Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT

MARCELO SOARES DA S. A. COSTA

UMA ABORDAGEM PRÁTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Orientador: Mário Olivero Marques da Silva

NITERÓI
MAIO/2015

Ata dos trabalhos finais da Comissão Examinadora da monografia apresentada por Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa.

Aos onze dias do mês de maio de dois mil e quinze, reuniram-se na sala de seminário do GAN – 4° andar do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense, os membros da Comissão Examinadora constituída pelos professores Mário Olivero Marques da Silva da Universidade Federal Fluminense; Léa de Freitas Silva da Universidade Cândido Mendes, Luiz Manoel Silva de Figueiredo da Universidade Federal Fluminense e Nancy de Souza Cardim da Universidade Federal Fluminense, sob a presidência do primeiro, para prova pública de defesa da dissertação intitulada **"Uma abordagem prática para o ensino da Matemática"**, apresentada pelo mestrando Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa. A defesa da dissertação atende às exigências contidas no Regulamento Específico do Curso de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT - da Universidade Federal Fluminense. A dissertação foi elaborada sob a orientação do professor Mário Olivero Marques da Silva. O mestrando Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa fez a exposição de seu trabalho durante 50 minutos, iniciando às 11:00h e concluindo às 11:50h. A seguir, respondeu as questões formuladas pelos integrantes da Comissão Examinadora. Terminada a arguição, realizou-se a reunião da Comissão Examinadora, que apresentou parecer no sentido da aprovação do mestrando Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa, considerando-se o trabalho apresentado e a forma com que se houve na apresentação na defesa do mesmo. Para constar, foi lavrada a presente ata que vai assinada pela Secretária Administrativa do Mestrado Profissional em Matemática, pelos membros da Banca Examinadora e pelo mestrando.

Niterói, 11 de maio de 2015.

Prof. Mário Olivero Marques da Silva

Profª. Léa de Freitas Silva

Prof Luiz Manoel Silva de Figueiredo

Profª Nancy de Souza Cardim

Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa (mestrando)

Mariana Lattanzi (secretária)

MARCELO SOARES DA SILVA AZEVEDO COSTA

UMA ABORDAGEM PRÁTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada por Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Mário Olivero Marques da Silva

Niterói
Maio de 2015

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca de Pós-graduação em Matemática da UFF

C837 Costa, Marcelo Soares da Silva Azevedo

Uma abordagem prática para o ensino da matemática / Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa. – Niterói, RJ: [s.n.], 2015.

28f.

Orientador: Prof. Dr. Mário Olivero Marques da Silva
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT) – Universidade Federal Fluminense, 2015.

1. Ensino de matemática. 2. Função (Matemática). I. Título.

CDD 510.7

MARCELO SOARES DA SILVA AZEVEDO COSTA

UMA ABORDAGEM PRÁTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada por Marcelo Soares da Silva Azevedo Costa ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 11/05/2015

BANCA EXAMINADORA

Mário Olivero Marques da Silva - UFF

(Orientador)

Luiz Manoel Figueiredo – UFF

Nancy de Souza Cardim – UFF

Léa de Freitas Silva – Universidade Cândido Mendes

NITERÓI

2015

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha esposa Letícia por estar sempre ao meu lado me incentivando e me dando o suporte necessário para que eu realize os meus projetos.

Aos meus filhos, Beatriz e Rafael, por serem uma constante fonte de motivação para que eu continue investindo em minha formação.

À minha mãe por ter me proporcionado o máximo dos recursos que estavam ao seu alcance para que eu pudesse ter uma boa formação.

Aos meus alunos que participaram com muita dedicação das oficinas aplicadas e ajudaram muito para que o trabalho fosse concluído.

Aos professores do PROFMAT UFF que fizeram parte da minha caminhada ao longo dos últimos anos.

Agradeço especialmente, ao professor Mário Olivero por sua dedicação e parceria como orientador, sendo fundamental para que este projeto se tornasse realidade, além de, desde os tempos da minha graduação, ser a principal fonte de inspiração para que eu desenvolva o papel de professor da melhor forma possível.

Obrigado Deus, por permitir que todas essas pessoas passassem por minha vida!

RESUMO

O ensino da matemática corre o risco de se tornar mecânico, com a apresentação sucinta de conteúdos, em muitos casos, concentrados em poucas fórmulas seguidas de exemplos e exercícios repetitivos. A prática de apresentação de resultados e muitos exercícios repetitivos podem ter algum valor em certos momentos e, por razão de calendários escolares apertados, isso tem ocorrido com mais frequência do que seria desejável. O objetivo deste trabalho é evidenciar a importância de uma prática que se distancie deste modelo, oferecendo oportunidade aos estudantes de participarem da construção dos conhecimentos. Para isso, nos baseamos em uma abordagem prática, através da aplicação de oficinas, de forma que os estudantes pudessem iniciar o desenvolvimento do pensamento matemático percebendo a importância do conteúdo matemático estudado no seu dia-a-dia. Através das atividades desenvolvidas nesta dissertação mostramos a possibilidade do estudante reconhecer em situações corriqueiras elementos imprescindíveis para o desenvolvimento da matemática. O reconhecimento de uma determinada situação em uma questão e a formulação e a resolução de um problema faz com que o estudante obtenha uma nova dimensão do ensino-aprendizagem da matemática. Citamos exemplos de matemáticos e cientistas que contribuíram para a construção da matemática ao longo do tempo, desde sua aplicação em problemas do cotidiano pelos egípcios e babilônios, até tornar-se uma área de estudo com os gregos, passando pela sua formalização através de teoremas e axiomas até a era moderna. Destacamos a forma na qual o conceito de funções deve ser abordado neste segmento, de acordo com as orientações dos PCNS, e também, como o tema é exposto por diversos autores nos livros didáticos. A proposta foi desenvolvida a partir da aplicação de duas oficinas com uma turma de alunos, dividida em grupos, os quais executaram atividades com coleta de dados, análise de resultados, representações e interpretações desses resultados obtidos. Isso possibilitou que os alunos pudessem agir, refletir e evoluir por conta própria, exercendo assim um papel ativo no processo de ensino-aprendizagem da matemática, desenvolvendo competências e habilidades sugeridas pelos PCNS.

Palavras-chave: construção do conhecimento matemático; ensino e aprendizagem de funções; matemática no cotidiano; práticas de ensino de matemática.

ABSTRACT

The mathematics teaching tends to become mechanical due to the brief content explanations, which are frequently centered on a few formulas followed by examples and repetitive exercises. This practice may be important in certain moments but, by reason of tight school schedules, this happens more often than would be desirable. The aim of this study is to underline the importance of a practice detached from that model of teaching in order to provide students opportunities to participate in the construction of knowledge. Therefore, we rely on a practical approach by planning workshops so students can start developing mathematical thinking and also realize the importance of mathematical content in their daily lives. Through activities developed in this research, we present different possibilities in order for students to recognize essential elements to the development of mathematics in their everyday situations. The recognition of a specific situation along with the formulation and solution to the problem encourage students to be in a new dimension of mathematical teaching and learning. We seek to draw on examples of mathematicians and scientists who contributed to the mathematics over time, such as Egyptians and Babylonians who applied it to their daily problems, and then Greeks who transformed it in a field of study by structuring mathematics in theorems and axioms until modern era. We highlight how the concept of functions must be approached in the school level according to the guidelines of the PCN [National Curriculum Parameters] in Brazil, and how this topic is exposed by different authors in textbooks. The proposal consisted of two workshops in a class divided into student groups who performed activities, such as collection data, results analysis, representation and interpretation of the obtained results. This enabled students to act, reflect and develop on their own as an active role in the teaching and learning process of mathematics by developing skills and abilities according to the PCN.

