UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ CÂMPUS
PATO BRANCO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT

VITOR PAULO TOZETTO

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA ANÁLISE DE PRODUTOS FINANCEIROS COM ÊNFASE EM CONSÓRCIOS

DISSERTAÇÃO

PATO BRANCO

2015

VITOR PAULO TOZETTO

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA ANÁLISE DE PRODUTOS FINANCEIROS COM ÊNFASE EM CONSÓRCIOS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Pato Branco como requisito parcial para obtenção do grau de "Mestre em Matemática".

Orientador: Santos Richard Wieller Sanguino Bejarano

PATO BRANCO

2015

Ficha Catalográfica

T757e Tozetto, Vitor Paulo

Educacão financeira no ensino médio: uma abordagem por meio da análise de produtos financeiros com ênfase em consórcios. / Vitor Paulo Tozetto – Pato Branco - 2015.

163 p.: il. color; 30cm

Orientador: Santos Richard Wieller Sanguino Bejarano

Dissertacão (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Pato Branco, PR, 2015

Bibliografia: f. 107-109

1. Educação Financeira. 2. Matemática Financeira. 3. Produtos Financeiros. 4. Orçamento. 5. Consórcio. 6. Geogebra.. I. Sanguino Bejarano, Santos Richard Wieller, orient. II Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional III. Título

CDD (22. ed.) 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário Nilson Tibúrcio a Silva – CRB9/1750

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Câmpus Pato Branco

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Título da Dissertação No. 009

"Educação Financeira no Ensino Médio: uma abordagem por meio da análise de produtos financeiros com ênfase em consórcios"

por

Vitor Paulo Tozetto

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, pelo Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 18h do dia 29 de maio de 2015. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos professores:

Prof. Santos Richard Wieller Sanguino Bejarano, Dr.
(Presidente - UTFPR/Pato Branco)

Prof. Pedro Pablo Durand Lazo, Dr.
(UNIOESTE/Cascavel)

Profa. Janecler Aparecida Amorin Colombo, Dra.
(UTFPR/Pato Branco)

Prof.Jose Donizetti de Lima, Dr.
(UTFPR/Pato Branco)

Prof.Luiz Carlos Scheitt, MSc.
(UTFPR/Pato Branco)

Prof. João Biesdorf, Dr. (Coordenador do PROFMAT/UTFPR-PB)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR"

AGRADECIMENTOS

Primeiramente sou grato a Deus, pela saúde e disposição concedida na realização deste trabalho.

Aos meus pais por todo amor e carinho.

À minha esposa Aioli por toda compreensão e apoio desprendidos em prol da realização desses dois anos de mestrado.

Ao meu filho Enzo Gabriel, que abrilhantou meus olhos e encheu meu coração de amor e alegria, ao nascer em 2014.

À todos os professores do mestrado, em especial ao meu orientador professor Dr. Santos Richard Wieller Sanguino Bejarano, por todos os ensinamentos e direcionamentos dados a este trabalho.

À todos os meus colegas de turma, pelo incentivo, colaboração e ensinamentos transmitidos durante esses dois anos de curso.

Ao Colégio Estadual Tancredo Neves por permitir o desenvolvimento do trabalho com seus alunos.

À Capes pelo apoio financeiro.

Aplica teu coração ao ensino e teus ouvidos às palavras que trazem conhecimento. Provérbios 23,12

RESUMO

TOZETTO, Vitor Paulo. EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA ANÁLISE DE PRODUTOS FINANCEIROS COM ÊNFASE EM CONSÓRCIOS. 163 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Pato Branco. Pato Branco, 2015.

Este trabalho apresenta uma proposta diferenciada de abordagem da matemática financeira desenvolvida no Ensino Médio, com foco na Educação Financeira. Busca-se através da inserção de textos, da análise de alguns produtos financeiros e da interpretação de problemas contribuir para a formação financeira dos alunos. Objetivando tornar a Matemática Financeira mais acessível para o dia a dia, são disponibilizadas e estudadas algumas ferramentas de uso prático, como a calculadora do cidadão, disponível para computadores e celulares. Assim como planilhas eletrônicas e o Software Geogebra, que permitem comparar e analisar os custos financeiros de consórcios, financiamentos e aplicações financeiras, além de serem aliadas na elaboração e controle do orçamento pessoal e familiar. Ao aplicarmos a sequência de ensino proposta em uma turma do ensino médio do período noturno, detectamos algumas dificuldades que limitaram a aprendizagem dos conceitos de Matemática Financeira. Contudo identificamos progresso com relação a Educação Financeira dos alunos, observações estas feitas por meio de análises qualitativa e quantitativa a partir das anotações no diário de campo e também de respostas dadas pelos alunos em formulário específico.

Palavras-chave: Educação Financeira, Matemática Financeira, Produtos Financeiros, Orçamento, Consórcio, Geogebra.

ABSTRACT

TOZETTO, Vitor Paulo. FINANCIAL EDUCATION IN SECONDARY EDUCATION: AN APPROACH THROUGH THE ANALYSIS OF FINANCIAL PRODUCTS WITH AN EMPHASIS ON CONSORTIA. 163 f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Pato Branco. Pato Branco, 2015.

This paper presents a differential approach of financial mathematics developed in high school, focusing on financial education. We seek through the insertion of texts, analysis of some financial products and by the interpretation of problems to contribute to the financial training of students. Aiming to make financial mathematics more attractive and accessible to the day-to-day, there are available for studies some practical tools like the citizen calculator which are available for computers and mobile phones. As well as spreadsheets and software Geogebra, that allow you to compare and analyze the financial costs of consortia, financing and financial applications,in addition to being allied in the preparation and control of personal and family budget. By applying the teaching sequence proposed in a nocturnal class of high school, we realized some difficulties that have limited the financial learning of math concepts.Yet identified progress regarding the financial education of students. These observations were made through qualitative and quantitative analysis from notes in the field diary and also answers given by students in specific form.

Keywords: Financial Education, Financial Mathematics, Financial Products, Budget, Consortium, Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Inadimplência e Endividamento das Famílias 18
FIGURA 2 – Representação Geométrica e Notacional da Razão 33
FIGURA 3 – Representação Geométrica de Porcentagem 33
FIGURA 4 – Fluxo de Caixa - Juros Simples 37
FIGURA 5 – Fluxo de Caixa - Juros Compostos 39
FIGURA 6 – Fluxo de Caixa 41
FIGURA 7 – Fluxo de Caixa - Valor Presente 42
FIGURA 8 – Fluxo - Sistema SAC 45
FIGURA 9 – Exemplo de Financiamento 49
FIGURA 10 – Mês Limite de Sucesso-Redução do Valor das Últimas Parcelas 53
FIGURA 11 – Solução utilizando o Software Geogebra 56
FIGURA 12 – Solução gráfica utilizando o Software Geogebra 57
FIGURA 13 – Solução gráfica utilizando o Software Geogebra 57
FIGURA 14 – Solução gráfica utilizando o Software Geogebra 58
FIGURA 15 – Taxa para Aplicação Equivalente-Redução do Valor das Últimas Parcelas 58
FIGURA 16 – Solução utilizando o Software Geogebra 59
FIGURA 17 – Taxa de Financiamento Equivalente-Redução do Valor das Últimas Parcelas 60
FIGURA 18 – Solução utilizando o Software Geogebra 62
FIGURA 19 – Contemplação por Lance-Quitação das Últimas Parcelas 63
FIGURA 20 – Solução utilizando o Software Geogebra 64
FIGURA 21 – Taxa de Aplicação Equivalente-Quitação das Últimas Parcelas 65
FIGURA 22 – Solução utilizando o Software Geogebra 66
FIGURA 23 – Taxa de Financiamento Equivalente-Quitação das Últimas Parcelas 66
FIGURA 24 – Solução utilizando o Software Geogebra 68
FIGURA 25 – Mês Limite de Sucesso-Contemplação por Sorteio 68
FIGURA 26 – Taxa de Aplicação Equivalente-Contemplação por Sorteio 69
FIGURA 27 – Taxa de Financiamento Equivalente - Contemplação por Sorteio 70
FIGURA 28 – Representações para taxa de porcentagem 76
FIGURA 29 – Exemplo de porcentagem. 76
FIGURA 30 – Estilo de aprendizagem 90
FIGURA 31 – Atividade realizada pelas alunas M.T. e G.M. 91
FIGURA 32 – Resumo das notas obtidas no teste 95

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Classificação por tipo de dívida 16
TABELA 2 – Endividamento das Famílias 17
TABELA 3 – Objetivos, competências e conceitos relacionados à ENEF 21
TABELA 4 – Objetivos, competências e conceitos relacionados à ENEF 26
TABELA 5 – Modelo de Orçamento Familiar 28
TABELA 6 – Exemplo de Aplicação à Juros Simples 38
TABELA 7 – Exemplo de Aplicação à Juros Compostos 39
TABELA 8 – Exemplo Sistema Amortização Constante 45
TABELA 9 – Exemplo Tabela Price 46

LISTA DE SIGLAS

ANEFAC	- Associação Nacional dos Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade
SPC Brasil	- Serviço de Proteção ao Crédito Brasil
ENEF	- Estratégia Nacional de Educação Financeira
DI	- Depósito Intebancário
TR	- Taxa Referencial
CDB	- Certificado de Depósito Bancário
SGC	- Sociedade Garantidora de Crédito
LCI	- Letras de Crédito Imobiliário
IOF	- Imposto sobre Operações Financeiras
BCB	- Banco Central do Brasil

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **13**
2 A PESQUISA SITUADA **15**
2.1 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA 15
2.2 SITUAÇÃO REAL DAS FAMÍLIAS BRASILEIRAS 16
2.3 ENTENDENDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA 18
2.4 POLÍTICAS PÚBLICAS PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA 20
2.5 EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS 21
2.6 REFERÊNCIAS SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA E MATEMÁTICA FINANCEIRA 22
3 REFERENCIAL TEÓRICO **25**
3.1 ELEMENTOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA 25
3.1.1 Orçamento Familiar 26
3.2 MOTIVANDO OS ALUNOS PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA 29
3.3 O ESTUDO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA 30
3.3.1 Razão 30
3.3.1.1 Interpretação Geométrica da Razão 31
3.3.2 Razão Centesimal 32
3.3.3 Proporção 32
3.3.4 Taxa de Porcentagem 33
3.3.5 Porcentagem 33
3.3.6 Fator de Atualização 34
3.3.7 Acréscimos e Descontos 34
3.3.8 Juros 36
3.3.9 Taxa de Juros 36
3.3.9.1 Juros Simples 37
3.3.9.2 Juros Compostos 38
3.3.10 Fluxo de Caixa 40
3.3.10.1 Fluxo de Prestações Fixas 41
3.3.11 Sistemas de Amortização 44
3.3.11.1Sistema de Amortização Constante (SAC) 44
3.3.11.2 Sistema de Amortização Francês - Tabela Price 45
3.4 ANÁLISE DE ALGUNS PRODUTOS FINANCEIROS 46
3.4.1 Aplicações Financeiras X Poupança 46
3.4.2 Empréstimos e Financiamentos 48
3.4.3 Cartão de Crédito 49
3.4.4 Consórcio 50
3.4.4.1 Estrutura e Funcionamento 50
3.4.4.2 Contemplação por Lance - Redução do Valor das Últimas Parcelas 53
3.4.4.3 Contemplação por Lance - Quitação das Últimas Parcelas 62
3.4.4.4 Contemplação por Sorteio 68
4 SEQUÊNCIA DE ENSINO PROPOSTA **72**

4.1 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA 73
4.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS PARA OS ENCONTROS 74
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES 88
5.1 PERFIL DO GRUPO 88
5.2 ANÁLISE DAS AULAS PELAS OBSERVAÇÕES DO DIÁRIO DE CAMPO 90
5.3 ANÁLISE DOS TESTES 95
6 CONCLUSÃO 104
REFERÊNCIAS 107
Apêndice A – QUESTIONÁRIO 110
Apêndice B – RAZÃO E PROPORÇÃO 115
Apêndice C – PORCENTAGEM, JUROS SIMPLES, ACRÉSCIMOS E DESCONTOS. 116
Apêndice D – JUROS COMPOSTOS 118
Apêndice E – EXERCÍCIOS-TABELA PRICE 121
Apêndice F – EXERCÍCIOS-CALCULADORA DO CIDADÃO 123
Apêndice G – CONSÓRCIOS 126
Apêndice H – FLUXO DE CAIXA E JUROS COMPOSTOS 128
Apêndice I – AVALIAÇÃO - MATEMÁTICA FINANCEIRA 131
Apêndice J – AVALIAÇÃO DE RECUPERAÇÃO - MATEMÁTICA FINANCEIRA 133
Apêndice K – CONSTRUÇÃO COM SOFTWARE GEOGEBRA 135
Anexo A – ALFABETIZAÇÃO FINANCEIRA 138
Anexo B – JUROS 139
Anexo C – JUROS COMPOSTOS E TABELA PRICE - CALCULADORA DO CIDADÃO 140
Anexo D – TEXTOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA 144
Anexo E – TEXTO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA 154
Anexo F – TEXTO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA 158

1 INTRODUÇÃO

A Matemática Financeira, apesar de ser um dos conteúdos previstos no currículo do ensino médio, muitas vezes não é abordada de forma adequada. Nos quase dez anos que atuo como docente de matemática em escola pública pude observar que a maioria dos professores não possuem formação suficiente nessa área, e além disso, o tempo previsto para o desenvolvimento desse conteúdo geralmente é insuficiente para preparar o alunos para atuarem como consumidores financeiros conscientes, exercendo a cidadania em suas decisões, aptos a analisar e comparar as opções de investimento e de financiamento disponíveis. Se a Matemática Financeira for abordada apenas como mais um conteúdo do currículo, se perderá uma preciosa oportunidade a curto prazo, de contribuição para a Educação Financeira do indivíduo, e a médio e longo prazo para o país.

De acordo com a definição de Educação Financeira dada pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) (2005), um cidadão educado financeiramente, é aquele que além de conhecer os conceitos e ferramentas disponibilizados pela Matemática Financeira, os coloca em prática. É capaz de controlar seus impulsos e analisar suas reais necessidades de consumo, planejando-se para o futuro de forma a não ser surpreendido por desagradáveis faltas de recurso financeiro.

Dessa forma, é de crucial importância que os alunos desde cedo conheçam técnicas e ferramentas que lhes permitam administrar seus recursos pessoais de forma eficaz. Evitar desperdícios através do pagamento abusivo ou desnecessário de juros, optar por investimentos mais rentáveis, cortar despesas supérfluas, buscar melhores fontes de renda, desenvolver o hábito de poupar, todas estas atitudes revelam um cidadão consciente e educado financeiramente, o qual visa melhorar sua condição financeira e consequentemente sua qualidade de vida.

Observa-se também, que para muitos dos alunos a educação básica será a única, ou uma das poucas oportunidades que terão de educar-se financeiramente, seja pelo motivo de não terem bons exemplos em sua família ou meio social; por não continuarem seus estudos ou ainda por optarem por outra área do conhecimento em sua formação acadêmica.

Nesta perspectiva, desenvolvemos esta pesquisa com objetivo principal de contribuir para a Educação Financeira dos alunos. Com intuito de identificar o real significado de Educação Financeira e assim propor uma sequência de ensino que possa contribuir para o desenvolvimento da mesma, principalmente para os estudantes do segundo ano do Ensino Médio.

Deste modo, esta dissertação foi organizada em seis capítulos, sendo o primeiro, a presente introdução.

No capítulo 2, situamos a pesquisa, apresentamos a justificativa e o problema de estudo.

No capítulo 3, são abordados elementos básicos da Educação Financeira que serão base para a nossa proposta além de conteúdos específicos de Matemática Financeira. Desde conceitos básicos sobre porcentagem, acréscimos, descontos até juros simples, juros compostos e os principais sistemas de amortização. Ainda nesse capítulo, são analisados alguns produtos financeiros como a poupança, aplicações financeiras, empréstimos, financiamentos e consórcios. A abordagem realizada visa apresentar as principais características desses produtos de forma simples, ilustradas com exemplos. Na maioria dos casos são apresentados exemplos comparativos, que permitem analisar e detectar a melhor opção para cada diferente necessidade do consumidor. Para o produto consórcio, buscamos fazer uma análise mais detalhada, simulando diversos cenários possíveis, tanto do ponto de vista da necessidade do consumidor quanto das possibilidades de investimento. Após deduzirmos diversas fórmulas de análise do produto consórcio, desenvolvemos no software Geogebra uma calculadora que permite efetuar simulações de forma simples e rápida.

No capítulo 4, apresentamos uma sequência de ensino voltada ao ensino da Matemática Financeira com foco na Educação Financeira, usando novas tecnologias como os softwares Brcalc e Geogebra. A proposta compreende a realização de dez encontros que totalizam vinte horas aula.

No capítulo 5, analisamos o trabalho como um todo. Discutimos os pontos positivos e negativos encontrados na aplicação da sequência de ensino, e os desafios ainda a serem superados no tocante à Educação Financeira na educação básica. Analisamos os resultados obtidos, tanto pelas observações realizadas no decorrer das aulas através do diário de campo, como pelos formulários de pesquisa e de testes aplicados à turma.

Por fim, no capítulo 6 apresentamos a conclusão, onde também são destacadas as contribuições desse trabalho à Educação Financeira.

2 A PESQUISA SITUADA

No presente capítulo apresenta-se a justificativa e o problema de estudo deste trabalho. Também são identificadas as principais políticas públicas que norteiam o ensino da Matemática Financeira assim como os programas que desenvolvem a Educação Financeira nas escolas.

2.1 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA

Schneider (2008), afirma que o sistema capitalista que modela nossa sociedade atual, tem como princípio básico, o comércio, operações de compra e venda que objetivam o lucro e principalmente a acumulação de capital. Nesse sistema, o apelo ao aumento das vendas é muito grande. Parcelamentos, descontos, pague um leve dois, são algumas das estratégias de marketing que visam exclusivamente fomentar suas vendas e aumentar os lucros das empresas. Saber conviver com esse sistema, usufruindo de suas vantagens, sem ser enganado ou induzido a efetuar operações além das possibilidades momentâneas, é atualmente uma necessidade básica.

Ainda segundo Schneider (2008), a estabilidade econômica conquistada por nosso país nas últimas décadas, principalmente pela implantação do plano real, tem propiciado um aumento na oferta de crédito, fomentando significativamente o consumo. Grande parte das pessoas, senão todas, interagem de alguma forma com o mercado financeiro. Movimentando suas contas em bancos, comprando, vendendo, aplicando suas economias, dentre outros. Porém, poucas sabem ou possuem conhecimento financeiro suficiente para avaliar e comparar as opções de negócios, a fim de obter um maior lucro ou um menor custo. Nesse sentido, entende-se de fundamental importância que as pessoas possuam um determinado conhecimento de Educação Financeira fundamentado pela matemática comercial e financeira.

Observa-se com facilidade que a falta de planejamento e da existência de um orçamento familiar, elementos da Educação Financeira, pode levar as pessoas a um descontrole financeiro, no qual a renda familiar é insuficiente para quitar todas as dívidas mensais. Esse fato, consequentemente pode induzir a contratação de empréstimos e financiamentos, senão pior, a utilização de cheque especial ou parcelamento no cartão, que chegam a atingir assustadoras taxas de juros de até 500% ao ano. Induzindo as famílias a um ciclo vicioso de refinanciamento de suas dívidas, o qual é difícil de ser superado.

A experiência acumulada por nove anos de trabalho em cooperativa de crédito e atuação como docente de matemática motivou-me a pensar em uma maneira de como ensinar a Matemática Financeira no Ensino Médio de forma que ajude os alunos em sua Educação Financeira, ou seja, que os alunos adquiram os valores e as competências necessárias para se tornarem conscientes dos produtos financeiros e adotem ações que melhorem seu bem-estar assim como sua responsabilidade social.

Dessa forma, configura-se como problema de investigação deste estudo a seguinte questão: ao intercalarmos nas aulas de Matemática Financeira do ensino médio tópicos sobre orçamento e análise de produtos financeiros, os alunos envolvidos terão desenvolvido valores, competências e atitudes em sua Educação Financeira?

A questão principal da pesquisa pode ser desmembrada nas seguintes questões de estudo:

a) A sequência de ensino proposta contribui com a Educação Financeira dos alunos?

b) Quais as principais dificuldades encontradas pelos alunos ao desenvolverem as atividades propostas?

c) Serão necessários ajustes na sequência de ensino proposta para aplicações futuras?

2.2 SITUAÇÃO REAL DAS FAMÍLIAS BRASILEIRAS

A Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo realiza mensalmente a pesquisa nacional de endividamento e inadimplência do consumidor (PEIC). A seguir apresentamos as tabelas 1 e 2 divulgados pela mesma, referente a Dezembro de 2014.

Síntese dos resultados (% em relação ao total de famílias)			
	Total de endividados	Dívidas ou contas em atraso	Não terão condições de pagar
Dezembro de 2013	62,2%	20,8%	6,5%
Novembro de 2014	59,2%	18,0%	5,5%
Dezembro de 2014	***59,3%***	***18,5%***	***5,8%***

Tabela 1: Classificação por tipo de dívida

Fonte: (CNC, 2014)

Tipo de dívida (% de famílias)			
Dezembro de 2014			
Tipo	Total	Renda familiar mensal	
		Até 10 SM	+ de 10 SM
Cartão de crédito	74,6%	75,3%	71,1%
Cheque especial	6,0%	4,7%	11,2%
Cheque pré-datado	1,9%	1,7%	3,1%
Crédito consignado	4,2%	3,8%	5,7%
Crédito pessoal	9,6%	9,6%	9,9%
Carnês	18,0%	19,1%	12,6%
Financiamento de carro	14,5%	11,7%	27,8%
Financiamento de casa	8,2%	6,3%	17,0%
Outras dívidas	1,4%	1,5%	0,9%
Não sabe	0,1%	0,1%	0,1%
Não respondeu	0,3%	0,4%	0,1%

SM = Salário Mínimo

Tabela 2: Endividamento em relação ao total de famílias

Fonte: (CNC, 2014)

Nota-se que o percentual de famílias que declaram-se endividadas diminuiu no último ano, chegando a 59,3%, sendo que o cartão de crédito foi apontado como um dos principais tipos de dívida por aproximadamente 75% das famílias endividadas. O cartão de crédito pode ser considerado um ótimo meio de pagamento. Se bem utilizado permite ao usuário ganhar prazo em suas compras, ter maior facilidade em suas compras pela internet, além de ter maior segurança por não precisar circular com dinheiro em espécie. Porém, a ideia de dinheiro fácil, pode seduzir a muitos a gastos superiores ao permitido por seu orçamento entrando no perigoso uso do crédito rotativo, que segundo divulgação da ANEFAC (Associação Nacional dos Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade) acerca de cartões de crédito, a taxa de juros em novembro de 2014 chegou a 10,9% ao mês, a maior desde janeiro de 2000.

Entre as famílias com dívidas, a parcela média da renda comprometida aumentou de 2013 para 2014, passando de 30,2% para 30,6%. Por outro lado, 22% delas afirmaram ter mais da metade de sua renda mensal comprometida com o pagamento de dívidas. Constatamos ao finalizar esta dissertação que no ano de 2015 essa realidade tente a piorar mais. (BCB, 2014b)

Apesar da redução observada no número de famílias com dívidas em atraso, de 20,8% para 18,5%, ainda é alarmante esse percentual. Pois, 5,8% definitivamente não terão condições de pagar suas dívidas.

Conforme divulgado no relatório de estabilidade financeira do Banco Central do Brasil (BACEN, 2014) de setembro de 2014, no semestre ocorreram sinais de elevação da inadimplência de algumas modalidades de crédito a pessoas físicas voltadas ao consumo sem destinação específica o que não ocorria desde o segundo semestre de 2012. Os empréstimos sem consignação apresentaram, entre fevereiro e junho, elevação na inadimplência de 6,7% para 7% e as operações com cartão de crédito de 6,4% para 6,7%. Já a carteira de financiamento de veículos manteve o ritmo de redução da inadimplência.

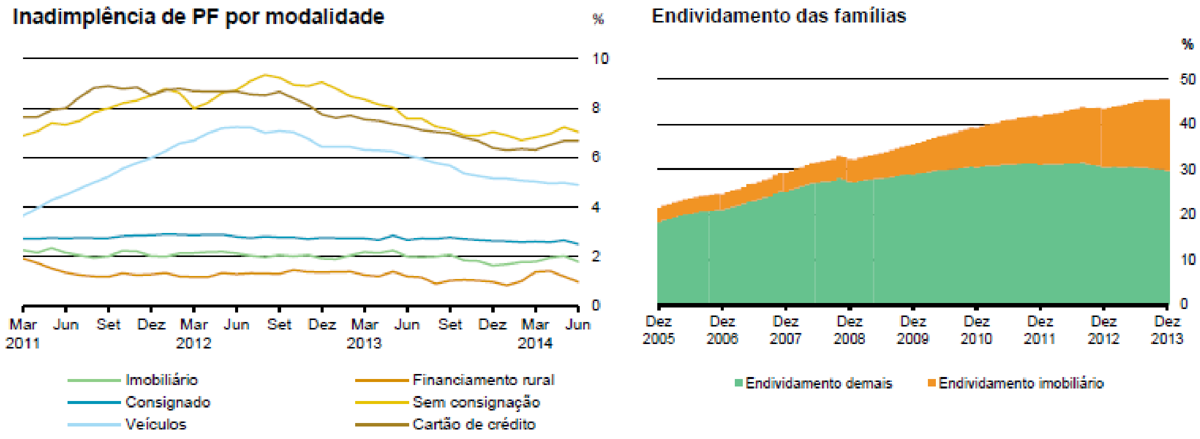


Figura 1: Inadimplência e Endividamento das Famílias

Fonte: (BCB, 2014b)

O relatório de estabilidade financeira do Banco Central do Brasil de março de 2014 (BCB, 2014a), aponta para outra questão importante na avaliação do crédito à pessoa física, no que se refere ao endividamento das famílias com dívidas junto aos bancos e o respectivo comprometimento de renda. O endividamento das famílias teve leve aumento no segundo semestre de 2013, atingindo 45,5% em dezembro de 2013. É importante destacar que esse aumento está associado apenas à maior participação do financiamento imobiliário, pois o endividamento nas demais modalidades tem apresentado leve redução.

2.3 ENTENDENDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Pesquisa realizada pelo SPC Brasil (Serviço de Proteção ao Crédito Brasil), com 656 consumidores em todas as capitais brasileiras apontam as principais causas do descontrole financeiro, revelando que 81% dos entrevistados sabem pouco ou nada de suas finanças, não havendo alteração entre diferentes extratos sociais.

O estudo revela que 28% das pessoas que possuem conhecimento de suas finanças não utilizam uma ferramenta de controle, fazem seu orçamento apenas “de cabeça”. Dentre os empecilhos que enfrentam no momento de fazer o planejamento das contas, a falta de disciplina para registrar todos os gastos foi a principal, com 39%, seguida da dificuldade de unir todas as informações, com 29%, recordar todos os pagamentos que não constam no extrato bancário, com 28%, falta de tempo (23%) e não saber calcular taxa de juros (11%) também foram citadas pelos entrevistados.

Outro fator de destaque nessa pesquisa, aponta para o risco assumido pelos consumidores ao detectar que aproximadamente 36% deixou de pagar ou pagou com atraso alguma conta ou empréstimo, 38% utilizou o cheque especial e 40% deixaram de pagar integralmente a fatura do cartão de crédito pelo menos uma vez durante o ano. Veja a seguir dados do SPC-Brasil.

> "Mais da metade dos entrevistados (51%) que possuem conta em banco fecharam o último mês no vermelho ou no "zero a zero" (sem saldo negativo e nem positivo). A pesquisa indica forte correlação entre consciência a respeito das próprias finanças e situação bancária dos entrevistados. Apenas 9% dos que têm total conhecimento de suas despesas afirmaram estar com saldo negativo, enquanto que o percentual sobe para 17% entre os que têm conhecimento parcial e 31% para os que não possuem qualquer conhecimento sobre as finanças pessoais." (SPC-BRASIL, 2014)

Dos entrevistados, 56% relatam não ter economizado no último mês, revelando a "cultura do imediatismo", segundo especialistas do próprio SPC. Essa cultura, comum a muitos brasileiros, destaca a importância dada a bens e serviços de consumo imediato, sendo a aquisição efetuada sem o devido planejamento comprometendo assim o orçamento familiar. Ainda, 20% dos entrevistados afirmam não estarem preparados para um situação de dificuldade, como perda de emprego ou problemas de saúde, que não possuem recursos para a sua manutenção básica nem mesmo por um único mês. Abaixo segue esclarecimentos do SPC - Brasil.

> "Para os especialistas do SPC Brasil, a Educação Financeira não se resume ao simples ato de poupar dinheiro. Trata-se de adotar uma atitude consciente ao impor critérios na utilização dos recursos financeiros e saber planejar as próprias contas para um período de longo prazo. Além da influência do comportamento imediatista do brasileiro, a economista Luiza Rodrigues avalia que o histórico de convívio por vários anos com a hiperinflação retardou o desenvolvimento da Educação Financeira no país, já que os consumidores não tinham como preocupação poupar, mas sim em estocar produtos e gastar o dinheiro o mais rápido possível, antes que ele perdesse o valor. "A falta de conhecimento financeiro por grande parte da população é um gargalo no Brasil. Por isso é importante incluir o tema na formação básica dos cidadãos. Controle de gastos, planejamento e evitar compras por impulso são algumas atitudes que se aprendem desde pequeno", defende a economista." (SPC-BRASIL, 2014)

Mas a quem cabe orientar o cidadão a respeito desse complexo mercado? Cheio de artimanhas e oportunidades? São inúmeros os livros, as revistas, periódicos, sites, cursos de graduação e pós graduação que dedicam-se exclusivamente a tratar do assunto. Porém, destaca-se o papel da escola, como fundamental nessa formação, ainda que em caráter básico, principalmente por sua abrangência, tendo em vista que muitos alunos que terminam o Ensino Médio não irão realizar um curso de nível superior, ou outro qualquer, com formação financeira.

Vemos a seguir, o relevante papel da escola ao discutir a Educação Financeira.

> Por outro lado, discutir a Educação Financeira no sistema de ensino é vislumbrar a possibilidade de atingir diversos segmentos da população, tendo em vista a busca da universalização da Educação Básica. É importante ainda considerar que os estudantes podem levar questões para serem discutidas em seus lares, ampliando o alcance da proposta. (CAMPOS, 2012)

A abordagem da Educação Financeira em todos os níveis da educação básica é crucial para a formação de um cidadão consciente e responsável financeiramente, que possa desde cedo aprender sobre o valor do dinheiro ao longo do tempo e a importância de bem administrá-lo.

2.4 POLÍTICAS PÚBLICAS PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Conforme as expectativas dos documentos norteadores da educação matemática nacional e estadual é dever da escola instrumentar o indivíduo para o exercício de sua cidadania. Uma vez que, conhecendo os princípios básicos da Matemática Financeira, poderá ter ferramentas apropriadas para compreender os problemas, avaliar e finalmente optar, baseado em argumentos matemáticos.

Segundo as Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do Estado do Paraná:

> É importante que o aluno do Ensino Médio, compreenda a Matemática Financeira aplicada aos diversos ramos da atividade humana e conteúdo que influencia decisões de ordem pessoal e social que provoca mudanças de forma direta na vida das pessoas e da sociedade. Sua importância se reflete no cotidiano de quem lida com dívidas ou crediários, interpreta descontos, entende reajustes salariais, escolhe aplicações financeiras, entre outras. (PARANá, 2010)

Os Parâmetros Curriculares de Matemática dos terceiro e quarto ciclos também abordam alguns dos objetivos do ensino da Matemática Financeira:

> Para compreender, avaliar e decidir sobre algumas situações da vida cotidiana, como qual a melhor forma de pagar uma compra, de escolher um financiamento etc. É necessário trabalhar situações-problema sobre a Matemática Comercial e Financeira, como calcular juros simples e compostos e dividir em partes proporcionais. (BRASIL, 1998)

No decreto presidencial Nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010 é instituída a Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF, com a finalidade de promover a Educação Financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores. Dentre os objetivos da ENEF destacamos a seguir os itens 2 e 3 (Tabela 3), da tabela objetivos, competências e conceitos relacionados a ENEF, por estarem mais relacionados com este trabalho.

2. Educar para o consumo e a poupança (DE)	2. Tomar decisões financeiras social e ambientalmente responsáveis	Receitas e despesas/orçamento
	3. Aplicar compreensão de receitas e despesas na manutenção do balanço financeiro	Reservas (poupança) e investimento
	4. Harmonizar desejos e necessidades, refletindo sobre os próprios hábitos de consumo e poupança	Crédito
	5. Valer-se do sistema financeiro formal para a utilização de serviços e produtos financeiros	
3. Oferecer conceitos e ferramentas para a tomada de decisão autônoma baseada em mudança de atitude (DE)	6. Avaliar ofertas e tomar decisões financeiras autônomas de acordo com as reais necessidades	Autonomia

Tabela 3: Objetivos, competências e conceitos relacionados à ENEF

Fonte: (COREMEC, 2013)

2.5 EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS

Parte fundamental da ENEF é a Educação Financeira nas escolas, que visa instruir e formar cidadãos conscientes financeiramente. Trata-se de uma estratégia importante para ajudar as pessoas a enfrentar seus desafios do dia a dia a realizar seus sonhos. Pessoas financeiramente educadas são mais independentes com relação as suas finanças, ficando menos suscetíveis a endividamentos descontrolados, evitando assim problemas de inadimplência que prejudicam não somente a própria qualidade de vida como a de outras pessoas, principalmente dos familiares.

A Educação Financeira tem papel fundamental ao conscientizar as pessoas para o consumo, para a poupança e utilização de produtos financeiros de forma responsável, favorecendo assim a solidez do sistema financeiro e o desenvolvimento do país.

> A ENEF é inspirada pelo conceito de Educação Financeira definido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) em 2005, adaptado para a realidade brasileira: "o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação claras, adquiram os valores a as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informados, saibam onde procurar ajuda, adotem outras ações que melhorem seu bem-estar, contribuindo, assim, de modo consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro". (COREMEC, 2013)

O documento "Orientações para Educação Financeira nas Escolas" parametrizou a produção dos materiais didáticos voltados à educação básica. Sendo composto basicamente pelo livro do professor e do aluno e caderno do aluno. Durante o período de 2010 a 2011 foi aplicado o projeto piloto em 891 escolas públicas de Ensino Médio de seis unidades da federação.

Conforme informado no sítio vida e dinheiro na internet, para o Ensino Médio, o livro do aluno é composto por diversas situações didáticas que contextualizam os conceitos de Educação Financeira aplicados ao seu cotidiano. Essa proposta, além de facilitar a compreensão dos conceitos, também fornece informações e condições para que os estudantes transformem os conhecimentos em comportamentos financeiros saudáveis. O livro do professor possibilita orientá-lo para discutir e aplicar as situações didáticas.

Em maio de 2014, foi lançada a Plataforma Aberta de acesso aos livros de Educação Financeira. A Plataforma Aberta apresenta os materiais elaborados para o ensino médio e disponibiliza todo o conteúdo para download de forma gratuita, permitindo ao educador escolher baixar os livros - do aluno e do professor - na íntegra ou por temas, conforme sua necessidade. Os conhecimentos adquiridos com esses materiais podem ainda favorecer a transmissão do aprendizado pelos jovens a seus familiares, além de ajudá-los a conquistar sonhos individuais e coletivos e a protagonizar suas trajetórias de vida.

2.6 REFERÊNCIAS SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA E MATEMÁTICA FINANCEIRA

A seguir citamos algumas obras dedicadas ao estudo da Matemática Financeira e também da Educação Financeira, as quais contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa e que também deixamos como sugestão de leitura. Tais obras foram selecionadas por estarem alinhadas aos objetivos desta dissertação, dando embasamento e fundamentação a pesquisa.

Samanez (2001), autor do livro Matemática Financeira: Aplicações à Análise de Investimentos, aborda conteúdos de Matemática Financeira, explorando definições e uma ampla gama de problemas. O mesmo autor afirma que o desconhecimento do ferramental da Matemática Financeira pode resultar em um custo muito alto, pois decisões erradas nessa área normalmente se traduzem em perdas financeiras. Nessa mesma direção Neto (2008), em seu livro Matemática Financeira e suas aplicações, Garcia (2011), no livro Matemática Comercial Finaceira: fundamentos e aplicações, e Souza e Clemente (1999), no livro Matemática Financeira: fundamentos, conceitos e aplicações, tratam de conceitos gerais de Matemática Financeira, juros simples, juros compostos, descontos, inflação, financiamentos, títulos, dentre outras modalidades de investimentos, que segundo os autores visam cobrir não somente os fundamentos teóricos da Matemática Financeira, como também desenvolver suas principais aplicações práticas. Em ambos os livros a abordagem destina-se ao ensino superior, dessa forma foram necessárias algumas adaptações nos tópicos utilizados, principalmente para aplicação na sequência de ensino proposta.

Alem do importante material disponibilizado pela ENEF, que aborda uma enorme quantidade de materiais relativos a Educação Financeira para toda educação básica, também destacamos: - Pietras (2014), que apresenta além de conceitos de Matemática Financeira e Educação Financeira alguns resultados obtidos em sua experiência de ensino; - (SAITO, 2007) que apresenta uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil; - (MANFREDINI, 2007) que faz um estudo da educação financeira em famílias na fase de aquisição.

Na dissertação de mestrado de Neto (2014), intitulada Matemática Financeira: O estudo de empréstimos consignados e consórcios voltados para o ensino médio, o autor faz uma abordagem histórica a respeito de alguns conceitos da matemática financeira e também acerca do surgimento do empréstimo consignado e dos consórcios, desses últimos ainda são exploradas as características de tais produtos como potencial meio para o ensino da Matemática Financeira nas escolas. A abordagem do produto financeiro consórcio que faremos nessa dissertação difere-se deste trabalho nos aspectos relativos a Educação Financeira. O mesmo será abordado de forma crítica, com intuito de analisar custos e comparar sua viabilidade com relação a outros produtos financeiros.

Schneider (2008), em sua dissertação de mestrado intitulada Matemática Financeira: Um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas, apresenta algumas pesquisas já realizadas a respeito da Matemática Financeira, explorando aspectos históricos e conceitos contemporâneos acerca da matemática comercial e financeira. O autor também realizou pesquisa, através de instrumento de coleta de informações, com alunos do 9° ano do ensino fundamental, alunos do 3° ano do ensino médio e com professores sobre o conhecimento detido e a importância atribuída pelos mesmos aos conteúdos da Matemática Financeira para a vida das pessoas. Um aspecto de destaque revelado através de pesquisa estatística, é a pouca disparidade entre o nível de conhecimento demonstrado pelos alunos do 9°ano e do 3°ano nessa área do conhecimento.

Também encontramos informações relevantes para este trabalho, como índices de endividamentos, taxas de juros praticadas, informações sobre finanças pessoais e expectativas para a implantação de Educação Financeira nas escolas da rede pública através da internet, nos sites do Banco Central do Brasil, da Serasa, do Enef, da CNC, do InfoMoney, dentre outros.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

No presente capítulo são abordados elementos básicos da Educação Financeira e conteúdos específicos de Matemática Financeira que serão base para a nossa proposta. Por exemplo, conceitos básicos sobre porcentagem, acréscimos, descontos, juros simples, juros compostos e os principais sistemas de amortização, SAC e Price.

Ainda nesse capítulo, são analisados alguns produtos financeiros como aplicações financeiras, empréstimos e consórcios. A abordagem realizada tem como objetivo apresentar as principais características desses produtos de forma acessível a alunos do Ensino Médio, ilustradas através de exemplos. Na maioria dos casos são apresentados exemplos comparativos, que permitem analisar e detectar as melhores opções de consumo e investimento. Para o produto consórcio, fez-se uma análise mais detalhada, simulando diversos cenários possíveis, tanto do ponto de vista da necessidade do consumidor quanto das possibilidades de investimento. Após deduzirmos diversas fórmulas de análise do produto consórcio, desenvolvemos no software Geogebra uma calculadora que permite efetuar simulações de forma simples e rápida, a qual apresentaremos na seção 3.4.4 deste trabalho.

3.1 ELEMENTOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF, é norteada pela definição de Educação Financeira dada pela OCDE, assim sendo, todo material desenvolvido está embasado em uma serie de objetivos, competências e conceitos os quais são apresentados na tabela 4.

O presente trabalho buscará contribuir principalmente ao segundo e terceiro objetivos, “Educar para o consumo e a poupança” e “Oferecer conceitos e ferramentas para a tomada de decisão autônoma baseada em mudança de atitude”. Para tal, além dos conteúdos específicos de Matemática Financeira também serão estudados e discutidos alguns textos retirados do material da ENEF, que estão relacionados a orçamento e produtos financeiros. Além disso, será proposta a construção de orçamento familiar e a análise de alguns produtos financeiros, por meio de planilhas eletrônicas e situações problemas, que visam estimular a criticidade mediante a aquisição

Objetivo	Competência	Conceitos
1. Formar para cidadania (DE)	1. Exercer direitos e deveres de forma ética e responsável	Cidadania Consumo responsável (consciente e sustentável)
2. Educar para o consumo e a poupança (DE)	2. Tomar decisões financeiras social e ambientalmente responsáveis	Receitas e despesas/orçamento Reservas (poupança) e investimento Crédito
	3. Aplicar compreensão de receitas e despesas na manutenção do balanço financeiro	
	4. Harmonizar desejos e necessidades, refletindo sobre os próprios hábitos de consumo e poupança	
	5. Valer-se do sistema financeiro formal para a utilização de serviços e produtos financeiros	
3. Oferecer conceitos e ferramentas para a tomada de decisão autônoma baseada em mudança de atitude (DE)	6. Avaliar ofertas e tomar decisões financeiras autônomas de acordo com as reais necessidades	Autonomia
4. Formar disseminadores e/ou multiplicadores em EF (DE)	7. Atuar como disseminador dos conhecimento e práticas de EF	Disseminação e/ou multiplicação
5. Desenvolver a cultura da prevenção e proteção (DT)	8. Valer-se de mecanismos de prevenção e proteção de curto, médio e longo prazos	Prevenção Proteção
6. Instrumentalizar para planejar em curto, médio e longo prazos (DT)	9. Elaborar planejamento financeiro no curto, médio e longo prazos	Planejamento
7. Proporcionar a possibilidade de melhoraria da própria situação (DT)	10. Analisar alternativas para superar dificuldades econômicas	Mudança de condições de vida

[1] DE – Dimensão Espacial [2] DT – Dimensão Temporal

Tabela 4: Objetivos, competências e conceitos relacionados à ENEF

Fonte: (COREMEC, 2013)

de produtos financeiros.

3.1.1 ORÇAMENTO FAMILIAR

Dentre os muitos fatores que podem colocar uma pessoa ou uma família em situação delicada mediante suas finanças, está a inexistência de um orçamento familiar. Uma ferramenta que permite identificar com precisão os valores das receitas e das despesas, permitindo assim uma programação futura de gastos e investimentos. (CONEF, 2013)

> Em linhas gerais, um orçamento doméstico ou pessoal é uma ferramenta financeira, geralmente uma tabela na qual em um dos lados entra quanto você ganha (receitas) e no outro, quanto você gasta (despesas). Muitas pessoas fa-

> zem orçamento com a intenção de reduzir seus gastos. Essa é uma das funções de um orçamento, mas não é a única. Um orçamento é um instrumento para que você possa ter maior controle sobre sua vida financeira e, a partir daí, planejar para alcançar suas metas. (CONEF, 2013)

Mais importante que o modelo e a ferramenta de orçamento utilizado é a dedicação e o empenho da família, no lançamento e controle das receitas e principalmente das despesas, muitas vezes quase impossível. Mesmo que o controle seja feito em uma agenda ou formulário, registrando-se diariamente todas as contas pagas, o resultado pode ser muito positivo. Mas é claro, que com os recursos tecnológicos existentes, para quem tem habilidade com o computador, a utilização de uma planilha eletrônica pode oferecer uma série de vantagens, como a possibilidade de incluir, modificar ou excluir qualquer informação a qualquer tempo, além da possibilidade de trabalhar com fórmulas e gráficos que permitem analisar e comparar valores, permitindo prever as despesas e receitas dos meses seguintes. Acima de tudo um orçamento deve ser flexível, permitindo ao usuário adaptá-lo sem dificuldade a sua realidade. Deve ser simples e de fácil entendimento.

Conforme disponível no material da ENEF (2013), a elaboração de um orçamento envolve alguns passos fundamentais:

Passo 1: Fazer um levantamento de todas as despesas, ou seja, compreender bem para onde vai o dinheiro. Por exemplo: Alimentação, saúde, lazer, transporte, aluguel etc.

Passo 2: Classificar as despesas em fixas (são constantes, aparecem todos os meses e o valor é fixo, por exemplo: aluguel, prestação da casa própria, mensalidade escolar, plano de saúde, dentre outras.) e variáveis (também aparecem todos os meses, porém, o valor pode sofrer alterações, por exemplo: água, luz, telefone etc...) e eventuais (despesas que eventualmente podem ocorrer, como por exemplo: conserto do carro, despesas médicas etc.).

Passo 3: Analisar como estão evoluindo as despesas fixas e variáveis.

Passo 4: Repetir esses passos com relação as receitas.

Passo 5: Comparar as receitas e despesas, verificando se o seu orçamento está equilibrado ou não.

A Tabela 5 apresenta um modelo de orçamento doméstico em planilha eletrônica, as receitas e despesas descritas no modelo, assim como os valores, são fictícios, com objetivo apenas de exemplificar.

O importante ao utilizar uma ferramenta para elaboração de um orçamento, é que esta se adapte as necessidades de cada usuário, dando flexibilidade para incluir, excluir e modificar

ORÇAMENTO PESSOAL 2015							
RECEITAS	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Total
Salário	R$ 4.522,00	R$ 2.327,00	R$ 2.730,00	R$ 3.740,00	R$ 3.527,00	R$ 3.554,00	R$ 20.400,00
Comissões	R$ 1.500,00	R$ 1.500,00	R$ 1.500,00	R$ 1.500,00	R$ -	R$ 3.000,00	R$ 9.000,00
Outras	R$ -	R$ -	R$ 590,00	R$ 630,00	R$ 630,00	R$ 630,00	R$ 2.480,00
DESPESAS							
Conta de Água	-R$ 94,05	-R$ 135,52	-R$ 147,64	-R$ 102,45	-R$ 102,45	-R$ 57,20	-R$ 639,31
Conta de Luz	-R$ 141,61	-R$ 67,81	-R$ 57,68	-R$ 96,16	-R$ 71,53	-R$ 131,38	-R$ 566,17
Parcela Empréstimos	-R$ 161,36	R$ -	R$ -	R$ -	R$ -	R$ -	-R$ 161,36
Seg. Vida	-R$ 10,13	-R$ 10,13	-R$ 10,13	-R$ 10,13	-R$ 10,13	-R$ 10,13	-R$ 60,78
Internet	-R$ 69,00	-R$ 69,00	-R$ 69,00	-R$ 69,00	-R$ 69,00	-R$ 69,00	-R$ 414,00
Tel. Celular + Fixo	-R$ 250,64	-R$ 126,20	-R$ 220,41	-R$ 138,84	-R$ 122,93	-R$ 232,41	-R$ 1.091,43
Cartão	-R$ 1.715,01	-R$ 1.555,14	-R$ 2.135,87	-R$ 1.119,27	-R$ 1.820,00	-R$ 1.898,00	-R$ 10.243,29
Dizímo	R$ -	-R$ 150,00	-R$ 50,00	-R$ 50,00	-R$ 50,00	R$ -	-R$ 300,00
Transporte	-R$ 66,00	-R$ 78,00	-R$ 90,00	-R$ 101,00	-R$ 55,00	-R$ 30,00	-R$ 420,00
Condominio	-R$ 110,00	-R$ 60,00	-R$ 50,00	-R$ 400,00	-R$ 293,00	-R$ 4.483,00	-R$ 5.396,00
Restaurante	R$ -	-R$ 400,00	R$ -	R$ -	-R$ 250,00	R$ -	-R$ 650,00
Outras despesas Pessoais	-R$ 125,81	R$ -	-R$ 100,00	-R$ 600,00	-R$ 50,00	-R$ 100,00	-R$ 975,81
IPTU / DPVAT/Licenciamento	R$ -	-R$ 115,16	R$ -	R$ -	R$ -	R$ -	-R$ 115,16
IRPF	R$ -	R$ -	-R$ 654,91	R$ -	R$ -	R$ -	-R$ 654,91
Seguros	R$ -	R$ -	-R$ 340,46	-R$ 340,46	-R$ 340,44	-R$ 340,44	-R$ 1.361,80
Aplicação	-R$ 3.200,00	-R$ 1.500,00	-R$ 400,00	-R$ 2.800,00	-R$ 2.000,00	R$ -	R$ 9.900,00
Total Débitos (sem Aplic.)	-R$ 2.743,61	-R$ 2.766,96	-R$ 3.926,10	-R$ 3.027,31	-R$ 3.234,48	-R$ 7.351,56	
Total Débitos	-R$ 5.943,61	-R$ 4.266,96	-R$ 4.326,10	-R$ 5.827,31	-R$ 5.234,48	-R$ 7.351,56	
Total Créditos	R$ 6.022,00	R$ 3.827,00	R$ 4.820,00	R$ 5.870,00	R$ 4.157,00	R$ 7.184,00	
Sobra	**R$ 78,39**	**-R$ 439,96**	**R$ 493,90**	**R$ 42,69**	**-R$ 1.077,48**	**-R$ 167,56**	
Saldo Aplicação Último Dia	R$ 69.759,43	R$ 73.446,86	R$ 75.389,41	R$ 76.336,52	R$ 79.700,00	R$ 82.300,00	
Coeficiente de Rendimento	***	0,6681%	0,5905%	0,7167%	0,7070%	0,7290%	

Tabela 5: Modelo de Orçamento Familiar

Fonte: Próprio Autor

qualquer receita ou despesa.

