UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA (PROFMAT)

LEYLANE FERREIRA HADAD DE OLIVEIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O COTIDIANO

RIO BRANCO - AC

2015

LEYLANE FERREIRA HADAD DE OLIVEIRA

MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O COTIDIANO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza

RIO BRANCO - AC

2015

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

O482m Oliveira, Leylane Ferreira Hadad de, 1981 -

Matemática financeira para o cotidiano / Leylane Ferreira Hadad de Oliveira. – 2015.

105 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Acre, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Profissional. Rio Branco, 2015.

Incluem referências bibliográficas e anexos.

Orientador: Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza.

1. Matemática financeira. 2. Capital. 3. Economia. I. Título.

CDD: 512

Bibliotecária: Maria do Socorro de Oliveira Cordeiro CRB-11/667

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - CCET
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Matemática Financeira para o cotidiano

Autor (a) : Leylane Ferreira Hadad de Oliveira
Orientador (a): Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Acre – PROFMAT/UFAC, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre.

Examinado (a) por:

Edcarlos Miranda de Souza
....
Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza
(Orientador e Presidente da Banca)

....
Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior
(Membro)

....
Prof. Msc. Márcio Dos Santos Soares
(IMCFAC/SEE - Membro Externo)

Rio Branco, Acre
Julho de 2015

Dedico este trabalho à minha família, sobretudo ao meu esposo, Israel Herôncio R. O. Hadad que, desde o início, desejou e lutou para que este sonho se concretizasse. Cuidou das nossas filhas com amor e dedicação, nos momentos em que estive ausente estudando, e tolerou, algumas vezes, meu mau humor, cansaço e, por conseguinte, motivou-me a seguir em frente. Obrigada por acreditar sempre no meu potencial. Hoje, realizada e feliz, dedico a ele nossa vitória, pois o meu título de mestra somente aconteceu em virtude do grande amor e incentivo que sempre recebi dele.

Dedico, também, este trabalho, à minha irmã Giovanna Castro Hadad (in memorian) que, infelizmente, não pôde compartilhar da minha alegria, mas eternamente morará em meu coração.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pois sem sua permissão nada seria possível: obrigada, Senhor, por todo o Seu cuidado durante toda a minha vida.

Aos meus pais, Gilberto e Marlúcia que, desde sempre, fizeram parte da minha história, dedicando boa parte do tempo para me educar e ensinar. Tudo que sou, hoje, agradeço a vocês.

Às minhas filhas, Isabele e Letícia, que mesmo sentindo a minha ausência, sempre me receberam com sorrisos e abraços, e ainda que eu estivesse exausta, conseguia recuperar um pouco da minha energia para dar-lhes o merecido amor e atenção.

Ao prof. Dr. Edcarlos Souza, não poderia escolher melhor orientador. Conquistou todo o meu respeito e admiração por sua sabedoria e humildade. Meu eterno agradecimento pela paciência e atenção pois, em circunstância alguma, sob sua orientação, senti-me só.

A todos os docentes e tutores do programa PROFMAT, pois cada um, de forma bem peculiar, contribuiu para a minha formação.

Aos meus companheiros de batalha, pelos bons e divertidos momentos que passamos juntos, nesses dois anos de curso, e um muito obrigada especial aos meus amigos e companheiros de estudo, Mara Rykelma, Ricardo Moura e, sobretudo, ao Hiroto Yokoyama que, muitas vezes, cedeu sua casa para estudarmos. Sem a ajuda de vocês, a minha trajetória ficaria bem mais difícil.

À CAPES, pelo incentivo financeiro.

Aos graduandos em matemática, que durante a disciplina de Matemática Financeira, participaram e contribuíram para formação deste trabalho.

A todos os membros da Igreja Congregacional do Manoel Julião, que também souberam compreender o meu distanciamento em cada evento.

Às minhas irmãs Liliane e Leydiane, pelo carinho, apoio e amizade.

À minha sogra Lúcia, por sempre estar disposta a ajudar, com bom humor e dedicação.

Ao Márcio Santos, por ceder o material didático do PROFMAT de 2012, que foi de fundamental importância para eu conseguir chegar até aqui.

À banca examinadora, que muito contribuiu para o enriquecimento desse produto, meu muito obrigada.

E a todos que torceram por mim e que, direta ou indiretamente, contribuíram para que o trabalho acontecesse, o meu muito obrigada!

RESUMO

Este trabalho visa, como principal objetivo, destacar a importância da matemática financeira como instrumento de capacitação do discente a compreender as relações financeiras habituais de seu cotidiano, bem como defender a proposta de inserção da disciplina na grade curricular do ensino médio, de forma completa e adequada, visando ao desenvolvimento do senso crítico e analítico a respeito do contexto econômico atual e o surgimento de uma visão ampla e indagadora acerca de situações financeiras cotidianas, possibilitando ao aluno ter o domínio sobre aplicações financeiras, aplicação de juros, alíquota de impostos, financiamentos, sistema inflacionário, dentre outras operações. Em seu desenvolvimento, o trabalho aponta metodologia pedagógica prática e simplificada, utilizando representações gráficas, fluxogramas, tabelas e demonstrando a utilização das planilhas de Excel como ferramenta auxiliar para execução de cálculos financeiros. A proposta de texto é em formato de livro, tendo em vista a pretensão de que este possa vir a ser editado em tal formato.

Palavras-chave: Compra parcelada, Inflação, Imposto de Renda, atualizar o capital.

ABSTRACT

This work has as main objective to highlight the importance of financial mathematics as a training tool of the student to understand the normal financial relations of their daily lives. As well as defend the discipline of insertion proposed in curricular high school grade, complete and adequate for the development of critical and analytical sense about the current economic context and the emergence of a wide vision and inquiring about financial situations daily, enabling the student to have dominion over financial investments, application of interest, tax rate, financing, inflationary system, among other operations. In its development work aims practice and simplified pedagogical methodology, using graphics, flow charts, tables, and demonstrating the use of Excel spreadsheets, as an auxiliary tool for performing financial calculations. The proposed text is in book form in order to claim that this might be edited in such a format.

Keywords: split sale, Inflation, Income Tax, upgrade the capital.

LISTA DE FIGURA

LISTA DE TABELA

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A matemática financeira é um instrumento importante que nos auxilia a entender e avaliar a melhor forma de fazer uma aplicação, um financiamento ou um pagamento de dívidas, merecendo destacar a grande importância na capacitação do aluno em entender melhor o mundo em que vive, compreendendo relações financeiras habituais do dia a dia. Ela tem, como principal objetivo, explicar a valorização ou a desvalorização do dinheiro no tempo.

Atualmente, é muito importante que todas as pessoas, sobretudo as que estão ingressando no mercado de trabalho ou começando a levar a vida de uma forma mais independente, tenham o conhecimento de como lidar com as finanças, entendendo, por exemplo, que o dinheiro tem valor diferente no tempo, e que pagar à vista, sem desconto, pode ser menos vantajoso que pagar a prazo e, sobretudo, compreender como a inflação interfere no aumento dos preços.

Apesar das orientações curriculares nacionais do Ensino Médio (BRASIL,2006), relatarem que:

> No trabalho com Números e operações, deve-se proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do quotidiano, tais como: [...]; ler faturas de contas de consumo de água, luz e telefone; .... Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários.

Não é o que vemos na maioria, senão todos os livros didáticos que, por sua vez, têm apresentado a matemática financeira de modo muito superficial, tratando, em geral, dos sistemas de juros simples e, de forma muito tímida, do sistema de capitalização composta, não chegando a situar o aluno nas principais relações financeiras do cotidiano, tais como: empréstimos, compra parcelada, inflação, cálculo de impostos etc.

Esse tema foi escolhido com muito cuidado por convicção de que ele interfere no exercício da cidadania, tornando-se, portanto, importante por contribuir para o surgimento de um olhar mais amplo e indagador, e produzir uma visão mais crítica em relação às situações financeiras cotidianas.

Através da educação financeira, existe a possibilidade de instigar a curiosidade do aluno em questionar e pesquisar sobre os abusos do poder econômico, com a aplicação de juros em dívidas e alíquota de impostos, além de fazê-lo compreender, também, como calcular o imposto que é descontado do trabalhador para a aplicação de investimento no país, conhecido como

Imposto de Renda de Pessoa Física – IRPF, assim como entender o porquê da dinâmica e a importância da matemática nestas relações.

O presente trabalho tem a pretensão de expor os princípios matemáticos que regem as principais relações financeiras do cotidiano. Neste sentido, serão abordados os diferentes regimes de capitalização, as ideias sobre as taxas que são cobradas, as relações de empréstimos, o conhecimento e a ideia do que é a inflação, destacando a importância do controle da mesma. E, por fim, uma abordagem de como funciona o cálculo do imposto de renda para pessoa física no Brasil, considerando que esses termos são corriqueiros aos cidadãos brasileiros. A ideia é que o texto tenha uma matemática acessível a estudantes do nível médio das escolas brasileiras. Além disso, sempre que possível, será mostrado o uso de planilhas eletrônicas para viabilizar os cálculos mais entediantes.

Acreditamos que uma educação financeira venha possibilitar ou, ao menos, contribuir com os alunos de ensino médio para desenvolver o senso crítico e analítico a respeito da economia doméstica, compreender o mundo em que vivem, tal como entender qual é a melhor decisão a ser tomada em determinadas situações.

CAPÍTULO 1: MATEMÁTICA FINANCEIRA

1.1 Um pouco de história

Fonte: Banco Central do Brasil

Mesmo antes da chegada dos portugueses ao Brasil, os índios que povoavam o local já faziam trocas de mercadorias excedentes ou não mais utilizadas. A essa permuta foi dada o nome de escambo, que consiste na troca de mercadorias, tais como alimentos, açúcar mascavo, tecido, fumo, café, gado, cerâmicas, pau-brasil, zimbos e o sal. Por muitos séculos, o comércio se manteve dessa forma. No entanto, depois de certo tempo, houve necessidade, de alguma forma, de atribuir valores às mercadorias trocadas. Naquela época, o ouro e a prata não eram mercadorias de muito valor, até porque não tinham muita utilidade. Uma das mercadorias de mais valor era o sal, pois alimentava o gado, gerando, inclusive, uma nova palavra ao nosso vocabulário, o ‘Salário’, pagamento feito pelo sal (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2015).

O dinheiro surgiu com a necessidade de atribuir valores às mercadorias trocadas. As poucas moedas que por ali passavam, vinham de Portugal. Surgiu, então, o primeiro sistema monetário brasileiro, conhecido como réis, moedas normalmente feitas de metais, algumas em prata ou ouro. As moedas mais valiosas eram as de ouro, nos valores de 4000 réis. Em meados de 1800, percebeu-se que muitas moedas falsas de cobre estavam em circulação, e o governo imperial republicano decidiu recolher tais moedas, evitando um descontrole financeiro emitindo recibos em troca que, futuramente, tornar-se-iam os primeiros papéis moedas do nosso país.

Segundo a Casa da Moeda (2014)

> A necessidade de guardar as moedas em segurança deu surgimento aos bancos. Os negociantes de ouro e prata, por terem cofres e guardas a seu serviço, passaram a aceitar a responsabilidade de cuidar do dinheiro de seus clientes e a dar recibos escritos das quantias guardadas. Esses recibos (então conhecidos como "goldsmith´s notes") passaram, com o tempo, a servir como meio de pagamento por seus possuidores, por serem mais seguros de portar do que o dinheiro vivo. Assim, surgiram as primeiras cédulas de "papel moeda", ou cédulas de banco, ao mesmo tempo em que a guarda dos valores em espécie dava origem a instituições bancárias.

O governo provisório republicano permitiu que alguns bancos também emitissem cédulas. O aumento desordenado de cédulas gerou inflação, que será abordada de forma mais detalhada no capítulo 5. Após a crise causada pelas diversidades nos setores bancários, tais emissões tornaram-se exclusividade do tesouro nacional, e foi assim que surgiu a história do dinheiro, na nação brasileira.

No decorrer da evolução, o homem percebeu que o dinheiro perde o valor e, conforme o tempo passa, diminui o poder aquisitivo. Dessa forma, é necessário ser feita a correção monetária[1], com o objetivo de aumentar o poder de compra do capital. A idealização de juros já seria encontrada desde os primórdios da civilização, com o perceber da desvalorização da moeda.

O juro composto, por sua vez, deu-se com o aperfeiçoamento das técnicas financeiras, sobretudo idealizadas pelos bancos, que tiveram contribuição no seu surgimento. De acordo com SILVA (2015):

> Atualmente, a Matemática Financeira possui inúmeras aplicabilidades no cotidiano, englobando situações relacionadas ao ganho de capital, pagamentos antecipados e postecipados, porcentagem, financiamentos, descontos comerciais, entre outros produtos do meio financeiro.

[1] É o ajuste que constantemente se é dado a certo valor na economia, com base na inflação do período, com a finalidade de corrigir a perda do poder aquisitivo da moeda.

CAPÍTULO 2: REGIME DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES

2.1 Juros simples

Para melhor entendimento dos termos e conceitos de capitalização simples, será apresentada uma situação fictícia:

Há tempos se vivia de forma bastante harmoniosa. O que se consumia era plantado e vestimentas e bens de consumo eram feitos de forma artesanal. O comércio se dava em forma de troca de mercadorias e bens. O caso mostra a história de duas famílias: a de Pedro e a de João. Pedro sempre foi um homem muito responsável e bastante preocupado com sua família. Nunca deixava faltar nenhum tipo de utensílio e sua colheita era sempre farta. E João, muito amigo de Pedro, apesar de ter algumas reservas, era um tanto quanto preguiçoso e não tão precavido quanto seu amigo.

Certo dia, a esposa de João percebeu que o feijão que ficava no estoque havia se acabado. Então, João buscou socorro com seu amigo Pedro, pedindo duas sacas de feijão, para que fossem devolvidas as mesmas duas sacas na próxima safra. Pedro, sempre solidário, emprestou a João as tais sacas. Porém, com pouco tempo depois, João voltou a pedir socorro com outros alimentos, até que chegou um momento em que Pedro, o amigo organizado, chegou a João e disse: - João, amigo, nunca deixarei de ajudá-lo, mas também não posso ser prejudicado. Então, a partir de hoje, cobrarei pelo aluguel das coisas que estou emprestando a você.

João não ficou muito satisfeito, mas, pela necessidade, viu-se obrigado a aceitar as condições postas pelo amigo. Então, a partir daquele momento, a cada dez sacas que se tomasse emprestado, deveria se devolver onze no final da próxima safra. E, se não conseguisse cumprir o combinado, o pagamento passaria para a safra seguinte, sendo que o pagamento pelo aluguel seria, então, de doze sacas, e assim por diante.

Fazendo a inserção de termos matemáticos a história de Pedro e João chama-se *capital* a qualquer valor monetário (no caso do nosso exemplo, não se trata de dinheiro, e sim de sacas de alimentos) que poderá ser emprestado ou aplicado por uma pessoa física[2] ou jurídica[3], por

[2] É todo indivíduo, cidadão comum, identificado pelo CPF (Cadastro de Pessoa Física).

[3] Entidade com responsabilidades e atribuições jurídicas, tais como empresas, associações, companhias e etc., identificada pelo CNPJ (Cadastro Nacional da Pessoa Jurídica)

um certo período de tempo (no caso do exemplo, o período da safra). Considera-se *juros* o que será devolvido além do que foi emprestado, servindo como um pagamento pela “prestação do serviço dado”, ou seja, é a remuneração pelo uso do capital. Já ao percentual aplicado sobre o capital por um certo período de tempo, será denominado *taxa de juros* (no exemplo equivale a 10% no período de uma safra, ou seja, 1 saca por período, quando a quantidade emprestada for 10 sacas) e, por fim, o *montante* que representa o valor total adquirido, o capital somado ao juro.

Atualmente, o regime financeiro mais utilizado no país é o de capitalização composta, porém, em algumas situações, também é utilizado o regime de capitalização, conhecido como juros simples, normalmente utilizado em curto prazo, pois a taxa de juros é aplicada sempre sobre o capital inicial. Tal modelo tem pouca aplicação no sistema financeiro, mas merece ser abordado neste trabalho.

Acompanhe um exemplo: “João toma emprestado, de seu amigo Pedro, o valor de R$100,00 para pagar em três meses a uma taxa de juros de 10% ao mês”. No regime de capitalização simples, o rendimento cresce de forma linear, e a taxa é aplicada sempre ao mesmo capital. O que muda é o prazo de aplicação, acontecendo da seguinte forma:

Ao final do primeiro mês, João deveria pagar para Pedro R$ 100,00 somado aos juros de 10% de R$100,00 = R$10,00, ou seja, Pedro deveria receber de João a quantia de R$ 110,00.

De modo análogo, procede-se para os dois meses seguintes. Como João só pagará a dívida após três meses, o procedimento do cálculo dos juros simples se repetirá nos outros dois meses, sendo necessário pagar um juro de R$ 10,00 a cada mês.

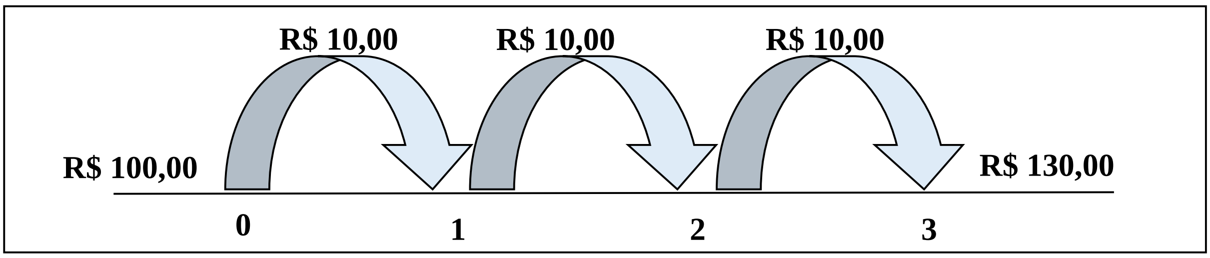


Figura 01: Esquema de uma transação a Juros Simples

Usando o exemplo fictício do início deste capítulo, simula-se um empréstimo.

Tabela 1: Como calcular o montante e juros simples

Capital	Taxa de juros	Tempo	Juros	Montante
10 sacas	10% (a safra)= 0,1	1 safra	10.(0,1).1 = 1 saca	10 + 1 = 11 sacas
10 sacas	10% (a safra)= 0,1	2 safras	10.(0,1).2 = 2 sacas	10 + 2 = 12 sacas
10 sacas	10% (a safra)= 0,1	3 safras	10.(0,1).3 = 3 sacas	10 + 3 = 13 sacas
...	...	...	...	...
C	I	n	cin	c + cin

De um modo geral, no Sistema de Capitalização Simples, os juros gerados em cada período são calculados sempre sobre o capital inicial.

Como enfatizado, tal sistema não é o mais usual nas transações financeiras, mas pode ser generalizado da seguinte forma: Para um capital C, aplicado a uma taxa de juros i, o montante a juros simples, após n períodos de tempo (expresso na mesma unidade de tempo da taxa de juros) é calculado da seguinte forma:

$$J = cin \tag{1}$$

Pelo conceito de montante, temos que:

$$M = c + j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = c + cin \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = c(1 + in) \tag{2}$$

Vejamos como resolver alguns problemas:

Problema 1: João emprestou a Maria um valor de R$ 1 200,00 a uma taxa de juros simples de 2% ao mês, durante 1 ano e dois meses. Determine os juros e o montante que Maria terá que devolver a João no final desse período.

$C = 1200$

$i = 2\% = 0{,}02 a.m.$

$n = 1 ano \quad e \quad 2 meses = 14 meses$

$j = ?$

$m = ?$

$j = cin$

$j = 1200.(0{,}02).14$

$j = 336$

$M = c + j$

$M = 1200 + 336$

$M = 1536$

Resp.: Maria terá que devolver a João um juro de R$ 336,00, ou seja, um montante de R$1 536,00.

Problema 2: Um motoboy investiu R$ 500,00 em uma aplicação financeira que usa o regime de juros simples. Seis meses após, o motoboy notou que o montante era de R$ 560,00. Qual a taxa de juros dessa aplicação financeira?

$C = 500$	$M = C + j$	$j = cin$
$i = ?$	$560 = 500 + j$	$60 = 500.i.6$
$n = 6meses$	$j = 560 - 500$	$i = \frac{60}{3.000} = 0{,}02 = 2\%.$
$M = 560$	$j = 60$	

Resp.: a taxa de juros dessa aplicação foi de 2% ao mês.

Observe que, para uso das relações de juros e montante, devemos colocar a taxa de juros sempre na mesma unidade do período. Por exemplo, se a taxa for mensal, o período deve estar em meses; se anual, o período em anos, e assim por diante.

2.2 Relação entre montante e função afim

Toda função polinomial do 1º grau pode ser expressa como f(x) = ax + b, com a e b números reais e a ≠ 0. Como vimos há pouco, o montante é representado pela fórmula:

$$M = c(1 + in)$$

ou

$$M = c + cin$$

Considerando o capital e a taxa valores prefixados, podemos considerar uma relação do montante em função do tempo n, assim:

$$M_n = cin + c$$

Fazendo uma comparação com uma função polinomial do 1º grau, temos:

c.i → coeficiente angular[4] (perceba que a variação da taxa de juros determina a inclinação da reta).

c → coeficiente linear, determina a ordenada do ponto que corta o eixo y.

[4] Comumente o termo coeficiente angular e descrito por taxa de variação, entretanto usa-se tal notação para não causar confusão com a taxa de juros.

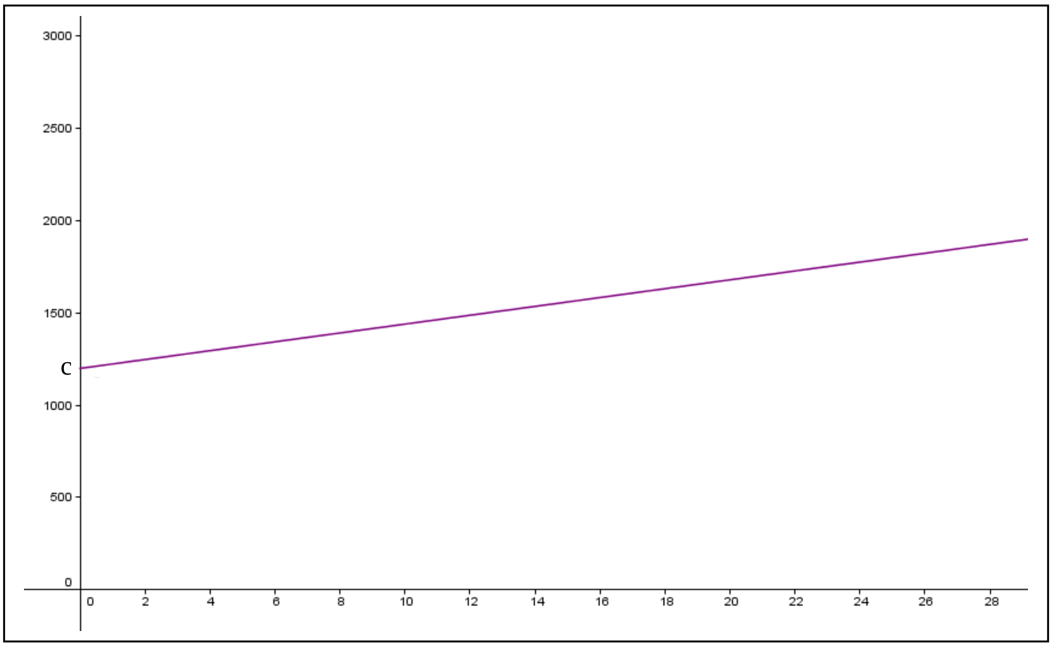


Figura 02: Representação gráfica do problema 1

Observe o que acontecerá com esse gráfico, se mantido o capital fixo, e fazendo variar o valor da taxa.

Como ficaria a função para uma taxa de 30% e outra de 20%?

f(x) = cin + c	g(x) = cin + c
f(x) = 1.200 × (0,3) x + 1.200	g(x) = 1.200 × (0,2) x + 1.200
f(x) = 360x + 1.200	g(x) = 240x + 1.200

Como ficaria a função para uma taxa de 10% e outra de 5%?

h(x) = cin + c	p(x) = cin + c
h(x) = 1.200 × (0,1) x + 1.200	p(x) = 1200 × (0,05) x + 1.200
h(x) = 120x + 1.200	p(x) = 60x + 1.200

Como ficaria a função para uma taxa de 2% e outra de 0,5%?

q(x) = cin + c	r(x) = cin + c
q(x) = 1.200 × (0,02) x + 1.200	r(x) = 1.200 × (0,005) x + 1.200
q(x) = 24x + 1.200	r(x) = 6x + 1.200

Juntando todas as figuras em um único gráfico, pode-se ver perfeitamente que, quanto maior for a taxa percentual, maior será a inclinação da reta e, quanto menor for a taxa percentual, menor será a inclinação da reta, ou seja, quem determina a inclinação é a taxa (considerando o capital inicial fixado).

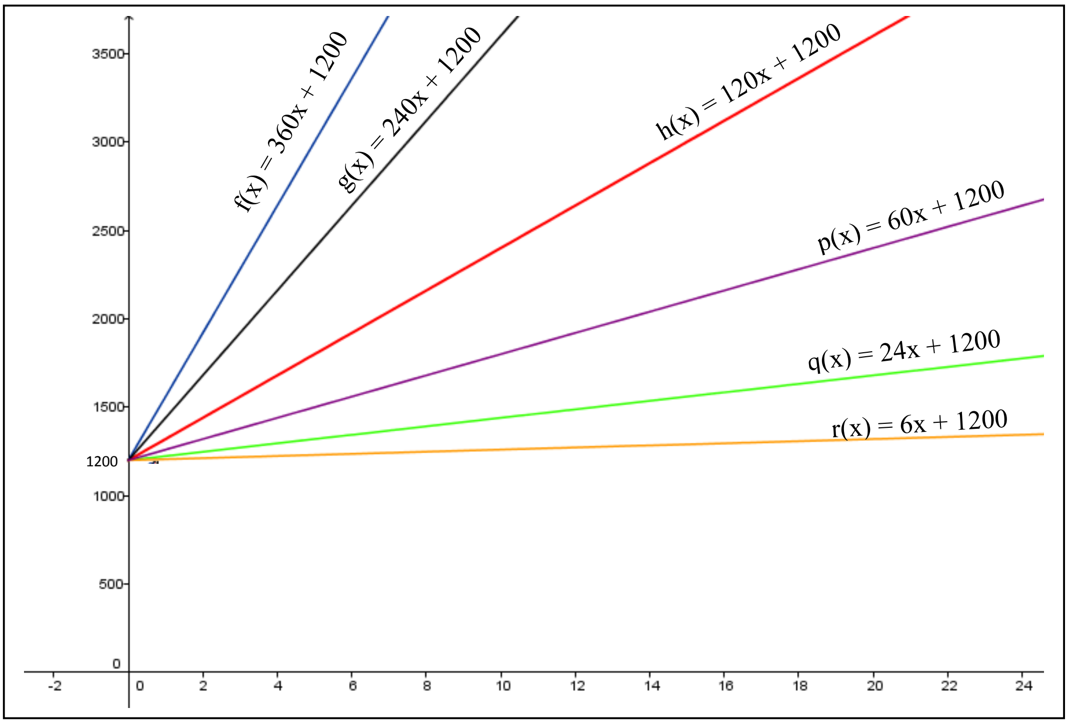


Figura 03: Funções variando conforme a taxa

Observe que, através da relação posta na equação de juros simples, pode-se obter outras relações envolvendo o capital inicial, taxa ou o prazo, dependendo da informação que temos em mão:

✓ Obtendo o capital inicial, quando se conhece a taxa, o prazo e o montante ao final de n períodos para pagamento único:

$$M_n = C(1 + in) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{M_n}{1 + in} \qquad (3)$$

✓ Obtendo o prazo, quando se conhece o capital inicial, a taxa e o montante ao final de n períodos para pagamento único:

$$M_n = C(1 + in) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + in = \frac{M_n}{C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow in = \frac{M_n}{C} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{M_n - C}{Ci} \qquad (4)$$

✓ Obtendo a taxa, quando se conhece o capital inicial, o prazo e o montante ao final de n períodos para pagamento único:

$$M_n = C(1 + in) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + in = \frac{M_n}{C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow in = \frac{M_n}{C} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = \frac{M_n - C}{Cn} \qquad (5)$$

2.3 Fazendo cálculos usando Planilhas Eletrônicas:

Uma maneira prática de calcular e mostrar o juro simples é utilizando planilhas eletrônicas, como o Excel[5]. Uma vez que tal processo consistirá em programar todas as fórmulas descritas acima, para obtermos os resultados imediatamente, através de uma linguagem específica.

