

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
(PROFMAT)



MUSTAFA GONÇALVES SAHID

A INFLUÊNCIA DAS AULAS TEÓRICO-PRÁTICAS, DESENVOLVIDAS
COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS E AUDIOVISUAIS, FORA DO
AMBIENTE ESCOLAR, COMO ESTRATÉGIA PARA FORMAÇÃO DE
CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

RIO BRANCO – AC
2015

MUSTAFA GONÇALVES SAHID

A INFLUÊNCIA DAS AULAS TEÓRICO-PRÁTICAS, DESENVOLVIDAS
COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS E AUDIOVISUAIS, FORA DO
AMBIENTE ESCOLAR, COMO ESTRATÉGIA PARA FORMAÇÃO DE
CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Melo

RIO BRANCO – AC
2015

© SAHID, M. G., 2015.

SAHID, Mustafa Gonçalves. **A influência das aulas teórico-práticas, desenvolvidas com materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, como estratégia para formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo.** Rio Branco, 2015. 110f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Centro de Ciências Exatas e tecnológicas da Universidade Federal do Acre.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

M991i Sahid, Mustafa Gonçalves, 1973-

A influência das aulas teórico-práticas, desenvolvidas com materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, como estratégia para formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo / Mustafa Gonçalves Sahid. -- Rio Branco: UFAC/Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, 2015.

110f.; 30 cm

Dissertação (Mestrado) apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre (UFAC), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Inclui bibliografia

Orientador: Prof^o. Dr. José Ronaldo Melo

1. Ensino de matemática. 2. Processo de aprendizagem. 3. Aulas práticas. 4. Formação de conceitos. Título.

CDD: 510.712

Agostinho Sousa Crb11-547

Rio Branco - Acre

2015



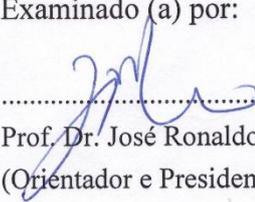
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - CCET
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

A influência das aulas teórico-práticas, desenvolvidas com materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, como estratégia para formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo

Autor (a) : Mustafa Gonçalves Sahid
Orientador (a): Prof. Dr. José Ronaldo Melo

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Acre – PROFMAT/UFAC, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre.

Examinado (a) por:


.....
Prof. Dr. José Ronaldo Melo
(Orientador e Presidente da Banca)


.....
Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior
(Membro Interno)


.....
Prof. Msc. Alessandro Mendonça Nasseralla
(Membro Externo)

Rio Branco, Acre
Agosto de 2015

Dedico este trabalho a minha família pela fé e confiança demonstrada. Em especial a minha mãe Alaíde, a meu pai Camilo e ao meu filho Gabriel.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por me dar conforto e persistência para superar as dificuldades nos momentos difíceis e mostrar caminhos para suprir todas as minhas necessidades.

Ao meu orientador Prof. Dr. José Ronaldo Melo por acreditar em mim e me mostrar a direção para atingir meus objetivos neste trabalho.

Ao amigo Márcio Santos Soares pelos incansáveis incentivos e ajudas tanto durante o mestrado quanto toda a pesquisa com seu olhar clínico e excelentes ideias.

Ao amigo Sandro Ricardo Pinto da Silva que, tanto longe quanto perto, não mediu esforços para me ajudar e, principalmente, me incentivar nos momentos de desânimo.

Ao amigo José Ribamar Lima de Souza que, mesmo longe e sendo de outra área do conhecimento, me incentivou e procurou me ajudar na medida do possível.

Ao amigo Alessandro Mendonça Nasseralla, por me incentivar e mostrar outros caminhos que também poderiam ser traçados.

Ao amigo Helton Medeiros Furuno, pelas ajudas e orientações nos momentos finais do trabalho.

Ao amigo Lidermir se Souza Arruda e a todos os outros componentes do Instituto de Matemática, Ciências e Filosofia, pelos momentos em que me deram força para continuar escrevendo e me dedicando ao término desta pesquisa.

Aos professores locais do programa que prestaram, com dedicação, serviços de excelência.

Aos amigos que juntos fizeram este caminho não esquecerei o companheirismo, as trocas de experiências e a força dada nos momentos difíceis. Ficarei na torcida especial por aqueles que não chegaram conosco.

À minha família, a qual amo muito, agradeço pelos carinhos, paciência e incentivos os quais foram fundamentais nesta jornada.

“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. A vida só é possível reinventada.”

(Paulo Freire)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo investigar a utilização de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo através do planejamento e da execução de aulas teórico-práticas, com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar. Os fatores que impulsionaram esta pesquisa foram as evidentes dificuldades de assimilação e o desinteresse por parte dos discentes em relação ao assunto abordado, verificados no decorrer do meu exercício profissional nos vários anos de magistério. Neste estudo, investigou-se como os discentes reagem e aprendem diante de aulas teórico-práticas em um ambiente externo a sala de aula, utilizando como ferramentas materiais concretos e audiovisuais. A pesquisa consiste em um relato de experiência, de natureza qualitativa, ocorrido no Colégio Estadual Barão do Rio Branco, com alunos dos terceiros anos do ensino médio no decorrer dos anos de 2010 a 2013. Utilizou-se como fontes de informação e obtenção de dados, entrevistas realizadas com os alunos de forma on line, através do google drive, que foram analisadas e comparadas através de gráficos e relatos obtidos e, também, fundamentadas no referencial teórico estabelecido no âmbito desta pesquisa, sendo parte dessas análises aprofundadas a partir da Sequência Fedathi. Os resultados deste estudo apontam para a elaboração de “um conjunto de ideias e etapas bem orientadas” que podem contribuir, facilitar, motivar e conduzir aulas mais proveitosas que estabeleçam mediações e debates, junto a professores de Matemática, acerca do processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Processo de aprendizagem; Aulas práticas; Formação de conceitos.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the use of trigonometric concepts in right triangle through the planning and execution of practical classes, using manipulatives and audio-visual materials, outside the school environment. The factors that drove this research were the obvious difficulties of assimilation and disinterest on the part of the students regarding the subject matter, seen in the course of my professional practice in the years of teaching. In this study, we investigated how the students react and learn against theoretical and practical classes are outdoors the classroom, using tools such as concrete materials and audiovisual. The research consists of an experience report of a qualitative nature, occurred in State School Barão do Rio Branco, with students of third year high school over the years 2010 to 2013. Was used as information sources and data collection , interviews with students online form, through google drive, which were analyzed and compared using graphs and reports obtained and also grounded in the theoretical framework established in the context of this survey, and of these in-depth analyzes from the Sequence Fedathi. The results of this study point to the preparation of "a set of well targeted ideas and steps" that can contribute, facilitate, motivate and guide more productive classes and also discussion and reflection, along with math teachers concerning the teaching process and learning of trigonometry in right triangle.

Keywords: Mathematics Education; Learning process; Practical classes; Concept formation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Mapa conceitual sobre as fases da Sequência Fedathi.....	30
Figura 2– Principais descobertas da trigonometria até metade do século II a.C.....	37
Figura 3 – Modelos de teodolitos antigos e atuais.....	38
Figura 4– Modelos de “teodolitos” usados na pesquisa.....	39
Figura 5 – Triângulos retângulos de mediadas a, b e c e ângulo agudo α	41
Figura 6 – Triângulos retângulos de medidas a, b e c e ângulo agudo $\alpha = 30^\circ$	43
Figura 7– Alunos coletando valores para a, b e c, com ângulo $\alpha = 30^\circ$, nos triângulos da figura 6.....	44
Figura 8 – Triângulo definido para obter as representações genéricas das razões.....	45
Figura 9 – Ilustrações do “teodolito”, trena e calculadora usados na pesquisa.....	47
Figura 10 – Obtenção do ângulo para o cálculo da altura da parede da sala.....	48
Figura 11 – Obtenção do ângulo para o cálculo da largura da sala.....	48
Figura 12 – Coleta de dados para o cálculo da altura do poste usando semelhança (sombra).....	50
Figura 13– Coleta de dados para o cálculo da altura do poste usando razões trigonométricas.....	50
Figura 14 – Coleta de dados para o cálculo da largura do estacionamento usando razões trigonométricas.....	51
Figura 15 – Coleta de dados para o cálculo da altura do mirante usando razões trigonométricas.....	51
Figura 16 – Apresentação de curtas da escola SESC para servirem de modelo para os novos curtas.....	52
Figura 17 – Apresentação da plataforma do <i>Movie Maker</i> para edição dos curtas.....	53
Figura 18 – Aulas sobre o software <i>Movie Maker</i> para a edição dos curtas.....	54
Figura 19 – Apresentação da plataforma do <i>Paint</i> para edição de imagens.....	55
Figura 20 – Aula sobre a ferramenta <i>Paint</i> para complementar a construção dos curtas..	55
Figura 21 – Pesquisa, na internet, de vídeos base para auxiliar na construção dos curtas	56
Figura 22 – Pesquisa, na internet, de vídeos base para auxiliar na construção dos curtas	56
Figura 23– Apresentação dos curtas na sala de aula.....	57
Figura 24 – Apresentação dos melhores curtas no auditório.....	57
Figura 25 – Apresentação dos melhores curtas no auditório.....	58

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Análise gráfica do pré-teste.....	61
Gráfico 2-Análise gráfica do item 1	66
Gráfico 3-Análise gráfica do item 2.....	66
Gráfico 4-Análise gráfica do item 3.....	67
Gráfico 5-Análise gráfica do item 4.....	67
Gráfico 6-Análise gráfica do item 5.....	68
Gráfico 7-Análise gráfica do item 6.....	68
Gráfico 8-Análise gráfica do item 7.....	69
Gráfico 9-Análise gráfica da 1ª etapa.....	70
Gráfico 10-Análise gráfica da 2ª etapa.....	70
Gráfico 11-Análise gráfica da 3ª etapa.....	71
Gráfico 12-Análise gráfica da 4ª etapa.....	72
Gráfico 13-Análise gráfica da 5ª etapa.....	72
Gráfico 14-Análise gráfica da 6ª etapa.....	73
Gráfico 15-Análise gráfica da 7ª etapa.....	74
Gráfico 16-Análise gráfica da 8ª etapa.....	74
Gráfico 17-Análise gráfica da 9ª etapa.....	75
Gráfico 18-Análise gráfica da 10ª etapa.....	75
Gráfico 19-Análise gráfica de todas as etapas.....	76

LISTA DE FLUXOGRAMA

Fluxograma 1 – Estágios de construção e apresentação dos curtas	20
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Porcentagem de Retenção Mnemônica.....	21
Tabela 2 – Porcentagem de Dados Retidos pelos Estudantes.....	21
Tabela 3– Retenção da Informação.....	21
Tabela 4- Modalidade do uso didático do vídeo.....	22
Tabela 5– Funções do vídeo no ensino segundo Ferrés.....	23
Tabela 6– Aspectos fundamentais na aplicação da Sequência Fedathi.....	33
Tabela 7 – Razões entre os lados dos triângulos da figura 5.....	41
Tabela 8 – Razões entre os lados dos triângulos da figura 6	44

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 REFERENCIAL TEÓRICO	7
2.1 A Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem	7
2.2 Teoria e Prática no Ensino da Matemática	10
3 ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS.....	14
3.1 Metodologia do Trabalho de Campo.....	14
3.2 Material Manipulável no Ensino de Matemática.....	15
3.3 O Vídeo como Alternativa de Mudanças no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática.....	18
3.4 A Utilização do Vídeo no Âmbito Escolar e Sua Escolha Adequada	25
3.5 O vídeo como delineador e consolidador, das aulas teórico-prática de matemática com uso de material manipulável, na construção do conhecimento.....	27
3.6 A Sequência Fedathi no ensino da Matemática	28
4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	34
4.1 Histórias da trigonometria, definição e sua importância para a humanidade	35
4.2 Definindo e criando “teodolitos de brinquedo” com transferidor, canudos, alfinetes ou caneta laser, para o cálculo de razões trigonométricas e a construção de curtas.....	38
4.3 Aula prática I - Construção das ideias e definição das razões trigonométricas, com uso da Sequência Fedathi e de materiais manipuláveis	39
4.4 Aula prática II - Cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o uso de razões trigonométricas, teodolito, trena e calculadora, para auxílio na aula prática III, no campo	47
4.5 Aula prática III, no campo, para a coleta de dados e cálculo de distâncias inacessíveis solicitadas em um roteiro pré-estabelecido	49
4.6 Apresentações de curtas metragens, usando trigonometria, desenvolvidos por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro, como base para a construção de novos curtas.....	52
4.7 Apresentação e aula sobre o software <i>Movie Maker</i> para a edição dos curtas metragens .	53
4.8 Apresentação e aula sobre o <i>Paint</i> , disponível na plataforma <i>Windows</i> , para edição de figuras.....	54
4.9 Pesquisa, na internet, de “vídeos base” para editar e contextualizar com o roteiro da aula de campo para a construção dos curtas	56
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS	59
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81
8. ANEXOS:.....	85

1 INTRODUÇÃO

Quando indagado no início do mestrado, sobre uma pesquisa a ser desenvolvida para a conclusão do programa, imediatamente surgiu à ideia de realizar um relato de experiência no ensino de Trigonometria, o qual foi desenvolvido ao longo dos anos de magistério, através de um projeto denominado Matemática no Campo. Este estudo consiste, então, em um relato de experiência ocorrido no Colégio Estadual Barão do Rio Branco, no período de março de 2010 a maio de 2013, com aproximadamente 1400 alunos dos terceiros anos do ensino médio, na disciplina de Matemática, expondo conteúdos de trigonometria no triângulo retângulo.

As trocas de experiências e indagações de colegas da área, ao longo dos anos, fortaleceu a ideia de encontrar caminhos que facilitassem e estimulassem o ensino e o aprendizado da trigonometria no triângulo retângulo. Somando-se a isto, as evidentes dificuldades de assimilação e o desinteresse por parte dos discentes em relação ao assunto abordado até meados de 2009, fez com que surgisse a ideia, de nos anos seguintes, preparar aulas que fossem mais atrativas, dinâmicas e que facilitasse o aprendizado. Pensou-se em primeiro momento, dividir os alunos em grupos, e trabalhar as aulas fora do ambiente escolar, no campo, com auxílio de materiais manipuláveis como estratégias motivadoras. No segundo momento, em decorrência de uma troca de experiências entre professores do Estado e da escola SESC de ensino médio do Rio de Janeiro, ocorrida em janeiro de 2010, resolveu-se adicionar, também, recursos audiovisuais, em especial o vídeo, como mais uma ferramenta para auxiliar a superar as dificuldades que seriam encontradas.

Esta pesquisa tem como objetivo investigar e testar formas diferenciadas, atrativas, dinâmicas, inovadoras e mais eficazes de trabalhar a trigonometria no triângulo retângulo, em especial as razões trigonométricas, disponibilizando-as em um “conjunto de ações orientadas” que contribuirão e facilitarão o seu ensino e aprendizado, no entanto, sem perder de vista seus objetivos gerais e específicos que são respectivamente: proporcionar o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao cálculo de distâncias inacessíveis, para sua futura aplicação em atividades humanas e a formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo, os quais são defendidos pelos PCNs do ensino médio (1997, p.123) referente à trigonometria do triângulo retângulo, do triângulo qualquer e da primeira volta do círculo trigonométrico, o qual recomenda:

- Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
- Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais.

Antes de serem delineados os objetivos deste trabalho, surgiram naturalmente as perguntas que os nortearam, dentre elas pode-se destacar: Como será possível ajudar professores e alunos a superarem as dificuldades de ensino e aprendizagem de trigonometria no triângulo retângulo? O que pode-se deixar de contribuição para alunos e professores de Matemática e, também, de outros cursos que necessitam de trigonometria como base?

Busca-se, então, trabalhar com materiais manipuláveis e recursos audiovisuais que, ao final, sejam capazes de favorecer, fortalecer e estimular a aprendizagem de razões trigonométricas, aliando teoria e prática, em um ambiente que estabeleça uma conexão mais ativa e intensa com o objeto estudado e que, também, desperte no aluno novas formas de estudar e se expressar. Sendo assim, as reflexões e análises no âmbito do texto apresentado estão inseridas na lógica da compreensão de: Como o planejamento e execução de aulas teórico-práticas, desenvolvidas com materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, podem contribuir para formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo?

Resolve-se, então, buscar na literatura uma sequência de ensino que orientasse no planejamento e na execução em parte das ações desejadas. Durante algumas trocas de experiências, entre amigos, foi sugerida a leitura do livro Sequência Fedathi: Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Matemática e Ciências. Ao término da leitura, estabeleceu-se que esta sequência seria utilizada como proposta teórico-metodológica em uma das etapas desta pesquisa por se encaixar perfeitamente na atividade que seria desenvolvida e, ainda, por proporcionar ao aluno uma maior autonomia em seu processo de aprendizagem, conforme veremos em capítulos posteriores.

Uma vez definidos os objetivos e o ambiente da pesquisa, a proposta teórico-metodológica a ser seguida em uma das etapas e o tipo de materiais manipuláveis a serem utilizados, partiu-se para a sua execução com investigações e práticas que contribuíssem, efetivamente, para a formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo.

O caminho para a superação de alguns problemas no ensino e aprendizado da trigonometria no triângulo retângulo surge com o planejamento e execução de um “conjunto de ações bem definidas”, algumas orientadas pela Sequência Fedathi, utilizando aulas teórico-práticas, com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, que ao final sejam capazes de fortalecer e assegurar seu crescimento e gerar novas competências e habilidades, conforme veremos no decorrer deste trabalho. Segundo os PCNs, ensino médio, (1997, p.41), a utilização de novos caminhos, instrumentos e informações fazem-se necessárias para auxiliar na superação de obstáculos, cabendo à “Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida”.

De acordo com os PCNs, ensino médio, (1997, p.46), dentre as competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática relacionadas à investigação e a compreensão, e que foram estabelecidas neste trabalho, estão:

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.

Para aprofundar a reflexão em relação ao tema em foco e responder de forma mais sistemática a questão de pesquisa aqui formulada, estruturamos o presente texto a partir desta introdução e de mais quatro capítulos, os quais apresentaremos a seguir.

O capítulo 2 traz o referencial teórico da pesquisa. Aqui argumenta-se a Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem trazendo discussões acerca das transmissões e recepções de informações atuais, e quais métodos e estratégias devem ser usadas e direcionadas, na concepção de autores como Sant’Anna (2000), Zabala (1998), Piletti (1997) dentre outros, para fortalecer e aprimorar o processo de ensino e aprendizado da Matemática. Debate-se, ainda, a Teoria e Prática no Ensino da Matemática, onde autores, dentre eles, Cunha (1989), D`ambrósio (1996) e Mizukami (2001) defendem as aulas teórico-práticas como referências para o ensino e a aprendizagem, já que estabelecem conexões com situações concretas e cotidianas.

O capítulo 3 fornece os aspectos teórico-metodológicos. Nele, debate-se a Metodologia do Trabalho de Campo defendida por autores como Compiani (1991), Cavalcanti (2002), Castrogiovanni (2003), dentre outros, por permitir ao aluno sair das limitações do livro didático e contribuir para aumentar a curiosidade e o prazer pelas descobertas de novos saberes. Argumenta-se, também, a utilização de Materiais Manipuláveis no Ensino de Matemática que, segundo autores como, Carvalho (1991), Kothe (2000), Lorenzato (2006), dentre outros, devem ser utilizados com ênfase não sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. O fazer é mais forte que o ver ou ouvir, por isso as palavras não são suficientes para ensinar. Destaca-se, ainda, o Vídeo como Alternativa de Mudanças no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática Aplicada onde autores como Ferreira (1975), Ferrés (1996), Silva (2011) e outros, ratificam sua utilização, desde que, de forma adequada e planejada como mais uma ferramenta metodológica eficaz no processo de ensino e aprendizagem, pois ele ativa e completa o que ficou obscuro nas leituras uma vez que apresenta uma linguagem clara e ajustada conduzindo a compreensão pelo excesso de exposição verbal e visual. Ainda neste capítulo discute-se, a Utilização do Vídeo no Âmbito Escolar e Sua Escolha Adequada defendidos por Moran (1995), Martirani (2001) dentre outros e o vídeo como delineador e consolidador, das aulas teórico-prática de matemática com uso de material manipulável, na construção do conhecimento defendido pelos PCNs, Brasil, (1998), por Borba e Villarreal (2005) dentre outros. Para finalizar o capítulo discute-se, também, a Sequência Fedathi, uma proposta teórico-metodológica que apresenta subsídios que fortalecem a prática pedagógica no contexto escolar, trazendo uma perspectiva significativa e transformadora para os alunos, desde que os conhecimentos a serem ensinados sejam com base no desenvolvimento do trabalho de investigação de um matemático.

No capítulo 4 acontece a Descrição das atividades. Nele define-se que a metodologia estabelecida para atingir os objetivos deste trabalho ficará sujeita a realização de dez etapas sequenciais ou concomitantes, que gerarão um “conjunto de procedimentos orientados” que poderão contribuir eficazmente para o ensino e o aprendizado de conceitos trigonométricos. As etapas descritas foram:

- 1- Histórias da trigonometria, definição e sua importância para a humanidade;
- 2- Aula para definir e criar teodolitos com transferidor, canudos, alfinete ou caneta laser;

- 3- Aula prática I para a construção das ideias e definição das razões trigonométricas, com uso da Sequência Fedathi e de materiais manipuláveis;
- 4- Aula prática II para o cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o uso de razões trigonométricas, teodolito, trena e calculadora, para auxílio na aula prática III, no campo;
- 5- Aula prática III, no campo, para a coleta de dados e cálculo de distâncias inacessíveis solicitadas em um roteiro pré-estabelecido;
- 6- Apresentações de curtas metragens, usando trigonometria, desenvolvidos por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro, como base para a construção de novos curtas metragens;
- 7- Apresentação e aula sobre o software *Movie Maker* para a edição dos curtas metragens;
- 8- Apresentação e aula sobre o *Paint*, disponível na plataforma Windows, para edição de figuras;
- 9- Pesquisa, na internet, de “vídeos base” para editar e contextualizar com o roteiro da aula de campo e para a construção dos curtas;
- 10- Apresentação e avaliação dos curtas elaborados por cada grupo.

O capítulo 5 aborda as análises dos resultados das atividades desenvolvidas com a utilização das aulas teórico-práticas, com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, que embasarão, através de análises gráficas a utilização de um “conjunto de ideias e etapas bem orientadas” que auxiliarão no processo de ensino e aprendizagem de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo.