Saber quanto se ganha e o quanto se gasta, é fundamental para uma vida financeira equilibrada. Planejar o futuro financeiramente é a maneira mais adequada de se buscar segurança e conforto em termos de conservação e ganho capital.

Segundo Kiyosaki (2004), a existência de um orçamento permite o planejamento, possibilitando o aumento de ativos e a redução de passivos. E entende-se por ativos todos os investimentos ou aquisições capazes de gerar renda ou aumento de capital por conta própria, com pouca ou nenhuma interferência de seu proprietário. Já os passivos, pelo contrário, geram custos e despesas ou simplesmente desvalorizam-se com o passar do tempo. Por exemplo, uma casa ou apartamento que possa ser alugado é um ativo. Já um carro, devido aos inúmeros custos que gera para sua manutenção, além de sua natural desvalorização, é considerado como um passivo.

3.2 MOTIVANDO OS ALUNOS PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Uma abordagem dinâmica e interessante sobre o uso do dinheiro, encontra-se no livro Pai rico, pai pobre para jovens, de Robert T. Kiyosaki, o qual busca motivar seus leitores a desenvolver, ao que chama de inteligência financeira. Orientando para a conquista da liberdade financeira e independência em todos os setores da vida. Através de histórias, dicas e relatos de experiências, busca através de uma linguagem cativante atingir o público jovem, levando-os a refletir sobre aspectos de investimentos, gastos desnecessários e a tomada de decisões. Veja um trecho:

> Existem muitas formas de ser bom em alguma coisa. Ser "bom em dinheiro" não é fácil de aprender. É algo que se deve aprender e praticar. Você pode estudar economia na faculdade, e até aprender a fechar um balanço na aula de matemática, mas provavelmente o programa educacional não passará disso. E muito do que é ensinado fica no campo "teórico", sem entrar no vocabulário das situações da vida real. Na escola, muitas vezes, nos limitamos a estudar, em vez de praticar. (KIYOSAKI, 2004)

O conhecimento teórico é, sem dúvida, a base para a Educação Financeira. Mas a prática é fundamental. É praticando que a teoria ganha sentido, e fornece subsídios para compreender e resolver problemas que surgem nas entrelinhas do cotidiano. Por isso, buscou-se resolver algumas situações problema acerca da análise de produtos financeiros, percebendo-se assim a diferença no ganho de capital a curto e longo prazo.

Para Kiyosaki(2004), a maioria dos adultos vêem o dinheiro como um "mal necessário", do qual dependem para pagar as contas e sobreviver. Parece que o dinheiro sempre está a faltar. Porém, dinheiro sempre fará parte da vida, logo é preciso ficar a vontade com ele. Sabendo como o dinheiro funciona, é possível ter poder sobre ele e começar a acumular riqueza. Vejamos o que diz o autor.

> "A alfabetização financeira permitirá que você não tema problemas financeiros, e fará com que você enxergue o verdadeiro valor do dinheiro. A verdadeira riqueza vai muito além e se mede por algo mais do que dinheiro. Ter sucesso na vida é muito mais do que ter sucesso financeiro."(KIYOSAKI, 2004)

Dentre os tópicos abordados por Kiyosaki, o autor aborda conceitos sobre ativo e passivo, no qual desincentiva os jovens a gastar demais com itens da moda, objeto supérfluos que se desvalorizam rapidamente, retirando dinheiro do bolso. Do contrário, incentiva os jovens a economizar e investir em negócios que possam se transformar em ativos geradores de renda. O autor também destaca em seu livro o uso de jogos como meio de educar financeiramente crianças e adultos. Esse autor desenvolveu três jogos de tabuleiro: CASHFLOW 101 (Fluxo de caixa em português) e CASHFLOW 202 para adultos, e CASHFLOW for KIDS para crianças. Os jogos também estão disponíveis para jogar online via internet, disponível em inglês.

3.3 O ESTUDO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira, um importante ramo da Matemática, tem muito a contribuir ao fortalecimento da cidadania. Um cidadão bem informado, critico, terá maiores condições de tomar decisões mais assertivas e conscientes.

> “A Matemática Financeira surge como o ramo da Matemática que estuda a mudança do valor do dinheiro no tempo. O estudo das formas como valores monetários de hoje se relacionam com valores monetários futuros é o objeto principal desse ramo da Matemática. (SOUZA; CLEMENTE, 1999)

Ademir Clemente destaca o princípio fundamental da Matemática Financeira, em seu livro Matemática Financeira, onde afirma que é notável e de senso comum que o dinheiro muda de valor no decorrer do tempo, sendo assim há sempre preferência pela liquidez, seja por conta das necessidades rotineiras, para se precaver ao futuro ou para aproveitar boas oportunidades de negócios. Do contrário, a imobilização de capital, ou seja, a privação da liquidez, deve então ser recompensada de alguma maneira. Assim surge a necessidade de se compreender esse contexto, para torná-lo dinâmico e confiável.

Neste trabalho abordar-se-á acréscimos, descontos, juros simples, juros compostos, fluxo de caixa e os sistemas de amortização SAC e Price, a partir do fator de atualização, que é uma razão, então faremos um estudo inicial de pré requisitos sobre razão e proporção. Outros autores abordam este conteúdo a partir do estudo de progressões, como por exemplo (MORGADO et al., 2001). Para realização dessa revisão matemática foram utilizadas, como base teórica, as obras de (GARCIA, 2011), (SOUZA; CLEMENTE, 1999) e (DANTE, 2011).

3.3.1 RAZÃO

É o quociente entre dois números reais. Mais especificamente, dados a e b, com $b \neq 0$, números reais, a razão de a para b é o quociente $\frac{a}{b}$.

Exemplos:

1. A razão de 4 para 5 é: $\frac{4}{5}$

2. A razão de 2,1 para 4,3 é: $\frac{2,1}{4,3}$ que é igual a $\frac{21}{43}$

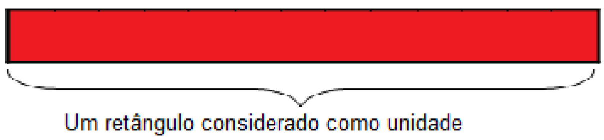
3. A razão de $\frac{2}{3}$ para $\frac{7}{5}$ é $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{5}}$ que é igual a: $\frac{10}{21}$

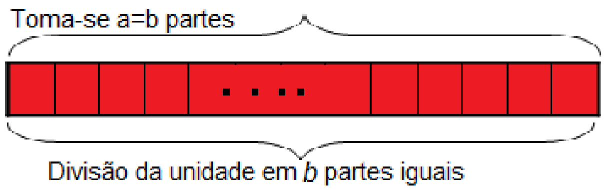
4. A razão de e para pi é: $\frac{e}{\pi}$, onde π (pi) e e (número de Euler)

3.3.1.1 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA RAZÃO

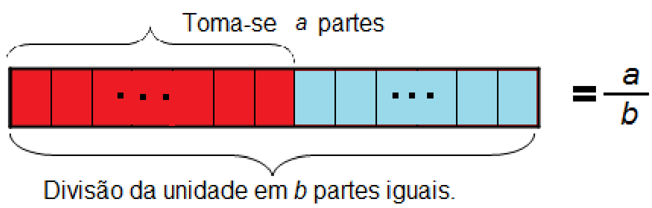
Quando a e b são números naturais, há três possibilidades: $a = b$, $a < b$ ou $a > b$.

- Para o primeiro caso, $a = b$, tem-se $\frac{a}{b} = 1$, ou seja, a unidade é dividida em b partes das quais toma-se a partes, porém como $a = b$, pode-se considerar que foram tomadas b partes, o que equivale a unidade.

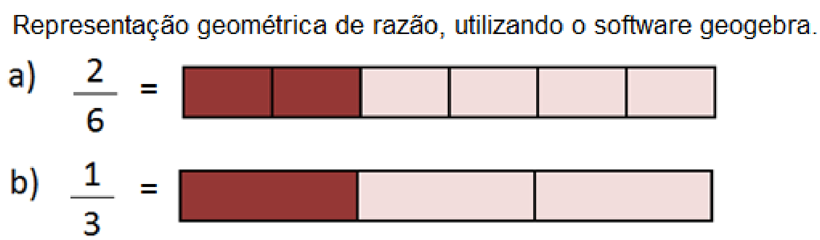




- Se $a < b$ tem-se $\frac{a}{b} < 1$, então a unidade divide-se em b partes e tomamos a partes de b.

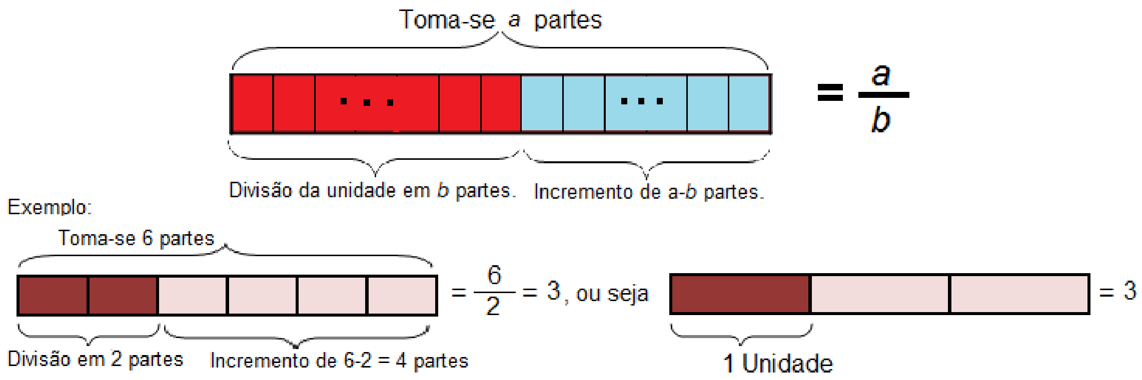


Exemplo:



Observando (a) e (b) tem-se $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, o que nos motiva essa igualdade entre razões?

- Se $a > b$ tem-se $\frac{a}{b} > 1$, então a unidade divide-se em b partes e incrementa-se a-b partes de b, a unidade.



Sendo muito rigoroso, podemos dizer que estamos considerando um retângulo de base 1 (um) com altura **h** arbitrária e fixa, por questões de estética muito menor que um, isto é $h < 1$. Quando dizemos "divide-se a unidade em b partes" entende-se dividir o retângulo em b sub-retângulos de base $\frac{1}{b}$ de altura **h**. As etapas para construção da ferramenta de representação da razão, realizadas com o Software Geogebra, encontra-se no Apêndice K.

3.3.2 RAZÃO CENTESIMAL

Razão centesimal é uma razão com denominador igual a 100. Exemplos:

$\frac{5}{100}$ $\quad$ $\frac{18}{100}$ $\quad$ $\frac{37}{100}$ $\quad$ $\frac{99}{100}$

3.3.3 PROPORÇÃO

Pela observação do exemplo $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ tem-se que:

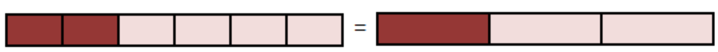
Uma proporção é a igualdade entre duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$. Assim, temos uma proporção se, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e leia-se: " a está para b assim como c está para d", com b, d $\neq 0$.

Propriedade das proporções: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se, e somente se $a \cdot d = b \cdot c$. É fácil de provar,

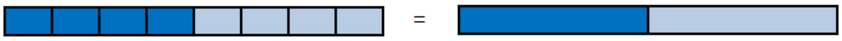
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a}{b} \cdot (b \cdot d) = (b \cdot d) \cdot \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad (a \cdot d) \cdot \frac{b}{b} = \frac{d}{d} \cdot (b \cdot c) \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$$

Os exemplos a seguir ilustram a validade da propriedade das proporções:

a) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, então $2 \cdot 3 = 1 \cdot 6 \Longleftrightarrow 6 = 6$, verificando a propriedade.



b) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, então $4 \cdot 2 = 1 \cdot 8 \Longleftrightarrow 8 = 8$, verificando a propriedade.



3.3.4 TAXA DE PORCENTAGEM

Taxa de porcentagem é toda razão centesimal. Para representar as razões centesimais usamos o símbolo %, que se lê: “por cento”.

Temos as seguintes representações para taxa de porcentagem: Centesimal, decimal e fracionária. Por exemplo, observe a figura 2:

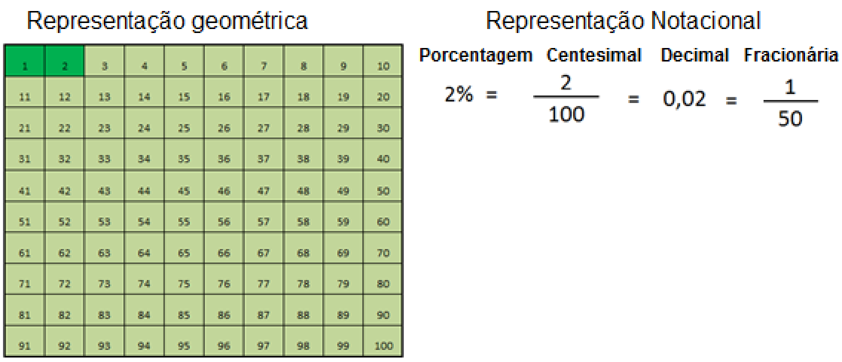


Figura 2: Representação Geométrica e Notacional da Razão

3.3.5 PORCENTAGEM

Porcentagem é a fração centesimal de um todo, ou o resultado obtido quando aplicamos uma taxa de porcentagem a um valor.

Veja um exemplo na Figura 3:

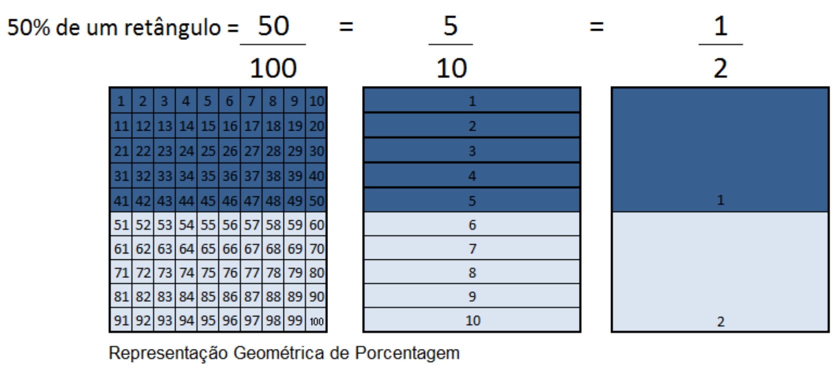


Figura 3: Representação Geométrica de Porcentagem

De uma forma geral, porcentagem, trata-se de uma razão de um todo, cujo denominador é igual a cem ou ainda a todas as frações equivalentes a ela, para o qual utiliza-se o simbolo %. Assim, se quisermos representar o dobro (2 vezes) de algo em porcentagem teríamos 200% desse algo, o que ganha sentido quando observamos que se multiplicarmos, por exemplo, R$ 150,00 por 2 obteremos R$ 300,00 ou seja 200% do valor inicial. Da mesma forma, se desejarmos calcular 38% de 260, devemos utilizar o coeficiente $\frac{38}{100} = 0,38$ e efetuar $260 \cdot 0,38 = 98,80$.

3.3.6 FATOR DE ATUALIZAÇÃO

O fator de atualização (f) é uma razão, ou seja, a comparação, entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente e futuro). Este fator é utilizado normalmente no formato decimal. Neste trabalho o fator de atualização será utilizado especificamente para analise da variação entre valores financeiros, ou seja:

$$f = \frac{Valor\ Passado}{Valor\ Futuro}, \text{ ou } f = \frac{Valor\ Futuro}{Valor\ Passado}, \text{ ou } f = \frac{Valor\ Futuro}{Valor\ Presente}, \text{ etc.}$$

Exemplo: Se Márcio, que é funcionário de um banco, conseguiu um aumento em seu salário de R$ 1.850,00 para R$ 2.100,00. Quais os fatores de atualização relacionados a esse aumento?

Solução: $f = \frac{2100}{1850} = 1,1351$ ou $f = \frac{1850}{2100} = 0,8809$.

Onde para o primeiro caso compara-se o novo salário com o salário antigo, assim o fator 1,1351 significa que o novo salário corresponde a 113,51% do salário antigo. Já na outra situação, compara-se o salário antigo com o salário novo, obtendo-se o fator igual a 0,8809, o que significa que o antigo salário corresponde a 88,09% do novo salário. A seguir tratamos com maior rigor as situações de acréscimos e descontos.

3.3.7 ACRÉSCIMOS E DESCONTOS

Dentre as situações mais corriqueiras em operações de compra e venda, destaca-se a necessidade de operar com lucros, prejuízos, descontos, acréscimos ou ainda a comparação entre dois valores quaisquer. Em todas essas situações percebe-se algo em comum. A existência de um fator de atualização (f), transforma um Valor Presente (Present Value (PV)) em um Valor Futuro (Future Value (FV)), serão utilizadas as siglas do inglês PV e FV, pois estão mais disseminadas, com na calculadora HP-12. Dessa forma, podemos representar como:

$$\boxed{f = \frac{FV}{PV}} \quad \text{ou} \quad \boxed{FV = f \cdot PV}$$

Assim, tem-se três casos possíveis:

- Quando $f = 1$, temos $FV = PV$, ou seja não há variação sobre o valor presente (valor inicial).

- Quando $f < 1$, segue $\frac{FV}{PV} < 1$, onde $FV < PV$, ou seja, o Valor Futuro é menor que o Valor Presente, nesse caso tem-se um decréscimo (desvalorização ou desconto) igual a $(f-1)$, com relação ao valor inicial. Vejamos, sendo $f = \dfrac{FV}{PV}$, e $FV < PV$ logo $FV = PV - k$, para $k > 0$, assim $f = \dfrac{PV-k}{PV}$, ou ainda $f = \dfrac{PV}{PV} - \dfrac{k}{PV}$, logo $f = 1 - \dfrac{k}{PV}$, então $(f-1) = -\dfrac{k}{PV}$.

  Nesse caso $(f-1)$ será chamada de taxa de decréscimo.

  Exemplo: Maria comprou um celular por R$ 2.000,00 e após algum tempo vendeu-o por apenas R$ 1.600,00. Qual o fator de atualização relacionado ao valor de compra e de venda do celular? O que isso pode significar?

  Solução: Nesse caso, o valor de venda é o Valor Futuro (FV) e o valor de compra é o Valor Presente (PV), pois devemos seguir a ordem cronológica dos fatos (primeiro comprou depois vendeu o celular), logo $f = \dfrac{FV}{PV} = \dfrac{1.600}{2.000} = 0,8$.

  Nesse caso duas interpretações são possíveis, ou seja, podemos verificar que o preço atual do celular corresponde a 0,8 = 80% do preço anterior. Por outro lado temos que a taxa de decréscimo é dada por $(f-1) = (0,8-1) = -0,2 = -20\%$, logo nota-se que ocorreu uma desvalorização de 20% no valor do celular.

- Por fim, quando $f > 1$, segue $\frac{FV}{PV} > 1$, onde $FV > PV$, ou seja, o Valor Futuro é maior que o Valor Presente, nesse caso significa ter ocorrido um acréscimo (valorização ou aumento) do valor inicial, igual a $(f-1)$. Vejamos, sendo $f = \dfrac{FV}{PV}$, e $PV < FV$ logo $FV = PV + k$, para $k > 0$, assim $f = \dfrac{PV+k}{PV}$, ou ainda $f = \dfrac{PV}{PV} + \dfrac{k}{PV}$, logo $f = 1 + \dfrac{k}{PV}$, então $(f-1) = \dfrac{k}{PV}$.

  Nesse caso $(f-1)$ será chamada de taxa de acréscimo.

  Exemplo: Um imóvel é adquirido por R$ 20.000,00 e após algum tempo é vendido por R$ 26.000,00. Qual o fator de atualização relacionado ao valor de compra e de venda do imóvel? O que isso pode significar?

  Solução: Temos que o valor de venda é o Valor Futuro (FV) e o valor de compra o Valor Presente (PV), assim: $f = \dfrac{FV}{PV} = \dfrac{26.000}{20.000} = 1,3$. O que significa que o valor de venda corresponde a 130% do valor de compra. Por outro lado temos que a taxa de acréscimo é dada por: $(f-1) = (1,3-1) = 0,3 = 30\%$. Logo nota-se que ocorreu uma valorização de 30% no valor do imóvel.

Observa-se facilmente que o fator de atualização (f) nada mais é que a razão entre o valor futuro e o valor presente, ou seja, $f = \frac{VF}{VP}$, se $f - 1 < 0$ então $(f - 1)$ é a taxa de decréscimo e se $f - 1 > 0$ então $(f - 1)$ é a taxa de acréscimo.

3.3.8 JUROS

A ideia de cobrar juros é muito antiga. Há registro da cobrança de juros encontrado em tabula de argila babilônica que remontam 2000 a.C. No decorrer dos séculos a cobrança de juros chegou a ser proibida pela igreja, sendo considerada imoral. Porém, os agiotas argumentavam que a cobrança ocorreria somente no caso de pagamento em atraso, e assim a cobrança continuava acontecendo. Em quase todas as épocas e em diferentes civilizações, percebe-se influência do estado no controle da cobrança de juros, sempre limitando o percentual de juros a ser cobrado. Da origem da palavra "interest" (do inglês juros), identificamos o motivo pelo qual usualmente utiliza-se a letra i para a representação da taxa de juros. (SMOLE, 2010)

Atualmente, a cobrança de juros vincula-se a praticamente todas as operações comerciais e financeiras. Cumprindo as mais diversificadas funções, desde a cobrança de multas por atraso, a valorização de capitais e até a reposição da inflação.

> "O juro representa o custo da imobilização de uma unidade capital por certo período de tempo. Normalmente, o juro é expresso por meio de uma taxa que incide sobre o valor imobilizado (base)." (SOUZA; CLEMENTE, 1999)

Os juros, normalmente considerado como um aluguel pela concessão de um determinado valor monetário (também chamado de Base ou Capital) por certo período de tempo, pode ser calculado de forma simples ou composta.

3.3.9 TAXA DE JUROS

Dado um capital C e um valor acordado de juros J em determinado intervalo de tempo, escolhido como unidade, definimos como taxa de juro desse período a razão:

$$i = \frac{J}{C} \text{ ou ainda } J = i \cdot C$$

Essa taxa i de juros será aplicada a cada unidade de tempo estipulada, as mais usadas são: - ao mês (a.m.); - ao ano (a.a.); - ao semestre (a.s.); - ao dia (a.d.); - ao bimestre (a.b.) e ao tempo t (a.t.) para indicar um tempo t arbitrário.

Exemplo: Marcos emprestou para Carlos R$ 500,00, e após um mês recebeu R$ 40,00 referente a juros do período. Nesse caso, qual foi a taxa de juros mensal praticada?

Solução: Tem-se que a taxa de juros é dada por $i = \dfrac{J}{C} = \dfrac{40}{500} = 0,08 = 8\%$. Portanto, a taxa de juros praticada foi de 8% a.m.

3.3.9.1 JUROS SIMPLES

O regime de juros será identificado como simples sempre que o percentual de juros (i) incidir, a cada período de tempo (n), apenas sobre o valor inicial (C) emprestado ou aplicado. Nesse caso, não ocorre a cobrança de juros (J) sobre os juros gerados em períodos anteriores.

Mais precisamente, $J = C \cdot i$ é o juro gerado em uma unidade de tempo, então podemos denotar $J_1 = C \cdot i \cdot 1$ ao juro simples gerado em uma unidade de tempo.

Então podemos questionar, por exemplo, qual é o juro gerado em 5 unidades de tempo?

Primeiramente, observemos o diagrama a seguir:

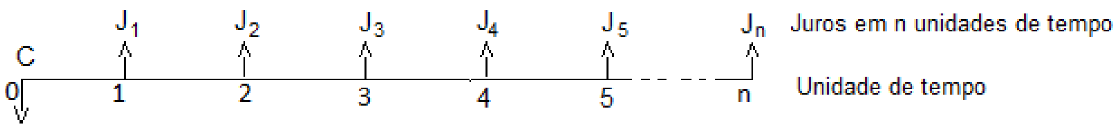


Figura 4: Fluxo de Caixa - Juros Simples

De onde $J_2 = J_1 + J_1$, pois o juro gerado em cada unidade de tempo é J_1. Logo $J_2 = C \cdot i + C \cdot i = C \cdot (i+i) = C \cdot 2 \cdot i = C \cdot i \cdot 2$, de maneira análoga concluímos que $J_5 = C \cdot i \cdot 5$.

Portanto, podemos generalizar que o juro gerado em n unidades de tempo é:

$$J_n = C \cdot i \cdot n$$

. A demonstração completa da fórmula acima ocorre por indução, a qual pode ser observada em um livro de análise de (LIMA, 2006).

Na tabela 6 temos um exemplo no qual um cidadão fez uma aplicação financeira remunerada a uma taxa fixa mensal de 0,7%, no regime de capitalização simples. Desejamos observar os ganhos mensais da aplicação de $R\$\ 5.000,00$ e o total de juros no 5º mês. Usaremos uma planilha eletrônica para verificar.

Observamos que o juro referente a um mês é $R\$35,00 = 5000 \cdot 0,007$ e o total de juros após 5 meses é de $R\$175,00$ resultando em um saldo final de $R\$5.175,00$. Assim, o saldo acumulado no final de cada período, o qual chamaremos de Montante (M), é obtido através da soma do valor inicial (Capital (C)) com os juros acumulados até o período em questão. Portanto:

n Em meses	Juros no n-ésimo Mês C . i	Total de Juros no n-ésimo Mês C.i.n	Saldo ao Final do n-ésimo Mês C + C.i.n
1	5000 x 0,007 = 35,00	5000 x 0,007 x 1 = 35,00	R$ 5.035,00
2	5000 x 0,007 = 35,00	5000 x 0,007 x 2 = 70,00	R$ 5.070,00
3	5000 x 0,007 = 35,00	5000 x 0,007 x 3 = 105,00	R$ 5.105,00
4	5000 x 0,007 = 35,00	5000 x 0,007 x 4 = 140,00	R$ 5.140,00
5	5000 x 0,007 = 35,00	5000 x 0,007 x 5 = 175,00	R$ 5.175,00

Tabela 6: Exemplo de Aplicação à Juros Simples

$$M = C + J \quad \Leftrightarrow \quad M = C + C \cdot i \cdot n \quad \Leftrightarrow \quad M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

3.3.9.2 JUROS COMPOSTOS

No regime de juros compostos, deve-se calcular os juros no fim de cada período sempre sobre o último saldo acumulado (geralmente definido como montante). No qual os juros são incorporados ao último montante. Formando assim um novo montante sobre o qual se calculam os juros do período seguinte, até esgotar o tempo da aplicação (é o que chamamos de 'juros sobre juros'). Nesse aspecto difere-se do juros simples, no qual calculam-se os juros sempre sobre o valor inicial.

Tomemos como exemplo, que um jovem aplique suas economias no valor de R$ 5.000,00 em uma aplicação financeira com rendimento fixo mensal de 0,7%, assim o saldo da aplicação no final de cada mês será o saldo do último mês acrescido de 0,7%, ou seja, $5000 + 0,007 \cdot 5000 = 5000 \cdot 1,007$, sendo $1,007$ o fator de atualização ou capitalização.

Seja $S_n = FV$ o saldo da aplicação no n-ésimo mês, então obtemos:

Para $n = 1$, temos: $S_1 = 5000 \cdot (1,007)$

Para $n = 2$, temos: $S_2 = 5000 \cdot (1,007) \cdot (1,007) = 5000 \cdot 1,007^2$

Para $n = 3$, temos: $S_3 = 5000 \cdot (1,007) \cdot (1,007) \cdot (1,007) = 5000 \cdot 1,007^3$

Para $n = 4$, temos: $S_4 = 5000 \cdot (1,007) \cdot (1,007) \cdot (1,007) \cdot (1,007) = 5000 \cdot 1,007^4$

Para $n = 5$, temos: $S_5 = 5000 \cdot (1,007) \cdot (1,007) \cdot (1,007) \cdot (1,007) \cdot (1,007) = 5000 \cdot 1,007^5$

Os cálculos anteriores podem ser facilmente efetuados em uma planilha eletrônica, conforme exibido na Tabela 7:

Assim, de uma forma geral, dado um valor presente (PV), atualizado periodicamente por um fator f = (1 + i), temos que o valor futuro (VF) após n períodos é dado por:

n	Início do mês	Juros do Mês	Mont. Final do Mês	Cálculo do Montante
0	R$ -	R$ -	R$ 5.000,00	-
1	R$ 5.000,00	R$ 35,00	R$ 5.035,00	5000 x 1,007 $= 5000 \cdot 1{,}007^1$
2	R$ 5.035,00	R$ 35,25	R$ 5.070,25	5035 x 1,007 $= 5000 \cdot 1{,}007^2$
3	R$ 5.070,25	R$ 35,49	R$ 5.105,74	5070,25 x 1,007 $= 5000 \cdot 1{,}007^3$
4	R$ 5.105,74	R$ 35,74	R$ 5.141,48	5105,74 x 1,007 $= 5000 \cdot 1{,}007^4$
5	R$ 5.141,48	R$ 35,99	R$ 5.177,47	5141,48 x 1,007 $= 5000 \cdot 1{,}007^5$

Tabela 7: Exemplo de Aplicação à Juros Compostos

$$S_n = VF = PV \cdot \underbrace{f \cdot f \cdot \ldots \cdot f}_{n\ vezes} = PV \cdot \underbrace{(1+i) \cdot (1+i) \cdot (1+i) \cdot \ldots \cdot (1+i)}_{n\ vezes} = PV \cdot (1+i)^n$$

A demonstração formal é por indução, veja (LIMA, 2006).

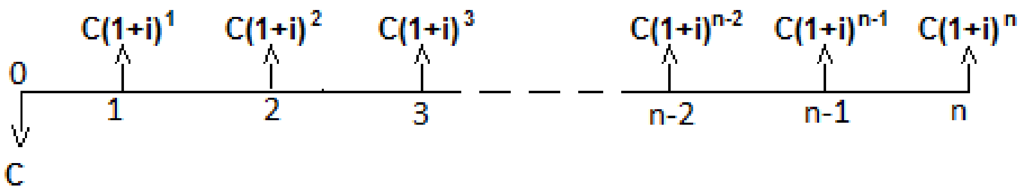


Figura 5: Fluxo de Caixa - Juros Compostos

E, portanto, $VF = PV \cdot (1+i)^n$, ou analogamente:

$$\boxed{M = C \cdot (1+i)^n} \qquad (1)$$

Onde $M = VF$ e $C = PV$, assim isolando as outras variáveis, obtemos:

$$\boxed{PV = \frac{FV}{(1+i)^n}} \ ; \qquad \boxed{i = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} - 1} \ ; \qquad \boxed{n = \frac{log(\frac{FV}{PV})}{log(1+i)}}$$

Exemplos:

1) João recebeu seu 13º salário no valor de R$ 1.500,00 e resolveu depositá-lo em caderneta de poupança. Quanto obterá no prazo de 24 meses, sabendo que o rendimento médio da poupança é de 0,58% ao mês?

Solução: Observamos que: $n = 24$, $i = 0,0058$, $PV = 1500$, substituindo na fórmula (1).

$$VF = PV \cdot (1+i)^n = 1500 \cdot (1+0,0058)^{24} = 1500 \cdot 1,0058^{24} = 1500 \cdot 1,148891 = 1723,34$$

Portanto, João obterá o montante de R$ 1.723,34 após 24 meses da data do depósito.

2) Maria pretende adquirir um bem daqui a 10 meses no valor de R$ 3.000,00. Quanto terá que depositar hoje, sabendo que o rendimento de determinada aplicação é de 1% ao mês?

Solução: Do enunciado temos: $n = 10$, $i = 0,01$, $FV = 3000$, como desejamos saber FV, vamos deduzir da fórmula (1), como segue:

$PV \cdot (1+i)^n = VF \Leftrightarrow \frac{PV \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n} = \frac{VF}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$

Substituindo tem-se, $PV = \frac{3000}{(1+0,01)^{10}} = \frac{3000}{1,01^{10}} = \frac{3000}{1,104622} = 2715,86$

Portanto, Maria deverá depositar R$ 2.715,86 para obter o valor desejado.

3) Um cidadão emprestou a quantia de R$ 800,00, ficando acertado que o tomador pagará no prazo de 6 meses a quantia de R$ 950,00. Qual a taxa de juros mensal da operação?

Solução: Os dados são: $n = 6$, $PV = 800$, $FV = 950$, vamos deduzir da fórmula (1) para calcularmos a taxa de juros **i**:

$VF = PV \cdot (1+i)^n \Leftrightarrow 950 = 800 \cdot (1+i)^6 \Leftrightarrow (1+i)^6 = \frac{950}{800} \Leftrightarrow i = 1,1875^{\frac{1}{6}} - 1$

$i = 0,0290$

Portanto, a taxa de juros mensal da operação é de 2,90%.

4) Carlos está planejando comprar um bem no valor de R$ 700,80. Para isso deposita a quantia de R$ 500,00 em conta aplicação. Sabendo que o rendimento médio é de 0,95% ao mês, em quanto tempo terá dinheiro suficiente para comprar o bem?

Solução: Temos: $i = 0,0095$, $PV = 500$, $FV = 700$, vamos deduzir da fórmula (1) o valor de n:

$VF = PV \cdot (1+i)^n \Leftrightarrow 700,80 = 500 \cdot (1+0,0095)^n \Leftrightarrow (1,0095)^n = \frac{700,80}{500} \Leftrightarrow log(1,0095)^n = log(1,4016) \Leftrightarrow n \cdot log(1,0095) = log(1,4016) \Leftrightarrow n = \frac{log(1,4016)}{log(1,0095)} = 35,6$

Portanto, em aproximadamente 35,6 meses Carlos terá o valor desejado. Para um estudo mais detalhado sobre logaritmos veja (FOREST, 2014).

3.3.10 FLUXO DE CAIXA

Considerando um período de tempo n, o fluxo de caixa serve para ilustrar graficamente as transações financeiras efetuadas nesse período. O tempo é representado em uma linha horizontal marcada por setas verticais em cada período relevante para análise. As entradas ou créditos são representados por setas apontadas para cima e as saídas ou débitos são representados por setas apontadas para baixo. Veja a representação na Figura 6:

Para cada período é considerado um único valor, resultante da diferença entre os créditos e os débitos daquele período. Assim, sendo considerada uma taxa de juros i atuante sobre esse fluxo, qualquer valor pode ser "transportado" nessa linha do tempo. Se um determi-

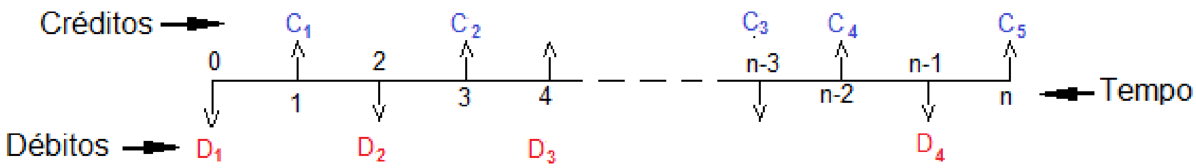


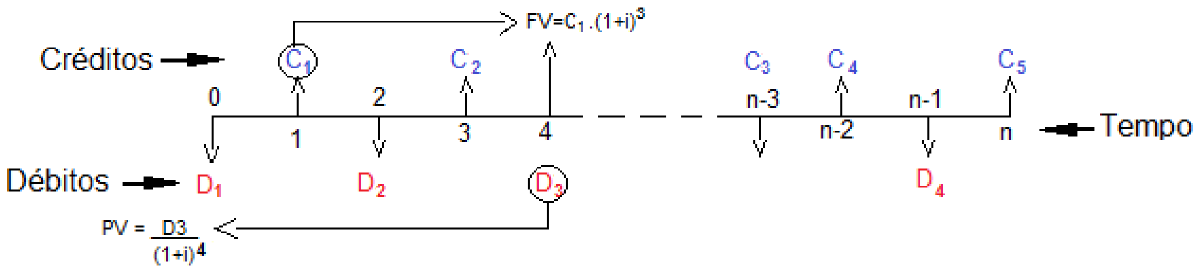
Figura 6: Fluxo de Caixa

nado valor será transportado para um período futuro o chamamos de PV (Valor Presente) e o valor futuro a ser encontrado de FV.

Do contrário, se um determinado valor será antecipado, o chamamos de FV (Valor Futuro) e o valor a ser encontrado de PV (Valor Presente). Esses deslocamentos de valores, na linha de tempo do fluxo de caixa, são efetuados através da fórmula de juros compostos:

$$VF = PV.(1+i)^n \qquad (2)$$

Vejamos os exemplos a seguir:



- No primeiro caso, o crédito C_1 está sendo "transportado" do período 1 para o período 4, ou seja, desloca-se 3 períodos para o futuro, logo o novo valor será: $FV = C_1 \cdot (1+i)^3$.

- No segundo caso, o débito D_3 está sendo "transportado" do período 4 para o período 0, dessa forma desloca-se 4 períodos para o passado, logo o valor será: $PV = \frac{D_3}{(1+i)^4}$.

3.3.10.1 FLUXO DE PRESTAÇÕES FIXAS

Consideremos o fluxo de caixa exposto na Figura 7, constituído por um valor presente (PV) e por n parcelas de mesmo valor P:

Vamos explicitar a relação entre o valor presente (PV) localizado na data focal 0 (período inicial) e as n prestações periódicas e postecipadas $\underbrace{P, P, P, \ldots, P}_{n\ vezes}$, localizadas nas datas 1, 2, 3, ..., n de tal forma que a soma das prestações transportadas para a data focal 0 seja

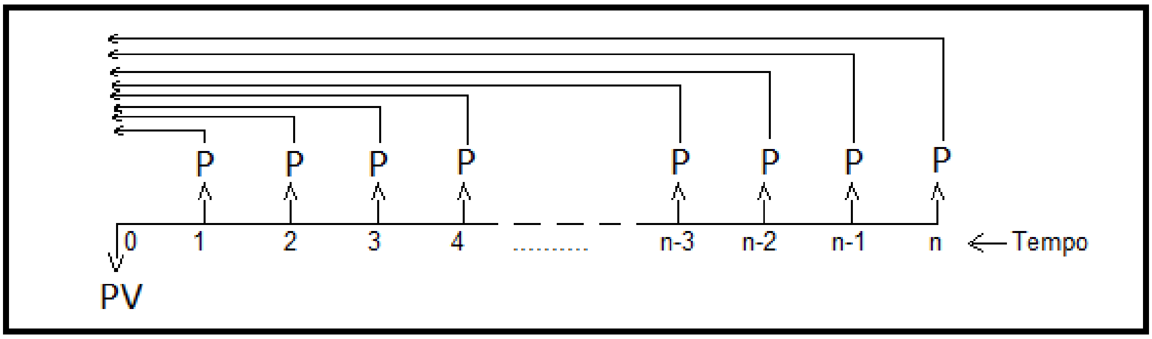


Figura 7: Fluxo de Caixa - Valor Presente

igual ao valor presente (PV) ou ao valor a financiar. Dessa forma será possível encontrar o valor de cada parcela P.

Assim, sabemos que o valor presente (PV ou valor a financiar) é composto pela soma de cada uma das parcelas deduzidos os juros, ou seja:

$$PV = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + ... + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Logo,

$$PV = P \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + ... + \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad (*)$$

Multiplicando ambos os lados por (1+i) obtemos:

$$PV \cdot (1+i) = P \cdot \left[1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + ... + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right] \qquad (**)$$

Subtraindo (*) de (**) obtemos:

$$PV \cdot (1+i) - PV = P \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

Logo,

$$PV \cdot i = P \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

Então segue que:

$$\frac{PV \cdot i}{\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right]} = P$$

E finalmente temos a fórmula que nos da o valor da parcela (P) em função do valor presente (PV) ou do valor a financiar, do número de períodos (n) e da taxa de juros (i).

$$P = \frac{i \cdot PV}{1 - (1+i)^{-n}} \qquad (3)$$

Exemplo 1: José comprou uma máquina de lavar para pagar em quatro parcelas iguais, cujo preço à vista era de R$ 1.600,00, considerando que a taxa de juros praticada pela loja é de 5% a.m. e que José irá pagar a primeira parcela após 1 mês, encontre o valor de cada parcela.

Solução: Os dados são PV=1.600,00, i=0,05, n=4, da fórmula (3), tem-se:

$P = \frac{i \cdot PV}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{0{,}05 \cdot 1600}{1-(1+1{,}05)^{-4}} \cong 451,22$

A fórmula (3) também possibilita encontrarmos o valor da taxa de juros i, do valor presente PV além do prazo n, conforme ilustrado nos exemplos a seguir:

Exemplo 2: Pedro financiou R$ 5.000,00 para pagar em 10 parcelas iguais de R$571,29. Qual a taxa de juros inerente ao financiamento?

Solução: Os dados são PV=5.000,00, P=571,29, n=10, da fórmula (3), tem-se:

$P = \frac{i \cdot PV}{1-(1+i)^{-n}}$, substituindo, $571,29 = \frac{i \cdot 5000}{1-(1+i)^{-10}}$, então $\frac{1-(1+i)^{-10}}{i} = \frac{5000}{571{,}29}$

A equação acima deverá ser resolvida por algum método iterativo, uma vez que é implícita em (i). Utilizando o método da bisseção encontramos $i = 2,5\%$. O método da bisseção pode ser facilmente desenvolvido em uma planilha eletrônica, para isso basta inserir a fórmula $\frac{1-(1+i)^{-10}}{i} - \frac{5000}{571{,}29} = f(i)$ e partir de duas tentativas iniciais, que resultem em valores com sinais contrários (o que garante a existência de uma solução entre os dois valores supostos), assim toma-se a média entre os dois valores iniciais como uma nova tentativa, descartando-se o valor inicial que possui o mesmo sinal. Assim repete-se o procedimento até obter-se uma aproximação satisfatória para o resultado desejado.

Exemplo 3: Dona Maria comprou um televisor em 6 parcelas iguais de $R\$230,00$. Sabendo que a taxa de juros da operação é de 3% a.m. Calcule o valor para pagamento à vista.

Solução: Os dados do problema são $P = 230,00$, $i = 0,03$, $n = 6$, da fórmula (3), tem-se:

$PV = \frac{P \cdot [1-(1+i)^{-n}]}{i}$

Assim, $PV = \frac{230 \cdot 1-(1+0{,}03)^{-6}}{0{,}03} = 1.245,95$

Para os demais casos em que o cliente desejar quitar a dívida em parcela única em um determinado mês m, basta aplicarmos a fórmula (3) para calcular o valor presente (PV) das parcelas em aberto, e logo após transportar o valor PV para o período m desejado, bastando efetuar $PV \cdot (1+i)^{m-k}$, onde k representa o número de parcelas pagas.

Exemplo 4: Do exemplo anterior, se Maria já pagou uma parcela e deseja pagar o restante em uma única parcela no mês 4, qual será o valor necessário?

Solução: Como Maria já pagou uma parcela, então o valor para quitação no mês 1 (PV) é dado por: $PV = \frac{230 \cdot 1-(1+0,03)^{-5}}{0,03} = 1.053,33$. Assim, o pagamento em parcela única no mês 4 é dado por: $V = 1.053,33 \cdot (1+0,03)^{4-1} = 1.151,00$

Para os casos em que o cliente paga determinado valor como entrada ao financiamento, basta deduzir tal valor do valor presente e assim utilizar a mesma fórmula (3).

Exemplo 5: Do exemplo 1, supomos que José pague $R\$200,00$ de entrada. Qual seria o valor de cada parcela?

Solução: Os dados são $PV = 1.600,00 - 200,00 = 1.400,00$, $i = 0,05$, $n = 4$, da fórmula (3), tem-se:

$$P = \frac{i \cdot PV}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{0,05 \cdot 1400}{1-(1+1,05)^{-4}} \cong 394,81$$

3.3.11 SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Por sistema de amortização entende-se o método pelo qual será liquidada uma dívida. O método permite calcular o valor da parcela, estabelecendo o valor referente a amortização da dívida e o valor dos juros. A seguir serão abordados dois sistemas de amortização, o sistema Price e o sistema SAC decrescente. Para dedução lógica de cada sistema de amortização utiliza-se sempre do princípio fundamental da Matemática Financeira, o qual considera o valor do dinheiro no tempo, assim para calcular antecipações ou postergações de pagamentos deve-se descapitalizar ou capitalizar, respectivamente, os valores. (SOUZA; CLEMENTE, 1999)

3.3.11.1 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)

Segundo Alceu Souza e Ademir Clemente, no livro Matemática Financeira, no Sistema de Amortização Constante, o contratante vai pagar a dívida por meio de prestações periódicas, porém as mesmas são decrescentes de valor. A amortização do saldo devedor é que é constante em cada prestação e os juros são calculados sempre sobre o saldo devedor do último período, o que torna as parcelas decrescentes. Esse sistema é empregado, por exemplo, no financiamento da casa própria.

Vejamos na figura 8, como exemplo, um empréstimo de R$ 12.000,00 contratado a 2% de juros ao mês, na modalidade SAC, a ser pago em 6 parcelas, assim:

Temos que a parcela é formada pelo valor amortizado mais os juros, de onde o valor amortizado é obtido através da divisão do valor da dívida pelo número de parcelas, e os juros são obtidos pelo produto entre o último saldo devedor e a taxa de juros. Dessa forma cada

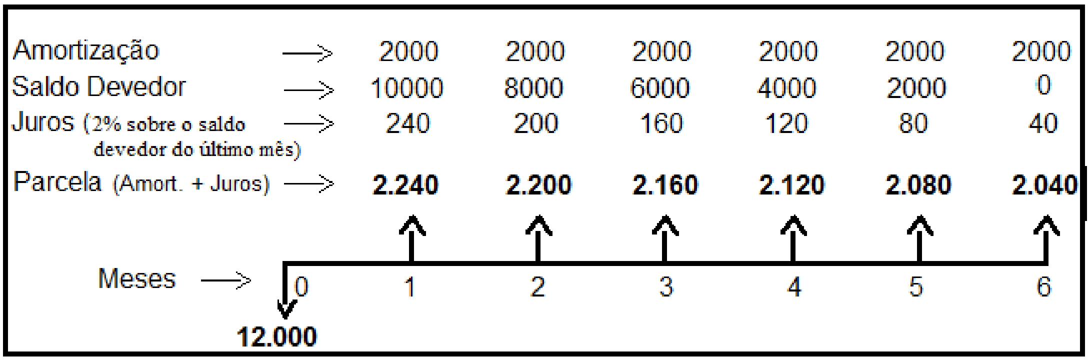


Figura 8: Fluxo - Sistema SAC

parcela é dada por:

$$P_m = \ Amortização \ + \ Juros = \frac{V}{n} + S_{m-1} \cdot i$$

Onde P_m é o valor da parcela no tempo m, V é o valor do empréstimo ou financiamento, n é o número de prestações, S_{m-1} é o saldo devedor no período *(m-1)* e i é a taxa de juros da operação.