Keywords: construction of mathematical knowledge; learning and teaching of functions; mathematics in everyday life; practices of teaching mathematics.

SUMÁRIO

1 O PENSAMENTO MATEMÁTICO

O ensino de matemática nas escolas geralmente é feito sem a preocupação em transmitir exatamente do que se trata o assunto matemática, devido à necessidade de se cumprir o planejamento estratégico da educação básica. É comum basear-se na aprendizagem e aplicação de fórmulas para resolução de problemas.

Seria muito importante se todos pudessem compreender de uma forma geral, a natureza, o tamanho e a influência da matemática na vida moderna.

Citarei brevemente a seguir, alguns exemplos de matemáticos e cientistas que através de suas pesquisas contribuíram para o desenvolvimento de conceitos matemáticos ao longo do tempo.

Com o avanço da sociedade tornou-se necessário aprimorar o ensino da matemática. Todo esse processo começou com a invenção dos números e a aritmética cerca de dez mil anos atrás, com o início do uso do dinheiro.

Os antigos egípcios e babilônios ampliaram o tema com a inclusão da geometria e trigonometria. Nessas civilizações, a matemática era extremamente útil para organizar situações do dia a dia, como partilhar terras, construir casas, observar e prever os movimentos dos astros buscando entender padrões de estações ou fases lunares para aplicações na agricultura.

Os matemáticos da Grécia antiga tinham uma relação muito estreita com a geometria. Tratavam números geometricamente, como medidas de comprimento, e descobriram os números irracionais. Na verdade, os gregos que fizeram a matemática ser considerada uma área de estudo, e não apenas um conjunto de técnicas de medição, contagem, e contabilidade, aplicáveis na resolução de problemas do cotidiano. Os gregos adoravam a matemática em geral e criaram a noção de prova, pela qual a matemática deveria possuir um sistema dedutivo, a partir de algumas ideias intuitivas iniciais. Cerca de 500 a.C., Tales de Mileto, introduziu a ideia de que a matemática poderia ser logicamente provada por argumentos formais. Esta ideia marcou o início dos teoremas, que hoje alicerçam a matemática e culminou com a publicação de Elementos de Euclides. Uma das obras mais importantes da matemática e da ciência. Euclides reuniu toda matemática conhecida até então, da forma como os gregos apreciavam, abordando axiomas, construções dedutivas e provas. A obra mostra a importância da prova matemática.

Contém teoremas que são aceitos até os dias de hoje, e ainda são ensinados nas escolas.

Embora a introdução da matemática simbólica atual seja creditada ao matemático francês Françoise Viète no século XVI, a primeira aparição de notação algébrica deu-se no trabalho de Diofanto, que viveu em Alexandria por volta de 250 d.C. Diofanto foi pioneiro na resolução de equações indeterminadas, na utilização de símbolos para a representação de incógnitas e contribuiu para definição do conceito de variável, necessário para estabelecer o conceito de função como relação entre grandezas variáveis.

Até cerca de 150 anos atrás, a proficiência em matemática essencialmente significava ser capaz de realizar cálculos ou manipular expressões simbólicas para resolver problemas.

Em meados do século XIX, através dos estudos de matemáticos como Dirichlet e Riemann, foi adotada uma nova concepção da matemática, onde o foco principal não era mais a realização de cálculos, mas a formulação e compreensão de conceitos e relações abstratas.

A partir daí, as propriedades de continuidade e diferenciabilidade de funções foram estudadas como conceitos abstratos. Riemann definiu uma função complexa por sua propriedade de diferenciabilidade, o matemático alemão Karl Friedrich Gauss abordou a estrutura matemática como um conjunto dotado de operações especificadas por axiomas.

Pode-se dizer que no geral, a matemática ensinada na escola é baseada em todos os acontecimentos citados anteriormente e, também, a partir do século XVII, no Cálculo e na Teoria da Probabilidade. Na Grã-Bretanha, surgem exímios matemáticos, entre eles, Isaac Newton e Leibniz, criando o que chamamos de Cálculo. Leibniz criou o Cálculo paralelamente a Newton, e o fez com uma linguagem mais simples, praticamente a usada até os dias de hoje. No início do século XX, David Hilbert enunciou os problemas que definiriam a matemática da Era Moderna, dos quais um dos principais desafios era entender o infinito. Para isso, Cantor utilizou a ideia de correspondências biunívocas entre os elementos de conjuntos infinitos. Nos séculos XVIII e XIX surgiu na Europa o limite, cuja definição moderna tem pouco mais de um século. D’Alembert entendeu a importância das funções e do conceito do limite para o Cálculo. Augustin Louis Cauchy, em 1829, caracterizou aritmeticamente o conceito de limite de D’Alembert, tornando-o fundamental. Leibniz e Newton, trabalhando de forma independente, desenvolveram o conceito de limite, através de grandezas infinitesimais.

Seria extremamente interessante que a forma pela qual o conhecimento matemático é ensinado nas escolas, pudesse possibilitar ao aluno perceber a importância da pesquisa matemática em todo mundo e como a matemática está presente em praticamente todas as esferas da sociedade. Como o conceito de função, que está em vários ramos da ciência, originou-se nas pesquisas desenvolvidas por filósofos e cientistas buscando compreender, estudar e descrever os fenômenos naturais.

2 O CONCEITO DE FUNÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS

Pesquisando as apresentações do conceito de função utilizadas por alguns autores, pude observar que não existe um padrão definido a ser seguido.

Há autor que utiliza apenas a apresentação do conceito de função através da definição formal, baseada em conhecimentos prévios de teoria dos conjuntos, produto cartesiano e relações. Esta apresentação mostra a intenção de uma antecipação da formalização da álgebra para o ensino fundamental, fato que não é muito adequado para este ciclo.

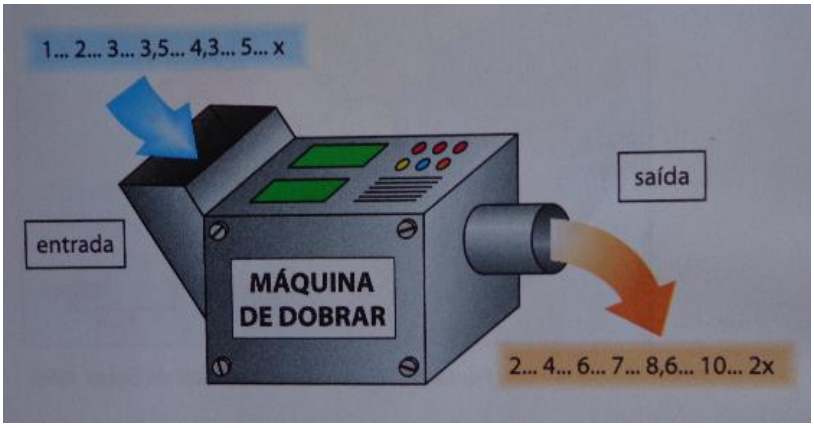
Existe autor que aborda somente a apresentação do conceito pela forma intuitiva, através de situações problemas, onde o aluno terá um conceito sutil da relação entre duas grandezas.

E, existe autor que faz uso da apresentação pela abordagem intuitiva e procura fazer uma breve citação da formalidade, mesmo que de forma vaga, devido à falta de conhecimento de temas que são pré-requisitos para o conceito estudado.

A seguir, destaco algumas abordagens extraídas de livros didáticos.