O Capítulo 6 traz as considerações finais da pesquisa, no qual relatamos as principais contribuições, sugerimos pesquisas futuras e tecemos algumas reflexões acerca do ensino e aprendizado de Trigonometria, mais particularmente, das Razões Trigonométricas.

Utilizou-se como fontes de informações e obtenção de dados um questionário impresso, abordando razões trigonométricas, elaborado especificamente para a aula de campo e a edição dos curtas e, também, um questionário *on line*, construído na plataforma do *google drive*, com perguntas relacionadas a importância das etapas seguidas na pesquisa, bem como algumas relacionadas ao aprendizado adquirido, ambos descritos em capítulos posteriores e em anexos.

Os resultados obtidos apontaram que o planejamento e a execução desse “conjunto de ideias e etapas bem orientadas”, em parte através da Sequência Fedathi, tomando como base as aulas teórico-práticas, com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, contribuíram de forma efetiva para a formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo, conforme será demonstrado, com análise de dados e gráficos no âmbito deste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem

A experiência vivenciada na prática docente, nos últimos anos, tem nos mostrado não ser mais possível tratar a aprendizagem como uma mera transmissão e recepção de informações. Ela deve passar por um processo que envolva a construção de conhecimentos, de modo que o aluno possa se constituir como protagonista. Nesse contexto, o professor deve incentivar o aluno a investigar e a descobrir novos horizontes por meios próprios, estimulando os processos de tentativas, erros, acertos e orientações sem dogmatismos. De sorte que a comunidade escolar não possa ficar distante dos novos métodos e técnicas que possa surgir através do avanço tecnológico presente num mundo globalizado.

Parece ser senso comum que as questões que enfrentam o ensino e aprendizagem estão passando por processos de renovação que não se restringe apenas a conteúdos, mas principalmente a métodos e objetivos. Desta forma, é necessário que os processos de modernização sejam acompanhados e escolhidos de forma adequada para cada conteúdo e área do conhecimento levando em consideração o contexto sociocultural de cada comunidade.

Especialmente em relação a métodos de ensino, Sant'Anna (2000) nos diz que “é o caminho para algo, uma ação encaminhada a um fim, um meio para conseguir um objetivo determinado”. Assim o método de ensino, mais adequado para cada situação, está intimamente associado à finalidade almejada ao se lidar, em especial, com aulas teórico-prática com uso de material manipulável e audiovisual.

Percebe-se que, para acontecer melhora no ensino é necessário levar em conta a importância da escolha do método mais adaptado para conduzir as matérias propostas aos educandos, fundamentando os focos a serem almeçados no processo de ensino e aprendizagem. Colaborando com esse pensamento, Zabala (1998), afirma que “para estabelecer os vínculos entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios, em primeiro lugar é preciso determinar que interesse, motivações, comportamento, habilidades, devem constituir o ponto de partida”.

Concomitante a escolha do método e dos objetivos a serem alcançados faz-se necessário constar no planejamento do professor, a inclusão de ferramentas do cotidiano dos discentes afim de torná-los mais relevantes e atrativos para que aconteça um aprendizado proposital e real com domínio de competências e habilidades que contribuirão de forma efetiva para o aumento de capacidades mentais, em especial, o pensamento crítico, criativo e

independente. Para Piletti (1997) “o plano de aula, por exemplo, deve prever estímulos adequados aos alunos, a fim de motivá-los, e criar uma atmosfera de comunicação entre professor e alunos que favoreça a aprendizagem”.

Compreende-se que, a Matemática presente no currículo da Educação Básica, como parte do processo de ensino e aprendizagem, deve promover a ampliação da capacidade de análise crítica, raciocínio, memória, rigor científico, ritmo, etc., relacionada ao mundo real, utilizando recursos diferentes tais como: aulas teórico-prática, material manipulável, audiovisuais e demais tecnologias da informação e comunicação. Para isto, é indispensável que a escola crie condições adequadas e reconheça que o aluno é o foco principal deste processo, permitindo que ele participe de experiências e demais relações de aprendizagem, especialmente que tenham contato com materiais manipuláveis e inovadores.

Documentos oficiais como, por exemplo, os Parâmetros curriculares Nacionais, (PCN's) de 1997, atribuem ao ensino da Matemática dois papéis distintos. Um deles é “o formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e o outro é o instrumental, pois a Matemática é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas”. Tanto em relação ao valor formativo quanto instrumental, é fundamental que o aluno perceba a importância da matemática no dia a dia e que, com sua estrutura, o homem pode ser capaz de modelar, interpretar e modificar a realidade tomando decisões mais acertadas, sobre determinado assunto, no decorrer da história.

No decorrer dos anos de prática docente, vivenciou-se o ensino e aprendizagem de Matemática ficar aquém do que estabelecem as leis educacionais. Pode-se pegar como exemplo o que afirmam os PCN's (1997, p.29): O importante é que “a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento”.

Esta experiência, também, tem mostrado que para a Matemática desempenhar seu papel dentro do que estabelecem as leis, o professor deve fazer com que ela seja significativa para o aluno e o ajude a encontrar e analisar padrões de ordem lógica e regularidade para dar sentido a ela. Para que sua compreensão seja efetiva, ela necessita ser trabalhada de forma inteira, contextualizada e interdisciplinar e não mais em partes como acontece tradicionalmente.

Como uma matéria prática, a Matemática é uma ciência de padrão e ordem. Seu domínio não são moléculas ou células, mas números, chance, forma, algoritmos e mudança. Como uma ciência de objetos abstratos, a Matemática se apoia sobre a lógica mais do que sobre a observação enquanto seu padrão de verdade. Ainda,

emprega observação, simulação e mesmo experimentação como meio de descobrir a verdade. (MATHEMATICAL SCIENCES EDUCATION BOARD, 1989, p. 31)

Para que ocorra um ensino eficiente de Matemática professores e comunidade escolar necessitam estar vinculados com o desenvolvimento contínuo do ensino, refletindo sobre sua prática e buscando estratégias pedagógicas inovadoras de ensino e aprendizagem. Van de Walle (2001), afirma que o aprendizado do aluno é muito dependente das práticas exercidas pelo professor no âmbito da sala de aula. Para o autor referenciado, “um ensino de Matemática eficiente requer compreensão do que os estudantes sabem e do que precisam aprender e, então, os desafia e os apoia para aprendê-la bem” (NCTM, 2000, p. 16)

Por outro lado, compreende-se que, uma aprendizagem eficiente de Matemática requer habilidade de compreensão e reflexão Matemática, capacidade de auto-avaliação, construção e análise de conjecturas e desenvolvimento de habilidades de raciocínio levando os alunos a “aprender Matemática com compreensão, construindo ativamente novo conhecimento a partir de sua experiência e conhecimento anterior” (NCTM, 2000, p.20)

Van de Walle (2001, p. 6), assegura que o princípio da aprendizagem está baseado em duas ideias fundamentais:

Primeira - aprender Matemática com compreensão é essencial. A Matemática, hoje em dia, requer não somente habilidades computacionais mas, também, habilidade em pensar e raciocinar matematicamente, para poder resolver novos problemas e aprender novas ideias com as quais os estudantes se depararão no futuro.

Segunda - o princípio da aprendizagem estabelece, bastante claramente, que os estudantes devem aprender Matemática com compreensão. A aprendizagem aumenta nas salas de aula onde, aos estudantes, se pede que avaliem suas próprias ideias e aquelas de outros; que sejam encorajados a fazer conjecturas matemáticas e testá-las; e desenvolver suas habilidades de raciocínio. A aprendizagem, como vista nesse princípio, depende claramente de um esforço ativo dos estudantes, que ocorre melhor num ambiente que enfatiza a resolução de problemas, o raciocínio e a interação plena entre eles.

No desenvolvimento deste trabalho, serão argumentadas: a teoria e a prática, o uso de material manipulável, a metodologia das aulas desenvolvidas num ambiente externo a sala de aula e o uso de materiais audiovisuais como estruturas interligadas e fundamentais no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, especialmente, a utilização destes alicerces como estratégias facilitadoras de aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo.

2.2 Teoria e Prática no Ensino da Matemática

É consenso entre autores como Cunha (1989), D`ambrósio (1996), Mizukami (2001) dentre outros, que as aulas teórico-prática são referências para o ensino e a aprendizagem, pois desperta no professor um olhar mais crítico no desenvolvimento das aulas, nas metodologias utilizadas, na forma como os conteúdos são abordados e principalmente na necessidade de seus educandos. Neste sentido, os alunos são estimulados a investigar e descobrir novos métodos de aprendizagem ao se depararem e estabelecerem conexões com situações concretas de seu cotidiano. Conforme nos mostra os PCNs, Brasil, (2008, p.85):

Adotar a metodologia do trabalho com projetos pode possibilitar aos professores colocar em ação aulas investigativas, as quais permitem aos alunos o rompimento do estudo baseado em um currículo linear. Eles terão uma maior chance de ampliar seu raciocínio, rever suas concepções e superar suas dificuldades. Passarão a perceber a Matemática como uma construção sócio-histórica, impregnada de valores que influenciam a vida humana, aprenderão a valorizar o processo de criação do saber.

A relação, estabelecida nas aulas práticas, entre a teoria e a realidade é um dos métodos mais evidentes na atualidade e defendido por inúmeros autores, já que ela desperta maior interesse e participação dos alunos. Segundo Candau (1988), teoria tem o sentido de observar, refletir, contemplar e a prática tem o sentido de agir. Neste trabalho optou-se em seguir esta linha de raciocínio aliando teoria à prática com uso de material manipulável e audiovisual nas aulas de trigonometria no triângulo retângulo pelo fato de observar, no decorrer dos anos, a falta de interesse dos discentes e a crescente necessidade de trabalhar com algo atual e inovador que fosse capaz de despertar, nos alunos, a efetiva participação nas aulas, a construção, reformulação e comprovação de hipóteses, determinando conexões com seu cotidiano e outras áreas do conhecimento. Contudo, para que isto aconteça efetivamente, a teoria não pode estar dissociada da prática conforme afirma D'Ambrósio (1996, p.43):

O valor da teoria se revela no momento em que ela é transformada em prática. No caso da educação, as teorias se justificam na medida em que seu efeito se faça sentir na condução do dia-a-dia na sala de aula. De outra maneira, a teoria não passará de tal, pois não poderá ser legitimada na prática educativa.

Seguindo o mesmo raciocínio Cunha (1989, p.128) nos revela que, “Saber teorias é importante, mas é preciso saber aplicá-las a nossa realidade e ainda criar coisas novas de acordo com nossos interesses e recursos. Caso isso não aconteça, será simplesmente teoria.”

De acordo com Pimenta (2002), “a atividade teórica é prática onde a teoria é que possibilita de modo indissociável o conhecimento da realidade e o estabelecimento de finalidades para sua transformação. Para produzir tal transformação não é suficiente a atividade teórica, é preciso atuar praticamente onde uma completa a outra”.

Em relação as atribuições da teorias Mizukami (2001, p.106) afirma que:

O papel da teoria é, muitas vezes, limitado. Para alguns aspectos do fenômeno educativo, a explicação das relações envolvidas pode não ser suficientemente desenvolvida ou abrangente, e sua incompletude pode, inclusive, servir de guia ou fornecer elementos para reflexão. Não há teoria que, por sua própria natureza, fins e prioridades, seja elaborada e resista às mudanças sociais, filosóficas e psicológicas, pelo menos do ponto de vista do ser humano que a examina, a utiliza e participa do mundo que o cerca.

As teorias são construídas com o objetivo de elucidar fenômenos de forma resumida, partindo de dados reais e provendo fundamentação para que seja ou não adotada, inserindo formas de discussão e interação constante entre teoria e prática. Portanto, elas não podem ser os únicos mananciais de possíveis retornos ou complementos para as circunstâncias de ensino-aprendizagem. Em função disto, temos a necessidade de apresentar aos alunos, em cada aula, formas diferentes e inovadoras que venham contribuir significativamente para este processo.

A prática em sala de aula coloca desafios e questões para os quais precisamos criar alternativas adequadas, fazendo com que nosso ensino seja ele também uma construção, que se dá paralela e concomitantemente com a construção do conhecimento pelos alunos. Talvez mais difícil porque, enquanto profissionais, estamos expostos e freqüentemente não temos um parceiro que exerça o papel estimulador para que possamos empreender a mudança de nossas concepções alternativas sobre ensino. (CASTRO E CARVALHO, 2001, p. 132)

Mostrar as necessidades do cotidiano é um dos métodos eficazes para os discentes desenvolverem suas capacidades e aplicarem a teoria na prática. O professor tem o dever de estimular os alunos a buscarem novas formas de aprendizagem, colocando a pesquisa como elo entre a teoria e a prática e tornando-se um pesquisador para que seu sucesso profissional seja pleno. Em relação a isto D’Ambrósio (1996, p.81) estabelece:

Sendo a pesquisa o elo entre teoria e prática, parte-se para a prática, e, portanto se fará pesquisa, fundamentando-se em uma teoria que, naturalmente, inclui princípios metodológicos que contemplam uma prática. Mas um princípio básico das teorias são resultados das práticas. Portanto, a prática resultante da pesquisa modificará ou aprimorará a teoria de partida. E assim modificada ou aprimorada essa teoria criará necessidade e dará condições de mais pesquisa, com maiores detalhes e profundidade. O que influenciará a teoria e a prática. Nenhuma teoria é final, assim como nenhuma prática é definitiva, e não há teoria e prática desvinculadas. A

aceitação desses pressupostos conduz à dinâmica que caracteriza a geração e a organização do conhecimento: teoria-prática-teoria-prática-teoria....

Ainda em relação ao ensino Sant' Anna (2000), afirma que “ele será melhor estimulado quando o professor desenvolve o uso de procedimentos didáticos, obtidos através das diversas formas de atuação do professor e dos alunos, com o objetivo de alcançar o ensino desejado”. A mesma autora afirma que estes procedimentos de ensino são compostos pela:

Indicação clara, objetiva, precisa das ações a serem vivenciadas pelos alunos e estabelecidas pelo professor e/ou alunos conforme organização integrada horizontal e vertical dos conteúdos e objetivos, seguidos de atividades de desenvolvimento e finalizando por atividades sintetizadoras. (SANT' ANNA, 2000, pag. 43)

O professor de Matemática, seja ele do ensino básico ou do ensino superior, deve assinalar de forma eficaz e organizada as metas a serem alcançadas em cada assunto e acrescentar em suas aulas material manipulável e audiovisuais com o objetivo de tornar os conteúdos mais atrativos e melhorar a relação com os discentes estabelecendo assim, situações de ensino que melhorarem o aprendizado. Castro e Carvalho (2001, p.56) nos diz que:

A natureza do conhecimento que o professor deverá ensinar vai indicar uma forma de se relacionar com os alunos, de como organizar o espaço de aprendizagem, de como eleger os instrumentos que poderão propiciar melhor aprendizagem dos conteúdos a serem.

Conforme Sant' Anna (2000), “Estas situações poderão estar centradas no professor, caso o ensino seja diretivo, isto é, o professor será organizador do ensino, cabendo a ele a seleção de objetivos, conteúdos, avaliações etc. O aluno participará apenas como elemento desencadeador. Caberá ao professor tomar decisões, apresentar ideias, definir limites”

Percebe-se, então, a necessidade de ensinar de forma diferenciada, onde a assimilação dos conteúdos deve ser obtida através de trocas entre matéria, ensino e estudo dos alunos, estabelecendo sempre relações entre teoria e prática com o auxílio de materiais manipuláveis e audiovisuais. Com isto, criam-se condições para um processo sólido e consciente de aprendizagem, pois os conteúdos são empregados de forma a ter significado para os alunos. Neste trabalho, buscou-se oferecer práticas que despertassem maior interesse pelas aulas, partindo de um ensino diretivo e com procedimentos didáticos.

A linguagem Matemática na forma oral (e) ou escrita, quando empregada desprovida de significados acarreta graves dificuldades em seu aprendizado. Ponte (1994, p.2) diz que:

Para os alunos, a principal razão no insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Assim, não percebem para que serve, nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam, mesmo desde cedo, uma autoimagem de incapacidade em relação a disciplina. Dum modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou as características específicas da Matemática.

Portanto, ensinar Matemática exige do professor uma batalha árdua para acondicionar conteúdos que tenham significado para os alunos e, concomitantemente, estejam de acordo com o seu cotidiano. Para que isto aconteça, é necessário compromisso e dedicação ao preparar suas aulas, partindo da teoria e conduzindo a prática. Para estabelecer, neste trabalho, um aprendizado mais atrativo e eficiente à teoria e a prática, também, foram desenvolvidas fora do ambiente escolar como descreveremos na secção seguinte.

3 ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

3.1 Metodologia do Trabalho de Campo

Estudos de autores como Compiani (1991), Cavalcante (2002), Castrogiovanni (2003) e muitos outros, têm constatado que as aulas fora do ambiente escolar são consideradas uma estratégia de grande relevância para o processo de ensino-aprendizagem, pois nestes ambientes aumenta-se consideravelmente a motivação e o envolvimento dos alunos nas atividades educacionais e, ainda, por integrarem uma ferramenta de superação da desintegração do pensamento exigida pelas obras pedagógicas.

Segundo Cavalcante (2002) as atividades realizadas fora do ambiente escolar podem permitir ao aluno sair das limitações do livro didático para observar as paisagens e os contextos socioambientais como forma de sensibilização, contribuindo para aumentar a curiosidade e o prazer pelas descobertas de novos saberes. A observação depende de requisitos de um bom observador. A seleção de elementos observados dá-se com base em instrumentos conceituais e na sensibilidade de quem observa.

No decorrer das aulas desenvolvidas fora do ambiente escolar, apresentadas no corpo deste trabalho, foi possível conceber ao educando questionar e equacionar os eventos constatados e fundamentar conjecturas para a averiguação do conhecimento. Desta forma, foi possibilitado a eles deliberar sobre os acontecimentos, elaborar seus registros e agregar ideias relevantes partindo das compreensões e práticas estabelecidas. Castrogiovanni (2003, p.42) estabelece que, ao elaborar um roteiro de trabalho no campo, o professor deverá definir uma série de atividades preliminares, como:

Definir claramente os objetivos que pretende alcançar sejam eles cognitivos, comportamentais ou afetivos; Estudar a área e definir os cuidados necessários à eficácia das atividades a serem realizadas, inclusive os aspectos relacionados à segurança dos participantes; Mapear toda a trajetória e estabelecer contatos com o local de visita, com os familiares e com toda a comunidade educativa.

Neste trabalho estabeleceu-se como hipótese a prática das aulas fora do ambiente escolar associadas ao uso de materiais manipuláveis e audiovisuais como ferramentas eficientes, dinâmicas e atrativas, em nossa visão, fundamentais no processo de ensino e aprendizagem da Matemática aplicada à trigonometria no triângulo retângulo. Para que ele ocorresse de forma efetiva, dentro do planejado, foram adotados todos os procedimentos preliminares estabelecidos no parágrafo anterior.

De acordo com Compiani (1991), os trabalhos de campo e as práticas investigativas devem direcionar o aluno para um conhecimento globalizado de determinada área de estudo e possibilitar uma visão mais abrangente sobre os estudos das ciências. Porém para que isto ocorra de forma eficaz, os protagonistas deste processo devem abolir os modos retrógrados de pensamentos que degeneram a aptidão de problematizar, integrar e equacionar situações cotidianas.

Ao efetuar uma aula de campo, com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, o professor pode solicitar aos alunos, a exemplo do que foi feito neste trabalho, um relatório digitalizado e (ou) um curta metragem com o objetivo de registrar, estruturar e fortalecer o ensino e a aprendizagem e, ainda, direcionar quanto à anotação e à apresentação da competência para distinguir e preparar o conhecimento.

É evidente que estas aulas, quando bem estruturadas, contribuem, para as ciências, em especial a Matemática, podendo trazer inúmeras vantagens para o processo de ensino e aprendizagem, pois podem gerar estímulos a professores e alunos pelo fato de terem a oportunidade de trabalhar com algo inovador e que inter-relacionam, de forma alegre e descontraída, teoria e prática na medida em que enxergam, percebem e vivenciam o ambiente naturalmente. Além disso, ela pode proporcionar o desenvolvimento de atitudes associadas à cognição, à efetividade e a percepção de elementos relacionados ao cotidiano. Um aliado fundamental nas aulas de campo é a utilização adequada de materiais manipuláveis, pois eles potencializam a criatividade e estimulam o desenvolvimento de teorias na medida em que o aluno está em contato com o ambiente de pesquisa.

3.2 Material Manipulável no Ensino de Matemática

No Brasil, o resguardo do uso de materiais manipuláveis ou concretos como embasamento para o ensino surgiu no decorrer de 1920 com o surgimento da tendência empírico-ativista, cujas convicções estavam direcionadas para o aprender a fazer fazendo e o amparo do aluno como protagonista do processo de aprendizagem. Contudo Pestalozzi (1801), defendia esta ideia como auxílio para a transmissão de conhecimentos ao afirmar que, a educação deveria primeiramente basear-se na percepção de objetos concretos, com a realização de experimentações e observações.

Seguindo esta tendência, neste trabalho, valorizou-se o manuseio e a investigação sobre os objetos de estudo com a utilização de materiais manipuláveis e audiovisuais, como

forma de potencializar e assegurar o desenvolvimento da criatividade, estabelecendo como centro o conhecimento através da prática.

Estes materiais são definidos por Reys (1971), apud Matos e Serrazina (1996), como: “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que tem aplicação no dia-a-dia, ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia.”

No decorrer deste processo foi possível intervir adequadamente, no ápice do convívio com os objetos, indagando o educando de forma adequada para que fossem estimulados a conjecturar e a desenvolver teorias e desfechos em relação ao pensamento assimilado. Deseja-se que os materiais manipuláveis usados neste trabalho, destacando-se entre eles o teodolito adaptado, a calculadora, a trena e os audiovisuais, sejam levados ao encontro de conceitos matemáticos que pretende-se desenvolver através destes materiais.

É importante relatar que, nesta pesquisa, os materiais manipuláveis foram utilizados de forma a não se tornarem obsoletos ou inadequados para o processo de ensino e aprendizagem, pois eles não foram usados como “trampolins” em algumas ocasiões ou, ainda, retirados do processo à revelia do professor. Desta forma, para que surtisses os efeitos desejados eles foram manejados diversas vezes até que se estabelecessem as informações essenciais entre o que estava sendo exposto, através do material na prática, e o teórico. Percebeu-se que, procedendo assim, os alunos gradativamente adquiriam confiança e, aos poucos, iam abstando-se dessa estrutura e seguindo progredindo dentro do processo estabelecido.