Uma apresentação utilizando planilha eletrônica observamos na tabela 8:

Nº Prest	Juros	Quota Amortizada	Valor/Prestação	Saldo Devedor
0	R$ -	R$ -	R$ -	R$ 12.000,00
1	R$ 240,00	R$ 2.000,00	R$ 2.240,00	R$ 10.000,00
2	R$ 200,00	R$ 2.000,00	R$ 2.200,00	R$ 8.000,00
3	R$ 160,00	R$ 2.000,00	R$ 2.160,00	R$ 6.000,00
4	R$ 120,00	R$ 2.000,00	R$ 2.120,00	R$ 4.000,00
5	R$ 80,00	R$ 2.000,00	R$ 2.080,00	R$ 2.000,00
6	R$ 40,00	R$ 2.000,00	R$ 2.040,00	R$ -
Total	R$ 840,00	R$ 12.000,00	R$ 12.840,00	

Tabela 8: Exemplo Sistema Amortização Constante

Observa-se que a sequência dos valores dos juros trata-se de uma Progressão Aritmética (PA) decrescente de primeiro termo igual a $V \cdot i$ e razão igual a $\frac{V}{n} \cdot i$, assim para calcular diretamente o valor de uma determinada parcela m, tem-se a fórmula:

$$P_m = \frac{V}{n} + V \cdot i - \frac{V}{n} \cdot i \cdot (m-1) = \frac{V}{n} \cdot (1 - i \cdot m + i) + V \cdot i$$

3.3.11.2 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS - TABELA PRICE

Conforme definição de Alceu Souza e Ademir Clemente, no livro Matemática Financeira, nesse sistema (método), o devedor obriga-se a pagar parcelas iguais e periódicas, formada de duas partes: uma de juros e outra de amortização, o devedor vai pagando juros e amortizando o capital de tal forma que quando pagar a última prestação, liquidará a dívida. Atualmente é um dos sistemas mais utilizados no mundo inteiro, principalmente nas compras do dia a dia.

PRESTAÇÃO = AMORTIZAÇÃO + JUROS

A denominação Sistema Price deve-se ao nome do economista inglês Richard Price, que em 1771 elaborou o sistema (WIKIPéDIA, 2015), onde a prestação é calculada pela fórmula (2) e os juros pela fórmula $J_n = i \cdot S_{n-1}$

Vejamos um exemplo no sistema Price apresentando a tabela do financiamento. Seja um financiamento de R$ 12.000,00 contratado a 2% de juros ao mês, a ser pago em 6 parcelas, aqui consideramos n variando de 1 a 6, logo:

Nº Prest (n)	Valor/Prestação $P = \frac{PV}{\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}$	Juros $J_n = i.S_{n-1}$	Quota Amortizada Q = P - J	Saldo Devedor $S_n = S_{n-1} - Q$
0	R$ 0,00	R$ -	R$ -	R$ 12.000,00
1	R$ 2.142,31	R$ 240,00	R$ 1.902,31	R$ 10.097,69
2	R$ 2.142,31	R$ 201,95	R$ 1.940,36	R$ 8.157,33
3	R$ 2.142,31	R$ 163,15	R$ 1.979,16	R$ 6.178,17
4	R$ 2.142,31	R$ 123,56	R$ 2.018,75	R$ 4.159,42
5	R$ 2.142,31	R$ 83,19	R$ 2.059,12	R$ 2.100,30
6	R$ 2.142,31	R$ 42,01	R$ 2.100,30	R$ 0,00
Total	R$ 12.853,86	R$ 853,86	R$ 12.000,00	

Tabela 9: Exemplo Tabela Price

Observamos que o sistema de amortização SAC é preferível quando o objetivo é reduzir o pagamento de juros, porém, observa-se que o valor das primeiras parcelas é maior se compararmos com o sistema Price, pois nas primeiras parcelas a amortização da dívida é maior no sistema SAC. Demandando assim, do contratante, uma disponibilidade maior de recursos no inicio da operação.

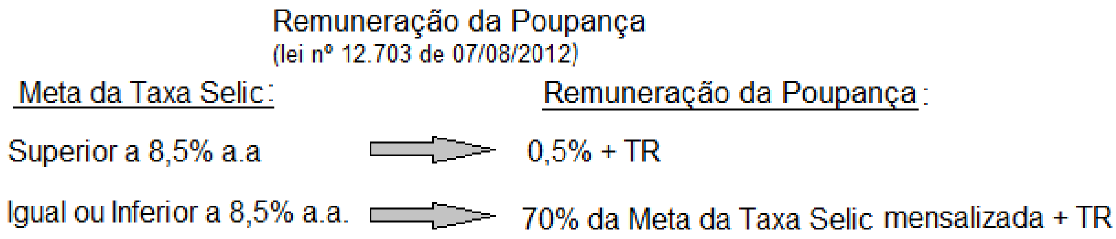
3.4 ANÁLISE DE ALGUNS PRODUTOS FINANCEIROS

3.4.1 APLICAÇÕES FINANCEIRAS X POUPANÇA

Dentre as opções de investimento mais populares e de menor risco destacam-se a poupança e aplicações financeiras remuneradas pelo índice DI (Depósito Intebancário), este último é calculado pela média das taxas negociadas entre os bancos para empréstimos de curtíssimo prazo. A seguir apresentamos uma breve história da poupança no Brasil:

> “ A poupança foi criada no século XIX, para recolher os depósitos de pessoas de classes sociais menos favorecidas, ou seja, receber pequenas economias e assegurar, sob garantia do Governo Imperial, a fiel restituição do que pertencia a cada contribuinte, quando este o reclamasse.
> O principal objetivo dos antigos investidores era conceber uma reserva monetária como garantia para a velhice.” (BRASíLIA, 2014)

Atualmente, a remuneração da poupança, conforme estabelecido na lei nº 12.703, de 7 de agosto de 2012, é de 0,5% (cinco décimos por cento) ao mês mais TR (Taxa Referencial), enquanto a meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, for superior a 8,5% (oito inteiros e cinco décimos por cento), ou 70% (setenta por cento) da meta da taxa Selic ao ano, mensalizada, mais TR enquanto a meta da taxa for igual ou inferior a 8,5% ao ano. Além disso a poupança é isenta da cobrança de imposto de renda.



Já as aplicações remuneradas com base no índice DI, na modalidade CDB (Certificado de Depósito Bancário), apesar de sofrerem cobrança de imposto de renda, mostram-se uma boa opção de investimento, pelo baixo risco e pela facilidade de investir. A remuneração é diária e seu rendimento pode ser acompanhado pelo site da Cetip na aba Acumule DI entre datas. A cobrança do imposto de renda é regressiva, cobrada sempre sobre os rendimentos, conforme o prazo que a aplicação é mantida, isto é, se a aplicação for resgatada antes de 180 dias são cobrados 22,50%, se a aplicação for resgatada entre 181 a 360 dias são cobrados 20%, se a aplicação for resgatada entre 1 e 2 anos são cobrados 17,50% e se a aplicação for resgatada após 2 anos são cobrados 15% de imposto de renda.

Segundo o sítio de economia da uol, a SGC (Sociedade Garantidora de Crédito) aumentou, em 2015, o valor da cobertura do seguro que garante as aplicações na poupança, aplicações em CDB e LCI (Letras de Crédito Imobiliário) para até R$ 250.000,00 por instituição e por conta. Assim ficou mais seguro investir e diversificar investimentos em instituições de pequeno porte, as quais normalmente pagam taxas mais atrativas. O seguro em questão proporciona garantia apenas no caso de quebra da instituição financeira e não por confisco dos investimentos por parte do governo, como ocorrido no ano de 1990.

Além da cobrança de imposto de renda, as aplicações financeiras estão sujeitas a cobrança de IOF (Imposto sobre Operações Financeiras), quando estas forem resgatadas em período inferior a 30 dias. O percentual de IOF cobrado é regressivo começando em 96% no caso da aplicação ser resgatada após um dia, 93% no caso de ser resgatada após dois dias, 90% no caso de ser resgatada após três dias, 86% no caso de ser resgatada após quatro dias (a cada duas reduções de 3% há uma redução de 4%), e assim sucessivamente até isentar a cobrança do 30º dia.

Supomos, a título de comparação, dois investimentos de R$ 1000,00 efetuados em 01/01/2014 e resgatados em 01/11/2014, um depositado em conta poupança e o outro em aplicação financeira remunerada pelo índice DI. Como o índice DI acumulado no período foi de aproximadamente 8,85% e o imposto de renda devido é de 20%, o valor resgatado da conta aplicação DI é igual a 1000.(1+0,0885.0,8) = R$ 1070,82. Já, o saldo da conta poupança será proveniente dos juros de 0,5% ao mês, uma vez que a meta da taxa Selic foi superior a 8,5% em todo o período, mais 0,7% referente a TR. Logo, o valor resgatado será de aproximadamente R$ 1058,51. Assim, concluímos que os rendimentos da aplicação financeira foram 21,01% maiores do que os rendimentos da poupança para o período.

3.4.2 EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS

Dentre os principais produtos de qualquer instituição financeira destacam-se as operações de empréstimos e financiamentos, uma vez que o papel principal de uma instituição financeira é atuar como intermediadora entre poupadores e tomadores de recursos. Dessa forma, elas pagam certa remuneração aos poupadores e repassam esses recursos aos tomadores a taxas de juros muito maiores do que as pagas aos poupadores através de operações de crédito. A taxa das operações de crédito são maiores uma vez que as instituições de crédito também possuem suas despesas e também precisam render lucros aos seus proprietários ou acionistas.

> "O empréstimo bancário é um contrato entre o cliente e a instituição financeira pelo qual ele recebe uma quantia que deverá ser devolvida ao banco em prazo determinado, acrescida dos juros acertados. Os recursos obtidos no empréstimo não têm destinação específica.
> O Financiamento assim como o empréstimo bancário, também é um contrato entre o cliente e a instituição financeira, mas com destinação específica dos recursos tomados, como, por exemplo, a aquisição de veículo ou de bem imóvel. Geralmente o financiamento possui algum tipo de garantia, como, por exemplo, alienação fiduciária ou hipoteca."(BCB, 2014a)

Ao contratar um empréstimo ou financiamento, o tomador deve atentar-se principalmente ao Custo Efetivo Total (CET) da operação, e não somente a taxa de juros contratada, uma vez que outras cobranças podem agravar o custo da operação, como taxa de liberação de contrato, seguro prestamista, entre outras.

Na figura 9 apresenta-se uma simulação de Financiamento de veículo na modalidade SAC Decrescente com taxa de juros fixa de 1,35% a.m. (com CET de 1,4294% a.m.), mais taxa pós fixada correspondente ao índice CDI acumulado mensalmente. Dessa forma as parcelas são decrescentes de valor, e são calculadas somente na data de vencimento, quando apura-se a taxa de juros referende ao CDI.

FINANCIAMENTO
Proposta - Demonstrativo do Plano de Pagamento

Data Simulação: 22/07/2015
Hora Simulação: 09:30

Cooperativa 4342

Cliente

CPF / CNPJ: [redacted] Nome [redacted]

Linha de Crédito

Linha 550-BENS E SERVIÇOS PF SACD Indicador de SAC DECRESCENTE

Proposta

Valor da Proposta:	14.600,00	Valor Líquido:	14.600,00	-
Valor Contratado:	14.600,00	Valor Total Devido:	14.829,93	100,00%
Data da Proposta:	13/07/2015	Valor Liberado:	14.600,00	98,45%
Periodicidade Pgto.:	MENSAL	Total de Despesas:	229,93	-
Tipo de	DIA FIXO	Valor Seguro:	174,45 (Não Bonificado)	1,18%
Parcelas:	48	Valor IOF + ADC:	55,48 (Não Financiada)	0,37%
Primeiro	10/08/2015	Valor TAC:	0,00	0,00%
Ultimo Vencimento:	10/07/2019	Despesas	0,00	0,00%

Taxas/CET

Taxa de Juros:	1,3500% a.m.	Índice de Correção:	CDI	% Correção:	100,0000
Taxa de Mora:	2,3500% a.m.	Índice de Atraso:	CDI	% Atraso:	100,0000
Taxa de Multa:	2,0000% a.m.	CET:	1,4294% a.m. / 18,8497% a.a.		

Figura 9: Exemplo de Financiamento

3.4.3 CARTÃO DE CRÉDITO

Conforme informado pelo Banco Central do Brasil (2014a) o uso do cartão vem crescendo nos últimos anos, acompanhando o aumento da renda e os avanços em geral conquistados pela sociedade brasileira. Segurança, facilidade e ampliação das possibilidades de compras são pontos que agradam as pessoas na hora de efetuar suas compras com o cartão.

Apesar de apresentar vários benefícios, a utilização inadequada de cartões, principalmente o de crédito, pode tornar-se um grande vilão nas despesas do orçamento. A seguir apresentamos as principais vantagens e desvantagens do cartão de crédito:

Vantagens:

- Praticidade: dinheiro na mão a qualquer tempo, facilitando compras pela internet e parceladas.

- Acumulo de “pontos” ou “milhas”, que podem ser trocadas por prêmios.

- Extrato consolidado: informativo que detalha as despesas com o cartão de crédito, a data da compra e o estabelecimento, assim como as parcelas a vencer.

- Mais tempo para pagar a conta.

- Pagamento em data única.

- Uso em emergências.

Desvantagens:

- Tendência a gastar demais.

- Custo de anuidade.

- Tentação de endividar-se e/ou sair do orçamento.

- Clonagem.

- Altas taxas de juros.

Naturalmente o maior cuidado a ser tomado na utilização do cartão de crédito é a ideia de dinheiro fácil. Assim é preciso ter consciência que o cartão de crédito não lhe dá mais dinheiro. Todo o valor gasto deverá ser pago, e caso isso não ocorra o preço a ser pago é muito alto. Os juros cobrados são altíssimos, conforme informado pelo BCB (Banco Central do Brasil) são os mais caros cobrados no mercado financeiro. Por isso, efetuar o pagamento total da fatura, evitando o pagamento mínimo ou parcial, é fundamental para o adequado uso desse produto. Porém, caso não haja condições do pagamento total, é sempre viável buscar outra forma de financiamento para efetuar o pagamento da fatura, com taxas de juros menores.

3.4.4 CONSÓRCIO

3.4.4.1 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO

Dentre as operações disponíveis no mercado financeiro o consórcio destaca-se como um produto intermediário, ou seja, abrange um público que deseja adquirir um bem ou serviço em caráter não emergencial. O consumidor dispõe-se a economizar periodicamente certo valor para conquistar seu objetivo, o que espera que aconteça antes do prazo que levaria para adquiri-lo se tivesse que economizar o valor total. A seguir apresentamos parte da normativa do BCB que define o produto consórcio.

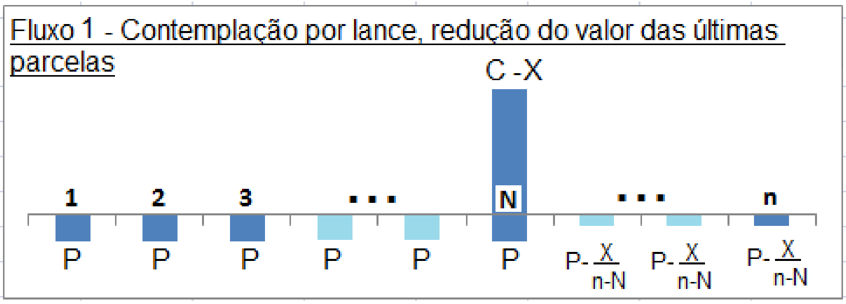
> “O consórcio é uma operação de captação de recursos em um grupo fechado de

> pessoas, jurídicas ou físicas, com a finalidade de aquisição de bens ou serviços específicos, por meio de autofinanciamento. Os participantes efetuam uma contribuição mensal ajustada, durante um prazo certo visando à compra de um bem ou serviço de forma isonômica.
> A rotina da administração do consórcio se resume, basicamente, na coleta, repasse de recursos e pagamento de contemplações. As contemplações são atribuições de crédito aos consorciados para a aquisição de bem ou serviço e ocorrem por meio de sorteios e lances. A contemplação por lance somente pode ocorrer depois de efetuadas as contemplações por sorteio ou se essa não for realizada por insuficiência de recursos. Uma vez contemplado, o consorciado terá a faculdade de escolher o bem (respeitada a natureza - bens móveis ou imóveis) e o fornecedor. Deste modo, o fato de a administradora eventualmente ser vinculada a alguma concessionária, revendedora ou montadora de bens, não obriga o consorciado nem pode restringir sua liberdade de escolha." (BCB, 2014a)

A maioria, senão todas as administradoras de consórcios de bens e serviços também efetuam contemplações por lance, onde mensalmente um ou mais consorciados, dependendo da disponibilidade de capital de cada grupo, são contemplados caso oferte(m) o(s) maior(es) lance(s) naquele período, nessa situação entende-se por lance a oferta de um determinado valor em dinheiro.

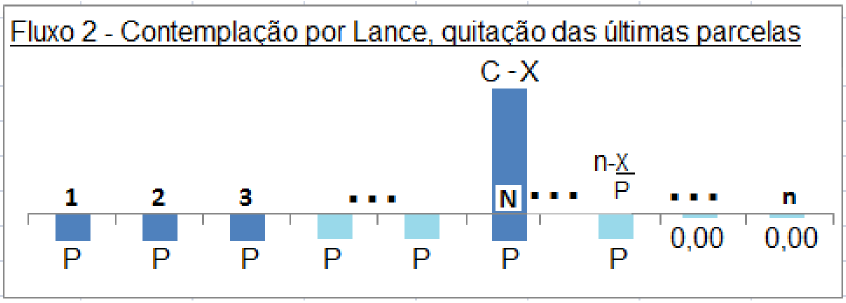
Assim, sendo o lance ofertado aceito pela administradora de consórcios, o consorciado é então contemplado com o valor de seu consórcio (**C**), ou também chamado de Carta de Crédito, e o valor do lance (**X**) será utilizado na maioria dos casos para reduzir o valor das parcelas restantes ou para efetuar a quitação das últimas parcelas.

A seguir apresentamos os fluxos de caixa que representam as três situações que abordaremos neste trabalho:

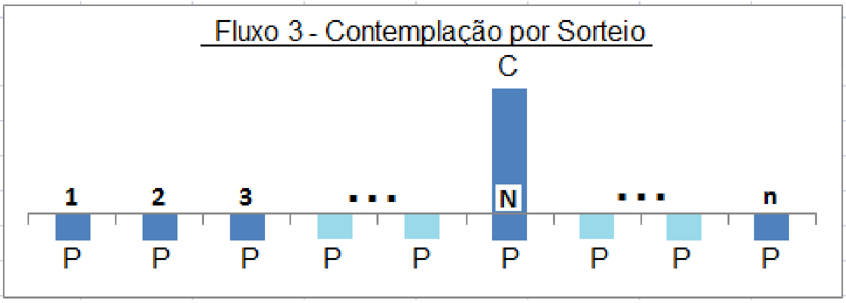


Neste caso consideramos que o valor aceito como lance é descontado do valor da carta de crédito (**C-X**) e em contra partida as parcelas faltantes (**n-N**) são reduzidas em seu valor devido ao lance ofertado, dessa forma o valor das parcelas após a contemplação passa a ser $P - \frac{X}{n-N}$.

O valor aceito como lance também é descontado do valor da carta de crédito (**C-X**) e



em contra partida as últimas parcelas faltantes $\frac{X}{P}$ são quitadas pelo valor do lance ofertado, dessa forma após a contemplação restarão apenas $(n - N - \frac{X}{P})$ parcelas de valor **P** para pagamento.



Na contemplação por sorteio o fluxo é composto por **n** parcelas periódicas de valor **P** e em contra partida o consorciado é contemplado por sorteio com uma carta de crédito de valor **C**, em algum mês **N**, com $0 < N < (n+1)$.

Observamos que as variáveis encontram-se destacadas em negrito no corpo do texto, enquanto nas fórmulas encontram-se em itálico, porém representam o mesmo valor. Para os três casos serão deduzidas fórmulas para calcular:

- O **Mês Limite de Sucessso (N)**, nesse caso é o número do mês, que divide a operação em vantajosa ou não vantajosa, comparada a uma Taxa Mínima de Atratividade (T.M.A.) denotada por (**I**) proveniente de outra opção de investimento por parte do consumidor, como por exemplo a poupança ou aplicação financeira. Dessa forma se o consorciado for contemplado antes do mês **N** o mesmo obterá lucro e se for contemplado após o mês **N** obterá prejuízo.

- A **Probabilidade de Sucesso** (P_s) **e de Insucesso** ($P_{\tilde{s}}$) do investidor ao adquirir um consórcio. Por tratar-se de um espaço equiprovável temos que a probabilidade de sucesso é igual ao quociente **N** por **n** e de insucesso é igual ao quociente (**n-N**) por **n**.

$$P_s = \frac{N}{n}, \qquad\qquad P_{\tilde{s}} = \frac{n-N}{n}$$

Onde **n** representa o prazo total do consórcio.

- A **Taxa para Aplicação Equivalente** (i_a), ou seja, a qual taxa de juros deveria ser aplicado o valor da carta de crédito (**C**), disponível por contemplação em um suposto mês **m**, de forma a equiparar as duas opções de investimento (consórcio versus aplicação em renda fixa).

- A **Taxa de Financiamento Equivalente** (i_f), ou seja, no caso em que o cliente opte por fazer uma aplicação financeira de **m** parcelas ao invés de adquirir o consórcio, qual a taxa de juros que se deve financiar o valor faltante para aquisição do bem ou serviço, ou seja, o valor do consórcio (**C**) menos o valor economizado (**E**) em **m** parcelas de valor **P**, de forma que o valor da parcela do financiamento equipare-se com a parcela do consórcio, em **n-m** meses faltantes para o término do grupo.

3.4.4.2 CONTEMPLAÇÃO POR LANCE - REDUÇÃO DO VALOR DAS ÚLTIMAS PARCELAS

Mês Limite de Sucessso (N): Consideremos o fluxo da Figura 10, no qual todos os valores são transportados para o período **n**, (no entanto os valores poderiam ter sido transportados para qualquer outro mês) obtendo-se os valores V' e V''. Assim, nosso objetivo será encontrar o valor de **N** para que $V' = V''$, pois no caso do cliente optar em adquirir o consórcio, V' representa o montante acumulado no mês **n** pelo valor do consórcio menos o valor do lance (**C-X**) corrigido por uma taxa de juros **I**, e V'' representa o montante, também no mês **n**, dado pela soma de todas as parcelas transportadas para o mês **n** no caso do cliente não contratar o consórcio, e sim aplicar as mesmas parcelas em uma poupança, aplicação financeira, ou outro investimento qualquer.

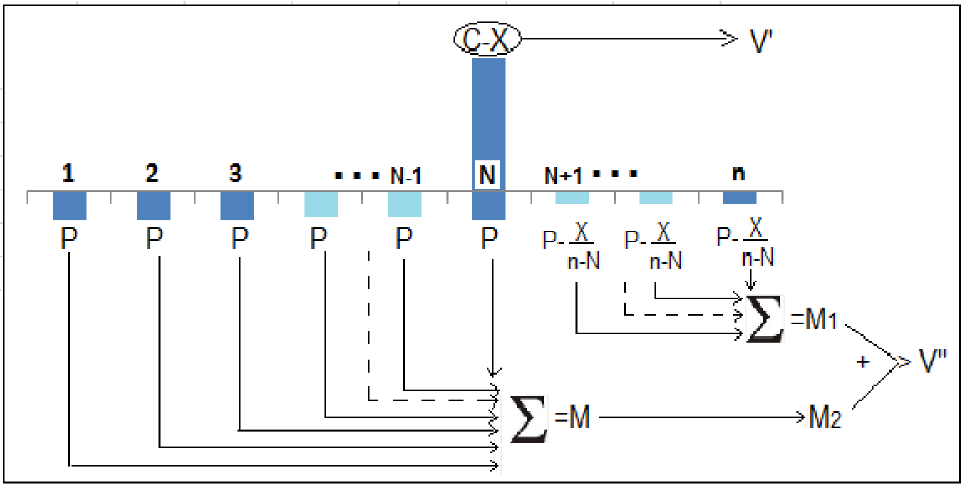


Figura 10: Mês Limite de Sucesso-Redução do Valor das Últimas Parcelas

Sendo o consorciado contemplado por lance no mês **N**, da fórmula de juros compostos $FV = PV \cdot (1+i)^n$ o montante (V') acumulado em **n-N** meses pelo valor do consórcio (**C**) menos o valor do lance (**X**), a uma taxa **I**, é dado por:

$$V' = (C - X) \cdot (1+I)^{n-N}$$

Por outro lado, calculemos o montante final após o consumidor economizar **N** parcelas normais mais **n-N** parcelas de valor reduzido, devido a amortização pelo lance.

Da Figura 10, vamos levar todas as parcelas anteriores a **N+1** ao tempo **N**, da seguinte forma, a parcela do período **N-1** para o período **N**, a parcela do período **N-2** para o período **N**, e assim sucessivamente, logo o valor da soma destas parcelas é dado por:

$$M = \left[P + P\cdot(1+I) + P\cdot(1+I)^2 + ... + P\cdot(1+I)^{N-1}\right]$$

O valor **M** encontra-se no período **N**, agora vamos transporta-lo ao período **n** através da multiplicação pelo fator $(1+I)^{n-N}$, e denotaremos por M_2:

$$M_2 = (1+I)^{n-N}\cdot\left[P + P\cdot(1+I) + P\cdot(1+I)^2 + ... + P\cdot(1+I)^{N-1}\right] \qquad (*)$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade pelo fator (1+I), obtem-se:

$$M_2\cdot(1+I) = (1+I)^{n-N}\cdot\left[P\cdot(1+I) + P\cdot(1+I)^2 + P\cdot(1+I)^3 + ... + P\cdot(1+I)^{N}\right] \qquad (**)$$

Subtraindo (*) de (**), temos:

$$M_2\cdot I = (1+I)^{n-N}\cdot[-P + P\cdot(1+I)^N]$$

Então,

$$M_2 = P\cdot\frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-N}}{I} \qquad (4)$$

Da Figura 10, vamos agora transportar todas as **n-N** parcelas reduzidas, de valor $P - \frac{X}{n-N}$, posteriores ao mês **N** para o período **n**. Ao montante obtido da soma de todas essas parcelas denotaremos por M_1:

$$M_1 = \left(P - \frac{X}{n-N}\right) + \left(P - \frac{X}{n-N}\right)\cdot(1+I) + ... + \left(P - \frac{X}{n-N}\right)\cdot(1+I)^{n-N-1}$$

Logo,

$$M_1 = \left(P - \frac{X}{n-N}\right)\cdot[1 + (1+I) + (1+I)^2 + ... + (1+I)^{n-N-1}] \qquad (***)$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade pelo fator (1+I), obtem-se:

$$M_1\cdot(1+I) = \left(P - \frac{X}{n-N}\right)\cdot[(1+I) + (1+I)^2 + ... + (1+I)^{n-N-1} + (1+I)^{n-N}] \qquad (****)$$

Subtraindo (***) de (****), temos:

$$M_1 \cdot I = \left(P - \frac{X}{n-N}\right) \cdot [(1+I)^{n-N} - 1]$$

Então:

$$M_1 = (P - \frac{X}{n-N}) \cdot \frac{(1+I)^{n-N} - 1}{I} \qquad (5)$$

O total de todas as parcelas transportadas para o período **n**, denotado por V'' é igual a:

$$V'' = M_2 + M_1 \qquad (6)$$

Substituindo (4) e (5) em (6) temos:

$$V'' = P \cdot \frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-N}}{I} + (P - \frac{X}{n-N}) \cdot \frac{(1+I)^{n-N} - 1}{I}$$

Então, para que $V' = V''$ devemos ter:

$$(C - X) \cdot (1+I)^{n-N} = P \cdot \frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-N}}{I} + (P - \frac{X}{n-N}) \cdot \frac{(1+I)^{n-N} - 1}{I}$$

Logo,

$$P \cdot \frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-N}}{I} + \left(P - \frac{X}{n-N}\right) \cdot \frac{(1+I)^{n-N} - 1}{I} - (C - X) \cdot (1+I)^{n-N} = 0$$

Assim,

$$(1+I)^{n-N} \cdot \left[\frac{-P}{I} + \frac{1}{I} \cdot \left(P - \frac{X}{n-N}\right) - (C - X)\right] + P \cdot \frac{(1+I)^n}{I} - \left(P - \frac{X}{n-N}\right) \cdot \frac{1}{I} = 0$$

Então,

$$(1+I)^{n-N} \cdot \left[-\frac{P}{I} + \frac{P}{I} - \frac{X}{I \cdot (n-N)} - C + X\right] + \frac{P}{I} \cdot (1+I)^n - \frac{P}{I} + \frac{X}{n-N} \cdot \frac{1}{I} = 0$$

Portanto,

$$\boxed{(1+I)^{n-N} \cdot \left(-C + X \cdot \left[1 - \tfrac{1}{I \cdot (n-N)}\right]\right) + \frac{P}{I} \cdot [(1+I)^n - 1] + \tfrac{X}{I \cdot (n-N)} = 0}$$

Observamos o lado esquerdo como uma função implícita que depende da variável **N**, chamamos o lado esquerdo de f(N). Como devemos encontrar o valor de **N** que anula essa função, ou seja, $f(N) = 0$, onde o valor de **N** da função acima pode ser calculado através de algum método iterativo, como por exemplo o método de Newton-Raphson ou através do método da bisseção. Este último, o qual utilizamos nas soluções dos exemplos desse trabalho, consiste em encontrar a solução partindo de duas tentativas iniciais, que resultem em valores com sinais contrários (o que garante a existência de uma solução entre os dois valores supostos), assim toma-se a média entre os dois valores iniciais como uma nova tentativa, descartando-se o valor inicial que possui o mesmo sinal. Assim repete-se o procedimento até obter-se uma aproximação satisfatória. Esse método foi estudado na disciplina de Cálculo do programa PROFMAT.

Para facilitar a analise de viabilidade do produto consórcio, em todos os aspectos que abordamos nesse trabalho, utilizamos o software Geogebra no qual inserimos as fórmulas aqui deduzidas a fim de automatizar e agilizar os cálculos. O arquivo encontra-se disponível na internet, veja (TOZETTO, 2015b). A seguir exibiremos apenas as telas de entrada de dados e as demais planilhas de cálculo serão omitidas nesse momento.

Exemplo: Supomos uma carta de crédito no valor de R$ 17.250,00 a ser paga em 70 parcelas de R$ 291,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m. Considerando que o consorciado seja contemplado através da oferta de um lance de R$ 2910,00, utilizando a fórmula acima encontramos $\mathbf{N} = 5,2$, ou seja, o consórcio mostra-se vantajoso apenas se a contemplação ocorrer até o 5° mês.

Solução utilizando o Software Geogebra:

Figura 11: Solução utilizando o Software Geogebra

Usando o software Geogebra também é possível graficar a função f(N), para isto deve-se digitar a função no campo de entrada, conforme pode ser visualizado na imagem da figura 12.

A intersecção do gráfico com o eixo OX revela o valor de N tal que f(N)=0, conforme pode-se observar na Figura 13:

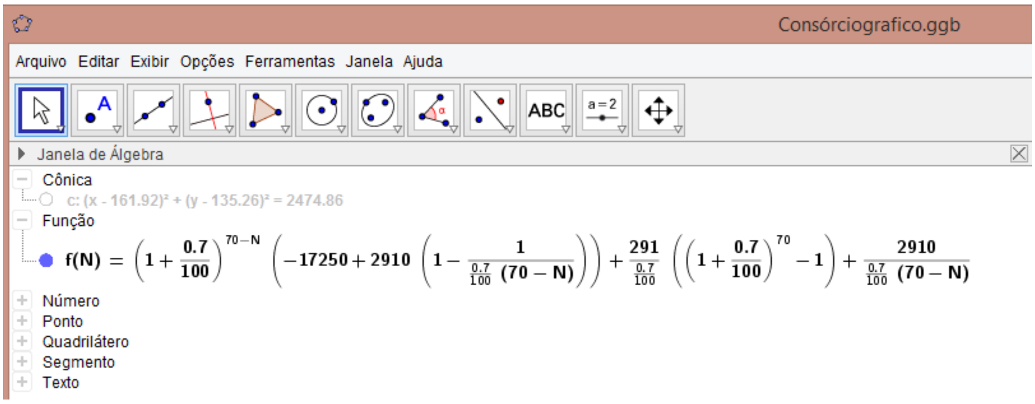


Figura 12: Solução gráfica utilizando o Software Geogebra

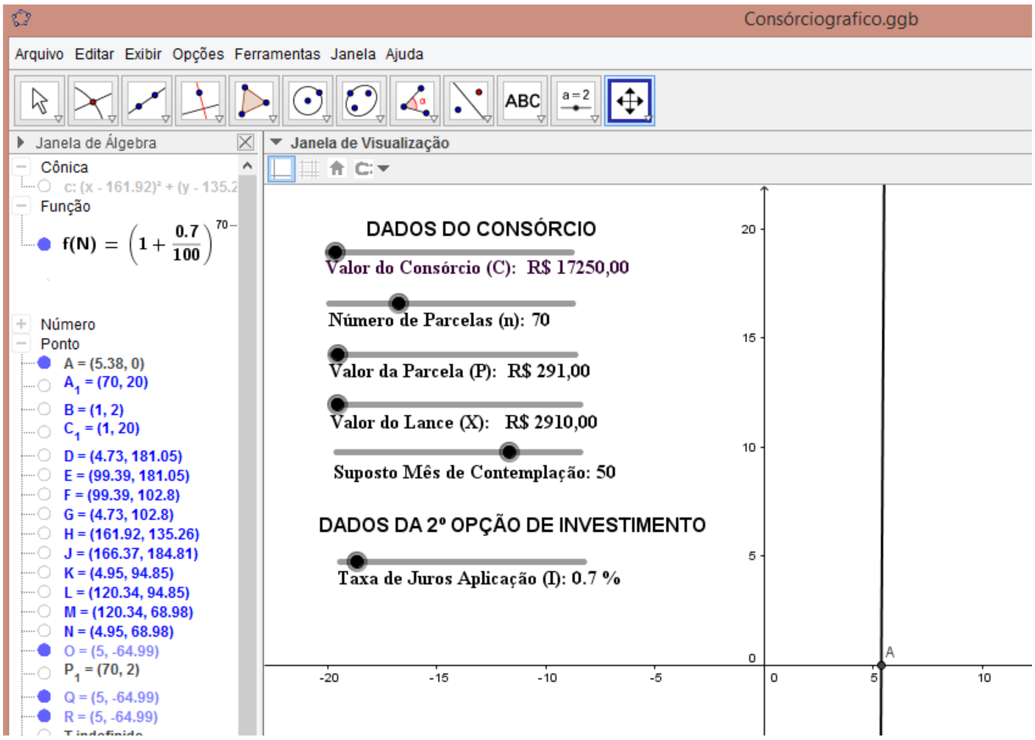


Figura 13: Solução gráfica utilizando o Software Geogebra

Alterando a escala dos eixos, podemos observar na figura 14, que o gráfico da função f(N) difere-se de uma reta.

Probabilidade de Sucesso (P_s): Do exemplo acima, por se tratar de um espaço equiprovável, temos 5 meses favoráveis de um total de 70 meses. Logo a probabilidade do cliente obter sucesso na aquisição do referido consórcio é de:

$$P_s = \frac{5}{70} \cong 0,07143 \cong 7,14\%.$$

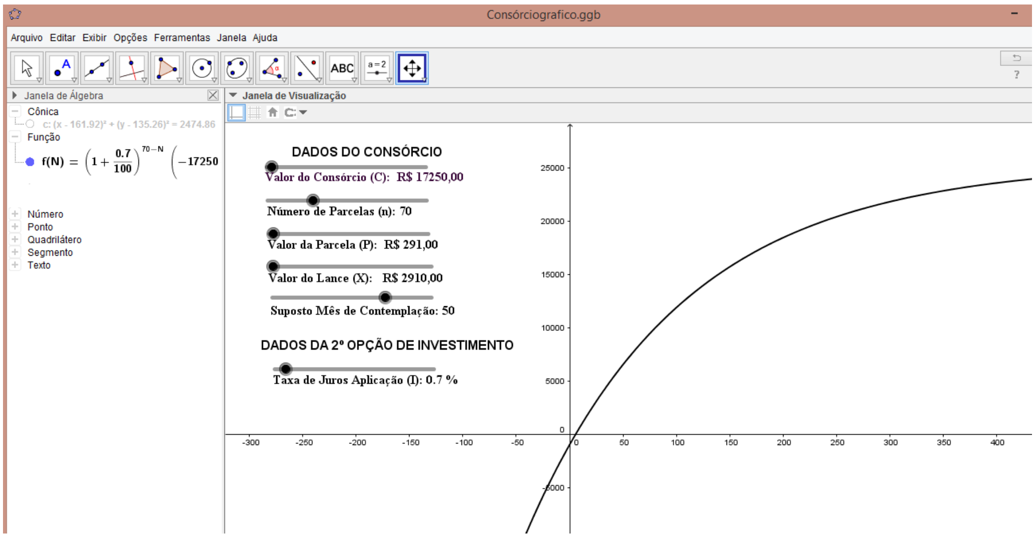


Figura 14: Solução gráfica utilizando o Software Geogebra

Taxa para Aplicação Equivalente (i_a): Consideremos o fluxo da Figura 15 no qual a contemplação ocorre em um suposto mês **m** e todos os valores são transportados para o período **n**, obtendo-se os valores V' e V''. Assim, nosso objetivo será encontrar uma determinada taxa de juros (i_a) que iguale o montante V' ao montante V'', onde V' representa o montante acumulado no mês **n** corrigido pela taxa i_a no caso do cliente optar em adquirir o consórcio, e V'' representa o montante, também no mês **n**, dado pela soma de todas as parcelas transportadas para o mês **n** no caso do cliente não contratar o consórcio, e sim aplicar as mesmas parcelas em uma poupança, aplicação financeira, ou outro investimento qualquer a uma taxa de juros **I**.

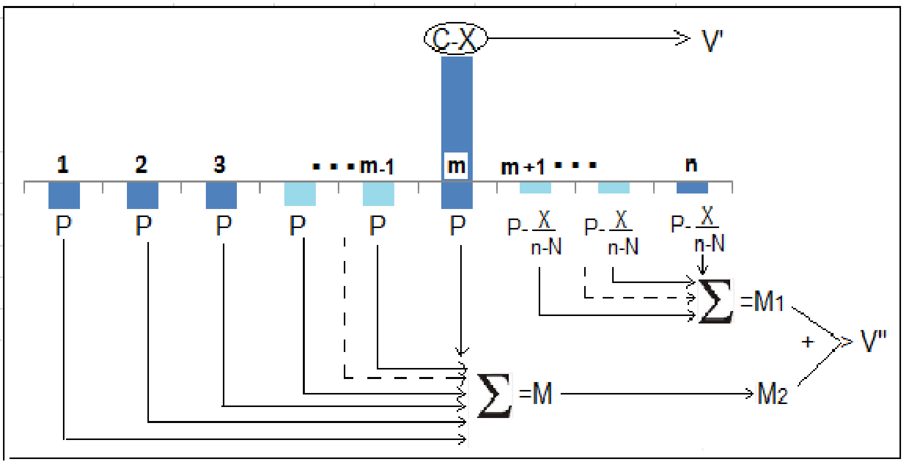


Figura 15: Taxa para Aplicação Equivalente-Redução do Valor das Últimas Parcelas

Considerando como terceira opção de investimento uma aplicação de renda fixa, com rendimentos de i_a a.m., tem-se que após **n-m** meses o montante V' acumulado por **C-X** será dado por:

$$V' = (C - X) \cdot (1 + i_a)^{n-m}$$

Por outro lado, o montante final após o consorciado economizar **m** meses de parcelas normais mais **n-m** parcelas de valor reduzido, conforme visto em (4), e seguindo o mesmo raciocínio tem-se:

$$V'' = P \cdot \frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-m}}{I} + \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \frac{(1+I)^{n-m} - 1}{I}$$

Então, para que ocorra $V' = V''$, devemos ter:

$$(C - X) \cdot (1 + i_a)^{n-m} = P \cdot \frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-m}}{I} + \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \frac{(1+I)^{n-m} - 1}{I}$$

Logo,

$$\boxed{i_a = \left[P \cdot \frac{(1+I)^n - (1+I)^{n-m}}{I \cdot (C-X)} + \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \frac{(1+I)^{n-m} - 1}{I \cdot (C-X)}\right]^{\frac{1}{n-m}} - 1}$$

Exemplo: Supomos uma carta de crédito no valor de R$ 20.000,00 a ser paga em 70 parcelas de R$ 320,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,9% a.m. Supondo que a contemplação ocorra no 50° mês através da oferta de um lance de R$ 3200,00, da fórmula acima encontramos $i_a = 2,49\%$, ou seja, o consorciado deverá investir o valor recebido na contemplação de seu consórcio a uma taxa mínima de juros de 2,49% a.m., para que obtenha rendimento igual ou superior aos que obteria se optasse em não adquirir o consórcio. Resolução através do Software Geogebra na Figura 16:

Figura 16: Solução utilizando o Software Geogebra

Taxa de Financiamento Equivalente (i_f)**:** Para todas as situações anteriores supõe-se o consórcio como uma carta de crédito, ou seja, o consorciado teria a liberdade de investir o valor obtido com a carta de crédito da forma que melhor entender. Porém, a finalidade primeira dos consórcios, é a de proporcionar recursos para a aquisição de um bem ou serviço. Dessa forma, comparar o custo do consórcio com o de um empréstimo ou financiamento é de grande valia.

Para uma comparação adequada entre consórcio e financiamento, devemos analisar o caso em que o cliente opta por não adquirir o consórcio, porém mantem o mesmo fluxo de pagamentos e recebimentos que ocorreriam se opta-se pelo consórcio, conforme exposto no diagrama da Figura 17. Assim, devemos calcular a taxa de juros (i_f) que se deve financiar o valor faltante para aquisição do bem ou serviço, ou seja, o valor (**C**) do consórcio menos o valor do lance (**X**) menos o valor (**E**) economizado em **m** parcelas de valor **P**, de forma que o valor da parcela do financiamento equipare-se com a parcela do consórcio, em **n-m** meses faltantes para o término do grupo.

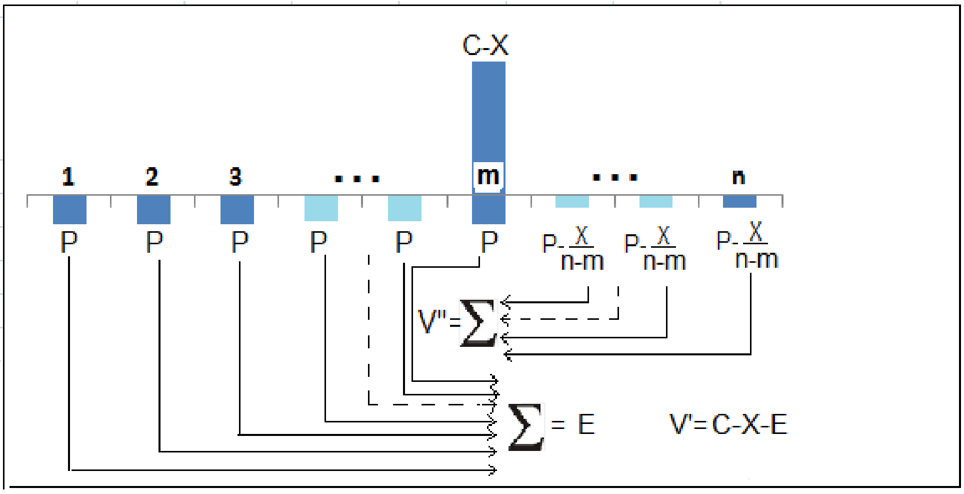


Figura 17: Taxa de Financiamento Equivalente-Redução do Valor das Últimas Parcelas

Assim, supondo a contemplação no mês **m**, o valor a ser financiado é igual a $V' = C - X - E$, onde **X** é o valor ofertado como lance e **E** é o valor economizado até o mês **m**, dado pela soma das parcelas anteriores ao mês **m+1** transportadas para o mês **m**, ou seja:

$$E = P + P(1+I) + P(1+I)^2 + ... + P(1+I)^{m-1} \qquad (*)$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade por (1+I) obtem-se:

$$E \cdot (1+I) = P \cdot (1+I) + P(1+I)^2 + ... + P(1+I)^{m-1} + P(1+I)^m \qquad (**)$$

Subtraindo (*) de (**), obtem-se:

$$E \cdot I = P \cdot (1+I)^m - P$$

Logo,

$$E = \frac{P.[(1+I)^m - 1]}{I}$$

Assim:

$$V' = C - E - X = C - X - \frac{P.[(1+I)^m - 1]}{I}$$

Por outro lado, desejamos encontrar a taxa de juros i_f que devemos descontar das parcelas faltantes do consórcio tal que a soma dessas parcelas abatidos os juros iguale-se a V', para isso devemos transportar as parcelas posteriores ao mês **m**, para o mês **m**, da seguinte forma:

$$V'' = \frac{P - \frac{X}{n-m}}{(1+i_f)} + \frac{P - \frac{X}{n-m}}{(1+i_f)^2} + ... + \frac{P - \frac{X}{n-m}}{(1+i_f)^{n-m}} \qquad (***)$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade por $(1+i_f)$ obtemos:

$$V'' \cdot (1+i_f) = \left(P - \frac{X}{n-m}\right) + \frac{P - \frac{X}{n-m}}{(1+i_f)} + ... + \frac{P - \frac{X}{n-m}}{(1+i_f)^{n-m-1}} \qquad (****)$$

Subtraindo (***) de (****), obtem-se:

$$V'' \cdot i_f = \left(P - \frac{X}{n-m}\right) - \frac{P - \frac{X}{n-m}}{(1+i_f)^{n-m}}$$

Então,

$$V'' \cdot i_f = \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i_f)^{n-m}}\right)$$

Portanto,

$$V'' = \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \left[\frac{(1+i_f)^{n-m} - 1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m}}\right]$$

Tomando $V' = V''$, obtem-se:

$$C - X - \frac{P \cdot [(1+I)^m - 1]}{I} = \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \left[\frac{(1+i_f)^{n-m} - 1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m}}\right]$$

Portanto, $\boxed{\left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \left[\frac{(1+i_f)^{n-m}-1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m}}\right] - C + X + \frac{P.[(1+I)^m - 1]}{I} = 0}$

Por se tratar, na maioria dos casos, de uma equação a qual não é possível isolar a incógnita i_f assim consideramos a função $f(i_f) = \left(P - \frac{X}{n-m}\right) \cdot \left[\frac{(1+i_f)^{n-m}-1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m}}\right] - C + X + \frac{P.[(1+I)^m - 1]}{I}$ onde devemos encontrar uma raiz dessa função, que dada a natureza do problema, encontra-se no intervalo [0,1], assim devemos encontrar o valor de i_f tal que $f(i_f) = 0$, o qual pode ser calculado através de algum método iterativo.