> Função de um conjunto A em um conjunto B, conhecidos, é qualquer relação que associe cada elemento de A, a um único elemento de B. **[3]**

> Explorando intuitivamente a noção de função: A ideia de função está presente quando relacionamos duas grandezas variáveis. Exemplo: A máquina de dobrar. Veja que os números que saem são dados em função dos números que entram, ou seja, os números que saem dependem dos números que entram.



[4]

Fig.: Ilustração da máquina de dobrar

> Dados dois conjuntos A e B, uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$, a um único $y \in B$. **[4]**

A fim de que um subconjunto G $\subset$ XxY seja gráfico de uma função f: X→Y é necessário e suficiente que G cumpra a seguinte condição: Para cada x ϵ X existe um, e somente um, y ϵ Y tal que (x, y) ϵ G. **[7]**

O autor, no livro "A matemática do ensino médio", chama a atenção para o fato da definição reproduzida acima, ser formal, estática e não mostrar a ideia intuitiva de função.

Chama-se aplicação f de A em B a relação de A em B que a todo elemento x ϵ A faz corresponder um único elemento y ϵ B. **[2]**

A todos os valores da variável independente estão associados valores da variável dependente. Para um dado valor da variável independente está associado um único valor da variável dependente. As relações que tem essas características são chamadas funções. **[6]**

3 AS FUNÇÕES NOS PCNS

Alguns conceitos na matemática são pré-requisitos para o aprendizado de outros conceitos.

No terceiro ciclo (atual 6º e 7º anos) do Ensino Fundamental os PCNS destacam a necessidade de explorar a noção de função através de atividades algébricas de generalização de comportamentos analisando gráficos e observando proporcionalidade entre grandezas variáveis.

> No decorrer do trabalho com os números, é fundamental estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra.
> Devido à complexidade que caracteriza os conceitos e procedimentos algébricos não é desejável que no terceiro ciclo se desenvolva um trabalho visando ao aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações. É suficiente nesse ciclo que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. É provável que ao explorar situações-problema que envolva variação de grandezas o aluno depare com equações, o que possibilita interpretar a letra como incógnita. Nesse caso, o que se recomenda é que os alunos sejam estimulados a construir procedimentos diversos para resolvê-las, deixando as técnicas convencionais para um estudo mais detalhado no quarto ciclo.**[8]**

Os PCNS mostram que, a partir do 9º ano, pode ser organizado um método de ensino que desenvolva o raciocínio através da observação de comportamentos que possam estabelecer leis matemáticas relacionando a dependência de variáveis. Abordando, dessa forma, o conceito de função que, através de expressões algébricas, essa relação possa ser modelada. Aplicando situações-problema para que o aluno consiga entender o significado do conceito matemático de função.

> Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas).
> Assim, no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da sintaxe (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. **[8]**

4 ATIVIDADES PRÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Através da aplicação de atividades práticas como as descritas a seguir, o professor criará um ambiente de aprendizagem onde terá a possibilidade de desenvolver competências e habilidades sugeridas pelos PCNS. Neste ambiente, fará com que os alunos participem da construção do conhecimento e identifiquem a aplicação do conteúdo matemático em situações do cotidiano, desenvolvendo uma relação de ensino e aprendizagem muito mais agradável e, assim, estimulará o interesse dos alunos para o conhecimento matemático.

4.1 Atividade para o ensino de funções

A atividade é desenvolvida com o auxílio de uma bicicleta, uma trena e uma fita adesiva. Pode ser realizada na própria sala de aula ou no pátio da escola e possibilita a abordagem de várias situações problema, como por exemplo, a abordagem utilizada neste trabalho, explorando o conceito de funções, ou ainda, uma abordagem para o ensino de forma empírica do conceito do número Pi, entre outras.

4.1.1 *Objetivos*

- Entender o conceito de variáveis.
- Entender o comportamento de variáveis.
- Identificar a interdependência entre variáveis.
- Modelar a relação (Distância x Número de voltas).
- Entender o conceito matemático de função.
- Representar de variadas formas (Tabela, Expressão algébrica, Gráfico) uma função.
- Compreender a representação gráfica da relação.

Professor:

Apresentar para os alunos a relação existente entre o comprimento de uma circunferência e a distância percorrida por uma roda de bicicleta em uma volta, utilizando a ilustração abaixo:

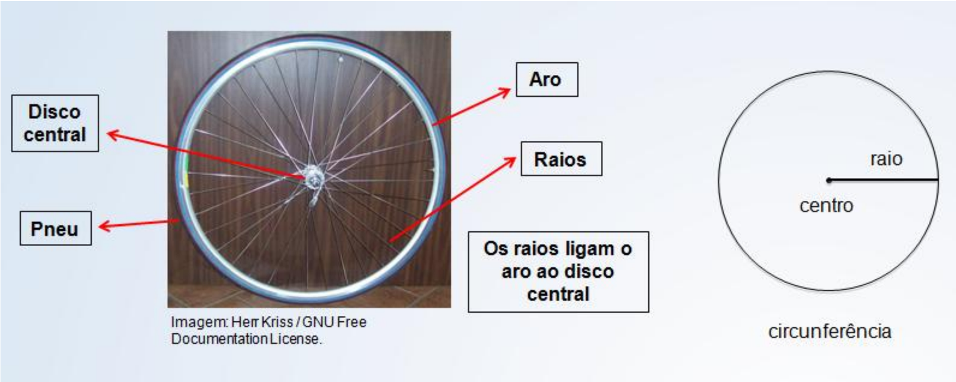


Fig.: A roda da bicicleta utilizada na atividade

Destacar que em uma volta, a roda da bicicleta percorre uma distância equivalente ao seu comprimento, que é dado por $2\pi r$, onde π é aproximadamente 3,14 e r é a medida do raio da roda da bicicleta.

Em seguida, formar grupos de 5 alunos e distribuir a atividade abaixo.

Alunos:

a) Medir, com o auxílio de uma trena, o tamanho do raio da roda (Aro + Pneu) da bicicleta.

Fig.: Roda da bicicleta utilizada na atividade

b) Calcular o comprimento C, aproximado, desta roda, utilizando a relação abaixo.

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

c) Determinar a distância percorrida por esta roda em uma volta.

d) A tabela abaixo relaciona a distância percorrida **y**, entre dois pontos no chão, de acordo com o número de voltas **x** dadas pela roda da bicicleta.

Fixar um ponto no chão (INÍCIO) e, a partir dele, seguindo uma linha reta, deslocar a bicicleta até que sua roda gire um número de voltas equivalente a um valor da primeira coluna da tabela. Ao terminar, fixar outro ponto (FIM). Em seguida, medir com o auxílio de uma trena a distância entre os dois pontos (INÍCIO) e (FIM), anotar o valor obtido na segunda coluna da tabela. Faça este procedimento para cada um dos valores da primeira coluna da tabela abaixo de forma a preencher toda a tabela.