Nesse contexto, Nacarato (2004-2005) afirma que “um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los” (p.4).

Nesta pesquisa, os materiais manipuláveis não foram usados apenas como simples exemplares de esclarecimento, pois desta forma os alunos continuariam sendo sujeitos passivos do processo de conhecimento, quando na realidade, deveriam administrá-lo à medida que esses materiais fossem usados no ambiente de execução. Percebeu-se que aí está o ápice da atividade a ser almejada e para que ela ocorra a contento, deve-se enfatizar a forma como eles podem favorecer o entendimento e suas ações de execução. Neste sentido, Carvalho (1991, p.107) afirma que:

Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor, respondendo *sim* ou *não* a perguntas feitas por ele.

Foi fundamental, dentro deste processo, a acomodação dos alunos em grupos, pois assim tiveram a oportunidade de permutar concepções em relação ao constatado e, conseqüentemente, edificaram o pensamento e o tornaram mais concreto e atrativo. Conforme Carvalho (1991, p. 98): “Os alunos só aprendem a pensar por si próprios se tiverem oportunidade de explicar os seus raciocínios em sala de aula ao professor e aos seus colegas.” Participando desta ideia Kothe (2000, p.44), afirma que:

É através de atos repetidos que consegue, lentamente, abstrair a sua ação e conceituá-la através da razão. Dessa forma, para que se conheça o ser, é necessário que se distinga três elementos: o sujeito, o objeto e a imagem. Todo conhecimento verdadeiro implica relação de assimilação do objeto pelo sujeito. A imagem representa o ponto de coincidência entre o objeto e o sujeito.

Percebeu-se, observando os diálogos e as trocas de experiências entre os grupos, a importância que apresentaram para o ensino e a aprendizagem os materiais manipuláveis, foi através deles que se estabeleceram conexões mais ativas e intensas com o objeto estudado, pois o contato e o manejo foram empregados como instrumento de colaboração, seleção e exploração desde o início das atividades. Lorenzato (2006, p.18-19) estabelece que “não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana”. Ainda, segundo Lorenzato (2006, p.17-18),

Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticas ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar...o fazer é mais forte que o ver ou ouvir...quaisquer que sejam as idades das pessoas, o que destrói a crença de que material didático manipulável só deve ser utilizado para ensinar crianças.

Outro procedimento, que unido aos demais já citados, que também contribuiu de forma efetiva para a consolidação do ensino e da aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo foi, a utilização de pequenos vídeos. Ficou estabelecido que, ao final, os grupos apresentariam seus trabalhos através de curta-metragem com o objetivo de fortalecer a aprendizagem e facilitar o processo de comunicação conforme veremos nos itens a seguir.

3.3 O Vídeo como Alternativa de Mudanças no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática

A partir século XX a humanidade conseguiu aumentar o ritmo de mudanças, desestruturando condutas de vida e modificando sua forma de compreender a realidade. Essas mudanças exigem agilidade de adaptação e conversão da concepção de tempo e espaço e estão cada vez mais visíveis na presença de novas tecnologias, particularmente, as associadas à informação e comunicação. Segundo Hall (1999, p.75):

Quanto mais a vida social se torna mediada pelo mercado global de estilos, lugares e imagens, pelas viagens internacionais, pelas imagens da mídia e pelos sistemas de comunicação globalmente interligados, mais as identidades se tornam desvinculadas, desalojadas de tempos, lugares, histórias e tradições específicos e parecem flutuar livremente.

Atualmente existem diversas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação presentes no ensino, mas trabalhar o uso de vídeos tem sido uma metodologia cada vez mais utilizada como ferramenta de pesquisa, extensão e entretenimento, pois ele, ativa, completa e satisfaz o que ficou obscuro na leitura, apresenta linguagem mais clara e ajustada, específica e conduz a compreensão pelo excesso de exposição verbal e visual e, ainda, favorece circunstâncias concretas de maneira rápida e dinâmica em relação a outras mídias. Neste sentido, um dos objetivos deste trabalho foi trazer para a escola, através de vídeos, experiências extraclasse vivenciadas por alunos fora do ambiente escolar.

Embora havendo, nos últimos tempos, um crescimento considerável desta mídia, ela ainda não é tratada com a importância necessária para a sua disseminação. Maeda (2009, p. 49) expõe que “apesar da importância do vídeo, não existe ainda um trabalho que oriente os professores para o uso de vídeos dentro da escola, havendo pouca divulgação dos materiais audiovisuais e poucos direcionamentos de projetos para o seu uso”.

A prática docente, ao longo dos anos, trouxe a necessidade de mudanças de direcionamentos e condutas, pois, no mundo globalizado, os alunos estão cada vez mais em contato com uma grande quantidade de informações, e com isto, estão deixando de ser apenas receptores de conhecimento e cultura, mas estão tornando-se contribuintes no seu processo de formação. A utilização de vídeos neste trabalho veio ao encontro destas mudanças como mais uma alternativa viável e atrativa no processo de ensino e aprendizagem, principalmente, no que se refere à trigonometria no triângulo retângulo.

Em relação a estas necessidades de mudanças no ensino, Maeda (2009, p. 9) relata que: “não podemos mais nos prender ao modelo tradicional de ensino, usando exclusivamente giz e quadro negro; nossos alunos estão na era da tecnologia”. Coadunando com a mesma ideia, Silva (2011, p.104) expõe que “Aulas que não levam em conta o contexto social, monótonas, desarticuladas, que não atendem aos anseios da geração da informação e da tecnologia precisam mudar”.

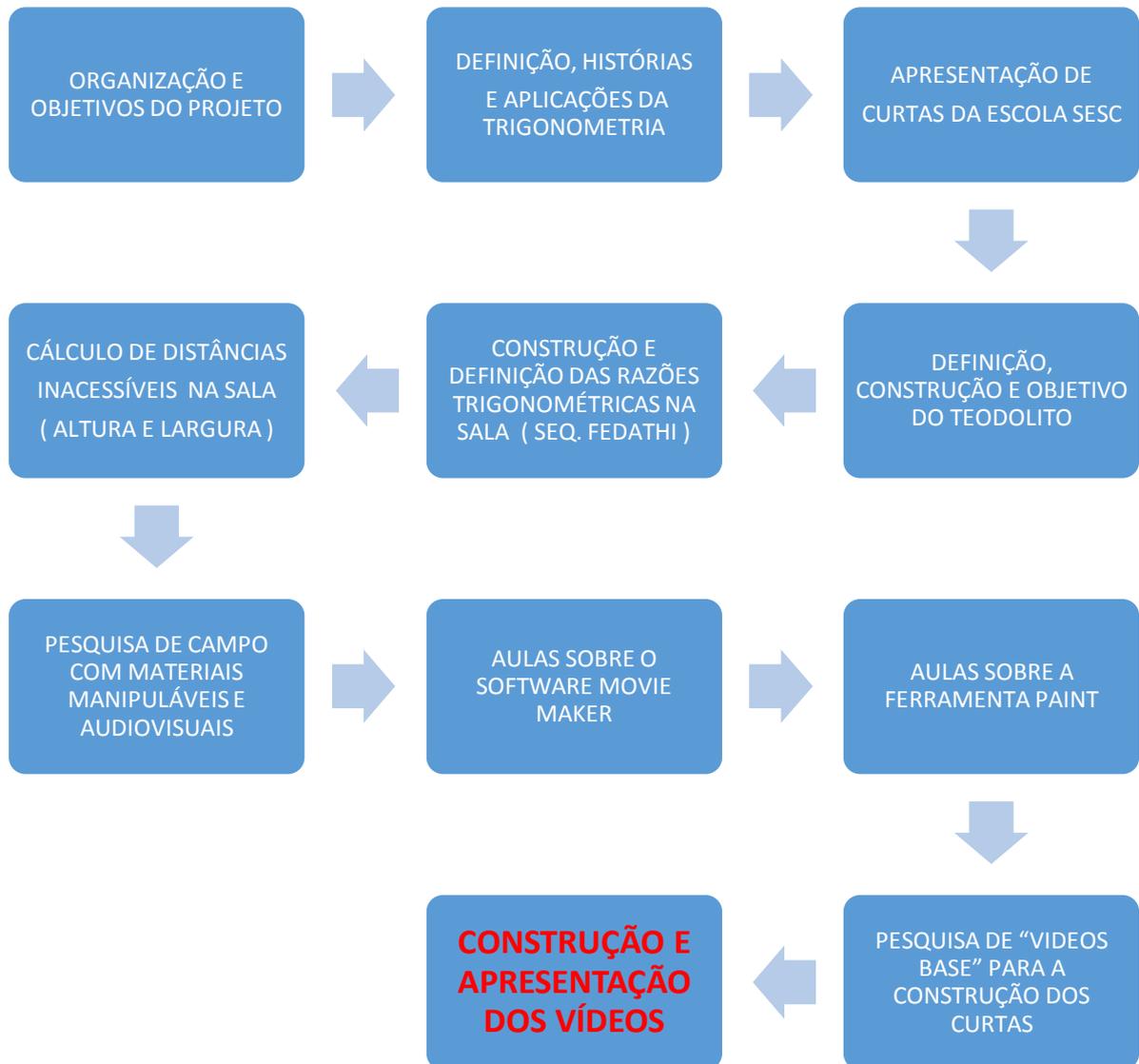
Na contramão dessas mudanças é notório, que existe uma série de fatores que segundo Rocato (2009), contribuem para o agravamento da utilização de vídeos nas escolas, entre eles destacam-se: a falta de incentivo dos gestores das escolas; a resistência de uma parcela grande de professores; a falta de enfoques metodológicos associados a utilização de tecnologias nas formações de professores, resistência de alguns alunos; ausência de tempo para o preparo das aulas; falta de infraestrutura; dentre outras. Tudo isso pode contribuir, significativamente, para emperrar as mudanças necessárias no ensino. Silva (2011, p.38), por exemplo, ainda relata que:

Mas, para incorporar a tecnologia do computador, do vídeo e da televisão não basta só o querer: é preciso dar aos professores reais e efetivas condições materiais, estruturais e financeiras para que eles tenham disponibilidade de planejar, incorporar e avaliar o uso dessas novas ferramentas ao seu fazer docente. O planejamento das ações docentes quanto ao uso das TIC é, de acordo com nosso posicionamento epistemológico, essencial, visto que ele racionaliza as atividades dos atores (professor e alunos) em situação de ensino-aprendizagem com a finalidade de alcançar melhores resultados durante o processo.

Ficou perceptível e visível verificar, durante a pesquisa, que os discursos visuais e orais complementam-se e, com isto, aumentaram significativamente a memorização, a percepção e o estímulo dos alunos. Assim, percebeu-se que os meios de expressão audiovisuais são bem mais significativos e abrangentes do que os da comunicação escrita. Segundo Ferrés (1996), a porcentagem dos dados memorizados pelos alunos é de 10% do que leem, 20% do que escutam, 30% do que veem, 50% do que veem e escutam, 70% do que dizem e discutem e 90% do que dizem e depois realizam.

No decorrer da pesquisa, principalmente na edição e na apresentação dos curtas em sala, foi possível perceber a importância dos vídeos no processo de ensino e aprendizagem, pois ficou nítido o empenho e a disposição dos alunos e, também, o grau de assimilação e evolução conforme as mudanças de estágios de construção. Para melhor ilustrar esses estágios observemos o fluxograma a seguir.

Fluxograma 1 – Estágios de construção e apresentação dos curtas



Fonte: Pesquisa direta

Os seres humanos apresentam cinco sentidos fundamentais, são eles: a audição, o olfato, o paladar, o tato e a visão. Eles proporcionam nosso relacionamento com o ambiente, na medida em que é possível perceber o que está ao nosso redor, sendo assim imprescindível para nossa sobrevivência. Em relação a eles Ferreira (1975) assegura que, os sentidos são a ligação entre o homem e o mundo exterior e, voltados para a "ecologia da aprendizagem", cria-se um ambiente que permite estimular o maior número de sentidos possível. Ainda, de acordo com o mesmo autor, dentre eles, segundo estudos científicos, a visão é o que apresenta

maior possibilidade percentual de aprendizagem e exibe, nas tabelas 01, 02 e 03 a retenção

¹Mnemônica dos dados retidos por estudantes.

Tabela 1 – Porcentagem de Retenção Mnemônica

Como se aprende	Através do gosto	1%
	Através do tato	1,5%
	Através do olfato	3,5%
	Através da audição	11%
	Através da visão	83%

Fonte: Ferreira (1975)

Tabela 2 – Porcentagem de Dados Retidos pelos Estudantes

Forma de Retenção	Dos que leem	10%
	Dos que estudam	20%
	Dos que veem	30%
	Dos que veem e escutam	50%
	Dos que dizem e escutam	70%
	Do que dizem e logo realizam	90%

Fonte: Ferreira (1975)

Tabela 3– Retenção da Informação

MÉTODO DE ENSINO	DADOS RETIDOS DEPOIS DE TRÊS HORAS	DADOS RETIDOS DEPOIS DE TRÊS DIAS
Somente oral	70%	10%
Somente visual	72%	20%
Oral e visual simultaneamente	85%	65%

Fonte: Ferreira (1975)

¹ **Mnemônica** é um auxiliar de memória. São, tipicamente, verbais, e utilizados para memorizar listas ou fórmulas, e baseiam-se em formas simples de memorizar maiores construções, baseados no princípio de que a mente humana tem mais facilidade de memorizar dados quando estes são associados a informação pessoal, espacial ou de carácter relativamente importante, do que dados organizados de forma não sugestiva (para o indivíduo) ou sem significado aparente. Porém, estas sequências têm que fazer algum sentido, ou serão igualmente difíceis de memorizar.

Observamos do exposto acima, principalmente nas tabelas, que os recursos audiovisuais formam a associação que melhor fornece subsídios para a aprendizagem. Contudo, faz-se necessário a dedicação e o empenho do receptor de forma ativa para que os sentidos absorvam melhor as informações. Não se espera que este recurso didático assegure a solução para todos os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática, porém certamente tem uma considerável parcela de contribuição, pois adéqua a emoção com a razão, a comunicação sensorial-cinestésica com a audiovisual e a intuição com a lógica.

O professor precisa melhorar suas aulas e, para isso, pode contar com os vídeos educativos, que em geral, segundo Ferrés (1996), fazem parte de uma série de recursos didáticos que podem e devem ser utilizados de forma ordenada e necessitam ter uma personalidade dinâmica, lúdica, contemporânea e estética, buscando sempre uma linguagem contextualizada com a realidade do educando. Para que isto seja possível, ele necessita implementar inovações técnicas de sucesso, ter disponível ambientes adequados, logística de execução e, principalmente, ter acesso a formações continuadas específicas para o uso adequado dessa mídia. De acordo com Ferrés (1996, p.20) os vídeos classificam-se em seis modalidades: vídeo lição, o vídeo apoio, o vídeo processo, o programa motivador, o programa mono conceitual e o vídeo interativo. Veja tabela 4 abaixo:

Tabela 4- Modalidade do uso didático do vídeo

Vídeo lição	Vídeo apoio	Vídeo processo	Programa motivador	Programa mono conceitual	Vídeo interativo
Aula expositiva tradicional. “Vídeo professor.”	Tem a função de ilustrar, demonstrar ou complementar a fala do professor.	Produção de vídeos com os estudantes. “Os alunos são criadores dos próprios vídeos.”	O aprendizado se realiza em atividades após a exibição.	Programas leves de dois a dez minutos de duração. Trabalham um único conceito de modo bem explicativo.	Encontro do vídeo com a informática. O aluno pode manipular a aula. Existe um diálogo entre o homem e a máquina.

Fonte: Ferrés (1996, p. 20)

Devemos conhecer as modalidades dos vídeos e as funções das linguagens estabelecidas nos recursos audiovisuais, antes de usá-los, para que surtam os efeitos desejados. Aqui, por exemplo, foram utilizados o programa motivador e o vídeo interativo como ferramentas fundamentais para alcançar os objetivos da pesquisa. De acordo com Ferrés (1996), essas funções são classificadas em informativa, motivadora, expressiva, avaliadora, investigativa, lúdica e metalinguística. Veja na tabela 5 a função de cada item citado:

Tabela 5– Funções do vídeo no ensino segundo Ferrés

CLASSIFICAÇÃO	FUNÇÕES
Informativo (vídeo documento)	“[...] quando a mensagem do vídeo tem por finalidade fundamental descrever uma realidade o mais objetivamente possível.”
Motivador (vídeo animação)	Quando a produção concentra-se na pessoa a quem se destina o vídeo.
Expressivo (vídeo arte)	Quando o emissor expõe a si próprio no artefato videográfico.
Avaliador (vídeo espelho)	O vídeo faz com que seja possível a reflexão sobre o próprio comportamento. Serve de meios para própria transformação. Autocrítica.
Investigação (vídeo pesquisa)	Usado para trabalhos de pesquisa.
Lúdico (vídeo brinquedo)	Quando o interesse centra-se no jogo, no entretenimento, no prazer estético, no “ensinar divertindo.”
Metalinguístico	Quando o vídeo centra-se nas suas próprias regras de produção. Exemplo: utilizar a imagem dinâmica para uma aula sobre produção da linguagem audiovisual.

Fonte: Ferrés (1996, p. 46 – 61)

Portanto, quando se pretende que uma aula audiovisual surta os efeitos desejados em relação ao ensino e a aprendizagem de matemática faz-se necessário o uso de recursos didáticos interdisciplinares, contextualizados e ordenados incorporados a inovações técnicas, e classificados coerentemente de acordo com a função que se pretende estabelecer. Relacionado ao exposto, nesta pesquisa, foram utilizados como recursos: o editor de imagem *paint*, o *movie maker* como editor de vídeos, a internet como fonte principal de pesquisa e

obtenção de vídeos para edição, além de muitas outras fontes inovadoras aplicadas com o objetivo de obter êxito.

O discurso audiovisual de interesse científico exige pela sua própria natureza a continuidade, a coerência e o rigor, mas também a beleza plástica e a criação imaginativa em sua concepção sem as quais pode estar condenado ao desinteresse e a ineficácia (DANIEL, 1995, p. 91 *apud* MARTIRANI, 2001, p. 168).

Preparar professores para o uso adequado das tecnologias atuais, especialmente as audiovisuais, não é uma tarefa fácil e requer formação constante direcionada nos mesmos moldes que se espera que eles trabalhem no âmbito escolar. Mas, infelizmente o que se percebe, na maioria delas, são a depreciação desses temas e seus impactos, cada vez mais rápido e abrangente, na sociedade atual. Por outro lado, quando acontecem, elas nem sempre são adequadas à convivência e a realidade da comunidade escolar. Vygotsky (1956, p.278) afirma que: “as escolas devem construir cenários de atividades que dêem assistência aos professores para que possam ensinar verdadeiramente...”. Tharp e Gallimore (1988, p.195) informa que:

O propósito da escolarização é ensinar aos estudantes a serem competentes no sentido mais geral do termo; serem capazes de ler, escrever, usar computadores, raciocinar, manipular símbolos e conceitos visuais e verbais. O conhecimento é obtido por meio de oportunidades para que os estudantes tenham assistência no uso do significado das palavras, das estruturas conceituais e do próprio discurso.

As formações citadas no caput do parágrafo anterior devem proporcionar aos professores condições adequadas para que se apropriem de novas competências, principalmente as que envolvem novas tecnologias e a estabelecerem metas e quebrar paradigmas, a exemplo do que foi feito neste trabalho ao romper a solidão da sala e ao transitar por várias áreas do conhecimento. Com isto, pode-se construir um ensino e uma aprendizagem mais significativa com a possibilidade de formamos alunos mais preparados para enfrentar os desafios que vierem a surgir.

A construção contemporânea do conhecimento dar-se mais fortemente quando os recursos tecnológicos que surgem são utilizados e direcionados coerentemente.

Para enfrentar estes desafios o professor terá que aprender a trabalhar em equipe e a transitar com facilidade em muitas áreas disciplinares. Será imprescindível quebrar o isolamento da sala de aula convencional e assumir funções novas e diferenciadas. A figura do professor individual tende a ser substituída pelo professor coletivo. O professor terá que aprender a ensinar a aprender (BELLONI, 1999, p.17).

Além de aprender a trabalhar em equipe e a locomover-se em outras áreas do conhecimento o professor deve, também, planejar suas aulas de modo a ter significado no dia-a-dia atual e futuro dos discentes.

Essa construção pressupõe aprendizagens significativas, onde o educando possa construir sua identidade, seu projeto de vida, desenvolvendo habilidades de compreensão do seu mundo imediato e também do futuro para tornar-se cidadãos realizados e produtivos (MORAN, 2000, p.14).

Nesta pesquisa buscou-se usar o vídeo como uma ferramenta que ao ser usada adequadamente pode favorecer de forma significativa o processo de ensino e aprendizagem e, para isso, o material que utilizamos passou por uma análise minuciosa levando em consideração as modalidades desejadas, as funções que se desejava estabelecer, o seu tamanho, a quantidade de informações e, ainda, a coerência e a contextualização adequada com a realidade dos discentes. Assim, foi fundamental neste processo a utilização e a escolha adequada dessa mídia como veremos a seguir.

3.4 A Utilização do Vídeo no Âmbito Escolar e Sua Escolha Adequada

Autores como Moran (1995) e Martirani (2001), dentre outros, em suas pesquisas realizadas nessa área, aconselham o uso de vídeos desde que sejam bem produzidos, contextualizados e coerentes, pois assim se constituem num importante elemento no processo de ensino e de aprendizagem. Martirani (2001, p.168), por exemplo, assegura que:

O vídeo é excelente facilitador deste processo de comunicação, mas ele não substitui – e nem deve – o professor, o livro, os exercícios de classe, as discussões em grupo, os debates, as discussões e o diálogo. Ele tem o seu lugar no processo de ensino/aprendizagem, que corresponde às suas possibilidades e limitações como sistema de comunicação. Ele enriquece o ambiente de sala de aula na medida em que pode trazer imagens e sons de coisas que não podem estar presentes nem no tempo e nem no espaço da sala de aula, coisas estas que fazem parte do universo cultural, vivencial e/ou imaginário destes alunos. Trazendo, ainda, uma dimensão estética e sensível ao processo de comunicação que se efetiva no contexto escolar.