2.3.1 Calculando o Montante em juros simples

“Pedro toma emprestado, de seu amigo João, o valor de R$ 100,00 para pagar em três meses, a uma taxa de juros simples de 10% ao mês”. Para montar todas as relações descritas no Excel, acompanhe passo a passo:

1 - Abra o Microsoft Excel;

2 - Selecione a célula A1 e digite: **Montante em juros simples;**

3 - Selecione a célula A2 e digite: Capital e, na célula B2 um valor, no exemplo em questão, 100;

4 - Selecione a célula A3 e digite: Prazo e, na célula B3 digite um valor, no exemplo em questão, 3;

5 - Selecione a célula A4 e digite: Taxa e, na célula B4 digite um valor, neste caso, 10%;

---

[5] É um aplicativo de criação de planilhas eletrônicas, criado pela Microsoft, desde 1987, para os computadores que utilizam do sistema operacional.

6 - Selecione a célula A5 e digite: Montante e, na célula B5 a fórmula dada na **Equação 2**, conforme a sintaxe do Excel: $= \boldsymbol{B2} * (\mathbf{1} + \boldsymbol{B4} * \boldsymbol{B3})$. A Figura 04 ilustra todo este procedimento. Você pode "brincar", agora, com a fórmula, alterando os valores da taxa, prazo ou capital e observando o que acontece com o montante.

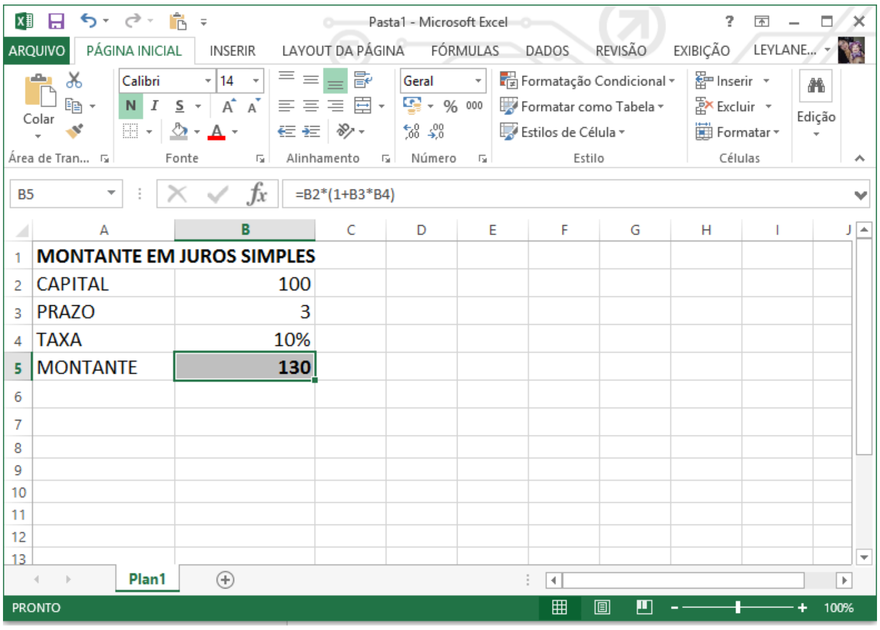


Figura 04: Calculando o Montante em juros simples para pagamento único.

2.3.2 Calculando o Capital inicial em juros simples

Na mesma planilha, siga os seguintes passos (pode-se também abrir outra planilha, caso desejar):

1- Selecione a célula E1 e digite: Capital em Juros Simples;

2 - Selecione a célula E2 e digite: Montante e, na célula F2, um valor, no caso do nosso exemplo, 130;

3 - Selecione a célula E3 e digite: Prazo e, na célula F3, digite um valor, no exemplo em questão, 3;

4 - Selecione a célula E4 e digite: Taxa e, na célula F4, digite um valor, neste caso, 10%;

5 - Selecione a célula E5 e digite: Capital e, na célula F5, a fórmula dada na **Equação 3**, conforme a sintaxe do Excel: $= \boldsymbol{F2}/(\mathbf{1} + \boldsymbol{F4} * \boldsymbol{F3})$. A Figura 05 ilustra todo este procedimento. Você pode "brincar", agora, com a fórmula, alterando os valores da taxa, prazo ou montante e observando o que acontece com o capital.

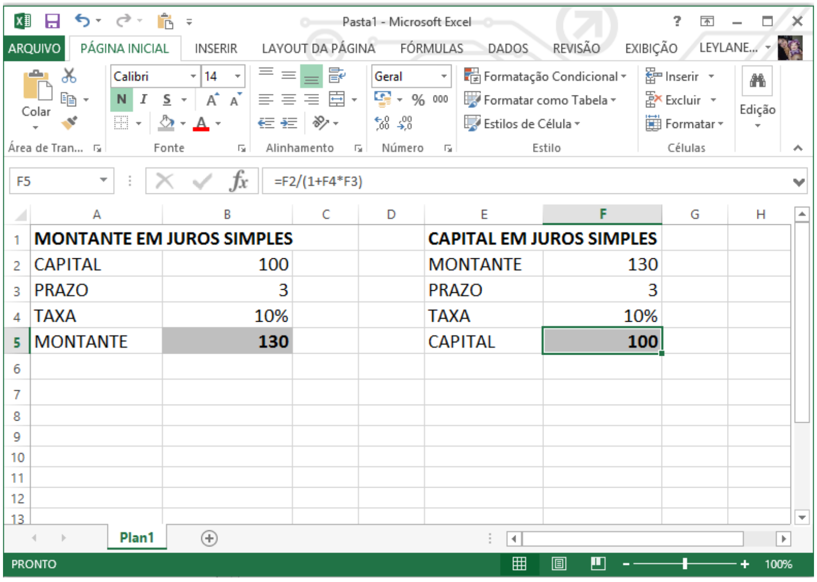


Figura 05: Calculando o Capital em juros simples para pagamento único.

2.3.3 Calculando o Prazo em juros simples

Na mesma planilha, siga os seguintes passos (pode-se também abrir outra planilha, caso desejar):

1 - Selecione a célula A10 e digite: Prazo em Juros simples;

2 - Selecione a célula A11 e digite: Capital e, na célula B11, um valor, no caso do nosso exemplo, 100;

3 - Selecione a célula A12 e digite: Taxa e, na célula B12, digite um valor, no exemplo em questão, 10%;

4 - Selecione a célula A13 e digite: Montante e, na célula B13, digite um valor, neste caso, 130;

5 - Selecione a célula A14 e digite: Prazo e, na célula B14, a fórmula dada na **Equação 4** conforme a sintaxe do Excel: = (B13-B11)/(B11*B12). A Figura 06 ilustra todo este procedimento:

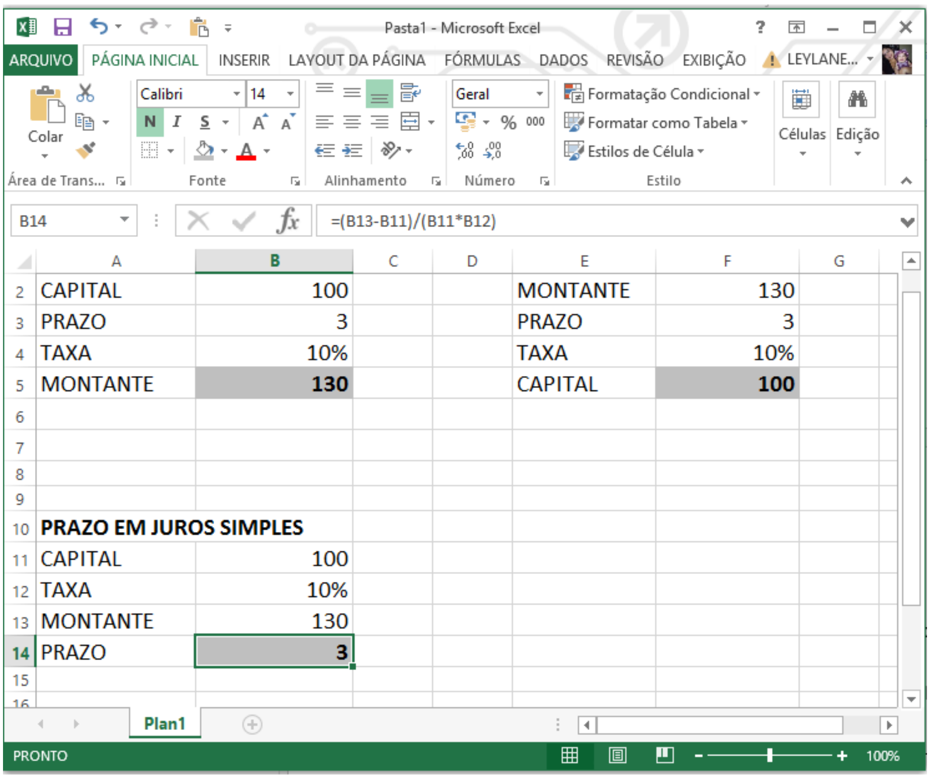


Figura 06: Calculando o Prazo em juros simples para pagamento único.

2.3.4 Calculando a Taxa em juros simples

Na mesma planilha, siga os seguintes passos (pode-se também abrir outra planilha, caso desejar):

1 - Selecione a célula E10 e digite: Prazo em Juros simples;

2 - Selecione a célula E11 e digite: Capital e, na célula F11, um valor, no caso do nosso exemplo, 100;

3 - Selecione a célula E12 e digite: Prazo e, na célula F12, digite um valor, no exemplo em questão, 3;

4 - Selecione a célula E13 e digite: Montante e, na célula F13, digite um valor, neste caso, 130;

5 - Selecione a célula E14 e digite: Taxa e, na célula F14, a fórmula dada na **Equação 5,** conforme a sintaxe do Excel multiplicada por cem: $= (\boldsymbol{F13} - \boldsymbol{F11})/(\boldsymbol{F11} * \boldsymbol{F12}) * \mathbf{100}$. A Figura 07 ilustra todo este procedimento. Nós multiplicamos por 100 apenas para obter a taxa em porcentagem:

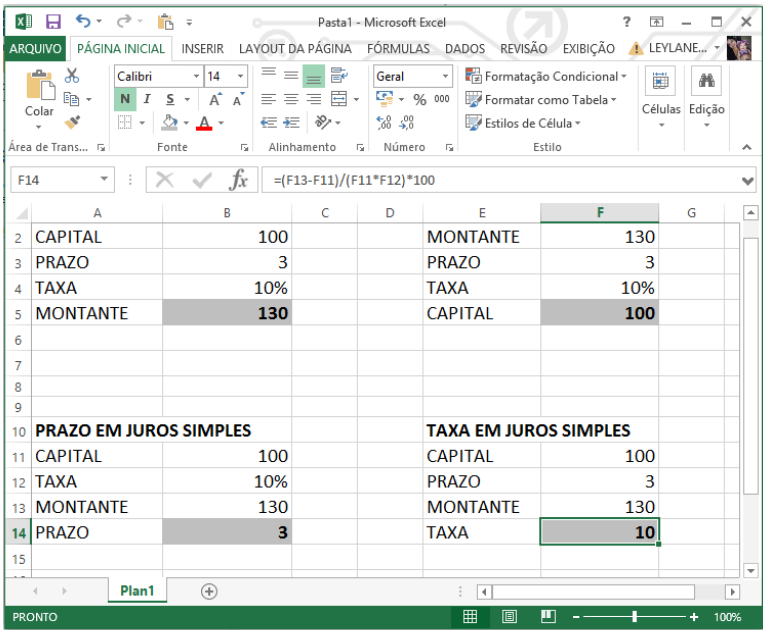
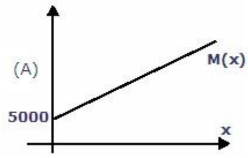
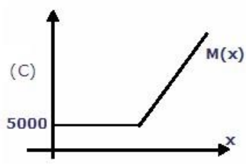


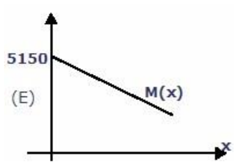
Figura 07: Calculando a Taxa em juros simples para pagamento único.

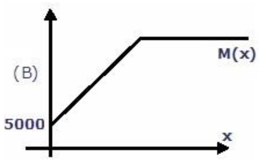
ATIVIDADES

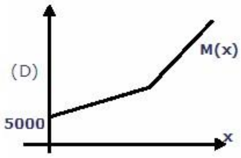
1. (Enem 2013 - adaptada) Paulo emprestou R$5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere x o número de meses do empréstimo e M(x) o montante a ser devolvido para Paulo no final de x meses.
Nessas condições, a representação gráfica correta para M(x) é:











2. (UFSM 2015) A chegada da televisão no Brasil facilitou o acesso à informação. Com o avanço da tecnologia, os aparelhos estão cada dia mais modernos e, consequentemente, mais caros. Um consumidor deseja adquirir uma televisão com tecnologia de última geração. Enquanto aguarda o preço da televisão baixar, ele aplica o capital disponível de R$ 3.000,00, a juros simples de 0,8% ao mês, em uma instituição financeira, por um período de 18 meses. O montante, ao final desse período, é igual a:

A) R$7.320,00
B) R$4.320,00
C) R$5.400,00
D) R$3.432,00
E) R$3.240,00

3. (Vunesp) João contou a Pedro que havia aplicado R$ 3.200,00 pelo prazo de 6 meses, a juros simples, a uma taxa i, e havia conseguido R$ 960,00 de lucro. Pedro, então, aplicou as suas economias pela mesma taxa i e juros simples por 1 ano e dois meses, e aumentou suas economias em R$ 3.500,00. Pode-se concluir que as economias de Pedro eram de:

4. (AUX-GERALGRU) Pedro aplicou uma quantia de R$ 15.000,00 em um fundo de investimento que paga 3% ao mês e deixou aplicado, por um período de um ano e 8 meses. Passado o período, Pedro retirou todo o dinheiro do fundo, completou com mais R$ 15.000,00

e comprou um automóvel à vista. Assim, se o regime utilizado fosse o juros simples, poder-se-ia afirmar que o automóvel que Pedro comprou foi:

5. Qual deveria ser o capital aplicado por um investidor, a juros simples, por um período de 4 meses, a uma taxa de 6% ao mês, ao qual se obteve de juros R$ 6.000,00?

A) R$ 10.000,00
B) R$ 100.000,00
C) R$ 250.000,00
D) R$ 25.000,00
E) R$ 180.000,00

6. (FGV-SP) Carlos adquiriu um aparelho de TV em cores pagando uma entrada de R$ 200,00 mais uma parcela de R$ 450,00, dois meses após a compra. Sabendo-se que o preço à vista do aparelho é R$ 600,00:

a) Qual a taxa mensal de juros simples do financiamento?

b) Após quantos meses da compra deveria vencer a parcela de R$ 450,00, para que a taxa do juros simples do financiamento fosse de 2,5% ao mês?

7. Qual o montante de um capital de R$ 870,00, à taxa de 12% a.m., que ficou rendendo a juros simples por 3 anos?

A) R$ 4.628,40
B) R$ 4.800,40
C) R$ 35.078,40
D) R$ 3.758,40
E) R$ 4.860,40

8. (CESPE - adaptada) Depositei certa importância em um banco e, depois de algum tempo, retirei os juros de R$ 1.600.000,00, que representavam 80% do capital. Calcular o tempo em que o capital esteve empregado, se a taxa, a juros simples, contratada foi de 16% a.m.

A) 5 meses e 20 dias
B) 4 meses e 10 dias
C) 5 meses
D) 4 meses
E) 6 meses e 5 dias

9. Maria esqueceu de pagar uma conta no valor de R$ 488,00. Três meses depois, achou o talão e percebeu que estava em débito com a prefeitura. Se a prefeitura cobrar juros simples de 25% a.a., o contribuinte terá de pagar um acréscimo de:

A) R$ 30,20
B) R$ 30,40
C) R$ 30,30
D) R$ 30,50
E) R$ 30,60

10. (B.BRASIL) Uma geladeira é vendida à vista por R$ 1.000,00 ou em duas parcelas, sendo a primeira com uma entrada de R$ 200,00 e a segunda, dois meses após, no valor de R$ 880,00. Qual a taxa mensal de juros simples utilizada?

A) 6% C) 2% E) 3%

B) 4% D) 5%

11. Qual o capital necessário para produzir R$ 196,00 de juros após 2 meses e 10 dias, se a taxa trimestral de juros simples comerciais é de 18%?

A) R$ 2.800,00 C) R$ 2.020,00 E) R$ 1.196,00

B) R$ 1.400,00 D) R$ 1.202,00

12. Que taxa anual de juros simples seria necessária para gerar um montante de R$ 2.880,00 após 8 meses de aplicação, se o capital aplicado fosse de R$ 2.400,00?

A) 10% C) 16% E) 30%

B) 20% D) 26%

13. Um capital de R$ 2.200,00 foi aplicado à taxa de juros simples de 60% a.a. Qual o total de juros ao fim de sete meses?

A) R$ 250,00 C) R$ 350,00 E) R$ 770,00

B) R$ 530,00 D) R$ 700,00

14. Cláudia aplicou R$ 2.000,00 em uma instituição financeira que paga todo mês a mesma taxa de juros simples (i%). Se, ao final do segundo mês, os juros obtidos com os dois meses de aplicação forem iguais a R$ 240,00, então, pelo regime de capitalização simples, o montante que Cláudia terá nessa aplicação ao final do quinto mês, considerando-se que não tenham ocorridos depósitos nem retiradas, será:

A) inferior a R$ 2.550,00

B) superior a R$ 2.550,00 e inferior a R$ 2.650,00

C) superior a R$ 2.650,00 e inferior a R$ 2.750,00

D) superior a R$ 2.750,00.

E) Impossível de determinar

CAPÍTULO 3: REGIME DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

Atualmente, as transações financeiras, sem dúvida, estão presentes na vida de grande parte da população brasileira, apesar do período conturbado e da situação econômica atual no país não serem as melhores. Depois do Plano Real, a estabilidade da moeda nacional e a redução dos índices inflacionários, por duas décadas consecutivas, provocou um grande aumento na oferta de créditos e nunca foi tão fácil conseguir aprovação para créditos consignados, financiamentos, entre outros.

Infelizmente, no que se refere a conhecimentos financeiros, a maioria das pessoas ainda tem o conhecimento limitado, ou seja, podem ser facilmente “enganadas” pelas ofertas sem, simplesmente, analisar se cada prestação está de acordo com o referente valor que ela pode pagar no mês e sem verificar, por exemplo, que se pagar à vista ou, até em menos prestações, estará economizando mais. Quando uma loja vende a prazo e não dá desconto à vista, tem mais interesse em ganhar com os juros do que com a venda propriamente dita, o que é muito comum no mercado, ‘embutir os juros no preço à vista e, depois, financiar dizendo que é sem juros’.

Fonte: www.barasom.com.br

Um produto anunciado em 12 vezes sem juros, por exemplo, não pode ser vendido com desconto, se for pago à vista, já que é dito ‘sem juros’. Suponha dois compradores, um pagando à vista e outro em doze prestações iguais. Note que o comprador que pagar no ato da compra, pagará mais, pois, tendo o dinheiro total antecipado, poderia colocá-lo em uma caderneta de poupança para render juros sobre o mesmo, sem falar na inflação do período, que será melhor explicada mais à frente. Porém, quanto mais o tempo passa, menor é o poder de compra do dinheiro.

Nesta seção será explorado apenas o regime conhecido como Juros Compostos, por ser este o mais utilizado nas transações comerciais. Para melhor entender como funciona o processo de formação de juros neste regime, será considerado o seguinte exemplo: "Pedro toma emprestado, de seu amigo João, o valor de R$ 100,00 para pagar em três meses a uma taxa de juros de 10% ao mês". No regime de capitalização composta, a ideia é atualizar o capital de acordo com o período estipulado na taxa de juros, período a período, da seguinte forma:

a) Ao final do primeiro mês, Pedro deveria para João R$ 100,00 somado aos juros de 10%×R$100,00 = R$10,00, ou seja, Pedro deveria pagar a João a quantia de R$ 110,00.

b) Como Pedro não pagou esta quantia ao final do primeiro período, o procedimento do cálculo dos juros é feito pensando-se que Pedro deve, agora, R$ 110,00 a João e, desta maneira, o valor que Pedro deverá pagar a João, ao final do segundo período, é igual aos R$110,00, somados à quantia de 10%×R$110,00 = R$ 11,00. Desta maneira, Pedro deveria ter pagado a João, ao final do segundo período, a quantia de R$ 121,00.

c) De modo análogo, procede-se para o terceiro período e o valor total que João receberá de Pedro, ao final do empréstimo, será de R$ 121,00, somados a 10%×R$121,00 = R$12,10, que resultarão em R$133,10.

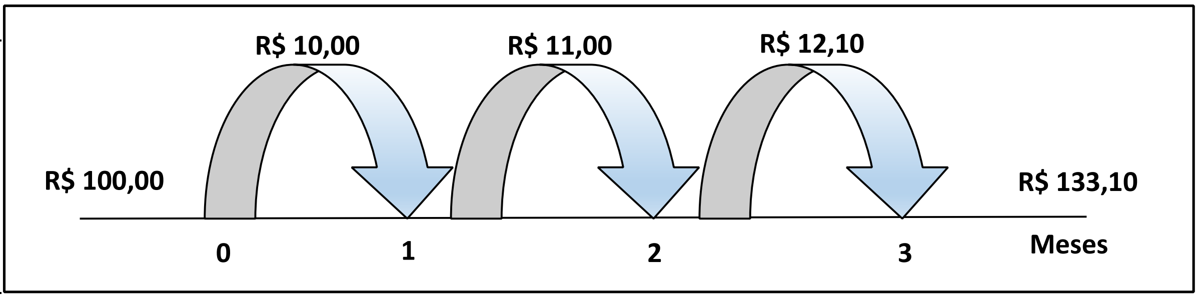


Figura 08: Esquema de uma transação a Juros Compostos

Deve-se enfatizar, no exemplo anterior, que Pedro somente estaria pagando João ao final dos três períodos, ou seja, não há abatimento da dívida antes desta data. De um modo geral, no Sistema de Capitalização Composta, os juros gerados em cada período se agregam ao montante do período anterior, passando este novo montante a produzir juros no período seguinte.

Como já destacado, tal sistema é o mais usual nas transações financeiras e pode ser generalizado da seguinte forma: Para um capital C, aplicado a uma taxa de juros i, o montante a juros compostos, após n períodos de tempo (expresso na mesma unidade de tempo da taxa de juros), é calculado da seguinte forma:

$$M_1 = C + Ci = C(1+i);$$

$$M_2 = M_1 + M_1 i = M_1(1+i) = C(1+i)(1+i) = C(1+i)^2;$$

$$M_3 = M_2 + M_2 i = M_2(1+i) = C(1+i)^2(1+i) = C(1+i)^3;$$

$$\ldots$$

$$\boldsymbol{M_n = C(1+i)^n} \tag{6}$$

Uma demonstração mais rigorosa pode ser feita por indução finita sobre n, porém não é o foco do nosso trabalho. O fator $\boldsymbol{(1+i)^n}$ é chamado de fator de acumulação de capital para pagamento único, podendo ser calculado utilizando-se calculadora científica, ou pode ser obtido em tabelas financeiras, muito utilizadas em concursos públicos ou, ainda, calculado através da Planilha Microsoft Excel, mostrado na seção 3.1.

Observe que, através da relação posta na Equação 6, podemos obter outras relações envolvendo o capital inicial, taxa ou o prazo, dependendo da informação que temos em mãos:

- ✓ Obtendo o capital inicial, quando se conhece a taxa, o prazo e o montante ao final de $\boldsymbol{n}$ períodos para pagamento único:

$$M_n = C(1+i)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C = \frac{M_n}{(1+i)^n}} \tag{7}$$

Neste caso, o fator $\boldsymbol{\frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}}$ é chamado fator de descapitalização de capital para pagamento único.

- ✓ Obtendo o prazo, quando se conhece o capital inicial, a taxa e o montante ao final de $\boldsymbol{n}$ períodos para pagamento único:

$$M_n = C(1+i)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{M_n}{C} = (1+i)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log\left[\frac{M_n}{C}\right] = \log\left[(1+i)^n\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log\left[\frac{M_n}{C}\right] = n\log(1+i) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log\left[\frac{M_n}{C}\right]}{\log(1+i)} \tag{8}$$

✓ Obtendo a taxa, quando se conhece o capital inicial, o prazo e o montante ao final de ***n*** períodos para pagamento único:

$$M_n = C(1+i)^n \Rightarrow \frac{M_n}{C} = (1+i)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{\frac{M_n}{C}} = 1 + i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad i = \sqrt[n]{\frac{M_n}{C}} - 1 \quad \text{ou} \quad i = \left[\frac{M_n}{C}\right]^{\frac{1}{n}} - 1 \qquad (9)$$

A seguir alguns problemas de aplicação:

Problema 3: Fazendo uma aplicação de R$ 21 000,00 a uma taxa de juros composto de 1,5% a.m., quanto receberá de volta um trabalhador após um ano de aplicação? Qual o juro obtido nesse período?

Solução: Vamos identificar as variáveis fornecidas no problema:

$$\begin{cases} C = R\$21.000{,}00 \\ i = 1{,}5\% = \dfrac{1{,}5}{100} = 0{,}015 a.m. \\ n = 1 ano = 12 meses \end{cases}$$

Como a taxa de juros está em meses, deve-se trabalhar com o tempo na mesma unidade, portanto, 12 em meses.

Observe ainda que o problema exige tanto o montante quanto o juro. Assim, será utilizada, a fórmula resultante na equação 6:

$M = C\ (1 + i)^n$

$M = 21.000 \times (1 + 0{,}015)^{12}$

$M = 21.000 \times 1{,}015^{12}$

$M = 21.000 \times 1{,}195618171$

$M = 25.107{,}98$

$M = C + J$

$J = M - C$

$J = 25.107{,}98 - 21.000$

$J = 4.107{,}98$

Resp.: O trabalhador receberá de volta um total de R$ 25.107,98, dos quais R$ 4.107,98 serão recebidos a título de juros.

Problema 4: Joana pagou R$ 23.249,18 por um empréstimo. Este montante, no período de 8 meses, a uma taxa de juros compostos de 1,4% a.m. Qual foi o capital que Joana tomou emprestado?

Solução: Identificando as variáveis fornecidas pelo problema:

$$\begin{cases} M = R\$23.249,18 \\ n = 8meses \\ i = 1,4\% = \dfrac{1,4}{100} = 0,014a.m. \end{cases}$$

A fórmula para o cálculo do juro composto já vista na equação 6 é:

$$M = C\ (1 + i)^n$$

E, para encontrar o capital, basta isolar o valor de C como visto na equação 7:

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Finalmente, pode-se substituir as variáveis da fórmula pelos valores obtidos do enunciado:

$$C = \frac{23.249,18}{(1+0,014)^8} = \frac{23.249,18}{1,014^8} = 20.801,95$$

Resp.: O capital tomado emprestado foi de R$ 20.801,95.