Número de Voltas (x)	Distância entre Dois Pontos (y)
1	
1+1/3	
1+2/3	
2	
2+1/3	
2+2/3	
3	
3+1/3	
3+2/3	
4	
4+1/3	
4+2/3	
5	

Fig.: Tabela relacionando a distância percorrida e o número de voltas da roda

OBS.: Como a roda da bicicleta utilizada está dividida por três raios igualmente espaçados, a distância que ela percorre quando gira de um raio qualquer, até o próximo, equivale a 1/3 da distância percorrida quando dá uma volta completa.

e) Utilizando os resultados obtidos anteriormente nos itens b e c, verifique se os valores da tabela correspondem aos números de voltas indicados.

f) Observando a tabela podemos perceber que os valores de **x** e de **y** variam, por isso chamamos **x** e **y** de variáveis. De acordo com o contexto do exercício, identifique se existe alguma dependência entre as variáveis **x** e **y**.

g) Para cada um dos valores da primeira coluna foi possível obter um valor para ser inserido na segunda coluna?

h) Observe o comportamento dos valores na tabela e, em seguida, monte uma regra que associa a distância percorrida **y** pela roda de acordo com o número de voltas **x** que ela dá.

i) Construa um gráfico que represente a relação descrita pelos valores na tabela.

j) Os pontos do gráfico podem ser unidos?

4.1.2 *Considerações sobre a atividade:*

Ao realizar esta atividade, abordamos a situação problema de como medir a distância entre dois pontos através do número de voltas dadas pela roda da bicicleta, contudo, percebemos que podem ser feitas outras abordagens como, por exemplo, ensinar de uma forma empírica o conceito do número Pi.

A atividade foi aplicada no dia 14 de outubro de 2014, em duas turmas de 1ª série do ensino médio de uma escola estadual de Niterói, nas quais sou professor de matemática. Os alunos mostraram-se muito empolgados com a atividade diferente que seria realizada e, desde o início a fizeram com bastante dedicação.

Em cada turma, optei por criar grupos com 5 alunos para que cada um pudesse ficar bastante envolvido com a atividade. Fiz a apresentação da atividade e, distribuí o material para anotação, interpretação e representação dos dados que seriam coletados. Foram feitos cinco experimentos da atividade em cada turma. Para cada experimento da atividade foi escolhido um representante de cada grupo para coleta dos dados, pois dessa forma, todos os alunos participariam da atividade prática.

Fig.: Alunos realizando a medição do raio da roda da bicicleta

Durante a apresentação da atividade foi necessário explicar como se dava o funcionamento da trena, ensinando a unidade de medida correta que deveria ser considerada, pois a maioria dos alunos não tinha nenhum conhecimento sobre esta ferramenta.

Em seguida, utilizando uma bicicleta infantil, ajudei-os a refletir sobre o valor da constante π , através da divisão do comprimento da roda da bicicleta pelo seu diâmetro. Para confirmar, repeti a operação com a rodinha de apoio. Utilizamos o valor aproximado de 3,1.

Durante a atividade, os alunos despertaram para o fato de quanto maior o raio, menor a quantidade de voltas que a roda precisaria dar para percorrer uma determinada distância. Este fato podia ser evidenciado, pois a bicicleta infantil utilizada possuía rodinhas de apoio menores que a roda da bicicleta, dessa forma, os alunos observaram, ao mesmo tempo, a quantidade de giros de cada roda para percorrer uma mesma distância.

Fig.: Verificação da medida do raio da roda indicada na trena

Fig.: Roda alinhada no ponto de partida

Fig.: Alunos percorrendo o percurso com a bicicleta

Fig.: Medição da distância percorrida para comparação de resultados

Fig.: Grupo de alunos interpretando com o professor os dados coletados

4.1.3 *Resultados obtidos*

Apesar da enorme dificuldade apresentada pela maioria dos alunos das duas turmas com conceitos básicos de matemática como multiplicação, divisão e unidades de medida, todos conseguiram desenvolver bem a atividade.

Os alunos entenderam o conceito de variáveis, percebendo que conforme o número de voltas da roda era alterado, a distância percorrida pela bicicleta também sofria alteração. Conseguiram identificar também a interdependência entre variáveis e deduziram tranquilamente o conceito de variável dependente e independente, bem como a relação especial existente entre o número de voltas da roda e a distância percorrida. Através da observação do comportamento das variáveis na tabela, conseguiram modelar a lei de associação dessa função. Porém, os alunos apresentaram um pouco de dificuldade para representar graficamente os valores da tabela, obtidos com a atividade. No entanto, esta dificuldade propiciou uma abordagem mais detalhada sobre representação no plano cartesiano. Após isso, os alunos conseguiram desenvolver o restante da atividade, inclusive percebendo que para cada volta ou fração da volta, por menor que seja, haverá uma única distância percorrida correspondente e, por isso, conseguiram identificar que o gráfico tratava-se de uma reta.

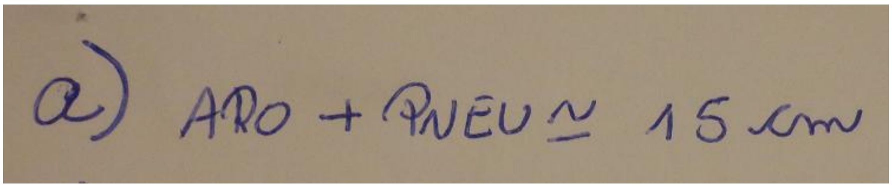
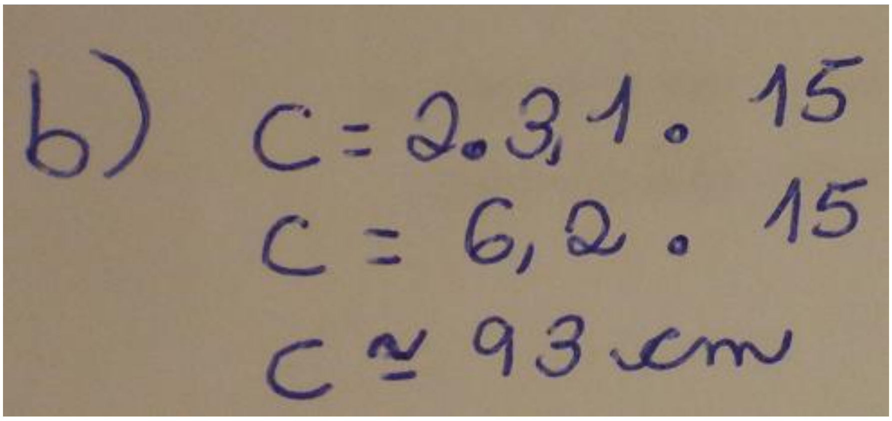