Já, segundo Moran (1995, p.27), as potencialidades do vídeo levam a crer que esta mídia também tem uma “interatividade funcional”:

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força. Somos atingidos por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos

seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário), em outros tempos e espaços.

Moran (1995) traz, também, as discussões sobre o uso e as maneiras de ver o vídeo e orienta, em primeiro lugar, dentre outras dicas, que se inicie as aulas com vídeos mais simples, selecionando aqueles para introduzir tópicos e mostrando experimentos que não são concebíveis no ambiente escolar e só depois aumentar o grau de dificuldade, pois assim os alunos não se sentiriam desapontados e desinteressados. Seguindo, ele sugere discussões em relação às formas de ver os vídeos antes, durante e após a apresentação a fim de obter um melhor benefício dessa ferramenta propondo: adaptações, dramatizações, produções e dinâmicas de análise. De forma análoga, Martirani (2001, p.159) também alerta para os cuidados necessários ao selecionar essa mídia, pois “um discurso com grande quantidade de informação ou de novidade é mais difícil de ser assimilado, mais difícil de ser compreendido, mais difícil de efetivar sua plena comunicação.”

As reflexões e discussões desses autores norteiam e ratificam a utilização desta mídia como um poderoso instrumento no processo de ensino e aprendizagem deste e outros trabalhos que surgirão, pois auxiliam na etapa de seleção, nas dinâmicas que poderão surgir e na estruturação e motivação das aulas práticas. Nesta pesquisa os vídeos tiveram dois momentos: no primeiro, foram utilizados curtas motivacionais e no segundo, ele teve função investigativa e fortalecedora. Segundo Moran (1991, p.11 *apud* CINELLI, 2003, p. 16) a “utilização do audiovisual para introdução de novos assuntos desperta a curiosidade e a motivação para novos temas”.

Durante o processo de desenvolvimento das atividades propostas foi possível perceber a importância fundamental, do vídeo, no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo no âmbito desta pesquisa, pois em alguns momentos geraram, em sala de aula, experiências virtuais do mundo real que, de outro modo, seria quase impossível por demandarem muito tempo e não apresentarem os mesmos recursos e, em outras situações, contribuíram para o desenvolvimento, o fortalecimento e a consolidação dos objetivos almejados. Isto somente foi possível devido à escolha e planejamentos adequados, tanto na execução quanto na edição desta mídia. Martirani (2001, p.157) reforça o exposto ao afirmar que:

O vídeo dinamiza, ilustra, completa e satura aquilo que na leitura ficava apenas a cargo da imaginação de cada um. Por isso, pode-se dizer que esta linguagem, quando o quer, é mais explícita, mais precisa, por possuir mais elementos para se expressar e, por outro lado, mais efêmera, por particularizar e direcionar a

interpretação, pelo grau de redundância e pelo recíproco reforço entre o discurso verbal e o visual. Além disso, por privilegiar situações vivenciais e concretas, dirige-se mais ao particular que ao geral, mais a fatos que a conceitos.

A linguagem audiovisual inclusa neste trabalho, aliada às aulas teórico-práticas com uso de material manipulável, foi imprescindível para a delimitação e consolidação na construção do conhecimento direcionado para a trigonometria no triângulo retângulo.

3.5 O vídeo como delineador e consolidador, das aulas teórico-prática de matemática com uso de material manipulável, na construção do conhecimento

No desdobramento desta investigação, ficou evidente que incorporadas aos processos envolvidos nas aulas teórico-prática com uso de material manipulável, as tecnologias da informação e comunicação, em especial a apresentação, elaboração e edição de vídeos, contribuíram para a delimitação e consolidação da aprendizagem e o desenvolvimento de novas competências e maneiras de estudar e se expressar, pois reorganizaram, moldaram e influenciaram o pensamento dos discentes. Uma vez estimulados e influenciados, eles foram levados a aperfeiçoar o que havia feito nas aulas práticas trabalhando com tecnologias que geralmente estavam habituados e eram de seu interesse. Dentre elas destacamos o *movie maker* e o *paint*, o primeiro usado para a edição e construção de vídeos e o segundo para construção de figuras geométricas.

Fortalecendo o uso de tecnologias, o constructo teórico Seres-Humanos-com-Mídias proposto por Borba e Villarreal (2005), destaca que a produção de conhecimento é realizada por coletivos formados por atores humanos e não humanos. Em outras palavras, o pensamento humano e o ser humano necessitam de tecnologias para produzir, apontar e expor conhecimentos e para isto, faz-se necessário o uso da mídia escrita, oral ou multimídia. Esses autores defendem que ao produzir ideias estamos em uma direta interação com essas mídias e que elas penetram o ser humano e, portanto, não são apenas mediadoras ou coadjuvantes desse processo.

Ao observar as construções dos alunos, ficou evidente que quando os alunos estavam em uma área de interação de um software ou em um ambiente virtual de aprendizagem, o design que neles estavam incorporados colaborou na produção do conhecimento, isto é, aconteceu uma produção coletiva intrínseca que foi capaz de organizar e estimular suas ideias. Desta forma, as diversas tecnologias envolvidas neste trabalho, especialmente os vídeos agregados às aulas práticas, alteraram a forma com que os alunos

buscaram e desenvolveram os conhecimentos relacionados às razões trigonométricas no cálculo de distâncias inacessíveis.

O professor, em especial, tem o dever de ajudar a desmistificar a matemática como sendo “uma disciplina para poucos”, oferecendo um ensino dinâmico, atrativo e criativo que aumente a confiança e a autoestima do discente e desenvolva seus potenciais. É necessário mostrar que a Matemática tem uma função importante no desenvolvimento do educando como um ser pensante, social e capaz de tomar decisões mais acertadas. Como nos mostra os Parâmetros Curriculares Nacionais:

(...) a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (PCNs, Brasil, 1998, p.27)

A construção do conhecimento dar-se através de muitos procedimentos e, dependendo dos que se utiliza, eles podem ser ou mais ou menos eficazes. As aulas teórico-práticas com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, usadas nesta pesquisa, contribuíram como ferramentas eficazes no processo de ensino e aprendizagem de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo e para fortalecê-las, ainda mais, utilizou-se, em parte delas, a Sequência Fedathi.

3.6 A Sequência Fedathi no ensino da Matemática

A Sequência Fedathi é uma sequência de ensino que propõe alterações de conduta, de todos os protagonistas do processo de ensino, com o objetivo de fortalecer a prática pedagógica no contexto escolar. Segundo Sousa *et al* (2013, p.18) “a Sequência Fedathi propõe que ao deparar um problema novo, o aluno deve reproduzir os passos que um matemático realiza quando se debruça sobre seus ensaios”. Sendo assim, o aluno deve buscar um padrão para analisar e solucionar problemas proposto construindo e reconstruindo os conhecimentos a serem adquiridos. Ela é considerada “uma proposta teórico-metodológica elaborada pelo Laboratório de Pesquisa Multimeios, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, sob a coordenação do professor Dr. Hermínio Borges Neto, a partir de experiências na educação básica e na educação superior, nos campos da Matemática e das Ciências”. (SOUSA *et at*, 2013, p. 11).

Segundo o ²Grupo Fedathi (1996), reproduzir o trabalho do matemático significa abordar uma situação de ensino, levando em consideração as fases de trabalho vivenciadas por esse profissional no desenvolvimento de suas experimentações e produções técnicas.

Na elaboração de uma aula de Matemática segundo a Sequência Fedathi, devemos abordar quatro fases: tomada de posição, maturação, solução e prova que poderão aparecer várias vezes, dependendo do planejamento efetuado. Elas visam transformar o ambiente da aula propício para a pesquisa e a construção do conhecimento, mediada pelo professor, com o objetivo de estabelecer as melhores condições e estratégias para solução dos problemas que venham surgir. Deve-se, ainda, levar em consideração a postura dos partícipes da pesquisa, para que se estabeleçam conceitos significativos que levem a construção de conhecimentos para a solução dos problemas, cujas produções serão o objeto sobre o qual o professor vai conduzir a mediação.

Segundo BORGES NETO & DIAS (1999), “o aluno reproduz ativamente os estágios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento tual”.

Para uma boa condução do conhecimento utilizando a Sequência Fedathi faz-se necessário considerar o ³*plateau*, isto é, o nível de conhecimento do aluno acerca do conteúdo a ser trabalhado, pois possibilita estabelecer melhores estratégias e abordagens nas aulas aumentando o sucesso nas fases posteriores.

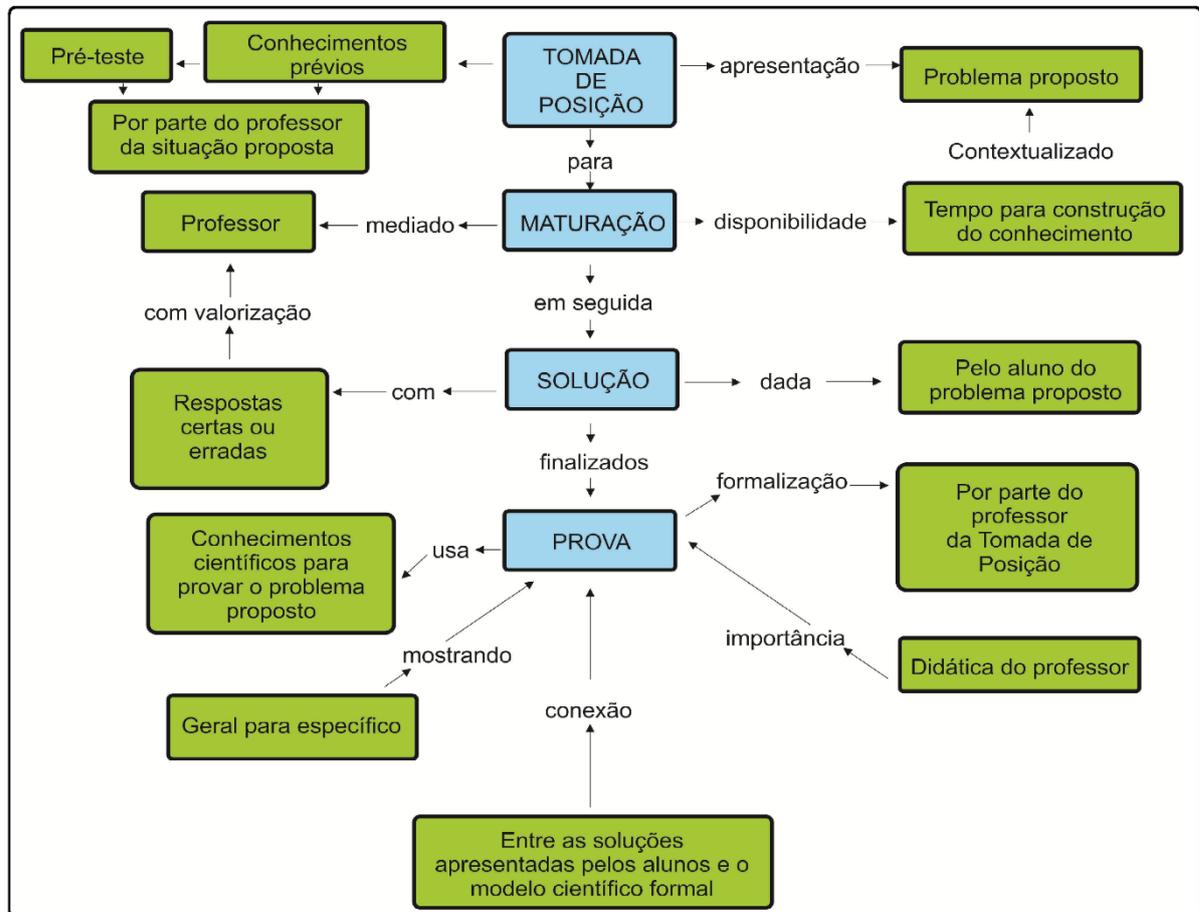
Entende-se que a Sequência Fedathi utiliza as fases como estruturas para alcançar o conhecimento almejado, transformando erros em lições que conduzirão ao acerto, pois possibilita a retomada de decisões através de uma nova postura, transformando assim, professores e alunos em pesquisadores na construção de novos conhecimentos.

Abaixo estão especificadas as fases da Sequência Fedathi na forma de um mapa conceitual com base em Sousa *et al* (2013):

² Grupo Fedathi – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, atualmente composto por professores da Universidade Federal do Ceará - UFC, Universidade Estadual do Ceará – UECE e alunos do curso de Mestrado e Doutorado da Faculdade de Educação – FACED - UFC.

³ *Plateau*, de acordo com Borges Neto (criador da Sequência Fedathi) é o nível cognitivo do sujeito em relação ao domínio do conteúdo.

Figura 1- Mapa conceitual sobre as fases da Sequência Fedathi



Fonte: Nasserla (2014) com adaptações

As estruturas do mapa mostram, segundo Sousa *et al* (2013), que na Tomada de Posição o professor inicia definindo os conhecimentos prévios necessários para a solução do problema e, também, realizando um pré-teste para verificar se os alunos são detentores ou não destes conceitos. Com isso, o professor poderá fazer um diagnóstico acerca dos pré-requisitos que os alunos necessitam ter referente ao saber que se pretende ensinar e, conseqüentemente, planejar suas atividades didáticas conforme a realidade existente. Após o diagnóstico, é apresentada uma situação-problema para o aluno, que tem relação com o conhecimento a ser ensinado e que deverá ser apreendido ao final do processo, partindo de uma situação possível de ser abstraída de seu contexto particular, para um modelo matemático genérico. Ela deverá ter, como um dos meios de resolução, a aplicação do saber a ser adquirido e poderá ser abordada e mediada de várias formas, dentre elas: um jogo, uma pergunta, uma manipulação de material concreto ou, ainda, uma experimentação de um *software*, podendo o aluno explorar o problema de forma individual e (ou) em grupo.

Na Tomada de Posição, o professor deve estabelecer regras para nortear os trabalhos e que propiciem interações entre alunos e professores estimulando o desenvolvimento do trabalho interativo, integrando-se ao grupo, a fim de estabelecer uma interação multilateral (BORDANAVE, 1983), ou seja, aquela em que apesar de ser detentor do conhecimento a ser apreendido, o professor insere-se no grupo com os objetivos de refletir, ouvir, indagar e levantar hipóteses acerca do conhecimento, bem como provocar estes questionamentos entre os discentes.

Após a exposição do problema e a realização do diagnóstico para a organização e processamento das atividades didáticas, inicia-se a etapa de Maturação, onde ocorrem as discussões entre professor e alunos em relação a situação-problema. Nela, os alunos devem buscar compreender o problema e identificar os possíveis caminhos que possam levar a uma solução, identificando os dados relevantes e estabelecendo relações entre eles e o objeto de estudo. Segundo Sousa *et al* (2013, p.23) diz que:

Na segunda etapa, destacamos que um dos momentos de grande relevância na formulação do raciocínio matemático são os questionamentos, pois, além de promoverem o desenvolvimento intelectual dos alunos, proporcionam ao professor o *feedback* necessário para certificar se estes estão acompanhando-o no desenvolvimento dos conteúdos ensinados. Os questionamentos podem surgir dos alunos ou ser propostos pelo professor, de formas variadas. Em sua maioria, surgem por parte dos alunos no momento em que se debruçam sobre os dados do problema, originando-se a partir daí as reflexões, hipóteses e formulações, na busca de caminhos que conduzam à solução do problema. Os questionamentos também podem partir do professor através de perguntas estimuladoras, esclarecedoras e orientadoras.

É nesta etapa que acontecem os questionamentos em relação a situação-problema proposta e que, principalmente, surgem as dúvidas, os questionamentos, as hipóteses e insights. Nesta fase, o professor deve estar atento para perceber o momento certo de mediar as informações, estimulando os discentes a levantarem hipóteses que solucionem o problema e que promovam o seu desenvolvimento intelectual e que, também, proporcione ao professor o *feedback* necessário para certificar a assimilação dos conteúdos. Outros fatores relevantes para um bom desempenho na maturação são: o tempo necessário a ser dado, para a construção do conhecimento, de acordo com o planejamento e a postura dos partícipes da pesquisa. Sousa *et al* (2013, p.28) afirma que:

O trabalho do aluno na fase de maturação é imprescindível para o desenvolvimento de seu raciocínio e da aprendizagem final. Sem esta participação, eles absorverão apenas informações temporárias e passageiras, tendo, conseqüentemente, uma aprendizagem superficial e volátil.

Na fase da Solução, os alunos deverão organizar e apresentar formas de soluções que possam resolver o que está sendo solicitado no problema, ou seja, representação e organização de estruturas ou modelos que visem à solução da situação-problema proposta inicialmente. Nesta etapa devem acontecer, trocas de ideias, opiniões e discussões em relação aos modelos propostos entre os discentes, e o papel do professor deverá ser estimular e solicitar que eles apresentem seus modelos e justifiquem as escolhas dos caminhos, indagando-os sobre a total abrangência das variáveis do problema e se são suficientes para levá-los a resposta desejada. Segundo Sousa *et al* (2013, p.29) diz que “na feitura da solução, é imprescindível que o professor analise junto aos alunos as diferentes formas de representação por eles apresentadas, para, com apoio nelas, buscar a constituição do novo conceito matemático implicado”.

É fundamental que, nesta fase, o professor mediador valorize as respostas encontradas, mesmo estando erradas, pois desta forma o discente terá a oportunidade de rever os caminhos traçados e formular novas conjecturas que o levarão a construção do conhecimento matemático proposto.

A última fase é a da Prova, nela o professor apresenta a estrutura do novo modelo ou conhecimento matemático a ser seguido para conduzir a resposta do problema proposto inicialmente. Nesta fase, o aluno deverá ser capaz de assimilar e compreender o modelo genérico criado e aprovado percebendo que, através dele, será possível conduzir-lhe para a resolução de outros problemas e situações. Sousa *et al* (2013, p.23) defendem que:

“Nessa fase, a didática do professor será determinante para aquisição do conhecimento por parte dos alunos, pois, além de ter que manter a atenção e motivação do grupo, o professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados e o modelo matemático científico a ser apreendido; deverá introduzir o novo saber mediante sua notação simbólica em linguagem matemática, juntamente com as novas regras inerentes a esse conhecimento”.

Pode-se afirmar que, na última fase, o professor utiliza conhecimentos científicos para a resolução do problema proposto na Tomada de Posição, estabelecendo conexões entre as soluções apresentadas pelos discentes e o modelo matemático adotado. Para que aconteça, na Sequência Fedathi, o sucesso do ensino almejado, fazem-se necessários planejamentos e execuções, bem delineadas, de alguns aspectos conforme destacados na tabela abaixo com base em Sousa *et al* (2013):

Tabela 6– Aspectos fundamentais na aplicação da Sequência Fedathi

PROFESSOR/MEDIADOR	ALUNO
✓ Sequência das fases;	✓ Atividade;
✓ Planejamento;	✓ Participação na aula;
✓ Verificação do plateau;	✓ Interação com colegas e o professor;
✓ Conexão com o aluno;	✓ Questionamentos;
✓ Experimentação;	✓ Experimentação
✓ Generalização;	✓ (Re) construção do saber.
✓ Avaliação	

Fonte: Nasserala (2014)

Entende-se que a essência da Sequência Fedathi está na construção e reconstrução do conhecimento, mediado pelo professor, e adquirido através da exploração, compreensão e investigação, com o estabelecimento de conjecturas e trocas de ideias entre os partícipes da pesquisa, com o objetivo de construir uma situação genérica que solucione uma situação-problema inicial dentro de um contexto matemático.

Espera-se que outros professores utilizem a experiência aqui relatada como fundamentação positiva para futuras pesquisas e, para entendê-la e aplicá-la mais eficazmente, segue a descrição das etapas seguidas durante os trabalhos.

4 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Os procedimentos que nortearam esta pesquisa iniciaram-se com o resumo da unidade, onde ficou definido o ensino e o aprendizado da trigonometria no triângulo retângulo como foco deste trabalho. Em seguida, discutiu-se com os alunos seus objetivos gerais e específicos. No primeiro, ficou claro que ela deve proporcionar o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao cálculo de distâncias inacessíveis para facilitar aplicações em atividades e estruturas cotidianas. Já o segundo, consiste em desenvolver curtas metragens e atividades pedagógicas com uso de materiais manipuláveis tais como: o teodolito, a calculadora, a trena e recursos audiovisuais que, ao final, sejam capazes de favorecer, fortalecer e estimular a aprendizagem de razões trigonométricas, aliando teoria e prática em um ambiente que estabeleça uma conexão mais ativa e intensa com o objeto estudado e que, também, despertem no aluno novas formas de estudar e se expressar.

A metodologia estabelecida para atingir os objetivos deste trabalho ficou sujeita a realização de uma série de etapas sequenciais ou concomitantes. Assim, para se construir curtas metragens e atividades pedagógicas a partir das inter-relações entre teoria e prática com auxílio de materiais concretos e audiovisuais e, conseqüentemente, alcançar melhores resultados no processo de ensino-aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo foram necessárias as etapas que enumeramos a seguir:

- 1- Histórias da trigonometria, definição e sua importância para a humanidade;
- 2- Aula para definir e construir teodolitos com transferidor, canudos, alfinete ou caneta laser, para subsídio do cálculo de razões trigonométricas e a construção de curtas;
- 3- Aula prática I para a construção das ideias e definição das razões trigonométricas, com uso da Sequência Fedathi e de materiais manipuláveis;
- 4- Aula prática II para o cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o uso de razões trigonométricas, teodolito, trena e calculadora, para auxílio na aula prática III, no campo;
- 5- Aula prática III, no campo, para a coleta de dados e cálculo de distâncias inacessíveis solicitadas em um roteiro pré-estabelecido;
- 6- Apresentações de curtas metragens, usando trigonometria, desenvolvidos por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro, como base para a construção de novas curtas metragens;

- 7- Apresentação e aula sobre o *software Movie Maker* para a edição dos curtas metragens;
- 8- Apresentação e aula sobre o *Paint*, disponível na plataforma *Windows*, para edição de figuras;
- 9- Pesquisa, na internet, de “vídeos base” para editar e contextualizar com o roteiro da aula de campo e para a construção dos curtas;
- 10- Apresentação e avaliação dos curtas elaborados por cada grupo.