Problema 5: Um funcionário de certa empresa conseguiu guardar R$ 50.000,00. Ele deseja saber por quantos meses, a uma taxa de 1,2% a. m., precisa aplicar o seu dinheiro para dobrar o seu capital, considerando que a aplicação foi feita no sistema de juros compostos.

Solução: Do enunciado, identifica-se as seguintes variáveis:

$$\begin{cases} C = R\$ \quad 50.000,00 \\ i = 1,2\% = \dfrac{1,2}{100} = 0,012a.m. \\ M = R\$ \quad 100.000,00 \end{cases}$$

Tendo, por base, a fórmula básica para o cálculo do juro composto, isolando a variável n, que se refere ao período de tempo em que estamos à procura (equação 8):

$$M_n = C(1+i)^n \Rightarrow \frac{M_n}{C} = (1+i)^n \Rightarrow \log\left[\frac{M_n}{C}\right] = \log\left[(1+i)^n\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log\left[\frac{M_n}{C}\right] = n\log(1+i) \Rightarrow n = \frac{\log\left[\frac{M_n}{C}\right]}{\log(1+i)}$$

Substituindo o valor das variáveis na fórmula:

$$n = \frac{\log\left[\frac{100.000}{50.000}\right]}{\log(1+0{,}012)} = \frac{\log 2}{\log(1{,}012)} = 58{,}108$$

Resp.: Para dobrar o valor do meu capital, o funcionário terá que aplicar seu capital por, aproximadamente, 59 meses (já que com 58 meses ainda não haverá alcançado o dobro).

Problema 6: Maria fez um empréstimo de R$ 3.000,00 para pagar, depois de um semestre, o montante de R$ 3.378,49. De quanto será a taxa de juros compostos que Maria terá que pagar?

Solução: Retirando os dados do enunciado, temos:

$$\begin{cases} C = R\$ \quad 3.000{,}00 \\ n = 6 \quad meses \\ M = R\$ \quad 3.378{,}49 \end{cases}$$

Da fórmula convencional de juros compostos, isolando a taxa, como na equação 9:

$$M_n = C(1+i)^n \Rightarrow \frac{M_n}{C} = (1+i)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{\frac{M_n}{C}} = 1+i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad i = \sqrt[n]{\frac{M_n}{C}} - 1 \qquad \text{ou} \qquad i = \left[\frac{M_n}{C}\right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Substituindo os valores na primeira equação:

$$i = \sqrt[6]{\frac{3.378{,}49}{3000}} - 1 = 1{,}02 - 1 = 0{,}02$$

Resp.: A taxa que Maria pagará no período será de 2% a. m.

3.1 Relação entre montante e função exponencial

Segundo Iezzi (2013) segue a definição:

Dado um número real *a*, tal que $0 < a \neq 1$, chamamos função exponencial de base *a* a função *f* de $\Re$ em $\Re$, que associa a cada *x* real o número a^x.

$$\text{Em símbolos: } f: \Re \to \Re$$
$$x \to a^x$$

Propriedades:

1ª. Na função exponencial $f(x) = a^x$, temos:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = a^0 = 1$$

Isto significa que o gráfico cartesiano, de toda função exponencial, corta o eixo y no ponto de ordenada 1.

2ª. A função exponencial $f(x) = a^x$ é crescente (decrescente) se, e somente se, $a > 1$ ($0 < a < 1$).

3ª. A função exponencial é injetora $f(x) = a^x$, com $0 < a \neq 1$, é injetora, pois, dados x_1 e x_2 tais que $x_1 \neq x_2$, vem:

I) Se $a > 1$, temos: $f(x_1) < f(x_2)$;

II) Se $0 < a < 1$, temos: $f(x_1) > f(x_2)$;

E, portanto, nos dois casos, $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Note que uma função exponencial, quando multiplicada por uma constante K, aplicando a propriedade 1ª, observa-se que:

$$f(x) = k \cdot a^x$$
$$x = 0 \Rightarrow f(0) = k \cdot a^0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow f(0)=k \cdot 1 = k$$

Isto significa que o gráfico cartesiano de toda função exponencial do tipo $f(x) = k \cdot a^x$ corta o eixo y no ponto de ordenada *k*.

Pode-se associar o montante a juros compostos com uma função exponencial de tal forma que:

$$M_n = C\,(1 + i)^n$$

C $\to$ valor inicial (corta o eixo y no ponto de ordenada C, capital inicial)

1 + i $\to$ base (veja que a função é crescente já que a taxa é positiva)

Como a situação retrata o montante de um investimento a uma taxa i, conclui-se que o domínio dessa função é um real não negativo.

Observe o exemplo:

Problema 7: Giovanna aplicou, em um investimento, o valor de R$ 5.000,00 a juros compostos a uma taxa de 10% a.a. Quanto ganharia Giovanna, depois de alguns anos, sabendo que ela não retirou e nem aplicou mais nenhuma quantia?

Solução: Identificando as variáveis fornecidas no problema:

$$\begin{cases} C = R\$ \quad 5.000{,}00 \\ i = 10\% = \dfrac{10}{100} = 0{,}1 a.a \\ n = não \quad revelado \end{cases}$$

Como a taxa a juros compostos é anual, porém o período de investimento não foi referenciado, pode-se representar a situação da seguinte forma:

$$M_n = C\,(1 + i)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_n = 5.000\,(1 + 0{,}1)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_n = 5.000\,(1{,}1)^n.$$

Representado graficamente por:

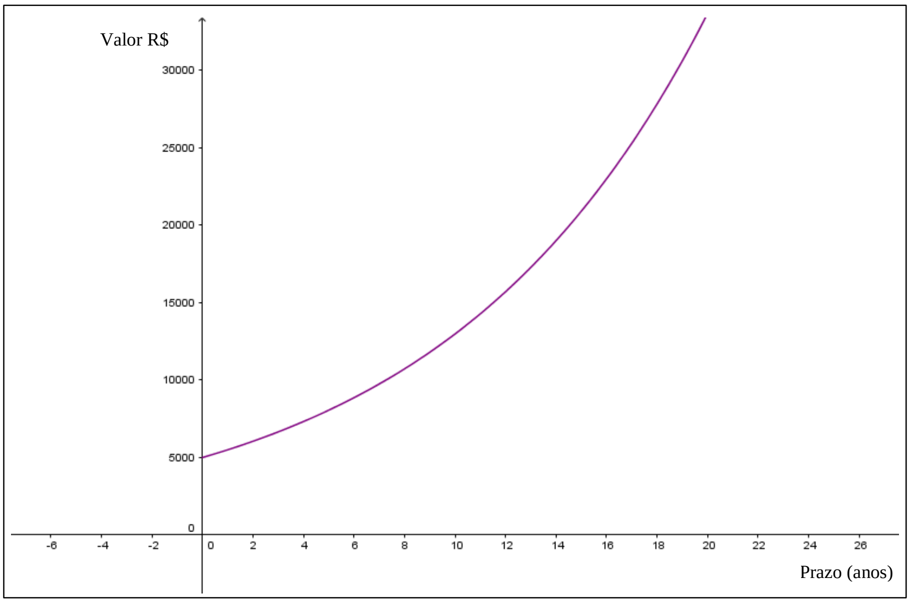


Figura 09: Representação gráfica do problema 7

A título de curiosidade, o montante a juros compostos é sempre maior que a juros simples?

Em Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (2006), tem-se uma relação muito interessante:

Analisando os gráficos de evolução com um mesmo capital inicial *C* e juros de taxa *i*, usando os dois regimes de capitalização, juros simples e juros compostos, observa-se que o montante a juros compostos é superior ao montante a juros simples, exceto se o prazo for menor que 1. É por isso que os juros simples são utilizados somente a curto prazo (menor que 1 período).

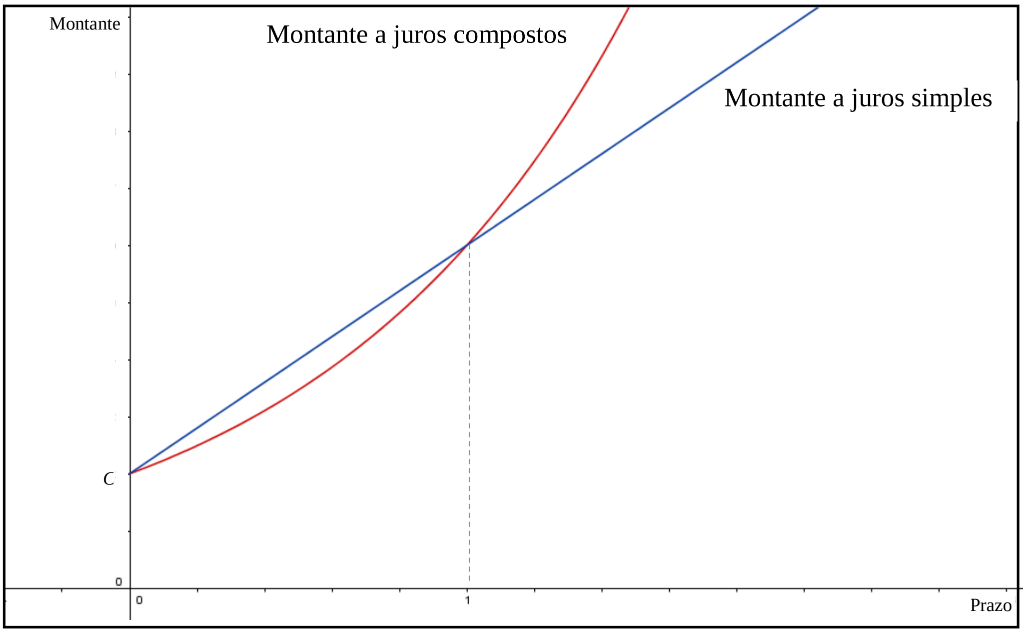


Figura 10: Relação entre os montantes a juros simples e compostos

3.2 Fazendo os cálculos usando Planilha Eletrônica:

Será apresentado dois procedimentos neste trabalho usando o Excel, planilha eletrônica da Microsoft. Um deles consiste em programar todas as fórmulas acima para obtermos os resultados desejados. O outro consiste em utilizar as funções já instaladas na planilha para este fim. Destaca-se, ainda, que o primeiro procedimento é muito útil para a compreensão das ideias e pode ser utilizado, também, em nível secundário. Neste sentido, os estudantes estarão tendo respostas às perguntas do tipo: “Para que serve logaritmo?” ou “Por que preciso aprender funções?” etc.

3.2.1 Calculando o Montante em juros compostos

Em toda esta seção, será considerado o exemplo apresentado no início deste capítulo sobre o empréstimo que Pedro tomou de João:

1- Abra o Microsoft Excel;

2- Selecione a célula A1 e digite: Montante em juros compostos;

3- Selecione a célula A2 e digite: Capital e, na célula B2, um valor, no exemplo em questão, 100;

4- Selecione a célula A3 e digite: Prazo e, na célula B3, digite um valor, no exemplo em questão, 3;

5- Selecione a célula A4 e digite: Taxa e, na célula B4, digite um valor, neste caso, 10%;

6- Selecione a célula A5 e digite: Montante e, na célula B5, digite a fórmula dada na **Equação 6**, conforme a sintaxe do Excel: $=\boldsymbol{B2}*(\mathbf{1}+\boldsymbol{B4})\hat{}\boldsymbol{B3}$. A **Figura 11** ilustra todo este procedimento. Você pode "brincar", agora, com a fórmula, alterando os valores da taxa, prazo ou capital e observando o que acontece com o montante.

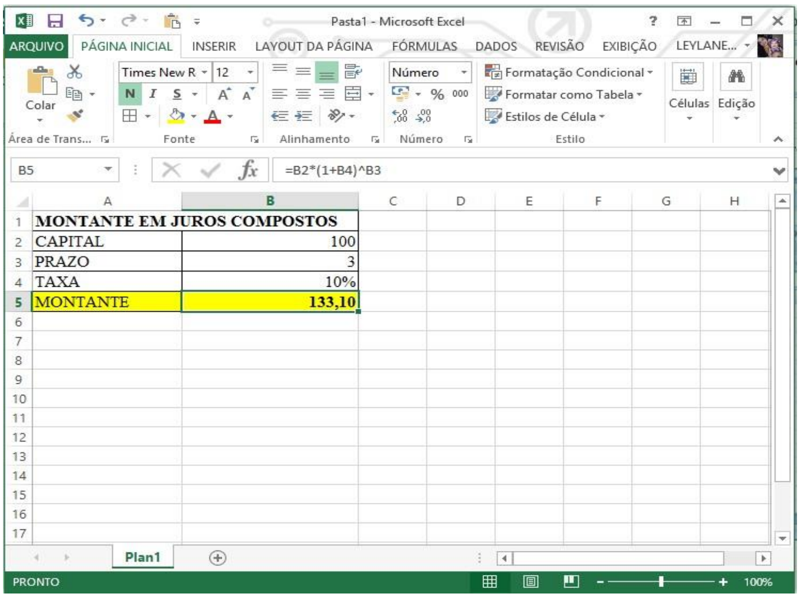


Figura 11: Calculando o Montante em juros compostos para pagamento único.

3.2.2 Calculando o Capital inicial em juros compostos

Na mesma planilha, siga os seguintes passos (pode-se também abrir outra planilha, caso desejar):

1- Selecione a célula E1 e digite: Capital em Juros Compostos;

2– Selecione a célula E2 e digite: Montante e, na célula F2, um valor, no caso do nosso exemplo, 133,10;

3– Selecione a célula E3 e digite: Prazo e, na célula F3, digite um valor, no exemplo em questão, 3;

4– Selecione a célula E4 e digite: Taxa e, na célula F4, digite um valor, neste caso, 10%;

5– Selecione a célula E5 e digite: Capital, e na célula F5, a fórmula dada na **Equação 7**, conforme a sintaxe do Excel: $= \boldsymbol{F2/(1+F4)\hat{\ }F3}$. A **Figura 12** ilustra todo este procedimento. Você pode "brincar", agora, com a fórmula, alterando os valores da taxa, prazo ou montante e observando o que acontece com o capital.

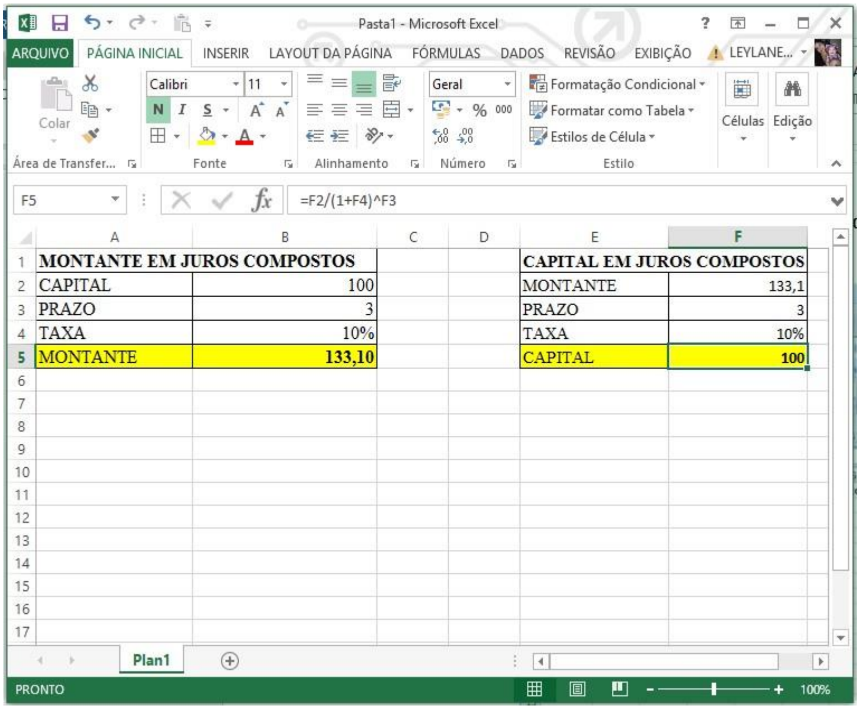


Figura 12: Calculando o Capital em juros compostos para pagamento único.

3.2.3 Calculando o Prazo em juros compostos

Na mesma planilha, siga os seguintes passos (pode-se também abrir outra planilha, caso desejar):

1- Selecione a célula A10 e digite: Prazo em Juros Compostos;

2- Selecione a célula A11 e digite: Capital e, na célula B11, um valor, no caso do nosso exemplo, 100;

3- Selecione a célula A12 e digite: Taxa e, na célula B12, digite um valor, no exemplo em questão, 10%;

4- Selecione a célula A13 e digite: Montante e, na célula B13, digite um valor, neste caso, 133,10;

5- Selecione a célula A14 e digite: Prazo e, na célula B14, digite a fórmula dada na **Equação 8**, conforme a sintaxe do Excel: $= \boldsymbol{LOG10(B13/B11)/LOG10(1+B12)}$. A **Figura 13** ilustra todo este procedimento. Na sintaxe do Excel, LOG10 indica o logaritmo de um número real positivo na base 10. Entretanto, pode-se utilizar qualquer base para este procedimento.

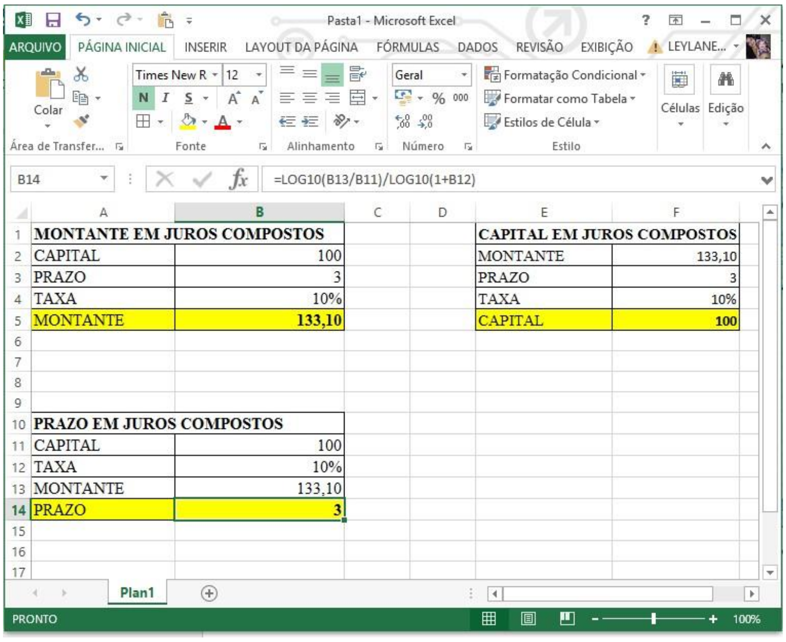


Figura 13: Calculando o Prazo em juros compostos para pagamento único.

3.2.4 Calculando a Taxa em juros compostos

Na mesma planilha, siga os seguintes passos (pode-se também abrir outra planilha, caso desejar):

1- Selecione a célula E10 e digite: Prazo em Juros Compostos;

2- Selecione a célula E11 e digite: Capital e, na célula F11, um valor, no caso do nosso exemplo, 100;

3- Selecione a célula E12 e digite: Prazo e, na célula F12, digite um valor, no exemplo em questão, 3;

4- Selecione a célula E13 e digite: Montante e, na célula F13, digite um valor, neste caso, 133,10;

5- Selecione a célula E14 e digite: Taxa e, na célula F14, a fórmula dada na **Equação 9**, conforme a sintaxe do Excel multiplicada por 100: $= ((\boldsymbol{F13/F11})\text{^}(\boldsymbol{1/F12}) - \boldsymbol{1}) * \boldsymbol{100}$. A **Figura 14** ilustra todo este procedimento. Realiza-se a multiplicação por 100 apenas para obter a taxa em porcentagem.

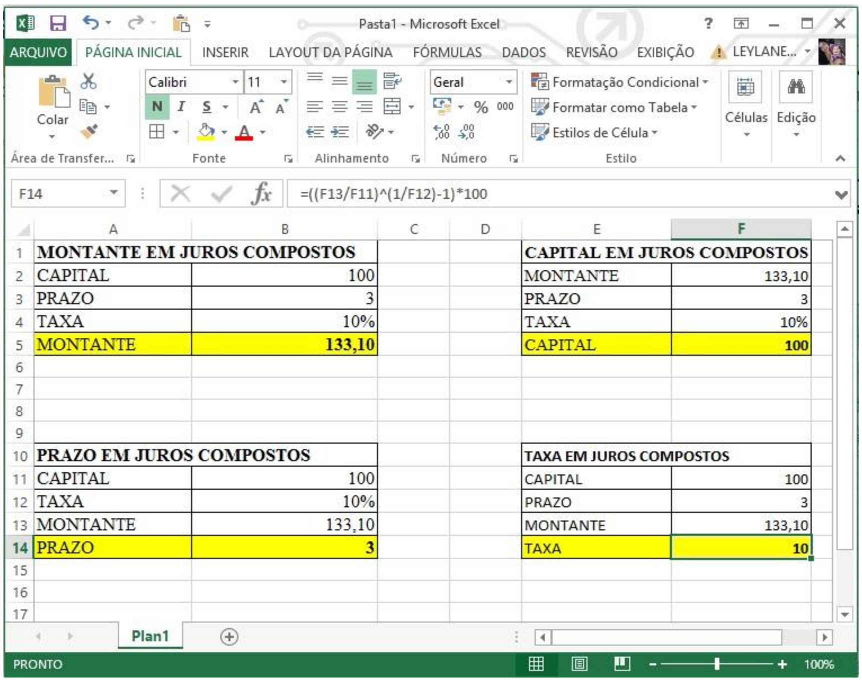


Figura 14: Calculando a Taxa em juros compostos para pagamento único.

3.3 Usando as fórmulas prontas do Excel

O Excel já traz, na sua instalação básica, funções que tratam da Matemática Financeira.

Neste sentido, será demonstrado, neste momento, estas fórmulas e suas aplicações:

3.3.1 Cálculo do montante

Calculando o Montante em juros compostos com as fórmulas já instaladas no Excel:

Antes de prosseguir, convém explicar algumas notações em Matemática Financeira utilizadas no Excel:

• VF: Valor Futuro de um investimento com base em pagamentos constantes e periódicos a uma taxa de juros constantes.

• VP: Valor Presente de um investimento, ou seja, a quantia total atual de uma série de pagamentos futuros.

Pode-se pensar, neste estudo de caso, que VF representa o montante e VP o capital inicial. Alguns cuidados devem ser tomados na utilização destas funções pelo Excel para o caso de pagamento único, como descrito abaixo:

1- Abra o Microsoft Excel;

2- Clicar em "Fórmulas";

3- Em seguida, no ícone "Inserir Função" (Figura 15):

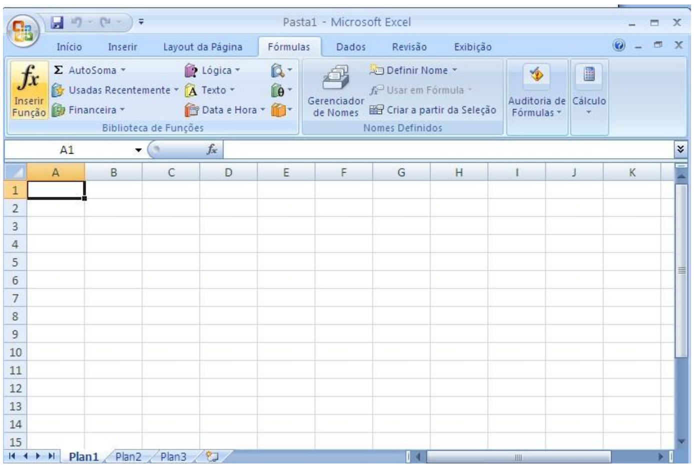


Figura 15: Usando as funções do Excel.

4- Selecionar a função "Financeira" da janela que foi aberta:

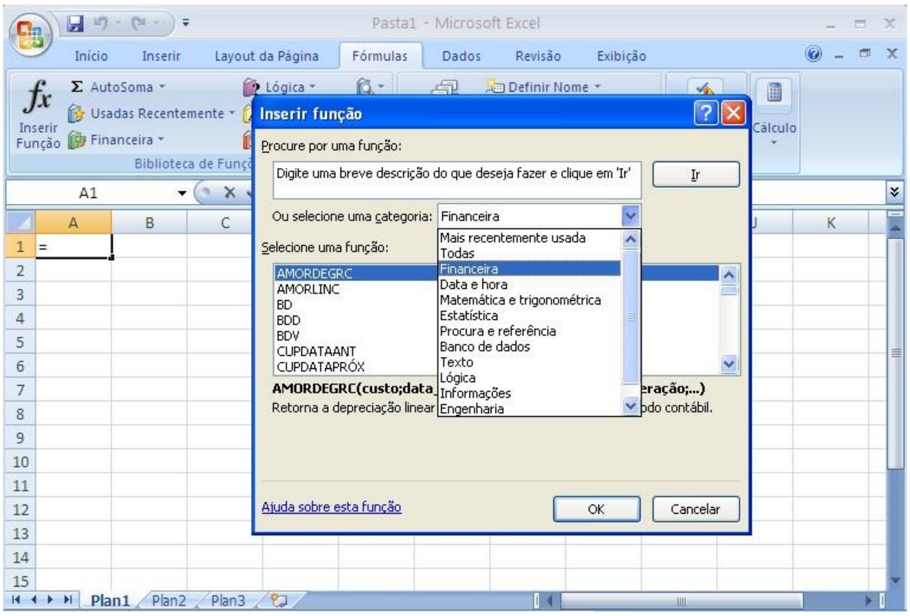


Figura 16: Usando a função Financeira do Excel.

5- Em seguida, clicar na função VF (Valor Futuro, neste caso, o “nosso” montante, conforme Figura 16):

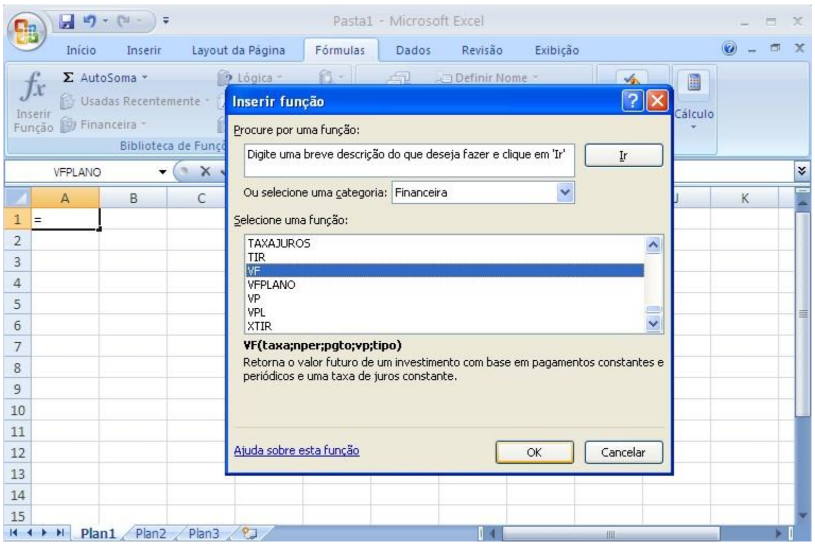


Figura 17: Localizando a função VF do Excel.

6 - Digitar todos os valores correspondentes ao problema na janela que será aberta, conforme abaixo:

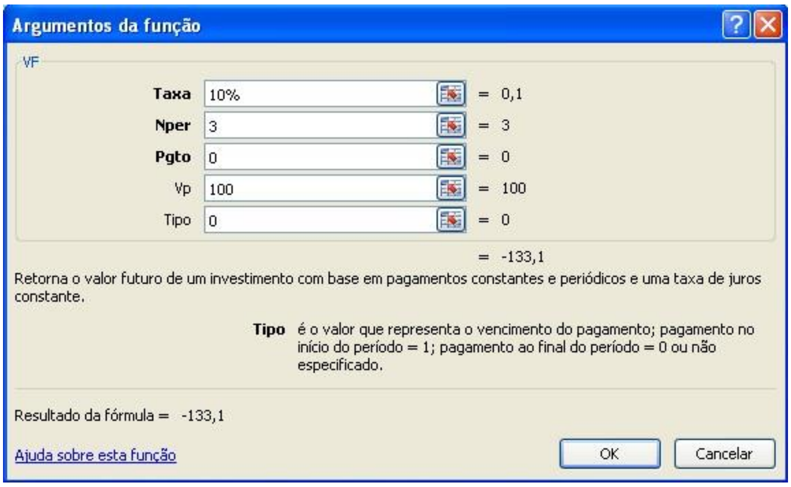


Figura 18: Usando a função VF do Excel.