Exemplo: Supomos um consórcio no valor de R$ 20.000,00 a ser pago em 60 parcelas de R$ 380,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m. Considerando que o consorciado seja contemplado no 35° mês através da oferta de um lance de R$ 3800,00, utilizando as fórmulas acima encontramos $i_f = 18,72\%$, ou seja, nessa situação a contratação de um financiamento com taxa de até 18,72% a.m. mostra-se mais vantajosa do que a aquisição de um consórcio nas condições apresentadas.

Resolução através do Software Geogebra:

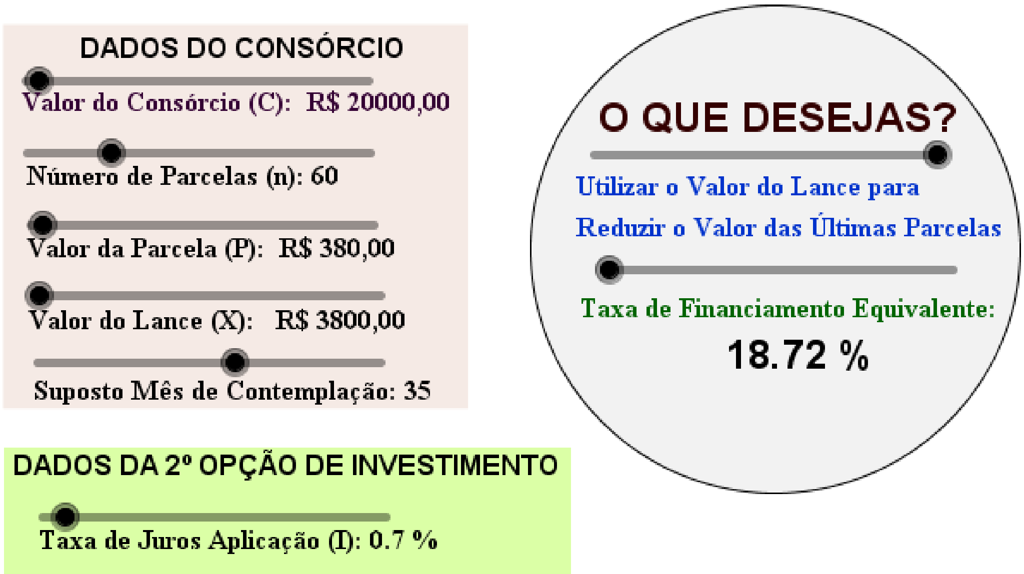


Figura 18: Solução utilizando o Software Geogebra

3.4.4.3 CONTEMPLAÇÃO POR LANCE - QUITAÇÃO DAS ÚLTIMAS PARCELAS

Mês Limite de Sucessso (N): Consideremos o fluxo da Figura 19, no qual todos os valores são transportados para o período $\mathbf{n} - \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{P}}$, onde $\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{P}}$ é um número inteiro, pois por questões didáticas consideramos o lance **X** como um múltiplo de **P**, obtendo-se assim os valores V' e V''. Assim, nosso objetivo será encontrar o valor de **N** para $V' = V''$.

Sendo o consorciado contemplado por lance no mês **N**, o montante (V') acumulado após $\mathbf{n} - \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{P}} - \mathbf{N}$ meses pelo valor do consórcio (**C**) menos o valor do lance (**X**), a uma taxa de juros (**I**) mensal, no caso do cliente optar em contratar o consórcio, é dado por:

$$V' = (C - X) \cdot (1 + I)^{n - \frac{X}{P} - N}$$

Por outro lado, se o cliente optar por não contratar o consórcio, pelo contrário seguir uma segunda opção de investimento de economizar **P** reais mensais durante $n - \frac{X}{P}$ meses, onde $\frac{X}{P}$ representa o número de parcelas liquidadas pelo valor pago como lance, então, por conveniência, iremos transportar todas as parcelas para o mês $n - \frac{X}{P}$, onde a soma destas representa o montante

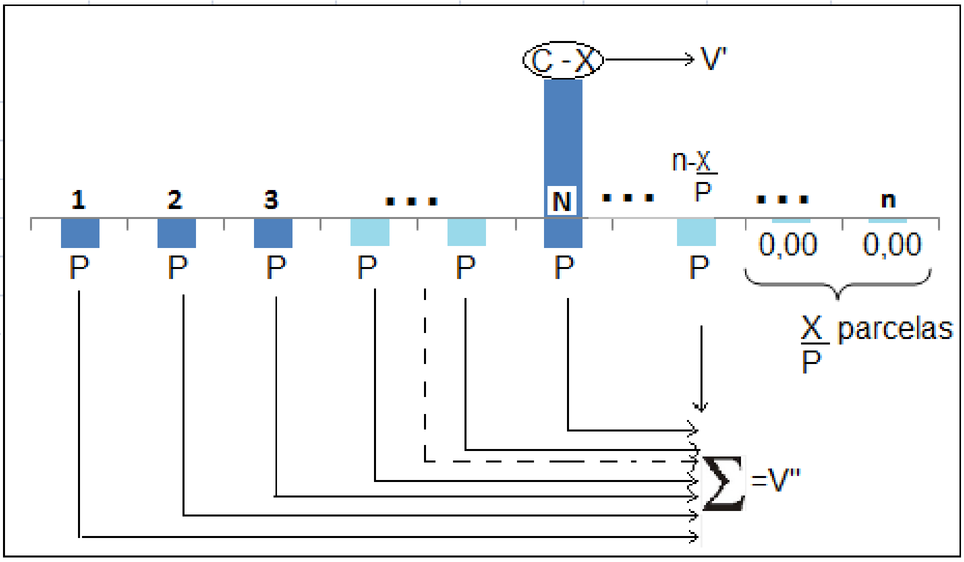


Figura 19: Contemplação por Lance-Quitação das Últimas Parcelas

economizado, o qual denotaremos por V'':

$$V'' = (P + P \cdot (1+I) + P \cdot (1+I)^2 + \ldots + P \cdot (1+I)^{n-\frac{X}{P}-1}) \qquad (*)$$

Assim, multiplicando ambos os lados da igualdade por (1+I), obtemos:

$$V'' \cdot (1+I) = (P \cdot (1+I) + P \cdot (1+I)^2 + \ldots + P \cdot (1+I)^{n-\frac{X}{P}}) \qquad (**)$$

Subtraindo (*) de (**) obtemos:

$$V'' \cdot I = P \cdot (1+I)^{n-\frac{X}{P}} - P$$

Logo,

$$V'' = P \cdot \frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}} - 1}{I} \qquad (7)$$

Então, para que ocorra $V' = V''$, no tempo focal $N - \frac{X}{P}$ devemos ter:

$$(C-X) \cdot (1+I)^{n-\frac{X}{P}-N} = P \cdot \frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}} - 1}{I}$$

Logo,

$$N = n - \frac{log\left[P \cdot \frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}} - 1}{I.(C-X)}\right]}{log(1+I)} - \frac{X}{P}$$

Ou seja,

$$\boxed{\text{N =n-} \frac{log\left[P \cdot \left((1+I)^{n-\frac{X}{P}} - 1\right)\right] - log\left[I \cdot (C-X)\right]}{log(1+I)} - \frac{X}{P}} \qquad (8)$$

Exemplo: Supomos uma carta de crédito no valor de R$ 17.250,00 a ser paga em 70 parcelas de R$ 291,00. Como segunda opção de investimento do consumidor consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m. Considerando que o consorciado seja contemplado através da oferta de um lance de R$ 2.328,00, utilizando a fórmula acima encontramos N = 2,98, ou seja, o consórcio mostra-se vantajoso apenas se a contemplação ocorrer até o 3° mês, aproximadamente. Resolução através do Software Geogebra:

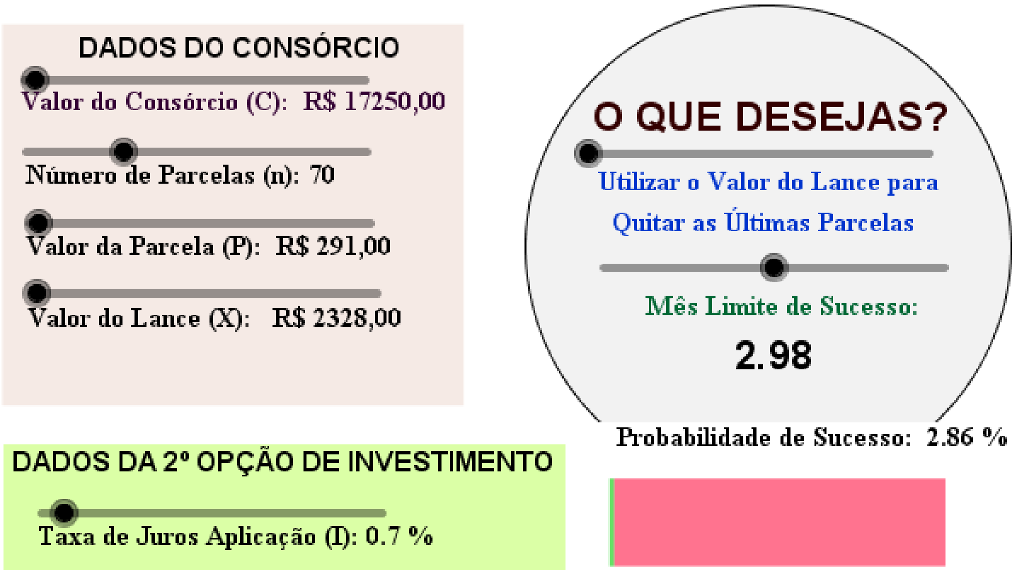


Figura 20: Solução utilizando o Software Geogebra

Probabilidade de Sucesso (P_s): Do exemplo acima, por se tratar de um espaço equiprovável, temos 3 meses favoráveis de um total de 70 meses. Logo a probabilidade do cliente obter sucesso na aquisição do referido consórcio é de:

$$P_s = \frac{3}{70} \cong 0,04285 \cong 4,285\%$$

Taxa de Aplicação Equivalente (i_a): Supondo que o cliente opte por contratar o consórcio e que este seja contemplado em um determinado mês **m**, e o valor da carta de crédito (**C**) menos o valor pago como lance (**X**), seja investido com rendimentos fixos de i_a a.m. Observar fluxo da Figura 21.

Transladando do mês **m** ao mês $n - \frac{X}{P}$ tem-se que após $n - \frac{X}{P} - m$ meses o montante V' acumulado será dado por:

$$V' = (C - X) \cdot (1 + i_a)^{n - \frac{X}{P} - m}$$

Por outro lado, o montante da segunda opção de investimento (no caso do cliente não contratar

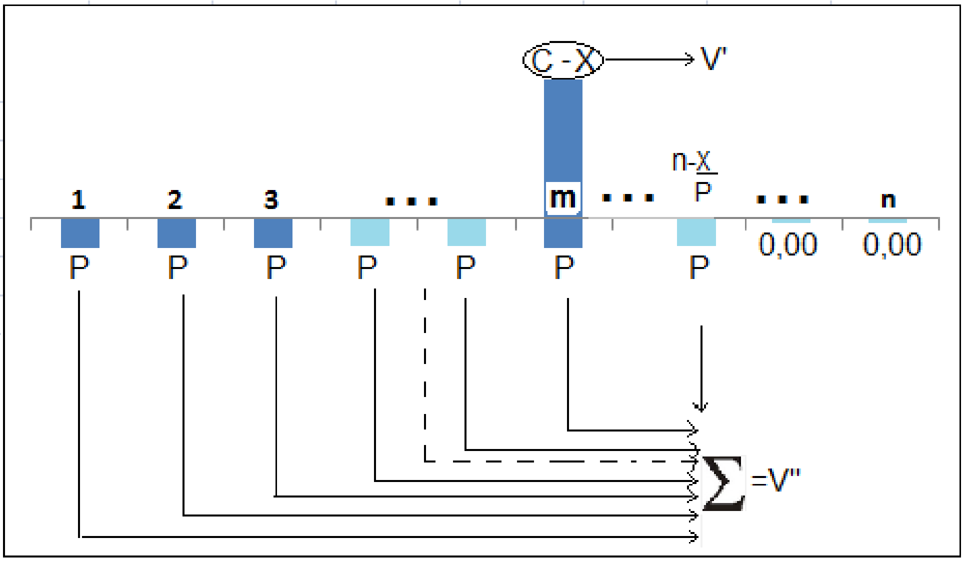


Figura 21: Taxa de Aplicação Equivalente-Quitação das Últimas Parcelas

o consórcio) após economizar **P** reais por $n-\frac{X}{P}$ meses, conforme visto em (7), é dado por:

$$V'' = P \cdot \frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}}-1}{I}$$

Então, para que ocorra $V' = V''$, no mês focal $n-\frac{X}{P}$ devemos ter:

$$(C-X)\cdot(1+i_a)^{n-\frac{X}{P}-m} = P \cdot \frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}}-1}{I}$$

Isolando a variável i_a, tem-se:

$$\boxed{i_a = \left[P \cdot \frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}}-1}{I\cdot(C-X)}\right]^{\frac{1}{n-\frac{X}{P}-m}} - 1} \qquad (9)$$

Exemplo: Supomos uma carta de crédito no valor de R$ 18.000,00 a ser paga em 70 parcelas de R$ 311,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m. Considerando que o consorciado seja contemplado no 40° mês através da oferta de um lance de R$ 1555,00, utilizando a fórmula acima encontramos $i_a = 1,76\%$, ou seja, para que o consorciado não contabilize prejuízo, com relação a sua segunda opção de investimento, o mesmo deverá obter rendimento mínimo de 1,76% a.m. sobre o valor da carta de crédito. Resolução através do Software Geogebra consta na Figura 22:

Taxa de Financiamento Equivalente (i_f): Devemos calcular a taxa de juros (i_f) que se deve financiar o valor faltante para aquisição do bem ou serviço no caso do cliente optar em não contratar o consórcio, ou seja, o valor (**C**) do consórcio, menos o valor (**X**) ofertado como

Figura 22: Solução utilizando o Software Geogebra

lance, menos o valor (**E**) economizado em **m** parcelas de valor **P**, ou seja, todas as parcelas de valor **P** anteriores a **m** são transladadas ao mês **m**, de forma que o valor da parcela do financiamento equipare-se com a parcela do consórcio, em $n-m-\frac{X}{P}$ meses faltantes para o término do grupo. Observe o fluxo da Figura 23.

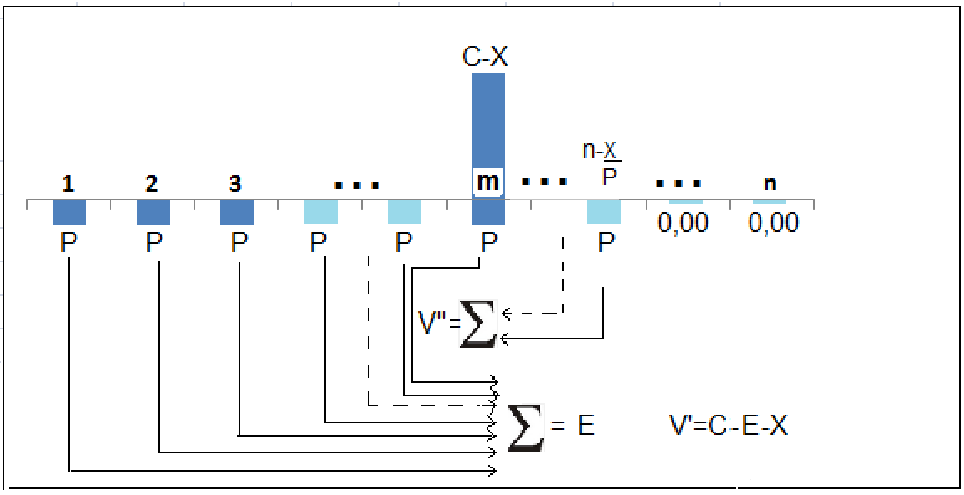


Figura 23: Taxa de Financiamento Equivalente-Quitação das Últimas Parcelas

Assim, supondo a contemplação no mês **m**, o valor a ser financiado é igual a:

$$V' = C - X - E = C - X - \frac{P \cdot ((1+I)^m - 1)}{I}$$

Por outro lado, desejamos encontrar a taxa de juros i_f que devemos descontar das parcelas faltantes do consórcio de forma que a soma dessas parcelas abatidos os juros iguale-se a V'.

Então, temos:

$$V'' = \frac{P}{(1+i_f)} + \frac{P}{(1+i_f)^2} + ... + \frac{P}{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}} \qquad (*)$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade pelo fator $(1+i_f)$, obtemos:

$$V'' \cdot (1+i_f) = P + \frac{P}{(1+i_f)} + \frac{P}{(1+i_f)^2} + ... + \frac{P}{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}-1}} \qquad (**)$$

Subtraindo (*) de (**), obtem-se:

$$V'' \cdot i_f = P - \frac{P}{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}}$$

Portanto,

$$V'' = P \cdot \frac{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}} - 1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}}$$

Tomando $V' = V''$, tem-se:

$$C - X - \frac{P \cdot [(1+I)^m - 1]}{I} = P \cdot \frac{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}} - 1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}}$$

Portanto,

$$\boxed{\mathrm{P} \cdot \frac{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}} - 1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}} - C + X + \frac{P \cdot [(1+I)^m - 1]}{I} = 0} \qquad (10)$$

Por se tratar, na maioria dos casos, de uma equação a qual não é possível isolar a incógnita i_f assim consideramos a função $f(i_f) = P \cdot \frac{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}} - 1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}} - C + X + \frac{P \cdot [(1+I)^m - 1]}{I}$ onde devemos encontrar uma raiz dessa função, que dada a natureza do problema nos tempos atuais, encontra-se no intervalo [0,1], assim devemos encontrar o valor de i_f tal que $f(i_f) = 0$, o qual pode ser calculado através de algum método iterativo.

Exemplo: Supomos um consórcio no valor de R$ 20.000,00 a ser pago em 60 parcelas de R$ 380,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m. Considerando que o consorciado seja contemplado no 35° mês através da oferta de um lance de R$ 3800,00, utilizando a fórmula acima encontramos $i_f = 2,25\%$, ou seja, o consorciado, caso optasse em não adquirir o consórcio, poderia adquirir o mesmo bem através de um financiamento com taxa de juros de até 2,25% a.m.. para que mostre-se mais atrativo.

Resolução através do Software Geogebra:

Figura 24: Solução utilizando o Software Geogebra

3.4.4.4 CONTEMPLAÇÃO POR SORTEIO

Para os quatro itens a serem analisados tomaremos as fórmulas já deduzidas para contemplação por lance, indiferentemente da classificação da fórmula com relação a destinação do valor do lance, bastando atribuir valor de lance igual a zero, ou seja, $\mathbf{X} = 0$. Dessa forma as análises também são análogas aos casos de contemplação por lance.

Mês Limite de Sucesso (N): Consideremos o fluxo a seguir, no qual todos os valores são transportados para o período **n**, obtendo-se os valores V' e V''.

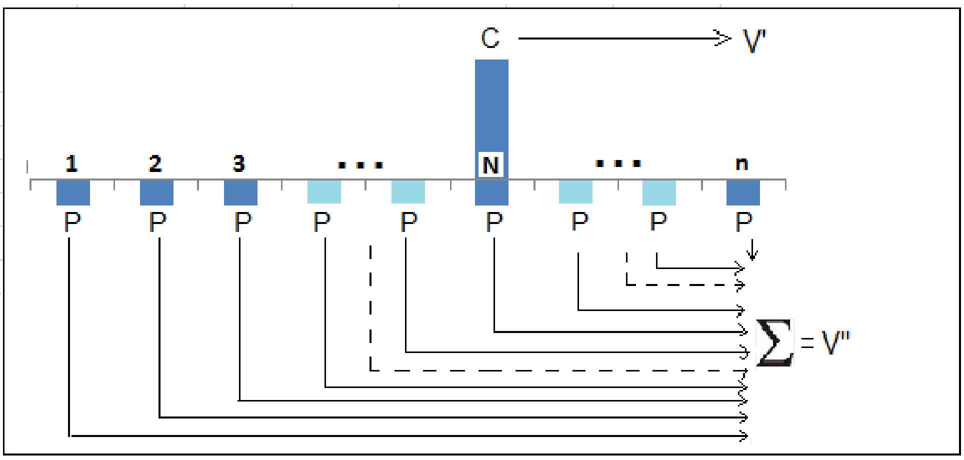


Figura 25: Mês Limite de Sucesso-Contemplação por Sorteio

Considerando a fórmula (8), temos:

$$\boxed{\text{N =n-} \frac{log\left[P\cdot\left((1+I)^{n-\frac{X}{P}}-1\right)\right]-log\left[I\cdot(C-X)\right]}{log(1+I)}-\frac{X}{P}}$$

Fazendo $X=0$, resulta:

$$\boxed{\text{N =n-} \frac{log\left[P\cdot((1+I)^{n}-1)\right]-log\left[I\cdot C\right]}{log(1+I)}} \qquad (11)$$

Exemplo: Dado um consórcio no valor de R$ 20.000,00 a ser pago em 60 parcelas de R$ 370,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m., assim aplicando esses valores na fórmula obtemos **N** $=$ $14,39$ meses, ou seja, se o consumidor for contemplado por sorteio até o 14º mês este terá um rendimento maior se comparado a segunda opção de investimento, e do contrário, se for contemplado após o 14º mês, a opção de investir em renda fixa mostra-se mais vantajosa.

Probabilidade de Sucesso (P_s): A probabilidade do investidor ser bem sucedido ao adquirir o consórcio do exemplo acima é igual ao quociente **N** por **n**, logo $P_s=\frac{14}{60}=23,33\%$.

Taxa de Aplicação Equivalente (i_a): Supondo que o consórcio seja contemplado em um determinado mês **m**, e que o valor da carta de crédito (**C**), seja investido em uma aplicação de renda fixa, com rendimentos de i_a a.m., temos o fluxo de caixa da figura 26:

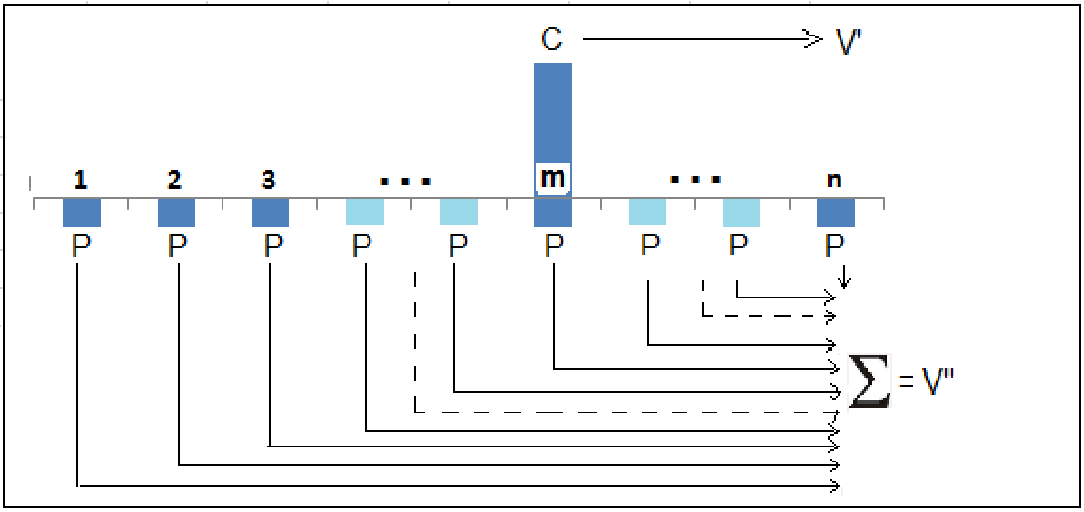


Figura 26: Taxa de Aplicação Equivalente-Contemplação por Sorteio

Considerando a fórmula (9), temos:

$$i_a=\left[P\cdot\left(\frac{(1+I)^{n-\frac{X}{P}}-1}{I\cdot(C-X)}\right)\right]^{\frac{1}{n-\frac{X}{P}-m}}-1$$

Fazendo $X = 0$, resulta:

$$\boxed{\mathrm{i}_a = \left[P \cdot \left(\frac{(1+I)^n - 1}{I \cdot C}\right)\right]^{\frac{1}{n-m}} - 1} \qquad (12)$$

Exemplo: Um consórcio no valor de R$ 30.000,00 a ser pago em 60 parcelas de R$ 575,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,6% a.m., supondo então que a contemplação por sorteio ocorra no 40º mês, da fórmula obtemos: $i_a = 1,61\%$, ou seja, para que o consumidor obtenha vantagem com o consórcio adquirido com relação a aplicação financeira o mesmo teria que investir o valor disponibilizado pelo consórcio no 40º mês a uma taxa miníma de 1,61% a.m.. Dessa maneira, o consumidor poderá efetuar diversas simulações, vislumbrando por exemplo o pior cenário admitido, mensurando assim os riscos assumidos.

Taxa de Financiamento Equivalente (i_f): Devemos calcular a taxa de juros (i_f) que se deve financiar o valor faltante para aquisição do bem ou serviço, ou seja, o valor (**C**) do consórcio menos o valor (**E**) economizado em **m** parcelas de valor **P**, de forma que o valor da parcela do financiamento equipare-se com a parcela do consórcio, em **n-m** meses faltantes para o término do grupo. Veja figura 27.

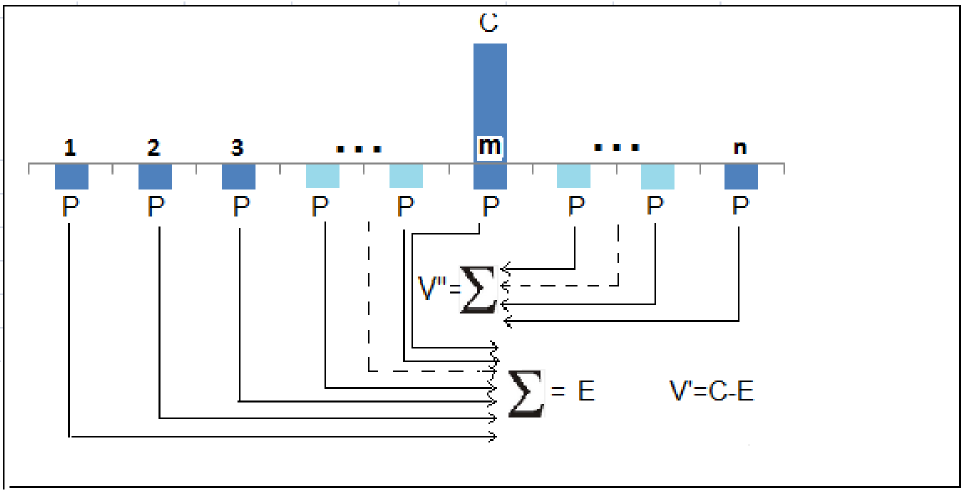


Figura 27: Taxa de Financiamento Equivalente - Contemplação por Sorteio

Considerando a fórmula (10), temos:

$$\boxed{\mathrm{P}\cdot\frac{(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}-1}{i_f\cdot(1+i_f)^{n-m-\frac{X}{P}}} - C + X + \frac{P\cdot[(1+I)^m - 1]}{I} = 0}$$

Fazendo $X = 0$, resulta:

$$\boxed{\mathrm{P}\cdot\frac{(1+i_f)^{n-m}-1}{i_f\cdot(1+i_f)^{n-m}} - C + \frac{P\cdot[(1+I)^m - 1]}{I} = 0} \qquad (13)$$

Por se tratar, na maioria dos casos, de uma equação a qual não é possível isolar a incógnita i_f assim consideramos a função $f(i_f) = P \cdot \frac{(1+i_f)^{n-m}-1}{i_f \cdot (1+i_f)^{n-m}} - C + \dfrac{P \cdot [(1+I)^m - 1]}{I}$ onde devemos encontrar uma raiz dessa função, que dada a natureza do problema, encontra-se no intervalo [0,1], assim devemos encontrar o valor de i_f tal que $f(N) = 0$, o qual pode ser calculado através de algum método iterativo.

Exemplo: Dado um consórcio no valor de R$ 10.000,00 a ser pago em 60 parcelas de R$ 190,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m. Considerando que o consorciado seja contemplado no 32° mês, utilizando a fórmula (13) encontramos $i_f \cong 1,23\%$, ou seja, se o consumidor não adquirir o consórcio poderá contratar um financiamento com taxa de juros de até $i_f \cong 1,23\%$ para obter um custo financeiro inferior ao do consórcio em questão.

4 SEQUÊNCIA DE ENSINO PROPOSTA

Neste capítulo apresentamos os procedimentos que nortearam essa pesquisa, além de uma sequência de ensino composta por dez encontros com duração de uma hora e trinta minutos cada (um encontro por semana), relativos à Matemática Financeira e à Educação Financeira.

Na escola onde a pesquisa foi realizada o ano letivo é organizado em trimestres. Os conteúdos do segundo ano do ensino médio para os trimestres do ano de 2014, organizados no planejamento anual da disciplina de matemática são:

1º TRIMESTRE: Matrizes, Determinantes e Sistemas lineares.

2º TRIMESTRE: Análise combinatória, Binômio de Newton e Probabilidades.

3º TRIMESTRE: Trigonometria da Circunferência, Matemática Financeira e Estatística.

Na abordagem de cada um dos conteúdos acima são utilizados os procedimentos metodológicos, previstos no planejamento da escola:

- Revisão com exercícios, acerca dos conteúdos básicos de séries anteriores.

- Exposição do conteúdo no quadro negro com explicação e discussão sobre o mesmo.

- Atividades ou situações problema do cotidiano para análise e resolução pela turma.

- Uso de software livre para a construção de atividades e resolução das mesmas.

- Uso da TV e pendrive para aulas que necessitem de vídeos e imagens.

- Uma avaliação e uma avaliação de recuperação, para cada conteúdo abordado.

A sequência de ensino proposta está pautada no conteúdo de Matemática Financeira com abordagem em Educação Financeira. Normalmente são aproximadamente 14 horas aulas dedicadas para esse conteúdo, porém para aplicação desse projeto dedicamos 20 horas aulas, divididas em dez encontros com duração de duas horas aula de 45 minutos cada, cujos principais objetivos são:

- Ensinar os conceitos próprios de Matemática Financeira através de contextualizações reais de tópicos da Educação Financeira.

- Disponibilizar aos alunos ferramentas de fácil acesso e manuseio, como calculadoras e planilhas eletrônicas, que permitam verificar, simular, analisar e comparar produtos financeiros.

- Desenvolver a Educação Financeira, através da análise crítica de opções de investimento e financiamento.

- Explorar os custos efetivos de alguns produtos financeiros, como consórcios, empréstimos e aplicações; compreendendo suas características e principalmente alguns de seus aspectos que muitas vezes ficam ocultos ao consumidor.

O conteúdo de logaritmos, está previsto para o primeiro ano do ensino médio e é pré-requisito para o desenvolvimento dos tópicos de Educação Financeira, dessa forma nos limitaremos a utilizar diretamente dos conceitos e fórmulas, sem maiores detalhamentos.

A sequência de ensino apresentada se constitui de etapas interligadas para tornar mais eficiente o processo de ensino aprendizagem, enfatizando o conteúdo de Matemática Financeira aplicado em situações da Educação Financeira. A sequência de ensino foi elaborada e aplicada pelo próprio professor da turma, que é o pesquisador, durante o período previsto em planejamento para o desenvolvimento do conteúdo de Matemática Financeira para o 2º ano do ensino médio do Colégio Estadual Tancredo Neves, na cidade de São João-PR.

4.1 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

A pesquisa aplicada em uma turma de segundo ano do ensino médio da escola pública, classifica-se tanto como quantitativa como qualitativa. Sendo que as duas abordagens se complementam. A pesquisa quantitativa revela-se nos aspectos reais e lógicos.

> A pesquisa quantitativa, que tem suas raízes no pensamento positivista lógico, tende a enfatizar o raciocínio dedutivo, as regras da lógica e os atributos mensuráveis da experiência humana.(GERHARDT; SILVEIRA, 2009)

Já a pesquisa qualitativa surge ao investigarmos aspectos subjetivos, como por exemplo intenções de consumo, de poupança e de financiamento. Noções e valores que demonstram amadurecimento no quesito Educação Financeira.

> As características da pesquisa qualitativa são: objetivação do fenômeno; hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural.(GERHARDT; SILVEIRA, 2009)

Após a aplicação de testes e questionários de pesquisa efetuamos a tabulação e a análise dos dados, conforme a definição a seguir, onde são sintetizadas as informações, visando identificar a contribuição dos conhecimentos em Matemática Financeira na vida dos jovens, e principalmente os ganhos relativos à Educação Financeira.

> Tabulação: É a disposição dos dados em tabelas, possibilitando maior facilidade na verificação das inter-relações entre eles. É uma parte do processo técnico de análise estatística, que permite sintetizar os dados de observação, conseguidos pelas diferentes categorias e representá-los graficamente. Dessa forma, poderão ser melhor compreendidos e interpretados mais rapidamente. (MARCONI; LAKATOS, 2010)

Através da análise das informações coletadas, objetiva-se identificar os progressos com relação a aquisição de conhecimento de Matemática Financeira, assim como os avanços relativos à Educação Financeira dos alunos.

Os alunos participantes da pesquisa foram informados do trabalho e assinaram o termo de livre consentimento e esclarecido (Apêndice A).

4.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS PARA OS ENCONTROS

O desenvolvimento dos encontros, propostos nesta seção, estão embasados na fundamentação matemática desenvolvida na seção 3.3.

Encontro 01

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Razão, Proporção, Porcentagem, Acréscimos e Descontos.

Recursos Utilizados: Software Geogebra, Planilha de excel, quadro e canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

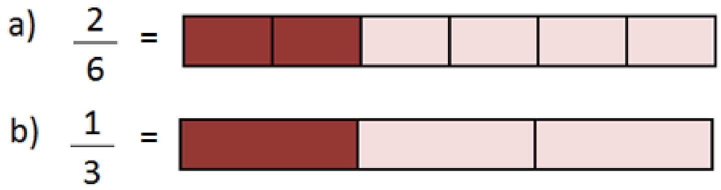
Razão: É o quociente entre dois números reais. Mais especificamente, dados a e b com $b \neq 0$ números reais, a razão de a para b é o quociente $\frac{a}{b}$.

Exemplo: 1) O preço de compra de um refrigerador é de R$ 1.500,00 e de venda é de R$ 1.800,00. Qual é a razão entre entre o preço de venda e o preço de compra?

Solução: A razão é $\frac{1800}{1500} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{6}{5}$

Observando as figuras (a) e (b), percebemos que $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, e isto motiva o conceito de proporção.

Representação geométrica de razão, utilizando o software geogebra.



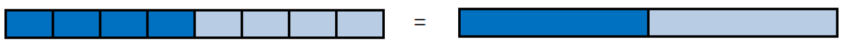
Proporção: Uma proporção é a igualdade entre duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ com $b \neq 0$ e $d \neq 0$, temos uma proporção se, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e leia-se: " a está para b assim como c está para d".

Propriedade das proporções: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se, e somente se $a \cdot d = b \cdot c$

Os exemplos a seguir ilustram a validade da propriedade das proporções:

a) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, então $2 \cdot 3 = 1 \cdot 6 \Longleftrightarrow 6 = 6$, verificando a propriedade.

b) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, então $4 \cdot 2 = 1 \cdot 8 \Longleftrightarrow 8 = 8$, verificando a propriedade.



Atividade 01: Explorar mais exemplos de razão através do software Geogebra.

Exercícios: (Apêndice B)

Leitura e comentários a cerca do texto Alfabetização Financeira. (Anexo A)

Orientamos a leitura do livro "Pai Rico, Pai Pobre para jovens" de Robert T. Kiyosaki.

Razão Centesimal: É uma razão com denominador igual a 100.

Exemplos: a) $\frac{2}{100}$ b) $\frac{15}{100}$ c) $\frac{230}{100}$ d) $\frac{80}{100}$

Taxa de porcentagem: É toda razão centesimal. Para representar as razões centesimais usamos o símbolo %, que se lê: "por cento". Exemplos: 2%, 25%, 75% e 137%.

Temos as seguintes representações para taxa de porcentagem: Geométrica, centesimal, decimal e fracionária. Exemplo na Figura 28:

Porcentagem: É a fração centesimal de um todo, ou o resultado obtido quando aplicamos uma taxa de porcentagem a um todo. Veja exemplo da representação geométrica na Figura 29:

Fator de Atualização: O fator de atualização (f) é a razão, ou seja, a comparação, entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente e futuro). Neste

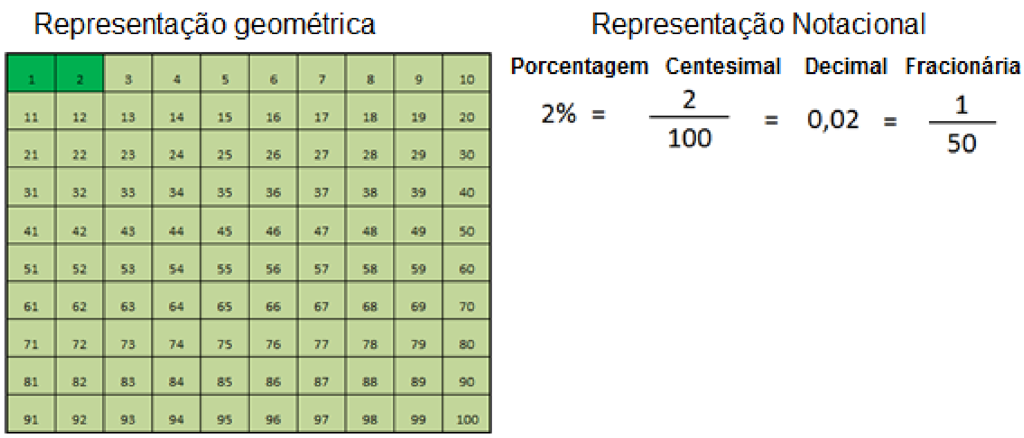


Figura 28: Representações para taxa de porcentagem

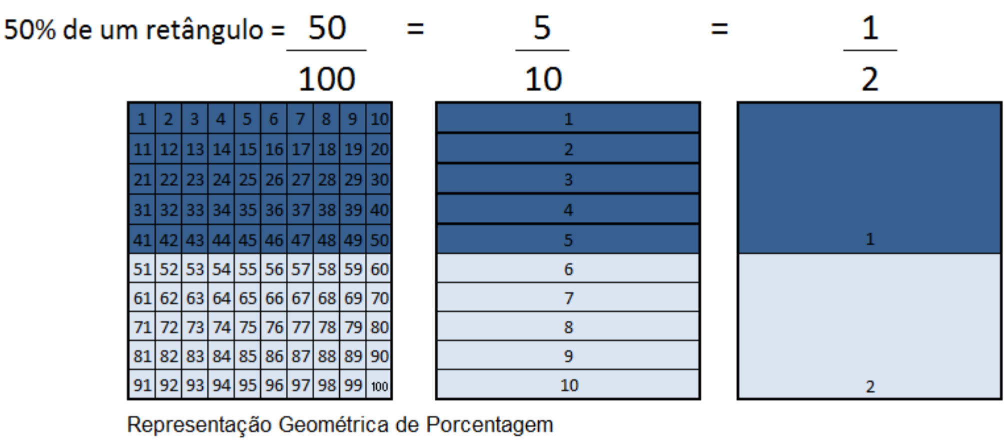


Figura 29: Exemplo de porcentagem.

trabalho o fator de atualização será utilizado especificamente para analise da variação entre valores financeiros.

Aumentos e Descontos: O fator de atualização (f), transforma um Valor Presente (Present Value (PV)) em um Valor Futuro (Future Value (FV)). Dessa forma podemos representar como:

$$f = \frac{FV}{PV} \quad ou \quad FV = f \cdot PV$$

Assim, tem-se três casos possíveis:

- Quando $f = 1$, temos $FV = PV$, ou seja não há variação sobre o valor presente (valor inicial).

- Quando $f < 1$, tem-se um decréscimo (desvalorização ou desconto) igual a $(f - 1)$, com relação ao valor inicial. Neste caso $(f - 1)$ será chamada de taxa de decréscimo.

  Exemplo: Em uma situação em que um celular cujo valor de compra é R$ 2.000,00 e que após algum tempo desvalorizou-se, passando a custar apenas R$ 1.600,00. Neste caso, $f = \frac{1.600}{2.000} = 0,8$. Nesta situação duas interpretações são possíveis, ou seja, podemos verificar que o preço atual do celular corresponde a 0,8 = 80% do preço anterior, ou por outro lado nota-se que ocorreu uma desvalorização de 20%, ou seja, $(0,8-1) = -0,2 = -20\%$, onde -0,2 é a taxa de decréscimo.

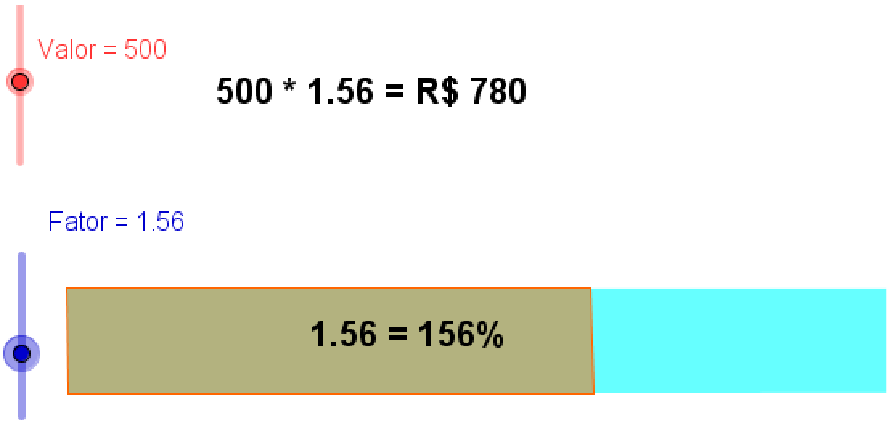
- Por fim, quando $f > 1$, significa ter ocorrido um acréscimo (valorização ou aumento) do valor inicial, igual a $(f-1)$. Nesse caso $(f-1)$ será chamada de taxa de acréscimo.

  Exemplo: Um imóvel é adquirido por R$ 20.000,00 e após algum tempo é vendido por R$ 26.000,00, temos $f = \frac{26.000}{20.000} = 1,3$. O que significa que o valor de venda corresponde a 130% do valor de compra, ou ainda que o valor de compra sofreu uma valorização de $(1,3-1) = 0,3 = 30\%$, onde 0,3 é a taxa de acréscimo.

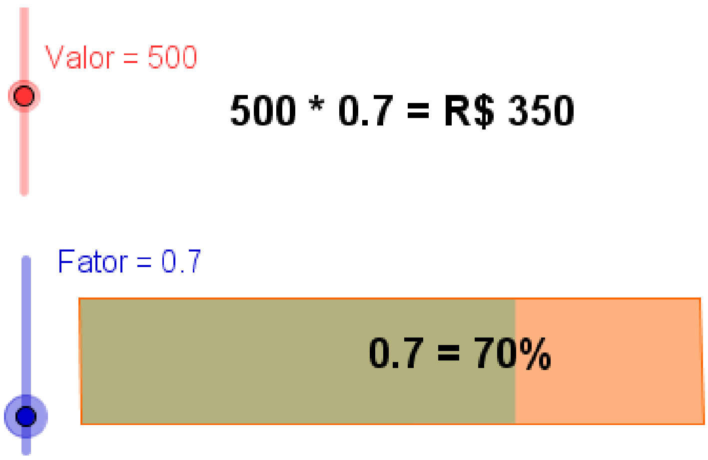
Atividade 02: Explorar situações de acréscimos e descontos no geogebra.

Exemplos:

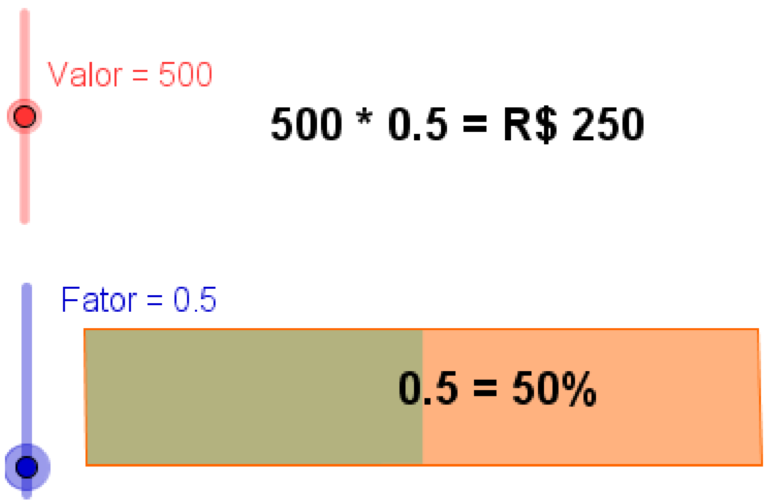
a) Na situação a seguir o valor de R$ 500,00 sofre um aumento de 56%, para isso é utilizado o fator de atualização 1.56, pois 56% é a taxa de acréscimo ou aumento.



b) A seguir o valor de R$ 500,00 sofre um decréscimo (desconto) de 30%, para isso é utilizado o fator de atualização $1-0.3 = 0.7$, pois 30% é a taxa de decréscimo.



c) Na sequência o valor de R$ 500,00 sofre um decréscimo (desconto) de 50%, para isso é utilizado o fator de atualização $1 - 0.5 = 0.5$, pois 50% é a taxa de decréscimo.



Exercícios: Resolução dos exercícios 01 ao 09 (Apêndice C).

A construção anterior está disponível na internet no site geogebra tube, veja (TOZETTO, 2015a).

Encontro 02

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Juros Simples, Acréscimos e Descontos.

Recursos Utilizados: Software BrCalc, quadro e canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

Retomar, os conceitos a cerca de porcentagem, acréscimos e descontos estudados na última aula, através da correção dos exercícios do anexo 02.

Na sala de informática cada aluno deverá construir, em BrCalc, uma planilha de controle de uma loja fictícia, onde deverá constar uma relação de produtos, preço de custo, percentual de lucro, preço de venda e uma simulação para venda com desconto.

Leitura do texto sobre Juros (Anexo B)

Promover debate a respeito de juros. Destacar que a cobrança do mesmo está vinculada a um período de tempo (mês, semestre, ano, etc.), ou seja, só há incidência de juros se houver decorrido algum tempo.

Exemplo: Um empresário alugou uma máquina, cujo valor de mercado é fixo em R$ 120.000,00, pagando de aluguel de 1% a cada mês de uso. Assim, calcule o valor do aluguel e o montante (valor da máquina mais aluguéis recebidos) após 12 meses.

Solução: O valor do aluguel a ser pago pela utilização da máquina por um mês será de:

$\frac{1}{100} \cdot 120000 = 1200$

Logo, para saber o valor do aluguel referente a 12 meses, basta tomarmos:

$12 \cdot 1200 = 14400$

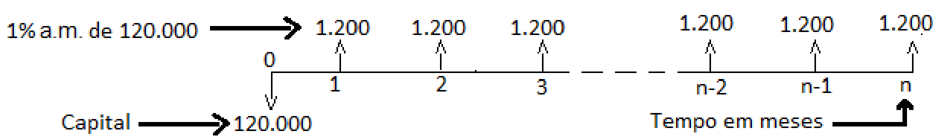
Portanto em 12 meses serão pagos R$ 14.400,00 de aluguel.

Assim o montante no final de um ano, será dado pela soma do valor da máquina com o valor recebido dos aluguéis, ou seja:

$120000 + 14400 = 134400$

Portanto, o valor do montante após um ano será de R$ 134.400,00.

No fluxo abaixo representa-se o valor da máquina e o pagamento dos aluguéis na forma de juros pagos mensalmente, os quais sempre incidem sobre o valor da máquina.



De uma forma geral, se considerarmos que o aluguel cobrado será de i% ao mês, e que o investimento na máquina será de C reais. Logo, o valor dos aluguéis acumulados (A_A) em n meses será dado por:

$$A_A = C \cdot i \cdot n$$

Juros: Podemos definir juros como o aluguel, ou recompensa, que se paga pela utilização de um valor monetário de terceiro.