4.1 Histórias da trigonometria, definição e sua importância para a humanidade

A trigonometria, palavra formada por três radicais gregos: tri (três), gonos (ângulos) e metron (medir), têm por objetivo o cálculo das medidas dos lados e ângulos de um triângulo. Medir distâncias é uma necessidade antiga da humanidade, facilmente atendida no caso de envolver pontos próximos. Basta verificar quantas vezes uma dada unidade de medida está contida no comprimento a ser medido. Este é o princípio dos instrumentos mais comuns para medir comprimentos como réguas, fitas métricas, trenas, etc. Pode-se afirmar que a trigonometria plana é:

O ramo da matemática que trata do cálculo de ângulos, particularmente em triângulos retângulos. Até o século 16, ela era realmente uma parte da geometria, mas desde então ela passou a ser considerada uma área independente da Matemática. (ROONEY, 2012, p.87).

Estudar trigonometria é uma pergunta frequente nas salas de aula. Para respondê-la, o professor pode citar situações, em que se deseja efetuar medidas envolvendo objetos que não são diretamente acessíveis. Atualmente, a trigonometria não se limita apenas a estudar os triângulos. Sua aplicação se estende a outros campos da Matemática, como a análise e a outros campos da atividade humana como a Robótica, a Música, a Acústica, a Engenharia Civil, além de muitas outras. Podemos observar algumas situações:

- a. Você já parou para imaginar como os navegadores da antiguidade faziam para calcular a que distância da terra eles encontravam-se enquanto navegavam?
- b. Seria impossível medir a distância da Terra à Lua, porém com a trigonometria se torna simples.
- c. Um engenheiro precisa saber a largura de um rio para construir uma ponte, o trabalho dele é mais fácil quando ele usa dos recursos trigonométricos.

- d. Um cartógrafo (desenhista de mapas) precisa saber a altura de uma montanha, o comprimento de um rio, etc. Sem a trigonometria ele demoraria anos para desenhar um mapa;
- e. Como calcular a trajetória de um robô ou movimentar um braço mecânico;
- f. Os músicos podem modificar seus timbres manipulando as ondas senoidais produzidas;
- g. Através de diferentes programas de computador é possível produzir uma gravação musical que soe equilibrada.

A Trigonometria nasceu aproximadamente 300 a.C entre os gregos, para resolver problemas de astronomia. Suas primeiras aplicações práticas ocorrem só com Ptolomeu 150 d.C o qual, além de continuar aplicando-a os estudos de astronomia, a usou para determinar a latitude e longitude de cidades e de outros pontos geográficos em seus mapas.

Do mundo grego, a Trigonometria passou, aproximadamente 400 d.C, para a Índia onde era usada nos cálculos astrológicos (ainda eram problemas de astronomia). Por volta de 800 d.C ela chega ao mundo islâmico, onde foi muito desenvolvida e aplicada na astronomia e cartografia. Por volta de 1100 d.C a Trigonometria chegou junto com os livros de Ptolomeu, na Europa Cristã onde inicialmente foi estudada tão somente por suas aplicações à Astronomia. Com os portugueses da Escola de Sagres encontrou-se uma aplicação de enorme valor econômico na Navegação Oceânica.

Assim como na numeração havia competição entre os sistemas de origens grega e indiana, também nos cálculos astronômicos houve a princípio na Arábia dois tipos de trigonometria - a geometria grega das cordas, como é encontrada no Almagesto, e as tabelas hindus de senos, derivadas através dos Sindhind. Aqui também o conflito terminou com triunfo do sistema hindu, e quase toda a trigonometria árabe finalmente se baseou na função seno. Na verdade, foi também por meio do árabes, e não diretamente dos hindus, que essa trigonometria do seno chegou à Europa. (BOYER, 2012, p.171)

Assim, podemos dizer que as aplicações da trigonometria até 1600d.C foi na Astronomia, Cartografia e Navegação Oceânica. Todas essas aplicações tratavam de problemas de Trigonometria Esférica e nada tinham a ver com problemas de agrimensura ou topografia. É também importante se observar que, por volta de 1600 d.C, a Trigonometria estava num estágio bastante desenvolvido.

As principais contribuições à astronomia atribuídas a Hiparco foram a organização de dados empíricos provenientes dos babilônios, a elaboração de um catálogo estelar, melhoramentos em constantes astronômicas importantes (tais como a duração do mês e do ano, o tamanho da Lua, e o ângulo de inclinação da eclíptica) e, finalmente, a descoberta da precessão dos equinócios. (BOYER, 2012, p.124)

Percebeu-se ao longo dos anos em sala de aula, que ao definir trigonometria, suas aplicações e sua história, os alunos se sentem mais motivados e despertam suas potencialidades facilitando assim o aprendizado. É fundamental que o professor desenvolva estratégias de ensino que permitam ao aluno partir do seu cotidiano e se insira no processo como protagonista. Neste trabalho buscou-se concretizar situações como esta e, para isso, foram necessários seguir os passos que já foram pré-estabelecidos.

4.2 Definindo e criando “teodolitos de brinquedo” com transferidor, canudos, alfinetes ou caneta laser, para o cálculo de razões trigonométricas e a construção de curtas

Nesta aula, foi definido o teodolito como um instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais, aplicado em diversos setores como na navegação, na construção civil, na agricultura e na meteorologia. Abaixo estão alguns modelos de teodolitos construídos no decorrer da história até chegar aos mais atuais.

Figura 3 – Modelos de teodolitos antigos e atuais⁴

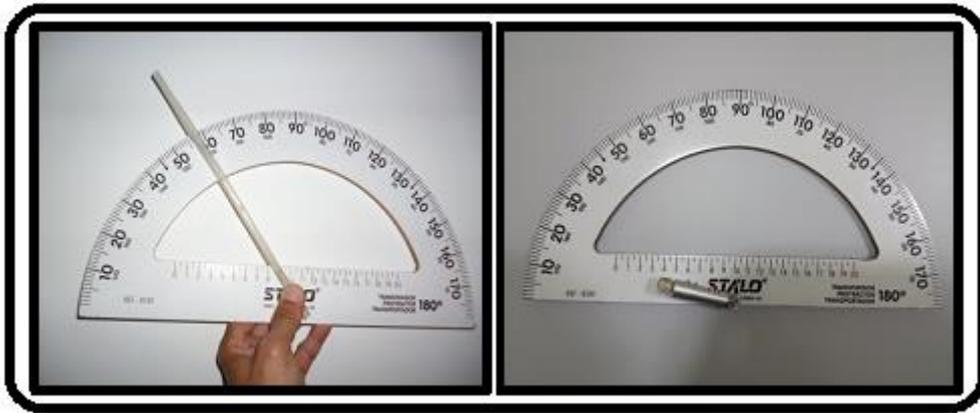


Fonte: [wikipedia.org/wiki/Teodolito](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teodolito)

⁴ Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Teodolito>> Acesso em jul. 2015

Foi esclarecido aos discentes que os teodolitos da figura 2 serviriam apenas como ilustrações de teodolitos reais, mas os que iríamos construir e usar nas aulas de campo seriam os “teodolitos” semelhantes aos das figura 3.

Figura 4– Modelos de “teodolitos” usados na pesquisa



Fonte: Pesquisa direta

De posse de um transferidor grande de madeira, um canudo ou caneta laser, e um percevejo ou parafuso, os alunos construíram “teodolitos” semelhantes aos das figura 3 que, resguardando as proporções, teriam resultado satisfatório para a pesquisa. De posse disto, foi possível, então, passar para a próxima etapa do trabalho que foi a construção das ideias e definições de razões trigonométricas.

4.3 Aula prática I - Construção das ideias e definição das razões trigonométricas, com uso da Sequência Fedathi e de materiais manipuláveis

Antes de apresentar a situação-problema, que possibilitaria a construção das ideias de razões trigonométricas, definiu-se os conhecimentos prévios necessários para a solução do problema e, também, foi realizado um pré-teste para verificar se os alunos eram detentores ou não destes conceitos. Dentre os conhecimentos necessários para esta investigação, estão a (as):

- ✓ Identificação e comparação de grandezas;
- ✓ Definição clara de medir;
- ✓ Transformações de unidades;

- ✓ Identificação de polígonos através do número de lados e dos tipos de ângulos que apresentam, em especial, o triângulo retângulo;
- ✓ Definição e identificação de razões;
- ✓ Definição e aplicação do Teorema de Pitágoras;
- ✓ Operações com números decimais;
- ✓ Definição e identificação de triângulos semelhantes;

Após a identificação dos conhecimentos necessários, foi aplicado o pré-teste, em anexo, para verificar a detenção ou não destes conhecimentos por parte dos discentes.

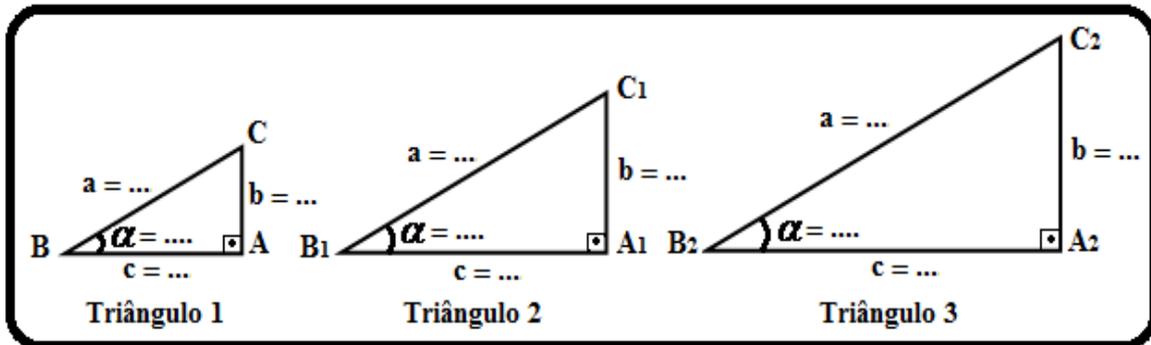
Uma vez identificados os conhecimentos necessários para esta investigação e realizado o pré-teste, foi possível obter um diagnóstico que norteou a organização e o processamento das atividades didáticas planejando-as, de acordo com a realidade constatada.

Para garantir o máximo de aproveitamento e, conseqüentemente, o sucesso na solução da situação-problema, foi estabelecida uma série de regras que nortearam o trabalho dos alunos. Dentre elas, as realizações esperadas ante o problema proposto e as interações desejadas entre alunos e o professor, para estabelecer uma relação multilateral, onde fosse possível refletir, indagar, levantar hipóteses, levantar questionamentos e, principalmente, ouvir as ideias dos discentes e fazer possíveis adaptações para assegurar a participação de todos.

Depois de todos estes cuidados a atividade foi desenvolvida, na sala de aula, recomendando-se aos alunos que se agrupassem para resolver a seguinte situação-problema:

De posse de um “teodolito”, composto por uma caneta laser, fixado em uma plataforma plana e horizontal (chão, mesa, etc.), estabeleça um ângulo de inclinação, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, formado pela horizontal e o laser, em direção a uma plataforma plana vertical (poste, árvore, parede, etc.). Determine, com uma trena, as distâncias entre o “teodolito” e a base do objeto assim como, a altura obtida entre a base desse objeto e sua intersecção com o laser. A fixação destes três pontos formam um triângulo retângulo, na intersecção da base horizontal com a vertical. Para efeitos desta atividade, utilize apenas as três triângulos da figura 5 a seguir.

Figura 5 – Triângulos retângulos de mediadas a , b e c e ângulo agudo α



Fonte: Pesquisa direta

Uma vez determinado, em cada triângulo, os valores de b e c calcule, pelo Teorema de Pitágoras, os valores de a e, assim, preencha as razões estabelecidas na tabela 7 abaixo:

Tabela 7 – Razões entre os lados dos triângulos da figura 5

figura razões	Triângulo 1	Triângulo 2	Triângulo 3
$\frac{b}{a}$			
$\frac{c}{a}$			
$\frac{b}{c}$			
$\frac{a}{b}$			
$\frac{a}{c}$			
$\frac{c}{b}$			

Fonte: Pesquisa direta

O que cada grupo pode afirmar a partir da análise da tabela 7 preenchida? É possível estabelecer um modelo geral ou uma representação genérica para esta situação? Se sim, qual seria? Algum grupo consegue chegar as mesmas conclusões utilizando outros métodos? Se sim, justifique.

Após a apresentação da situação-problema, os alunos tentaram compreender e identificar as variáveis envolvidas e, também, os possíveis caminhos que poderiam leva-los a uma solução, identificando quais os dados contidos no problema e quais relações existiam

entre eles e o que está sendo solicitado na atividade. Daí surgiram as primeiras discussões entre os participantes da pesquisa, através de questionamentos mútuos, que promoveram o desenvolvimento intelectual dos alunos e proporcionaram ao professor verificar se estes estão acompanhando-o no desenvolvimento dos conteúdos ensinados.

Ao se debruçarem sobre os dados do problema, os discentes começaram a estabelecer reflexões, hipóteses e formulações, na busca de caminhos que conduzissem a sua solução. Dentre elas podemos destacar:

- ✓ O que são triângulos retângulos e como posso identifica-los?
- ✓ É possível utilizar mais triângulos retângulos, semelhantes aos anteriores, para fazer a mesma tarefa?
- ✓ Como classificam-se e identificam-se os lados de um triângulo retângulo?
- ✓ O que é o Teorema de Pitágoras? E quando devo utiliza-lo?
- ✓ É necessário deixar todas as medidas na mesma unidade de medida? Por quê?
- ✓ Como faço para transformar unidades de comprimento?
- ✓ O que é uma razão? O que ela representa?
- ✓ Como faço para operacionalizar números decimais?
- ✓ O que são triângulos semelhantes? Como posso identifica-los?
- ✓ Podemos mudar a posição do ângulo α ? O que acontece se mudarmos sua posição?

É importante relatar que a maioria destas perguntas já estavam previstas, pois foram identificadas na fase de diagnóstico. Foram feitas, aos alunos, perguntas esclarecedoras, estimuladoras e orientadoras como forma de induzi-los a responder seus próprios questionamentos. Pode-se destacar entre elas:

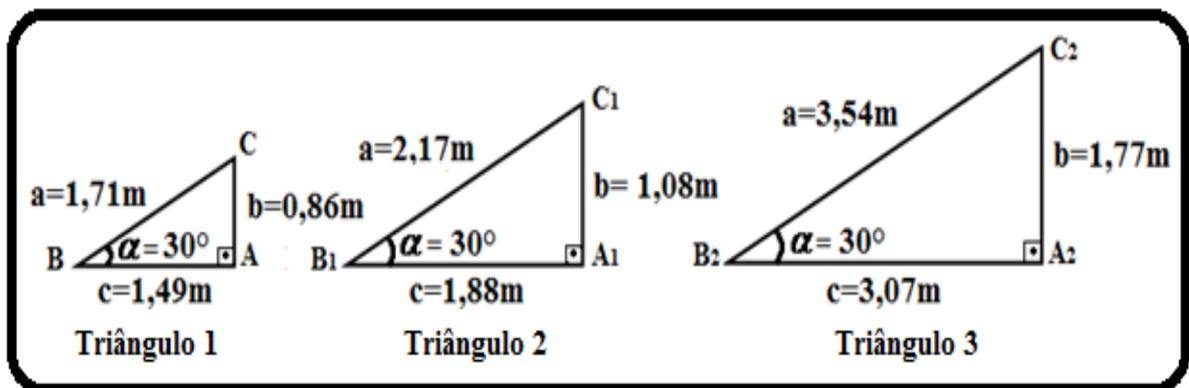
- ✓ Releia o problema com atenção e veja o que está sendo solicitado;
- ✓ E isto mesmo que o problema está procurando?
- ✓ O que o problema está pedindo? Qual sua pergunta principal?
- ✓ Faça um outro triângulo retângulo semelhante, mude a posição do ângulo α e verifique o que acontece;
- ✓ Quando muda-se a posição do ângulo α o que acontece com as razões?

- ✓ O que vocês ainda recordam sobre operações com números decimais?
- ✓ O que é um ângulo reto e um ângulo agudo?
- ✓ Como podemos representar geometricamente o Teorema de Pitágoras?
- ✓ Como podemos representar um metro e um centímetro geometricamente?
- ✓ Quantos centímetros são necessários para representar um metro?
- ✓ Será que o problema pode ser resolvido pelo Teorema de Pitágoras?
- ✓ Será que triângulos que apresentam lados correspondentes proporcionais são semelhantes?

Depois da compressão e identificação das variáveis envolvidas no problema e das discussões envolvendo os questionamentos, surgiu a fase da troca de ideias, opiniões e discussões dos pontos de vista e modelos propostos entre os discentes. Nesta fase, os alunos foram estimulados a representar e organizar modelos que resolvessem a situação-problema e ainda, foi solicitado a cada grupo a apresentação e defesa dos caminhos traçados, indagando-os se eles abrangeram todas as variáveis do problema e se foram suficientes para leva-los a resposta. A partir das representações apresentadas buscou-se, junto com os alunos, a constituição do novo conceito matemático.

Um dos grupos coletou valores para (b) e (c) utilizando o ângulo constante $\alpha = 30^\circ$ e, aplicando o Teorema de Pitágoras, encontraram os valores de (a) conforme representados nos triângulos abaixo.

Figura 6 – Triângulos retângulos de medidas a, b e c e ângulo agudo $\alpha = 30^\circ$



Fonte: Pesquisa direta

Em seguida, substituíram os valores encontrados nas razões estabelecidas na tabela 8 abaixo e calcularam seus valores para cada figura.

Tabela 8 – Razões entre os lados dos triângulos da figura 6

figura razões	Figura 1	Figura 2	Figura 3
$\frac{b}{a}$	0,5029	0,4976	0,5
$\frac{c}{a}$	0,8713	0,8663	0,8672
$\frac{b}{c}$	0,5771	0,5744	0,5765
$\frac{a}{b}$	1,9883	2,009	2
$\frac{a}{c}$	1,1476	1,1542	1,1530
$\frac{c}{b}$	1,7325	1,7407	1,7344

Fonte: Pesquisa direta

As fotos abaixo representam este grupo coletando dados para a atividade.

Figura 7– Alunos coletando valores para a, b e c, com ângulo $\alpha = 30^\circ$, nos triângulos da figura 6



Fonte: Pesquisa direta

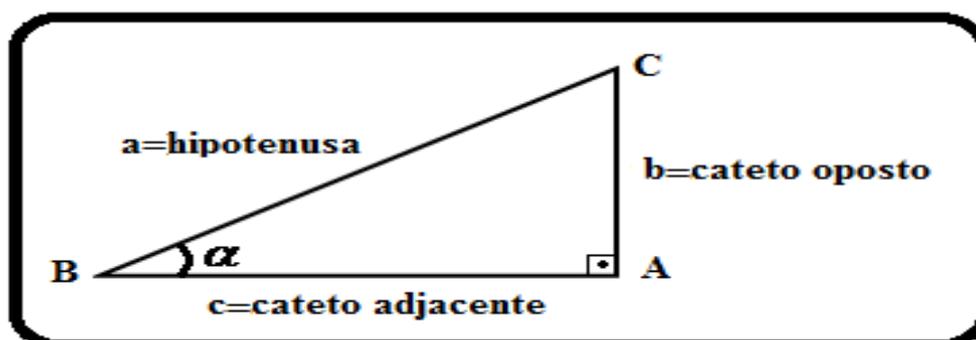
Após preencherem e analisarem a tabela 8, os alunos perceberam que as razões em cada triângulo eram praticamente iguais, e foi exatamente com esse objetivo que a situação-problema foi proposta. Sendo assim, coube ao professor orientá-los e estimulá-los a perceberem que isso ocorreu devido a dois fatores:

- a) Os três triângulos são semelhantes pelo fato de cada um possuir um ângulo reto (A, A_1, A_2) e o ângulo agudo (B, B_1, B_2) comum e, assim, os triângulos possuem ângulos correspondentes congruentes, caso (AAA) de semelhança.
- b) Os valores das razões são respectivamente iguais, independentemente de qualquer triângulo utilizado, pois as medidas dos lados correspondentes em cada triângulo semelhante são sempre proporcionais. Sendo assim, o valor de cada razão independe do tamanho do triângulo e, por esse motivo, ela se refere apenas à medida do ângulo.

Foi importante observar que os valores das medidas das hipotenusas são aproximados e assim, deve-se fazer o arredondamento das razões para poucas casas decimais. Em relação ao exposto, Rego (1995) escreve que a aprendizagem deve partir da zona de conhecimento real e que deve se trabalhar na zona de desenvolvimento proximal para ampliá-la e ir transformando zona de desenvolvimento proximal em desenvolvimento real.

Como os objetivos iniciais, propostos na situação-problema, foram concluídos com êxito, a fase final foi levar o alunos a elaborarem um modelo geral do conhecimento adquirido, ou seja, uma representação genérica ou fórmula com a qual seria possível resolver tanto o problema em questão, quanto outras situações-problema semelhantes. Para isso, eles foram induzidos a definirem nomes para cada elemento que compõem um triângulo retângulo e, também, para cada uma das razões encontradas na tabela 8. Após a apresentação e análise dos modelos definidos por cada grupo ficou acordado, para efeitos gerais, que o triângulo teria vértices A, B e C, seria reto em A, apresentaria ângulo agudo α em B e teria lados $AB = c =$ cateto adjacente ao ângulo α , $AC = b =$ cateto oposto ao ângulo α e $BC = a =$ hipotenusa, conforme a figura 8 abaixo:

Figura 8 – Triângulo definido para obter as representações genéricas das razões trigonométricas



Fonte: Pesquisa direta

Para identificar, com precisão, cada lado do triângulo ABC acima, bastava observar que:

- O lado oposto ao ângulo reto é a hipotenusa, neste caso, **a**;
- O lado oposto ao ângulo agudo é o cateto oposto, neste caso, **b**;
- E o terceiro lado é o cateto adjacente, neste caso, **c**;

Portanto, a partir da investigação, da análise e solução de uma situação-problema particular, originaram-se as representações genéricas que foram estabelecidas como razões trigonométricas:

$$\text{seno } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} \Rightarrow \boxed{\text{sen } \alpha = \frac{b}{a}}$$

$$\text{cosseno } \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} \Rightarrow \boxed{\text{cos } \alpha = \frac{c}{a}}$$

$$\text{tangente } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{tg } \alpha = \frac{b}{c}}$$

$$\text{cossecante } \alpha = \frac{\text{medida da hipotenusa}}{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{cossec } \alpha = \frac{a}{b}}$$

$$\text{secante } \alpha = \frac{\text{medida da hipotenusa}}{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{sec } \alpha = \frac{a}{c}}$$

$$\text{cotangente } \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente ao ângulo } \alpha}{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{cotg } \alpha = \frac{c}{b}}$$

Mesmo tendo sido identificado seis razões trigonométricas no decorrer do processo ficaram estabelecidas, para efeitos de continuação deste trabalho, apenas as três primeiras, isto é, o seno, o cosseno e a tangente. Foi esclarecido, ainda, que o ângulo agudo α poderia estar no vértice C, e com isto, inverter-se-ia a posição dos catetos, o que ocasionaria, também, a inversão das razões encontradas entre o seno e o cosseno, a tangente e a cotangente e a secante e cossecante.