Observe que o capital foi colocado no campo VP (Valor Presente). A função Pgto recebeu o valor zero (uma "manobra" adotada para facilitar o uso desta função), pois nenhum pagamento foi efetuado no decorrer dos meses, ou seja, o único pagamento ocorrerá somente ao final da transação. A função Tipo é apenas um valor lógico para diferenciar financiamentos em que a primeira parcela é no ato da compra, o que não é o caso do problema em questão. Sendo assim, colocou-se o valor zero para indicar que os pagamentos serão utilizados somente ao final do primeiro período. O valor do montante aparece logo abaixo dos demais valores fornecidos (-133,10). O sinal negativo é apenas uma representação simbólica utilizada nos fluxos de caixa.

3.3.2 Cálculo do capital

Calculando o Capital inicial em juros compostos com as fórmulas já instaladas no Excel:

1– Repetir os passos 1, 2, 3 e 4 da subseção 4.3.1;

2- Em seguida, clicar na função VP (Valor Presente, neste caso, o "nosso" capital);

3- Digitar todos os valores correspondentes ao problema na janela que será aberta, conforme figura 19:

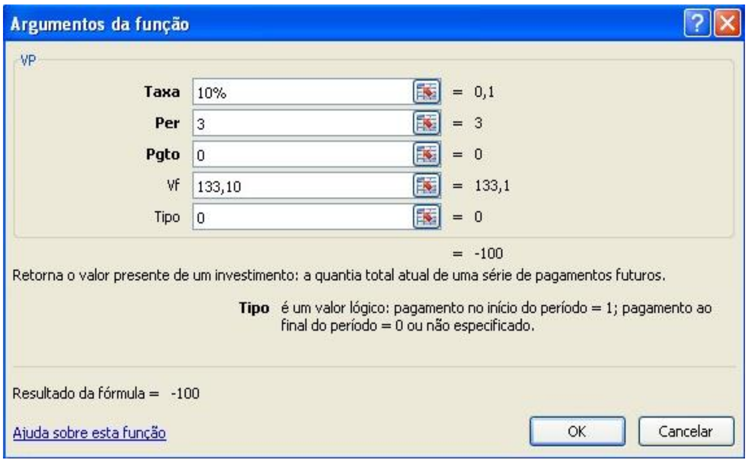


Figura 19: Usando a função VP do Excel.

3.3.3 Cálculo do prazo

Calculando o Prazo em juros compostos com o Excel, com as fórmulas já instaladas no Excel:

1- Repetir os passos 1, 2, 3 e 4 da subseção 2.2.1;

2- Em seguida, clicar na função NPER (Número de períodos);

3- Digitar todos os valores correspondentes ao problema na janela que será aberta, conforme abaixo:

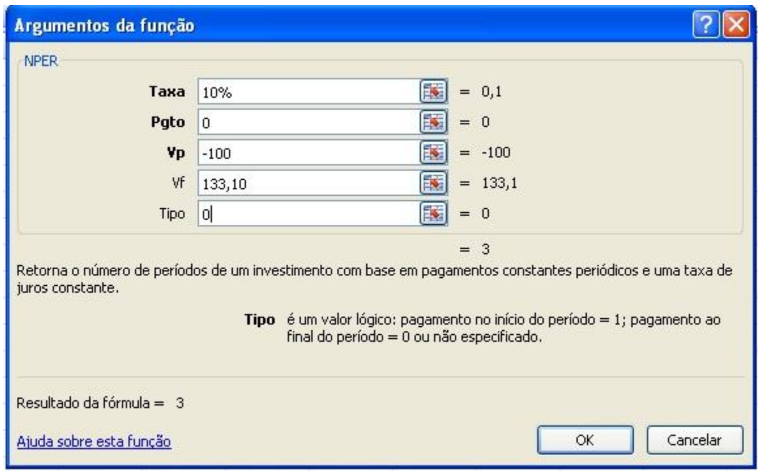


Figura 20: Usando a função NPER do Excel.

Observação: Nesta função, devem ser colocados os valores de VP e VF com sinais trocados, indicando que um representa uma saída e o outro uma entrada no fluxo de caixa. No caso, utilizou-se o sinal de VP negativo. Caso considere o contrário, ainda assim, o resultado estará correto.

3.3.4 Cálculo da taxa

Calculando a Taxa em juros compostos com o Excel, com as fórmulas já instaladas no Excel:

1- Repetir os passos 1, 2, 3 e 4 da subseção 4.3.1;

2- Em seguida, clicar na função TAXA;

3- Digitar todos os valores correspondentes ao problema na janela que será aberta, conforme abaixo, com as mesmas ressalvas da observação anterior (Figura 21):

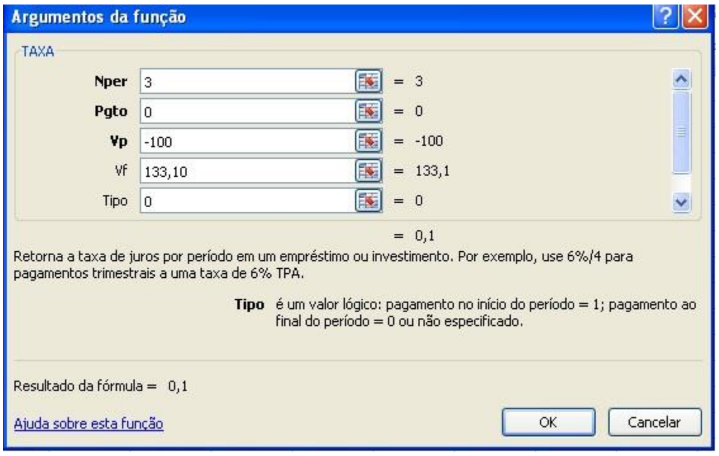


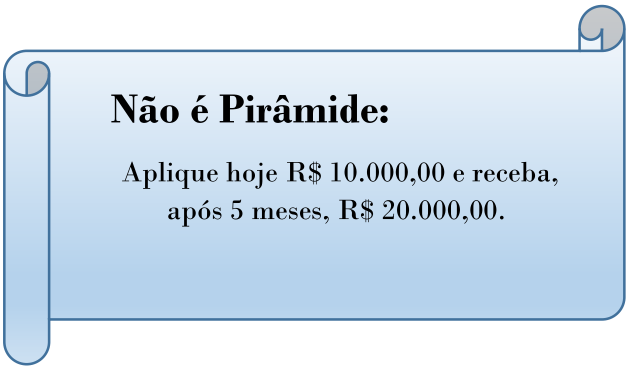
Figura 21: Usando a função TAXA do Excel.

O objetivo de calcular juros compostos usando os dois procedimentos, a substituição das fórmulas e as funções já instaladas, é para mostrar a praticidade das funções já instaladas no Excel e quão mais rápido se chega ao resultado. Porém, as fórmulas são necessárias para melhor entendimento do surgimento dos resultados, tanto pelas Planilhas de Excel, quanto pelas calculadoras científicas.

ATIVIDADES

Faça todas as atividades abaixo, das três formas apresentadas na seção: manualmente, programando as fórmulas e usando as funções já instaladas no Excel.

01. A Empresa EGITO anuncia a seguinte propaganda:



Qual a taxa mensal de juros compostos desta proposta?

02. Uma geladeira é vendida à vista por R$ 1.500,00, ou então a prazo, sendo 30% do preço à vista como entrada, mais uma parcela de R$ 1.250,00, três meses após a compra. Qual a taxa mensal de juros compostos do financiamento?

03. Qual capital que, aplicado a juros compostos, durante 10 meses, à taxa de 3,5% a.m., produz um montante de R$ 36.000,00?

04. Um equipamento é vendido por R$ 12.000,00 para pagamento daqui a 3 meses. À vista, há um desconto de 6%. Qual a melhor opção de pagamento para um comprador que consegue aplicar seu dinheiro a juros compostos a uma taxa de 1,7% a.m.?

05. Um capital de R$ 5.000,00 foi aplicado a juros compostos, durante um dois anos e meio, à taxa de 2% a.m.. Calcule os juros auferidos neste período.

06. Maria tem R$1.000,00 e deseja aplicar este recurso na poupança até que ele dobre de valor. Sabe-se que a poupança tem uma rentabilidade de 0,5% a.m., mais a correção da TR. Vamos supor que mês a mês a rentabilidade da poupança se mantenha constante e igual a 0,7% (valor próximo do que se pratica atualmente no mercado). Quanto tempo Maria terá que esperar

para que a sua aplicação no sistema de juros compostos dobre de valor, sem considerar a incidência de taxas bancárias ou a inflação correspondente?

07. Uma dívida de R$ 700,00 foi contraída a juros compostos de 2% ao mês para ser quitada em 4 meses. Determine o valor do montante dessa dívida?

08. (Enem 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês;

Investimento B: 36% ao ano;

Investimento C: 18% ao semestre.

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1{,}03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá:

A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

09. João pediu um vale de R$ 200,00 a seu patrão, que irá descontar nos próximos dois salários. Qual será a taxa de juros compostos cobrada, se ao final do período João tiver que pagar o valor de R$ 230,00?

10. Em quanto tempo um capital de R$ 1.650,00 produzirá um montante de R$ 1.776,87, se aplicado a uma taxa composta de 2,5% a.m.?

11. (B. BRASIL) Um investidor dispunha de R$ 300.000,00 para aplicar. Dividiu esta aplicação em duas partes: uma foi aplicada no banco Alfa a taxa de juros de 8% ao mês; a outra parte, no banco Beta a taxa de juros foi de 6% ao mês, ambos em juros compostos. O prazo para ambas as aplicações foi de 1 mês. Se após este prazo, os valores resgatados forem iguais nos dois bancos, os valores de aplicação em reais, em cada banco, foram, respectivamente:

A) 148.598,13 e 151.401,87
B) 149.598,13 e 150.401,87
C) 150.598,13 e 149.401,87
D) 151.598,13 e 148.401,87
E) 152.598,13 e 147.401,87

12. (FCC) Josefa necessitava de R$ 5.000,00. Para tanto, buscou um determinado banco, que propôs o empréstimo para sua quitação em 3 meses, a uma taxa de juros de 4% ao mês. Considerando juros compostos, ao final dos 3 meses Josefa terá pago o valor total de:

A) R$ 6.249,72
B) R$ 5.600,00
C) R$ 5.800,00
D) R$ 5.624,32
E) R$ 6.100,00

CAPÍTULO 4: EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS A JUROS COMPOSTOS

De acordo com HAZZAN (2013), a equivalência de capitais permite fazer comparações de capitais em épocas diferentes, levando em consideração que o dinheiro perde ou ganha (se for aplicado) valor com o tempo. Assim, equivalência permite transformar formas de pagamentos (ou recebimentos) em outras equivalentes e, consequentemente, efetuar comparações entre elas.

Vamos começar este capítulo com o seguinte exemplo: Uma empresa vende uma televisão em 5 parcelas de R$ 200,00 mensais, com a primeira parcela vencendo um mês após a compra. Sabendo que, na lógica financeira, o capital não é estático, ou seja, nas parcelas estão embutidos os juros da loja, e, além disso, que estes juros são de 2% a.m., qual deverá ser o valor à vista da televisão?

Pode-se representar a venda no fluxo de caixa abaixo:

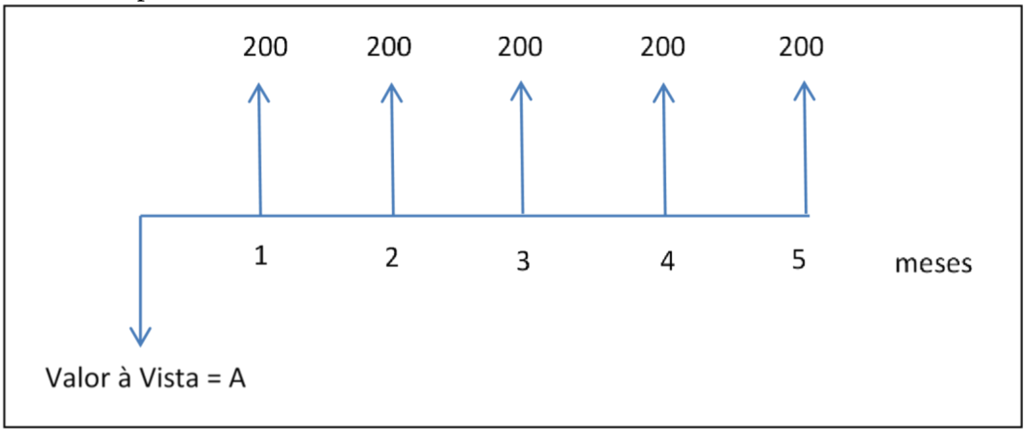


Figura 22: Fluxo de caixa que representa o primeiro exemplo da televisão.

Uma pessoa mais ingênua poderia dizer que o valor à vista deveria ser igual a R$1.000,00, mas isso somente seria possível se não estivéssemos trabalhando com um capital que sofre alterações com o tempo, e que estas alterações são controladas por uma taxa de juros estipulada nas transações comerciais. Neste sentido, as parcelas de R$ 200,00 vistas acima são diferentes, pois estão em datas distintas: R$ 200,00 hoje não é o mesmo que R$ 200,00 daqui a 5 meses, por exemplo. Desta maneira, o valor à vista desta compra deverá ser calculado da seguinte maneira:

- R$ 200,00 ao final do primeiro mês equivale hoje à: $\frac{200}{(1+0,02)^1} = 196,08$;
- R$ 200,00 ao final do segundo mês equivale hoje à: $\frac{200}{(1+0,02)^2} = 192,23$;

- R$ 200,00 ao final do terceiro mês equivale hoje à: $\dfrac{200}{(1+0{,}02)^3} = 188{,}46$;
- R$ 200,00 ao final do quarto mês equivale hoje à: $\dfrac{200}{(1+0{,}02)^4} = 184{,}77$;
- R$ 200,00 ao final do quinto mês equivale hoje à: $\dfrac{200}{(1+0{,}02)^5} = 181{,}15$.

Assim, o valor à vista será:

R$ 196,08 + R$ 192,23 + R$ 188,46 + R$ 184,77 + R$ 181,15 = **R$ 942, 69**

Uma aplicação necessária é o deslocamento de valores ao longo do tempo, pois é de extrema importância para tomada de decisões em matemática financeira. Na verdade, este é o principal problema de matemática financeira: "deslocar o dinheiro no tempo". (NOVAES, 2009)

O fator $(1 + i)^n$ é chamado de fator de capitalização para pagamento único. Para obter o valor futuro basta, multiplicar o valor atual por $(1 + i)^n$.

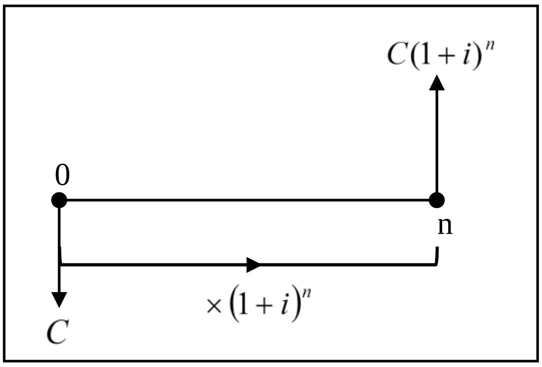


Figura 23: Representação do valor futuro no fluxograma.

Para obter o valor atual, basta efetuar a operação inversa, ou seja, dividir o valor futuro por $(1 + i)^n$, ou multiplicar pelo fator de descapitalização $\dfrac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$.

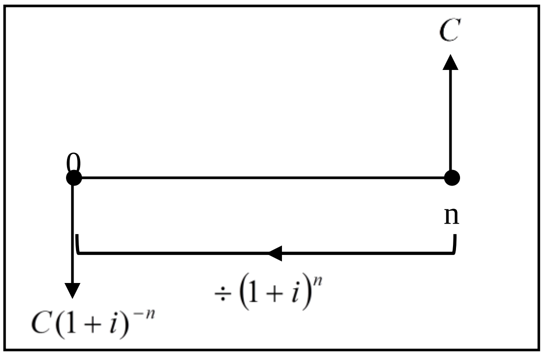


Figura 24: Representação do valor atual no fluxograma

Deve-se tomar cuidado para comparar valores em análises financeira, pois podem ser cometidos graves erros. Como exemplo, veja agora a compra de uma estante anunciada da seguinte forma “R$ 1.200,00 à vista ou R$ 600,00 de entrada e R$ 600,00 após 30 dias”:

Erro número 1: Não se pode considerar que prestações iguais, em datas diferentes, tenham o mesmo valor. Como já visto, anteriormente, o mesmo capital não tem o mesmo valor em períodos distintos. Portanto, a primeira parcela de R$ 600,00 vale mais que a segunda. Imagine, pois, se temos R$1.200,00, pagamos a primeira parcela de R$ 600,00 e os R$ 600,00 restantes fossem aplicados a uma caderneta de poupança com uma taxa de 0,6% a. m. valeria $600 \times 1{,}006$ = R$ 603,60, no pagamento da segunda parcela.

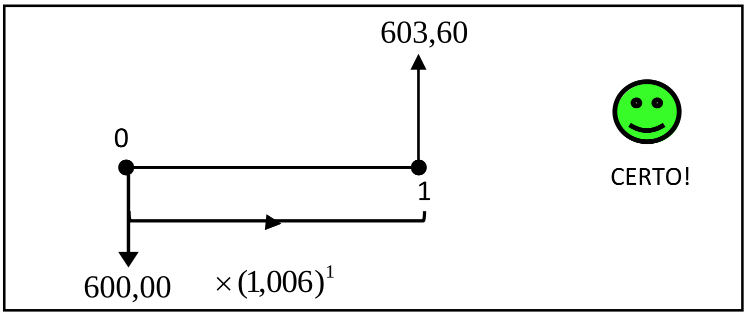


Figura 25: Transformando R$ 600,00 para valor futuro, a taxa de 0,6%

Erro número 2: Não é correto fazer somatório de valores em datas distintas, por exemplo, achar que pagar R$ 1.200,00 a vista é o mesmo que pagar duas parcelas de R$ 600,00 em datas distintas. Deve-se compreender que somente utilizando mecanismos da matemática financeira, é possível obter prestações em uma mesma data, daí sim, fazer a soma de parcelas.

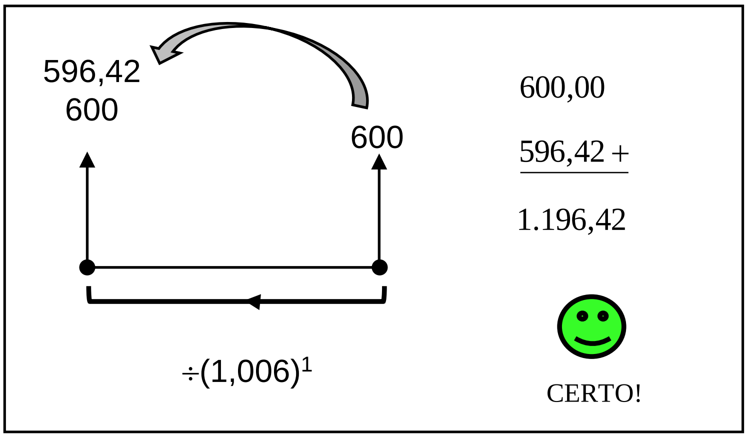


Figura 26: Somando parcelas em datas iguais

Agora suponha que o vendedor lhe oferece uma outra TV, mais sofisticada, propondo-lhe a mesma parcela de R$ 200,00, porém, com 50 parcelas a vencer. Qual será o valor à vista desta nova TV? O fluxo de caixa abaixo representa esta nova situação:

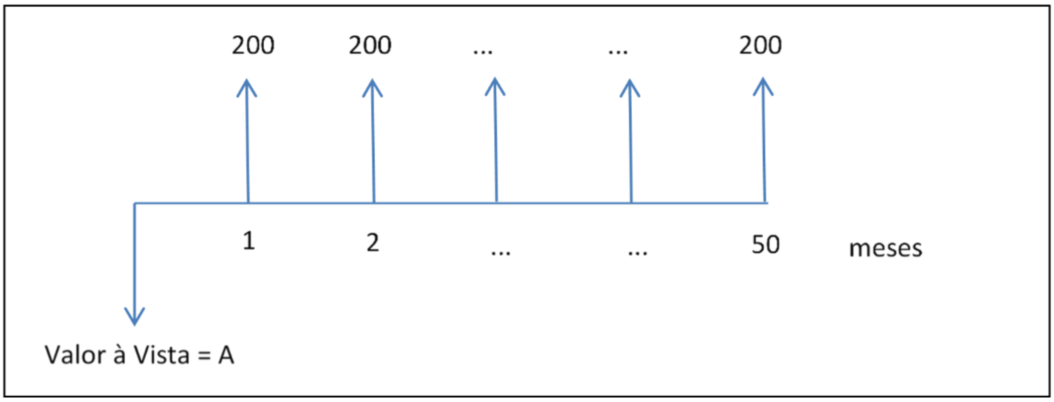


Figura 27: Fluxo de caixa que representa o segundo exemplo da TV.

O procedimento do cálculo do valor à vista é similar ao da TV mais barata. Porém, exigiria muito mais cálculos. Se for utilizado uma planilha de Excel para fazer tais contas, não haverá tantos problemas, porém, pode-se fazer uso dos conhecimentos de Matemática Básica, ao observar que o valor à vista é a soma finita dos termos de uma progressão geométrica:

$$A = \frac{200}{(1+0,02)^1} + \frac{200}{(1+0,02)^2} + \ldots + \frac{200}{(1+0,02)^{50}}$$

Tirando a parcela fixa de R$ 200,00 em evidência:

$$A = 200.\left[\frac{1}{(1+0,02)^1} + \frac{1}{(1+0,02)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+0,02)^{50}}\right]$$

Pode-se notar que a parcela a ser multiplicada é a soma dos finitos termos de uma Progressão Geométrica, onde o primeiro termo é $a_1 = \frac{1}{1+0,02}$ e a razão $q = \frac{1}{1+0,02}$. Além disso, observe também que somente a taxa de juros e o prazo são envolvidos nessa operação.

Lembrando que a soma dos finitos termos de uma progressão geométrica é dada pela relação: (DANTE, 2011)

$$S = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$$

Substituindo os valores citados acima e, depois de alguns cálculos, com o auxílio de uma calculadora financeira ou até mesmo científica, chegar-se ao seguinte valor:

$$S = \frac{\frac{1}{1+0,02} \times \left[\frac{1}{(1+0,02)^{50}} - 1 \right]}{\frac{1}{1+0,02} - 1} = \frac{\frac{1}{1+0,02} \times \left[\frac{1}{(1+0,02)^{50}} - 1 \right]}{\frac{1-1-0,02}{1+0,02}} =$$

$$= \frac{1}{1+0,02} \times \left[\frac{1}{(1+0,02)^{50}} - 1 \right] \times \frac{1+0,02}{-0,02} = \frac{(1+0,02)^{-50} - 1}{-0,02} =$$

$$= \frac{1-(1+0,02)^{-50}}{0,02} = 31,42361$$

Portanto, o preço à vista será o produto da parcela fixa com o número encontrado na soma acima:

200 × 31,42361 = **R$ 6284,72**

Observe que o número 31,42361 é um "número mágico" que, ao ser multiplicado pelo valor da prestação, atualiza o capital para a data zero, ou seja, é um número que desconta de cada parcela o valor dos juros embutido nas mesmas. Tal número será chamado de "Fator de descapitalização de um financiamento com prestações iguais postecipadas". O termo postecipado refere-se ao fato de que a primeira prestação será paga somente ao final do primeiro período. Tal situação pode ser para o caso de um financiamento em n parcelas postecipadas com valor igual a P e uma taxa de juros fixa e igual a i, obtendo assim o valor à vista:

$$A = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{P}{(1+i)^n} =$$

$$= P \times \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] =$$

$$= P \times \frac{\frac{1}{1+i} \times \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right]}{\frac{1}{1+i} - 1} =$$

$$= P \times \frac{\frac{1}{1+i} \times \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right]}{\frac{1-1-i}{1+i}} =$$

$$= P \times \frac{(1+i)^{-n} - 1}{-i} =$$

$$= P \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

O valor de descapitalização $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ será anotado por $a_{n\neg i}$ (lê-se "a n cantoneira i"), ou seja, o valor atual é o produto seguinte:

$$A = P.a_{n\neg i}$$

Retomando o exemplo anterior, bastaria calcular o fator de descapitalização $\boldsymbol{a_{n\neg i}}$**:**

$$\boldsymbol{a_{n\neg i}} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1-(1+0{,}02)^{-50}}{0{,}02} = 31{,}42361$$

E, depois, multiplicar este resultado pelo valor da parcela, obtendo-se o valor à vista:

$$A = P \times a_{n\neg i} = 200 \times 31{,}42361 = 6284{,}72$$

O mais comum, no entanto, é saber qual valor de parcela se deve pagar no financiamento, mas isso pode ser calculado facilmente pela relação:

$$A = P \times a_{n\neg i} \rightarrow \boldsymbol{P = \frac{A}{a_{n\neg i}}}$$

Problema 8: Um aparelho DVD player custa, à vista, R$ 280,00. Se for pago sem entrada, em 6 prestações mensais, a uma taxa de juros compostos de 3 % a.m., qual será o valor de cada prestação mensal?

Solução: Note que o que queremos encontrar é a prestação de uma compra que custa R$280,00 à vista. Vamos calcular o fator de descapitalização:

$$\boldsymbol{a_{n\neg i}} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1-(1+0{,}03)^{-6}}{0{,}03} = 5{,}41719$$

Assim, basta dividir o valor à vista pelo fator de descapitalização:

$$P = \frac{A}{a_{n\neg i}} = \frac{280}{5{,}41719} = \mathbf{51,6873}$$

Resp.: Cada prestação custará R$ 51,69.

Se uma pessoa deseja financiar a Televisão e só pode comprometer R$ 180,00 de sua renda, então ela pode realizar o financiamento com um prazo maior. Neste sentido, podemos encontrar o prazo necessário da seguinte forma:

$$A = P \times a_{n\neg i} \rightarrow A = P \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\rightarrow \frac{A}{P} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \rightarrow \frac{Ai}{P} = 1-(1+i)^{-n}$$

$$\rightarrow (1+i)^{-n} = 1 - \frac{Ai}{P} \rightarrow log[(1+i)^{-n}] = log\left[1-\frac{Ai}{P}\right]$$

$$\rightarrow -nlog[1+i] = log\left[1-\frac{Ai}{P}\right]$$

$$\rightarrow n = -\frac{log\left[1-\frac{Ai}{P}\right]}{log[1+i]}$$

No caso da situação problema em que a parcela é de R$ 180,00, tem-se:

$$n = -\frac{log\left[1-\frac{Ai}{P}\right]}{log[1+i]} = -\frac{log\left[1-\frac{6284{,}72 \times 0{,}02}{180}\right]}{log[1+0{,}02]} = 60{,}51 \cong 61$$

Para se encontrar a taxa de juros quando se conhece as outras variáveis, o procedimento é mais complicado. Suponha que já são dados o valor à vista e o valor das prestações, conforme a Figura abaixo:

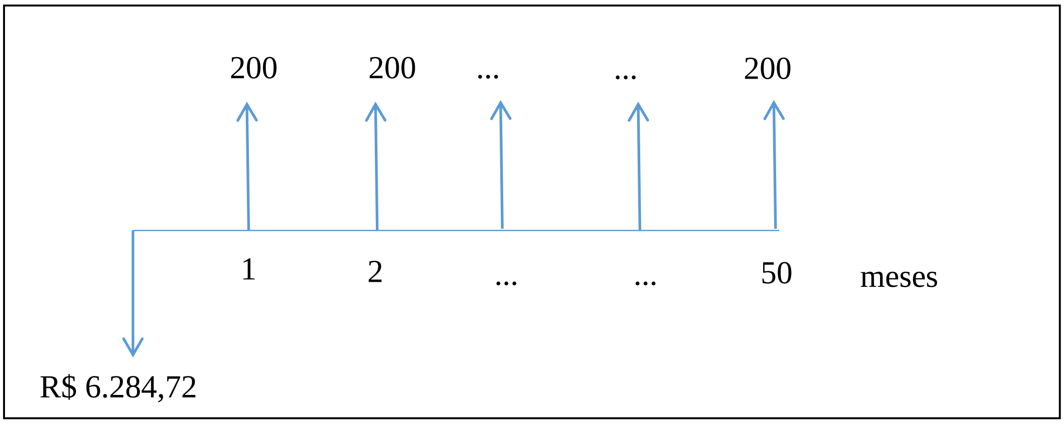


Figura 28: Valor à vista com 50 prestações iguais.