Juros Simples: Se um capital C é aplicado durante n unidades de tempo e a taxa i de juros incide apenas sobre o capital inicial, os juros J são chamados Juros Simples. Assim, para obtermos os juros de um mês basta calcular os juros de "um período", efetuando $C \cdot i$, logo os juros de n períodos de tempo é dado por $C \cdot i \cdot n$.

Logo, a fórmula de juro simples de **n** períodos é dada por: $J_n = C \cdot i \cdot n$.

Montante: O valor M, chamado de montante, é dado pela soma do capital com os juros acumulados em determinado período.

Assim, a fórmula para cálculo do montante é dada por: $M = C + J$.

Exemplo: Um cidadão tomou R$ 8.000,00 emprestado de um amigo, a juros simples de 3,20% a.m. Se a dívida for paga, em uma única parcela, após um ano. Calcule:

a) O valor dos Juros:

Para calcularmos os juros, basta utilizarmos a fórmula de juros simples, onde:

$C = 8000$

$i = 0,032$

$n = 12$

Então, substituindo na fórmula: $J_n = C \cdot i \cdot n$, temos: $J_{12} = 8000 \cdot 0,032 \cdot 12 = 3072$. Portanto, os juros referentes a um ano de empréstimo são iguais a R$ 3.072,00.

b) O Montante:

Para calcularmos o valor do montante, basta adicionarmos ao capital inicial os juros recebidos, ou seja, $M = C + J = 8000 + 3072 = 11072$. O montante é igual a R$ 11.072,00.

Exercícios: Resolução de exercícios 10, 11, 12 e 13 (Apêncice C)

Encontro 03

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Juros Compostos.

Recursos Utilizados: Lista de Exercícios, quadro e canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

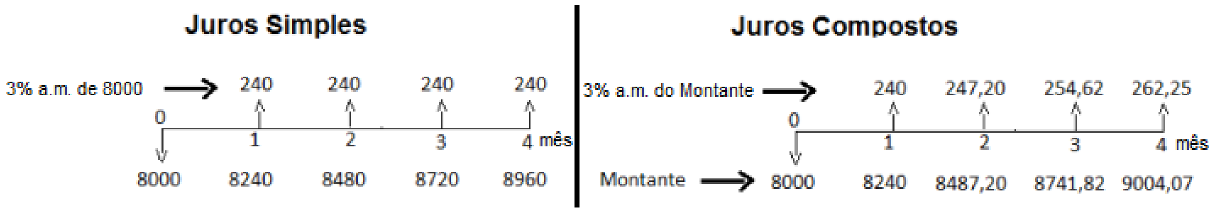
Fazer uma breve revisão sobre juros simples, estudados na última aula.

Discutir com os alunos sobre a diferença entre juros simples e juros compostos, construindo assim a definição deste último.

No sistema de juros simples os juros incidem sempre sobre o capital inicial, enquanto no sistema de juros compostos, os juros incidem sobre o montante do último período.

Vejamos por exemplo, um capital de R$ 8.000,00 emprestado a juros de 3% ao mês, assim em 4 meses teremos os seguintes valores de juros e montantes, no sistema de capitalização simples e no sistema de capitalização composto.

Fluxo Comparativo de Juros:



Quadro Comparativo de Juros:

	Juro Simples			Juro Composto		
Mês n	Início do Mês n	Juro do Mês n	Montante final do mês n	Início do Mês n	Juro do Mês n	Montante final do mês n
1º	8000,00	240,00	8240,00	8000,00	240,00	8240,00
2º	8240,00	240,00	8480,00	8240,00	247,20	8487,20
3º	8480,00	240,00	8720,00	8487,20	254,62	8741,82
4º	8720,00	240,00	8960,00	8741,82	262,25	9004,07

Observa-se que um mês após a concessão do empréstimo, os juros equiparam-se nas duas modalidades (simples e composta). Já do segundo mês em diante o valor dos juros compostos supera o valor dos juros simples, pois há incidência de juros também sobre a soma do valor dos juros dos períodos anteriores.

Juros Compostos: No sistema de juros compostos, deve-se calcular os juros no final de cada período, formando um montante sobre o qual se calculam os juros do período seguinte, até esgotar o tempo da aplicação.

A partir do exemplo a seguir, vamos construir com a participação dos alunos a fórmula de juros compostos.

Um capital de R$ 1.500,00 foi aplicado a 2% ao mês em um banco. Qual o montante após 3 meses?

No final do 1º mês teremos 1500 acrescido de 2%, ou seja, devemos utilizar o fator de atualização $1,02 = (1+0,02)$.

$$1500 \cdot 1,02 = 1530$$

No final do 2º mês teremos 1530 acrescido de 2%, novamente utilizamos o fator de atualização $1,02 = (1+0,02)$.

$$1530 \cdot 1,02 = (1500 \cdot 1,02) \cdot 1,02 = 1500 \cdot (1,02)^2 = 1500 \cdot (1+0,02)^2 = 1560,60$$

No final do 3º mês teremos 1560,60 acrescido de 2%, ou seja:

$$1560,60 \cdot 1,02 = ((1500 \cdot 1,02) \cdot 1,02) \cdot 1,02 = 15001,02^3 = 1500 \cdot (1+0,02)^3 = 1591,81$$

Logo, da última igualdade, 1591,81 é o valor futuro (FV), 0,02 é a taxa de juros (i), 3 é o número de períodos (n) e 1500 é o valor presente (PV), então podemos generalizar:

$$FV = PV.(1+i)^n$$

Devemos lembrar que está fórmula deve ser provada. Em matemática toda afirmação deve ser demonstrada, para quem tiver interesse poderá consultar (LIMA, 2006).

Assim, isolando as outras variáveis, obtemos:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \qquad i = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \qquad n = \frac{log(\frac{FV}{PV})}{log(1+i)}$$

A fórmula para cálculo do período **n**, é uma boa oportunidade para evidenciar a importância e aplicabilidade dos logaritmos, mais sobre o desenvolvimento e ensino desse conteúdo encontramos na dissertação de mestrado de (FOREST, 2014)

Onde FV é o valor futuro, PV é o valor presente, i é a taxa de juros e n é o número de períodos.

Observação: Nas fórmulas anteriores podemos observar que se desejarmos transladar um valor presente ao período n futuro devemos multiplicar pelo fator $(1+i)^n$ (fator de capitalização), quando desejamos transladar um valor a um período anterior (passado) devemos multiplicar o FV pelo fator $(1+i)^{-n}$ (fator de descapitalização).

Resolução de exercícios (Apêndice D).

Encontro 04

Número de horas - aula: 02.

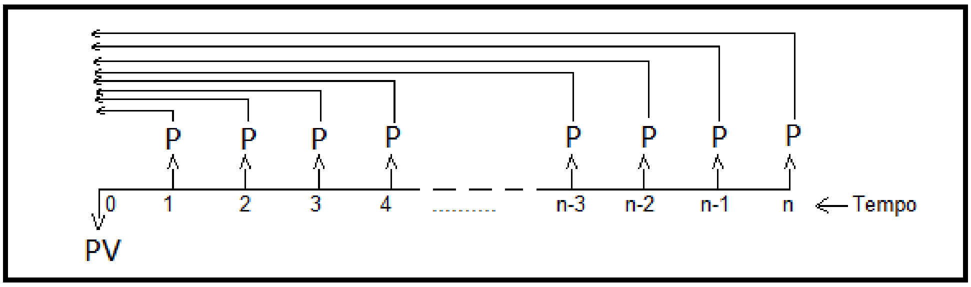
Conteúdo: Juros Compostos e Tabela Price.

Recursos Utilizados: Lista de Exercícios, Calculadora do Cidadão, Quadro e Canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

Explanar sobre a definição e funcionamento da Tabela Price, deduzindo a fórmula para o cálculo da parcela.

Para calcularmos o valor da parcela, consideremos o seguinte fluxo de caixa:



Assim, sabemos que o valor presente (valor à vista) é composto pela soma de cada uma das parcelas deduzidos os juros. Por exemplo, se desejarmos acrescentar 2% a um valor PV, basta efetuarmos $1,02 \cdot PV = FV$, assim para retirarmos os juros do valor FV, devemos efetuar a operação inversa, ou seja, $PV = FV \cdot 1,02^{-1}$, da mesma forma, para retirarmos os juros referente a dois meses devemos efetuar $PV = FV \cdot 1,02^{-2}$, e assim sucessivamente. Generalizando:

$$PV = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Logo,

$$PV = P \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n}\right] \qquad (*)$$

Multiplicando ambos os lados por (1+i) obtemos:

$$PV \cdot (1+i) = P \cdot \left[1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right] \qquad (**)$$

Subtraindo (*) de (**) obtemos:

$$PV \cdot (1+i) - PV = P \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)$$

Logo,

$$PV \cdot i = P \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)$$

Então segue que:

$$\frac{PV \cdot i}{\left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right)} = P$$

E finalmente temos a fórmula que nos fornece o valor da parcela (P) em função do valor presente (PV) ou do valor a financiar, do número de períodos (n) e da taxa de juros (i).

$$P = \frac{i \cdot PV}{1-(1+i)^{-n}} \qquad (2)$$

Após passar algumas orientações foi proposta a resolução de uma lista de exercícios sobre a Tabela Price (Apêndice E), por questão de tempo, como tarefa de casa.

Levar os alunos ao laboratório de informática, para que conheçam e aprendam a utilizar a calculadora do cidadão disponibilizada pelo Banco Central do Brasil (BCB, 2015). (Anexo C).

Roteiro:

1º **Conhecendo a Calculadora:** Inicialmente acessar o site do Banco Central do Brasil (BCB) e apresentar a calculadora do cidadão.

2º **Praticando:** Em duplas, os alunos deverão resolver os exemplos disponibilizados no site do BCB. Para efetuar os cálculos os alunos poderão utilizar o programa através da página da internet, ou através da versão disponibilizada para celular. (Anexo C)

3º **Outras Funcionalidades:** Mostrar aos alunos, que além dos cálculos de juros compostos, a calculadora do cidadão também possibilita efetuar a correção de valores a partir de diversos índices de mercado e simulações de cartão de crédito.

Ainda no laboratório de informática utilizar planilhas eletrônicas para simular o sistema Price e o SAC (Sistema de Amortização Constante).

Encontro 05

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Orçamento Familiar.

Recursos Utilizados: Textos, Planilha de calculo BrCalc, Projetor Multimidea, Quadro e Canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

Promover leitura e debate dos textos “Anote na agenda para não esquecer”e “Calendário”(Retirados do livro do aluno do Programa Educação Financeira nas Escolas) (Anexo D).

Levar os alunos ao laboratório de informática. Propor a elaboração de uma planilha eletrônica, em BRCalc, para gestão do orçamento familiar, personalizada para cada aluno conforme as despesas e receitas que possuem.

Encontro 06

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Juros Compostos e Tabela Price.

Recursos Utilizados: Texto, Calculadora do Cidadão, Projetor Multimidea, Quadro e Canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

Promover leitura e debate acerca do texto “Câmera Digital”(Retirado do livro do aluno do Programa Educação Financeira nas Escolas) (Anexo E).

Resolver situações problema que evidenciem a diferença no ganho de capital, a curto e longo prazo, ao optar por economizar para comprar à vista, ou financiar para antecipar a aquisição de algum bem. Utilizar para isso a calculadora do cidadão. (Ex. 1, 2 e 3 do Apêndice F)

Encontro 07

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Juros Compostos e Tabela Price.

Recursos Utilizados: Texto, Calculadora do Cidadão, Data Show, Geogebra, Quadro e Canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

Promover leitura do texto “comprando um presente”(livro do aluno do Programa Educação Financeira nas Escolas) (Anexo F), debatendo a cerca das vantagens e desvantagens inerentes a utilização do cartão de crédito, e resolver situação problema 4 (Apêndice F), evidenciando os impactos das altas taxas de juros cobradas, ao atrasar ou optar pelo pagamento mínimo ou parcial da fatura.

Explanar sobre o produto financeiro consórcio, apresentar em sala o caso de contemplação por sorteio (3.4.4.4), indicando como deduzir as fórmulas, para futuras aplicações podem ser deduzidas, caso seja incrementado o número de aulas. Ao apresentar esse produto, envolver os alunos (principalmente os que possuem familiares que tem o produto ou que desejam adquiri-lo) no levantamento das principais características do mesmo.

Após uma breve apresentação do caso do consórcio indicado anteriormente, indicamos a fórmula a seguir que apresenta o número do período (*N*), nesse caso o número do mês, que divide a operação em vantajosa ou não vantajosa, comparada a uma T.M.A. (Taxa Mínima de Atratividade) proveniente de outra opção de investimento por parte do consumidor, como por exemplo a poupança ou aplicação financeira.

$$N = n - \frac{log\left[P \cdot \frac{(1+I)^n - 1}{I \cdot C}\right]}{log(1+I)}$$

Ressaltamos a importância de estudar logaritmo e indicamos aos interessados a dissertação de (FOREST, 2014).

Exemplo: Um consórcio no valor de R$ 20.000,00 a ser pago em 60 parcelas de R$ 370,00. Como segunda opção de investimento do consumidor, consideremos uma aplicação com rendimento fixo de 0,7% a.m., assim aplicando esses valores na fórmula obtemos M = 14,39 meses, ou seja, se o consumidor for contemplado por sorteio até o 14º mês este terá um rendimento maior se comparado a segunda opção de investimento, e do contrário, se for contemplado após o 14º mês, a opção de investir em renda fixa mostra-se mais vantajosa.

Dessa forma podemos calcular a probabilidade do investidor ser bem sucedido ao adquirir um consórcio. Por tratar-se de um espaço equiprovável temos que a probabilidade de sucesso é igual ao quociente *N* por *n* e de insucesso é igual ao quociente (*n*-*N*) por *n*. Do exemplo acima temos que a probabilidade de sucesso é igual a $P_s = 14/60 = 23,33\%$. E de insucesso $P_{\bar{s}} = 46/60 = 76,66\%$.

Através de aplicativo no Software Geogebra encontrar o valor N e efetuar o cálculo da probabilidade de obter sucesso na contratação de um consórcio, mediante uma segunda opção de investimento. (Apêndice G)

Encontro 08

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Preparação para a primeira avaliação: revisão sobre Juros Compostos e Fluxo de caixa.

Recursos Utilizados: Lista de Exercícios, Calculadora do Cidadão, Quadro e Canetão.

Desenvolvimento Metodológico:

Explanar no quadro negro o conceito de fluxo de caixa, (Fluxo de Caixa de uma empresa é o conjunto de entradas e saídas de dinheiro (recebimentos ou pagamentos) previstos para um determinado período).

Resolver no quadro negro o exemplo 01 (Apêndice H).

Exercício: Resolução de exercícios com auxílio da calculadora do cidadão (Apêndice H), como revisão de conteúdos para avaliação.

Encontro 09

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Primeira avaliação: sobre acréscimos, descontos, juros simples e compostos.

Recursos Utilizados: Formulário de Avaliação.

Desenvolvimento Metodológico:

Avaliação de Matemática Financeira e Educação Financeira (Apêndice I).

Encontro 10

Número de horas - aula: 02.

Conteúdo: Avaliação de recuperação sobre acréscimos, descontos, juros simples e compostos.

Recursos Utilizados: Formulário de Avaliação.

Desenvolvimento Metodológico:

Avaliação de Recuperação sobre Matemática Financeira e Educação Financeira (Apêndice J), conforme previsto no planejamento.

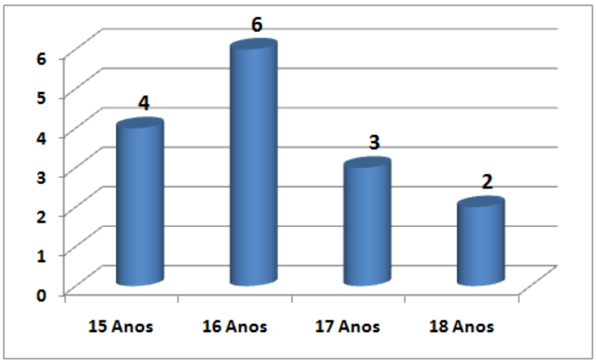
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

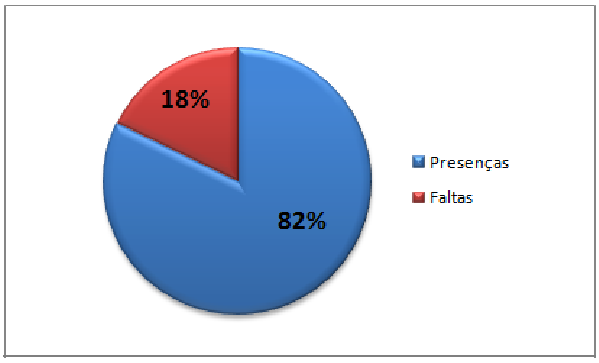
A sequência de ensino foi aplicada em uma turma de 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Tancredo Neves, na cidade de São João no Paraná, que está a 420 Km de Curitiba. Localizado na região central do município, é o único colégio que oferece Ensino Fundamental e Médio no perímetro urbano. Atende assim a alunos vindos de todos os grupos sócio-econômicos.

A análise dos dados foi efetuada a partir de três fontes: (i) Diário de campo; (ii) Análise das Avaliações e Trabalhos; (iii) Questionário.

5.1 PERFIL DO GRUPO

A turma é composta por 19 alunos, dos quais 9 são do sexo feminino e 10 do sexo masculino, com idades variando de 15 a 18 anos. Porém apenas 15 alunos se dispuseram a participar da pesquisa de mapeamento da turma, pois 4 alunos não devolveram o termo de consentimento assinado. Todos os alunos da turma estudam a noite pois trabalham durante o dia. Apesar deste ter sido um ponto positivo no desenvolvimento dos encontros, por torná-los mais significativos, também pode ter influenciado no grande número de faltas durante a aplicação da sequência de ensino, chegando a 18%.





O número médio de pessoas por família é de 2,8 das quais 2,66 trabalham. Alguns estudantes moram sozinhos, os demais possuem famílias de 2 a 5 pessoas. A renda média aproximada de cada membro da família é de R$ 1.200,00.

Com relação as práticas para controle das finanças pessoais e familiares observou-se que em 13 (86,6%) das 15 famílias pesquisadas são promovidas conversas acerca dos rendimentos e das despesas mensais, das quais 3 (23%) não controlam as despesas e receitas, 10 (66,6%) controlam apenas de forma informal, 2 (13,3%) utilizam algum tipo de formulário para fazer os registros e nenhuma família utiliza planilha eletrônica para controlar o orçamento familiar. Das 38 pessoas que trabalham, apenas 22 possuem conta corrente em instituição financeira. Porém todas as famílias que trabalham utilizam de outros produtos financeiros, como: - conta poupança ou aplicação; - financiamentos; - consórcios; - cheque especial e cartão de crédito.

Dos 15 alunos pesquisados 11 (73,3% do total de alunos que trabalham) destinam parte de seus rendimentos mensais, em média 23%, para poupança ou aplicação financeira. E 14 alunos (93,3% do total de alunos que trabalham) destinam em média 29% de seus rendimentos para o pagamento de dívidas.

Apenas 2 (13,3%) dos 15 alunos pesquisados afirmaram receber bolsa família, e em ambas as casas há computador com acesso a internet, celulares modernos e aparelhos de TV.

Somente 2 (13,3%) alunos consideram que ter sucesso na vida não depende de ter sucesso financeiro. O que pode ser um indicativo de interesse pela Matemática Financeira.

Com objetivo de ter uma ideia holística do perfil dos alunos da turma, do estilo de aprendizagem, foram levantados durante as aulas de matemática nas séries anteriores 14 (93,33%) alunos afirmam que a metodologia empregada pelo professor foi tradicional, onde 11 (73,33%) alunos dizem ter resolvido problemas em todas as aulas. Porém, todos eles acham importante resolver problemas nas aulas de matemática, onde a maioria deles (53,33%) argumentou que essa prática contribui para o desenvolvimento da cidadania, colaborando para o crescimento intelectual e maturidade pessoal ao lidar com determinadas situações nas quais se tenha que apontar uma solução, já 26,67% deles acham que resolver problemas contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e abstrato e apenas 20% afirmaram que resolver problemas motiva a aula e desperta o interesse no conteúdo matemático ou permite o contato com situações cotidianas.

Na figura 27 representamos o estilo de aprendizado da turma através de uma nota de 1 a 5, a partir das respostas dadas pelos alunos as seguintes questões retiradas de (KIYOSAKI, 2004):

“ **Dê uma olhada na lista a seguir. Pense quais são os métodos que melhor descrevem o seu estilo de aprendizado. Circunde o número correspondente a cada um dos estilos de aprendizado: 1 para o que estiver mais distante de você, e 5 para o mais próximo.**

30 - **Inteligência verbal-linguística:** Se você está sempre carregando um livro, circule o 5. Esse tipo de inteligência tem a ver com a leitura, a redação e a língua. Também se diz que a pessoa tem "facilidade para línguas". 1 2 3 4 5

31 - **Inteligência numérica:** Se você consegue resolver problemas matemáticos de cabeça, circule o 5. Essa inteligência é encontrada em pessoas que pegam dados e números com facilidade. Elas normalmente também são capazes de pensar nas coisas com calma.

1 2 3 4 5

32 - **Inteligência Espacial:** Se ficar fazendo rabiscos no papel o ajuda a se concentrar na aula, ou se você está sempre vendo coisas que gostaria de fotografar, circule o 5. Essa inteligência é usada para detectar padrões visuais, enxergar estruturas espaciais - e é encontrada em muitos artistas, arquitetos e coreógrafos que são capazes de mentalizar um objeto ou evento bi ou tridimensional e torná-lo concreto. 1 2 3 4 5 "

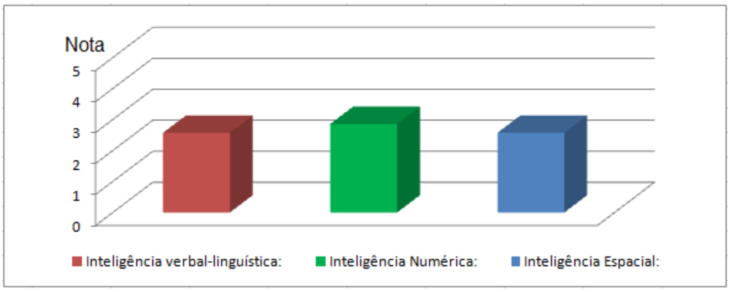


Figura 30: Estilo de aprendizagem

Observa-se pequena vantagem na média dos valores atribuídos a inteligência numérica, 2,85 contra 2,57 atribuídos a inteligência verbal-linguística e inteligência espacial.

Apesar deste não ser o objetivo principal desta pesquisa, foram incluídos estes questionamentos no pré teste com intuito de identificar como os alunos percebem seu próprio estilo de aprendizagem, como contribuição na elaboração dos encontros, de forma heurística.

5.2 ANÁLISE DAS AULAS PELAS OBSERVAÇÕES DO DIÁRIO DE CAMPO

Encontro 01

O foco principal desta aula, foi revisar conceitos básicos de razão, proporção e porcentagem. Para a partir dai desenvolver a ideia de acréscimos e descontos através da análise do fator de atualização. Com a utilização do software geogebra foi possível visualizar e manipular geometricamente o fator de atualização, reforçando assim o conceito de uma forma dinâmica. Com a utilização do software observou-se maior interesse dos alunos em participar da aula, e segundo eles o fato de poderem visualizar facilitou a compreensão do conceito.

Durante a resolução dos exercícios de fixação os alunos foram auxiliados a buscar a solução de cada problema através da ideia de que um valor presente é transformado em um valor futuro, pela sua multiplicação com fator de atualização. Nem todos os alunos interessaram-se em resolver a lista de exercícios proposta (Anexo 01), sendo que alguns se quer iniciaram a resolução. Os que se propuseram a resolver, não conseguiram finalizar a lista por falta de tempo, ficando a finalização da mesma como tarefa de casa para a semana seguinte.

Encontro 02

Nesta aula, os alunos foram levados ao laboratório de informática para elaborarem uma planilha para atribuição de acréscimos e descontos sobre os preços de produtos de uma loja fictícia, criada por eles, com o objetivo de revisar e fixar o conceito de fator de atualização. A Figura 31, elaborado pelas alunas M.T. e G.M., ilustra um exemplo.

	A	B	C	D
1		Loja de Roupas da Maria		
2		Fator de Acréscimo:	1,2	
3		Fator de Desconto:	0,9	
4		PREÇO		
5	Produto	De custo	De venda	Com desconto
6	Camisa	R$ 34,00	R$ 40,80	R$ 36,72
7	Calça	R$ 53,00	R$ 63,60	R$ 57,24
8	Blusa	R$ 48,00	R$ 57,60	R$ 51,84
9	Camiseta	R$ 23,00	R$ 27,60	R$ 24,84
10	Camisa Pólo	R$ 57,00	R$ 68,40	R$ 61,56
11	Meia	R$ 3,50	R$ 4,20	R$ 3,78

Figura 31: Atividade realizada pelas alunas M.T. e G.M.

Ao nos dirigirmos ao laboratório de informática, percebemos que a maioria dos alunos, senão todos, possuem grande familiaridade com os computadores e os sistemas de informática. Porém, poucos alunos afirmaram conhecer ou já terem trabalhado com planilhas eletrônicas, o que gerou certo atraso na construção da planilha dada como atividade.

Na elaboração da planilha foram exploradas algumas das facilidades de se trabalhar com planilhas eletrônicas, como por exemplo, ao utilizar o fator de acréscimo igual a 1,2, automaticamente todos os preços são acrescidos em 20%, e da mesma forma, ao utilizar o fator de desconto igual a 0,9 todos os preços são reduzidos em 10%.

Na sequência, foi discutida a ideia de juros, a partir da leitura de texto histórico (Anexo 04) o qual embasou o conceito permitindo perceber que a cobrança de juros remonta de mais de 4000 anos como registrado em uma antiga tabula de argila babilônica. Logo após foi conceituado juros simples e efetuada a dedução de suas fórmulas, processo este que ocorreu com certa naturalidade, principalmente por conta dos exemplos utilizados os quais permitiram que os alunos compreendessem o conceito de juros simples. Por fim foram propostos alguns exercícios de fixação sobre juros simples.

Encontro 03

Inicialmente foi construído, no quadro negro, um exemplo comparativo entre juros simples e compostos, evidenciando a cobrança de juros sobre juros deste último. Logo após, a fórmula de juros compostos, que relaciona valor presente e valor futuro através do prazo e da taxa de juros, foi deduzida através de acréscimos sucessivos. A construção foi iniciada a partir de um exemplo numérico, no qual desejava-se calcular o montante após 3 meses, de um capital de R$ 1.500,00 aplicado a 3% de juros ao mês, na modalidade de juros compostos. Assim, primeiramente os alunos foram questionados sobre qual seria o montante no final do primeiro mês, logo perceberam que bastava aplicar o fator de atualização 1,02 sobre o valor de 1.500,00, assim como resultado teríamos o valor de 1500 acrescido de 2%, ou seja, R$ 1.530,00. Utilizando da mesma ideia, foi fácil perceber que o processo se repetia, bastando aplicar o fator de atualização 1,02 sempre sobre o último montante calculado. Assim, após aplicarmos por três vezes o fator de atualização 1,02 sobre o capital de R$ 1500,00 encontramos o resultado $1500 \cdot (1+0,02)^3 = 1591,81$. Assim, bastou analisar cada um dos valores, generalizar, e a fórmula de juros compostos ocorreu de forma natural. Observou-se que os alunos acompanharam com atenção o desenvolvimento das etapas dedutivas que resultaram na fórmula de juros compostos, demonstrando entendimento.

Foram propostos alguns exercícios de fixação (Anexo 5), porém notou-se pouco rendimento na resolução, talvez por tratar-se do último horário do período noturno gerando assim falta de interesse devido ao cansaço físico após um dia de trabalho e uma noite de estudos.

Encontro 04

Nesta aula foi explanado sobre o sistema de amortização price e SAC. Os alunos reconheceram que utilizam desses sistemas na maioria dos empréstimos e financiamentos realizados por eles e seus familiares. Como por exemplo, no financiamento da casa própria e outras operações cujo valor das prestações são fixas.

A partir dai, a fórmula que retorna o valor da parcela dado o valor financiado, o prazo e a taxa de juros, foi deduzida através da ideia de fluxo de caixa. Onde o valor da soma das prestações, deduzidos os juros, deve igualar-se ao valor financiado.

Após explorar alguns exemplos foram propostos alguns exercícios sobre a tabela Price, como tarefa de casa. (Anexo 06)

Na sequência os alunos foram levados ao laboratório de informática, onde foram orientados a acessar e resolver os exemplos disponibilizados na calculadora do cidadão no site do Banco Central do Brasil. O processo de acesso ao site foi muito rápido, uma vez que basta pesquisar no google por "calculadora do cidadão" que o acesso é direto. Porém, pelo pouco tempo disponível, não foi possível resolver todos os exemplos. Durante as resoluções surgiram algumas dúvidas relativas a interpretação do problema, dificultado pela escolha da calculadora adequada. Nesse caso, buscou-se sanar as dúvidas a partir de questionamentos direcionados.

Encontro 05

A leitura e debate dos textos "Anote na Agenda para não esquecer" e "Calendário" foi feita de forma intercalada, onde cada aluno leu um parágrafo. Durante algumas pausas no momento da leitura foi enfatizada a importância da existência de um orçamento familiar e/ou pessoal, como uma ferramenta de identificação e controle das receitas e despesas, permitindo assim o planejamento financeiro. Também foram detalhados os passos para a elaboração de um orçamento e no término da aula foi disponibilizada via e-mail uma planilha eletrônica com modelo de orçamento.

No decorrer da explanação, percebeu-se uma maior participação dos meninos, inclusive durante a explanação um aluno, de espontânea vontade relacionou em seu caderno todas suas receitas e despesas mensais, antevendo-se à elaboração do orçamento.

Por falta de tempo, os alunos não foram levados ao laboratório para a elaboração de orçamento individual, uma vez que o tempo para deslocamento ao laboratório e acesso aos computadores consome boa parte da aula.

Encontro 06

Leitura e debate sobre o texto "câmera digital". Explorada, dentre outras coisas, a função dos bancos como intermediadores entre poupadores e tomadores de dinheiro. Na sala, todos (com exceção de dois alunos) mostraram-se interessados pelo assunto. Ao propor trabalho em duplas (Anexo 10), percebeu-se que a maioria dos alunos optaram por fazer individualmente, mostrando-se interessados pelos problemas que visavam comparar financiamento e poupança.

Com auxílio da calculadora do cidadão os alunos, além de resolver os problemas, foram constantemente desafiados a refletir sobre os resultados obtidos. No primeiro problema ficou evidenciado que esperar 8 meses para comprar representou uma economia de 32%, e que mesmo em situações onde não seja possível esperar para adquirir o bem de consumo, sempre deve-se pesquisar fontes de financiamento com taxas de juros reduzidas.

Já no segundo problema, ao comparar o financiamento de um carro, para tê-lo de imediato, com a aplicação financeira, para economizar e adquirir o carro somente quando possuir o valor para pagamento à vista. Foi possível verificar que economizando é possível comprar o carro à vista antes da metade do prazo do financiamento. Supondo que o consumidor opte por poupar durante o mesmo prazo que levaria para liquidar o financiamento, foi calculado o montante resultante após 5, 10 e 20 anos proveniente da economia gerada por essa decisão. Percebeu-se assim, que sempre que possível, é vantajoso poupar para então comprar, a não ser que o financiamento possua taxa reduzida e o objetivo seja fazer algum investimento.

No último problema, foi simulado os efeitos da pesquisa de preço em um orçamento familiar. Observou-se que pequenas economias mensais, podem resultar em um montante significativo a longo prazo.

Encontro 07

Efetuada a leitura do texto "comprando um presente", neste foram enfatizadas as vantagens e desvantagens do cartão de crédito e do cheque especial. Ficou claro que a ideia de dinheiro fácil, disponível, pode ser um grande perigo na hora das compras, para quem não tem disciplina ou possui tendência a comprar por impulso. Também foram exploradas as características do consórcio, onde através de alguns exemplos reais de cartas de crédito (pesquisadas nos sites das administradoras de consórcios na internet), foram efetuadas alguns cálculos de comparação entre o consórcio e a aplicação financeira ou poupança. Ou seja, tendo o consumidor uma segunda opção de investimento, ao fazer o consórcio o mesmo fica a merce da sorte para ter sucesso ou não, assim foi possível calcular o mês limite e a probabilidade de sucesso, onde constatou-se que está última dificilmente ultrapassa os 30%.

Logo após, os alunos resolveram o problema 4 (Anexo 10) sobre a má utilização de cartão de crédito. Onde ficou claro que a utilização de financiamento por meio do cartão de crédito, mesmo que por pouco tempo, trata-se de "suicídio financeiro".

Durante a resolução buscou-se auxiliar cada grupo em suas dificuldades e dúvidas levando-os a refletir sobre os impactos financeiros no orçamento e no ganho de capital a longo prazo, a partir de pequenas decisões e atitudes no dia a dia.

Encontro 08

Nesta aula, fizemos uma revisão sobre os conteúdos estudados, a partir das dúvidas dos alunos, as quais foram sanadas com a resolução de exemplos. Porém, observou-se que alguns alunos estavam deslocados da aula, alheios ao que estava sendo abordado, talvez por não terem participado de todas as aulas.

Encontro 09

Foi aplicada a avaliação de Matemática Financeira (Anexo 14).

Encontro 10

Efetuamos a correção da avaliação aplicada na aula anterior, reexplicando os conceitos em que apresentaram maior dificuldade. Logo após, foi aplicada avaliação de recuperação (Anexo 15).

5.3 ANÁLISE DOS TESTES

No inicio do desenvolvimento da sequência de ensino foi aplicado um pré-teste (Apêndice A), para averiguar os conhecimentos dominados pelos alunos com relação a alguns tópicos básicos da Matemática Financeira, como por exemplo noções de porcentagem, juros simples e compostos. A Figura 32 resume as notas obtidas no teste.

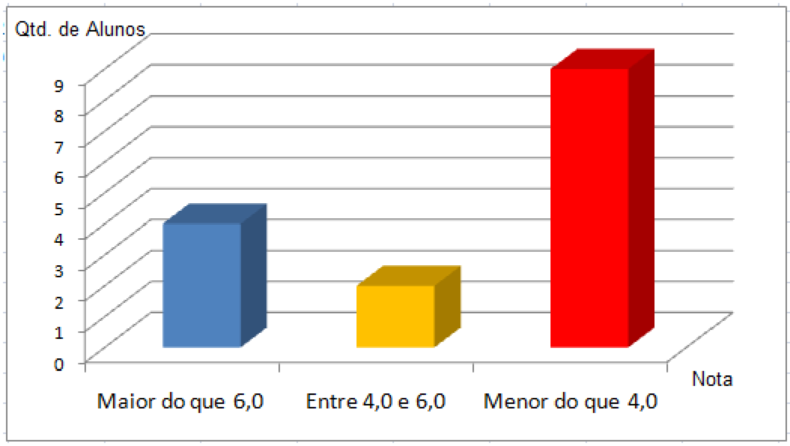
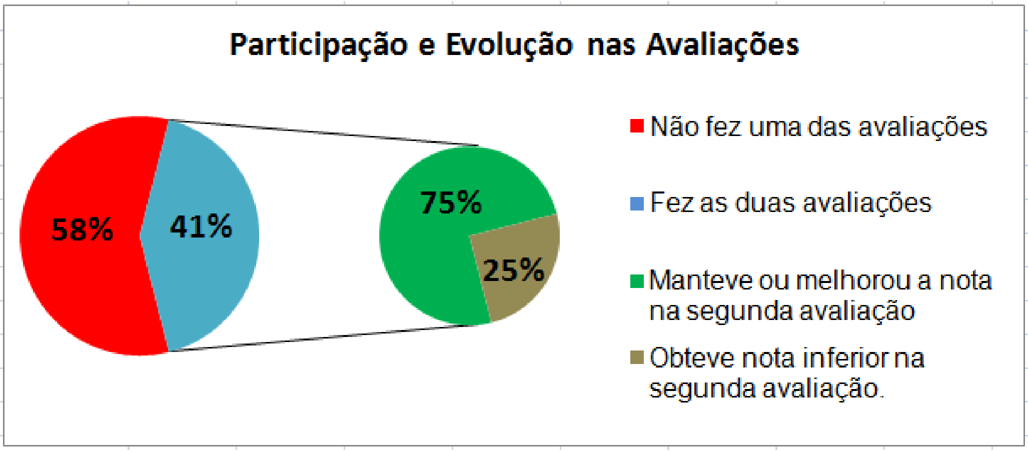


Figura 32: Resumo das notas obtidas no teste

Observou-se grande defasagem de conhecimento, tendo em vista que 60% dos alunos obtiveram nota inferior a 4,0, sendo que estes não sabem efetuar cálculos simples envolvendo porcentagens e ainda 33% não dominam operações de divisão por potências de 10. O desconhecimento de conceitos básicos de Matemática afeta diretamente a vida financeira das pessoas, uma vez que toda transação financeira, desde um simples cálculo de desconto ou acréscimo, ou até uma análise de investimentos, ficam comprometidas, a merce da confiança cega em terceiros. Além disso, sem o mínimo de conhecimento matemático torna-se muito difícil gerir os próprios recursos e até mesmo planejar-se financeiramente.

Ao final da sequência de ensino foram aplicadas duas avaliações, sendo uma de recuperação. As mesmas encontram-se nos Apêndices 14 e 15. O objetivo de ambas foi de verificar o nível de aprendizado adquirido com relação aos conteúdos específicos de Matemática Financeira, assim como detectar aspectos que demonstrem amadurecimento referente à Educação Financeira. A seguir o gráfico demonstra a participação dos alunos nas avaliações.

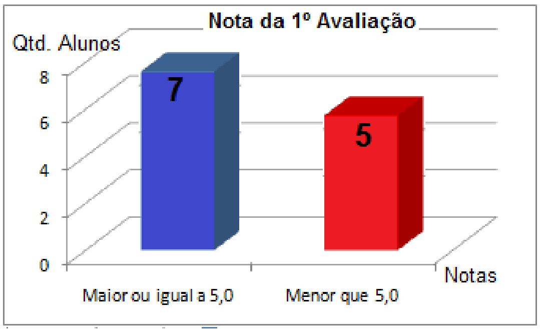


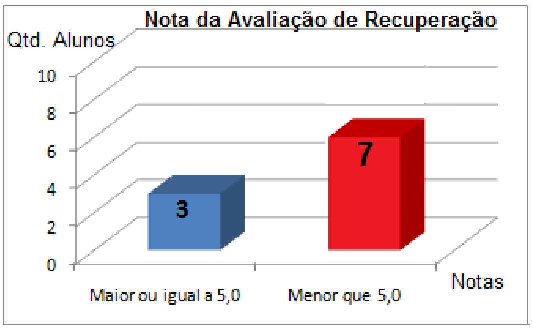
A participação em apenas uma das avaliações deve-se principalmente pela ausência na data ou ainda por terem considerado suficiente a nota obtida na primeira avaliação. Observa-se, que apesar da baixa participação na segunda avaliação, que 75% melhoraram ou mantiveram seu desempenho.

A seguir estão apresentados os resultados obtidos individualmente por cada aluno nas duas avaliações, assim como a frequência nas 22 aulas de aplicação do projeto.

Nome	Idade	Trabalha	Faltas	Nota 1° Av.	Recuperação
C. F.	15	Sim	5	não fez	2,5
A. P. R.	15	Sim	2	não fez	2,7
E. R. S.	15	Sim	3	5	4,2
M. T.	15	Sim	8	9,7	não fez
M. S. F. S.	16	Sim	3	4,5	4,7
L. C. F.	18	Sim	8	0	4,5
D. J. M. S.	17	Sim	4	6,5	não fez
E. M. M.	17	Sim	10	3,5	3,5
R. S.	17	Sim	5	3,8	8,3
M. S. F. S.	16	Sim	6	3,2	4
M. S.	16	Sim	0	6,3	6,3
G. B. M.	18	Sim	5	não fez	não fez
E. M.	16	Sim	5	5	não fez
C. H. R.	16	Sim	0	6,3	5,5
G. M.	16	Sim	9	7,4	não fez
Média				4,8	4,1

Observa-se que a média na primeira avaliação foi de 4,8, onde 8 alunos atingiram nota igual ou superior a 5,0 (57,14%) e na avaliação de recuperação foi de aproximadamente 4,1,





onde apenas 3 (25%) alunos atingiram nota igual ou superior a 5,0. Considerando a maior nota obtida nas avaliações, nota-se que 9 (50%) dos 18 alunos, que fizeram pelo menos uma das avaliações, obtiveram nota igual ou superior a cinco, nota esta que consideramos razoável. A partir da análise dos testes dos alunos que não atingiram média igual a 5,0 e das observações do decorrer das aulas identificamos algumas das possíveis causas do baixo rendimento nas avaliações:

- Elevado número de faltas (2 alunos com mais de 45% de faltas).

- Ausência em uma das avaliações, impossibilitando melhora de resultado.

- Déficit de aprendizagem com relação a conteúdos básicos de matemática, como operações de divisão e multiplicação, além de não dominarem cálculos envolvendo porcentagem.

- Dificuldade de interpretação de situações problema.

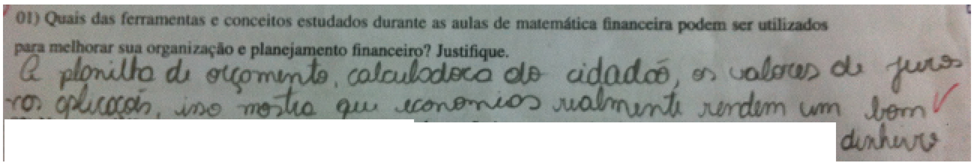
- Desinteresse com o conteúdo, por parte de alguns, por já possuírem notas para aprovação na disciplina advindas dos trimestres anteriores, já que o projeto foi aplicado no último trimestre.

- Falta de tempo para uma abordagem mais detalhada e individualizada, buscando sanar as dificuldades de cada aluno.

Extraímos alguns recortes das respostas dadas pelos alunos nas questões abertas, com objetivo de identificar indícios de progresso condizentes a Educação Financeira. As respostas abaixo foram retiradas da primeira avaliação.

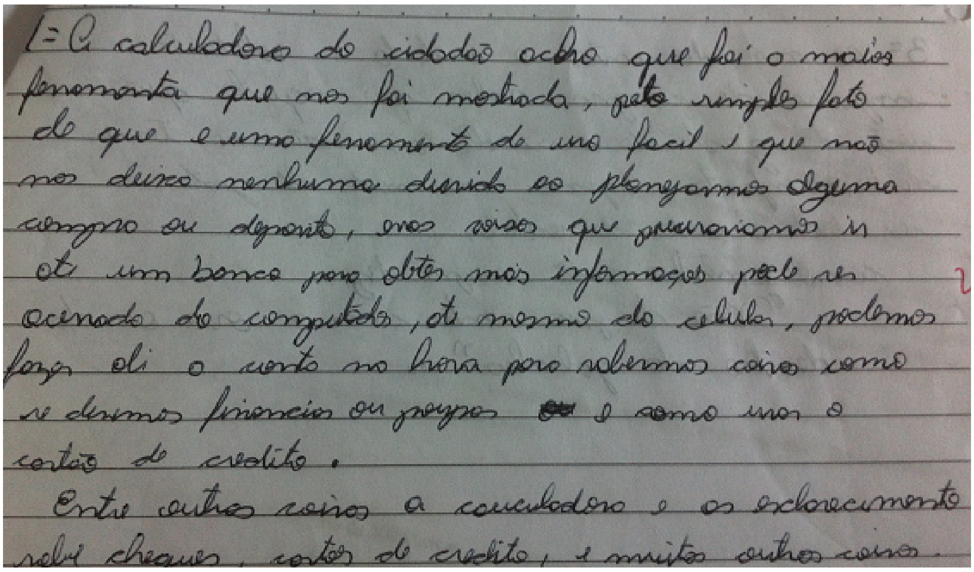
Algumas respostas dadas à questão 01: Quais das ferramentas e conceitos estudados durante as aulas de Matemática Financeira podem ser utilizados para melhorar sua organização e planejamento financeiro? Justifique.

Resposta dada pela aluna M.T.


01) Quais das ferramentas e conceitos estudados durante as aulas de matemática financeira podem ser utilizados para melhorar sua organização e planejamento financeiro? Justifique.

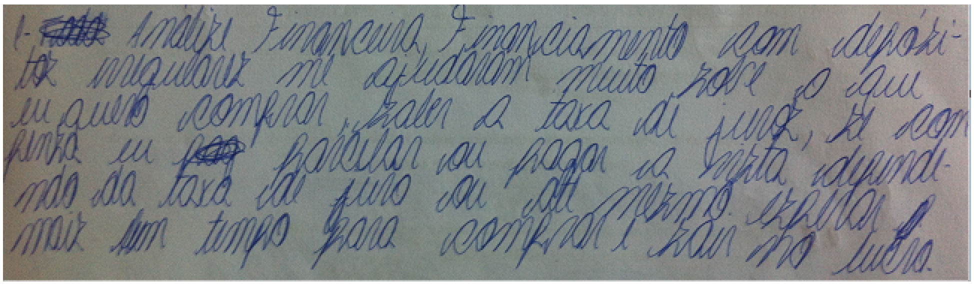
a planilha de orçamento, calculadora do cidadão, os valores de juros nas aplicações, isso mostra que economias realmente rendem um bom dinheiro

Resposta dada pelo aluno A.V.

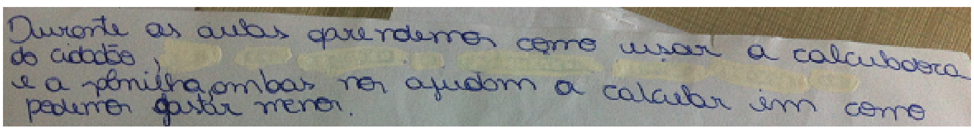

1= a calculadora do cidadão acho que foi a maior ferramenta que nos foi mostrada, pelo simples fato de que é uma ferramenta de uso fácil e que não nos deixa nenhuma duvida ao planejarmos alguma compra ou deposito, onde vezes que precisaríamos ir até um banco para obter mais informações pode ser acessado do computador, até mesmo do celular, podemos fazer ali a conta na hora para sabermos coisas como se devemos financiar ou pagar e como usar o cartão de credito.

Entre outras coisas a calculadora e os esclarecimento sobre cheques, cartões de credito, e muitas outras coisas.

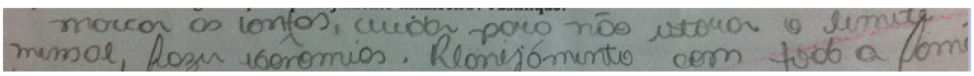
Resposta dada pela aluna E.M.


1- Analise financeira, financiamento com depósito, máquinas me ajudaram muito sobre o que eu quero comprar, saber a taxa de juros, se compensa eu calcular ou pagar a vista dependendo da taxa de juro ou até mesmo esperar mais um tempo para comprar e sair no lucro.

Resposta dada pela aluna C.H.R.


Durante as aulas aprendemos como usar a calculadora do cidadão e a planilha ambas nos ajudam a calcular em como podermos gastar menos.

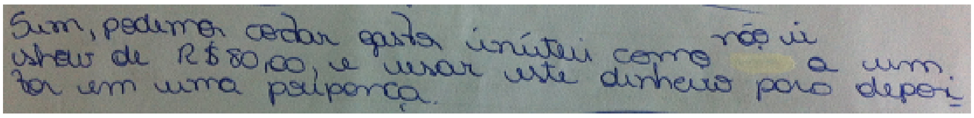
e resposta dada pela aluna G.M.


marcar as contas, cuidar para não estourar o limite mensal, fazer economias. Planejamento com toda a forma

Em todas as respostas selecionadas são citadas a calculadora do cidadão e a planilha de orçamento como ferramentas que auxiliam na organização e planejamento financeiro. Observa-se, pelo teor de algumas respostas, que os alunos além de possuírem conhecimento da existência dessas ferramentas também relatam saber utilizá-las, o que demonstra significativo aprendizado no tocante à Educação Financeira.