Por outro lado, ficou acordado que os grupos poderiam obter as medidas das razões dos ângulos, entre 0° e 90° , através dos métodos efetuados na tabela 7 ou com o uso de calculadora científica, caso desejassem dinamizar os cálculos e minimizar a margem de erro. Assim, com a utilização das razões trigonométricas, obtidas anteriormente, e dos materiais manipuláveis, dentre eles o “teodolito”, a trena, a câmera e a calculadora, deu-se continuidade ao projeto partindo para o próximo passo que foi o cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o objetivo de preparar os alunos para a aula prática II.

4.4 Aula prática II - Cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o uso de razões trigonométricas, teodolito, trena e calculadora, para auxílio na aula prática III, no campo

Após a identificação e a definição das razões trigonométricas o passo seguinte, para auxílio na aula prática III, foi calcular a altura de uma das paredes da sala de aula, bem como, sua largura. O procedimento foi efetuado com a utilização dos conhecimentos adquiridos sobre razões trigonométricas, de um “teodolito”, de uma trena e uma calculadora científica.

Figura 9 – Ilustrações do “teodolito”, trena e calculadora usados na pesquisa



Fonte: Pesquisa direta

Com isto e com o auxílio dos alunos, foi efetuado um bom ensaio para o que estava por vir e, com certeza, contribuiu para esclarecer dúvidas, estimular e deixar mais confiantes todos os envolvidos no processo.

Figura 10 – Obtenção do ângulo para o cálculo da altura da parede da sala



Fonte: Pesquisa direta

Figura 11 – Obtenção do ângulo para o cálculo da largura da sala



Fonte: Pesquisa direta

4.5 Aula prática III, no campo, para a coleta de dados e cálculo de distâncias inacessíveis solicitadas em um roteiro pré-estabelecido

Nesta etapa do projeto ocorreu a realização da pesquisa de campo com a utilização das razões trigonométrica e dos materiais manipuláveis, preparados anteriormente, com o objetivo de coletar dados e calcular distâncias inacessíveis para a construção de curtas metragens. Para isso foi necessário, além dos passos anteriores, preparar o questionário, em anexo, onde foram especificadas as tarefas a serem cumpridas pelos grupos e que serviriam de base para os futuros curtas metragens.

De posse deste roteiro os grupos se separaram e tiveram como primeira tarefa o cálculo da altura de um poste usando duas ferramentas matemáticas: a primeira deveria ser utilizando semelhança de triângulos através das sombras projetadas pelo poste e pelo observador e a segunda, usando razões trigonométricas com o teodolito. Nesta atividade, ainda pediu-se a comparação dos dois resultados com a altura real do objeto e, conseqüentemente, verificar o método mais eficaz. Na segunda atividade, foi solicitado o cálculo da largura de um objeto a critério dos alunos e na última, a altura do mirante do parque, ambas usando razões trigonométricas, e comparando com os valores reais de cada objeto.

Nesta fase surgiram diversas dificuldades tais como: o uso errado do teodolito, da trena e da calculadora científica, a formação de triângulos semelhantes usando sombras, divergências entre componentes de grupos, filmagem e fotografia dos objetos com angulação desfavorável, como proceder para calcular a altura real do poste, dentre muitas outras. Aí vale a pena especificar o papel fundamental do orientador, não para fornecer as soluções diretas dos problemas, mas instigando e estimulando os discentes a encontrarem caminhos próprios para superar cada dificuldade.

Ficou claro, também nesta fase, o estímulo e o interesse pela pesquisa devido a fatores como: a localidade adequada fora da escola, o uso de materiais manipuláveis, o fato de buscarem o cálculo de algo concreto, a maior interação entre componentes dos grupos, dentre muitos outros fatores.

Figura 12 – Coleta de dados para o cálculo da altura do poste usando semelhança (sombra)



Fonte: Pesquisa direta

Figura 13– Coleta de dados para o cálculo da altura do poste usando razões trigonométricas



Fonte: Pesquisa direta

Figura 14 – Coleta de dados para o cálculo da largura do estacionamento usando razões trigonométricas



Fonte: Pesquisa direta

Figura 15 – Coleta de dados para o cálculo da altura do mirante usando razões trigonométricas



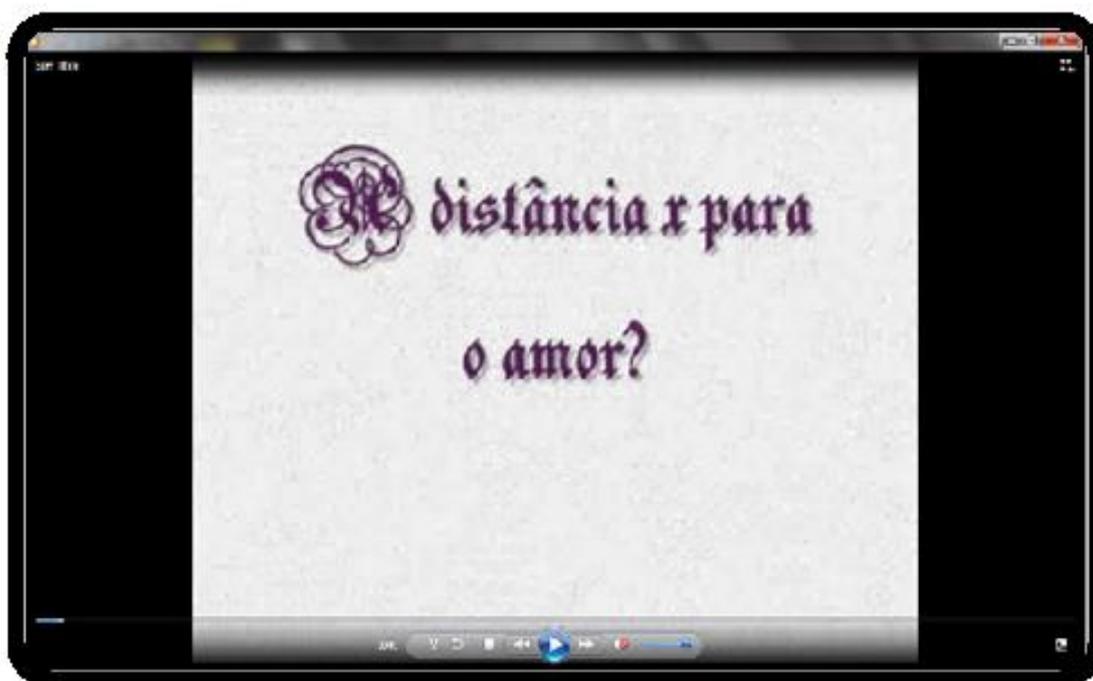
Fonte: Pesquisa direta

O próximo passo, após a aula prática III, foi estabelecer condições para os grupos construírem seus curtas a partir das coletas efetuadas no campo. Para isto, foi necessário seguir os passos dos quatro próximos itens.

4.6 Apresentações de curtas metragens, usando trigonometria, desenvolvidos por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro, como base para a construção de novos curtas

Para os alunos aumentarem o interesse pelo projeto e terem uma base de construção dos curtas, a partir das coletas efetuadas, foi apresentado um pequeno vídeo construído por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro conforme ilustra a figura 15.

Figura 16 – Apresentação de curtas da escola SESC para servirem de modelo para os novos curtas



Fonte: Pesquisa direta

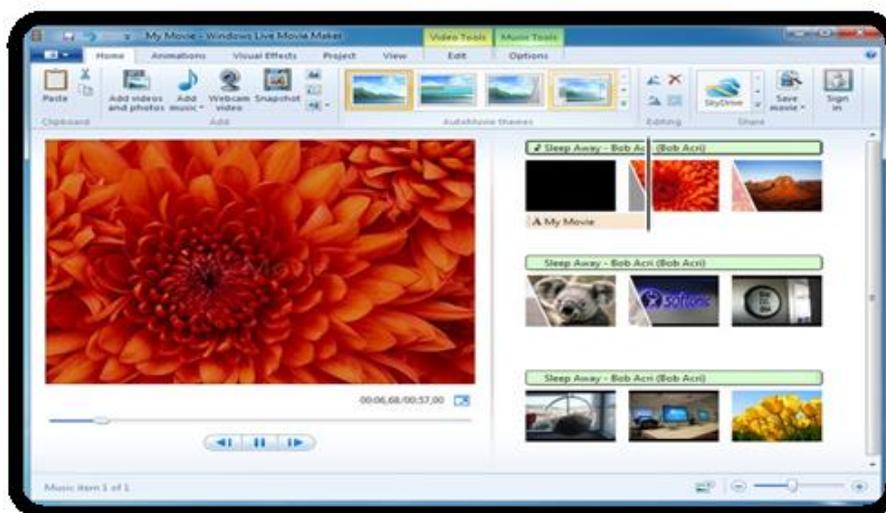
Aí foi possível perceber, na maioria dos grupos, um maior entusiasmo e a vontade de fazer algo melhor, mas para isso ainda fazia-se necessário aprender a trabalhar com o editor de vídeos *movie maker*, com o editor de imagens *paint* e a pesquisar e construir histórias contextualizadas tendo como base as tarefas estabelecidas e efetuadas na aula de campo III.

4.7 Apresentação e aula sobre o software *Movie Maker* para a edição dos curtas metragens

Nesta fase foi fundamental a escolha de um editor de vídeos de fácil aprendizagem e manuseio. Sendo assim, o escolhido foi o *Windows Movie Maker*, mas ficou acordado que os grupos poderiam usar outros mais avançados.

O *Windows Movie Maker* é um *software* de edição de vídeos da *Microsoft*. Atualmente faz parte do conjunto de aplicativos *Windows Live*, chamado de *Windows Life Movie Maker* (apenas disponível para *Windows Vista*, 7 e 8). É um programa simples e de fácil utilização, o que permite que pessoas sem muita experiência em informática possam adicionar efeitos de transição, textos personalizados e áudio nos seus filmes e apresentações conforme as figuras 16 e 17.

Figura 17 – Apresentação da plataforma do *Movie Maker* para edição dos curtas



Fonte: *Print screen* da aplicação no *software Movie Maker*..

Esse editor de vídeo permite fazer, editar e incrementar filmes caseiros, permitindo que os usuários criem efeitos nos seus vídeos como esmaecimento, fade in/out, títulos, subtítulos, pixelização, Casting, adicionem músicas dentre outras técnicas.

Um dos grandes desafios enfrentados e superados neste projeto foi sair da área de atuação matemática e partir para outras áreas do conhecimento. Sendo assim, “ministrar aulas” conforme a figura 17 e, em alguns momentos, trocar experiências sobre o software escolhido e cuja plataforma está representada na figura 16 não foi tarefa fácil.

Figura 18 – Aulas sobre o software *Movie Maker* para a edição dos curtas



Fonte: Pesquisa direta

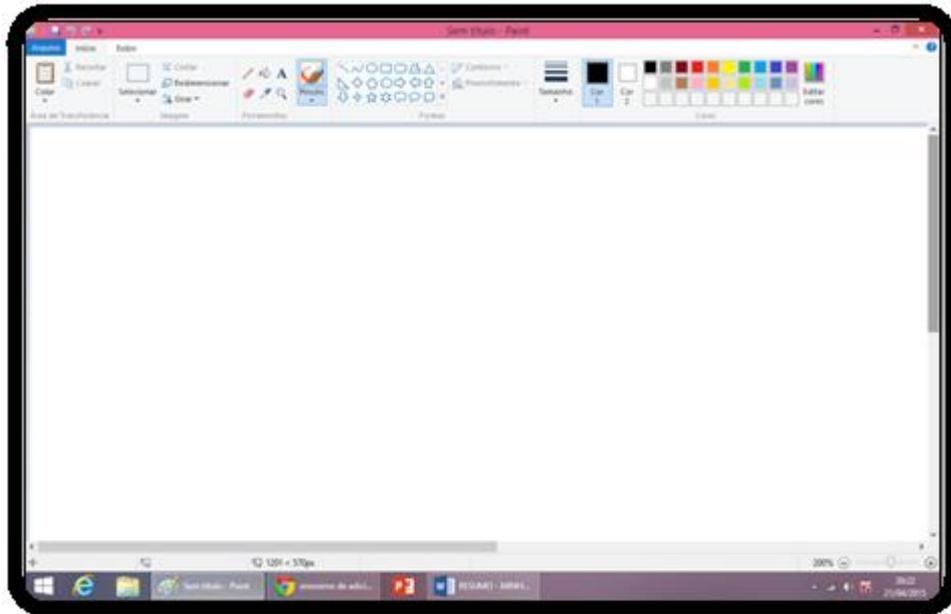
Para complementar a construção dos curtas foi necessário construir e editar fotos e figuras, especialmente, construindo triângulos retângulos sobre elas de acordo com o questionário da aula de campo e efetuando os cálculos de cada situação solicitada, para isto foi necessário trabalhar com o editor de imagens que veremos a seguir.

4.8 Apresentação e aula sobre o *Paint*, disponível na plataforma *Windows*, para edição de figuras

Para editar as fotos da aula prática III foi utilizado o *Microsoft Paint*, mas ficou a critério de cada grupo usar outros editores também.

O *Paint* é um *software* utilizado para a criação de desenhos simples e também para a edição de imagens conforme a figura 18. O programa é incluso, como um banana, no sistema operacional *Windows*, da *Microsoft*, e em suas primeiras versões era conhecido como *Paintbrush*. Seu arquivo executável no sistema operacional é o *mspaint.exe*.

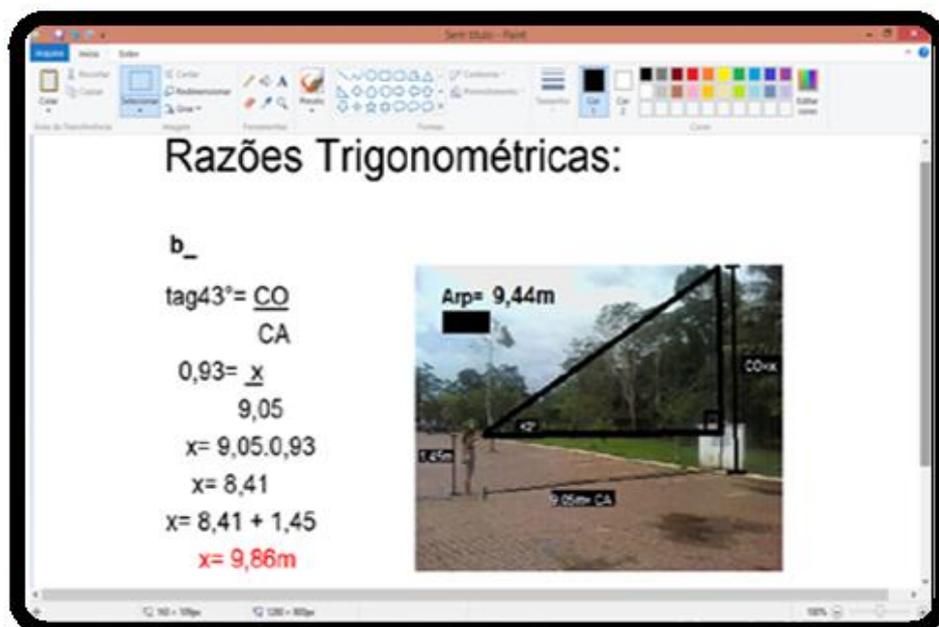
Figura 19 – Apresentação da plataforma do *Paint* para edição de imagens



Fonte: *Print screen* da aplicação no software *Paint*.

Em sua plataforma foram coladas e editadas imagens e adicionados os dados colhidos na aula de campo segundo a figura 19. Após toda essa edição a nova imagem gerada foi acrescentada ao *Movie Maker* para, dentro do contexto da história criada por cada grupo, formar um curta metragem.

Figura 20 – Aula sobre a ferramenta *Paint* para complementar a construção dos curtas

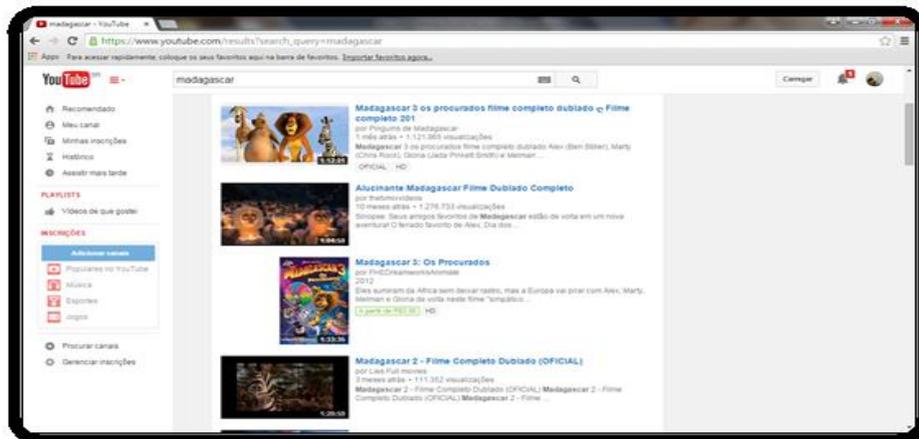


Fonte: Pesquisa direta

4.9 Pesquisa, na internet, de “vídeos base” para editar e contextualizar com o roteiro da aula de campo para a construção dos curtas

Para dar suporte à construção dos curtas aplicados a trigonometria no triângulo retângulo foi necessário utilizar vídeos da internet como base. Foram usados, na maioria deles, partes de filmes de desenhos animados contextualizados com os dados colhidos na aula prática III.

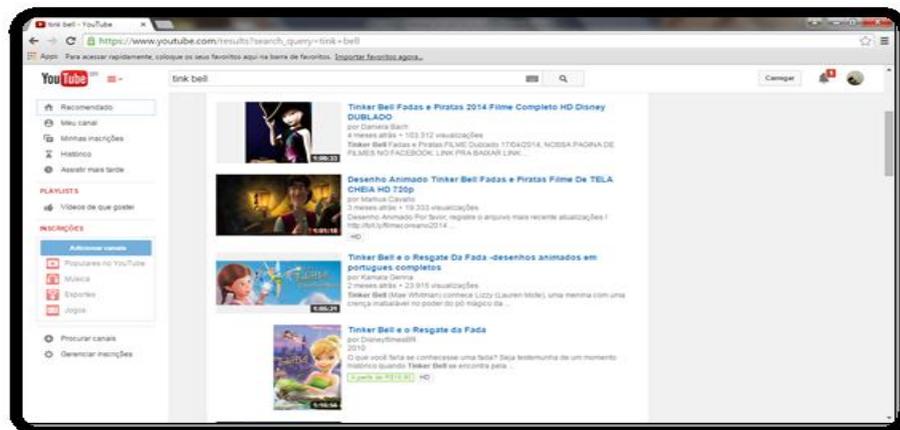
Figura 21 – Pesquisa, na internet, de vídeos base para auxiliar na construção dos curtas⁵



Fonte: *Print screen do site do youtube.*

Foi orientado a cada grupo a criação de uma história com introdução, desenvolvimento e conclusão contextualizada com o vídeo base escolhido e o roteiro de atividades colhido e desenvolvido no campo. Assim, só faltaria a última fase que seria a apresentação dos curtas.

Figura 22 – Pesquisa, na internet, de vídeos base para auxiliar na construção dos curtas⁶



Fonte: *Print screen do site do youtube.*

⁵ Disponível em: <https://www.youtube.com/results?search_query=madagascar> Acesso em: jul. 2015.

⁶ Disponível em: <https://www.youtube.com/results?search_query=tinkerbelle> Acesso em: jul. 2015.

4.10 Apresentação e avaliação dos curtas elaborados por cada grupo

A apresentação ocorreu nas salas e no auditório do colégio. Já avaliação aconteceu durante todo o processo, pois foram mensuradas a participação, a dedicação, a capacidade de solucionar problemas e inovar e a apresentação individual e em grupo conforme a figura 23.

Figura 23– Apresentação dos curtas na sala de aula



Fonte: Pesquisa direta

No auditório do colégio, conforme a figura 24, ocorreu a apresentação dos melhores curtas escolhidos em conformidade com vários fatores avaliados, dentre eles o roteiro contextualizado, a inovação e a qualidade de edição.