Neste caso, o objetivo é saber qual o valor da taxa de juros do financiamento. Para encontrar tal taxa, deve-se resolver a equação abaixo na variável i:

$$\frac{200}{(1+i)^1}+\frac{200}{(1+i)^2}+\cdots+\frac{200}{(1+i)^{50}}=6.274{,}82$$

Esta é uma equação de grau 50 e, segundo os resultados do matemático Galois[6], não existem procedimentos analíticos fechados para resolver uma equação qualquer de grau maior ou igual a 5. Sendo assim, uma saída para resolver tal equação são os métodos numéricos instalados nos computadores, sendo a maioria deles baseado no Método de Newton ou em suas variações. Não será abordado isto neste material, de modo que, será aplicado apenas para as funções já instaladas no Excel e que se utilizam de tais métodos numéricos.

4.1 Resolvendo com o Excel

Para resolver com o Excel, utilizam-se as mesmas funções já comentadas anteriormente, sendo que, desta vez, o campo **pgto** deverá ser preenchido com o valor da parcela do financiamento. Deve-se lembrar que o valor das parcelas e o valor presente devem ter sinais contrários, representando um fluxo de caixa de saída e entrada. Abaixo, seguem as janelas preenchidas para cada caso:

4.1.1 Encontrando o valor à vista de um financiamento em parcelas fixas

Utilizando os dados do exemplo inicial: Uma empresa vende uma televisão em 5 parcelas de R$ 200,00 mensais, com a primeira parcela vencendo um mês após a compra. Sabendo que nas parcelas estão embutidos os juros da loja, e, além disso, que esses juros são de 2% a.m., qual deverá ser o valor à vista da televisão?

---

[6] Evariste Galois (08/1811-05/1832) foi um pensador matemático francês, que morreu aos 20 anos, metido em uma grande confusão. Na madrugada que antecedeu a sua morte, prevendo não escapar ileso, escreveu cálculos complexos que explicavam a inexistência de resoluções de equações acima de quarto grau, baseadas em fórmulas. Dos 16 aos 18 anos, tentou entrar na escola mais prestigiada do país, École Polytechnique, mas fora reprovado por duas vezes. Os juízes simplesmente não entendiam suas ideias e não acreditaram nos resultados registrados. Na academia de ciências, o jovem também não teve o seu talento reconhecido. Um gênio prodígio, de temperamento explosivo, extremamente político, tinha o poder de se meter em confusão. Foi preso algumas vezes, uma delas por ameaçar o rei e, na prisão, no meio de uma epidemia de cólera se envolveu com a filha de um médico, Sthéfanie que, por falta de sorte, era noiva de um atirador de elite. Na manhã de 30 de maio de 1832, foi defender a sua honra, porém levou um tiro na barriga e morreu no dia seguinte. Seu trabalho só foi reconhecido na década seguinte quando, enfim, foi publicado por Joseph Liouville. (DIEGUEZ, 2004).

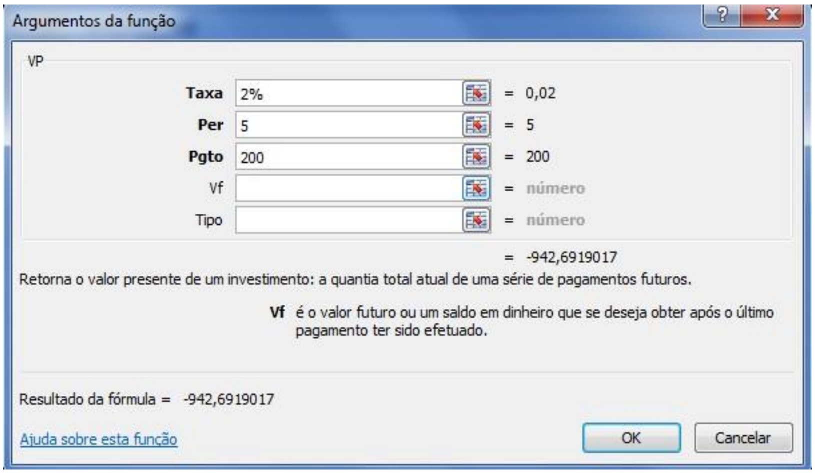


Figura 29: Utilizando a função VP para encontrar o valor à vista de um financiamento em taxa prefixada.

Resposta: O valor à vista do financiamento será de R$ 942,69.

4.1.2 Encontrando o valor da parcela de um financiamento em parcelas fixas:

Suponha que desejamos fazer o mesmo financiamento do exemplo inicial, mais em 20 vezes.

Qual será o valor da parcela?

Figura 30: Utilizando a função PGTO para encontrar o valor da parcela de um financiamento em taxa prefixada.

Resposta: O valor da parcela será igual a R$ 57,65.

4.1.3 Encontrando o valor do prazo de um financiamento em parcelas fixas:

Suponha que, no exemplo inicial, desejamos pagar apenas uma parcela de R$ 120,00 mensais.

Qual deveria ser o prazo?

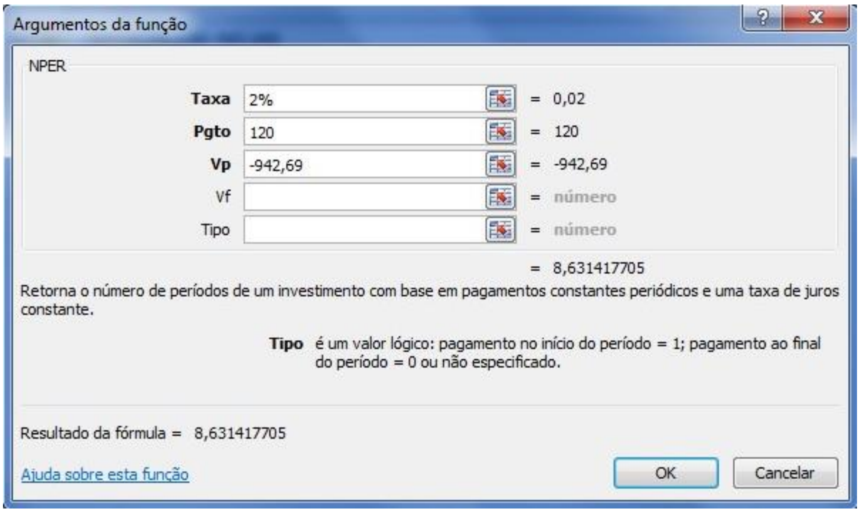


Figura 31: Utilizando a função NPER para encontrar o valor do prazo de um financiamento em taxa prefixada.

Resposta: O prazo do financiamento será igual a 8,63 ≅ 9 meses.

4.1.4 Encontrando o valor da taxa de um financiamento em parcelas fixas:

Uma loja anuncia uma TV, que será vendida em 10 parcelas mensais de R$ 170,00. Qual a taxa de juros do financiamento, sabendo que o valor à vista ainda são os mesmos R$ 942,69?

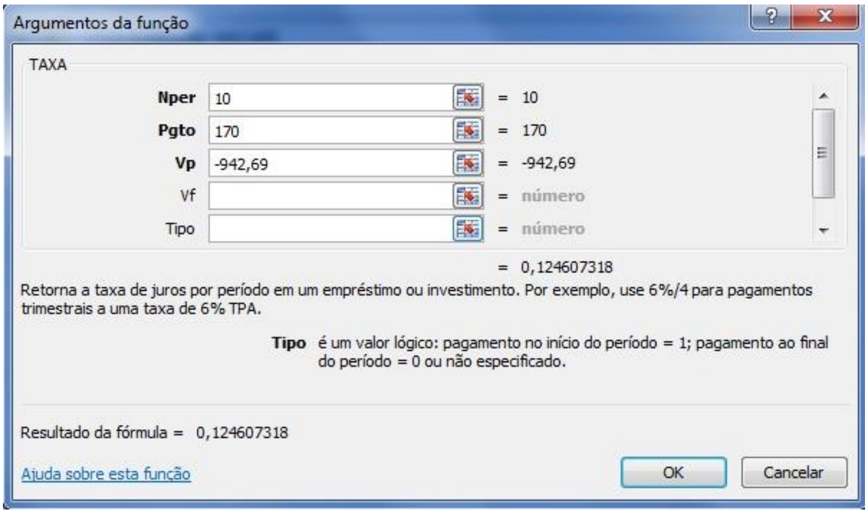


Figura 32: Utilizando a função TAXA para encontrar o valor da taxa de um financiamento em taxa prefixada e parcelas fixas.

Resposta: O valor da taxa de juros deste financiamento é de 12,46% a.m.

4.2 Tabela Price

Muitas vezes, precisa-se recorrer a agências financeiras de crédito para adquirir um bem, iniciar um negócio, quitar dívidas etc. Em algumas ocasiões, os bancos permitem dois tipos de amortização, que comumente variam entre o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o que trabalharemos neste tópico, o conhecido Sistema Francês de Amortização ou Tabela Price. (FERREIRA,2014)

O sistema de compras em parcelas fixas foi aperfeiçoado por um francês chamado Richard Price. Neste modelo, a financiadora concede o crédito usando o sistema de juros compostos. Um relatório total do financiamento pode ser representado em uma tabela, conhecida como Tabela Price, que explica como se dá o desenvolvimento da dívida no decorrer dos períodos. Essa tabela é baseada na lógica de que na k-ésima parcela (P_k) existe uma parte que se deve ao pagamento da dívida, também chamado de amortização (A_k), e outra que se deve ao juros (J_k), ou seja, $P_k = A_k + J_k$. Como já é conhecido, o valor da parcela e o valor dos juros da k-ésima parcela é igual à taxa calculada sobre o saldo devedor do período anterior ($i \times S_{k-1}$) pode-se, por recorrência, começar do saldo devedor do "período zero", momento em que a dívida é contraída, e ir encontrando os demais valores da tabela. Para exemplificar, vamos considerar o problema inicial de uma compra parcelada em 5 meses, com o valor da parcela igual a R$ 200,00 e taxa de juros de 2% a.m.:

Tabela 2: Tabela Price para financiamento de uma TV em 5 parcelas mensais de valor igual a R$ 200,00 a uma taxa de juros de 2% a.m.:

Período	Saldo Devedor	Juros	Amortização	Parcela
0	**942,69**	-	-	-
1	942,69-181,15=**761,54**	2%.942,69=**18,85**	200-18,85=**181,15**	200
2	761,5 4-184,77=**576,77**	2%.761,54=**15,23**	200-15,23=**184,77**	200
3	576,77-188,47=**388,30**	2%.576,77=**11,53**	200-11,53=**188,47**	200
4	388,30-192,23=**196,07**	2%.388,30=**7,77**	200-7,77=**192,23**	200
5	-	2%.196,07=**3,92**	200-3,92=**196,08**	200
-	**-**	**57,30**	**942,70**	**1000**

Para o entendimento do que aconteceu no preenchimento da tabela. Sabe-se que a dívida será paga por cinco parcelas iguais de R$ 200,00. E o saldo devedor já calculado anteriormente, caso fosse pago à vista, é de R$ 942,69. Além disso, tem-se que a taxa aplicada é de 2% a.m.

Na Tabela Price, a parcela fixa equivale ao somatório dos juros com a amortização da dívida no decorrer de cada período. Então, o primeiro passo é calcular o juro de 2% do saldo devedor de R$ 942,69. Assim, o juro no primeiro mês é de 2%×942,69 = 18,85. Como a parcela é fixa de R$ 200,00, a amortização da dívida será de R$200,00 – R$18,85 = 181,15 no primeiro mês, sobrando da dívida somente R$ 942,69 – R$181,15 = 761,54. Já no segundo mês, os 2% incidem sobre o saldo devedor ao final do primeiro mês e o procedimento se repete para o restante da tabela, até que, por fim, liquide-se a dívida.

4.2.1 Fazendo a Tabela Price com o uso do Excel:

1- Abra o Excel;

2- Selecione a célula A1 e digite o título: Financiamento pelo Sistema Price;

3- Selecione a célula A3 e digite: Período;

4- Selecione a célula B3 e digite: Saldo devedor;

5- Selecione a célula C3 e digite: Juros;

6- Selecione a célula D3 e digite: Amortização;

7- Selecione a célula E3 e digite: Parcela;

8- Preencha a coluna referente ao período com os períodos do financiamento, começando com zero;

9- Na célula B4, digite o valor do financiamento: R$ 942,69;

10- Pressione a célula E5 e, usando a função **fx**, escolha a função financeira PGTO e preencha a mesma com os dados do financiamento, conforme detalhado anteriormente.

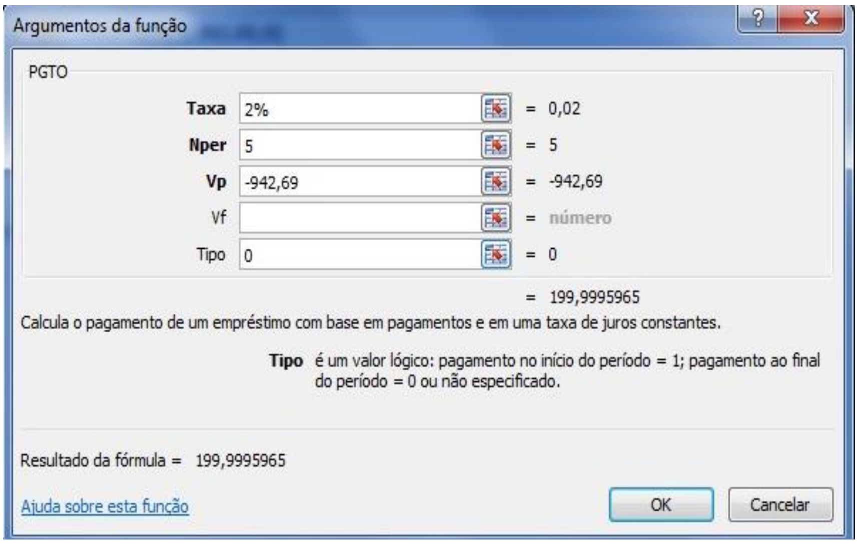


Figura 33: Encontrar o valor fixo de cada parcela

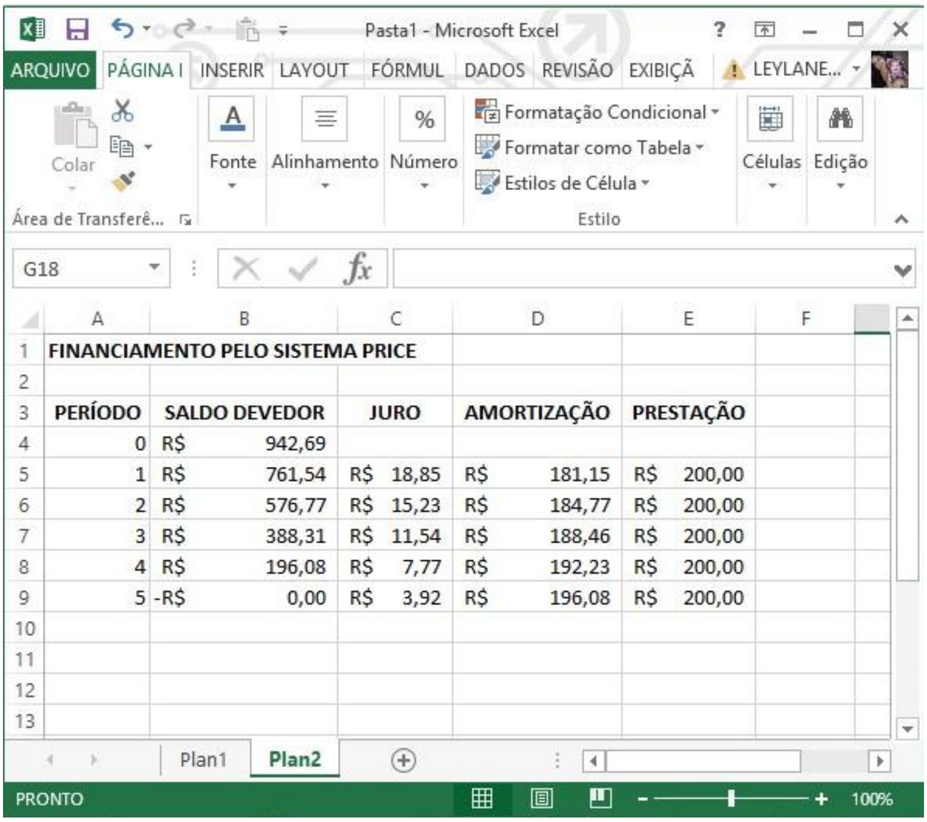
11 - Preencha as demais células desta coluna com os mesmos valores, já que as prestações são iguais;

12 - Selecione a célula C5, e digite a fórmula: = 0,02*B4 (Calculando o juros);

13 - Selecione a célula D5, e digite a fórmula: = E5 – C5 (Amortização = Prestação – Juros);

14 - Selecione a célula B5, e digite a fórmula: = B4 – D5 (Saldo devedor = Saldo Devedor anterior – amortização);

15 - Selecione, simultaneamente, B5, C5 e D5, e arraste até o último período. O resultado será igual ao da tabela abaixo:



	A	B	C	D	E
1	FINANCIAMENTO PELO SISTEMA PRICE				
2					
3	PERÍODO	SALDO DEVEDOR	JURO	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO
4	0	R$ 942,69			
5	1	R$ 761,54	R$ 18,85	R$ 181,15	R$ 200,00
6	2	R$ 576,77	R$ 15,23	R$ 184,77	R$ 200,00
7	3	R$ 388,31	R$ 11,54	R$ 188,46	R$ 200,00
8	4	R$ 196,08	R$ 7,77	R$ 192,23	R$ 200,00
9	5	-R$ 0,00	R$ 3,92	R$ 196,08	R$ 200,00

Figura 34: Tabela Price construída pelo Excel.

ATIVIDADES

01. Um IPhone 6 está custando, no mercado livre, à vista, R$ 2.998,75. Se for pago sem entrada, em 5 prestações mensais, a uma taxa de juros de 2,5 % a.m., qual será o valor de cada prestação fixa mensal?

02. Usando a parcela fixa da questão anterior, represente a situação, usando o sistema francês de amortização (Tabela Price).

03. Um funcionário público, com crédito no mercado, conseguiu fazer um financiamento de um veículo, e sem pagar nada de entrada, para pagar em 5 anos, com parcelas mensais no valor de R$ 1.034,25. Qual seria o preço do carro à vista, se a taxa era de 2 % a. m.?

04. Um clube deseja vender o espaço de lazer e anunciou R$ 1.500.000,00, para pagar ao final de 90 dias. Suponha que um comprador interessado tenha todo o dinheiro em mãos para pagar hoje: quanto deveria pagar, se a situação postecipada fosse aplicada uma taxa de 2% a.m.?

    A) R$ 1.428.000,00
    B) R$ 1.413.483,50
    C) R$ 1.425.129,30
    D) R$ 1.430.672,00
    E) R$ 1.433.672,00

05. Paulo aproveitou os Dias dos Namorados para dar uma geladeira nova a sua esposa. Na loja, viu o anúncio: entrada de R$ 500,00 e mais três parcelas de R$ 800,00 mensais. Porém, Paulo consegue aplicar seu dinheiro à uma taxa de 1,2% a.m. Se resolver aplicar, quanto deverá dispor, hoje, para efetuar sua compra?

    A) R$ 2.953,64
    B) R$ 2.904,83
    C) R$ 2.876,30
    D) R$ 2.843,53
    E) R$ 2.840,53

06. Quanto vale, hoje, utilizando uma taxa de 3% a.m., um valor de R$ 1.200.00,00 daqui a quatro meses?
   A) R$ 1.113.184,43
   B) R$ 1.123.456,35
   C) R$ 1.066.184,46
   D) R$ 1.065.230,54
   E) R$ 1.078.123,44

07. Uma loja vende uma estante em cinco parcelas de R$ 500,00 mensais, com a primeira parcela vencendo um mês após a compra. Qual seria o valor que um comprador deveria dispor para comprar a estante à vista se, nas parcelas da loja, estão embutidos juros de 2% a.m.?
   A) R$ 2.436,97
   B) R$ 2.399,75
   C) R$ 2.356,73
   D) R$ 2.336,53
   E) R$ 2.299,98

08. Uma indústria, querendo incentivar seus funcionários que recebiam mensalmente R$2.000,00, propôs, aos que tivessem melhor rendimento em três meses seguidos que, nos meses subsequentes, receberiam R$ 2.500,00 no primeiro mês, R$ 2.800,00, no segundo mês e R$ 3.000,00 no terceiro mês. Quanto a indústria deverá aplicar, assim que souber qual funcionário receberá o prêmio, a uma taxa de juros compostos de 2% a. m., para efetuar o pagamento?
   A) R$ 7.969,22
   B) R$ 8.113,97
   C) R$ 7.897,33
   D) R$ 7.999,87
   E) R$ 8.000,00

CAPÍTULO 5: INFLAÇÃO

5.1 O que é inflação e qual o seu significado

O aumento generalizado de preços é considerado inflação, pela ciência, e a redução generalizada de preços é conhecida como deflação. O Brasil, infelizmente, já sofreu uma época de superinflação e preços descontrolados. Na década de 80, do século XX, por exemplo, a inflação mensal chegou a ultrapassar os 80%, e os preços dos produtos eram alterados diariamente. Depois de seis planos de governo[7] e cinco trocas de moedas[8] em sete anos, conseguimos controlar a inflação, após a implementação do plano real, em 1994.

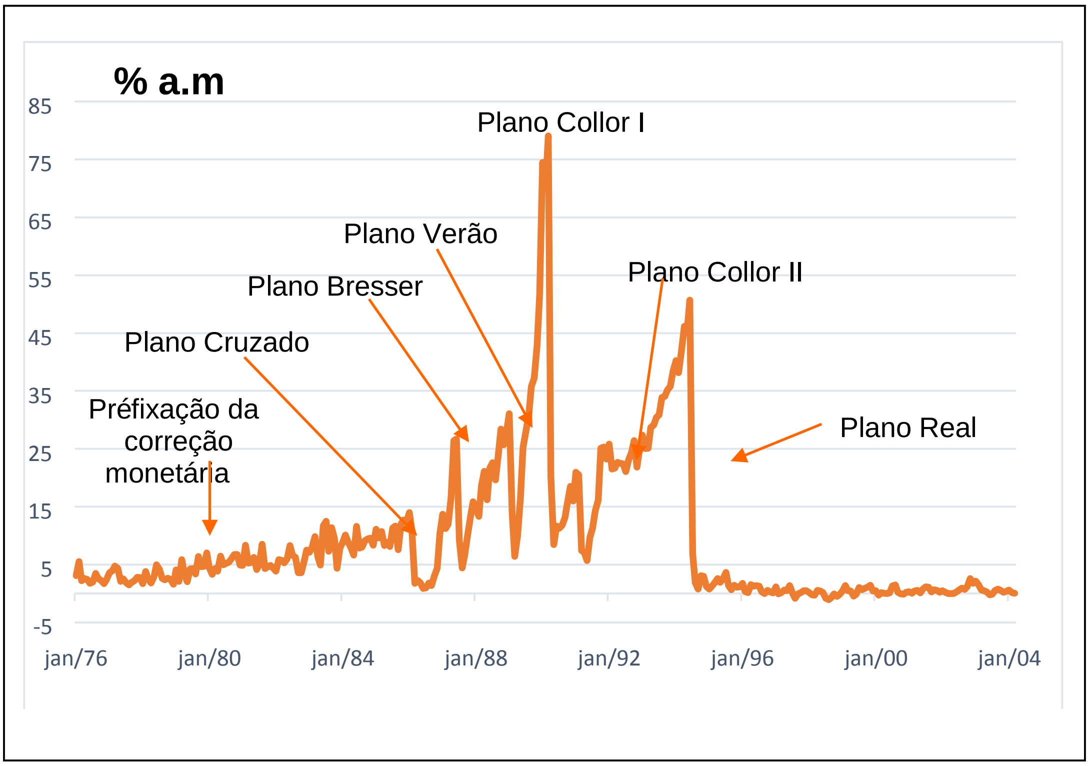


Figura 35: Planos de governo, e inflação no Brasil de 1976 a 2004

(Fonte: Ministério da Fazenda)

A inflação nada mais é do que a perda do poder aquisitivo da moeda. De acordo com VERAS (2001):

> A inflação obriga à geração de uma quantidade cada vez maior de moeda no pagamento de um bem ou serviço. Sem que tenha havido uma produção maior

---

[7] Plano Cruzado, Plano Cruzado II, Plano Bresser, Plano Verão, esses no governo de José Sarney, e plano Collor, Plano Collor II, no governo de Fernando Collor de Mello

[8] Cruzado, Cruzados Novos, Cruzeiro, Cruzeiro real, Real.

> de riqueza, esse aumento da quantidade de moeda causa perda do poder aquisitivo da própria moeda.

Observe, agora, um exemplo prático: no ano de 2014, o salário mínimo estava custando R$ 724,00. Suponha que, no mês de janeiro, o salário comprasse 13 cestas básicas e que, em dezembro, o mesmo salário comprasse somente 11 cestas. Como o salário permaneceu fixo e os preços sofreram reajustes, o mesmo salário do início perdeu o seu poder de compra, ou seja, com o mesmo salário comprava-se menos.

Suponha que o preço de 5 kg de arroz, em janeiro de 2014, custava R$ 9,98 e, no mês de dezembro, os mesmos cinco quilos de arroz da mesma marca, comprados no mesmo supermercado, estavam custando R$ 10,77. Pode-se calcular o percentual de aumento que representa a inflação nesse período fazendo:

$$I = \frac{aumento \quad do \quad preço}{preço \quad antigo} \times 100$$

$$I = \frac{10{,}77 - 9{,}98}{9{,}98} \times 100$$

$$I = 0{,}0702226 \times 100 \cong 7\%$$

Portanto, o arroz sofreu um reajuste anual de 7%, que representa a inflação no período. O que significa dizer que R$ 10,00, em janeiro de 2014, comprava 5 kg de arroz, porém, por causa da inflação de 7%, os mesmos R$ 10,00 não compram mais os 5 kg de arroz, pois perderam o seu poder de compra.

Dessa maneira, o índice de inflação e o modo como é feito esse percentual da variação de preço é dado da seguinte maneira:

$$I = \frac{aumento \quad do \quad preço}{preço \quad antigo} \times 100$$

$$I = \frac{B - A}{A} \times 100 \text{ ou ainda } I = \left(\frac{B}{A} - 1\right) \times 100$$

I = Índice de inflação ou deflação (depende do sinal)

B = Preço atual do produto

A = Preço antigo do produto no período em que se deseja medir a inflação

Deve-se notar, também, que a inflação de um país é calculada através de uma média ponderada nos preços. Portanto, nem sempre representa a inflação pessoal de uma família, já que cada família tem necessidades diferentes. Assim, cada família pode vir a calcular a sua própria inflação, basta tomar nota de suas necessidades e aplicar na fórmula acima.