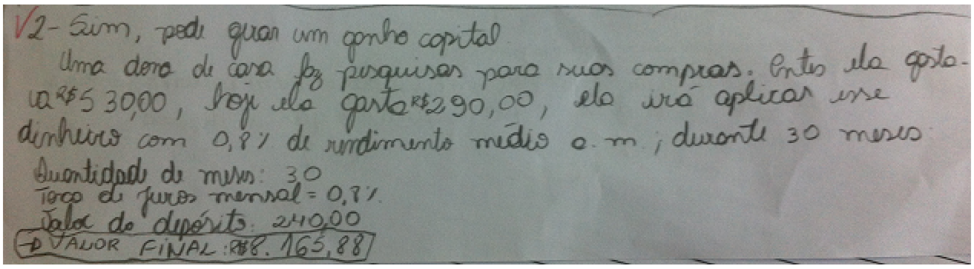
Algumas respostas dadas à questão 02: Na sua opinião, pequenas economias domésticas podem refletir em um ganho de capital significativo no decorrer dos anos? De um exemplo numérico demonstrando a opinião dada.

Resposta dada pela aluna M.T.



Sim, podemos cortar gastos inúteis como não ir a um
show de R$ 80,00, e usar este dinheiro para deposi-
tar em uma poupança.

e resposta dada pela aluna C.H.R.

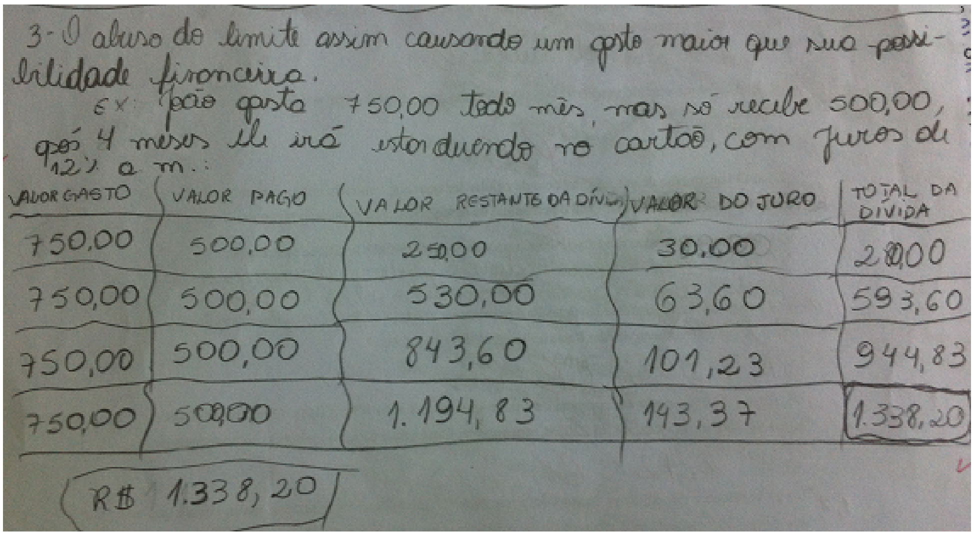


2- Sim, pode gerar um ganho capital
Uma dona de casa fez pesquisas para suas compras. Antes ela gasta-
va R$ 530,00, hoje ela gasta R$ 290,00, ela irá aplicar esse
dinheiro com 0,8% de rendimento médio a.m.; durante 30 meses
Quantidade de meses: 30
Taxa de juros mensal = 0,8%
Valor do depósito: 240,00
→ VALOR FINAL: R$ 8.165,88

Na primeira resposta, a aluna apenas cita um exemplo, onde apresenta um item de economia e o respectivo destino do valor para a poupança. Já na resposta dada pela aluna C.H.R., além de apresentar uma forma de economizar, fazendo pesquisa de preços, também cita um exemplo numérico demonstrando o valor economizado após certo tempo. Observa-se que foi utilizada a calculadora do cidadão para efetuar o cálculo. Nota-se real aprendizado referente a Educação Financeira, dada a independência da resposta apresentada.

Algumas respostas dadas à questão 03: Quais os cuidados que devem ser tomados ao utilizar cartão de crédito e cheque especial? De um exemplo numérico sobre a má utilização desses produtos financeiros.

Resposta dada pela aluna M.T.



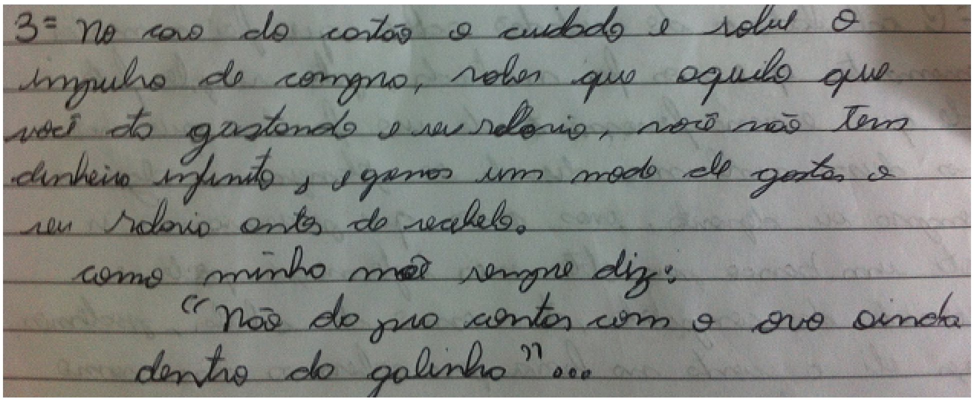
3- O abuso do limite assim causando um gasto maior que sua possibilidade financeira.
Ex: João gasta 750,00 todo mês, mas só recebe 500,00, após 4 meses ele irá estourando no cartão, com juros de 12% a.m.:

VALOR GASTO	VALOR PAGO	VALOR RESTANTE DA DÍVIDA	VALOR DO JURO	TOTAL DA DÍVIDA
750,00	500,00	250,00	30,00	280,00
750,00	500,00	530,00	63,60	593,60
750,00	500,00	843,60	101,23	944,83
750,00	500,00	1.194,83	143,37	1.338,20

R$ 1.338,20

Na questão acima, o aluno ao se referir ao "abuso do limite" deseja indicar que a utilização descontrolada do limite disponível no cartão de crédito pode tornar-se um grande vilão no orçamento. Ainda apresenta um exemplo no qual um cidadão gasta mensalmente R$ 750,00 em seu cartão de crédito, pagando parcialmente o valor de R$ 500,00 por mês, então após apenas 4 meses a dívida atingirá R$ 1.338,20. Demonstrando assim que o mau uso do cartão gerou uma despesa desnecessária de juros no valor de R$ 338,20.

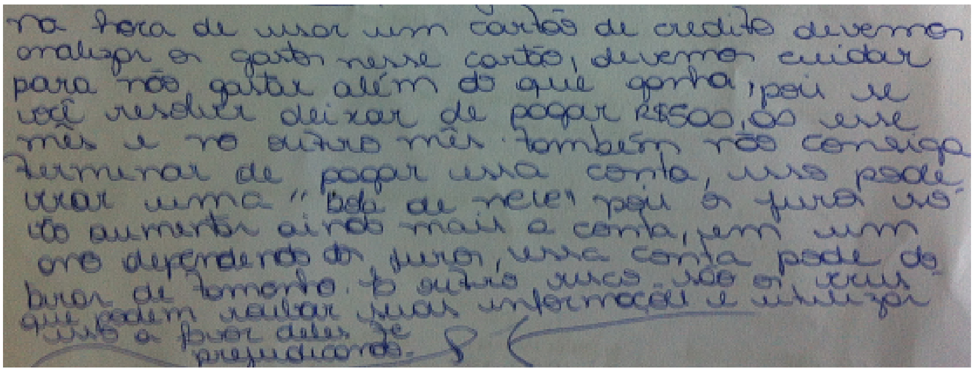
Resposta dada pela aluna A.V.



3= No caso do cartão o cuidado é saber o impulso de compra, saber que aquilo que você tá gastando é seu salário, você não tem dinheiro infinito, e [illegible] um modo de gastar o seu salário antes de recebê-lo.
como minha mãe sempre diz:
"Não dá pra contar com o ovo ainda dentro da galinha"...

Na referida resposta a aluna destaca o caráter escasso dos recursos, cabendo assim administrá-los. Também relata sobre o funcionamento do cartão, demonstrando ter compreendido como fazer uma boa utilização, gastando apenas aquilo que se pode pagar.

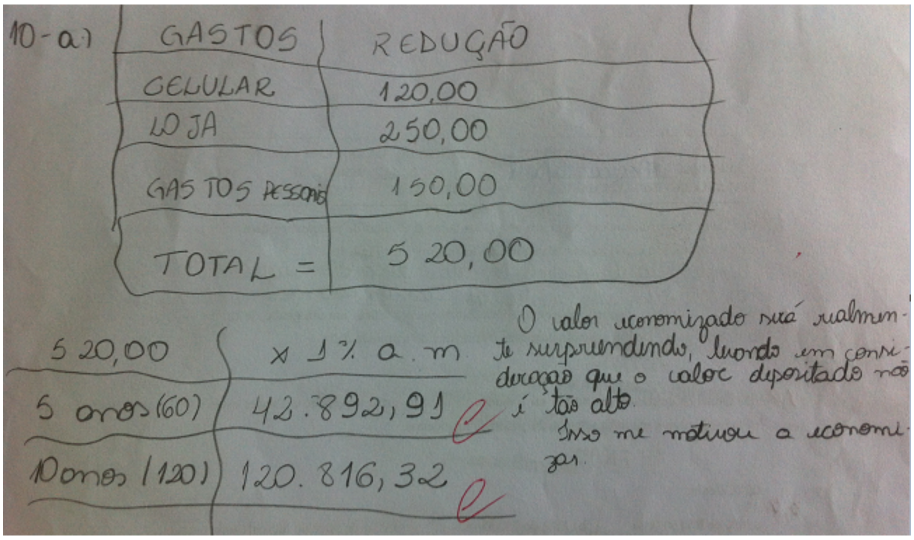
Resposta dada pela aluna C.H.R.



na hora de usar um cartão de credito devemos analisar os gastos nesse cartão, devemos cuidar para não gastar além do que ganha, pois se você resolver deixar de pagar R$500,00 esse mês e no outro mês também não consiga terminar de pagar essa conta, isso pode virar uma "bola de neve" pois os juros vão aumentar ainda mais a conta, em um ano dependendo dos juros, essa conta pode dobrar de tamanho. E outros riscos são os que podem roubar suas informações e utilizar isso a favor deles te prejudicando.

A aluna também destaca sobre o consumo consciente através do cartão de crédito, evitando gastos acima da capacidade de pagamento e consequentemente a geração de elevadas despesas provenientes de juros.

Resposta dada a questão 10 pela aluna M.T., item a) Verifique e cite algumas de suas despesas mensais que podem ser reduzidas, assim simule que esse valor seja depositado mensalmente em uma conta aplicação com rendimento de 1% ao mês. Qual o montante obtido após 5 e 10 anos?



10-a)

GASTOS	REDUÇÃO
CELULAR	120,00
LOJA	250,00
GASTOS PESSOAIS	150,00
TOTAL =	520,00

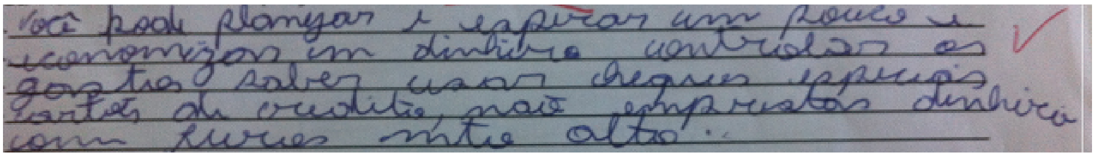
520,00	x 1% a.m
5 anos (60)	42.892,91
10 anos (120)	120.816,32

O valor economizado será realmente surpreendendo, levando em consideração que o valor depositado não é tão alto.
Isso me motivou a economizar.

Neste comentário observamos notável aprendizado no âmbito da Educação Financeira. A partir da reflexão sobre a simulação de uma aplicação programada a longo prazo, a aluna diz ter se sentido motivada a economizar e poupar, dado ao fato do montante acumulado ter sido considerado expressivo.

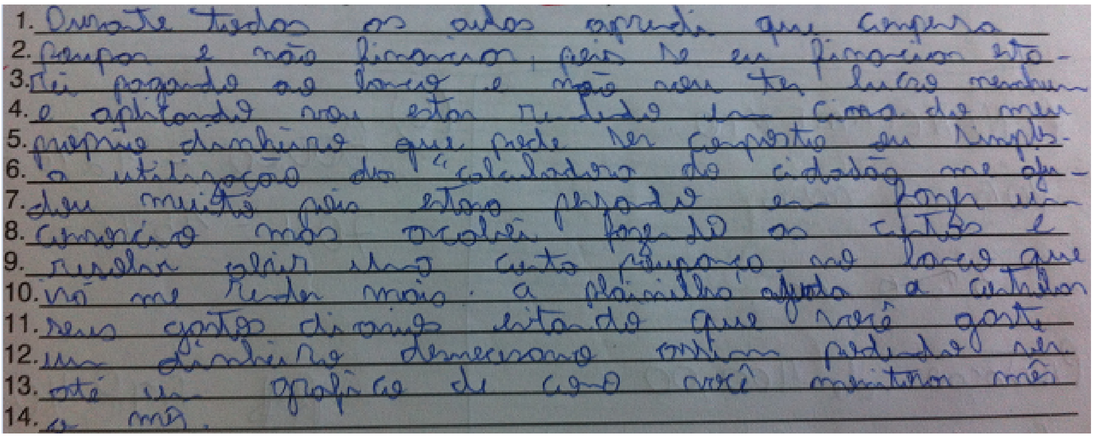
Na avaliação de recuperação, onde vários alunos não fizeram por terem obtido uma boa nota na primeira avaliação, os alunos foram questionados a respeito de seu entendimento de Educação Financeira, através da questão 08: Escreva um texto, de pelo menos 10 linhas, sobre o aprendizado que obteve durante as aulas de Matemática Financeira, detalhando as ferramentas e os conceitos apresentados, e quais benefícios poderá obter com a utilização desses instrumentos em sua vida financeira. Enriqueça seu texto com exemplos.

Resposta dada pelo aluno E.R.S.


Você pode planejar e espirar um pouco e economizar em dinheiro controlar os gastos saber usar cheques especiais cartões de credito, não emprestar dinheiro com juros muito alto.

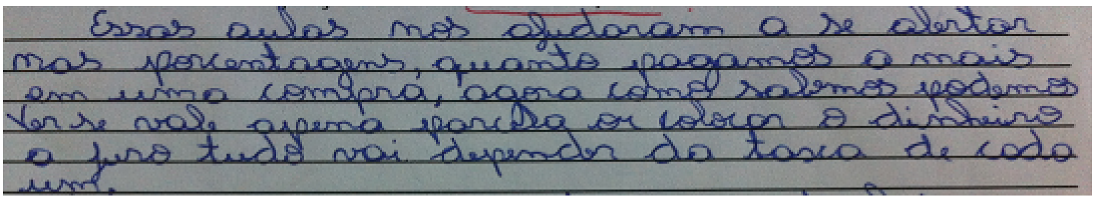
Percebe-se na descrição do aluno a importância dada pelo mesmo ao ato de poupar e planejar-se financeiramente, tendo cautela ao adquirir operações de crédito por conta das taxas de juros cobradas.

Resposta dada pelo aluno M.S.


Durante todas as aulas aprendi que compensa poupar e não financiar, pois se eu financiar estarei pagando ao banco e não vou ter lucro nenhum e aplicando vou estar rendendo em cima do meu proprio dinheiro que pode ser composto ou simples. a utilização da "calculadora do cidadão" me ajudou muito pois estava pensando em fazer um consórcio mas acabei fazendo os calculos e resolvi abrir uma conta poupança no banco que vai me render mais. a planilha ajuda a controlar seus gastos diarios listando que você gasta seu dinheiro desnecessario assim podendo ver até um grafico de como você manteve mês a mês.

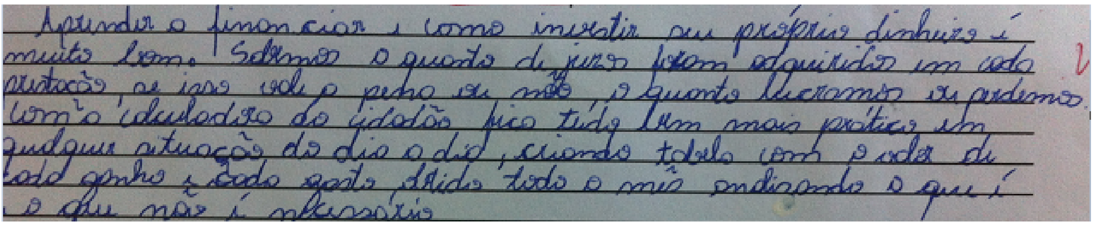
Observa-se na resposta do aluno, que o aprendizado adquirido já lhe foi útil. Permitindo agir criticamente mediante a aquisição de produtos financeiros. Através da calculadora do cidadão, o aluno relata ter feito alguns cálculos e se convencido que abrir uma conta poupança lhe traria maiores benefícios do que adquirir um consórcio.

Resposta dada pelo aluno R.S.


Essas aulas nos ajudaram a se alertar nas porcentagens, quanto pagamos a mais em uma compra, agora como sabemos podemos ver se vale apena parcela ou colocar o dinheiro a juro tudo vai depender da taxa de cada um.

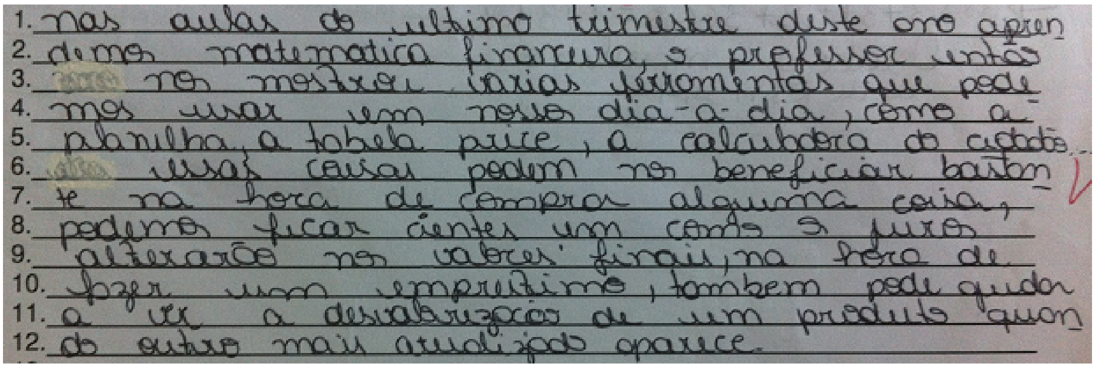
Nota-se certa dificuldade do aluno em expressar-se. Analisando o contexto, entendemos que ao escrever "... se vale a pena parcela ou colocar o dinheiro a juro..." o aluno observa que os conhecimentos adquiridos lhe permitirão analisar e decidir diante das opções de poupar ou financiar.

Resposta dada pela aluna M.S.F.S.


Aprender a financiar e como investir seu próprio dinheiro é
muito bom. Sabemos o quanto de juros foram adquiridos em cada
prestação, se isso vale a pena ou não, o quanto lucramos ou perdemos.
Com a calculadora do cidadão fica tudo bem mais prático em
qualquer situação do dia a dia, criando tabela com poder de
cada ganho e cada gasto dividido todo o mês analisando o que é
e o que não é necessário

A aluna destaca a importância de saber administrar o próprio dinheiro. Com auxílio da calculadora do cidadão poderá efetuar os cálculos financeiros com praticidade, e com a utilização de uma planilha eletrônica relata ser fácil controlar as receitas e despesa identificando assim gastos desnecessários.

Resposta dada pela aluna C.H.R.


1. nas aulas do ultimo trimestre deste ano apren
2. demos matematica financeira, o professor então
3. nos mostrou varias ferramentas que pode
4. mos usar em nosso dia-a-dia, como a
5. planilha, a tabela price, a calculadora do cidadão
6. essas coisas podem nos beneficiar bastan
7. te na hora de comprar alguma coisa,
8. podemos ficar cientes em como os juros
9. alterarão nos valores finais, na hora de
10. fazer um empréstimo, também pode ajudar
11. a ver a desvalorização de um produto quan
12. do outro mais atualizado aparece.

A aluna cita algumas das ferramentas apresentadas durante a aplicação da sequência de ensino, como uma planilha de orçamento e a calculadora do cidadão. Ainda destaca a importância de saber calcular e assim conhecer os juros embutidos em operações de compra ou ainda na aquisição de um empréstimo.

Ainda que de forma amostral, por conveniência, as respostas dadas pelos alunos demonstram que os mesmos compreenderam uma serie de conceitos relativos a Educação Financeira, como a importância de poupar, de buscar por linhas de crédito com taxas reduzidas, de consumir de forma consciente e responsável, além de terem revelado conhecer e saber utilizar diversas ferramentas que auxiliam na gestão de orçamento pessoal e na negociação de produtos financeiros. Dessa forma, podemos afirmar que houve progresso na formação de valores e competências com relação a Educação Financeira, porém não é possível garantir que haverá atitudes concretas de mudança ou melhoria na gestão da vida financeira. Para essa averiguação seria necessária uma pesquisa ampla, com acompanhamento por alguns anos.

6 CONCLUSÃO

A escola, enquanto instituição formadora, também tem por dever educar financeiramente e conscientizar as pessoas para o consumo. Por sua abrangência possui papel fundamental na formação das crianças, adolescentes e jovens. Em especial, o ambiente escolar é propício para que os estudantes passem a conhecer e utilizar de técnicas e ferramentas próprias da Matemática Financeira, que lhes permitam usufruir de produtos financeiros de forma consciente e responsável, favorecendo assim para a construção de um vida financeira equilibrada e como consequência contribuir para o exercício da cidadania.

Esta pesquisa foi desenvolvida a partir da definição de Educação Financeira dada pela (COREMEC, 2013), a qual inspirou-se no conceito de Educação Financeira dado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) em 2005, a mesma define Educação Financeira como o processo no qual os indivíduos melhoram sua compreensão dos produtos financeiros e os conceitos neles envolvidos, de maneira que, com formação e orientação claras, adquiram os valores a as competências necessários para que façam escolhas bem informados, conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos.

Buscou-se nesta pesquisa contribuir para o desenvolvimento da Educação Financeira no Ensino Médio. Como principais contribuições desse estudo destacamos a analise de alguns produtos financeiros e o desenvolvimento de uma sequência de ensino, que cada vez que é aplicada vai melhorando o processo de ensino e aprendizagem.

Foram abordados, em seus aspectos funcionais, os produtos financeiros mais populares, como aplicações, empréstimos, consórcios e cartão de crédito. A partir de exemplos, comparações e simulações desenvolvemos uma análise crítica desses produtos, analisando e comparando suas rentabilidades, custos e impactos sobre o orçamento a curto e longo prazo. Em especial, o produto consórcio foi amplamente analisado, sendo abordado a partir das mais diversas necessidades e opções de contratação. Para facilitar as comparações e tornar as fórmulas mais acessíveis, desenvolvemos no Software Geogebra um aplicativo (Disponível no canal Geogebra Tube na internet), veja (TOZETTO, 2015b), o qual permite dentre outras coisas: - calcular a probabilidade de sucesso com a contratação de um consórcio mediante outras opções de investimento; - calcular o mês limite da contemplação para que seja garantida uma maior rentabilidade; - ao comparar com operações de financiamento, calcular a taxa de juro equivalente. Dessa forma, acreditamos que as ferramentas e conceitos abordados e desenvolvidos neste trabalho, com as devidas adaptações, podem ser reproduzidos em outras turmas do ensino médio, pois esclarecem e contribuem para o desenvolvimento da Educação Financeira dos educandos.

Já a sequência de ensino proposta, aborda desde conteúdos específicos de matemática financeira, listas de exercícios, análise de produtos financeiros, até a leitura e interpretação de textos condizentes à Educação Financeira. Na aplicação da sequência de ensino enfrentamos alguns desafios, uma vez que o tempo previsto no planejamento é exclusivo para abordagem de conteúdos da Matemática Financeira, assim ao incluirmos conceitos de Educação Financeira ficamos limitados a tratar de forma superficial alguns tópicos. Por este motivo sugerimos que para uma possível reaplicação desta sequência de ensino sejam dedicadas no mínimo mais 4 horas aulas.

Os resultados dos testes aplicados no início e término da aplicação do projeto revelaram algumas falhas no processo de ensino aprendizagem, dentre elas destacamos: - a falta de tempo, que impossibilitou a leitura dos textos e a resolução das listas de exercícios de forma mais tranquila e participativa; - defasagem de conhecimentos básicos a cerca de Matemática Financeira, por parte dos alunos; - desmotivação por parte de alguns alunos, por trabalharem durante o dia, observamos elevado número de faltas e pouca participação durante as aulas.

Apesar do resultado do teste final não ter sido totalmente satisfatório, a abordagem da Matemática Financeira através da análise de produtos financeiros e da elaboração de orçamento, apresentou evidências do aprimoramento da Educação Financeira dos jovens. Deste modo, podemos dizer que o objetivo principal desta pesquisa, contribuir para a melhoria da formação financeira dos alunos, foi atingido. Observou-se, a partir das respostas dadas a algumas questões abertas sobre Educação Financeira, que vários alunos demonstraram ter aprendido a utilizar a calculadora do cidadão e planilhas eletrônicas que tornam prática a administração de recursos pessoais e familiares, onde além de citarem a importância e praticidade dessas ferramentas, também apresentaram e resolveram exemplos de situações cotidianas que revelam atitudes críticas mediante a aquisição de produtos financeiros e do controle das receitas e despesas através da existência de um orçamento.

Ficou claro no decorrer do desenvolvimento do projeto, que a Educação Financeira deve ser abordada constantemente e sempre que possível de forma paralela a outros conteúdos, de preferência em todas as séries da educação básica. Principalmente por tratar-se de um processo de conscientização, o qual visa não apenas a transposição de conhecimentos específicos, mas que além disso objetiva formar cidadãos conscientes, que conhecendo os conceitos e ferramentas disponíveis possam melhor entender e decidir mediante o mercado financeiro. Mas é claro que só conhecimento sobre o assunto não é suficiente para que uma pessoa possa decidir pela melhor opção, quando se trata de operações financeiras, pois muitos fatores podem ser considerados, as vezes sobrepondo-se ao fator redução de custos. Como por exemplo:

- o desejo em possuir determinado bem, que leva ao consumo por impulso sem análise prévia da real necessidade da aquisição;

- a urgência em quitar alguma dívida ou adquirir algum bem, muitas vezes consequência da falta de planejamento e da inexistência de um orçamento familiar.

- ou ainda a falta de acesso a linhas de crédito com taxas de juros apropriadas.

Por conta do trabalho realizado percebo que devo mudar também o processo de ensino dos outros conteúdos dos demais semestres, pois a realização de sequências de ensino, contextualizações e resolução de problemas devem ser realizadas ao longo da disciplina. Desta maneira podemos gerenciar o tempo dedicado a disciplina para poder transversalizar alguns temas que contribuam também para uma formação integral do aluno.

REFERÊNCIAS

ANEFAC. **Pesquisa de Juros ANEFAC**. 2014. Disponível em: <http://www.anefac.com.br/uploads/arquivos/20141210164043247.pdf>. Acesso em: 23 de janeiro de 2015.

BCB. **Relatório de Estabilidade Financeira**. 2014a. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/htms/estabilidade/2014_03/refP.pdf>. Acesso em: 8 de maio de 2014.

BCB. **Relatório de Estabilidade Financeira**. 2014b. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/htms/estabilidade/2014_09/refP.pdf>. Acesso em: 22 de janeiro de 2015.

BCB. **Calculadora do Cidadão**. 2015. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/?calculadora>. Acesso em: 20 de fevereiro de 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998.

BRASíLIA, B. B. de. **Histórico da Poupança**. 2014. Disponível em: <https://portal.brb.com.br/para-voce/investimentos/poupanca/informacoes/historico>. Acesso em: 1 de novembro de 2014.

CAMPOS, M. B. **Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental: uma análise da produção de significados**. Juiz de Fora: Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012.

CNC. **Pesquisa CNC Endividamento e Inadimplência do Consumidor**. 2014. Disponível em: <http://www.cnc.org.br/sites/default/files/arquivos/release_peic_dezembro_2014.pdf>. Acesso em: 23 de janeiro de 2015.

CONEF. **Educação financeira nas escolas: ensino médio: livro do aluno**. Brasília: Conef, 2013.

COREMEC. **Brasil: Implementando a estratégia Nacional de Educação Financeira**. 2013. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf>. Acesso em: 5 de setembro de 2014.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2011.

FOREST, M. **Ensino e aprendizagem de logaritmos através da resolução de problemas**. Pato Branco: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática- Profmat) Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Pato Branco, 2014.

GARCIA, N. M. **Matemática Comercial Financeira: fundamentos e aplicações**. Maringá: Eduem, 2011.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora de UFRGS, 2009.

KIYOSAKI, R. T. **Pai rico, pai pobre para jovens: o que a escola não ensina sobre dinheiro - dicas que podem mudar o seu futuro**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

LIMA, E. L. **Análise Real: Funções de uma Variável**. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.

MANFREDINI, A. M. N. **Pais e Filhos: um estudo da educação financeira em famílias na fase de aquisição**. São Paulo: Dissertação (Mestrado em Psicologia Clínica) Pontifícia Universidade Católica - PUC, 2007.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2010.

MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. **Progressões e Matemática Financeira**. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

NETO, A. A. **Matemática financeira e suas aplicações**. São Paulo: Atlas, 2008.

NETO, A. S. de P. **Matemática financeira: o estudo dos empréstimos consignados e consórcios voltados para o ensino médio**. Fortaleza: Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Ceará, 2014.

PARANá. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do Estado do Paraná**. Curitiba: Secretaria do Estado, 2010.

PIETRAS, G. **Uma Abordagem sobre Matemática Financeira e Educação Financeira no Ensino Médio**. Ponta Grossa: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática- Profmat) Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2014.

REIS, S. R. dos. **Matemática Financeira na Perspectiva da Educação Matemática Crítica**. Santa Maria: Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, 2013.

SAITO, A. T. **Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil**. São Paulo: Dissertação (Mestrado) Universidade de São Paulo, 2007.

SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira: Aplicações à Análise de Investimentos**. São Paulo: Prentice Hall, 2001.

SMOLE, K. S. **Matemática Ensino Médio**. São Paulo: Saraiva, 2010.

SOUZA, A.; CLEMENTE, A. **Matemática financeira: fundamentos, conceitos e aplicações**. São Paulo: Atlas, 1999.

SPC-BRASIL. **Oito em cada dez brasileiros não sabem como controlar as próprias despesas, mostra estudo do SPC Brasil**. 2014. Disponível em: <https://www.spcbrasil.org.br/imprensa/pesquisas/339-oitoemcadadezbrasileirosnaosabemcomocontrolaraspropriasdespesasmostraestudodospcbrasil>. Acesso em: 5 de setembro de 2014.

TOZETTO, V. P. **Calculadora de Acréscimos e Descontos**. 2015a. Disponível em: <http://www.geogebratube.org/student/m162379>. Acesso em: 20 de fevereiro de 2015.

TOZETTO, V. P. **Calculadora de Viabilidade de Consórcios**. 2015b. Disponível em: <http://www.geogebra.org/m/956845>. Acesso em: 20 de fevereiro de 2015.

UOL. **Economia Uol**. 2015. Disponível em: <http://economia.uol.com.br/>. Acesso em: 10 de março de 2015.

WIKIPéDIA. **A Enciclopédia Livre**. 2015. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Tabela_Price>. Acesso em: 8 de maio de 2014.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós Graduação
Mestrado Profissional em Matemática

Curso: Mestrado Profissional em Matemática

Projeto de Pesquisa: Matemática Financeira no Ensino Médio

Pesquisador: Vitor Paulo Tozetto

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Estamos executando uma pesquisa vinculada ao Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT da UTFPR, que tem por objetivo identificar as características financeiras da turma, para assim elaborar uma Sequência Didática que possa contribuir para a educação financeira de cada participante, de forma mais eficaz.

Sua colaboração na pesquisa será muito importante. Por isso, pedimos a sua participação na mesma através do fornecimento de informações através do questionário. As informações que você prestar serão utilizadas apenas para as finalidades da pesquisa e não serão objeto de avaliação pessoal no sentido de verificação de acerto ou erro.

A participação na pesquisa não envolve risco físico, tampouco constrangimento de qualquer natureza. A sua identidade será preservada em todas as fases do projeto e você terá pleno direito de censura sobre os conteúdos que fornecer.

TERMO DE CONSENTIMENTO

Eu, , declaro que fui devidamente esclarecido(a) sobre o projeto de pesquisa e concordo em participar da mesma fornecendo informações através do questionário e da participação nos encontros da Sequência de ensino.

Local, data e assinatura:

1 - Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

2 - Idade:

3 - Por quê estuda a noite? ( ) Trabalha ( ) Maior de 18 anos ( ) Não há vaga no diurno.

4 - Estado Civil: ( ) Solteiro(a) ( ) Casado(a)/União Estável ( ) Divorciado ( ) Outros

5 - Você mora com quem: ( ) Pais ( ) Amigos(as) ( ) Sozinho(a) ( ) Outros:

6 - Qual o número de pessoas na casa onde mora?

( ) 2 Pessoas ( ) 3 Pessoas ( ) 4 Pessoas ( ) 5 Pessoas ( )____Pessoas

Nas questões abaixo considere 'família' as pessoas que residem com você, incluindo-se.

7 - Quantas pessoas de sua família possuem rendimentos?

( ) 2 Pessoas ( ) 3 Pessoas ( ) 4 Pessoas ( ) 5 Pessoas ( )____Pessoas

8 - Sua família recebe bolsa família? ( ) Sim ( ) Não

9 - Você possui renda própria? ( ) Sim ( ) Não   Mesada? ( ) Sim ( ) Não

Se 'Sim'. Responda os questionamentos a seguir de acordo com sua realidade.

a) Que percentual de seus rendimentos são destinados a despesas fixas?

b) Que percentual de seus rendimentos são destinados ao pagamento de dividas?

c) Que percentual de seus rendimentos mensais são destinados a poupança ou a outros investimentos?

10 - Quais das despesas a seguir fazem parte do orçamento de sua família?

( ) Água ( ) Luz ( ) Telefone Fixo ( ) Celular ( ) Internet ( ) Transporte

( ) Educação ( ) Alimentação ( ) TV por assinatura ( ) Outros:

11 - Qual o total aproximado da renda mensal de sua família?

( ) Até R$ 1000,00 ( ) De R$ 2000,00 a R$ 3000,00

( ) De R$ 3000,00 a R$ 5000,00 ( ) Acima de R$ 5000,00

12 - Há algum tipo de controle das receitas e despesas mensais por parte de sua família?

( ) Não. ( ) Sim. De forma informal. ( ) Sim. Através de tabela impressa.

( ) Sim. Através de planilha eletrônica. ( ) Sim. Outra:_______

13 - Em sua família são promovidas conversas a cerca dos rendimentos e das despesas mensais? ( ) Sim ( ) Não

14 - Em sua casa há computador? ( ) Sim ( ) Não

15 - Você possui celular? ( ) Sim ( ) Não

Se 'sim', o dispositivo permite a instalação de aplicativos? ( ) Sim ( ) Não

16 - Possui Internet em casa? ( ) Sim ( ) Não

17 - Quantos aparelhos de TV há em sua casa? ( ) Um ( ) Mais de Um

18 - O que você entende por "educação financeira"?

19 - Quantas pessoas de sua família possuem conta corrente em instituição financeira?

( ) Nenhuma ( ) 1 pessoa ( ) 2 pessoas ( ) 3 pessoas

20 - Responda abaixo quais dos produtos financeiros são utilizados atualmente por sua família.

( ) Casa própria financiada. ( ) Financiamento de Carro ou Moto.

( ) Financiamento de Eletro Eletrônicos. ( ) Empréstimo Pessoal.

( ) Cheque Especial (Limite de Conta Corrente) ( ) Consórcio.

( ) Cartão de Crédito. ( ) Poupança ou Aplicação Financeira. ( ) Outros:

21 - Na sua opinião, ter sucesso na vida está relacionado com ter sucesso financeiro?

( ) Sim ( ) Não

22 - Durante as aulas de matemática nas séries anteriores a metodologia empregada pelo professor foi:

a) ( ) Tradicional (Explica a teoria, da exemplo, deixa exercícios)

b) ( ) Diferente (Motiva, constrói os conceitos, aplica a realidade do aluno)

c) ( ) Moderna (Usa novas tecnologias, motiva, constrói os conceitos, ensina onde aplicar)

23 - Durante as aulas de Matemática nas séries anteriores a quantidade de problemas a serem resolvidos foi:

a) ( ) Pouca (no final de cada unidade de conteúdo trabalhado);

b) ( ) Uma vez por semana;

c) ( ) Em todas as aulas; d) ( ) Raramente e) ( ) Nunca

24 - Você acha que resolver problemas nas aulas de matemática é importante?

a) ( ) Sim b) ( ) não

25 - Se sim, aponte os motivos:

a) ( ) Desenvolvimento do raciocínio lógico e abstrato;

b) ( ) Permite o contato com situações cotidianas;

c) ( ) Contribui para o desenvolvimento da cidadania, colaborando para o crescimento intelectual e maturidade pessoal ao lidar com determinadas situações nas quais se tenha que apontar uma solução;

d) ( ) Motiva a aula e desperta o interesse no conteúdo matemático;

e) ( ) Outros:

26 - Você sente que a escola não o está preparando para a vida real? a) ( ) Sim b) ( ) não

27 - Quando você quer comprar alguma coisa importante para você, seus pais normalmente dizem que não podem pagar? a) ( ) Sim b) ( ) não

28 - Você receia não ter a vida que deseja quando se tornar independente?

a) ( ) Sim b) ( ) não

29 - Você gostaria de aprender a lidar com dinheiro, mas ninguém fala sobre isso na sua casa ou na escola? a) ( ) Sim b) ( ) não

Dê uma olhada na lista a seguir. Pense quais são os métodos que melhor descrevem o seu estilo de aprendizado. Circunde o número correspondente a cada um dos estilos de aprendizado: 1 para o que estiver mais distante de você, e 5 para o mais próximo.

30 - **Inteligência verbal-linguística:** Se você está sempre carregando um livro, circule o 5. Esse tipo de inteligência tem a ver com a leitura, a redação e a língua. Também se diz que a pessoa tem “facilidade para línguas”. 1 2 3 4 5

31 - **Inteligência numérica:** Se você consegue resolver problemas matemáticos de cabeça, circule o 5. Essa inteligência é encontrada em pessoas que pegam dados e números com facilidade. Elas normalmente também são capazes de pensar nas coisas com calma.

1 2 3 4 5

32 - **Inteligência Espacial:** Se ficar fazendo rabiscos no papel o ajuda a se concentrar na aula, ou se você está sempre vendo coisas que gostaria de fotografar, circule o 5. Essa inteligência

é usada para detectar padrões visuais, enxergar estruturas espaciais - e é encontrada em muitos artistas, arquitetos e coreógrafos que são capazes de mentalizar um objeto ou evento bi ou tridimensional e torná-lo concreto. 1 2 3 4 5

As questões a seguir, referem-se a conteúdos específicos de matemática.

33 - Pinte 35% da figura abaixo:

34 - Assinale as sentenças verdadeiras:

( ) 5% = 0,05 ( ) 7% = 0,007 ( ) 32,1% = 0,321 ( ) 20% = 0,02

35 - Calcule:

a) 10% de R$ 450,00 = b) 15% de 800 litros = c) 8% de 60% =

36 - Efetue as divisões a seguir:

$a)\frac{5.356}{100} =$ $b)\frac{86}{100} =$ $c)\frac{7}{100} =$

37 - Márcio sempre faz pesquisa de preços e tenta barganhar algum desconto no pagamento à vista. Dessa vez, Márcio está comprando um tênis cujo valor é R$ 180,00. Após negociar com o vendedor ele obteve um desconto de 18% por pagar à vista. Quanto Márcio pagará pelo tênis?

( ) R$ 145,30 ( ) R$ 147,60 ( ) R$ 151,25 ( ) R$ 165,10

38 - Seu Joaquim possui uma casa avaliada em R$ 230.000,00, a mesma encontra-se alugada por R$ 750,00. Que percentual o valor do aluguel representa do valor do imóvel?

( ) 0,50% ( ) 3,26% ( ) 0,32% ( ) 0,42%

39 - Mariana depositou na poupança R$ 5.000,00, considerando que remuneração da poupança é 0,5% ao mês, quanto Mariana receberá de juros após um ano?

( ) Menos que R$ 300,00 ( ) Exatamente R$ 300,00 ( ) Mais que R$ 300,00

40 - Ana Carla deseja comprar uma geladeira. Cujo valor é R$ 1.800,00 para pagamento em 30 dias ou à vista por R$ 1560,00. Supondo que Ana Carla possua o dinheiro para pagamento à vista, e que se ela pagar a prazo poderá usar seu dinheiro para fazer um negócio que lhe dará 20% de lucro em um mês. Qual das opções é mais vantajosa para Ana Carla? Explique.

( ) À Vista ( ) À Prazo ( ) Indiferente

41 - Qual seu entendimento a respeito de juros? Que taxa de juros você considera abusiva?

APÊNDICE B – RAZÃO E PROPORÇÃO

1) A idade de Marta é 30 anos e a idade de sua filha Ana é 10 anos. Qual é a razão entre as idades de Marta e Ana?

Solução: A razão é $\frac{30}{10} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = 3$

2) Uma caixa de bombons possui 360g de peso líquido e 400g de peso bruto. Qual é a razão do peso líquido para o peso bruto?

Solução: A razão é $\frac{400}{360} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{10}{9}$

3) A razão entre o comprimento da sombra e da altura de um poste é de $\frac{3}{4}$. Se o poste tem 6 m de altura, qual o comprimento da sombra?

Solução: Seja c o comprimento da sombra, tem-se $\frac{3}{4} = \frac{c}{6}$, *logo* $c = \frac{18}{4} = 4,5$ *metros.*

4) Carlos resolveu 12 problemas de Matemática e acertou 8. Cláudia resolveu 30 problemas e acertou 20. Quem apresentou o melhor desempenho?

Solução: Carlos acertou $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ *e Cláudia* $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$. *Portanto Carlos e Cláudia apresentaram o mesmo desempenho.*

5) Sabendo que $a + b = 20$, determine a e b na proporção $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$

Solução: Pela propriedade das proporções temos $5a = 3b$. *Assim, 5a + 5b = 8b, logo* $5 \cdot 20 = 8 \cdot b$ *e portanto* $b = \frac{25}{2}$ *e* $a = \frac{15}{2}$

6) Resolva as seguintes proporções:

a) $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{3}{2}$ b) $\dfrac{1}{a+2} = \dfrac{7}{4}$

Soluções:

a) Pela propriedade das proporções temos 2x-10 = 6. Assim, 2x = 16 e portanto x = 8.

b) Pela propriedade das proporções temos 4 = 7a + 14. Assim, 7a = -10 e portanto a = $-\frac{10}{7}$.

APÊNDICE C – PORCENTAGEM, JUROS SIMPLES, ACRÉSCIMOS E DESCONTOS.

1) Assinale as sentenças verdadeiras:

(*v*) 5% = 0,05 ( ) 7% = 0,007 (*v*) 32,1% = 0,321 ( ) 20% = 0,02 (*v*) 22% = 0,22

2) Calcule: a) 10% de R$150,00 = b) 15% de 300 litros c) 2% de 20%

a) $0,10 \cdot 150 = R\$15,00$ *b)* $0,15 \cdot 300 = 45 litros$ *c)* $0,02 \cdot 20 = 0,4\%$

3) O preço de custo de uma geladeira é de R$ 1200,00. Foi vendida por R$ 1620,00. Qual a taxa percentual de lucro (taxa de acréscimo) sobre o preço de custo?

$PV \cdot f = FV$*, então* $1200 \cdot f = 1620$*, assim* $f = \frac{1620}{1200}$*, logo* $f = 1,35$*, portanto o percentual de lucro é de 35%.*

4) Um carro foi vendido por R$ 11.000,00 dando um lucro de 25% sobre o valor de custo. Qual o valor de custo desse carro?

$PV \cdot f = FV$*, então* $PV \cdot 1,25 = 11000$*, logo* $PV = \frac{11000}{1,25}$*, portanto* $PV = R\$8800,00$

5) A concorrência fez com que um saco de cimento que era vendido por R$ 20,00, fosse vendido por R$ 16,00. Qual foi a taxa de desconto sobre o preço inicial?

$PV \cdot f = FV$*, então* $20 \cdot f = 16$*, logo* $f = \frac{16}{20}$*, assim* $f = 0,8$*, portanto a desvalorização foi de* $(0,8-1) = -0,2 = -20\%$

6) O preço de um litro de gasolina em janeiro de 2009 era de R$ 2,50, sabendo que sofreu um ajuste de 3% em março, 5% em maio e 1% em agosto. Qual o preço atual de um litro do combustível?

Seja P o preço atual de um litro de gasolina, então $P = 2,50 \cdot 1,03 \cdot 1,05 \cdot 1,01 = R\$2,73$

7) Mariana possui uma pequena loja de roupas. Se ela comprou uma calça por R$ 50,00 e deseja revendê-la com uma margem de 38% de lucro, qual deverá ser o preço de venda?

$PV \cdot f = FV$*, então* $50 \cdot 1,38 = FV$*, portanto* $FV = R\$69,00$

8) O lançamento de um novo aparelho de celular fez com que o modelo antigo sofresse desvalorizações sucessivas de 12% e 15%. Calcule o valor atual sabendo que o valor anterior as desvalorizações era de R$ 800,00.

Seja V o valor atual do celular, então $V = 800 \cdot 0,88 \cdot 0,85 = R\$598,40$

9) Em uma loja de móveis todos os produtos são vendidos com margem de lucro de 60%. Se um produto cujo valor de venda é R$ 800,00 for vendido, em um dia de promoção, com 60% de desconto. A loja terá lucro, prejuízo ou nenhum dos dois?

Primeiro calculamos o preço de custo desse produto, assim $PV \cdot f = FV$*, então* $PV \cdot 1,60 = 800$*, então* $PV = \frac{800}{1,60}$*, portanto* $PV = R\$500,00$

Na sequência calculamos o preço de venda com desconto, assim $800 \cdot 0,40 = FV$*, portanto* $R\$320,00$*. Assim concluímos que a loja terá prejuízo de* $R\$500 - R\$320 = R\$180,00$*.*

10) Alex tomou R$ 5.000,00 emprestado de um amigo, a juros simples de 2,50% a.m. Se Alex desejar pagar a divida em uma única parcela, após um ano. Calcule:

a) O valor dos Juros.

Utilizando a fórmula de juros simples temos $J = C \cdot i \cdot t$*, assim* $J = 5000 \cdot 0,025 \cdot 12 = R\$1500,00$

b) O Montante.

$M = 5000 + 1500 = R\$6500,00$

11) Dispondo de R$ 90.000,00 de capital uma pessoa deseja obter um rendimento (lucro) R$ 32.000,00, a que taxa de juros simples mensal o dinheiro deverá ser aplicado no prazo de 5 meses para que obtenha o rendimento desejado?

Utilizando a fórmula de juros simples temos $J = C \cdot i \cdot t$ *logo* $32000 = 90000 \cdot i \cdot 5$*, assim* $i = \frac{32000}{450000} = 0,0711 = 7,11\%$

12) Um capital de R$ 100.000,00 foi aplicado à taxa de juros simples de 4% a.m. Após um semestre, qual o valor do montante obtido?

$M = C + J$*, então* $M = 100000 + 100000 \cdot 0,04 \cdot 6 = 100000 + 24000 = R\$124.000,00$

13) Um boleto bancário no valor de R$ 4000,00 apresenta a seguinte mensagem: “Após vencimento cobrar multa de 3% mais juros simples de 0,6% ao dia”. Quanto pagará ao todo um cliente que atrasar 8 dias?