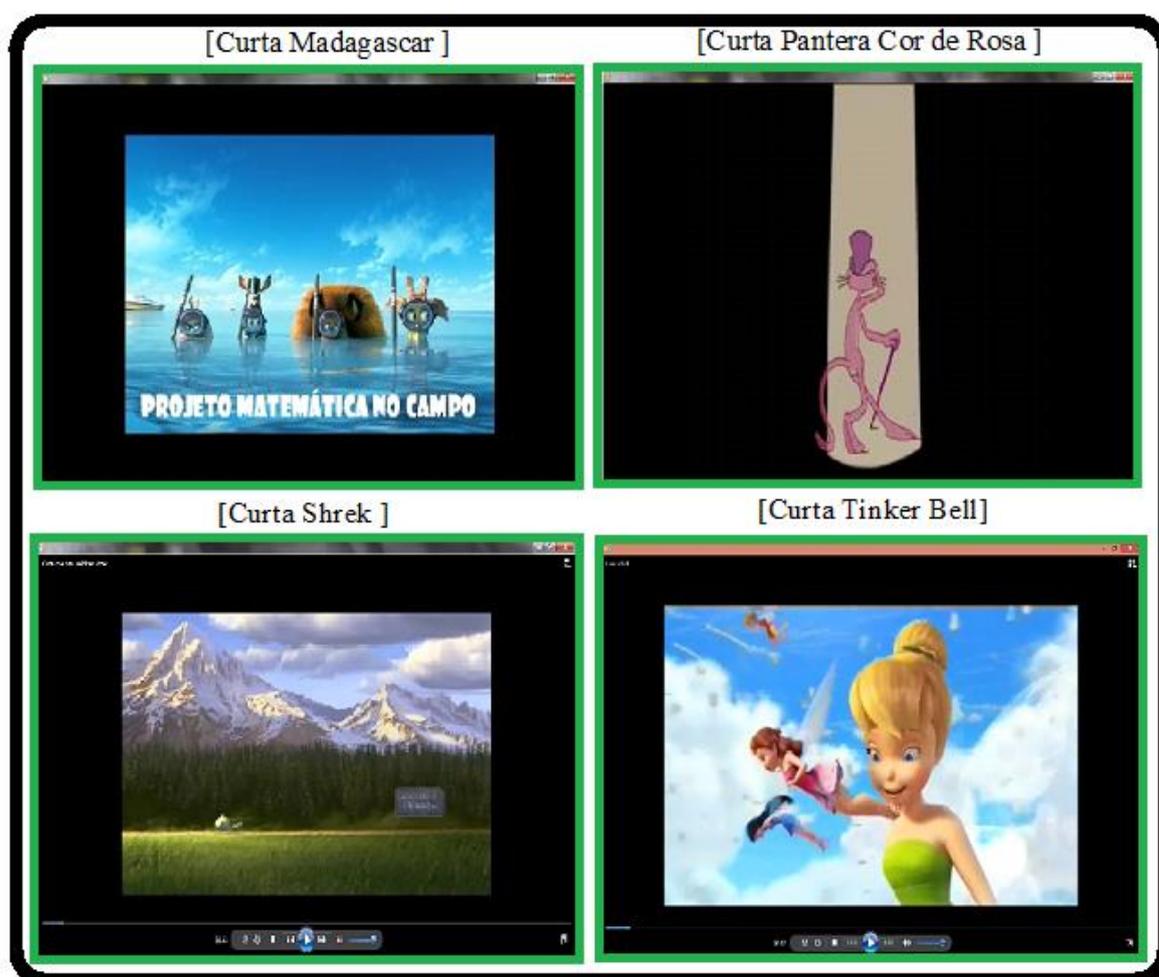
Figura 24 – Apresentação dos melhores curtas no auditório



Fonte: Pesquisa direta

Dentre os vídeos escolhidos para apresentação no auditório podemos destacar: o Madagascar, a Pantera Cor de Rosa, o *Shrek e a Tinker Bell*. Todos eles foram editados com roteiros criados por cada grupo e contextualizados com a aula prática III, conforme a figura 25.

Figura 25 – Apresentação dos melhores curtas no auditório



Fonte: Pesquisa direta

Para obter acesso *on line* aos curtas metragens basta clicar nos *links*:

Curta Madagascar: <https://www.youtube.com/watch?v=fgsX51GNf08>

Curta Shrek: <https://www.youtube.com/watch?v=ZuOvf3yZ0Y>

Curta Pantera Cor de Rosa:

https://www.youtube.com/watch?v=n_nFF5_peRU&feature=youtu.be

Curta Tinker Bell: <https://www.youtube.com/watch?v=5b7gbsbelYk>

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

No âmbito desta pesquisa os alunos desenvolveram várias atividades, usando teoria e prática com uso de materiais manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar, que contribuíram significativamente para o aumento da qualidade do ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo e que culminaram com uma sequência de procedimentos que poderão ser usados e aprimorados por outros professores. Todos eles foram justificados por vários estudiosos, principalmente aqueles mencionados nos capítulos 2 e 3 deste trabalho como veremos a seguir:

O primeiro procedimento foi fazer um breve relato da histórica da trigonometria, definindo-a e mostrando sua importância para a humanidade. Com isto, os alunos foram estimulados a estudar os conteúdos, pois tenderam a retroceder no tempo e a se imaginarem como protagonistas da história e, ainda, deslumbravam-se com a possibilidade clara de usar esses conhecimentos para resolver problemas do seu cotidiano. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) os conceitos abordados vinculados com sua história tornam-se instrumentos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. Para consolidar o exposto, podem-se explorar os conceitos matemáticos através de problemas históricos que necessitem em sua resolução de técnicas diferenciadas e atrativas.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (1998) indicam que a utilização da História da Matemática, em sala de aula, contribui para dar significados aos conteúdos matemáticos desde que não fiquem restritos a fatos históricos.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42)

A trigonometria é parte efetiva da História da Matemática e, como tal, sua história também funciona como instrumento norteador e esclarecedor dos conceitos matemáticos, pois proporciona aos estudantes discussões e decisões mais acertadas no equacionamento de problemas. Segundo D'ambrósio (2006, p.29), “uma percepção da História da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. (...). Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância.”

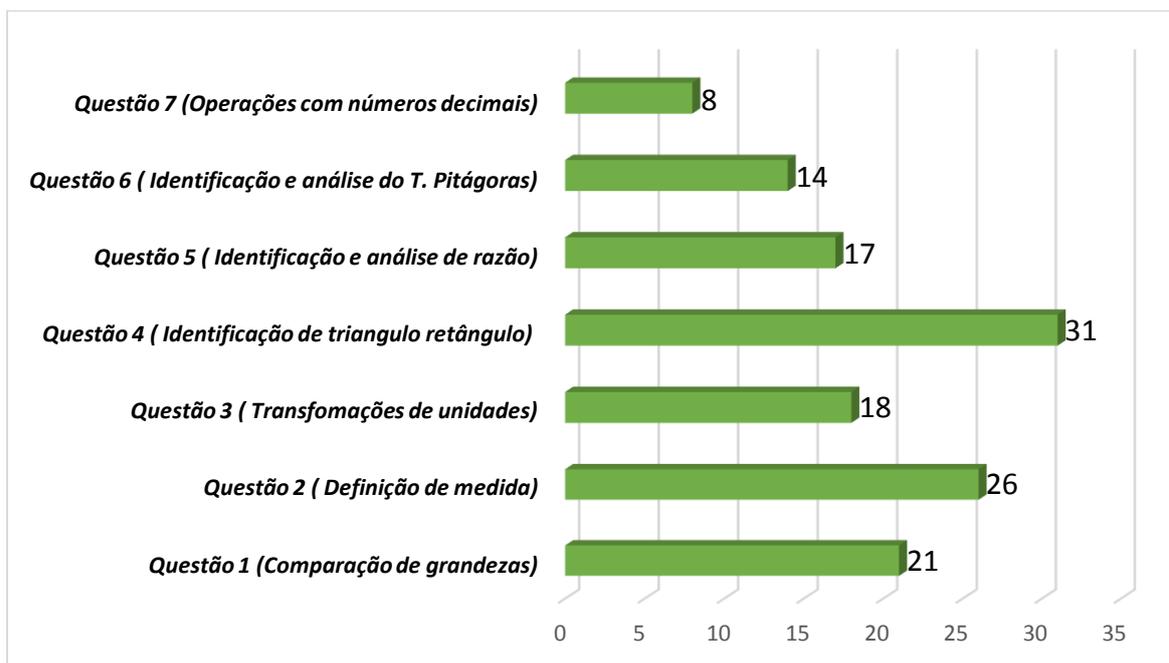
Nesta pesquisa percebeu-se que o breve relato histórico da trigonometria no triângulo retângulo funcionou como instrumento norteador e motivador no processo de ensino e aprendizagem, motivo pelo qual ele é indicado como ponto de partida deste conteúdo.

A próxima etapa foi à definição e a construção de teodolitos com transferidor, canudos, alfinetes ou canetas laser que, juntamente, com a trena, a calculadora e a câmera formam os principais materiais manipuláveis utilizados nesta pesquisa. Conforme visto no item 3.2, autores como, Kothe (2000), Nacarato (2004-2005), Lorenzato (2006), e muitos outros, defendem a utilização de materiais manipuláveis, pois também contribuem para o ensino e a aprendizagem na medida em que o aprender a fazer fazendo através de observações e experimentos desenvolvem no aluno entendimentos e ações que, por sua vez, geram capacidades para que isso aconteça.

Os resultados provenientes da observação do uso de materiais manipuláveis no ensino e aprendizado de trigonometria no triângulo retângulo foram muito positivos, tendo em vista que ocorreu uma maior valorização sobre a investigação e o manuseio do objeto de estudo. Em decorrência disto, percebeu-se um crescente fortalecimento da criatividade, pois os alunos foram induzidos a criar roteiros contextualizados para a elaboração dos curtas, a estabelecer formas diferentes para editar, a criar modelos diversos de teodolitos e formas diferenciadas de resoluções, a comparar razões, a transpor modelos particulares em genéricos e etc. que culminou na obtenção do conhecimento através da prática. Por estes motivos, a utilização destes materiais foi imprescindível no desenvolvimento deste projeto.

Outra etapa significativa deste trabalho foi à construção, em sala de aula, das ideias e definições de razões trigonométricas com uso da Sequência Fedathi e de materiais manipuláveis. Esta atividade foi elaborada com base nas ideias do Grupo Fedathi, formado por Sousa *et al* (2013), ou seja, ela foi criada com base nas etapas de Tomada de Decisão, Maturação, Solução e Prova, conforme estabelece o item 3.6. A etapa de Tomada de Decisão iniciou-se definindo-se os conhecimentos prévios necessários para a solução da situação-problema que seria estabelecida e, também, com a realização do pré-teste do item 4.3 para verificar se os alunos eram detentores ou não destes conceitos. Com isto, foi possível obter um diagnóstico, que norteou a organização e o processamento das atividades didáticas planejando-as, de acordo com a realidade constatada, em outras palavras, foram preparadas condições para suprir as dificuldades que seriam encontradas mais à frente. Abaixo, seguem as análises gráficas das perguntas do pré-teste realizadas para 35 alunos de uma turma:

Gráfico 1- Análise gráfica do pré-teste



Fonte: Pesquisa direta

As análises efetuadas nas perguntas do pré-teste mostraram claramente que os alunos estavam com deficiências moderadas nas questões 1, 2 e 4 relacionadas à comparação de grandezas, a definição de medida e a identificação de um triângulo retângulo. Já nas análises das questões 3, 5, 6 e 7 perceberam-se deficiências fortes relacionadas às transformações de unidades, a identificação e análises de razões, a utilização e análise do Teorema de Pitágoras e as operações com números decimais.

Após o diagnóstico foi apresentada, aos alunos, uma situação-problema conforme item 4.3, que tinha relação com o conhecimento a ser ensinado e que deveria ser apreendida ao final do processo, partindo de uma situação possível de ser abstraída de seu contexto particular, para um modelo matemático genérico, mas para isto foi necessário estabelecer regras para direcionar corretamente os trabalhos e que estabelecessem interações multilaterais entre os partícipes do projeto.

A etapa de Maturação do problema aconteceu quando os discentes buscaram compreender e identificar as variáveis envolvidas na situação e estabeleceram os prováveis caminhos que os conduziram a sua solução, instaurando relações entre os dados colhidos e os apresentados na atividade. Com isto aconteceram as primeiras discussões, entre os partícipes da pesquisa, que promoveram o desenvolvimento intelectual dos alunos e possibilitaram ao professor verificar a assimilação ou não dos conteúdos abordados. Além disto, ao analisarem os dados colhidos surgiram reflexões, hipóteses e formulações que conduziram a solução da

situação-problema, mas para que isto se concretizasse foram feitas, aos alunos, perguntas esclarecedoras, estimuladoras e orientadoras como forma de induzi-los a responder seus próprios questionamentos, conforme fundamentado no item 4.3.

Em decorrência da compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema e das discussões envolvendo os questionamentos surgiu a etapa de Solução, onde ocorreram as trocas de ideias, opiniões e discussões dos pontos de vista e modelos propostos entre os discentes. Nesta etapa, eles foram estimulados através do uso de materiais manipuláveis e do Teorema de Pitágoras a medirem os comprimentos dos lados de triângulos retângulos, com mesma angulação, e a preencherem uma tabela com esses valores, para auxiliarem na construção das razões trigonométricas e, ainda, a representarem e a organizarem novos modelos que resolvessem a situação-problema. Assim sendo, após a concessão de um bom tempo para reflexões, avaliações de respostas, ensaios, erros e tentativas, foi solicitado a cada grupo a apresentação e defesa dos caminhos traçados, indagando-os se eles abrangeram todas as variáveis do problema e se foram suficientes para leva-los a resposta, conforme estabelecido no item 4.3.

A partir da análise, conjunta, de todas as formas de representação apresentadas pelos discentes, e com base nelas, iniciou-se a fase de Prova buscando-se, junto com os alunos, a construção de relações algébricas que auxiliariam na resolução de outras situações envolvendo o cálculo de distâncias inacessíveis, conforme embasado no item 3.6 e descrito no item 4.3. Neste momento, foi estabelecida uma conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo matemático a ser apreendido, introduzindo o novo saber através de notações algébricas, de suas propriedades e formas de verificação. Percebeu-se, com isto, uma boa aproximação entre teoria e prática defendida por Cunha (1989), D`ambrosio (1996), Mizukami (2001), Castro e Carvalho (2001), Pimenta (2002), dentre outros conforme indicada no item 2.2.

A etapa seguinte foi a aula prática II para o cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o uso de razões trigonométricas, teodolito, trena e calculadora, para auxílio na aula prática III, no campo. Sendo assim, unindo teoria e prática e material manipulável foi ministrada uma aula com a participação dos componentes de um grupo para ajudar no cálculo da largura e da altura da sala, enquanto os demais ficavam observando e tirando dúvidas. Nesta atividade, também, foi possível perceber uma maior participação e melhor entendimento do que se pretendia ensinar, conforme descrito no item 4.4. Contudo, ficou

notório que, este conhecimento somente seria adquirido realmente nas fases seguintes como veremos a seguir.

A etapa que contribuiu mais fortemente para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo foi a da aula prática III no campo. Nela percebeu-se um envolvimento, maior ainda, dos alunos. Nesta fase ocorreram a coleta e análise de dados e o cálculo de distâncias inacessíveis solicitadas no questionário pré-estabelecido, da do item 4.5, que foram usados na fase de construção dos curtas.

Foram constatadas, nas aulas de campo, um considerável aumento da motivação e do envolvimento nas atividades estabelecidas, bem como, o desenvolvimento da compreensão do educando em questionar e equacionar eventos constatados e em fundamentar conjecturas para a averiguação do conhecimento, por isso, elas funcionaram como uma ótima estratégia para fortalecer o processo de ensino e aprendizagem. Em decorrência disto, autores como Compiani (1991), Cavalcanti (2002), Castrogiovanni (2003), e muitos outros, defendem a utilização das aulas de campo conforme indicado no item 3.1.

A próxima etapa contou com as apresentações de curtas metragens, usando trigonometria, desenvolvidos por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro, como base para a construção de novos curtas. Além disto, eles tiveram a função de estimular e mostrar que era possível construir curtas tão bons quanto, levando em consideração todo o contexto utilizado na aula de campo. A modalidade de uso didático destes vídeos, segundo Ferrés (1996, p.20) está classificado como programa motivador conforme especificado na tabela 4 do item 3.3.

Mais uma etapa de fundamental importância para a construção dos curtas foi a apresentação e aula sobre o *software Movie Maker*, segundo especificado no item 4.7, com a finalidade de criar e editar vídeos utilizando como base a pesquisa da aula de campo e, também, a utilização de partes de vídeos baixados da internet. Neste caso, de acordo com Ferrés (1996, p.20), a modalidade do uso didático deste vídeo é classificada como vídeo processo, pois os alunos são criadores dos próprios vídeos segundo descrito na tabela 4 do item 3.3.

A apresentação e aula sobre o *Paint* foi outra etapa indispensável para a construção dos curtas. Esta ferramenta, comentada no item 4.8, que se encontra disponível na plataforma *Windows* foi utilizada para a edição das imagens originadas na aula de pesquisa em campo.

Não menos importante que as demais etapas foi a que culminou com a pesquisa, na internet, de “vídeos base” para editar e contextualizar com o questionário da aula de

campo. Estes vídeos foram escolhidos por cada grupo e, partes deles, foram utilizados como “base” para os novos curtas conforme descrito no item 4.9.

É importante ressaltar que o *Movie Maker*, o *Paint*, a internet e os vídeos fazem parte das TIC (tecnologias da informação e comunicação) cujo uso é defendido por inúmeros autores, dentre eles, Hall (1999), D’ambrosio (2002), Borba e Villarreal (2005) e Romero (2006). Em relação ao uso ou não de softwares no processo de ensino e aprendizagem Romero (2006, p.1) afirma que:

A tecnologia, especificamente os softwares educacionais disponibiliza oportunidade de motivação e apropriação do conteúdo estudado em sala de aula, uma vez que em muitas escolas de rede pública e particular, professores utilizam recursos didáticos como lousa e giz para ministrarem suas aulas, este é um dos diversos problemas que causam o crescimento da qualidade não satisfatória de ensino, principalmente na rede estadual.

O descrito por Romero (2006), na citação anterior, descreve uma dura realidade da educação brasileira que faz com que o processo de ensino-aprendizagem seja descontextualizado, desinteressante e sem significado para os alunos. Um dos objetivos deste trabalho foi mostrar que o uso das TICs, quando bem direcionados, funciona como um poderoso aliado neste processo. Em relação a isto D’ambrosio (2002, p.19) defende que:

É preciso substituir os processos de ensino que priorizam a exposição, que levam a um receber passivo do conteúdo, através de processos que não estimulem os alunos à participação. É preciso que eles deixem de ver a Matemática como um produto acabado, cuja transmissão de conteúdo é vista como um conjunto estático de conhecimentos e técnicas.

Dentre as TICs inclusas neste projeto a utilização e criação de vídeos teve um papel fundamental, pois foram utilizadas como ferramenta de pesquisa, entretenimento, interação, comunicação e criatividade. Ele foi capaz de completar e ativar de forma eficaz o que não ficou nítido na leitura, pois apresentou uma linguagem mais específica, clara e ajustada devido ao excesso de exposição verbal e visual. Por estes e muitos outros motivos, autores como Moran (1995), Martirani (2001), D’ambrosio (2002), Borba e Villarreal (2005), Maeda (2009) e Silva (2011) defendem a inclusão de vídeos no processo de ensino e aprendizagem conforme relatado nos itens 3.3, 3.4 e 3.5.

Neste projeto ficou nítido que as TICs tiveram um enorme papel motivador, investigador, fortalecedor e operacional no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo, mas elas funcionaram como mais um caminho eficaz neste processo e devem ser trabalhadas em conjunto com outras tendências de ensino para que sejam capazes de transformar efetivamente a realidade da educação.

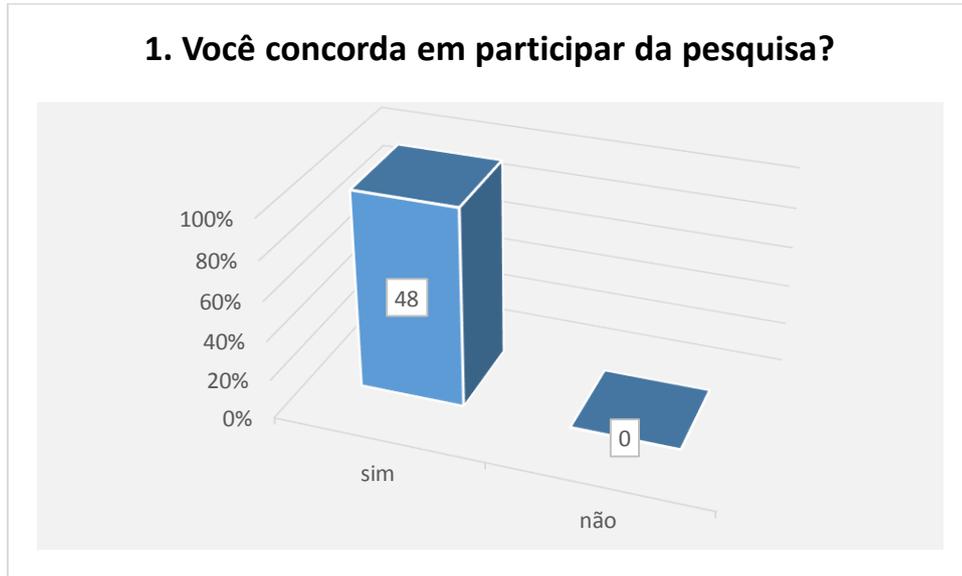
A última etapa foi a elaboração, edição, avaliação e apresentação dos vídeos nas salas e no auditório do colégio. Neste hiato, conceberam-se todos os suportes necessários para a edição dos curtas que tiveram como principal finalidade consolidar e fortalecer os conhecimentos adquiridos nas fases anteriores, em especial aqueles relacionados a trigonometria no triângulo retângulo. Isto somente foi possível porque as linguagens orais e visuais integram-se e elevam a porcentagem de percepção, memorização e o estímulo dos discentes, conforme descrito por Ferrés (1996) e Ferreira (1975) no item 3.3.

A consolidação e a importância de todas as etapas desta pesquisa, feita com a finalidade de buscar caminhos mais eficazes, atrativos e dinâmicos, para o ensino e o aprendizado de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo, foram ratificadas pela análise gráfica e teórico metodológica do questionário investigativo em anexo.

As análises gráficas e teórico metodológicas, a seguir, foram feitas com base nas amostras aleatórias de 48 alunos retiradas de uma população de aproximadamente 1400 participantes da pesquisa no decorrer dos anos de 2010 a 2013. Como se trata de um relato de experiência, ocorrida no decorrer destes anos, a alternativa encontrada para efetuar o questionário investigativo acima foi utilizar a plataforma do google drive, pois com ela foi possível elaborá-lo e enviá-lo através de um link postado em redes sociais, para preenchimento e envio dos dados que são coletados diretamente nesta ferramenta. Em decorrência desta coleta, foram construídos automaticamente, na mesma plataforma, os gráficos que analisaremos a seguir.