A seguir, será realizado o cálculo da inflação dos gastos mensais de uma família de classe média, supondo que o seu consumo tenha permanecido o mesmo em todos os setores e o aumento, baseado em dados verdadeiros, esteja relacionado à inflação familiar do período, pesquisadas nos meses de maio de 2014 e maio de 2015, considerando uma média aritmética simples dos produtos.

Tabela 3: Representa um exemplo de inflação familiar

FAMÍLIA A- MÊS DE MAIO de 2014	
SAÍDA	R$
DOMÉSTICA	724,00
TRANSPORTE	400,00
LUZ	402,53
TELEFONE	126,00
ÁGUA	20,00
SUPERMERCADO	770,00
AÇOUGUE	235,00
SALÃO	110,00
ACADEMIA	120,00
PLANO DE SAÚDE	677,90
ESCOLA DOS FILHOS	875,00
TOTAL	4.460,43

FAMÍLIA A- MÊS DE MAIO de 2015	
SAÍDA	R$
DOMÉSTICA	788,00
TRANSPORTE	453,00
LUZ	448,45
TELEFONE	135,00
ÁGUA	20,00
SUPERMERCADO	819,35
AÇOUGUE	265,50
SALÃO	120,00
ACADEMIA	125,00
PLANO DE SAÚDE	690,71
ESCOLA DOS FILHOS	918,75
TOTAL	4.783,76

Veja que considerando o preço total de cada mês pode-se calcular a inflação da família A, da seguinte forma:

$$I = \frac{4.783{,}76 - 4.460{,}43}{4.460{,}43} \times 100 \cong 7{,}25\%$$

Apesar de o cálculo da inflação não ser tão simples assim, pois tem-se que levar em consideração uma série de fatores, este exemplo dá uma ideia de como calcular a inflação familiar.

Quando a inflação está elevada, perde-se o poder aquisitivo do dinheiro. Mas, de que forma isso acontece? Quando uma inflação de 100% ao mês (hiperinflação), por exemplo, corrói pela metade o salário do trabalhador, diz-se que a capacidade aquisitiva da moeda diminuiu em 50%.

O que significa uma inflação de 100% no período de um mês?

Antes: com R$ 100,00, compra-se um skate.

Depois de um mês: o mesmo skate passa a custar R$ 200,00, ou seja, com uma inflação de 100%, o preço dobra de valor. Dessa forma, com os mesmos R$ 100,00, só se compra a metade de um skate. O nosso índice de inflação, considerando sempre o mesmo skate é:

$$I = \frac{200 - 100}{100} \times 100 = \frac{100}{100} \times 100 = 100\%$$

Suponha, em determinado período, a inflação de 7%. Isso significa que um produto que no início custava R$ 100,00 passou a custar, ao final do período, R$ 107,00. O poder de compra, ou seja, o que será possível comprar agora é $\frac{100}{107} = 0{,}9346$ do produto, ou seja, com os mesmos R$ 100,00 pode-se pagar por apenas 93,46% do mesmo produto, obtendo uma perda de 6,54%.

ASSAF (2012) explica como encontrar a Taxa de Desvalorização da Moeda (TDM). Ao mesmo tempo que a inflação representa uma elevação nos preços, a taxa de desvalorização da moeda mede a queda no poder de compra causada por esses aumentos de preços. Veja para o exemplo apresentado como calculá-la:

$$TDM = 1 - \frac{100}{107} = desvalorização$$

$$TDM = \frac{107 - 100}{107} = \frac{7}{107} = 6{,}54\%$$

Observe que isso é o aumento sobre o preço aumentado:

$$TDM = \frac{7\%}{1 + 7\%},$$

ou seja,

$$TDM = \frac{I}{1 + I}$$

Sendo I a taxa de inflação no período.

Exemplo: Se em determinado momento a taxa de inflação alcançar 7%, a queda na capacidade de compra registra a marca de 6,54%, isto é:

$$TDM = \frac{0{,}07}{1 + 0{,}07} = \frac{0{,}07}{1{,}07} \cong 6{,}54\%$$

Uma inflação de 7% determina uma redução do poder de compra da moeda de 6,54%, isto é, com o aumento de 7% da inflação, as pessoas adquirem 6,54% a menos de bens de consumo e serviços que costumam consumir.

Outro exemplo seria considerar uma família que ganhou um dinheiro de herança. Pensando em viajar no fim do ano, guardou R$ 10 000,00 em janeiro de 2014, dentro de um cofre, ou seja, sobre esse dinheiro, que ficou parado em casa, não ocorreu nenhum tipo de aumento. Como a inflação no ano de 2014 foi de, segundo o IBGE, 6,41%, a taxa de desvalorização da moeda foi de:

$$\text{TDM} = \frac{0{,}0641}{1 + 0{,}0641} = \frac{0{,}0641}{1{,}0641} \cong 6{,}024\%$$

Isto é, se o dinheiro desvalorizou 6,024%, então ficou valendo somente:

$$100\% - 6{,}024\% = 93{,}976\%$$

Ou seja, $10000 \times 0{,}93976 = \text{R\$}9397{,}60$

Então, o que valia R$ 10.000,00 em janeiro, em dezembro valerá R$ 9.397,60, por conta da inflação.

No entanto, todos os exemplos citados até o momento consideram um único produto para explicar a inflação, mas é obvio que o cenário real é muito mais complexo, pois a inflação não é calculada por um produto isolado. Os índices de preços ou de inflação estão associados a uma média ponderada de preços de um conjunto de produtos. Estes, por exemplo, podem ser pesquisados em grupos específicos de produtos, tais como de uma cesta básica, caso se queira analisar a inflação do consumo básico, ou produtos da construção civil ou de produtos de atacado para lojistas, e assim por diante.

Matematicamente, existe uma relação em que se calcula a inflação, usando o índice de preço de um mesmo produto comprado em épocas diferentes. Podemos calcular o percentual de aumento ou de redução do produto. Se houver aumento, indica que houve inflação, e se houver redução, implica que houve uma deflação. O IPCA (*Índice de Preço ao Consumidor Amplo)*, calculado pelo IBGE, é resultante de um procedimento estatístico que representa uma média global das variações de preços, ponderando-se uma cesta de bens para famílias na faixa de 1 a 40 salários mínimos. (Ver detalhes no Anexo 01)

São muitos os fatores que podem levar à inflação, dentre eles podemos citar: os Gastos Públicos**,** Cartéis**,** Custos de Produção**,** Produção em Baixa**,** Indexação e Inércia *(g1.globo.com/economia/inflação-causas/platb).* O governo gasta mais do que arrecada e, para cobrir tais gastos públicos, aumenta os impostos. Estes, inevitavelmente, serão repassados para o consumidor o que, de certa forma, faz os preços subirem. Outra tentativa para se pagar dívidas governamentais é a impressão de mais papel moeda. Com o excesso de circulação da moeda, os preços também tendem a subir. Outro fator do aumento dos preços é quando a demanda é maior do que a oferta, o que pode acontecer por diversos motivos. Com maior procura e escassez do produto, os preços também tendem a subir.

Figura 34: Esclarecimento do aumento de preços
(Fonte: g1.globo.com/economia/inflacao-causas/platb)

Para medir as taxas de inflação, os órgãos responsáveis fazem as pesquisas de preços em certo período e ponderam o grau de importância de cada produto, já que um aumento de 6% no valor da cesta, não necessariamente, significa que todos os produtos desta cesta aumentaram

6%. Alguns produtos podem ter aumentado mais que 6%, outros não aumentado nada e outros podem até ter diminuído de valor. Porém a média ponderada, que fornece o grau de importância em cada grupo de pesquisa, chega a uma média de 6% nos produtos do grupo pesquisado.

Observem, agora, algumas situações-problema:

Problema 8: *João é motorista da empresa HADPEÇAS e recebeu, durante todo o ano de 2014, um salário equivalente a R$ 1.200,00 mensal. Com o reajuste salarial no ano de 2015, a empresa decidiu somente atualizar o salário de João, de acordo com a taxa da inflação de 6,41%. Quanto ficou o salário de João?*

A atualização do valor do salário pode ser encontrada, simplesmente, multiplicando o salário pelo fator de capitalização, neste caso 1,0641 e, assim:

$$1.200 \times 1{,}0641 = 1.276{,}92$$

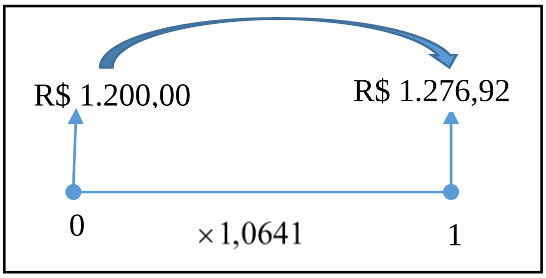


Figura 37: Atualizar o capital do problema 8

Logo, o salário de João, atualizado pela inflação, será de R$ 1.276,92 mensal, o que significa que João conseguirá, em média, comprar as mesmas coisas que comprava com os R$1200,00 anterior.

Problema 9: *Duas estudantes de medicina alugaram um apartamento por seis meses, pagando R$ 600,00 mensais. Após esse período, o aluguel foi reajustado. A inflação, durante todos os meses, permaneceu fixa de 0,7% ao mês. Determine:*

a) *Qual o percentual de aumento que corresponde à inflação no período do aluguel?*

b) *De quanto será o preço do aluguel depois do aumento?*

Para facilitar o entendimento, vamos fazer o fluxograma:

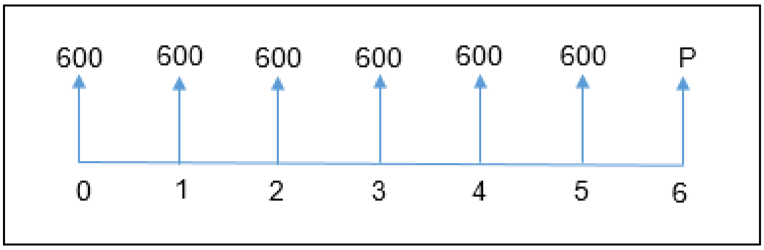


Figura 38: Fluxograma para a resolução do problema 9

Deve-se observar que, como se trata de um aluguel de um imóvel, com parcelas fixas por 6 meses, pagas antecipadamente, o reajuste acontecerá de forma única, ao final do período, que corresponderá ao sétimo mês. Veremos, agora, a taxa e o valor do aumento.

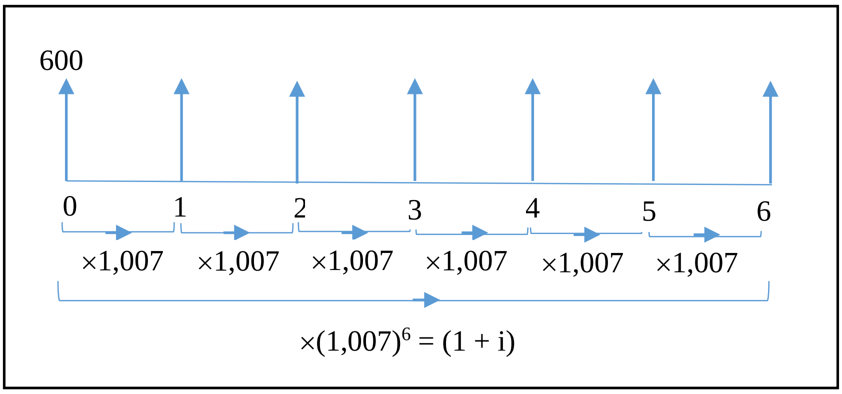


Figura 39: Fluxograma da taxa de aumento

Observando o eixo das setas para encontrar a taxa única, temos:

$$1{,}007^6 = 1 + i$$

$$1{,}04274 = 1 + i$$

$$i = 1{,}04274 - 1 \Leftrightarrow i = 0{,}04274 \times 100 = 4{,}274\%$$

Resposta item a): O percentual de aumento, que corresponde à inflação no período, é de 4,274%.

Para resolver o item b) basta fazer a atualização do capital para calcular o preço depois da inflação.

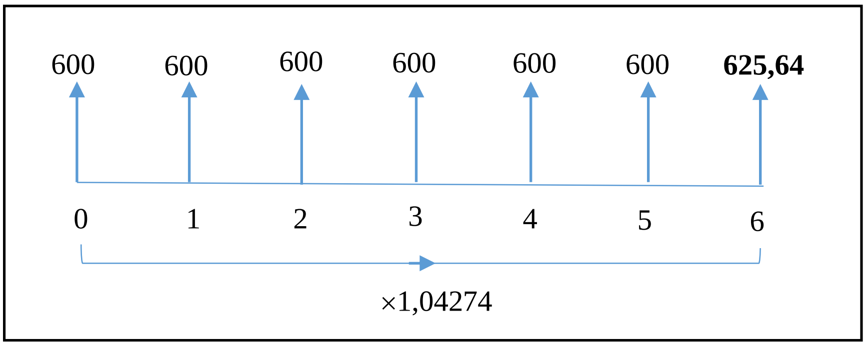


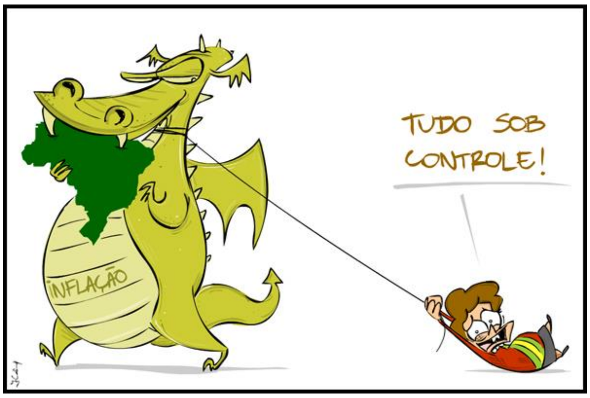
Figura 40: Fluxograma do valor com aumento

$$P = 600 \times 1{,}04274 = 625{,}64$$

Resposta item b): O preço do aluguel, depois do reajuste, será de R$ 625,64.

5.2 Os falsos aumentos

Problema 10: Marcelo tinha um salário de R$ 4.000,00, no ano de 2011. Em acordo com o seu patrão, ficou estabelecido um “aumento” no salário de Marcelo, nos anos de 2012, 2013 e 2014, todos de 5% ao ano. Ocorre que as taxas de inflação destes anos, de acordo com o IBGE, foram de 5,84%, 5,91%, 6,41%, respectivamente. Vamos analisar a situação de Marcelo.



(Fonte: veja.abril.com.br/blog/felipe-moura-brasil)

O aumento salarial de Marcelo acordado com o seu patrão pode ser representado na figura abaixo:

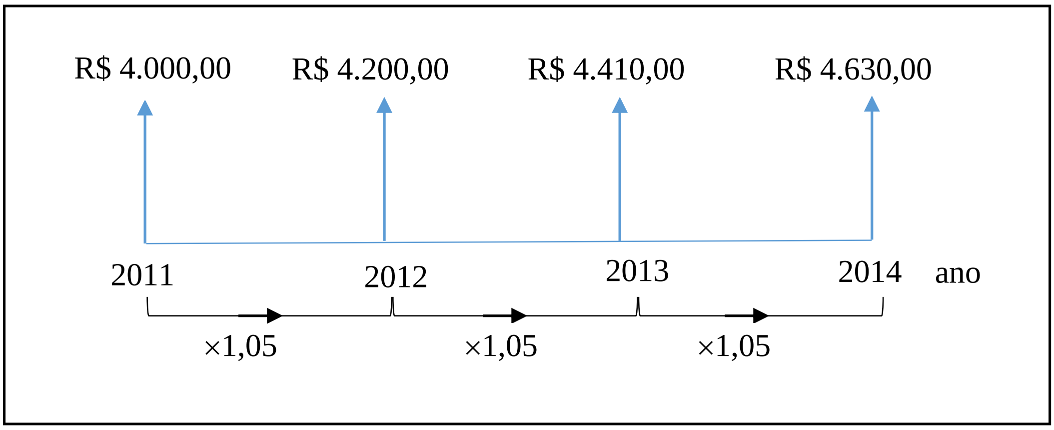


Figura 41: Fluxograma do aumento no salário de Marcelo

Note que, ao final dos três aumentos, Marcelo ficou com um salário de R$ 4.630,00. Aplicando a taxa de inflação nos períodos, tem-se:

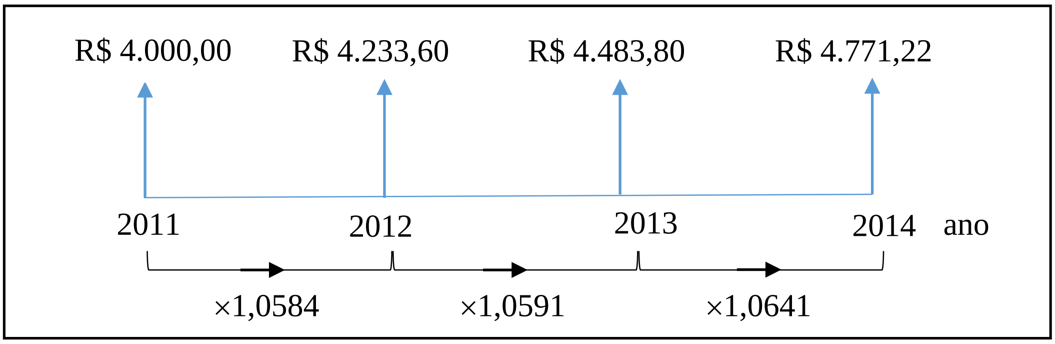


Figura 42: Fluxograma da inflação no problema do Marcelo

O que significa que o “aumento” que Marcelo recebeu não cobriu nem a atualização salarial, já que o poder de compra de um salário de R$ 4.000,00 no ano de 2011 era, em 2014 de R$ 4.771,22. Portanto, o “aumento” dado a Marcelo foi, na realidade, um falso aumento, tendo um poder aquisitivo em 2014 menor do que em 2011. O que Marcelo teve, em seu salário, foi uma redução de aproximadamente 3%.

5.3 Inflação *versus* aplicação

É importante, também, que o aluno compreenda que, se a inflação está muito elevada, as aplicações de renda podem não acontecer da forma que gostaríamos. Por exemplo, quem investiu na caderneta de poupança, em 2013, com a nova regra, teve o seu rendimento inferior à inflação, pois a poupança rendeu 5,8%, enquanto a inflação, naquele ano, fechou em 5,91%. Isto não significa que o dinheiro aplicado diminuiu, mas significa que o dinheiro perdeu o poder de compra. Ainda assim, é melhor do que ficar com o dinheiro parado.

5.4 Ciclo Econômico

Com a morte de Tancredo Neves, José Sarney assumiu a presidência da república. Pegou o país arruinado após a ditadura militar, com índices de inflação altíssimos e com um desemprego que assombrava tanto quanto as dívidas internas e externas. Vários planos econômicos foram lançados na esperança de controlar a inflação, no entanto todos fracassados.

O primeiro plano econômico no governo de Sarney foi o Plano Cruzado, que tirou três zeros do antigo cruzeiro, congelou os preços por um ano e, cada vez que a inflação chegasse a 20% ao mês, os salários eram reajustados, estratégia conhecida como "gatilho salarial" o que, no ano de 1986, deu uma "maquiada" na economia brasileira, reduzindo a inflação. Mas logo veio o excesso da demanda, e o plano ficou saturado, sendo iniciado um novo plano de governo, o Plano Cruzado II. Nesse período, o país decretou moratória e não conseguia pagar nem os juros da dívida externa.

Vieram outros quatro novos planos de governo, todos com a intenção de controlar a inflação e estabilizar a economia, porém sem sucesso. Alguns estudiosos costumam chamar a década de 1980 de "década perdida", mas a maior inflação registrada no nosso país até hoje aconteceu no ano de 1993, com o Plano Collor II. Nessa época, os preços eram mudados diariamente e, nas prateleiras dos supermercados, sempre tinha um funcionário para esse fim (figura 43). A estabilidade só veio com a implantação do Plano Real.

Figura 43: Funcionário remarcando preços
(Fonte: acervo.oglobo.globo.com)

5.5 Metas de inflação

A partir de 1999, o Brasil foi submetido ao regime de metas de inflação, para nortear sua política monetária. Desta forma, a quantidade de moeda oferecida pelo Banco Central segue um modelo para alcançar uma parte da inflação determinada pelo Conselho Monetário Nacional.

Especificamente, temos o seguinte quadro inflacionário do IPCA, no período 1999-2015:

- 1999 = 8,94% (Teto da meta de 10%)
- 2000 = 5,97% (Teto da meta de 8%)
- 2001 = 7,67% (Teto da meta de 6%)
- 2002 = 12,53% (Teto da meta de 5,5%)
- 2003 = 9,3% (Teto da meta de 5,25%)
- 2004 = 7,6% (Teto da meta de 8%)
- 2005 = 5,69% (Teto da meta de 7%)
- 2006 = 3,14% (Teto da meta de 6,5%)
- 2007 = 4,45% (Teto da meta de 6,5%)
- 2008 = 5,90% (Teto da meta de 6,5%)
- 2009 = 4,31% (Teto da meta de 6,5%)
- 2010 = 5,91% (Teto da meta de 6,5%)

- 2011 = 6,50% (Teto da meta de 6,5%)
- 2012 = 5,84% (Teto da meta de 6,5%)
- 2013 = 5,91% (Teto da meta de 6,5%)
- 2014 = 6,41% (Teto da meta de 6,5%)
- 2015 = 7,14% (fevereiro de 2015, teto da meta de 6,5%

Fonte:www.trabalhosgratuitos.com/Outras/Diversos/Inflação-313524.html

Para tentar retratar um pouco da 'loucura' vivida no ano de 1993, será simulado, agora, um cenário com os salários mínimos da época, que eram variáveis por conta da superinflação, e a inflação do período, de acordo com a tabela abaixo.

Em 1º de agosto de 1993, a moeda passou de cruzeiro para cruzeiro real, tirando três zeros da antiga moeda. Para facilitar nos cálculos, será feita a equivalência de todos os valores para cruzeiro, somente dará ajudar na comparação. Assim, será possível analisar, naquele ano, as variações que precederam a moeda atual, o Real.

Tabela 4: salários mínimos no ano de 1993 (adaptada)

Salários mínimos do ano de 1993			Equiparação
Janeiro	Cr$	1.250.700,00	1.250.700,00
Fevereiro	Cr$	1.250.700,00	1.250.700,00
Março	Cr$	1.709.400,00	1.709.400,00
Abril	Cr$	1.709.400,00	1.709.400,00
Maio	Cr$	3.303.000,00	3.303.000,00
Junho	Cr$	3.303.000,00	3.303.000,00
Julho	Cr$	4.639.800,00	4.639.800,00
Agosto	CR$	5.534,00	5.534.000,00
Setembro	CR$	9.606,00	9.606.000,00
Outubro	CR$	12.024,00	12.024.000,00
Novembro	CR$	15.021,00	15.021.000,00
Dezembro	CR$	18.760,00	18.760.000,00

Fonte: gazetadeitauna.com.br/valores_do_salario_minimo_desde

No anexo 2 deste trabalho, temos os rendimentos da caderneta de poupança no Brasil, de janeiro de 2007 até maio de 2015.

Para o acompanhamento dos problemas a seguir, será disponibilizado uma tabela com todos os índices de inflação mês a mês, de 1980 até os dias atuais.

Tabela 5: Índices de inflação mês a mês, de 1980 até os dias atuais:

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	ANUAL
1980	6,62	4,62	6,04	5,29	5,70	5,31	5,55	4,95	4,23	9,48	6,67	6,61	**99,27%**
1981	6,84	6,40	4,97	6,46	5,56	5,52	6,26	5,50	5,26	5,08	5,27	5,93	**95,65%**
1982	6,97	6,64	5,71	5,89	6,66	7,10	6,36	5,97	5,08	4,44	5,29	7,81	**104,80%**
1983	8,64	7,86	7,34	6,58	6,48	9,88	10,08	9,11	10,30	8,87	7,38	8,68	**163,99%**
1984	9,67	9,50	8,94	9,54	9,05	10,08	9,72	9,35	11,75	10,44	10,53	11,98	**215,27%**
1985	11,76	10,87	10,16	8,20	7,20	8,49	10,31	12,05	11,12	10,62	13,97	15,07	**242,24%**
1986	14,37	12,72	4,77	0,78	1,40	1,27	1,71	3,55	1,72	1,90	5,45	11,65	**79,65%**
1987	13,21	12,64	16,37	19,10	21,45	19,71	9,21	4,87	7,78	11,22	15,08	14,15	**363,41%**
1988	18,89	15,70	17,60	19,29	17,42	22,00	21,91	21,59	27,45	25,62	27,94	28,70	**980,22%**
1989	37,49	16,78	6,82	8,33	17,92	28,65	27,74	33,71	37,56	39,77	47,82	51,50	**1972,91%**
1990	67,55	75,73	82,39	15,52	7,59	11,75	12,92	12,88	14,41	14,36	16,81	18,44	**1620,96%**
1991	20,75	20,72	11,92	4,99	7,43	11,19	12,41	15,63	15,63	20,23	25,21	23,71	**472,69%**
1992	25,94	24,32	21,40	19,93	24,86	20,21	21,83	22,14	24,63	25,24	22,49	25,24	**1119,09%**
1993	30,35	24,98	27,26	27,75	27,69	30,07	30,72	32,96	35,69	33,92	35,56	36,84	**2477,15%**
1994	41,31	40,27	42,75	42,68	44,03	47,43	6,84	1,86	1,53	2,62	2,81	1,71	**916,43%**
1995	1,70	1,02	1,55	2,43	2,67	2,26	2,36	0,99	0,99	1,41	1,47	1,56	**22,41%**
1996	1,34	1,03	0,35	1,26	1,22	1,19	1,11	0,44	0,15	0,30	0,32	0,47	**9,56%**
1997	1,18	0,50	0,51	0,88	0,41	0,54	0,22	-0,02	0,06	0,23	0,17	0,43	**5,22%**
1998	0,71	0,46	0,34	0,24	0,50	0,02	-0,12	-0,51	-0,22	0,02	-0,12	0,33	**1,66%**
1999	0,70	1,05	1,10	0,56	0,30	0,19	1,09	0,56	0,31	1,19	0,95	0,60	**8,94%**
2000	0,62	0,13	0,22	0,42	0,01	0,23	1,61	1,31	0,23	0,14	0,32	0,59	**5,97%**
2001	0,57	0,46	0,38	0,58	0,41	0,52	1,33	0,70	0,28	0,83	0,71	0,65	**7,67%**
2002	0,52	0,36	0,60	0,80	0,21	0,42	1,19	0,65	0,72	1,31	3,02	2,10	**12,53%**
2003	2,25	1,57	1,23	0,97	0,61	-0,15	0,20	0,34	0,78	0,29	0,34	0,52	**9,30%**
2004	0,76	0,61	0,47	0,37	0,51	0,71	0,91	0,69	0,33	0,44	0,69	0,86	**7,60%**
2005	0,58	0,59	0,61	0,87	0,49	-0,02	0,25	0,17	0,35	0,75	0,55	0,36	**5,69%**
2006	0,59	0,41	0,43	0,21	0,10	-0,21	0,19	0,05	0,21	0,33	0,31	0,48	**3,14%**
2007	0,44	0,44	0,37	0,25	0,28	0,28	0,24	0,47	0,18	0,30	0,38	0,74	**4,45%**
2008	0,54	0,49	0,48	0,55	0,79	0,74	0,53	0,28	0,26	0,45	0,36	0,28	**5,90%**
2009	0,48	0,55	0,20	0,48	0,47	0,36	0,24	0,15	0,24	0,28	0,41	0,37	**4,31%**
2010	0,75	0,78	0,50	0,57	0,43	0,00	0,01	0,04	0,45	0,75	0,83	0,63	**5,90%**
2011	0,83	0,80	0,79	0,77	0,47	0,15	0,16	0,37	0,53	0,43	0,52	0,50	**6,50%**
2012	0,56	0,45	0,21	0,64	0,36	0,08	0,43	0,41	0,57	0,59	0,60	0,79	**5,84%**
2013	0,86	0,60	0,47	0,55	0,37	0,26	0,03	0,24	0,35	0,57	0,54	0,92	**5,91%**
2014	0,55	0,69	0,92	0,67	0,46	0,40	0,01	0,25	0,57	0,42	0,51	0,78	**6,41%**
2015	1,24	1,22	1,32	0,71	0,74	0,79	-	-	-	-	-	-	**6,17%***