Multa: $M = 4000 \cdot 0,03 = R\$120,00$ *e Juros:* $J = 4000 \cdot 0,006 \cdot 8 = R\$192,00$*, portanto o valor total do boleto, acrescido de multa e juros, será de R$4.312,00.*

APÊNDICE D – JUROS COMPOSTOS

Exemplos:

1) João recebeu seu 13º salário no valor de R\$ 1.500,00 e resolveu depositá-lo em caderneta de poupança. Quanto obterá no prazo de 24 meses, sabendo que o rendimento médio da poupança é de 0,58% ao mês?

Solução: $n = 24$, $i = 0,0058$, $PV = 1500$

$VF = PV \cdot (1+i)^n = 1500 \cdot (1+0,0058)^{24} = 1500 \cdot 1,0058^{24} = 1500 \cdot 1,148891 = 1723,34$

Portanto, João obterá o montante de R\$ 1.723,34 após 24 meses da data do depósito.

2) Maria pretende adquirir um bem daqui a 10 meses no valor de R\$ 3.000,00. Quanto terá que depositar hoje, sabendo que o rendimento de determinada aplicação é de 1% ao mês?

Solução: $n = 10$, $i = 0,01$, $FV = 3000$

$PV \cdot (1+i)^n = VF \Leftrightarrow \frac{PV \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n} = \frac{VF}{(1+i)^n} \Leftrightarrow PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$

Logo, $PV = \frac{3000}{(1+0,01)^{10}} = \frac{3000}{1,01^{10}} = \frac{3000}{1,104622} = 2715,86$

Portanto, Maria deverá depositar R\$ 2.715,86 para obter o valor desejado.

3) Um cidadão emprestou a quantia de R\$ 800,00, ficando acertado que o tomador pagará no prazo de 6 meses a quantia de R\$ 950,00. Qual a taxa de juros mensal da operação?

Solução: $n = 6$, $PV = 800$, $FV = 950$

$VF = PV \cdot (1+i)^n \Leftrightarrow 950 = 800 \cdot (1+i)^6 \Leftrightarrow (1+i)^6 = \frac{950}{800} \Leftrightarrow i = 1,1875^{\frac{1}{6}} - 1$

$i = 0,0290$

Portanto, a taxa de juros mensal da operação é de 2,90%.

4) Carlos está planejando comprar um bem no valor de R\$ 700,80. Para isso deposita a quantia de R\$ 500,00 em conta aplicação. Sabendo que o rendimento médio é de 0,95% ao mês, em quanto tempo terá dinheiro suficiente para comprar o bem?

Solução: $i = 0,0095$, $PV = 500$, $FV = 700$

$VF = PV \cdot (1+i)^n \Leftrightarrow 700,80 = 500 \cdot (1+0,0095)^n \Leftrightarrow (1,0095)^n = \frac{700,80}{500} \Leftrightarrow log(1,0095)^n = log(1,4016) \Leftrightarrow n \cdot log(1,0095) = log(1,4016) \Leftrightarrow n = \frac{log(1,4016)}{log(1,0095)} = 35,6$

Portanto, em aproximadamente 35,6 meses Carlos terá o valor desejado.

Exercícios:

1- Supomos que uma pessoa tome emprestado a importância de R$ 1.000,00, pelo prazo de 4 meses, à taxa de 10% ao mês. Qual será o valor a ser pago após esse prazo?

MÊS n	Saldo Devedor no início do mês n	Juro do mês n	Saldo Devedor no final do mês n
1	R$ 1000,00	R$ 100,00	R$ 1.100,00
2	R$ 1.100,00	R$ 110,00	R$ 1.210,00
3	R$ 1.210,00	R$ 121,00	R$ 1.331,00
4	R$1.331,00	R$ 133,10	R$ 1.464,10

2- Um capital de R$ 6.000,00 é aplicado a juros de 3,5% ao mês. Calcule FV após 10 meses?

Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $FV = 6000 \cdot 1,035^{10}$, *portanto* $FV = R\$8.463,59$

3- Descubra a taxa mensal que foram aplicados a R$ 1.200,00 sendo que no final de 8 meses atingiu um valor de R$1.706,52:

Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $1706,52 = 1200 \cdot (1+i)^8$, *logo* $(\frac{1706,52}{1200})^{\frac{1}{8}} = 1+i$, *portanto* $i = 1,04499 - 1 = 4,499\%$

4- Determine o Montante a pagar de um empréstimo de R$ 15.000,00 liquidado depois de 45 dias, sabendo que a taxa cobrada é de 4% ao mês:

a) Juros Compostos (também chamado de método exponencial)

Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $FV = 15000 \cdot 1,04^{1,5}$, *portanto* $FV = R\$15.908,94$

b) Juros Simples (também chamado de método linear)

Utilizando a fórmula de juros simples $M = C + J = C + C \cdot i \cdot t$, *temos* $M = 15000 + 15000 \cdot 0,04 \cdot 1,5$, *portanto* $M = R\$15.900,00$

5- Descubra o capital que rende um montante de R$ 3.900,10, quando aplicado à taxa de 2,8% ao mês durante 1 ano.

Da fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $3900,10 = PV \cdot 1,028^{12}$, *logo* $PV = \frac{3900,10}{1,3928917}$, *portanto* $PV = R\$2.800,00$

6- Aplicou-se R$ 12.500,00 durante 24 dias a juros fixos de 6% ao mês. Qual o valor a ser resgatado?

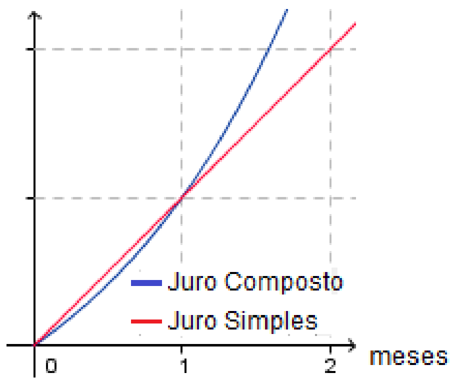
a) Juros Compostos

Da fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $FV = 12500 \cdot 1,06^{\frac{24}{30}} = 12500 \cdot 1,0477 = 13096,25$, *logo* $FV = R\$13.096,25$

b) Juros Simples

Utilizando a fórmula de juros simples $M = C + J = C + C \cdot i \cdot t$, *temos* $M = 12500 + 12500 \cdot 0,06 \cdot \frac{24}{30}$, *portanto* $M = R\$13.100,00$

c) Porque nesse caso os Juros são maiores quando calculados na modalidade Simples do que na modalidade Composta?



7- Financiou-se certa quantia a juros compostos e no final de um ano a dívida dobrou o valor. Qual foi a taxa de juros mensal utilizada?

Da fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *como a dívida dobrou após um ano, então* $2 \cdot PV = PV \cdot (1+i)^{12}$, *logo* $2^{\frac{1}{12}} = 1 + i$ *então* $i + 1 = 1,05946$, *e portanto* $i = 0,05946 = 5,95\% a.m.$

8- Marcos deseja comprar um celular no valor de R$ 850,00, porém ele só possui R$ 700,00. Por quanto tempo ele deverá manter seu dinheiro em uma aplicação que rende 0,90% a.m.?

Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $850 = 700 \cdot 1,009^n$, *então* $log\frac{850}{700} = log1,009^n$, *assim* $n = \frac{log1,2142}{log1,009}$, *logo* $n = \frac{0,08432}{0,00389}$, *e portanto* $n = 21,6 meses$

APÊNDICE E – EXERCÍCIOS-TABELA PRICE

Exercícios

01 - O preço à vista de uma televisão é R$ 500,00. Poderá ser pago em 3 prestações mensais e iguais, sem entrada. A taxa cobrada é 7% ao mês. Construa a planilha do financiamento.

Nº Prest.	Valor/Prestação	Juros	Quota Amortizada	Saldo devedor
0	R$ 0,00	0	0	R$ 500,00
1	R$ 190,53	R$ 35,00	R$ 155,53	R$ 344,47
2	R$ 190,53	R$ 24,11	R$ 166,41	R$ 178,06
3	R$ 190,53	R$ 12,46	R$ 178,06	R$ 0.00
Total	R$ 571,58	R$ 71,58	R$ 500,00	R$ 0,00

2-Uma moto está a venda por R$ 5000,00 à vista, mas poderá ser paga em 6 vezes sem entrada. Sendo a taxa de juros de 2,5% a.m., construa a planilha do financiamento.

Nº Prest.	Valor/Prestação	Juros	Quota Amortizada	Saldo devedor
0	R$ 0,00	0	0	R$ 5.000,00
1	R$ 907,75	R$ 125,00	R$ 782,75	R$ 4.217,25
2	R$ 907,75	R$ 105,43	R$ 802,32	R$ 3.414,93
3	R$ 907,75	R$ 85,37	R$ 822,38	R$ 2.592,55
4	R$ 907,75	R$ 64,81	R$ 842,94	R$ 1.749,62
5	R$ 907,75	R$ 43,74	R$ 864,01	R$ 885,61
6	R$ 907,75	R$ 22,14	R$ 885,61	R$ 0,00
Total	R$ 5.446,50	R$ 446,50	R$ 5.000,00	R$ 0.00

3- O preço à vista de uma mercadoria é R$ 1.300,00. Se o cliente preferir poderá financiar em $1+9$. Determine o valor da prestação sabendo que a taxa mensal de juros cobrada é 5%.

Solução: Utilizando a fórmula para cálculo da parcela, obtemos $P = 1300 \cdot [\frac{0{,}05\cdot(1+0{,}05)^{10}}{(1+0{,}05)^{10}-1}] = R\$168{,}36$, *porém este é o valor da parcela para financiamento sem entrada, assim devemos antecipar todas as parcelas em um período, tomando* $P = \frac{168{,}36}{1{,}05} = R\$160{,}34$

4- Um carro usado está a venda por R$ 5.400,00. O vendedor oferece as seguintes condições: 40% de entrada e o restante em parcelas iguais de R$ 491,22 com taxa de 4,5% ao mês. Em quantas parcelas foi feito o financiamento?

Solução: Após o pagamento do valor de entrada resta 60% do valor para ser financiado, ou seja, $V = 5400 \cdot 0,60 = R\$3240,00$
Assim, utilizando-se da calculadora do cidadão obtemos o resultado de 8 meses, conforme tela ao lado:

APÊNDICE F – EXERCÍCIOS-CALCULADORA DO CIDADÃO

1- Seu João comprou um sofá e uma mesa de jantar em 8 parcelas iguais de R$ 836,68. Sabendo que a taxa de juros do crediário da loja de móveis é de 5,5% a.m., então:

a) Calcule o valor para pagamento à vista.

Utilizando a calculadora do cidadão, na aba "Financiamento", encontramos que o valor financiado para pagamento à vista foi de R$ 5.300,00.

b) Se ao invés de parcelar, João optar por esperar, e comprar os móveis após 8 meses, depositando mensalmente o mesmo valor que pagaria por cada prestação (R$ 836,68) em uma conta aplicação com rendimento de 1% a.m. Calcule o valor da diferença entre a compra à vista e da compra à prazo após os 8 meses. Quantos por cento essa diferença representa do valor à vista?

Utilizando a calculadora do cidadão, na aba "Aplicação", descobrimos que após 8 meses João terá $R\$7.001,78$ *em sua aplicação financeira. Podendo assim comprar seus móveis à vista e ainda lhe sobrará* $R\$1.701,78$ *sendo que essa diferença representa 32,10% do valor dos móveis.*

2- Pedro consegue economizar mensalmente R$ 500,00 de seu salário, e está pensando em comprar um carro semi-novo no valor de R$ 16.000,00. Considerando a taxa de juros do financiamento igual a 2,5% a.m., e a remuneração da aplicação igual a 0,9% a.m.

Faça as contas e descreva:

a) O número de parcelas do financiamento.

Utilizando a calculadora do cidadão, na aba "Financiamento", encontramos que o financiamento de Pedro será de 65 meses.

b) Se Pedro desejar economizar para pagar à vista, após quantos meses conseguirá comprar o carro?

Utilizando a calculadora do cidadão, na aba "Aplicação", encontramos que após 28 meses Pedro conseguirá comprar seu carro pagando à vista.

c) Qual a diferença, no final do prazo do financiamento, entre comprar à prazo ou à vista?

Se Pedro financiar seu carro, no final de 65 meses terá apenas o carro, por outro lado, se Pedro economizar e comprar à vista, no final dos 65 meses terá seu carro e mais uma aplicação financeira no valor de R$ 22.033,80.

d) Se Pedro comprar à vista, e depositar o valor da diferença (calculado anteriormente) em uma aplicação. Calcule o valor dessa aplicação após, 5, 10 e 20 anos.

Utilizando a calculadora do cidadão, na aba "Valor Futuro" obtemos: - Após 5 anos: R$ 37.718,93; - Após 10 anos: R$ 64.569,79 e Após 20 anos: R$ 189.220,99

3- Ao fazer as compras mensais de supermercado dona Maria sabe que se fazer pesquisa de preços, antes de ir as compras, economiza em média 22%. Considerando que dona Maria gasta em média R$ 1000,00 de supermercado por mês, sem fazer pesquisa de preços, calcule:

a) Quanto dona Maria economizará por mês se fizer pesquisa de preços?

Basta calcularmos 22% de R$ 1000,00, ou seja, $1000 \cdot 0,22 = 220,00$

b) Se dona Maria aplicar a 0,8% a.m. o valor economizado mensalmente. Calcule o saldo da aplicação após, 5, 10 e 15 anos.

Utilizando a calculadora do cidadão, na aba "Aplicação" obtemos: - Após 5 anos: R$ 16.992,11; - Após 10 anos: R$ 44.400,23 e Após 15 anos: R$ 88.609,27

4- Marcos um jovem de 17 anos, começou a trabalhar a pouco tempo, e recebe R$ 1.100,00 de salário mensal. Tudo estava indo muito bem até Marcos começar a utilizar seu cartão de crédito de forma inadequada. Ele gastou durante 6 meses R$ 800,00 em compras por mês, porém sempre pagou o valor mínimo de 30% da fatura. Assim:

a) Calcule a dívida de Marcos após os 6 meses considerando a taxa de juros de 12% ao mês.

O total da dívida após 6 meses será de R$ 1.990,55, conforme tabela a seguir:

Mês	Gastos do mês	Dívida anterior + Juros	Dívida Total	Valor Pago	Dívida Remanescente
1	R$ 800,00	R$ -	R$ 800,00	R$ 240,00	R$ 560,00
2	R$ 800,00	R$ 627,20	R$ 1.427,20	R$ 428,16	R$ 999,04
3	R$ 800,00	R$ 1.118,92	R$ 1.918,92	R$ 575,68	R$ 1.343,25
4	R$ 800,00	R$ 1.504,44	R$ 2.304,44	R$ 691,33	R$ 1.613,11
5	R$ 800,00	R$ 1.806,68	R$ 2.606,68	R$ 782,00	R$ 1.824,68
6	R$ 800,00	R$ 2.043,64	R$ 2.843,64	R$ 853,09	R$ 1.990,55

b) Na sua opinião Marcos terá condições de pagar a sua dívida? Ajude-o com alternativas.

Resposta pessoal

c) Calcule o impacto dessa atitude de Marcos, em seu capital, após 5 e 10 anos, considerando a alternativa que você encontrou para o pagamento da dívida e que o valor desperdiçado fosse aplicado a 0,9% ao mês.

Resposta pessoal

APÊNDICE G – CONSÓRCIOS

Utilizando uma planilha eletrônica, conforme modelo e orientações a seguir, calcular o valor M assim como a probabilidade de obter sucesso na contemplação por lance, nas opções de consórcio abaixo. Para isso, pesquisar nos sites da Cetip (http://www.cetip.com.br/) e do Banco do Brasil (*http://www37.bb.com.br/portalbb/rendimentosPoupanca/CPR1,2,99.bbx?tipoPessoa=1*) os rendimentos do índice DI e da poupança, respectivamente, para utilizar como segunda opção de investimento.

PROBABILIDADE DE SUCESSO NA AQUISIÇÃO DE CONSÓRCIO

CONTEMPLAÇÃO POR SORTEIO

Valor do CONSÓRCIO (C):	R$ 17.250,00
Valor da Parcela (P):	R$ 291,00
Número de Parcelas (n):	70
Taxa de Juros Aplicação (I):	0,80%
Mês Limite de Sucesso (M):	**13**
Probabilidade de Sucesso:	**19%**

C11 >> =C7-LOG((C6*(1-(1+C9)^C7))/(-C9*C5))/LOG(1+C9)

C12 >> =C11/C7

Fonte: Criação própria

Exemplos:

Motocicletas

FIPAL CONSÓRCIO

Grupo 209		
Código do Bem	Crédito (R$)	Parcela 70 meses (R$)*
XRE 300 ABS HONDA	17.250,00	291,00
XRE 300 HONDA	15.510,00	261,00
FAZER 250 IE YAMAHA	12.600,00	212,00
NXR-150 BROS ESD	11.900,00	201,00

* Parcela sem seguro de vida.

Grupo 212		
Código do Bem	Crédito (R$)	Parcela 70 meses (R$)*
CBR 250 R ABS	20.600,00	338,00

Rede Oeste consórcios

GRUPO 096

			Prazo do grupo 72 meses		Prazo reduzido 72 meses	
CÓD.	BEM	CREDITO	C/ SEG.	S/ SEG.	C/ SEG.	S/ SEG.
520	UNO EVO FLEX 195/102	26.370,00	445,09	421,19	-	-
521	CELTA 1.0 5G8FC/R9B	27.360,00	461,79	437,00	-	-
507	90% GOL 5U3TN4	29.160,00	492,17	465,75	-	-
522	92% KA IS 1.0	30.000,00	506,36	479,17	-	-
523	94% PALIO 196/271/0	31.023,00	523,62	495,51	-	-
393	CELTA 5P48FE/R8G	33.300,00	562,06	531,88	-	-
394	PALIO 196/271/0 1.0	34.470,00	581,81	550,57	-	-
524	FOX 1.0 5Z31R4	34.020,00	574,21	543,3	-	-
395	SANDERO B9BR09136	34.510,00	582,47	551,20	-	-
128	CLIO 1.0 CBBR08682	34.900,00	589,06	557,44	-	-
589	GOL TRACK 5U3XN4	36.700,00	619,45	586,19	-	-
581	ONIX 1.0-5S48BE/R7H	37.590,00	634,46	600,40	-	-
582	ONIX 1.4-5S48LE/R7L	42.090,00	710,42	672,28	-	-
396	FOX 5Z56E4	43.800,00	739,28	699,59	-	-
271	FOX 5Z56E6	46.038,00	777,05	735,33	-	-
583	ONIX 1.4-5T48LE/R7P	49.940,00	842,93	797,67	-	-
397	POLO 1.6 9A52N6	50.680,00	855,41	809,48	-	-
324	SAVEIRO 5UCTE4	51.170,00	863,68	817,31	-	-
513	SANDERO B9BR09150	40.450,00	682,74	646,08	-	-

Nos mesmos endereços eletrônicos (*http://www.consorciofipal.com.br/motocicletas* acesso no dia 31/10/2014 e *http://www.consorcioredeoeste.com.br/?pg=pg_consorcio_plano.php* acesso no dia 31/10/2014) podem ser consultadas outras opções de consórcios, como imóveis, automóveis, motocicletas e serviços.

APÊNDICE H – FLUXO DE CAIXA E JUROS COMPOSTOS

Exemplo

01) Supomos uma conta corrente que atualiza os valores nela contidos, numa taxa de 5% ao mês, tendo a seguinte situação:

Dia 05/03: depósito de R$ 600,00

Dia 05/04: depósito de R$ 500,00

Dia 05/05: depósito de R$ 800,00

Dia 05/06: depósito de R$ 700,00

Qual o valor contido na conta no dia 05/07?

Uma Solução: O saldo em 05/07 é dado pela soma dos valores futuros de cada um dos depósitos, logo:

$S = FV_{05/03} + FV_{05/04} + FV_{05/05} + FV_{05/06} = 600 \cdot 1,05^4 + 500 \cdot 1,05^3 + 800 \cdot 1,05^2 + 700 \cdot 1,05 = R\$2.925,12$

Exercícios

1- Ao comprar um aparelho de som, paguei R$ 120,00 para 30 dias; R$ 250,00 com 60 dias e R$ 350,00 com 90 dias. Sabe-se que o juro do financiamento é de 8,26% ao mês. Qual é o preço à vista desse aparelho?

Uma Solução: O preço à vista é dado pela soma dos valores presentes de cada pagamento, logo:

$V = PV_{30} + PV_{60} + PV_{90} = \frac{120}{1,0826} + \frac{250}{1,0826^2} + \frac{350}{1,0826^3} = R\$600,00$

2- Qual o preço à vista de um eletrodoméstico que está a venda por 1 + 2 de R$ 104,43, sendo cobrado juros de 4,5% ao mês?

$Solução : V = PV_1 + PV_2 + PV_3 = 104,43 + \frac{104,43}{1,045} + \frac{104,43}{1,045^2} = R\$300,00$

3- Um cliente, ao fazer um empréstimo, pagará uma taxa de 5% ao mês. O empréstimo será devolvido em 2 vezes, a saber:

a) R$ 3.472,88 após 3 meses do empréstimo

b) R$ 2.814,20 após 7 meses do empréstimo

Suponha que o devedor resolva pagar em uma única parcela após 5 meses do empréstimo. Qual será o valor da parcela?

Solução: O valor da parcela será dada pela soma do valor futuro da primeira parcela com o valor presente da segunda parcela, ou seja, $P = FV_1 + PV_2 = 3472,88 \cdot 1,05^2 + \frac{2814,20}{1,05^2} = R\$6.381,41$

Qual foi o valor emprestado?

Solução: Basta calcularmos o valor presente da parcela calculada anteriormente, ou seja, $V = \frac{6381,41}{1,05^5} = R\$5000,00$

4- Determine a taxa mensal de desconto composto utilizada numa duplicata no valor de R$ 900,00 paga 83 dias antes do vencimento no valor de R$ 746,10:

Solução: Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $900 = 746,10(1+i)^{\frac{83}{30}}$, *logo* $i = \left(\frac{900}{746,10}\right)^{\frac{30}{83}} = 0,070134$, *portanto* $i = 7,01\%$

5- Ao efetuar a compra de um produto que custava R$ 256,00, paguei com cheque de R$ 268,11 para 17 dias. Qual a taxa mensal de juros composta cobrada na compra?

Solução: Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $268,11 = 256(1+i)^{\frac{17}{30}}$, *logo* $i = \frac{268,11}{256}^{\frac{30}{17}} = 0,084983$, *portanto* $i = 8,5\%$

6- Pedi emprestada uma quantia com taxa de 3% ao mês. Tive que devolver o dobro do que usei. Por quanto tempo mantive o empréstimo? OBS: Método Exponencial

Solução: Utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $2 \cdot PV = PV \cdot 1,03^n$, *logo* $n = \frac{log2}{log1,03} = 23,44977$, *portanto em aproximadamente 23,45 meses.*

7- Um título de valor nominal R$ 6.723,00 ao ser resgatado 52 dias antes do vencimento ficou reduzido a R$ 5.624,45. Qual a taxa de juros mensal aplicada, sabendo que o método utilizado foi desconto composto?

Solução: utilizando a fórmula de juros compostos $FV = PV(1+i)^n$, *temos* $6723 = 5624,45(1+i)^{\frac{52}{30}}$, *logo* $i = \frac{6723}{5624,45}^{\frac{30}{52}} = 0,108413$, *portanto* $i = 10,84\%$

8- Que montante receberá um aplicador que tenha investido R$ 5.000,00, se a taxa de juros contratada é de 31,8% a.a., capitalizado mensalmente, pelo período de 2 anos e 7 meses?

Solução: Taxa de juros mensal é 2,65%, assim, $FV = 5000 \cdot 1,0265^{31} = R\$11.248,58$

9- Certa loja tem o preço à vista numa mercadoria de R$ 420,00 mas financia cobrando 5,3% de juros ao mês. Um cliente levou o produto nas seguintes condições:

- R$ 50,00 de entrada

- R$ 100,00 com 30 dias

- R$ 120,00 com 60 dias

Quanto deverá pagar em 120 dias, para liquidar a dívida?

Solução: Calculemos o valor à vista das parcelas, assim, $PV = PV_0 + PV_1 + PV_2 = 50 + \frac{100}{1,053} + \frac{120}{1,053^2} = R\$253,19$*, logo a dívida no momento inicial é de 420-253,19=166,81, portanto a dívida após 3 meses é de* $FV = 166,81 \cdot 1,053^3 = 194,76$.

10- Um automóvel está sendo vendido com uma entrada de R$ 2.000,00, uma prestação de R$ 3.200,00 após um mês e outra de R$ 4.300,00 após 2 meses. Supondo uma taxa de 2,9% ao mês, encontre o preço à vista desse automóvel:

Solução: Calculemos o valor à vista das parcelas, assim, $PV = PV_0 + PV_1 + PV_2 = 2000 + \frac{3200}{1,029} + \frac{4300}{1,029^2} = R\$9.170,86$.

APÊNDICE I – AVALIAÇÃO - MATEMÁTICA FINANCEIRA

COLÉGIO ESTADUAL TANCREDO NEVES - EFM – SÃO JOÃO - PR			
ALUNO(A):______________________________ Nº_____	**SÉRIE: 2º D**		**DATA: ____/___/___**
AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	**PROF.º: VITOR**	**3º TRIMESTRE**	**NOTA:_____**

01) Quais das ferramentas e conceitos estudados durante as aulas de matemática financeira podem ser utilizados para melhorar sua organização e planejamento financeiro? Justifique. *Resposta Pessoal*

02) Na sua opinião, pequenas economias domésticas podem refletir em um ganho de capital significativo no decorrer dos anos? De um exemplo numérico demonstrando a opinião dada. *Resposta Pessoal*

03) Quais os cuidados que devem ser tomados ao utilizar cartão de crédito e cheque especial? De um exemplo numérico sobre a má utilização desses produtos financeiros. *Resposta Pessoal*

04) Calcule: a) 8% de R\$150,00 = b) 35% de 300 litros = c) 90% de 50% do lucro de uma empresa = *Solução: a)* $150 \cdot 0,08 = R\$12,00$ *b)*$300 \cdot 0,35 = 105 litros$ *c)* $0,90 \cdot 50 = 45\%$

05) O preço de custo de uma geladeira é de R\$ 1350,00. Se ela foi vendida por R\$ 1700,00. Qual a taxa percentual de lucro sobre o preço de custo?

Solução: $FV = PV \cdot f$*, logo* $1700 = 1350 \cdot f$*, então* $f = \frac{1700}{1350} = 1,2592$*, portanto o percentual de lucro foi de 25,92%.*

06) Um carro foi vendido por R\$ 32.000,00 dando um lucro de 16% sobre o valor de custo. Qual o valor de custo desse carro?

Solução: $FV = PV \cdot f$*, logo* $32000 = PV \cdot 1,16$*, portanto* $PV = \frac{32000}{1,16} = R\$27.586,21$

07) a) O lançamento de um novo modelo de celular fez com que o modelo antigo que era vendido por R\$ 750,00, fosse vendido por R\$ 600,00. Qual o percentual de desvalorização sofrido pelo preço desse aparelho?

Solução: $FV = PV \cdot f$, *logo* $600 = 750 \cdot f$, *então* $f = \frac{600}{750} = 0,8$, *portanto a desvalorização foi de 20%.*

b) Você compraria o novo modelo de celular no valor de R$ 950,00? Justifique sua resposta. *Resposta Pessoal*

08) Durante 24 meses, um cidadão deposita mensalmente a quantia de R$ 300,00. Quanto terá ao final da aplicação, sabendo que o rendimento médio dessa aplicação é de 0,8% ao mês?

Solução: Utilizando a calculadora do cidadão, na opção "Aplicação", encontramos R$ 7.966,17.

09) Carlos está pensando em comprar uma moto que custa à vista R$ 6200,00. O vendedor oferece a opção de pagar em 48 parcelas fixas de R$ 220,00, sem entrada. Qual a taxa de juros embutido no financiamento?

Solução: Utilizando a calculadora do cidadão, na opção "financiamento", encontramos 1,83% a.m.

10) a) Verifique e cite algumas de suas despesas mensais que podem ser reduzidas, assim simule que esse valor seja depositado mensalmente em uma conta aplicação com rendimento de 1% ao mês. Qual o montante obtido após 5 e 10 anos? *Resposta Pessoal*

b) Qual instrumento usaria para controlar seus gastos diários? *Resposta Pessoal*

APÊNDICE J – AVALIAÇÃO DE RECUPERAÇÃO - MATEMÁTICA FINANCEIRA

COLÉGIO ESTADUAL TANCREDO NEVES - EFM – SÃO JOÃO - PR			
ALUNO(A):______________________________ Nº_____	SÉRIE: 2º D		DATA: ____/___/___
AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA	PROF.º: VITOR	3º TRIMESTRE	NOTA:_____

1) (1,0) Assinale as sentenças verdadeiras:

a)(x) 5% = 0,05 b)( ) 7% = 0,007 c)(x) 32,1% = 0,321 d)( ) 20% = 0,02 e)(x) 22% = 0,22

2) (1,0) Calcule:

a) 10% de R$150,00 b) 15% de 300 litros c) 110% de R$ 220,00 d) 2% de 20%

Solução: a) $150 \cdot 0,10 = R\$15,00$ *b)*$300 \cdot 0,15 = 45 litros$ *c)* $220 \cdot 1,10 = R\$242,00$ *d)*$20 \cdot 0,02 = 0,4\%$

3) (1,0) Um imóvel foi vendido por R$ 120.000,00. Sabendo-se que o lucro foi de 30%, qual o valor do lucro em reais?

Solução: Temos que $FV = PV \cdot f$, *logo* $120000 = PV \cdot 1,30$, *então* $PV = \frac{120000}{1,30} = R\$92.307,69$, *portanto o lucro foi de R$27.692,31.*

4) (1,0) Marcos possui uma casa, a qual alugou por 720,00. Se o aluguel corresponde a 0,4% do valor do valor da casa, calcule o valor da mesma.

Solução: Temos que $FV = PV \cdot f$, *logo* $720 = PV \cdot 0,004$, *portanto* $PV = \frac{720}{0,004} = R\$180.000,00$

5) (2,0) Aplicou-se R$ 12.000,00 durante 3 meses numa taxa de 2% ao mês. Qual o valor a ser resgatado?

a) A Juros Compostos?

Solução: $FV = 12000 \cdot 1,02^3 = 12.734,50$

b) A Juros Simples?

Solução: $M = C + J = 12000 + 12000 \cdot 0,02 \cdot 3 = 12.720,00$

6) (1,0) O lançamento de um novo aparelho de celular fez com que o modelo antigo sofresse desvalorizações sucessivas de 12% e 15%. Calcule o valor atual sabendo que o valor anterior as desvalorizações era de R$ 800,00.

Solução: $800 \cdot (1 - 0,12) \cdot (1 - 0,15) = 800 \cdot 0,88 \cdot 0,85 = R\$598,40$

7) (1,0) Alex tomou emprestado, junto a uma instituição financeira, certo valor pelo qual irá pagar em três parcelas de R$ 400,00, em 30, 60 e 90 dias. Sabendo que a taxa praticada na operação foi de 3%. Calcule o valor do empréstimo.

Solução: Utilizando a fórmula de juros compostos, $FV = PV(1+i)^n$ *devemos encontrar o valor presente para cada uma das parcelas, logo para a primeira parcela temos* $PV_1 = \frac{400}{1,03} = 388,35$*, para a segunda parcela* $PV_2 = \frac{400}{1,03^2} = 377,04$ *e para a terceira parcela* $PV_1 = \frac{400}{1,03^3} = 366,06$ *e portanto o valor para pagamento à vista é igual a soma desses três valores, ou seja, R$1.131,45.*

8) (2,0) Escreva um texto, de pelo menos 10 linhas, sobre os aprendizados que obteve durante as aulas de matemática financeira, detalhando as ferramentas e os conceitos apresentados, e quais benefícios poderá obter com a utilização desses instrumentos em sua vida financeira. Enriqueça seu texto com exemplos.

Resposta Pessoal

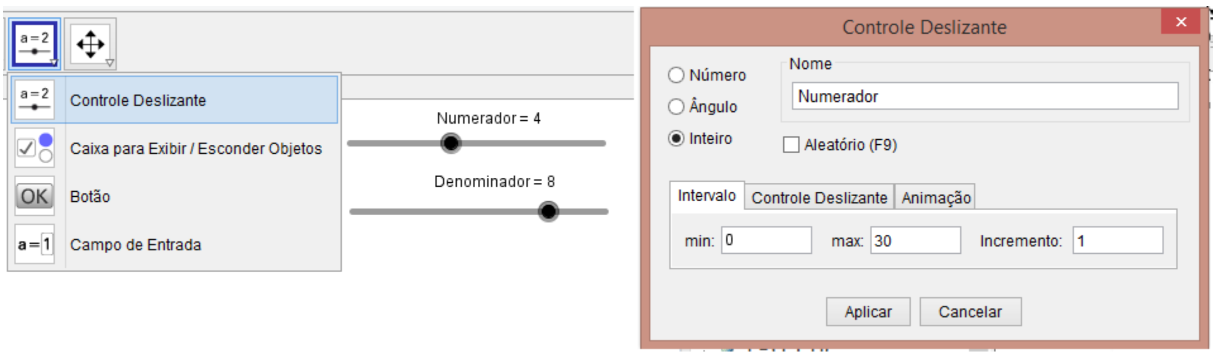
APÊNDICE K – CONSTRUÇÃO COM SOFTWARE GEOGEBRA

O leitor não familiarizado com o Software Geogebra pode desconsiderar essa seção em uma primeira leitura, caso só deseje manipular, veja (TOZETTO, 2015b).

A seguir apresentamos as etapas para construção, no software Geogebra, de uma ferramenta que permite explorar geometricamente razões entre números naturais, a qual objetiva facilitar o aprendizado deste conceito, uma vez que a construção é dinâmica e permite ao aluno visualizar as razões escolhidas.

Etapa 01: Criando Numerador e Denominador

Clicando no botão controle deslizante criar Numerador e Denominador nos números inteiros. Para o Numerador, min: 0, max: a e Incremento: 1. Para o Denominador, min: 1, max: b e Incremento: 1.



Etapa 02: Criando retângulos

Criar uma semi-reta, por simplicidade pode ser paralela ao eixo x.

A partir da origem A da semi-reta, criar uma circunferência de raio 1.

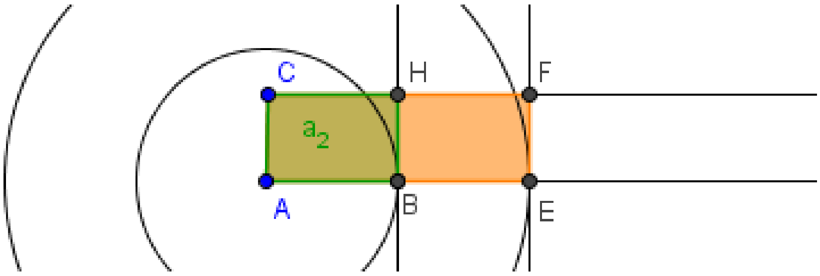
Marcar o ponto B, de intersecção da semi-reta com a circunferência.

Construir um retângulo a partir do ponto A, no qual o segmento AB é um dos lados do retângulo, e os lados perpendiculares ao segmento AB, de preferência, devem ter medida inferior a $\overline{AB} = 1$, sendo $\overline{AB}$ o comprimento do segmento AB.

A partir da origem A, da semi-reta criar uma circunferência de raio Numerador/Denominador, para isso, escolha o botão “Círculo dados Centro e Raio” e clique sobre o ponto A, onde será solicitado o raio, então digite “Numerador/Denominador”.

Marcar o ponto E, de intersecção da semi-reta com a circunferência.

Construir um retângulo a partir do ponto A, com a mesma altura do retângulo anterior, onde o segmento AE é um dos lados do mesmo.



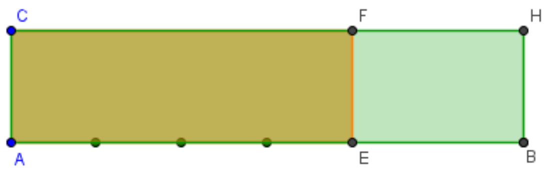
Ocultar as retas, semi-retas e circunferências utilizadas na construção do retângulo.

Etapa 03: Dividindo o retângulo de base AB em *b* (Denominador) partes iguais e o retângulo de base AE em *a* (Numerador) partes iguais.

Considerando os pontos A, B, C, E, F e H da figura acima, então digite no campo entrada os comandos a seguir, para:

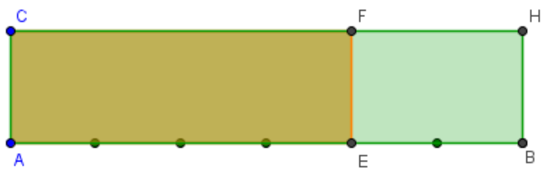
- Dividir o segmento AB em *b* (Denominador) partes iguais:

Sequência[A + k / Denominador (E - A), k, 1, Denominador - 1]



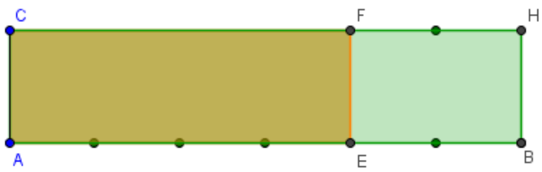
- Dividir o segmento BE em *a*-*b* partes iguais:

Sequência[E + k / (Numerador - Denominador) (B - E), k, 1, Numerador - Denominador - 1]



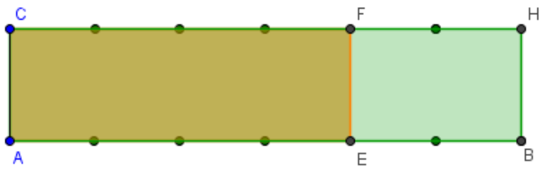
- Dividir o segmento CH em *b* partes iguais:

Sequência[F + k / Denominador (H - F), k, 1, Denominador - 1]



- Dividir o segmento FH em *a-b* partes iguais:

Sequência[H + k / (Numerador - Denominador) (F - C), k, 1, Numerador - Denominador - 1]



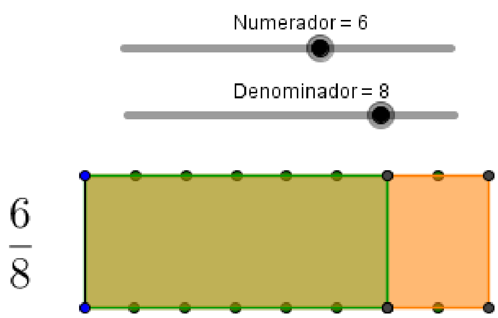
Etapa 04: Criando a fração representante

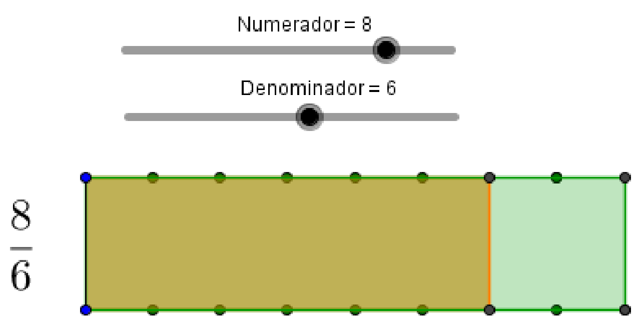
No campo Texto digite, $\backslash frac\{Numerador\}\{Denominador\}$, onde os textos “Numerador” e “Denominador” devem ser obtidos clicando-se sobre os respectivos controles deslizantes.

Etapa 05: Construção Finalizada

Após a realização das etapas anteriores, está finalizada a construção geométrica que representa uma razão.

Para utilizar basta movimentar os controles deslizantes criados, escolhendo assim valores para o Numerador e Denominador.





A referida construção encontra-se disponível no link: http://tube.geogebra.org/student/m201945

ANEXO A – ALFABETIZAÇÃO FINANCEIRA

Existem muitas formas de ser bom em alguma coisa. Ser “bom em dinheiro” não é fácil de aprender. É algo que se deve aprender e praticar. Você pode estudar economia na faculdade, e até aprender a fechar um balanço na aula de matemática, mas provavelmente o programa educacional sobre finanças não passará disso. E muito do que é ensinado fica no campo ’teórico’, sem entrar no vocabulário das situações da vida real. Na escola, muitas vezes, nos limitamos a estudar ao invés de praticar.

Enquanto alguns de seus amigos podem estar acumulando horas de sofá diante da televisão não chegando a lugar algum, você pode perfeitamente estar pondo em ordem sua demonstração financeira, acompanhando suas ações on-line ou conversando sobre negócios com outros amigos que, como você, querem acumular ativos, e não passivos.

Você está fazendo que ’sim’ com a cabeça? Ou está dizendo ’ahn?’ diante dos termos que acabo de usar? Não importa se você sabe muito ou muito pouco nesse momento, porque, quando terminar de ler o livro Pai Rico, Pai Pobre para jovens, será capaz de falar a linguagem do dinheiro com muito maior fluência. Você começará a compreender como o dinheiro funciona e como ele pode trabalhar por você. Sua jornada rumo à alfabetização financeira começa bem aqui, neste exato momento.

A alfabetização financeira permitirá que você não tema problemas financeiros, e fará com que você enxergue o verdadeiro valor do dinheiro. A verdadeira riqueza vai muito além e se mede por algo mais do que dinheiro. Ter sucesso na vida é muito mais do que ter sucesso financeiro.

Fonte: Texto adaptado do livro Pai Rico Pai Pobre Para Jovens de Robert T. Kiyosaki

ANEXO B – JUROS

A ideia de cobrar juros é antiga

Cobrar juros não é uma prática recente. Sua origem remonta a tempos antigos, como podemos constatar lendo os textos a seguir.

AEP/Alamy/Other Images

Fibonacci (1180-1250).

No *Liber Abaci di Fibonacci* (Leonardo de Pisa), escrito em 1202, aparece o seguinte problema:

Um homem aplica um denário a juros [compostos] a uma taxa tal que em cinco anos ele tem dois denários, e em cada cinco anos daí em diante o dinheiro dobra. Pergunto: quantos denários ele ganharia em cem anos a partir de seu denário inicial?

(...)

O costume de cobrar juros encontra-se já em 2000 a.C., como registra uma antiga tabula de argila babilônica. Daremos um exemplo:

Vinte "manehs" de prata, o valor da lã, os haveres de Belshazzar, o filho do rei... Todos os haveres de Nadin-Merodach na cidade e no campo serão caução dada a Belshazzar, o filho do rei, até que Belshazzar receba totalmente o dinheiro bem como os juros sobre ele.

Corbis/Latinstock/Coleção Particular

Niccolo Tartaglia (1499-1557).

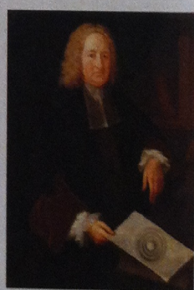
As taxas de juro na Babilônia chegaram a atingir 33% [ao ano]. Em Roma, na época de Cícero, permitia-se até 48%. Justiniano posteriormente estabeleceu como máximo permissível a taxa de 0,5% ao mês, que deu origem à taxa comum de 6% ao ano. Na Índia, porém, durante o século XII registraram-se taxas de até 60%.

A origem da palavra "interest" [do inglês, "juro"] está relacionada com a política da Igreja, que proibia a usura no pagamento do uso da moeda. O agiota contornava essa proibição imposta pelas leis canônicas cobrando uma remuneração somente no caso de o dinheiro ser devolvido com atraso (o que acontecia com frequência, mesmo naqueles dias!). Ele argumentava que a remuneração o compensava pela diferença monetária entre sua condição financeira empobrecida, devido ao pagamento atrasado, e a condição que teria no caso de reembolso imediato. (...)

(...) Niccolo Tartaglia, em seu *General trattato*, colocou o seguinte problema, trazido, segundo ele, por um cavalheiro de Barri, que dissera que a transação efetivamente tinha acontecido:

Um mercador cedeu a uma universidade 2814 ducados com o entendimento de que deveria receber 618 ducados por ano durante nove anos, ao fim dos quais os 2814 ducados seriam considerados pagos. Que juros estava ele obtendo sobre seu dinheiro?

(...)



Michael Dahl/Album/Latinstock/ The Royal Society, London, Great Britain

Edmund Halley (1656-1742).

Em 1693 Edmund Halley, mais conhecido por seu trabalho em astronomia, contribuiu para o estudo das anuidades de seguros de vida com a publicação de *Degrees of mortality of mankind ... with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives.* Este incluía a seguinte fórmula:

Para achar o valor de uma anuidade, multiplique a probabilidade de que o indivíduo considerado venha a estar vivo depois de n anos pelo valor presente do pagamento anual devido ao fim de *n* anos; então some os resultados assim obtidos para todos os valores de *n* de 1 até a idade extrema que seja possível aquele indivíduo atingir.

Halley provavelmente usou a tábua de mortalidade publicada em 1662 por John Graunt de Londres em sua *Natural and political observations ... Made upon the bills of mortality*, que se baseava nos registros de mortes mantidos em Londres a partir de

Fonte: SHIVELY, L. S. Juros e anuidades. In: BAUMGART, J. K. *Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula – Álgebra*. São Paulo: Atual, 1992. p. 96-97.

Fonte: Livro didático Matemática Ensino Médio de Kátia Stocco Smole.

ANEXO C – JUROS COMPOSTOS E TABELA PRICE - CALCULADORA DO CIDADÃO

A calculadora do cidadão, disponibilizada pelo Banco Central do Brasil através do link www.bcb.gov.br/?calculadora, tem por objetivo auxiliar o cidadão em suas necessidades cotidianas. Permite simulações de aplicações, financiamentos, valor futuro de depósitos além de correção de valores através de diversos índices de mercado e ainda possibilita efetuar analises de pagamento da fatura de cartão de crédito em valor inferior ao total, permitindo ao usuário comparar e perceber significativa diferença de custos entre essa modalidade de financiamento e outras oferecidas pelas instituições financeiras.

A seguir, apresentamos as telas de cálculo de cada opção disponível na calculadora, assim como os exemplos de exercícios.

Aplicação com Depósitos Regulares

1) Um cidadão planeja comprar um bem no valor de R$ 364,50. Para isto irá depositar mensalmente R$ 50,00 em aplicação financeira que está rendendo 1% ao mês. Em quanto tempo terá dinheiro suficiente para comprar o bem?
Taxa de juros mensal = 1%
Valor do depósito regular = 50
Valor obtido ao final = 364,50
Clique em 'Calcular' para obter o nº de meses.
Resposta: 7 meses.

2) Nos últimos 9 meses, um cidadão depositou mensalmente a quantia R$ 100,00 em caderneta de poupança. Ao final deste período, observou que o saldo da poupança está em R$ 946,30. Qual foi o rendimento médio da poupança nesse período?

Nº de meses = 9

Valor do depósito regular = 100

Valor obtido ao final = 946,30

Clique em 'Calcular' para obter a taxa de juros mensal.

Resposta: 1%

3) Um cidadão adquiriu um bem no valor de R$ 8500,00, a ser pago após 6 meses. Quanto terá que depositar mensalmente, considerando que obterá rendimento de 0,85% ao mês?

Nº de meses = 6; Taxa de juros mensal = 0,85; Valor obtido ao final = 8500; Clique em 'Calcular' para obter o valor do depósito regular.

Resposta: R$ 137,52

4) Durante 8 meses, um cidadão deposita mensalmente a quantia de R$ 150,00. Quanto terá ao final da aplicação, sabendo que o rendimento médio dessa aplicação é de 1,2% ao mês?

