y = -3$

$y = -\frac{3}{3}$

$\mathbf{y = -1}$

A solução do sistema é o par **(1, −1)**.

Podemos escrever: $S = \{(1, -1)\}$.

3 Resolver o sistema $\begin{cases} \frac{x}{5} = 2 - \frac{y}{3} \\ 5x + y = 2(17 - y) \end{cases}$.

1º passo: Inicialmente, escrevemos as duas equações na forma $ax + by = c$:

$\frac{x}{5} = 2 - \frac{y}{3}$

$\frac{3x}{15} = \frac{30 - 5y}{15}$

$3x = 30 - 5y$

$\mathbf{3x + 5y = 30}$

$5x + y = 2(17 - y)$

$5x + y = 34 - 2y$

$5x + y + 2y = 34$

$\mathbf{5x + 3y = 34}$

O nosso problema, agora, é resolver o sistema $\begin{cases} 3x + 5y = 30 \\ 5x + 3y = 34 \end{cases}$.

2º passo: Observando as equações do sistema, notamos que é inútil adicionar membro a membro as duas equações, pois, não havendo termos opostos, nenhuma das incógnitas vai "desaparecer". Vamos, então, usar o princípio multiplicativo para eliminar a incógnita *y*:

- multiplicamos todos os termos da 1ª equação por (−3);
- multiplicamos todos os termos da 2ª equação por 5.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 30 & \times(-3) \\ 5x + 3y = 34 & \times 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9x - 15y = -90 \\ 25x + 15y = 170 \end{cases}$$

Tendo dois termos opostos, $-15y$ e $+15y$, adicionamos membro a membro as duas equações:

$$\begin{array}{l} -9x - 15y = -90 \\ \underline{25x + 15y = 170} \\ 16x + 0 = 80 \end{array}$$

$16x = 80$

$x = \dfrac{80}{16}$

$\mathbf{x = 5}$

3º passo: Finalmente, substituímos *x* por 5 em uma das equações do sistema:

$5x + 3y = 34$

$5 \cdot 5 + 3y = 34$

$25 + 3y = 34$

$3y = 34 - 25$

$3y = 9$

$y = \dfrac{9}{3}$

$\mathbf{y = 3}$

A solução do sistema é o par **(5, 3)**.
Podemos escrever: $S = \{(5, 3)\}$.

EXERCÍCIOS

1. Utilizando o método da adição, determine a solução de cada um dos seguintes sistemas de equações do 1º grau nas incógnitas x e y:

a) $\begin{cases} x + y = 32 \\ x - y = 18 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 3y = 20 \\ 4x + 3y = 40 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x + 6y = 23 \\ 5x + 6y = 21 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 8x + 5y = 11 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ 2x + 7y = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x - y = 12 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3(x - 2) = 2(y - 3) \\ 18(y - 2) + y = 3(2x + 3) \end{cases}$

h) $\begin{cases} \dfrac{x - y}{5} = \dfrac{x - y}{2} \\ \dfrac{3x}{2} = y - 2 \end{cases}$

Anexo C: Pós teste

ESCOLA ESTADUAL RUI BARBOSA

8º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL

ALUNO:..

VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM (ZERO À DEZ)

01) (1,0) Sabendo que y = 2x – 5, encontre o valor de x na equação: 3x + 2y = 4

02) (1,0) Verifique se o par ordenado (1, 2) é solução do sistema: $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

03) Resolva os sistemas (cada item vale 1,0):

a) $\begin{cases} 3x + y = 18 \\ x - y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + y = 22 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 5y = 2(x - y) + 1 \\ 3y - 3(x - 3y) + x = -2 - 3y \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = 2(y + 2) \\ \dfrac{x-y}{10} = \dfrac{x}{2} + 2 \end{cases}$

04) (2,0) No estacionamento de um edifício há carros e motos, totalizando 13 veículos e 46 rodas. Quantos carros, e quantas motos há nesse estacionamento?

05) (2,0) Um terreno retangular tem 128 m de perímetro. O comprimento tem 20 m a mais que a largura. Determine as dimensões desse terreno e a sua área.

FONTE: "A conquista da Matemática", de José Ruy Giovanni Jr. e Benedito Castrucci (2009).

Anexo D: Planilha dos. Resultados

Aluno	X1	X2	X3	X4	X5	Y0	Y1	Y2	VAM1_0	VAM2_0	VAM2_1
1	1	0	0	1	0	0	0,5	0	0,5	0,0	-0,5
2	0	1	0	0	0	4,5	5	5,5	0,5	1,0	0,5
3	1	1	0	0	0	4	6,5	6	2,5	2,0	-0,5
4	1	0	0	0	1	3,8	3,5	3,5	-0,3	-0,3	0,0
5	0	1	0	0	0	3,7	4,5	6	0,8	2,3	1,5
6	0	0	1	0	0	4,2	4	3	-0,2	-1,2	-1,0
7	1	0	1	0	0	3,1	5	7	1,9	3,9	2,0
8	1	1	0	1	0	2,8	5	8	2,2	5,2	3,0
9	0	0	0	0	0	2	2	2	0,0	0,0	0,0
10	0	0	0	0	0	1	1	0,5	0,0	-0,5	-0,5
11	0	1	0	0	0	4	8,5	9	4,5	5,0	0,5
12	1	0	0	0	1	4,2	4	4	-0,2	-0,2	0,0
13	0	1	1	0	1	4,3	6	8	1,7	3,7	2,0
14	1	0	0	0	0	2	2,5	3	0,5	1,0	0,5
15	0	0	1	0	0	3,5	3	4	-0,5	0,5	1,0
16	0	1	0	0	0	6	6,4	9,5	0,4	3,5	3,1
17	0	1	0	0	0	3,7	5,5	7	1,8	3,3	1,5
18	0	0	0	0	0	3,8	4,5	4,5	0,7	0,7	0,0
19	0	1	1	0	0	3,9	3,5	6	-0,4	2,1	2,5
20	1	1	1	0	0	3	5,3	5	2,3	2,0	-0,3
21	0	1	0	1	0	2,5	3,5	3,5	1,0	1,0	0,0
22	1	0	0	0	0	1	0	0,5	-1,0	-0,5	0,5
23	0	0	1	0	0	1	2	2	1,0	1,0	0,0
24	1	0	0	0	0	2,5	2	1	-0,5	-1,5	-1,0
25	0	1	0	0	0	2	3	4,5	1,0	2,5	1,5
26	1	1	0	0	1	2,5	4	3,5	1,5	1,0	-0,5
27	0	1	1	0	0	3,5	3	3	-0,5	-0,5	0,0
28	1	0	1	0	0	1	0	1	-1,0	0,0	1,0
29	0	0	0	0	0	1,5	1	3	-0,5	1,5	2,0
30	1	1	0	0	0	3,5	6,4	6	2,9	2,5	-0,4
31	0	1	0	0	0	4,5	3	4,5	-1,5	0,0	1,5
32	1	0	1	0	0	0	0	0	0,0	0,0	0,0
33	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,0	0,5	0,5
34	1	0	0	0	0	1,5	0	2	-1,5	0,5	2,0