Fonte: IBGE – índice de IPCA

Nos primeiros quatro meses, percebe-se a perda do poder de compra. Note que o salário permaneceu inalterado, nos meses de fevereiro e abril, porém a inflação não. Analisando os gráficos, tem-se:

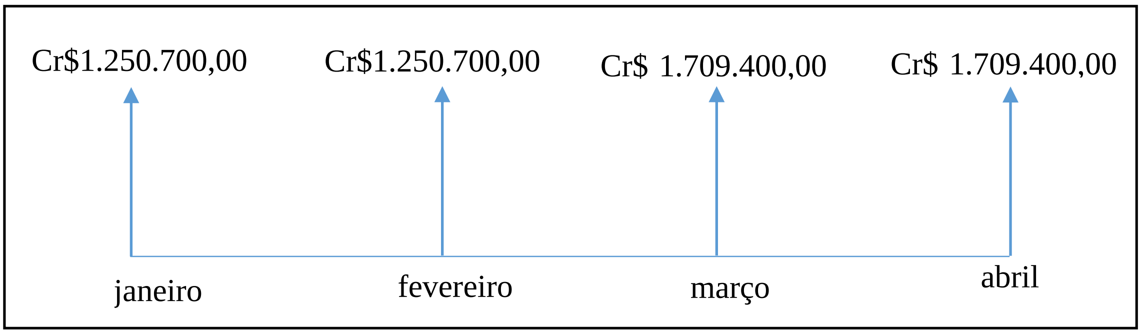


Figura 44: Salário mínimo no primeiro quadrimestre de 1993

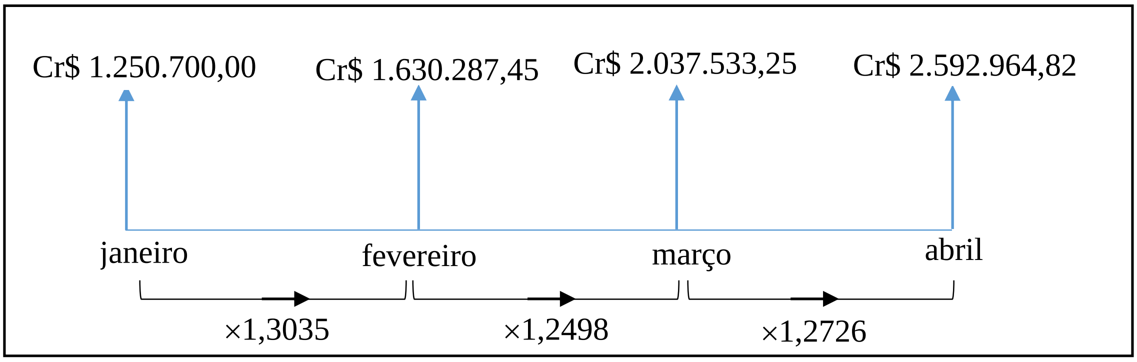


Figura 45: Correção da inflação no primeiro quadrimestre de 1993

Continuando com a análise no segundo quadrimestre, tem-se:

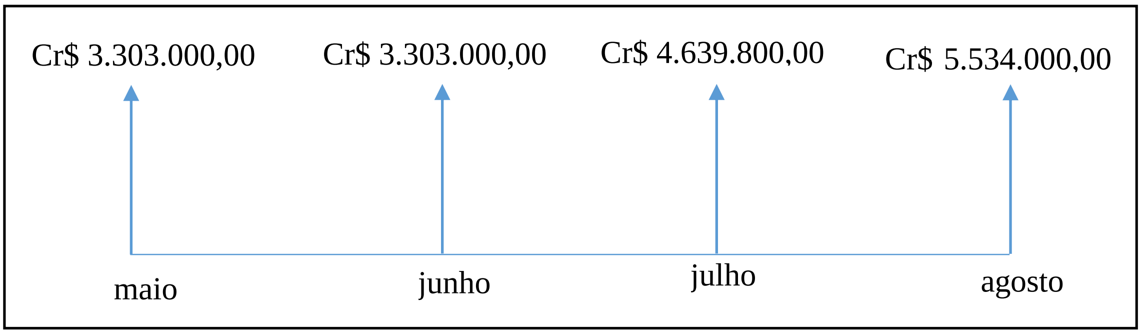


Figura 46: Salário mínimo no segundo quadrimestre de 1993

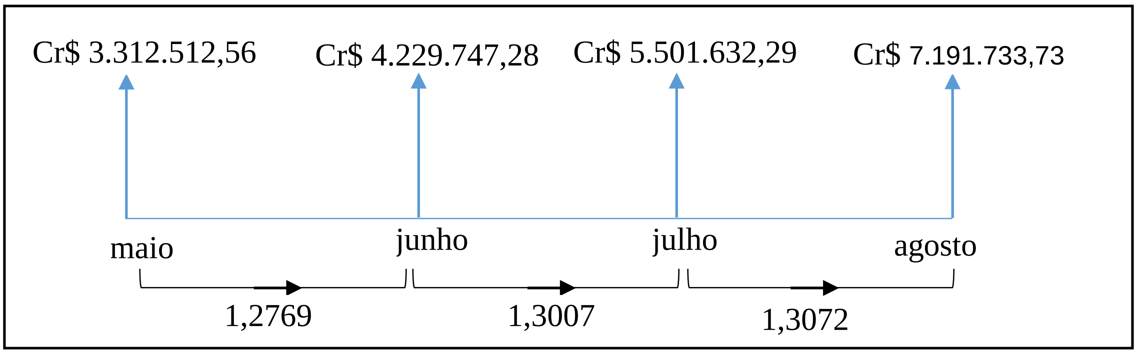


Figura 47: Correção da inflação no segundo quadrimestre de 1993

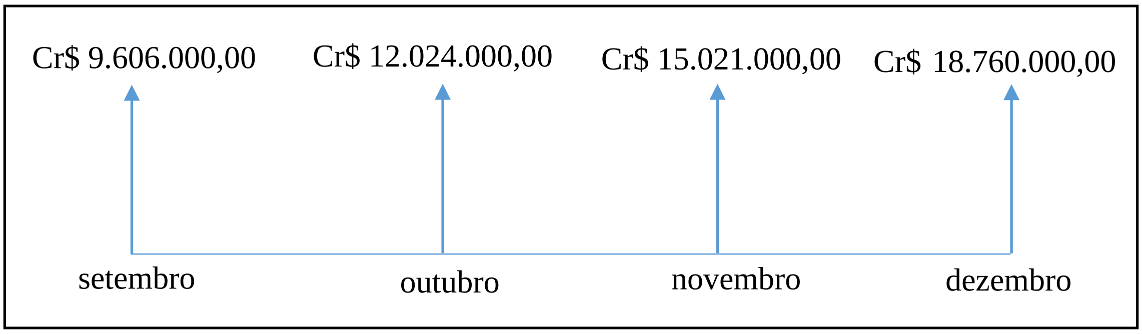


Figura 48: Salário mínimo no terceiro quadrimestre de 1993

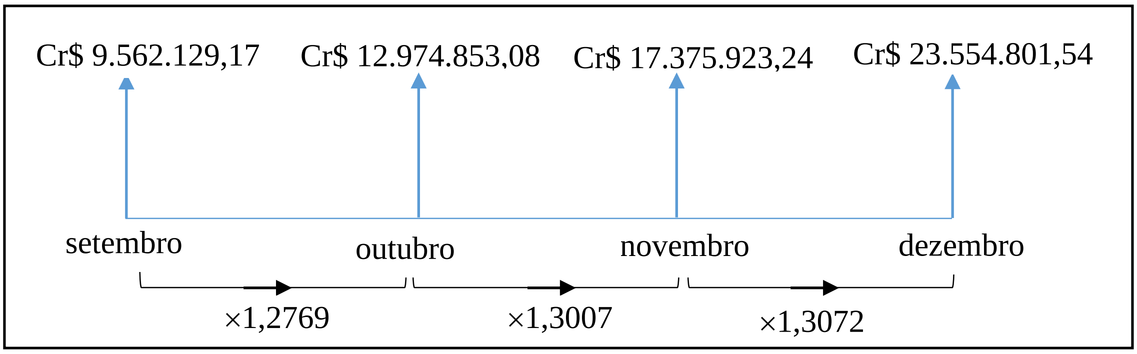


Figura 49: Correção da inflação no terceiro quadrimestre de 1993

Com as tabelas, é possível verificar que o único mês em que o salário mínimo subiu, além da inflação, foi no mês de setembro. Em todos os outros meses do ano, teve-se uma perda no poder de compra do trabalhador. Colocando em uma tabela, tem-se como observar cada situação, mês a mês.

Tabela 6: Tabela retratando o que aconteceu em 1993:

Salários mínimos do ano de 1993			Correção da inflação	Equiparação Cr$	Desvalorização %	Inflação %
Janeiro	Cr$	1.250.700,00	1.250.700,00	1.250.700,00	0,00	0,00
Fevereiro	Cr$	1.250.700,00	1.630.287,45	1.250.700,00	23,28	30,35
Março	Cr$	1.709.400,00	2.037.533,25	1.709.400,00	16,10	19,20
Abril	Cr$	1.709.400,00	2.592.964,82	1.709.400,00	34,07	51,69
Maio	Cr$	3.303.000,00	3.312.512,55	3.303.000,00	0,29	0,29
Junho	Cr$	3.303.000,00	4.229.747,28	3.303.000,00	21,91	28,06
Julho	Cr$	4.639.800,00	5.501.632,29	4.639.800,00	15,66	18,57
Agosto	CR$	5.534,00	7.191.733,73	5.534.000,00	23,05	29,95
Setembro	CR$	9.606,00	9.562.129,17	9.606.000,00	-0,46	-0,46
Outubro	CR$	12.024,00	12.974.853,08	12.024.000,00	7,39	7,91
Novembro	CR$	15.021,00	17.375.923,24	15.021.000,00	13,55	15,68
Dezembro	CR$	18.760,00	23.554.801,54	18.760.000,00	20,36	25,56

ATIVIDADES

01. Uma professora do Estado do Acre, chamada Dilma, recebia um salário bruto, em 2011, de R$ 2.000,00. Após vários dias de greve, o patrão resolveu dar um “aumento” de 5% nos anos de 2012, 2013 e 2014 (Detalhe: este “aumento” incidia sempre sobre o valor do salário de 2011). Considerando que a inflação desses anos, de acordo com o IBGE, foi de 5,84%, 5,91% e 6,41%, faça uma análise crítica do que realmente aconteceu com o salário da professora Dilma.

02. Considerando que o valor do salário mínimo nos anos de 2011, 2012, 2013 e 2014 foram, respectivamente, R$ 540,00; R$ 622,00; R$ 678,00 e R$ 724,00. Analise, com relação à professora do enunciado anterior, considerando a quantidade de salários mínimos que ela receberia a cada ano.

03. Para calcular o IPCA, causa mais efeito: um aumento de 50% no quilo do sal ou um aumento de 50% no quilo do açúcar? Por quê?

04. A cesta básica, em março de 2014, em determinada região, custava $ 89,67. Em abril, sofreu reajuste e passou a custar $ 91,13. Qual a inflação do mês de abril naquela região?

05. O Brasil já viveu, em sua história, uma instabilidade econômica muito grande, até a implantação do Plano Real. No ano de 1995, a inflação estava começando a ser controlada, mas ainda bateu 22,41%. Qual foi a taxa de desvalorização da moeda naquele período?

06. O salário mínimo no ano de 2012 custava R$ 622,00. De quanto seria o salário em 2015, se este salário somente tivesse sido atualizado pela inflação do período, que foi de 5,84%, em 2012; 5,91%, em 2013; e de 6,41%, em 2014?

CAPÍTULO 6: IMPOSTO DE RENDA SOBRE PESSOA FÍSICA

O Imposto de Renda IR iniciou-se no Brasil, desde 31 de dezembro de 1922. Surgiu com o objetivo de financiar a Saúde, a Educação e o desenvolvimento urbano. Suas taxas variavam, na época, de 1% a 8%, sendo as taxas mais elevadas destinadas aos trabalhadores com melhor renda (Receita Federal, 2015).

O imposto de renda é um tributo obrigatório, que deve ser pago tanto por pessoa física, quanto por pessoa jurídica. O imposto de pessoa física é descontado mensalmente e, no ano seguinte, o contribuinte prepara uma declaração de reajuste anual de quanto ainda deve pagar ou se tem direito a restituição de valores pagos excedentes, sendo tais valores atualizados, anualmente, pela Receita Federal.

Uma dúvida comum é pensar que, quanto mais se ganha, mais se paga. Então, será que a alíquota mais alta não iria diminuir o meu salário, ou seja, ganharia mais e receberia menos? É bem verdade que, no Imposto de Renda homogêneo, quanto mais se ganha, mais se paga. Porém, o percentual de desconto é sempre o mesmo. Se esse desconto fosse, por exemplo, de 10%, quem ganhasse R$ 700,00 pagaria R$ 70,00, e quem ganhasse R$ 7.000,00 pagaria R$700,00.

No Brasil, o imposto de renda é progressivo, ou seja, quanto maior é o salário, maior é, também, a percentagem de cálculo. De acordo com o Ministério da Fazenda, a tabela progressiva para o cálculo mensal do imposto sobre a Renda da Pessoa Física, a partir do exercício de 2015, ano-calendário de 2014, é a seguinte (as tabelas progressivas de 1994 até os dias atuais, serão encontradas no anexo 3):

Tabela 7: Alíquota **mensal** de Imposto de Renda exercício 2015, ano-calendário 2014

Ano	**Base de Cálculo Mensal em R$**	**Alíquota %**
2015	Até 1.787,77	(isento)
	De 1.787,78 até 2.679,29	7,5
	De 2.679,30 até 3.572,43	15
	De 3.572,44 até 4.463,81	22,5
	Acima de 4.463,81	27,5

Fonte: Ministério da Fazenda

Realmente, analisando somente a tabela acima, pode-se concluir que, em alguns casos, com o aumento salarial, o trabalhador terminaria com menos dinheiro. Veja um exemplo hipotético resolvido de forma incorreta:

Analisando que o percentual de contribuição do Imposto Nacional de Seguridade Social – INSS, varia de acordo com a faixa salarial, com o auxílio da tabela abaixo, tem-se o exemplo que segue:

Tabela 8: Contribuição do INSS, para o empregado, vigente em 01/01/2015

Salário de contribuição	Alíquota para fins de recolhimento ao INSS
até R$ 1.399,12	8%
de R$ 1.399,13 até R$ 2.331,88	9%
de R$ 2.331,89 até R$ 4.663,75	11%

Fonte: www.portaltributário.com.br

Um funcionário de uma determinada empresa, sem dependentes, recebe salário mensal bruto de R$ 1.950,00. Sabe-se que, deste salário, deve-se ainda descontar 9% para o Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS), conforme citado na Tabela 8. A alíquota do imposto de renda deve incidir sobre o salário bruto, descontados o valor do INSS, ou seja, o imposto de renda incidirá sobre:

R$ 1.950,00 – 9% × R$ 1.950,00 = R$ 1.774,50 (neste caso, estamos supondo que não existam outras vantagens sobre o salário do funcionário que incida o IR como, por exemplo em determinadas gratificações).

Segundo a Tabela 8, o funcionário ganha menos que R$ 1.787,77 e, portanto, está isento do imposto, ou seja, o valor do imposto a pagar é zero.

No ano seguinte, o funcionário recebe uma promoção, passando a ganhar um salário bruto de R$ 2.100,00. Nesse caso, o valor do INSS para ser descontado, usando novamente a contribuição vista na Tabela 8, é de:

R$ 2.100,00 – 9% × R$ 2.100,00 = R$ 1.911,00 e, supondo que não existam outras vantagens sobre o salário do funcionário que incida o IR, utilizando a Tabela 8, o imposto de renda calculado de forma errônea seria descontar 7,5% de R$ 1.911,00 = R$ 143,32, ou seja, ao final, com o pagamento de todos os descontos, o salário líquido do funcionário seria de R$1.911,00 – R$ 143,32 = R$ 1.767,68. Mas não faz sentido receber um salário menor do que o anterior ao aumento. Se realmente se desse desta forma, nem todos gostariam de receber um aumento.

Então, vamos ver como realmente funciona o imposto de renda progressivo, que é o aplicado no Brasil. O que acontece é que a nova alíquota só é aplicada ao que ultrapassa cada faixa, ou seja, o imposto só será aplicado sobre a diferença do salário, com a faixa que antecede o mesmo.

O funcionário da empresa teria o seu imposto de renda calculado de forma correta, se os 7,5% fossem aplicados à diferença entre o seu salário e a faixa de isenção, assim:

R$ 1.911,00 – R$ 1.787,77 = R$ 123,23. Então 7,5% × 123,23 = R$ 9,24 seria o que o funcionário teria que pagar de imposto de renda, o qual, agora, deve estar mais satisfeito, já que ainda lhe sobraria R$ 1.901,76 (um aumento de aproximadamente 7,17%, desconsiderando a inflação do período).

O contracheque abaixo expressa tal situação

CONTRA-CHEQUE UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE CNPJ: 04.071.106/0001-37			FOLHA MENSAL MARÇO DE 2015
NOME DO FUNCIONÁRIO: JOAQUIM JOSÉ DA SILVA XAVIER VOLANTE		CBO: 1114-05	ADMISSÃO: 01/01/2015
DESCRIÇÃO	**REFERÊNCIA**	**VENCIMENTOS**	**DESCONTOS**
HORAS NORMAIS	40,00	2100,00	
INSS	9,00		189,00
IMPOSTO DE RENDA			9,24
		TOTAL DE VENCIMENTOS 2100,00	**TOTAL DE DESCONTOS** 198,24
		VALOR LIQUIDO→	1901,76
SALARIO BASE 2100,00	SAL. CONTR. INSS 2100,00	BASE DO CALC. FGTS ********	FGTS DO MES ********
BASE CALC. IRRF 1911,00	FAIXA IRRF 7,5		
Declaro ter recebido a importância líquida discriminada neste recibo. Data: ____/____/____		____________________ Assinatura do Funcionário	

Figura 50: Simulação de contracheque

Como outro exemplo, suponha que um funcionário Federal receba um salário bruto de R$6.741,58. Pela Tabela 8, contribuirá com 11% para o INSS, ou seja, o imposto de renda incidirá sobre:

R$ 6.741,58 – 11% × R$ 6.741,58 = R$ 6.000,00 e será calculado de forma correta usando os seguintes passos:

Primeira faixa: R$ 1.787,77, alíquota: 0%, imposto: R$ 0,00;

Segunda faixa: R$ 2.679,29 – R$ 1.787,77 = R$ 891,52, alíquota: 7,5%, imposto: R$ 66,86;

Terceira faixa: R$ 3.572,43 – R$ 2.679,30 = R$ 893,13, alíquota: 15%, imposto: R$ 133,97;

Quarta faixa: R$ 4.463,81 – R$ 3.572,44 = R$ 891,37, alíquota: 22,5%, imposto: R$ 200,56;
Quinta faixa: R$ 6.000,00 – R$ 4.463,82 = R$ 1.536,18, alíquota: 27,5%, imposto: R$ 422,45.

Total devido do imposto: 66,86 + 133,97 + 200,56 + 422,45 = R$ 823,84. Note que é mais razoável do que pagar 27,5% × R$ 6.000,00 = R$ 1.650,00.

6.1 Como calcular o imposto a deduzir

Uma outra forma de fazer este cálculo, de modo mais direto, é usar a chamada “parcela a deduzir”. Veja o que isso significa:

Se uma pessoa ganha, já descontadas as deduções legais, um salário de R$ 1.500,00, não pagará nada de imposto de renda, já que se encontra na primeira faixa na Tabela 7, ou seja, está isento do imposto.

No entanto, se receber um salário de R$ 2.000,00, já descontadas as deduções legais, se encontrará na segunda faixa da tabela do imposto de renda, e deverá pagar 7,5% sobre o que excede a faixa anterior, sendo assim calculada:

$$7{,}5\% \times (2.000 - 1.787{,}77) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7{,}5\% \times 2.000 - 7{,}5\% \times 1.787{,}77 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7{,}5\% \times 2.000 - \boxed{134{,}08}$$

Recebendo um salário a ser tributado de R$ 3.000,00, estará localizado na terceira faixa do imposto e deverá pagar de imposto o valor de:

$$15\% \times (3.000 - 2.679{,}29) + 7{,}5\% \times (2.679{,}29 - 1.787{,}78) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\% \times 3.000 - 15\% \times 2.679{,}29 + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\% \times 3.000 - 401{,}89 + 66{,}86 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\% \times 3.000 - \boxed{335{,}03}$$

Se um funcionário receber um salário de R$ 4.000,00, já descontados as deduções legais, se encaixa na quarta faixa da tabela do imposto e deverá pagar:

$$22{,}5\% \times (4.000 - 3.572{,}43) + 15\% \times (3.572{,}43 - 2.679{,}30) + 7{,}5\% \times (2.679{,}29 - 1.787{,}78) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22{,}5\% \times 4.000 - 22{,}5\% \times 3.572{,}43 + 15\% \times 893{,}13 + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22{,}5\% \times 4.000 - 803{,}79 + 133{,}97 + 66{,}86 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22{,}5\% \times 4.000 - \boxed{602{,}96}$$

Já se o salário estiver na última faixa do imposto de renda, por exemplo R$ 5.000,00, sendo descontado, é claro, as deduções devidas, teremos o seguinte desenvolvimento:

$$27{,}5\% \times (5.000 - 4.463{,}81) + 22{,}5\% \times (4.463{,}81 - 3.572{,}44) + 15\% \times (3.572{,}43 - 2.679{,}30) + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27{,}5\% \times 5.000 - 27{,}5\% \times 4.463{,}81 + 22{,}5\% \times 891{,}37 + 15\% \times 893{,}13 + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27{,}5\% \times 5.000 - 1.227{,}55 + 200{,}55 + 133{,}97 + 66{,}86 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27{,}5\% \times 5.000 - \boxed{826{,}15}$$

Os cálculos acima estão explicando como encontrar a parcela a deduzir de cada faixa, que é obtida calculando-se a diferença entre a porcentagem cobrada sobre o total do salário, que será tributado, e aquelas que deveriam incidir apenas sobre as diferenças. Como é um valor fixo para cada faixa, ele pode ser previamente obtido, da seguinte forma:

Se o salário for um valor x, tal que x ≤ R$ 1.787,77, o cidadão estará isento de imposto, ou seja, não pagará nada.

Se o salário for um valor x, tal que R$ 1.787,78 ≤ x ≤ R$ 2.679,29, o cidadão deverá pagar:

$$7{,}5\% \times (x - 1.787{,}77) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7{,}5\%x - 7{,}5\% \times 1.787{,}77 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7{,}5\%x - 134{,}08$$

Se o salário for um valor x, tal que R$ 2.679,30 ≤ x ≤ R$ 3.572,43, o cidadão deverá pagar:

$$15\% \times (x - 2.679{,}29) + 7{,}5\% \times (2.679{,}29 - 1.787{,}78) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\%x - 15\% \times 2.679{,}29 + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\%x - 401{,}89 + 66{,}86 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15\%x - 335{,}03$$

Se o salário for um valor x, tal que R$ 3572,44 ≤ x ≤ R$ 4463,81, o cidadão deverá pagar

$$22{,}5\% \times (x - 3.572{,}43) + 15\% \times (3.572{,}43 - 2.679{,}30) + 7{,}5\% \times (2.679{,}29 - 1.787{,}78) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22{,}5\%x - 22{,}5\% \times 3.572{,}43 + 15\% \times 893{,}13 + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22{,}5\%x - 803{,}79 + 133{,}97 + 66{,}86 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22{,}5\%x - 602{,}96$$

Se o salário for um valor x, tal que x ≥ R$ 4.463,81, o cidadão deverá pagar:

$$27{,}5\% \times (x - 4.463{,}81) + 22{,}5\% \times (4.463{,}81 - 3.572{,}44) + 15\% \times (3.572{,}43 - 2.679{,}30) + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27{,}5\%x - 27{,}5\% \times 4.463{,}81 + 22{,}5\% \times 891{,}37 + 15\% \times 893{,}13 + 7{,}5\% \times 891{,}51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27{,}5\%x - 1.227{,}55 + 200{,}55 + 133{,}97 + 66{,}86 \Rightarrow$$

$$= 27{,}5\%x - 826{,}15$$

O que explicaria a tabela do imposto de renda, com a coluna da parcela a ser deduzido o imposto de renda. As tabelas de impostos anteriores podem ser encontradas no anexo 3.

Tabela 9: Imposto de Renda **mensal** com parcela a deduzir de 01/2014 a 03/2015

Ano	Base de Cálculo Mensal em R$	Alíquota %	Parcela a deduzir do IR
2015	Até 1.787,77	(isento)	(isento)
	De 1.787,78 até 2.679,29	7,5	R$ 134,08
	De 2.679,30 até 3.572,43	15	R$ 335,03
	De 3.572,44 até 4.463,81	22,5	R$ 602,96
	Acima de 4.463,81	27,5	R$ 826,15
	Dependentes: 179,71		

Fonte: Ministério da Fazenda

Se for considerado que o empregado tenha algum dependente legal, que pode ser o marido ou a esposa, filho, filha ou enteados até 21 anos (pode ser até 24 anos, se forem universitários ou estiverem cursando escola técnica de segundo grau), todos não declarantes de IR, será descontado, por cada dependente, o valor de R$ 179,71 (por mês), antes de calcular o imposto de renda.

6.2 Representação do IR por uma função

Pode-se, também, escrever a mesma tabela dada pela Receita Federal, em forma de uma função. Veja como pode-se encontrar o imposto de renda a ser pago, na medida que se conhece o salário do trabalhador:

$$\Im : \Re_+ \rightarrow \Re_+$$

$$\Im(x) = \begin{cases} 0, \quad se \quad\quad x \leq 1.787{,}77 \\ 0{,}075x - 134{,}08, \quad se \quad 1.787{,}77 < x < 2.679{,}30 \\ 0{,}15x - 335{,}03, \quad se \quad 2.679{,}30 \leq x < 3.572{,}44 \\ 0{,}225x - 602{,}96, \quad se \quad 3.572{,}44 \leq x \leq 4.463{,}81 \\ 0{,}275x - 826{,}15, \quad se \quad x > 4.463{,}81 \end{cases}$$

Assim, por exemplo, uma pessoa que recebe:

1.500 reais mensais estaria isento de pagar o imposto de renda.

Se recebesse 2.000 reais, pagaria 0,075 × 2.000 – 134,08 = R$ 15,92;

Se recebesse 3.000 reais, pagaria 0,15 × 3.000 – 335,03 = R$ 114,97;

Se recebesse 4.000 reais, pagaria 0,225 × 4.000 – 602,96 = R$ 297,04;

Se recebesse 5.000 reais, pagaria 0,275 × 5.000 – 826,15 = R$ 548,85.