Nº de meses = 8

Taxa de juros mensal = 1,2

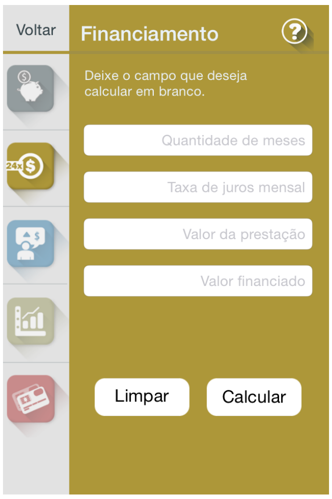
Valor do depósito regular = 150

Clique em 'Calcular' para obter o valor obtido ao final.

Resposta: R$ 1.266,65

Financiamento com Prestações Fixas

1) Um cidadão está devendo R$ 2000,00, tendo ficado acertado que o tomador irá pagar juros de 1% ao mês. Sabendo que as parcelas serão de R$ 261,50, em quanto tempo o empréstimo será quitado?
Taxa de juros mensal = 1%
Valor da prestação = 261,50
Valor financiado = 2000
Clique em 'Calcular' para obter o nº de meses.
Resposta: 8 meses



2) Um cidadão está pensando em comprar um bem que custa à vista R$ 750,00. O vendedor oferece a opção de

pagar em 10 parcelas fixas de R$ 86,00, sem entrada. Qual a taxa de juros embutido no financiamento?

Nº de meses = 10

Valor da prestação = 86

Valor financiado = 750

Clique em 'Calcular' para obter a taxa de juros mensal.

Resposta: 2,57% a.m.

3) A um cidadão é oferecido um bem no valor de R$ 1290,00. Para esse pacote, existe a opção de pagar em 4 prestações mensais fixas sem entrada, com taxa de juros de 1,99% ao mês. Qual o valor da prestação?

Nº de meses = 4

Taxa de juros mensal = 1,99

Valor financiado = 1290

Clique em 'Calcular' para obter o valor da prestação.

Resposta: R$ 338,70

4) Um bem está sendo vendido em 24 parcelas fixas R$ 935,00. Sabendo que a taxas de juros anunciada é de 1,99% ao mês, qual o valor do bem?

Nº de meses = 24

Taxa de juros mensal = 1,99

Valor da prestação = 935

Clique em 'Calcular' para obter o valor financiado.

Resposta: R$ 17.704,57

Valor Futuro de um Capital

1) Um cidadão está planejando comprar um bem no valor de R$ 449,70. Para isso deposita a quantia de R$ 350,00 em caderneta de poupança. Sabendo que o rendimento médio é de 1,05% ao mês, em quanto tempo terá dinheiro suficiente para comprar o bem?
Taxa de juros mensal = 1,05%; Capital atual = 350; Valor obtido ao final = 449,7; Clique em 'Calcular' para obter o nº de meses.
Resposta: 24 meses

2) Um cidadão emprestou a quantia de R$ 800,00, ficando acertado que o tomador pagará no prazo de 6 meses a quantia de R$ 950,00. Quanto estará pagando de juros?

Nº de meses = 6

Capital atual = 800

Valor obtido ao final = 950

Clique em ’Calcular’ para obter a taxa de juros mensal.

Resposta: 2,91% a.m.

3) Um cidadão pretende adquirir um bem daqui a 7 meses no valor de R$ 2500,00. Quanto terá que depositar hoje, sabendo que o rendimento de determinada aplicação é de 1,5% ao mês?

Nº de meses = 7

Taxa de juros mensal = 1,5

Valor obtido ao final = 2500

Clique em ’Calcular’ para obter o capital atual.

Resposta: R$ 2.252,57

4) Um cidadão recebe um abono salarial no valor de R$ 500,00 e resolveu depositá-lo em caderneta de poupança. Quanto obterá no prazo de 11 meses, sabendo que o rendimento médio da poupança é de 0,88% ao mês?

Nº de meses = 11; Taxa de juros mensal = 0,88; Capital atual = 500; Clique em ’Calcular’ para obter o valor final.

Resposta: R$ 550,59

Correção de Valores e Cartão de Crédito (não foi abordado)

Fonte: http://www.bcb.gov.br/?calculadora

ANEXO D – TEXTOS DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA

ANOTE NA AGENDA PARA NÃO ESQUECER

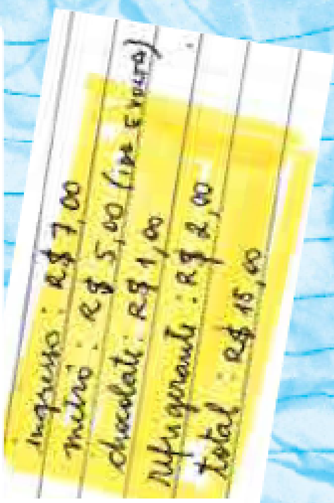
DÉBORA: Poxa, não estou entendendo. Meu pai me deu 15 reais para o cinema ontem e eu não tenho mais nada na minha carteira. Será que deixei o dinheiro cair no chão?

GIOVANA: Será? Peraí, quanto custou mesmo a entrada? Não foi 7 reais?

DÉBORA: Acho que foi. Tá aqui colado na minha agenda, deixa eu ver.

GIOVANA: Olha aqui na sua agenda, você esqueceu que comprou um chocolate e um refrigerante também. E que a gente foi de metrô. Faz a conta aí de quanto custou cada uma dessas coisas.

DÉBORA: Nossa, a conta deu 15 reais certinho. Eu gastei dinheiro em coisas pequenas e nem percebi.



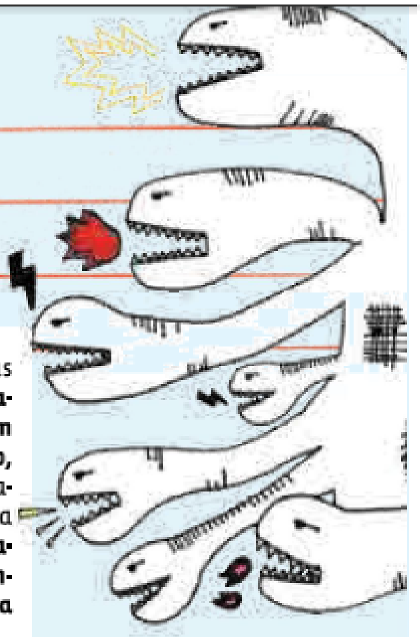
Com certeza você já passou por uma situação parecida com essa. Você está com uma grana no bolso, sai pra rua e quando dá por si, o dinheiro já acabou e você nem sabe bem onde foi que o gastou. Mas, na verdade, é sempre possível saber para onde vai cada centavo que temos, porque **dinheiro não desaparece sozinho!**

Isso acontece porque **muitas pessoas gastam seu dinheiro sem planejar.** Se o seu dinheiro costuma acabar antes da semana ou do mês, provavelmente **é uma boa ideia fazer um orçamento.**

PISCA ALERTA

Um erro comum com controle de despesas é as pessoas se esquecerem de anotar despesas pequenas. Gastos pequenos se acumulam e podem se tornar gastos grandes.

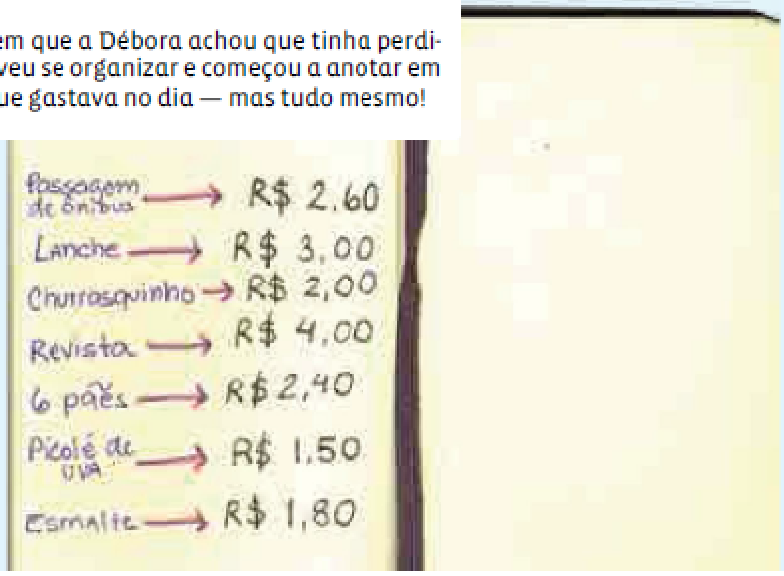
ORÇAMENTO?

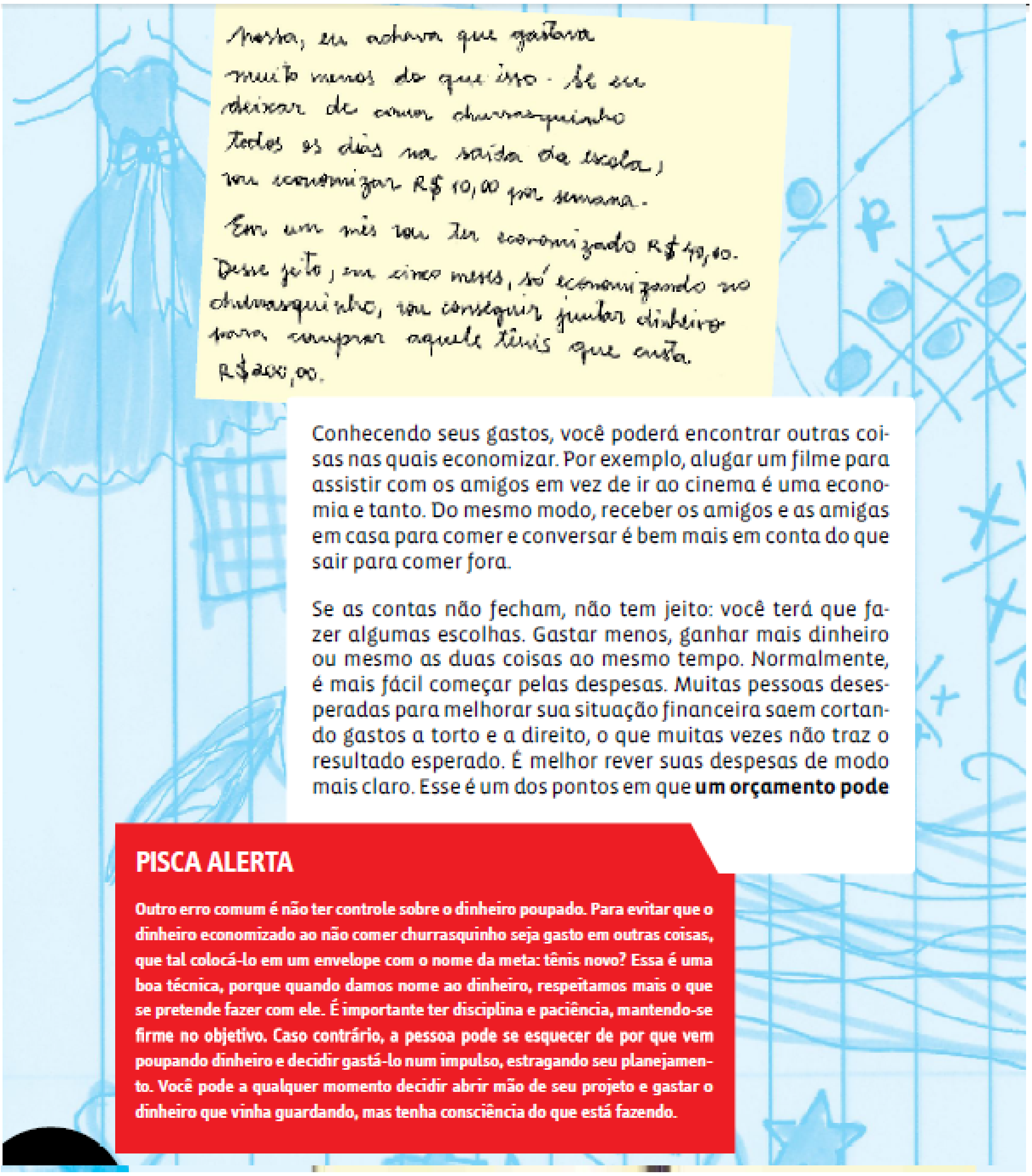


Calma, orçamento não é um bicho de sete cabeças. Em linhas gerais, um **orçamento doméstico ou pessoal é uma ferramenta financeira, geralmente uma tabela na qual em um dos lados entra quanto você ganha (receitas) e no outro, quanto você gasta (despesas).** Muitas pessoas fazem orçamentos com a intenção de reduzir seus gastos. Essa é uma das funções de um orçamento, mas não é a única. **Um orçamento é um instrumento para que você possa ter maior controle sobre sua vida financeira e, a partir daí, planejar para alcançar suas metas.**

Você precisa de **informações para poder organizar suas prioridades e planejar.** Afinal, o dinheiro é limitado e você precisa decidir no que vai gastá-lo. **O primeiro passo para fazer um orçamento é registrar todos os seus gastos diários.**

Depois daquele dia em que a Débora achou que tinha perdido dinheiro ela resolveu se organizar e começou a anotar em sua agenda tudo o que gastava no dia — mas tudo mesmo!





Nossa, eu achava que gastava muito menos do que isso. Se eu deixar de comer churrasquinho todos os dias na saída da escola, vou economizar R$ 10,00 por semana.
Em um mês vou ter economizado R$ 40,00. Desse jeito, em cinco meses, só economizando no churrasquinho, vou conseguir juntar dinheiro para comprar aquele tênis que custa R$ 200,00.

Conhecendo seus gastos, você poderá encontrar outras coisas nas quais economizar. Por exemplo, alugar um filme para assistir com os amigos em vez de ir ao cinema é uma economia e tanto. Do mesmo modo, receber os amigos e as amigas em casa para comer e conversar é bem mais em conta do que sair para comer fora.

Se as contas não fecham, não tem jeito: você terá que fazer algumas escolhas. Gastar menos, ganhar mais dinheiro ou mesmo as duas coisas ao mesmo tempo. Normalmente, é mais fácil começar pelas despesas. Muitas pessoas desesperadas para melhorar sua situação financeira saem cortando gastos a torto e a direito, o que muitas vezes não traz o resultado esperado. É melhor rever suas despesas de modo mais claro. Esse é um dos pontos em que **um orçamento pode**

PISCA ALERTA

Outro erro comum é não ter controle sobre o dinheiro poupado. Para evitar que o dinheiro economizado ao não comer churrasquinho seja gasto em outras coisas, que tal colocá-lo em um envelope com o nome da meta: tênis novo? Essa é uma boa técnica, porque quando damos nome ao dinheiro, respeitamos mais o que se pretende fazer com ele. É importante ter disciplina e paciência, mantendo-se firme no objetivo. Caso contrário, a pessoa pode se esquecer de por que vem poupando dinheiro e decidir gastá-lo num impulso, estragando seu planejamento. Você pode a qualquer momento decidir abrir mão de seu projeto e gastar o dinheiro que vinha guardando, mas tenha consciência do que está fazendo.

ajudar você a controlar seus gastos de forma mais consciente e inteligente. Apertar o cinto não quer dizer necessariamente ficar sem fazer todas as coisas boas da vida, mas sim estabelecer prioridades, planejar e exercer um controle para alcançar suas metas. Por exemplo, se você adora cinema, não precisa riscá-lo da sua vida. Pode ir menos e sempre nos dias com descontos. Mas, provavelmente, terá de cortar outros gastos. Esse é o único caminho.

Economizar é fazer escolhas e saber que elas jamais serão perfeitas, pois temos recursos limitados diante de nossos vários desejos. Por isso é importante que você tenha clareza em relação a seus objetivos e tenha também as informações necessárias para decidir. Em termos de orçamento, para poder escolher bem, você precisa saber onde está, levantar seus gastos e saber aonde quer chegar, estabelecer suas metas.

Você precisa **planejar, escolher e controlar suas despesas**, ou seja, precisa **assumir o controle de sua vida financeira**. A Débora fez isso e deu certo, que tal você tentar?

EXPERIMENTE! >>

Para fazer um orçamento, o primeiro passo é **saber para onde** seu dinheiro está indo, anotar tudo em que você gasta o seu dinheiro. Comece já! No seu **CADERNO DO ALUNO** há uma sugestão de tabela de gastos. Você pode usá-la como base para suas anotações. Depois, continue registrando suas despesas em um caderninho, no seu celular ou onde preferir. O importante é agir com disciplina.

CARA A CARA
O que você aprendeu?

APRENDI:
- A REGISTRAR MINHAS DESPESAS REGULARMENTE
- A SABER EM QUE GASTO E QUANTO GASTO EM UM MÊS
- A ESTIMAR QUANTO CUSTAM AS COISAS EM QUE GASTO O DINHEIRO

CALENDÁRIO

Agora que você descobriu que orçamento não é um monstro de sete cabeças, está na hora de encará-lo. A elaboração de um orçamento doméstico envolve alguns passos fundamentais.

Passo 1 - Fazer um levantamento das despesas, ou seja, compreender bem para onde vai o dinheiro (quais são os gastos).

Passo 2 - Classificar as despesas em fixas, variáveis e eventuais (ou extraordinárias).

Despesas fixas: São aquelas que **têm presença constante** no orçamento e cujo **valor não costuma sofrer alterações**. Ex.: Aluguel, prestação do financiamento imobiliário, mensalidade escolar, condomínio.

Despesas variáveis: São aquelas que **têm presença constante** no orçamento, porém **podem sofrer mudanças de valor** significativas de um mês para o outro. Ex.: Alimentação (supermercado), lazer (LAN house, cinema, lanchonetes, etc.), combustível.

Despesas eventuais ou extraordinárias: São aquelas despesas que **não possuem presença constante** no orçamento, mas que **eventualmente podem ocorrer**. Ex. Impostos como o IPTU, IPVA, conserto da geladeira, compra de presentes.

Passo 3 - Analisar como estão evoluindo as despesas, tanto fixas como variáveis.

Passo 4 - Repetir esses passos em relação as suas receitas.

As **receitas fixas** são aquelas com presença constante no orçamento, e seu valor não costuma variar significativamente em curto prazo. Por exemplo: salários, bolsas de auxílio, recebimento de aluguéis, pensões e aposentadorias. Essa é a receita estável. Em muitas famílias é considerada a receita com a qual se pode contar, "o dinheiro certo" de todo mês.

As **receitas variáveis** têm valor ou mesmo presença inconstante no orçamento. Elas podem ser previstas ou inesperadas, pode-se ficar meses sem recebê-las, e seu valor pode variar bastante. Por exemplo, comissões de vendas, gorjetas, gratificações, palestras remuneradas, serviços extras nas horas vagas etc. O décimo-terceiro salário dos assalariados ou empregos temporários na alta temporada turística são exemplos de receitas variáveis previsíveis. Embora possa parecer estranho, é possível uma receita ser variável e ao mesmo tempo previsível. O sentido do termo variável é de que a receita não está presente para a despesa de todo dia. Prêmios e heranças são exemplos de receitas variáveis inesperadas.

Passo 5 - Comparar as receitas e despesas, verificando se seu orçamento está equilibrado ou não.

O orçamento doméstico permite que você preveja o que pode acontecer com seu futuro financeiro pelos próximos meses (curto prazo). Também ajuda a planejar o seu futuro financeiro em médio e longo prazos. Por exemplo: ele pode mostrar se você precisa de ganhos adicionais para poder comprar alguma coisa no futuro.

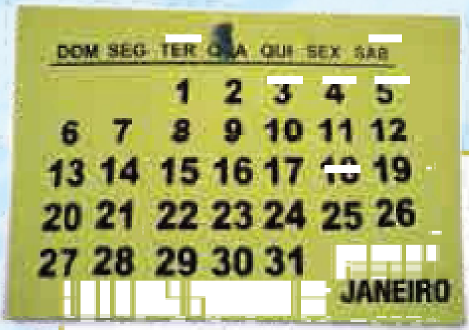
PISCA ALERTA

Cuidado com o planejamento das suas despesas fixas!
Essas despesas não devem chegar a um valor excessivo! Muitos dos nossos gastos necessários são variáveis, portanto é bom que você reserve algum recurso para eles também.

Em relação às receitas, estas não devem ser superestimadas. Por exemplo, se você recebe salário, planeje suas despesas a partir do salário líquido, o que realmente recebe após os descontos, e não pelo salário bruto, antes dos descontos. No caso das receitas variáveis, é bom ter certa cautela e "não contar com o ovo dentro da galinha".

Este é o calendário da família Borges, que, como todas as outras, tem contas mensais a pagar. A diferença é que seus membros querem diminuir alguns gastos, não só porque poderá sobrar algum dinheiro para as próximas férias, mas também porque estão cansados de não ter controle sobre algumas contas. É muito difícil fazer planos sem saber quanto será gasto em despesas obrigatórias no mês seguinte. Ao avaliar as despesas fixas, variáveis e eventuais (ou extraordinárias), como a conta do celular e a fatura do cartão de crédito, começaram a pensar no retorno e na satisfação que elas estavam trazendo para a família. Pensando dessa forma, acabaram por descobrir que alguns gastos produziam mais dor de cabeça do que prazer: seja porque estavam gastando em algo que não aproveitavam, seja porque aquele gasto estava tornando a vida financeira da família muito apertada.

Analisando dessa forma, eles puderam identificar as despesas indesejadas ou que mereciam melhor administração, e puderam adequá-las.



1	Pagar mensalidade da escola
5	Pagar aluguel
10	Pagar celular
11	Pagar conta de gás
12	Pagar conta de luz
25	Vencimento da fatura do cartão de crédito

Luz

Claudio (irmão): Muito calor. Ligando o ar-condicionado todos os dias. Será que isso vai aumentar a conta? Talvez! Mas em compensação o chuveiro elétrico será menos usado. Quem aguenta tomar banho quente nesse calor?

DESPESA FIXA

1	Pagar mensalidade da escola
2	Comprar material escolar
5	Pagar aluguel
10	Pagar celular
11	Pagar conta de gás
12	Pagar conta de luz
25	Vencimento do cartão de crédito

Material escolar

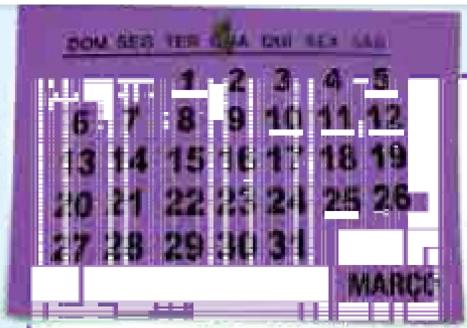
Luiza (irmã): Comprei todo o meu material escolar para este ano. A turma se organizou para compra coletiva e tudo saiu bem mais barato.

DESPESA EVENTUAL ou EXTRAORDINÁRIA

Mensalidade da escola e aluguel

Pais: A mensalidade da escola e o aluguel são despesas fixas; não tem jeito de diminuir. Gastamos mais do que o previsto no carnaval, mas estávamos precisando descansar. Vamos ter que reduzir outra despesa para compensar, quem sabe nas compras do supermercado.

DESPESAS FIXAS



1 PAGAR MENSALIDADE DA ESCOLA
5 PAGAR ALUGUEL
10 PAGAR CELULAR
11 PAGAR CONTA DE GÁS
12 PAGAR CONTA DE LUZ
25 VENCIMENTO DA FATURA DO CARTÃO DE CRÉDITO

Cartão de crédito
Mãe: Depois do carnaval, controlei minhas compras e a fatura do cartão de crédito diminuiu bastante este mês.
DESPESA VARIÁVEL

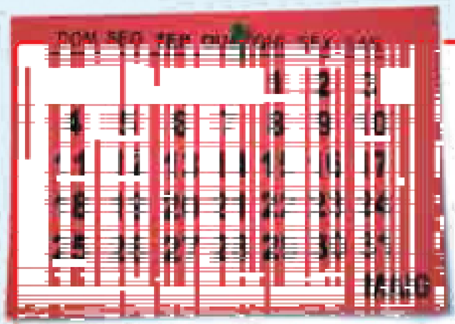
1 PAGAR MENSALIDADE DA ESCOLA
5 PAGAR ALUGUEL
10 PAGAR CELULAR "– PLANO PÓS PAGO"
11 PAGAR CONTA DE GÁS
12 PAGAR CONTA DE LUZ
25 VENCIMENTO DA FATURA DO CARTÃO DE CRÉDITO

Celular
Claudio: Minha conta caiu muito esse mês. Estou trocando mensagens de texto em vez de ligar. A maior economia. Uhu! Vou continuar economizando para as férias de julho. Quero viajar com meus amigos.
DESPESA VARIÁVEL

despesas fixas

despesas variáveis

despesas eventuais ou extraordinárias



1 Pagar mensalidade da escola
5 Pagar aluguel
7 Claudio quebrou o pé jogando futebol
10 Pagar celular
11 Pagar conta de gás
12 Pagar conta de luz
25 Vencimento da fatura do cartão de crédito
27 Aniversário da Luiza

(pé quebrado)
Mãe: Que susto! Já está tudo bem. Tivemos que alugar um par de muletas esse mês para o Cláudio.
DESPESA EVENTUAL ou EXTRAORDINÁRIA

(aniversário)
Cláudio: Aniversário da Luiza. Decidi comprar um presente legal para compensar o tanto que eu irrito ela, haha.
DESPESA EVENTUAL ou EXTRAORDINÁRIA

1 Pagar mensalidade da escola
5 Pagar aluguel
10 Pagar celular
11 Pagar conta de gás
12 Pagar conta de luz
25 Vencimento da fatura do cartão de crédito

Luz
Cláudio: Começou a esfriar. Não ligo o ar-condicionado há séculos. Então a conta de luz deveria diminuir, mas em compensação ela não vai reduzir tanto por causa do chuveiro elétrico, dos banhos quentes.
DESPESA FIXA

DESPESAS FIXAS, VARIÁVEIS OU EVENTUAIS

Algumas vezes ficamos na dúvida se uma despesa é fixa ou variável. A conta de luz, por exemplo, tem presença constante no orçamento, e sua variação é bem previsível. Há um valor mínimo, abaixo do qual é muito difícil reduzi-la. As variações normalmente são de caráter sazonal. Em algumas regiões do Brasil fica muito quente no verão e as pessoas usam mais o ventilador, o consumo de luz da geladeira aumenta e quem tem ar-condicionado usa-o com maior frequência. Da mesma forma, quem mora em região fria e tem chuveiro elétrico em casa gasta mais eletricidade no inverno, e a conta de luz aumenta. Essas variações tornam-se previsíveis justamente por ocorrerem todo ano. Ainda assim, é uma despesa em que é possível economizar, racionalizando o consumo: se não houver cuidado, ela pode aumentar muito com o uso descuidado de ferro de passar, chuveiro elétrico, deixando luzes acesas desnecessariamente etc.

Por outro lado, algumas despesas variáveis podem se repetir no orçamento ao longo do ano; por exemplo, uma compra parcelada em três vezes sem juros.

A classificação das despesas muda de acordo com a realidade de cada pessoa ou família. Pode parecer difícil saber se uma despesa é fixa, variável ou esporádica, mas não é.

Para se classificar a despesa basta seguir duas etapas. A primeira é a periodicidade. Se ela ocorrer de **modo sazonal, esporádica ou não for constante** será classificada como **despesa eventual ou extraordinária.** Caso ocorra **constantemente**, então ela poderá ser **fixa ou variável** a depender da variação ou não de seu valor de um período para outro. A segunda etapa, portanto, é verificar a variação da despesa no tempo. Se a despesa **não costuma sofrer alterações significativas no tempo** ela será uma **despesa fixa**. Se, ao contrário, ela **puder sofrer variações significativas**, então ela será classificada como **despesa variável**.

É importante que você aplique esses conhecimentos na sua realidade e na da sua família, estudando bem sua estrutura de gastos.

EXPERIMENTE! >>

Sente-se com sua família para conversar sobre as despesas mensais e classificá-las de acordo com as categorias indicadas. Liste as despesas que você e sua família têm em cada categoria.

CARA A CARA
O que você aprendeu?

APRENDI:

A LISTAR AS DESPESAS DA MINHA CASA E DA MINHA FAMÍLIA

A CLASSIFICAR AS DESPESAS EM "FIXAS", "VARIÁVEIS" E "EVENTUAIS (OU EXTRAORDINÁRIAS)"

A ELABORAR UM ORÇAMENTO MENSAL ORGANIZANDO AS DESPESAS EM "FIXAS", "VARIÁVEIS" E "EVENTUAIS (OU EXTRAORDINÁRIAS)"

Fonte: Retirado do livro do aluno do programa educação financeira nas escolas: Ensino Médio

ANEXO E – TEXTO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA

CÂMERA DIGITAL

DE ONDE VEM O DINHEIRO QUE O BANCO EMPRESTA?

As pessoas que deixam seu dinheiro aplicado no banco querem ser recompensadas por isso e recebem juros. Portanto, a taxa de juros que as pessoas ganham por deixar seu dinheiro no banco em alguma aplicação, por exemplo, na conta poupança, é o ganho (remuneração) obtido por essa espera. Para o banco, no entanto, essa é uma despesa. Em linguagem bancária, é a chamada taxa de captação, que é a taxa de juros que os bancos pagam para captar, atrair, obter dinheiro.

O banco capta esse dinheiro para emprestá-lo a quem quer fazer uma compra e não possui o valor do bem que deverá adquirir. Quando empresta, o banco cobra uma taxa de juros de quem tomou o dinheiro emprestado. É a taxa de juros de empréstimo.

PISCA ALERTA

A taxa de juros que os bancos pagam aos clientes é muito menor do que a taxa que eles cobram, portanto o spread é bastante alto.

As atividades principais do banco são captar e emprestar dinheiro. Assim, a poupança de uns, vira crédito para outros. O spread é justamente a diferença entre o preço que o banco cobra dos tomadores e paga aos poupadores. E o lucro do banco é o spread menos suas despesas (funcionários, estrutura), impostos e os custos da falta de pagamento do empréstimo concedido.

PISCA ALERTA

Pegar dinheiro emprestado não deixa ninguém mais rico. O valor que se tomou emprestado terá de ser pago, e é importante saber de onde vai sair o dinheiro para o pagamento do empréstimo. Não se pode dar um passo maior que as pernas. O empréstimo não as tornou mais longas, apenas permitiu correr um pouco...

EXPERIMENTE! >>>

Imagine que você queira comprar uma câmera digital daquelas incríveis. Você já foi às lojas e até acessou sites de compra pela internet. Pesquisou os modelos, comparou preços e já achou a câmera perfeita para o que você quer e precisa. Digamos que ela custe R$1.000,00, só para facilitar as contas. E agora?

Como você vai pagar esse valor? O que será melhor: poupar ou financiar? Quer aprender a descobrir?

Pesquise em jornais e sites ou visite um banco para saber quanto está pagando de juros pelos depósitos na conta poupança. Verifique também quanto está cobrando de juros para emprestar dinheiro.

Traga essas informações para a sala de aula para calcular a diferença entre as duas taxas de juros. Assim você consegue verificar a diferença de custo entre poupar e financiar! Se a turma pesquisar mais de um banco, vocês ainda vão sair com a informação de qual banco é melhor para realizar essas ações. Nada mal, hein!

Se você fizer um financiamento com uma taxa de juros de 5,48% ao mês, parcelando a compra em 12 vezes, cada prestação terá um valor de R$ 115,90. E aí, quanto você pagará no total com esse financiamento?*

Se você fizer o mesmo esforço de poupança do financiamento e guardar R$ 115,90 por mês ao longo de 12 meses, mas colocar esse dinheiro na conta poupança, com juros reais de 0,5% + TR ao mês, ao fim de 12 meses você terá R$ 1.440,12.

Dessa forma, ao gastar os R$ 1.000,00 para comprar a câmera, ainda sobrariam R$ 440,12.

E veja só: com o mesmo investimento mensal (R$ 115,90), seriam necessários apenas 9 meses para se obter os R$1.000,00 do preço da câmera. A antecipação do consumo por meio do empréstimo, portanto, exige 3 meses adicionais de poupança no futuro.

PRA VARIAR

Se você não está nem aí para câmera digital, pode usar o que aprender aqui para outros produtos e projetos pessoais que requerem uma poupança ou um financiamento.

Como calcular o tempo de espera e a diferença entre pegar empréstimo e poupar

Se em vez de pegar o financiamento você aplicar o valor das prestações desse financiamento (R$ 115,90 por mês) em uma conta poupança que rende TR + 0,5% ao mês, em quanto tempo terá o dinheiro necessário para fazer a compra?

Calcule também a diferença de custo entre pegar o empréstimo e poupar. Na tabela abaixo, fizemos os cálculos para você até o terceiro mês. No CADERNO DO ALUNO, você encontra essa mesma tabela para completar com os dados relativos aos meses 4 – 12.

				REMUNERAÇÃO	
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
MÊS	SALDO	VALOR DEPOSITADO NA CONTA POUPANÇA*	BASE PARA REMUNERAÇÃO	TR+ 0,5%/mês	VALOR A CREDITAR
FÓRMULAS	D + F (da linha anterior)	–	B + C	–	D × E
1	0,00	115,90	115,90	0,68	0,79
2	116,69	115,90	232,59	0,55	1,27
3	233,86	115,90	349,76	0,59	2,05

* depósitos feitos com o valor da prestação do financiamento
** foram usados valores da TR publicados pelo Banco Central referente ao primeiro dia de cada mês do ano de 2009.

Em nove meses, (saldo no início do décimo) o montante poupado será de R$ 1.072,00, suficiente para pagar a câmera à vista. O valor do financiamento é de R$ 1.390,80. A espera permite que se despenda menos.

Como tomar a decisão?
Chegou o momento de você tomar a sua decisão. Pense na sua situação atual: quanto você ganha, qual a certeza de que vai receber esse dinheiro, quanto já tem guardado, quanto você costuma gastar por mês, quanto consegue controlar suas despesas, qual a urgência da câmera.

Agora decida o que é melhor para você hoje: poupar ou financiar a câmera?

CARA A CARA
O que você aprendeu?

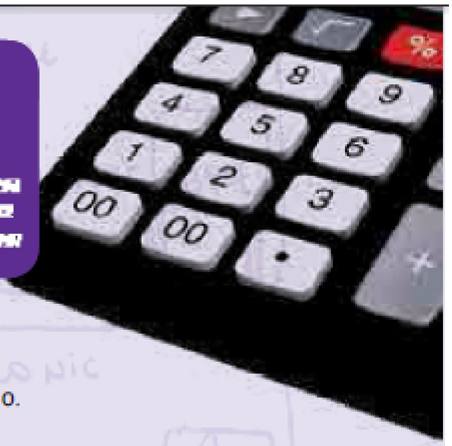
APRENDI:

- A CALCULAR A DIFERENÇA ENTRE TAXA DE JUROS DE CAPTAÇÃO E TAXA DE JUROS DE EMPRÉSTIMO
- A CALCULAR O RENDIMENTO DE UMA APLICAÇÃO EM CONTA POUPANÇA
- A DIFERENCIAR POUPANÇA DE FINANCIAMENTO
- A DECIDIR SE POUPO OU FINANCIO DE ACORDO COM MINHAS NECESSIDADES E POSSIBILIDADES

Fonte: Retirado do livro do aluno do programa educação financeira nas escolas: Ensino Médio

ANEXO F – TEXTO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA

COMPRANDO UM PRESENTE



— Mãe, compra isso pra mim?

— A mamãe tá sem dinheiro, filho.

— Ué, paga com cartão!

Esse diálogo entre uma criança e sua mãe é muito comum. Todo mundo acha graça, mas no fundo, no fundo, muita gente pensa um pouco assim também. Às vezes, você quer muito comprar uma coisa, está sem dinheiro e acaba pensando: "Ah, é só colocar no cartão." Mas não podemos esquecer que uma hora essa conta chega. E se você não estiver preparado, se não tiver reservado um dinheirinho para isso, essa conta aumenta e você pode acabar endividado. Isso acontece porque as taxas de juros de cartão de crédito são muito altas. Mas sabendo usar, o cartão de crédito se torna um grande aliado.

Uma vez, um amigo meu, o Paulo, tinha brigado com a namorada e queria fazer uma surpresa para ver se ela fazia as pazes com ele. Mas tinha um problema, era fim de mês, dia 27, e ele só ia receber no dia 7. Então a solução foi usar o cartão dele, cujo o vencimento era dia 12.

Assim, ele pôde comprar um presente para a namorada no dia 27, pagou um total de R$ 70,00 e, com isso, adiou o pagamento para o dia 12. (Para quem tiver ficado curioso: o Paulo comprou um pingente daqueles que se divide em duas partes iguais, uma ela usa, a outra, ele. É claro que ela achou super romântico e eles fizeram as pazes!)

Veja agora duas situações diferentes que podem acontecer a partir daí:

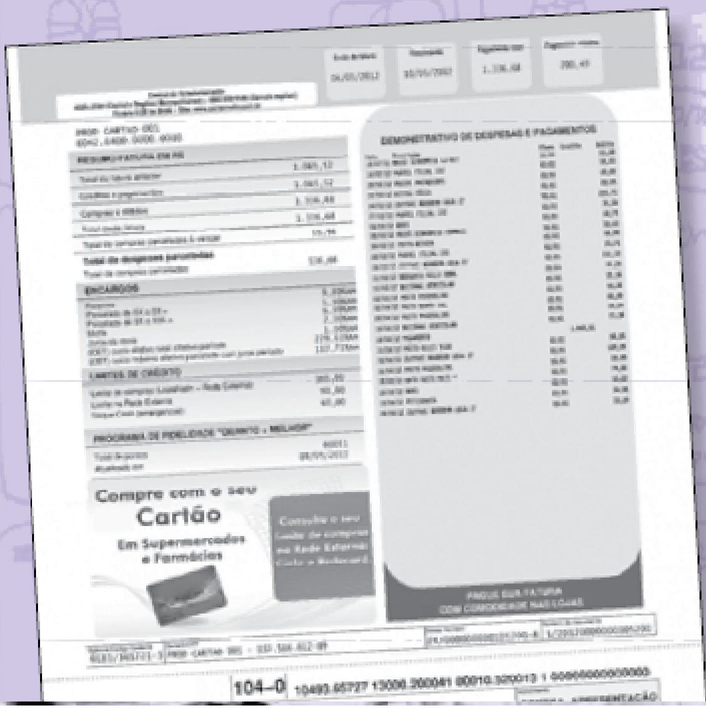
SITUAÇÃO A: No dia 12, o Paulo paga integralmente a fatura de R$ 70,00. Com isso, ele apenas adiou um pagamento à vista, ou seja, em vez de pagar esse total no dia 27, pagou-o no dia 12 do mês seguinte.

SITUAÇÃO B: Paulo paga R$ 30,00 e deixa os R$ 40,00 restantes para pagar na próxima fatura. No mês seguinte, como a taxa de juros do cartão é de 12% ao mês, o valor a pagar é R$ 44,80. Digamos que você pague R$ 30,00 e financie os R$ 14,80. No próximo mês a fatura vem com o valor de R$ 16,58 e você a paga integralmente.

Na situação B, as compras acabaram saindo por R$ 76,58 (30,00 + 30,00 + 16,58): uma diferença de R$ 6,58, quase dez por cento do valor do produto. Imagine se ele (ou você) fizer outras compras dessa mesma maneira... Não é difícil perceber como o problema pode crescer.

Ao usar o cartão de crédito, você está apenas adiando um pagamento à vista. Por isso é preciso ter controle suficiente para pagar a fatura integralmente, evitando os juros. E lembre-se também que cartões de crédito acarretam uma despesa independente de qualquer compra: suas anuidades.

O mesmo raciocínio vale basicamente para cheques pré-datados. Estes normalmente não incorrem em juros, mas o vendedor pode descontá-los a qualquer momento! Além disso, se as despesas ultrapassarem a receita na conta corrente, esta entra no negativo, levando a cheques sem fundo ou a incorrer em juros de cheque especial. Ambas as situações são péssimas.



Fatura é o documento que você recebe em casa todo mês, detalhando as suas despesas no cartão, ou seja, quanto você gastou e em quais estabelecimentos comerciais. Você pode acessar a sua fatura a qualquer momento com sua senha, pelo telefone ou site da administradora.

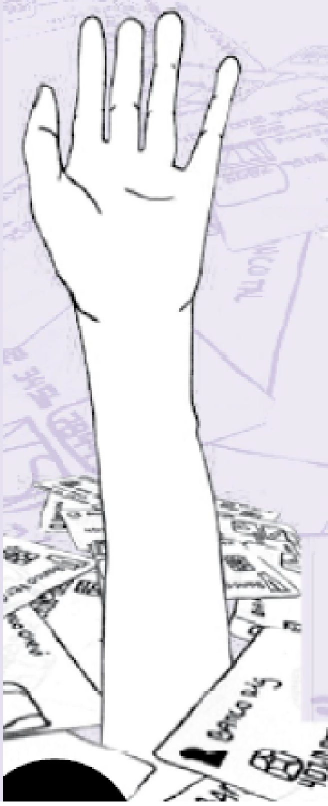
CILADAS COM CARTÃO OU CHEQUE

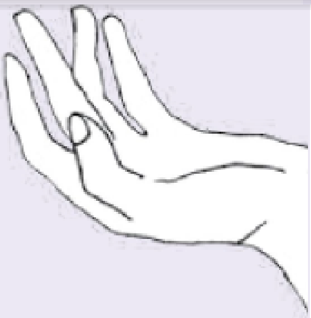
Não são poucas as pessoas que se veem atrapalhadas com dívidas de cartão de crédito ou cheque especial. Muitas vezes elas nem entendem direito como se meteram em tamanha encrenca. Eis algumas das ciladas mais comuns nas quais as pessoas caem:

O uso de cartão ou cheque estimula a gastar mais do que gastaríamos se estivéssemos usando dinheiro vivo – isso já foi verificado em várias pesquisas. Parece que ver o dinheiro saindo da carteira "dói", mas aquelas máquinas de cartão de crédito ou débito são indolores. O mesmo vale para o preenchimento de um cheque. Afinal, o que os olhos não veem...

Existem pessoas que não conseguem se controlar. Para essas, o melhor é não usar mesmo o cartão de crédito ou débito. Se elas estão na rua com o cartão e não conseguem se controlar na hora da compra, então podem se controlar um pouco mais antes de sair de casa e se expor às tentações da compra. Por isso é bom que não levem o cartão consigo.

O cartão pode funcionar melhor para compras planejadas. No entanto, quando acontece algum imprevisto, como a quebra definitiva do seu fogão, e você não possui um dinheiro poupado para arcar com essa despesa, então é possível usar o cartão para fazer a compra.





No caso de não pagamento da fatura, a dívida com o cartão de crédito aumenta muito rapidamente, porque os juros são altos. Mas não é preciso ter medo do cartão de crédito. Basta saber usar. Veja alguns cuidados necessários:

Verifique regularmente a fatura do seu cartão para não perder o controle dos seus gastos.

Inclua os pagamentos feitos com cartão no orçamento do mês atual ou do mês seguinte, dependendo da data do vencimento. O que não pode é deixar de somar essas despesas com as demais.

O cartão de crédito não lhe dá mais dinheiro. Só gaste o valor que você consegue pagar porque você terá de pagar em uma única data a soma de todas as despesas pagas com ele ao longo do mês. Podem ser várias pequenas quantias ou uma única grande despesa, mas o fato é que tudo se concentrará em uma mesma data de pagamento.

Cuidado com a apresentação da fatura: as empresas costumam destacar o valor mínimo – às vezes até em negrito. Muitas pessoas acham que aquele é o valor devido no mês, pagam só o mínimo e acabam financiando o resto. Isso implica juros, ou seja, o valor que você não pagou naquele mês ficará acrescido de juros no mês seguinte. A despesa aumenta! **Pague o valor total da fatura, sem cair na tentação de realizar apenas o pagamento mínimo escrito na fatura do cartão.**

Se uma despesa for de fato necessária e levar alguns meses para ser paga, faça o planejamento desse pagamento, incluindo os juros que incidem sobre o valor não pago a cada mês e verificando outras formas de crédito mais baratas.

PISCA ALERTA

Fique atento, pois ao pagar apenas o valor mínimo da fatura de cartão de crédito significa contratar um empréstimo!

Quais desses cuidados você e sua família

VANTAGENS DO CARTÃO DE CRÉDITO

Praticidade
Acumulo de "pontos" ou "milhas", que podem ser trocados por prêmios.
Extrato consolidado
Mais tempo para pagar a conta
Pagamento em data única
Uso em emergências

EXTRATO CONSOLIDADO: informativo que detalha as despesas com o cartão de crédito no mês e as parcelas que estejam sendo pagas por alguma compra financiada (incluindo o número da parcela).

DESVANTAGENS DO CARTÃO DE CRÉDITO

Tendência a gastar demais
Custo de anuidade
Tentação de endividar-se e/ou sair do orçamento
Clonagem
Alta taxa de juros

Uma dívida contraída de forma impensada pode ser trocada por outra que custe menos. Há pessoas que preferem quitar uma dívida cara (como a do cheque especial) contraindo outra menos custosa (empréstimo consignado). O valor da dívida pode ser o mesmo, mas as condições (juros, prazo etc.) podem fazer uma grande diferença no valor das parcelas.

Por exemplo, se você está entrando em uma bola de neve com dívidas de cartão de crédito com juros de 12% ao mês, pode ser interessante fazer um empréstimo no banco para pagar com débito automático em conta com taxa de juros de 5% ao mês e um prazo maior.

Mas lembre-se: esse é um passo intermediário para voltar ao equilíbrio ou pelo menos a uma situação financeiramente mais confortável. Você ainda terá uma dívida para quitar e deverá rever suas receitas e despesas!

EXPERIMENTE! >>>

Como se usa bem um cartão de crédito? Forme grupos para discutir as despesas nas faturas de cartão de crédito de Ingrid, Miguel, Felipe e Lídia (coluna A, do quadro).

Em uma primeira e rápida impressão, em qual dos casos parece que o cartão de crédito foi utilizado adequadamente?

Agora reflitam cuidadosamente sobre cada situação. Para começar, procurem entender melhor a vida dessas pessoas a partir dos dados de cada despesa listada na coluna A. Em que faixa etária vocês acham que cada pessoa se encontra? Elas são provedoras de suas famílias? Que tipo de receita elas têm, fixa ou variável? Como vocês sabem?

Quanto ao comportamento financeiro dessas pessoas e com base nos perfis traçados, vocês acham que elas utilizaram bem o cartão de crédito? Caso a resposta seja negativa, como deveriam utilizá-lo, considerando-se a situação financeira de cada uma? Todas vão conseguir pagar a fatura? De que modo?

Para finalizar, pensem: a impressão inicial modificou-se depois das reflexões sobre as faturas e sobre o comportamento financeiro das pessoas? O que mudou?

NOME	(A) DESPESAS NA FATURA DO CARTÃO DE CRÉDITO (ABRIL)		(B) OUTRAS DESPESAS	TOTAL DO MÊS (A + B)	RECEITA MENSAL
INGRID	Loja de roupas Restaurante Ingresso de show Casa de tecidos Supermercado Salão de beleza Farmácia Livraria Cinema TOTAL	160,00 68,20 80,00 57,00 185,78 50,00 23,50 40,00 8,00 R$ 672,48	R$ 1.852,00	R$ 2.524,48	R$ 2.760,00
MIGUEL	Ingresso de show Lanchonete TOTAL	80,00 12,45 R$ 92,45	R$ 774,30	R$ 866,75	R$ 800,00
FELIPE	Oficina (conserto do táxi) TOTAL	850,00 R$ 850,00	R$ 1.012,00	R$ 1.862,00	Cerca de R$ 1.200,00
LÍDIA	Sapataria (presente) Pizzaria TOTAL	39,90 16,60 R$ 56,50	R$ 45,00	R$ 101,50	Varia entre R$ 40,00 e R$ 160,00

Depois de analisar e discutir as despesas listadas nas faturas, o que você e seu grupo diriam que é um uso consciente e responsável do cartão de crédito? Após formularem uma conclusão, comparem com as ideias dos demais grupos para verificar as semelhanças e diferenças.

A maneira como você usa cartão de crédito combina com as suas possibilidades e necessidades financeiras? Leve as reflexões desta atividade para casa. Se houver algum membro da sua família endividado com cartão de crédito ou que o utiliza sem pensar, talvez você possa ajudar!

Fonte: Retirado do livro do aluno do programa educação financeira nas escolas: Ensino Médio