a) ARO + PNEU $\cong$ 15 cm

Fig.: Representação da medida do raio da roda da bicicleta


b) $C = 2 \cdot 3{,}1 \cdot 15$

$C = 6{,}2 \cdot 15$

$C \cong 93$ cm

Fig.: Representação dos cálculos do comprimento da roda da bicicleta

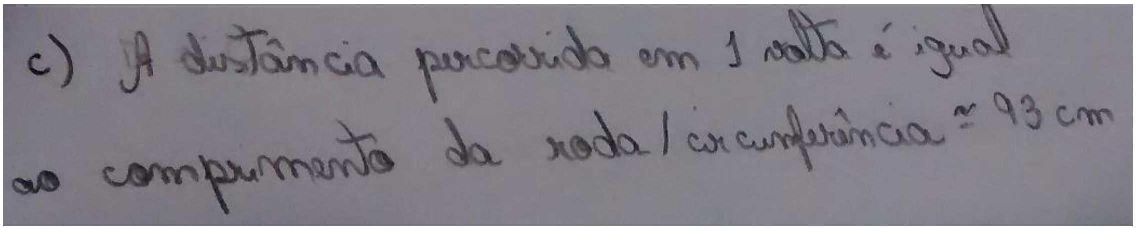
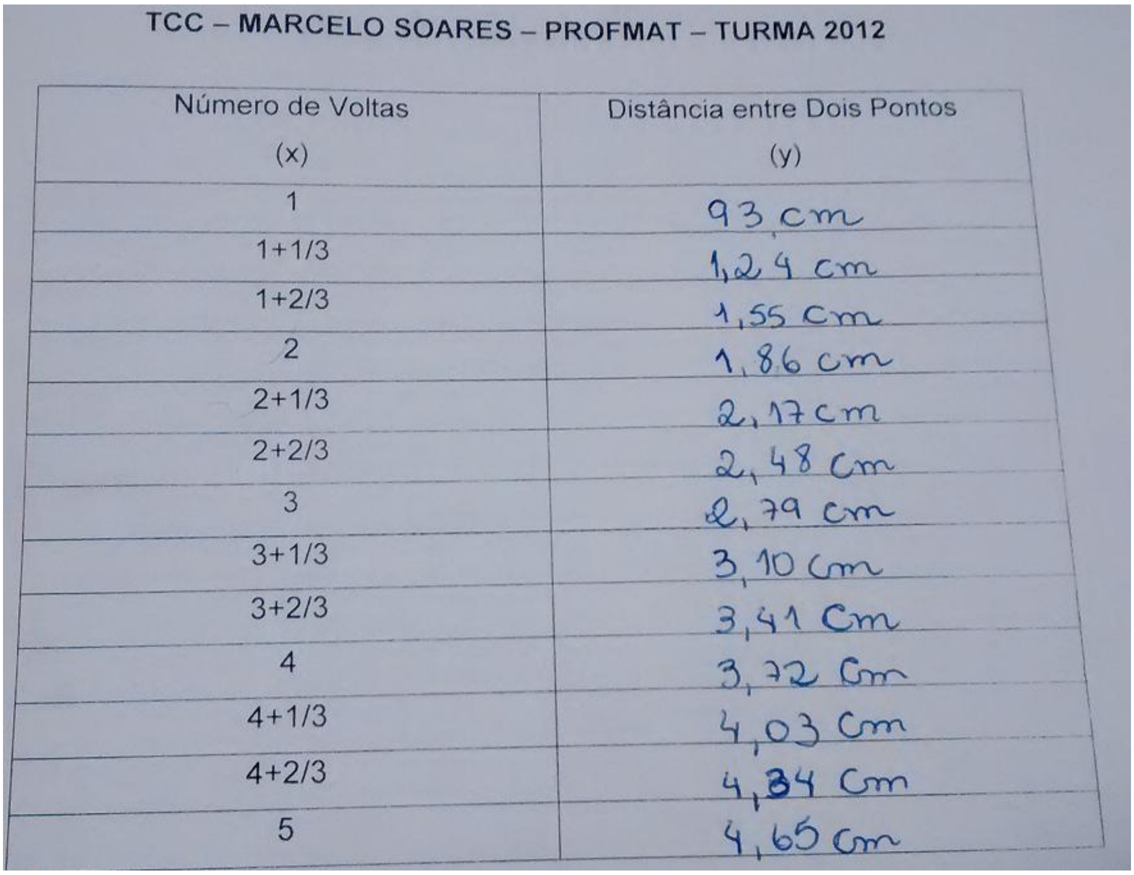

c) A distância percorrida em 1 volta é igual ao comprimento da roda / circunferência $\cong$ 93 cm

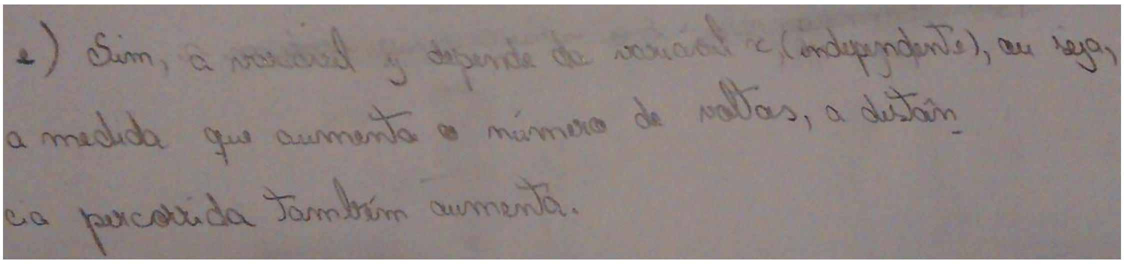
Fig.: Interpretação da distância percorrida em uma volta da roda



TCC – MARCELO SOARES – PROFMAT – TURMA 2012

Número de Voltas (x)	Distância entre Dois Pontos (y)
1	93 cm
1+1/3	1,24 cm
1+2/3	1,55 cm
2	1,86 cm
2+1/3	2,17 cm
2+2/3	2,48 cm
3	2,79 cm
3+1/3	3,10 cm
3+2/3	3,41 cm
4	3,72 cm
4+1/3	4,03 cm
4+2/3	4,34 cm
5	4,65 cm

Fig.: Tabela com os dados coletados na atividade



2) Sim, a variável y depende da variável x (independente), ou seja,
a medida que aumenta o número de voltas, a distân
cia percorrida também aumenta.

Fig.: Interpretação da interdependência entre as variáveis

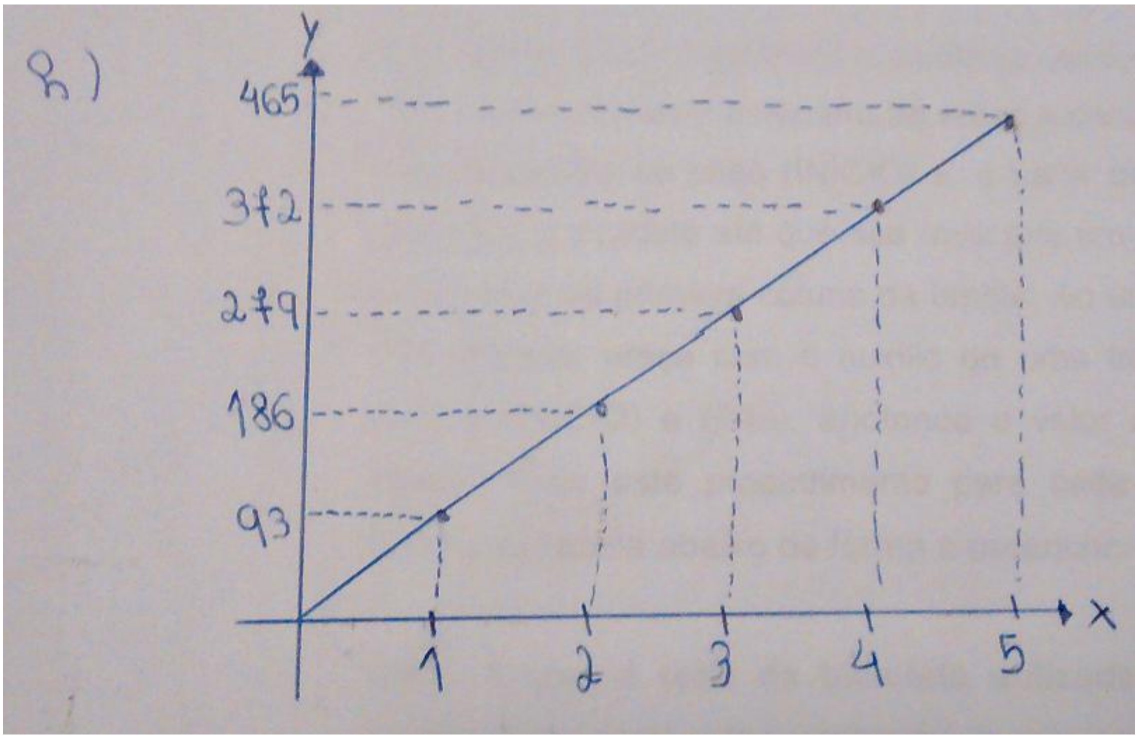


Fig.: Representação gráfica dos dados coletados

Acredito que a atividade proporcionou aos alunos situações onde eles precisaram pensar de forma mais prática, sem abstração e, por isso conseguiram encurtar o tempo necessário para o entendimento do conceito de funções. Além da atividade se tratar de algo que eles podem viver no cotidiano, eles puderam vivenciar uma experiência de pesquisa de comportamento, puderam trocar opiniões com os colegas envolvidos, desenvolvendo assim, a capacidade de produzir em equipe.