Essa situação pode ser representada, graficamente, da seguinte forma:

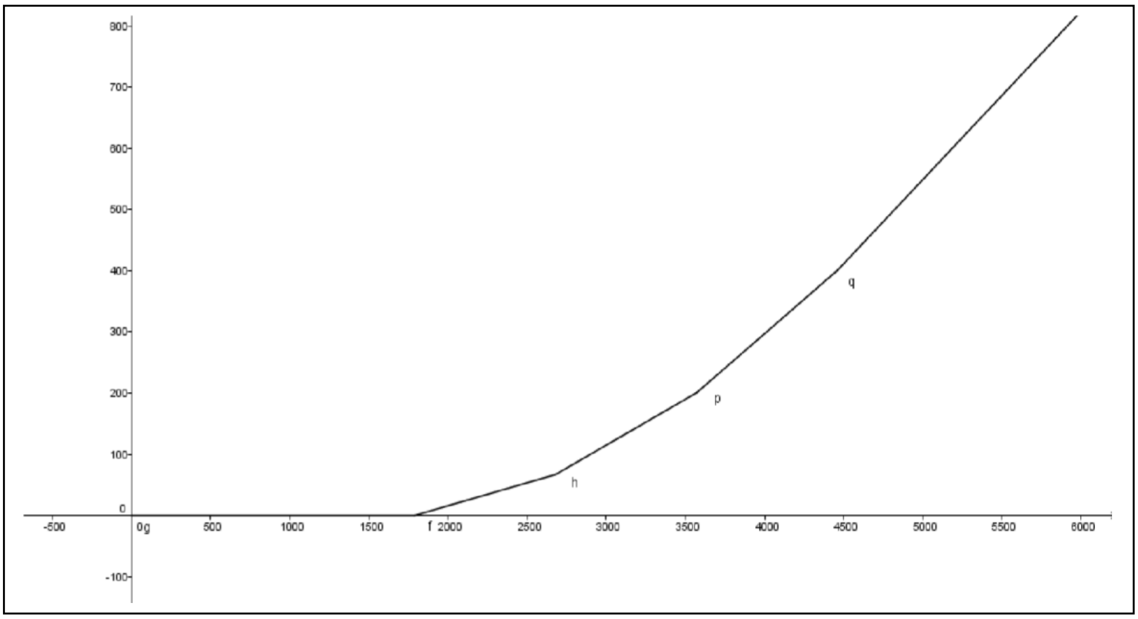


Figura 51: Gráfico da função do Imposto de Renda

Os cálculos feitos acima, mensalmente, podem ser também aplicados anualmente, segundo a tabela:

Tabela 10: Imposto de Renda **anual** com parcela a deduzir

Ano	**Base de Cálculo Anual em R$**	**Alíquota %**	**Parcela a deduzir do IR**
2015	Até 21.453,24	(isento)	(isento)
	De 21.453,25 até 32.151,48	7,5	R$ 1.608,99
	De 32.151,49 até 42.869,16	15	R$ 4.020,35
	De 42.869,17 até 53.565,72	22,5	R$ 7.235,54
	Acima de 53.565,72	27,5	R$ 9.913,83
	Dependentes: R$ 2.156,52		

Fonte: Ministério da Fazenda

Todos os anos, o Ministério da Fazenda disponibiliza gratuitamente um programa (ilustrado ao lado) que pode ser instalado em qualquer computador que possua o programa Java, e garante o dever de declarar o imposto de renda. Neste programa, pode-se simular os cálculos da restituição ou, se for o caso, do pagamento além da já contribuição de uma pessoa. Como já visto inicialmente, o imposto de renda foi criado para financiar a saúde, educação e o desenvolvimento urbano. Assim, tudo que for gasto com saúde[9] é descontado totalmente da renda anual, depois de descontados a contribuição ao INSS. Já para educação, é atribuído um teto e tem um limite a ser descontado. Por exemplo:

Problema 11: Um engenheiro recebe, anualmente, R$ 75.987,46 brutos. Sabe-se que a tributação para o INSS deste valor é de 11% e que o Imposto Retido na Fonte foi de R$2.578,94. E ainda:

- O engenheiro gastou com saúde particular R$ 7.000,00;
- O engenheiro tem dois filhos menores.

Sabendo que os gastos com dependente menor de idade são abatidos no valor de R$2.156,52 por dependente, calcule quanto o engenheiro irá pagar de imposto de renda.

Resolução: Como foi mencionado na questão, 11% da arrecadação do salário anual do engenheiro é retirado para contribuição do INSS, ou seja, 11% × 75.987,46 = R$ 8.358,62, logo sobrará R$ 75.987,46 – R$ 8.358,62 = R$ 67.628,84.

[9] Planos de saúde, atendimentos dentários, exames particulares, consultas e etc.

Viu-se que 100% do que é gasto com saúde é descontado do restante desse dinheiro e, como o engenheiro tem dois filhos, e de cada filho é descontado um valor de R$ 2.156,52, então:

R$ 67.628,84 – R$ 7.000,00 – 2 × R$ 2.156,52 = R$ 56.315,80

O imposto que o engenheiro deveria pagar, sem as isenções de saúde e dependente, deveria ser de (Tabela 10): 27,5%× R$ 67.628,84 – R$ 9.913,83 = R$ 8.684,10.

Porém, depois de todas as reduções, o que ele deve pagar é o imposto que incide sobre um valor anual de R$ 56.315,80. Assim, os cálculos seriam:

27,5% × R$ 56.315,80 – R$ 9.913,83 = R$ 5.573,02

Como, durante o ano, o engenheiro pagou à Receita Federal o valor retido na fonte, de R$2.578,94, ele ainda terá que pagar R$ 5.573,02 – R$ 2.578,94 = R$ 2.994,08.

Uma outra possibilidade é o que a receita chama de "Desconto Simplificado", que consiste em um desconto de 20% sobre o valor bruto, sem o desconto do INSS:

Desconto: 20% × R$ 75.987,46 = R$ 15.197,49.

Valor considerado para IR: R$ 75.987,46 – R$ 15.197,49 = R$ 60.789,97.

Assim, procede-se o cálculo conforme a Tabela 10, da seguinte forma:

27,5% × R$ 60.789,97 – R$ 9.913,83 = R$ 6.803,41.

É menos viável para o contribuinte do que a forma anterior.

Problema 12: Maria tem dois contratos: é professora da prefeitura e do estado. No estado ela recebeu uma renda anual de R$ 22.389,90. Já na prefeitura, recebeu R$ 25.653,50 e, em ambos os salários, são descontados 9% para contribuição do INSS. Sabendo que Maria não tem dependentes e não tem comprovantes de que gastou com a saúde, como fica a situação de Maria?

Solução: Maria tinha duas rendas independentes. No estado, depois de descontado o INSS, Maria ficaria isenta do imposto, já que:

9% × R$ 22.389,90 = R$ 2.015, 09, ou seja, sobram R$ 20.374,81 que, pela Tabela 10, fica isento do imposto de renda e não teve nada retido em fonte.

Já na prefeitura, depois de descontados os 9% da renda anual, sobraram:

(100% – 9%) × R$ 25.653,50 = R$ 23.344,69 o que, pela tabela 10, terá retido na fonte um valor de 7,5% × R$ 23.344,69 – R$ 1.608,99 = R$ 141,86.

Porém, na realização da declaração de imposto de renda, suas rendas são somadas, totalizado: R$ 22.389,90 + R$ 25.653,50 = R$ 48.043,40.

Retirando 9%, sobraria 91% × R$ 48.043,40 = R$ 43.719, 49, que se encontra na quarta faixa do imposto de renda. Então, a receita entende que a pessoa deveria ter pago 22,5% × R$43.719,49 – R$ 7.235,54 = R$ 2.601,35. Portanto, como Maria tinha pago somente R$141,86, ela ainda está devendo R$ 2.459,49 à receita.

ATIVIDADES

Para resolver os exercícios abaixo use, como auxílio, as tabelas de INSS, de imposto de renda e, se julgar necessário, uma calculadora.

Ano	Base de Cálculo Mensal em R$	Alíquota %	Parcela a deduzir do IR
2015	Até 1.787,77	(isento)	(isento)
	De 1.787,78 até 2.679,29	7,5	R$ 134,08
	De 2.679,30 até 3.572,43	15	R$ 335,03
	De 3.572,44 até 4.463,81	22,5	R$ 602,96
	Acima de 4.463,81	27,5	R$ 826,15

Salário de contribuição	Alíquota para fins de recolhimento ao INSS
até R$ 1.399,12	8%
de R$ 1.399,13 até R$ 2.331,88	9%
de R$ 2.331,89 até R$ 4.663,75	11%

ESTADO DO RJ PAGA MELHOR SALÁRIO DA EDUCAÇÃO NO PAÍS

16/05/2013 – 11:54 h – Atualizado em 16/05/2013 – 11:55 h

O Estado do Rio de janeiro é o que melhor paga os professores no país. Um levantamento feito pela Agência de Conteúdo Cartola/site Terra, em abril de 2013, mostra que o Estado tem o melhor vencimento entres as redes estaduais de ensino.

O salário inicial para um professor de 30 horas semanais – maior volume de concursados Seeduc desde 2011 – será de R$ 2.009,88, contabilizando o reajuste 7% no vencimento-base dos servidores da área, que já foi encaminhado pelo Governo para a Alerj votar. Mas mesmo sem esse aumento, o Estado do Rio de Janeiro já possui o melhor vencimento entre os Estados.

http://www.rj.gov.br/web/seeduc

1. Quanto pagará de imposto de renda um professor de 30 horas semanais, do Estado do RJ, antes do reajuste?

2. O piso salarial do professor do Estado do Acre, com formação superior, é de R$1.883,00 e atende a lei n° 11.738/2008. Quanto pagará de imposto um professor em tal situação?

3. Os engenheiros, agrônomos e arquitetos têm garantidos, pela Lei 4.950ª/66 que seus vencimentos devem ser de 8,5 salários, como forma de valorização profissional. Assim, no ano de 2014, serão acumulados em R$ 6.154,00. Quanto pagará de imposto de renda esse Engenheiro?

4. Encontre, em cada uma das situações abaixo, quanto se deverá pagar de imposto de renda, já tendo sido descontados as atribuições legais.

A) João, um professor com dois contratos: salário com os descontos legais de R$3.600,00;

B) Marília, uma advogada estagiária, que recebe, como iniciante, um salário de R$ 2.500,00;

C) Ismael, um técnico de laboratório da universidade, que recebe R$ 3.560,00;

D) Um professor doutor da universidade, que recebe anualmente R$ 117.000,00;

E) Um professor veterano do estado, que recebe anualmente R$ 29.935,00;

F) Um funcionário público federal que recebe anualmente R$ 43.580,00.

5. Um engenheiro recebe, anualmente, R$ 75.987,46 brutos. Sabendo que a tributação para o INSS deste valor é de 11%, e que o Imposto Retido na Fonte foi de R$ 2.578,94, pergunta-se:

A) Quanto o engenheiro deve pagar anualmente de Imposto de Renda?

B) Considerando o imposto retido na fonte, o engenheiro pagará imposto após a sua declaração ou será restituído? (Justifique apresentando os valores).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolver deste trabalho mostrou a real possibilidade da implantação de uma matemática financeira mais voltada para os reais problemas da população brasileira. Inserido na grade curricular do Ensino Médio, é capaz de promover um grande avanço ao exercício da cidadania do aluno, no período em que se encontra, que é uma fase de transição entre a dependência financeira dos pais e o ingresso no mercado de trabalho, com a escolha de uma carreira profissional e a tomada de decisões importantes que marcarão a nova fase de uma independência financeira.

Os jovens brasileiros devem ser cidadãos preparados para lidar com as mais diversas situações financeiras do dia a dia, seja a mais simples, como administrar sua economia doméstica, à mais complicada, como adotar medidas protetivas em relação à instabilidade do quadro inflacionário do país e compreender o complexo sistema de tributação brasileiro.

Afinal, qual seria a finalidade efetiva da matemática, senão relacionar o entendimento coerente e pensativo com situações práticas habituais, investigando novas situações e estabelecendo relações com os acontecimentos cotidianos? Como não dar importância a algo tão fundamental e imprescindível, já que o sistema global gira em torno da economia e das finanças?

O Brasil, atualmente, está imerso em uma crise econômica que há tempos não se vivenciava e, depois de longos anos de estabilidade econômica e controle da inflação, foram impostos cortes nos gastos públicos, de quase 70 bilhões do orçamento. Formar opiniões, debatedores, críticos, analistas ou simplesmente aplicadores financeiros é nosso papel como educador, visto que todos têm o direito e o dever de conhecer o sistema financeiro regente, mesmo que de forma introdutória.

Portanto, conclui-se este trabalho defendendo o quanto antes, a inclusão de todos os assuntos, aqui explanados, como conteúdo obrigatório aos alunos de ensino médio, fazendo-os conhecer, estar inseridos e debater, por conseguinte a realidade monetária atual, que pode ser chamada de educação financeira. Disponibilizo este material, de abordagem simples e prática, possibilitando a fácil compreensão e a aplicação e fixação do conhecimento, através de atividades gabaritadas e resolvidas, além de demonstrar, minunciosamente, como utilizar as planilhas eletrônicas como o Excel, como ferramenta auxiliar para a execução de operações e cálculos, ajudando o aluno a se familiarizar com o aplicativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF, Alexandre. *MATEMÁTICA FINANCEIRA E SUAS APLICAÇÕES*. 12ª edição. São Paulo: Atlas, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. *Orientações Curriculares Nacionais*. Brasília, 2006.

BRASIL, Felipe Moura. *Popularidade de Dilma está abaixo da inflação*. Junho/2015. Disponível em: < http://veja.abril.com.br/blog/felipe-moura-brasil/2015/06/10/popularidade-de-dilma-8-esta-abaixo-da-inflacao-847/ >. Acesso em: junho de 2015.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. *HISTÓRIA DO DINHEIRO:* Origem e evolução do dinheiro. Disponível em < http://www.bcb.gov.br/?HISTDIN>. Acesso em: janeiro de 2015.

CASA DA MOEDA. *Casa da moeda do Brasil.* Disponível em: <http://www.casadamoeda.com.br/historic/origem.htm>. Acesso em: dezembro 2014

DANTE, Luiz Roberto. *MATEMÁTICA:* Volume único. 1ª edição. São Paulo: Ática, 2011.

DIEGUEZ, Flávio. Evariste Galois o gênio azarado. *Revista Super Interessante*. edição 196. São Paulo: Abril, janeiro 2004.

FERREIRA, Debora Borges. "SAC ou Price?". *Revista do Professor de Matemática* - RPM. São Paulo, Nº 85, 42 – 45, 2014.

HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. *Matemática Financeira*. 6ª edição. São Paulo: Saraiva, atualização da 9ª triagem 2013.

IEZZI, Gelson; DULCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos da matemática elementar 2:* logaritmos. 10ª edição. São Paulo: Atual, 2013.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Índice de preço ao consumidor amplo-* IPCA, período de coleta - março de 2015.

LIMA, Elon; CARVALHO, Paulo Cezar; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto. *A Matemática do Ensino Médio*: volume 2. 6ª edição. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

NOVAES, Rosa Cordelia Novellino de. *"UMA ABORDAGEM VISUAL PARA O ENSINO DE MATEMATICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO"*. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal do Rio de Janeiro, Orientadora: Nasser, Lílian. 2009. 205 p. (fotocópia).

RECEITA FEDERAL. *Memoria*: Imposto de renda pessoa física. Disponível em: <http://www.receita.fazenda.gov.br/Memoria/irpf/historia/hist1922a1924.asp> Acesso em: abril de 2015.

SILVA, Marcos Noé. *ARTIGO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA* – Mundo Educação. Disponível em: <http://www.mundoeducacao.com/matematica/matematica-financeira.htm> .acesso em março de 2015.

VERAS, Lílian. *MATEMÁTICA FINANCEIRA.* 4ª. Edição. São Paulo: Atlas, 2001.

ANEXOS

ANEXO 01

O QUE É IPCA? (http://br.advfn.com/indicadores/ipca)

Produzido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) desde 1979, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (INPCA) - também conhecido como **IPCA** - é o indicador oficial do Governo Federal para aferição das metas inflacionárias.

Ele mede a variação do custo de vida das famílias com chefes assalariados e com rendimento mensal compreendido entre 1 e 40 salários mínimos mensais.

Os preços obtidos são os efetivamente cobrados ao consumidor, para pagamento à vista. A Pesquisa é realizada em estabelecimentos comerciais, prestadores de serviços, domicílios e concessionárias de serviços públicos.

O Índice IPCA

O IPCA foi instituído, inicialmente, com a finalidade de corrigir as demonstrações financeiras das companhias de capital aberto.

Desde junho de 1999, é o índice utilizado pelo Banco Central do Brasil para o acompanhamento dos objetivos estabelecidos no sistema de metas de inflação, sendo considerado o índice oficial de inflação do país.

IPCA - IBGE

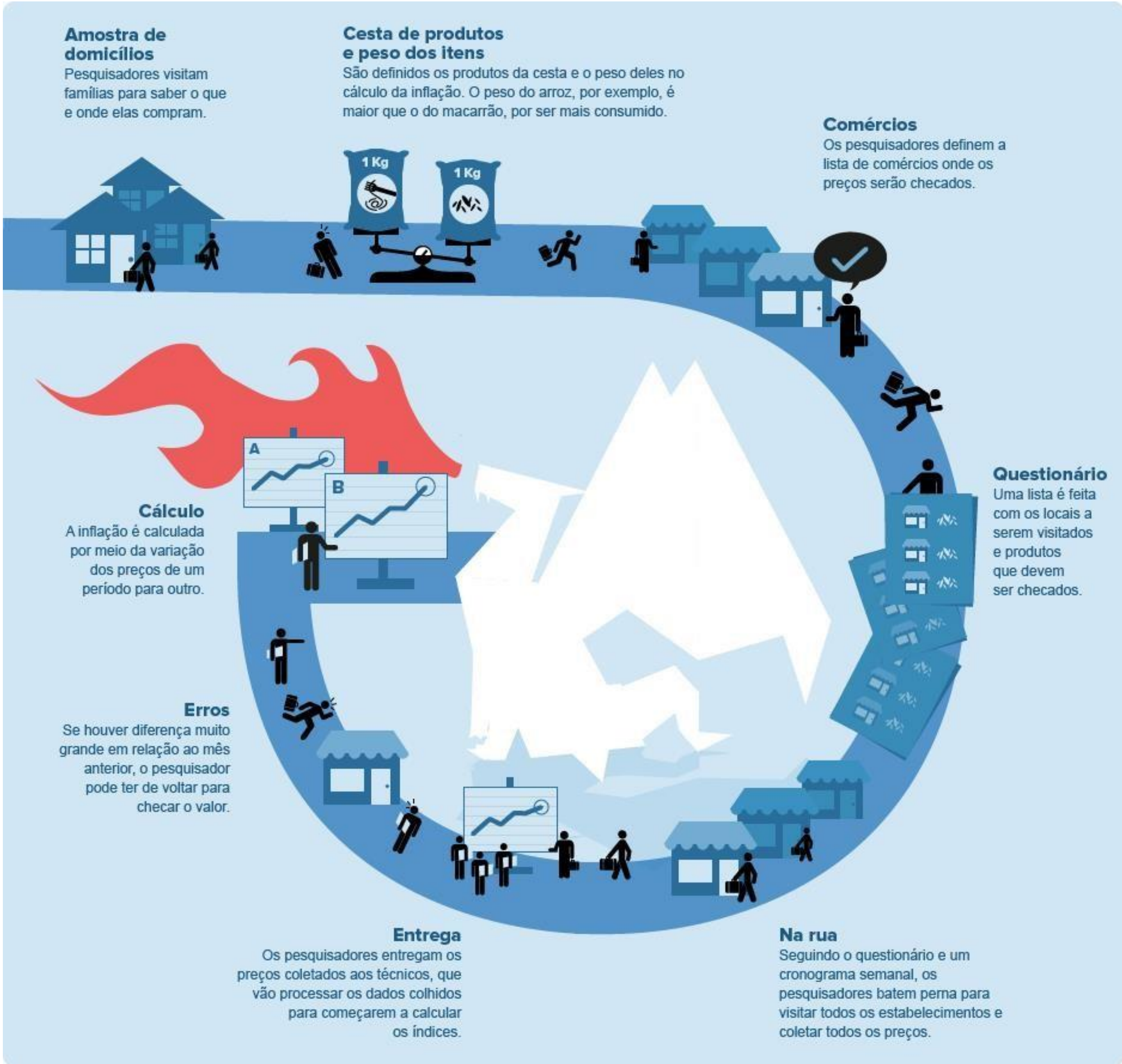
O IPCA foi desenvolvido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 1979 e começou a ser divulgado a partir de janeiro de 1980.

O IBGE também produz alguns indicadores de variação de preços com objetivos específicos, como é o caso, atualmente, do **IPCA-E** (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo Especial) e do **IPCA-15** (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo 15).

Assim, como o IPCA tradicional, ambos verificam as variações dos gastos das pessoas que ganham de um a quarenta salários mínimos, nas regiões metropolitanas de Belém, Belo Horizonte, Curitiba, Fortaleza, Porto Alegre, Recife, Rio de Janeiro, Salvador, São Paulo, Goiânia e Distrito Federal.

Como é calculada a inflação

260 pesquisadores do IBGE levantam preços de 22,5 mil produtos para chegar à taxa de cada mês.



Fonte: http://g1.globo.com/economia/inflacao-como-e-medida/platb/

ANEXO 02

Rendimento da caderneta de poupança no Brasil de janeiro de 2007 até maio de 2015:

ANEXO 3

Tabelas de imposto de renda de dezembro de 1994 até os dias atuais:

TABELA DE IRRF DE 04/2015 A 05/2015			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.903,98	isento	0
1.903,99	2.826,65	7,50%	142,8
2.826,66	3.751,05	15,00%	354,8
3.751,06	4.664,68	22,50%	636,13
4.664,68	-	27,50%	869,36
Dependentes: 189,59			

TABELA DE IRRF DE 04/2011 A 12/2011			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.566,61	isento	0
1.566,62	2.347,85	7,50%	117,49
2.347,86	3.130,51	15,00%	293,58
3.130,52	3.911,63	22,50%	528,37
3.911,63	-	27,50%	723,95
Dependentes: 157,47			

TABELA DE IRRF DE 01/2014 A 03/2015			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.787,77	isento	0
1.787,78	2.679,29	7,50%	134,08
2.679,30	3.572,43	15,00%	335,03
3.572,44	4.463,81	22,50%	602,96
4.463,82	-	27,50%	826,15
Dependentes: 179,71			

TABELA DE IRRF DE 01/2010 A 03/2011			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.499,15	isento	0
1.499,16	2.246,75	7,50%	112,43
2.246,76	2.995,70	15,00%	280,94
2.995,71	3.743,19	22,50%	505,62
3.743,19	-	27,50%	692,78
Dependentes: 150,69			

TABELA DE IRRF DE 01/2013 A 12/2013			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.710,78	isento	0
1.710,79	2.563,91	7,50%	128,31
2.563,92	3.418,59	15,00%	320,6
3.418,60	4.271,59	22,50%	577
4.271,59	-	27,50%	790,58
Dependentes: 171,97			

TABELA DE IRRF DE 01/2009 A 12/2009			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.434,59	isento	0
1.434,60	2.150,00	7,50%	107,59
2.150,01	2.866,70	15,00%	268,84
2.866,71	3.582,00	22,50%	483,84
3.582,01	-	27,50%	662,94
Dependentes: 144,20			

TABELA DE IRRF DE 01/2012 A 12/2012			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.637,11	isento	0
1.637,12	2.453,50	7,50%	122,78
2.453,51	3.271,38	15,00%	306,8
3.271,39	4.087,65	22,50%	552,15
4.087,65	-	27,50%	756,53
Dependentes: 164,56			

TABELA DE IRRF DE 01/2008 A 12/2008			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.372,81	isento	0
1.372,82	2.743,25	15,00%	205,92
2.743,26	-	27,50%	548,82
Dependentes: 137,99			

TABELA DE IRRF DE 01/2007 A 12/2007			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.313,69	isento	0
1.313,70	2.625,12	15,00%	197,05
2.625,12	-	27,50%	525,19
Dependentes: 132,05			

TABELA DE IRRF DE 02/2006 A 12/2006			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.257,12	isento	0
1.257,13	2.512,08	15,00%	188,57
2.512,09	-	27,50%	502,58
Dependentes: 126,36			

TABELA DE IRRF DE 01/2005 A 01/2006			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.164,00	isento	0
1.164,01	2.326,00	15,00%	174,6
2.326,01	-	27,50%	465,35
Dependentes: 117,00			

TABELA DE IRRF DE 01/2002 A 12/2004			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	1.058,00	isento	0
1.058,01	2.115,00	15,00%	158,7
2.115,01	-	27,50%	423,08
Dependentes: 106,00			

TABELA DE IRRF DE 01/1998 A 12/2001			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	900	isento	0
900,01	1.800,00	15,00%	135
1.800,01	-	27,50%	360
Dependentes: 90,00			

TABELA DE IRRF DE 01/1996 A 12/1997			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	900	isento	0
900,01	1.800,00	15,00%	135
1.800,01	-	25,00%	315
Dependentes: 90,00			

TABELA DE IRRF DE 10/1995 A 12/1995			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	795,24	isento	0
795,25	1.550,68	15,00%	119,29
1.550,69	14.313,88	26,60%	299,32
14.313,89	-	35,00%	1.501,57
3.582,01	-	27,50%	662,94
Dependentes: 144,20			

TABELA DE IRRF DE 07/1995 A 09/1995			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	756,44	isento	0
756,45	1.475,01	15,00%	103,47
1.475,02	13.615,41	26,60%	284,71
13.615,42	-	35,00%	1.428,29
Dependentes: 75,64			

TABELA DE IRRF DE 04/1995 A 06/1995			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	706,1	isento	0
706,11	1.376,84	15,00%	105,91
1.376,85	12.709,24	26,60%	265,76
12.709,25	-	35,00%	1.333,23
Dependentes: 70,61			

TABELA DE IRRF DE 01/1995 A 03/1995			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	676,7	isento	0
676,71	1.319,57	15,00%	101,51
1.319,58	12.180,60	26,60%	254,7
12.180,61	-	35,00%	1.277,78
Dependentes: 67,67			

TABELA DE IRRF DE 12/1994			
De	**Até**	**Alíquota**	**Dedução**
0	661,8	isento	0
661,81	1.290,51	15,00%	99,27
1.290,52	11.912,40	26,60%	249,09
11.912,41	-	35,00%	1.249,64
Dependentes: 66,18			

RESPOSTAS DAS ATIVIDADES PROPOSTAS

CAPÍTULO 2

01. A
02. D
03. R$ 5.000,00
04. R$ 18.600,00
05. D
06. a) 6,25% a.m. e b) 5 meses
07. A
08. C
09. D
10. D
11. C
12. E
13. E
14. B

CAPÍTULO 3

01. 14,87
02. 5,98
03. R$ 2.5521,08
04. À vista, pois pagará R$11.280,00.
05. R$ 9.056,81
06. 10,25 meses
07. R$ 757,70
08. A
09. 7,24% a.m.
10. 3 meses
11. A
12. D

CAPÍTULO 4

01. R$ 645,47
02.

Prazo	Dívida	Juro	Amortização	Parcela
0	2.998,75	-	-	-
1	2.428,25	74,97	570,50	645,47
2	1.843,48	60,71	584,76	645,47
3	1.244,10	46,09	599,38	645,47
4	629,73	31,10	614,37	645,47
5	0,00	15,74	629,73	645,47

03. R$ 35.951,45
04. B
05. D
06. C
07. C
08. A

CAPÍTULO 5

01. Uma perda salarial de 8,72%
02. 2011 – 3,7 salários mínimos;
    2012 – 3,38 salários mínimos;
    2013 – 3,24 salários mínimos;
    2014 – 3,18 salários mínimos.
03. No açúcar, pois é mais consumido
04. 1,63%
05. 18,31%
06. R$ 741,92

CAPÍTULO 6

01. R$ 3,09
02. Isento
03. R$ 680,04
04. A) R$ 207,04
    B) R$ 53,42
    C) R$ 198,97
    D) R$ 21.676,17
    E) R$ 636,13
    F) R$ 2.569,96
05. A) R$ 8.684,10
    B) R$ 6.105,16