Ao fim da atividade, diversos alunos solicitaram que as aulas pudessem ser sempre com uma aplicação do cotidiano, pois se sentiram mais motivados quando perceberam qual a utilização prática do conceito que estavam estudando.

4.2 Atividade prática com o número Pi

Esta atividade é baseada em um exemplo exposto no vídeo “A história do Pi”, de Tom Apostol. **[1]**

O vídeo possibilita explorar um conceito básico de matemática de uma forma completamente diferente da que se o conceito fosse apresentado no quadro ou no livro. Faz com que o conteúdo ganhe vida em um ambiente com efeitos especiais e música de forma que o processo de ensino-aprendizagem acaba sendo mais prazeroso.

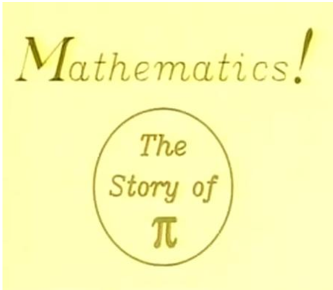


Fig.: Tela de apresentação do vídeo The story of Pi

A atividade apresentará aos alunos curiosidades sobre o número Pi. Através da exibição do vídeo, e, da execução de uma atividade prática de um exemplo citado no vídeo, cada aluno fará recorte, montagem e análise visual de uma circunferência repartida em partes iguais, que remeterão a um retângulo de área igual à área da circunferência.

4.2.1 *Objetivos*

- Desenvolver as capacidades investigativa, comparativa e conclusiva, presentes no pensamento científico.

- Entender que o valor do número Pi é constante e, por isso, independente do tamanho da circunferência, a razão do seu comprimento pelo seu diâmetro será sempre aproximadamente igual a 3,14.

- Perceber que as variações que ocorrem nas figuras formadas pelas fatias da circunferência, tem relação com a quantidade de fatias iguais nas quais a circunferência é dividida.

- Perceber que as áreas das diferentes figuras formadas pelas fatias, são constantes e iguais à área da circunferência que foi fatiada.

Professor:

Exibir o vídeo para os alunos e, em seguida, descrever para os alunos o exemplo citado no vídeo.

DESCRIÇÃO DO EXEMPLO CITADO NO VÍDEO

O comprimento de qualquer circunferência é um pouco mais do que três vezes o seu diâmetro (2.r).

$Comprimento \approx 3{,}14 \cdot 2r$

Em outras palavras, a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro é aproximadamente 3,14, uma constante fundamental da natureza conhecida pela letra Pi (π).

$\frac{Comprimento}{Diâmetro} = \frac{3{,}14 \cdot 2r}{2r} \approx 3{,}14 \approx \pi$

A área de uma circunferência é o produto de um número K pelo quadrado do seu raio.

$$Área = K.r^2$$

Esse fator K é outra constante fundamental da natureza.

Surpresa!

Essa constante é o mesmo número π .

Para ver como isso é verdadeiro, tome metade do comprimento da circunferência como referência, divida a circunferência em uma quantidade de fatias iguais e, reposicione essas fatias de forma a construir um paralelogramo, cuja área é a mesma da circunferência.

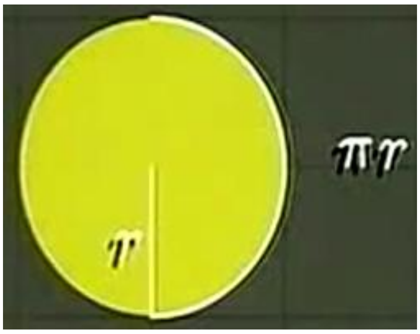


Fig.: A metade do comprimento da circunferência

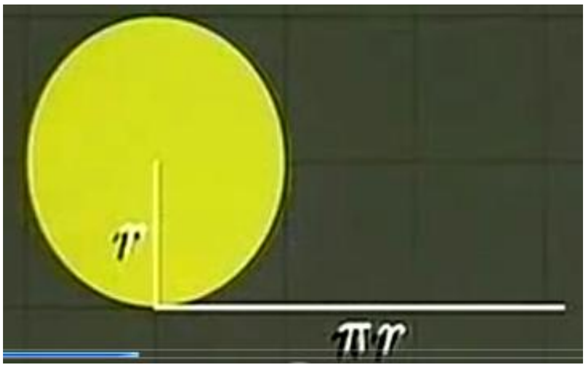


Fig.: A metade do comprimento da circunferência

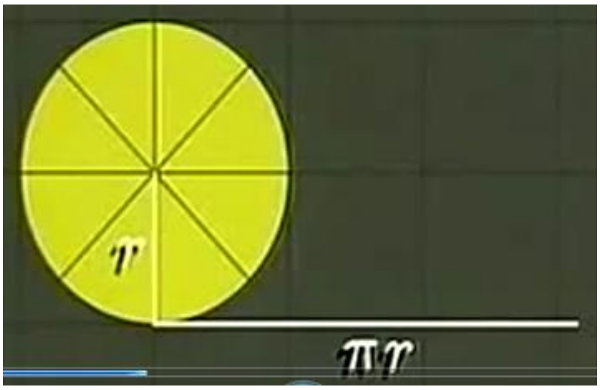


Fig.: A divisão da circunferência em partes iguais

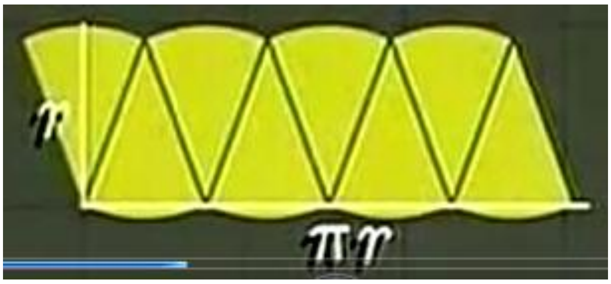


Fig.: Ordenação das partes obtidas na divisão

Conforme dividimos a circunferência em mais e mais fatias, cada vez menores, o paralelogramo cada vez mais se parece com um retângulo cuja base é $\pi \cdot r$ e a altura é r e, a área é $\pi \cdot r^2$.

Fig.: Comparação das áreas

Alunos:

a) Utilizando as circunferências abaixo, faça como no exemplo do vídeo o recorte das fatias e a montagem das fatias obtidas.

b) Analise as figuras obtidas, comparando suas alturas, suas bases e suas áreas.

c) Meça o raio de cada círculo e, calcule a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro.

MODELOS DE CIRCUNFERÊNCIAS DIVIDIDAS EM FATIAS IGUAIS

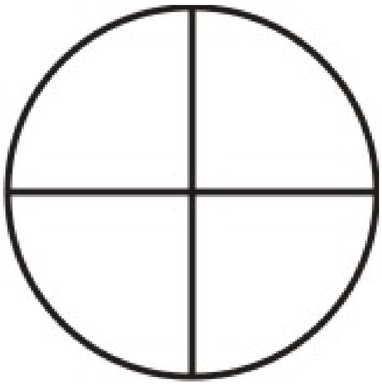


Fig.: Circunferência dividida em quatro partes iguais

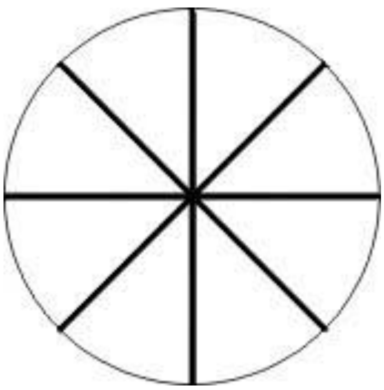


Fig. Circunferência dividida em oito partes iguais

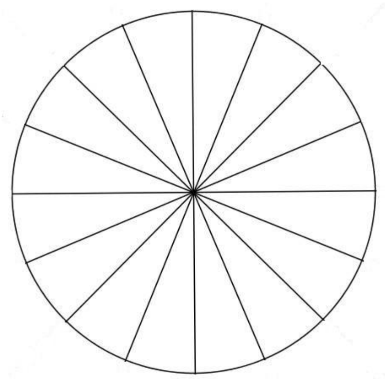


Fig.: Circunferência dividida em dezesseis partes iguais

4.2.2 *Considerações sobre a atividade*

A atividade foi aplicada no dia 26 de novembro de 2014, quando novamente utilizei as turmas de 1ª série do ensino médio, da escola estadual em que sou professor de matemática em Niterói. Como reflexo do resultado positivo da atividade anteriormente aplicada nestas turmas, os alunos estavam muito ansiosos pelo início da atividade e o comprometimento de cada um deles foi ainda maior do que na primeira atividade aplicada. Organizei a turma de forma que todos os alunos pudessem ver e ouvir a apresentação com clareza. Expliquei que a atividade esclareceria a origem do valor aproximado do número Pi, e para que pudesse ser desenvolvida sem dificuldades de conteúdo, fiz uma breve referência à atividade da bicicleta desenvolvida anteriormente.

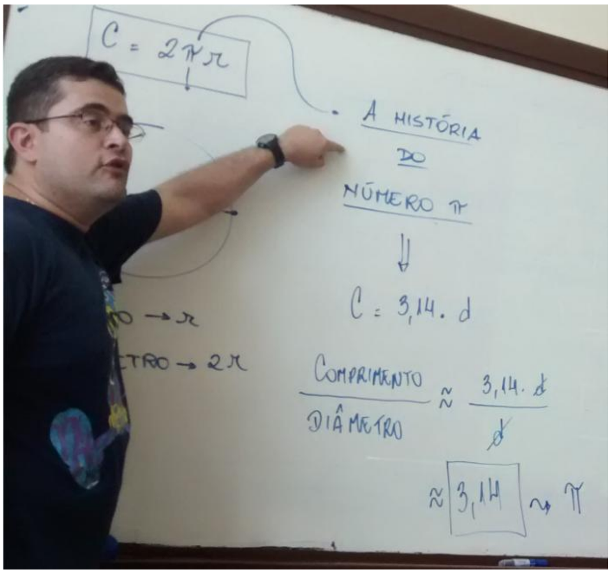


Fig.: Introdução da atividade

Iniciei a reprodução do vídeo e, como foi produzido em inglês, fui simultaneamente traduzindo para turma.

Fig.: Descrição da atividade

Ao final da apresentação do vídeo, orientei que os alunos desenvolvessem a atividade, entregando-lhes a descrição impressa do exemplo citado no vídeo e os modelos, para serem recortados, das circunferências divididas em fatias iguais. Havia três modelos, o da circunferência dividida em quatro fatias iguais, o da dividida em oito fatias iguais e, o da dividida em dezesseis fatias iguais.

Fig.: Aluna realizando a atividade

Cada aluno recortou uma circunferência e reordenou suas fatias de acordo com o exemplo.

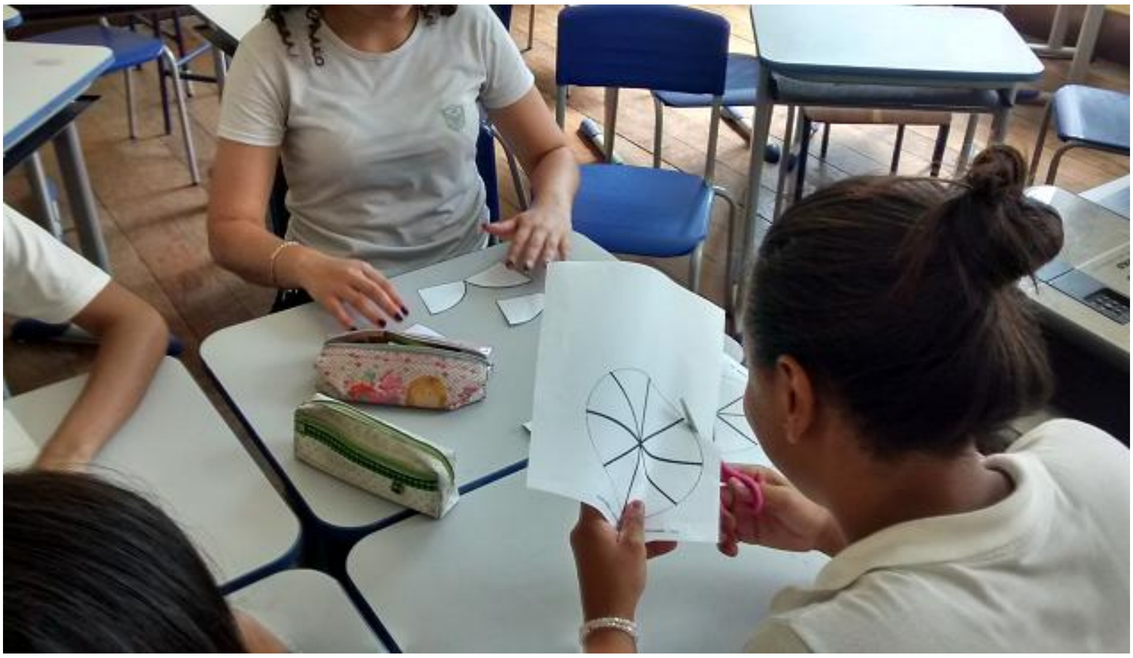


Fig.: Aluna recortando a circunferência

Fig. Aluna ordenando as partes obtidas

4.2.3 *Resultados obtidos*

Esta atividade foi focada na exposição do exemplo no vídeo e na execução prática do mesmo pelos alunos. Por não envolver cálculos numéricos, apenas execução, observação e comparação, os alunos não apresentaram nenhum tipo de dificuldade em realizar a atividade.

Os alunos conseguiram observar diversas diferenças entre as figuras formadas, como por exemplo, a inclinação do raio de cada fatia de uma figura para outra. Perceberam que quanto maior for a quantidade de fatias iguais que a circunferência for dividida, a inclinação do raio de cada fatia tenderá a ficar em pé e, a figura tenderá a ser um retângulo cuja altura é o raio da circunferência.

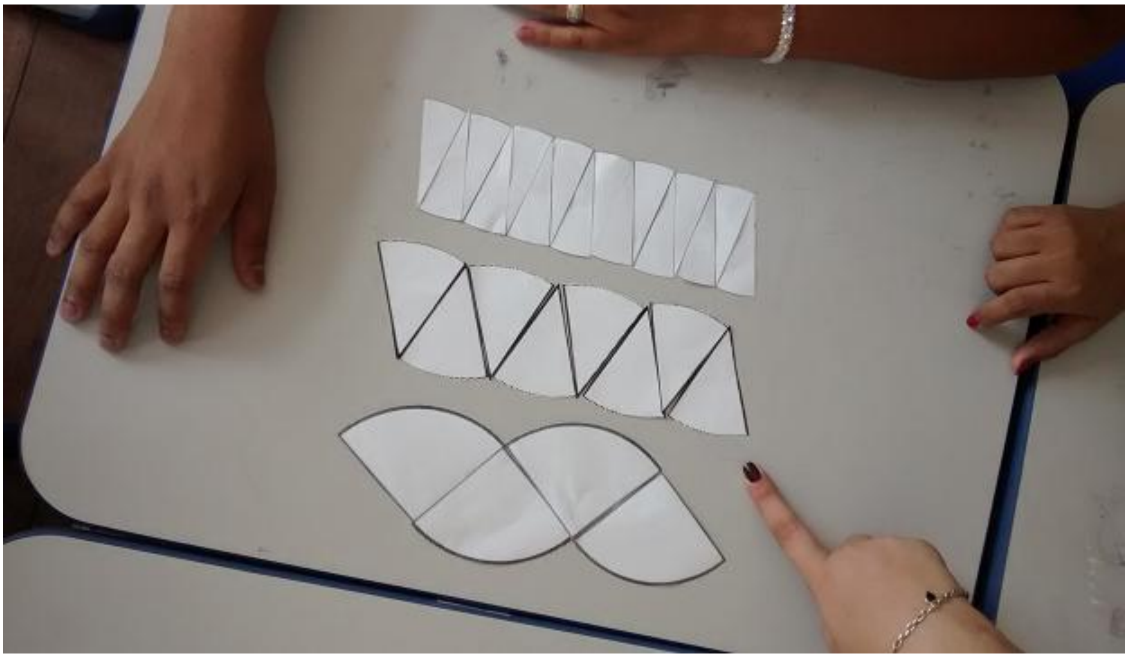


Fig. Observação das figuras resultantes

Perceberam também semelhanças como o fato de todas as figuras parecerem ter a mesma largura e a mesma altura.

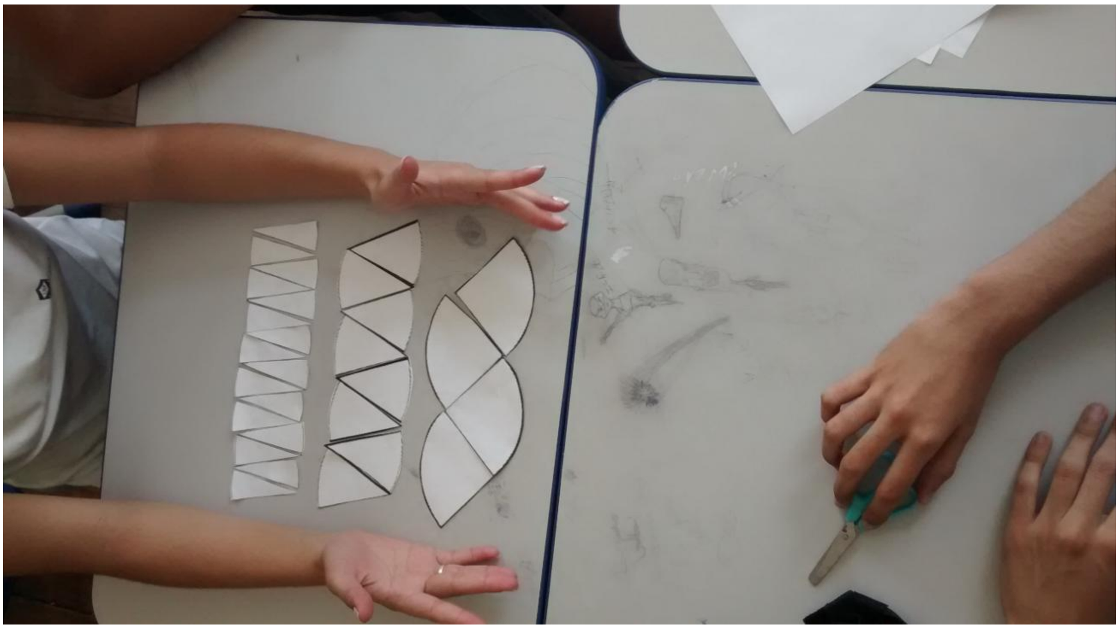


Fig.: Comparação das figuras resultantes

O resultado geral da atividade foi bastante positivo, ela deu à maioria dos alunos a primeira oportunidade de estudar adotando uma postura científica, comparando situações e comportamentos e, a partir daí, tirando conclusões sobre o objeto de estudo.

5 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos com as aplicações das oficinas confirmam que a abordagem prática é bastante útil para o desenvolvimento do processo de construção do conhecimento matemático. Ela desperta o interesse dos estudantes para aplicações do conteúdo no cotidiano, possibilita desenvolver as capacidades de argumentar, de debater e, de trabalhar em grupo, fazendo com que o processo de ensino-aprendizagem, além de significativo, seja envolvente e, consequentemente, mais prazeroso.

Os estudantes exploraram nas oficinas exemplos da aplicação direta do conteúdo estudado, e, de certa forma, obtiveram uma resposta para a recorrente pergunta: “Professor, para que eu estou aprendendo esse conteúdo?”. Fato difícil de ser alcançado nas aulas tradicionais, onde os conteúdos ficam expostos através de fórmulas e repetição de exercícios, provocando nos estudantes, na maioria das vezes, uma grande resistência à disciplina.

Como trabalhamos com a turma durante todo o período letivo de 2014, pudemos perceber uma mudança na postura dos estudantes nas aulas de matemática. O envolvimento nas atividades foi maior do que o apresentado nas aulas sem a abordagem prática e, ainda, o interesse pelo conteúdo aumentou consideravelmente após a aplicação das oficinas.

As escolas ao optarem por disponibilizar em seu planejamento um espaço para a abordagem prática do ensino da matemática promoverão um envolvimento mais abrangente dos seus estudantes nas aulas da disciplina.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] APOSTOL, T. M. *The story of Pi*, Project mathematics! Computer-Animated Mathematics Videotapes and DVDs. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=eguk20OL76c>. Acesso em: 23 de novembro de 2014.

[2] ARANHA, A. Zimmermann; RODRIGUES, M. Benedito. *Exercícios de matemática.* Volume 2. 2. ed. São Paulo: Policarpo, 1994.

[3] BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática Bianchini 9º ano.* 7. e.d. São Paulo: Moderna, 2011.

[4] DANTE, L. R.; *Matemática contexto e aplicações.* 5. e.d. São Paulo: Ática, 2011.

[5] DEVLIN, Keith. *Introduction to mathematical thinking*. 1^{st} e.d. [S.l.]: Keith Devlin, 2012.

[6] GIOVANNI, J. R.; JÚNIOR, J. R. Giovanni; BONJORNO, J. R. *Matemática fundamental: uma nova abordagem.* 2. e.d. São Paulo: FTD, 2011.

[7] LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, A. C. *A matemática do ensino médio. Coleção do professor de matemática.* Volume 1. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

[8] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental.* Brasília, 1998.