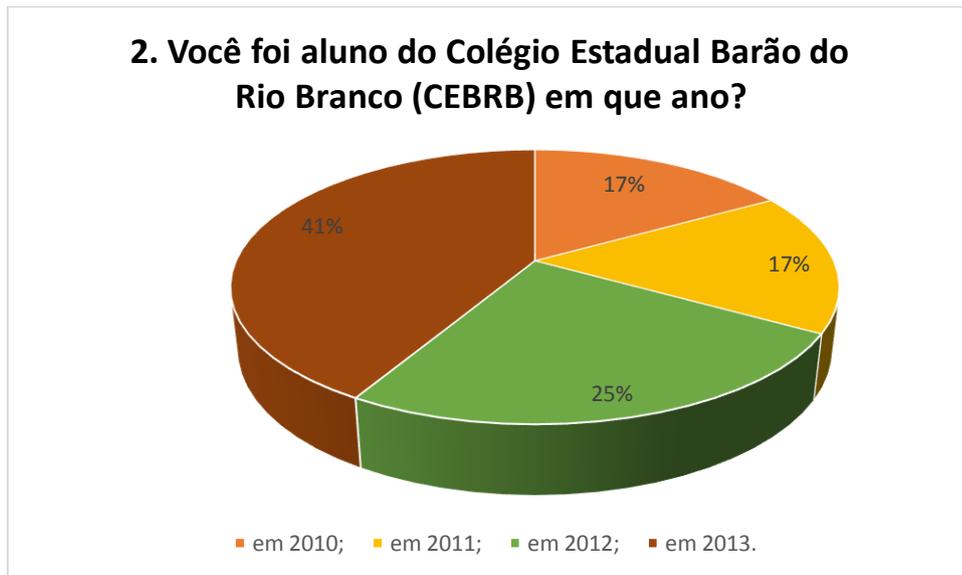
Conforme se depreende da leitura do questionário, verifica-se que dentre os estudantes participantes da pesquisa, 41% deles estudaram em 2013; 25% em 2012; 17% em 2011 e 2010, todos participaram do projeto Matemática no Campo e concordaram em participar da pesquisa, conforme se encontra, também, representado nos três primeiros gráficos abaixo:

Gráfico 2-Análise gráfica do item 1



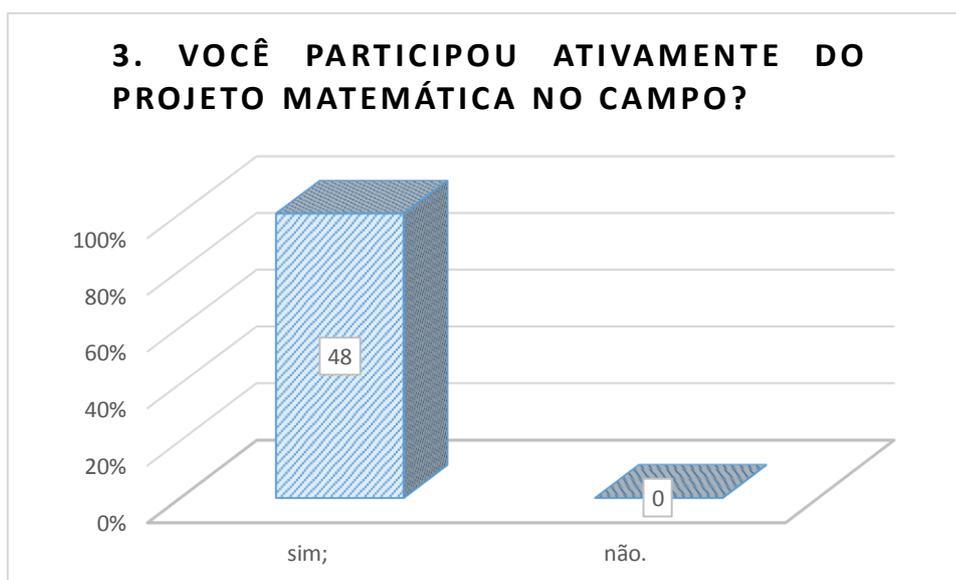
Fonte: Pesquisa direta

Gráfico 3-Análise gráfica do item 2



Fonte: Pesquisa direta

Gráfico 4-Análise gráfica do item 3

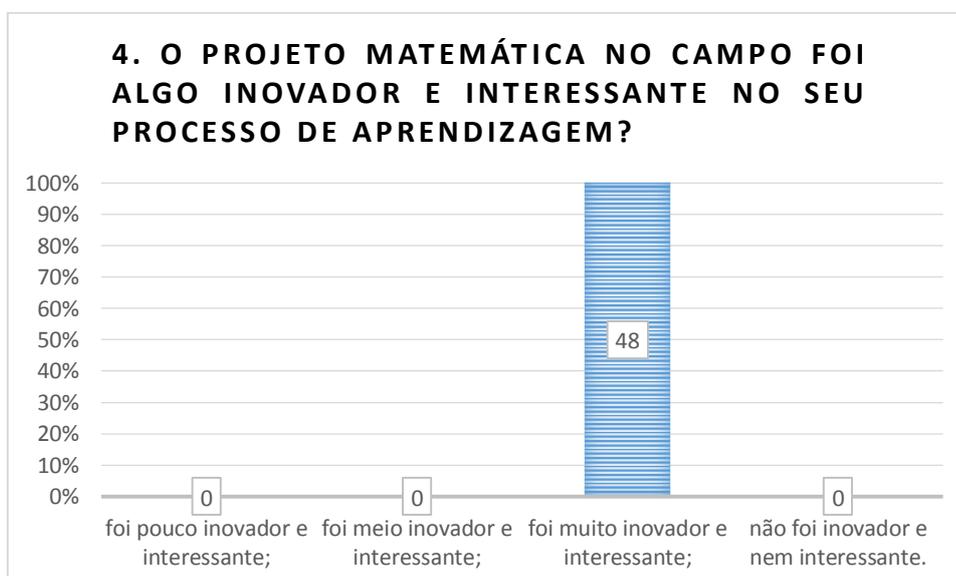


Fonte: Pesquisa direta

A leitura do questionário e as representações dos próximos quatro gráficos, ratificam o que foi embasado em relação à inovação e ao grau de interesse (100%), a eficácia da aprendizagem de conceitos trigonométricos (100%) e a viabilidade do uso das TICs no desenvolvimento e fortalecimento da aprendizagem (100%) no âmbito do projeto.

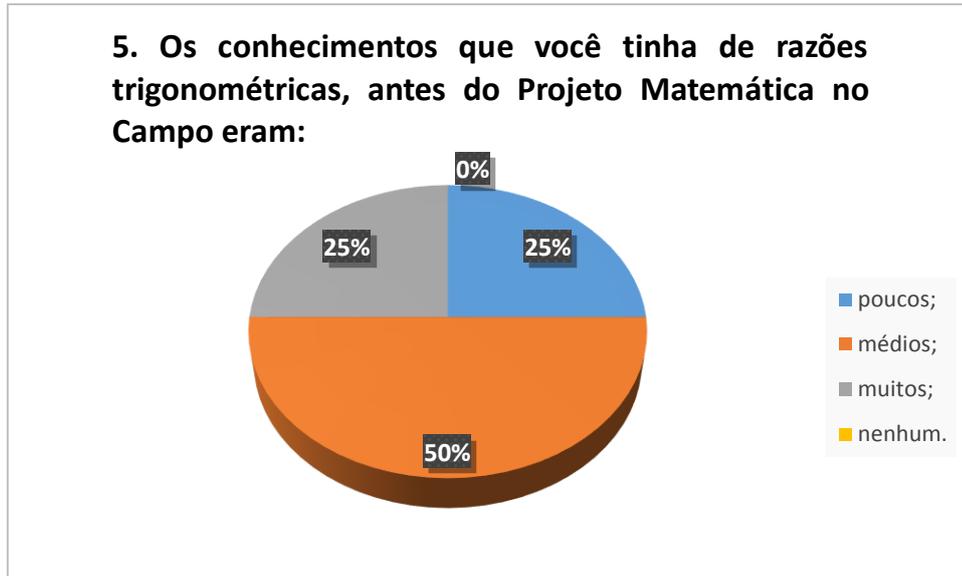
Observa-se, ainda, que o gráfico relacionado à questão quatro, vem ao encontro do que defende Zabala (1998), ao afirmar que “para estabelecer os vínculos entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios, em primeiro lugar é preciso determinar que interesses, motivações, comportamentos, habilidades, devem constituir o ponto de partida”.

Gráfico 5-Análise gráfica do item 4



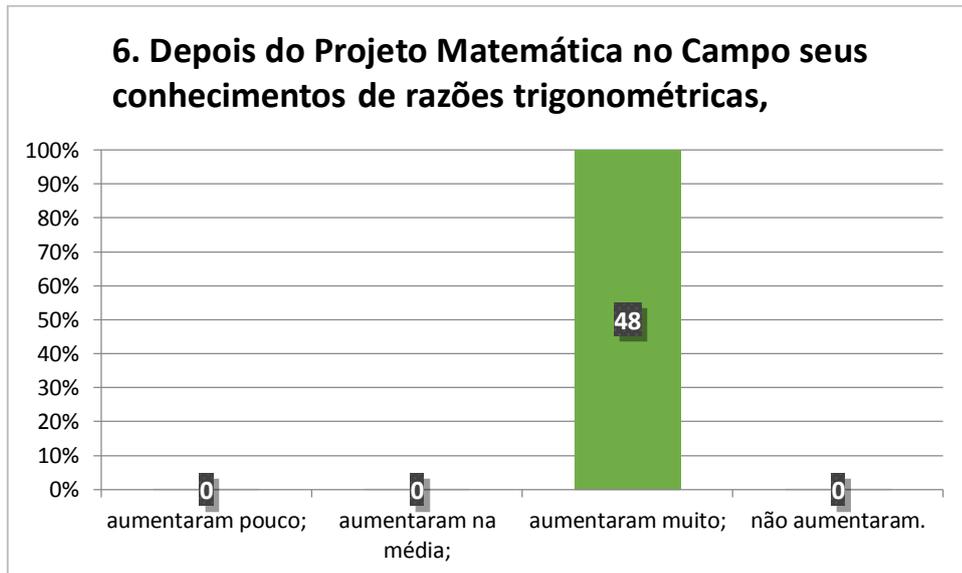
Fonte: Pesquisa direta

Gráfico 6-Análise gráfica do item 5



Fonte: Pesquisa direta

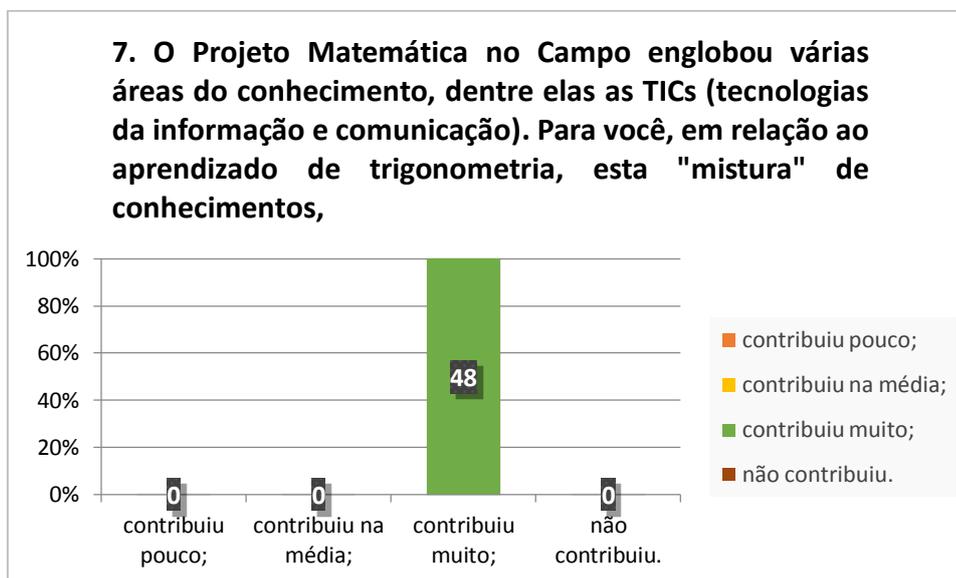
Gráfico 7-Análise gráfica do item 6



Fonte: Pesquisa direta

Já a análise do gráfico relacionado à questão sete que verifica a viabilidade das “misturas de conhecimentos”, em especial as TICs, no processo de ensino e aprendizagem, vem somar ao que afirma (GUITERT; ROMEU e PÉREZ-MATEO, 2007), “o ambiente virtual, desenvolvido a partir das tecnologias, não só facilita os processos de cooperação, mas também proporciona flexibilidade de tempo e espaço para cada indivíduo participante do processo, viabilizando uma forma de aprendizagem com maior autonomia”.

Gráfico 8-Análise gráfica do item 7



Fonte: Pesquisa direta

As análises gráficas a seguir referem-se às etapas do projeto, ou seja, ao “conjunto de procedimentos bem orientados” que se pretende estabelecer como produto final deste trabalho, para que outros professores o melhorem e o utilizem como referência para futuras investigações.

Na observação do gráfico da questão um, abaixo, 100% dos entrevistados afirmaram que começar uma aula com a história da trigonometria e abordando sua importância para a humanidade contribuiu muito como fator motivacional e isso, vai ao encontro das ideias de vários estudiosos dentre eles D’ambrosio (2006, p.29) ao afirmar que: “uma percepção da História da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. (...). Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância”.

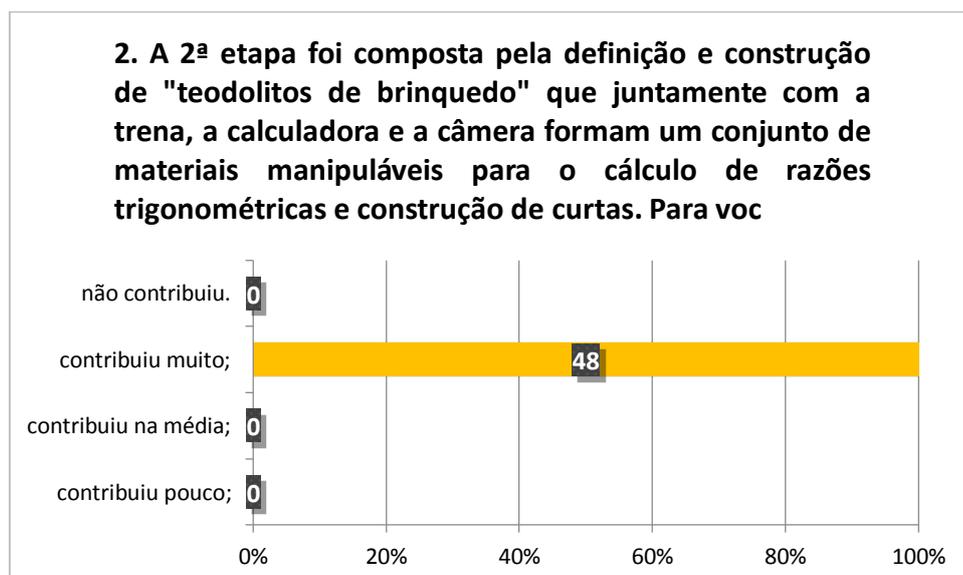
Gráfico 9-Análise gráfica da 1ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

Ao diagnosticar o gráfico dois, a seguir, 100% dos participantes afirmaram que os materiais manipuláveis contribuíram muito para o aprendizado, conforme defendido no item 3.2, em especial, por Lorenzato (2006, p.17-18) quando afirma que: “palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticas ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar...o fazer é mais forte que o ver ou ouvir...”.

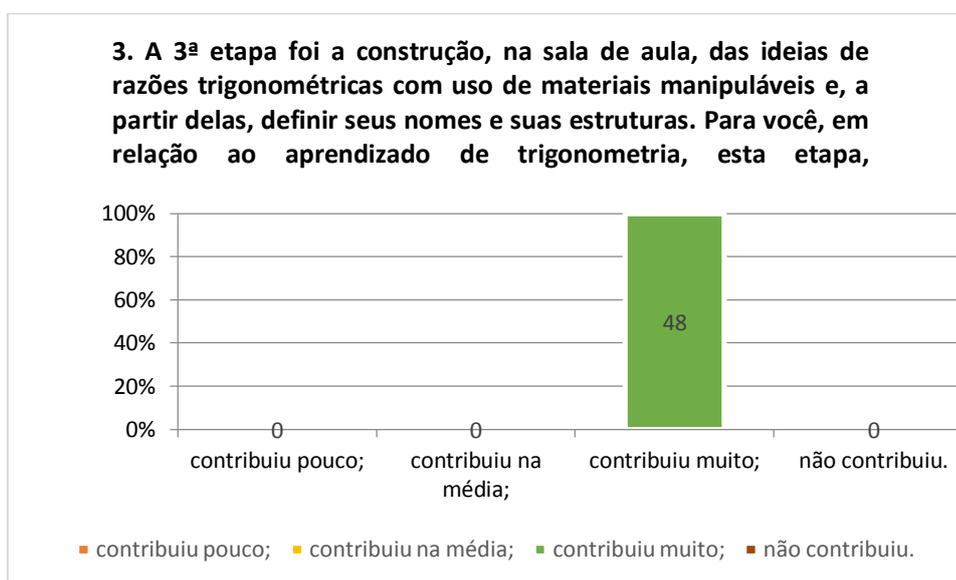
Gráfico 10-Análise gráfica da 2ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

De posse dos materiais manipuláveis, item 3.2, e já sabendo suas atribuições, aconteceu uma das fases mais importantes da pesquisa, ou seja, a construção das ideias de razões trigonométricas utilizando a Sequência Fedathi, conforme defendida no item 3.6 e descrita no item 4.3. A análise do gráfico da questão três, a seguir, mostra que 100% dos participantes da amostra, afirmam que esta etapa contribuiu bastante para o aprendizado, conforme embasado pelos autores dos itens descritos, em especial, o Grupo Fedathi composto por Sousa *et al* (2013).

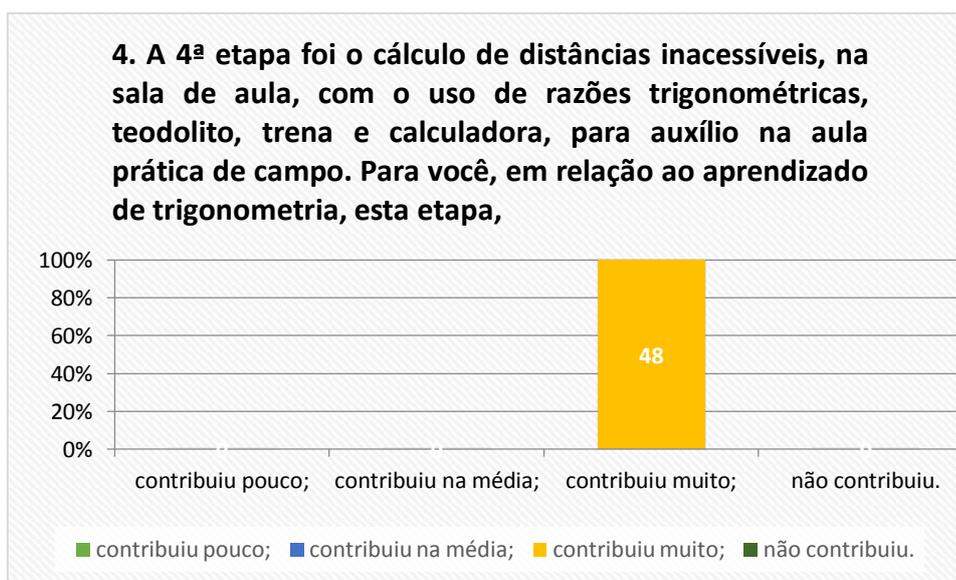
Gráfico 11-Análise gráfica da 3ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

Se depreende da análise da questão quatro, a seguir, que 100% dos alunos julgaram grande a contribuição da utilização das aulas teórico-práticas e materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem, embasados respectivamente nos itens 3.2 e 2.2. Dentre os autores citados nos embasamentos destaca-se (Cunha, 1989, p.128) ao revelar que, “Saber teorias é importante, mas é preciso saber aplicá-las a nossa realidade e ainda criar coisas novas de acordo com nossos interesses e recursos. Caso isso não aconteça, será simplesmente teoria.”

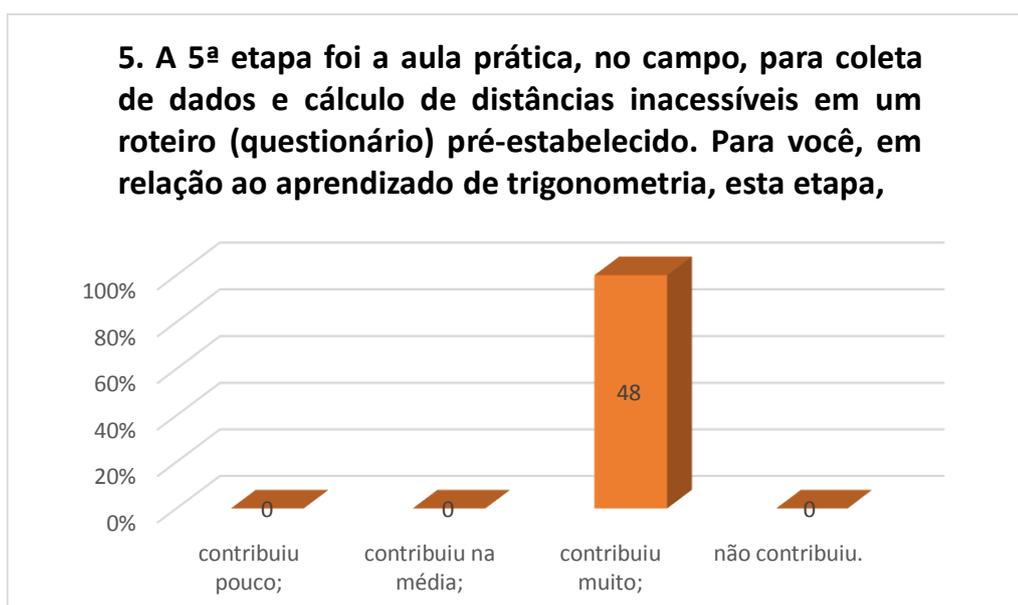
Gráfico 12-Análise gráfica da 4ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

Avaliando o gráfico da questão cinco, abaixo, percebe-se que 100% dos discentes entrevistados afirmaram que a aula prática no campo, com uso de materiais manipuláveis, contribuiu bastante no processo de ensino e aprendizagem de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo conforme embasados pelos autores citados nos itens 3.1 e 3.2, dentre eles, (Cavalcanti, 2002) ao afirmar que: “as atividades realizadas fora do ambiente escolar pode permitir ao aluno sair das limitações do livro didático para observar as paisagens e os contextos socioambientais como forma de sensibilização, contribuindo para aumentar a curiosidade e o prazer pelas descobertas de novos saberes”.

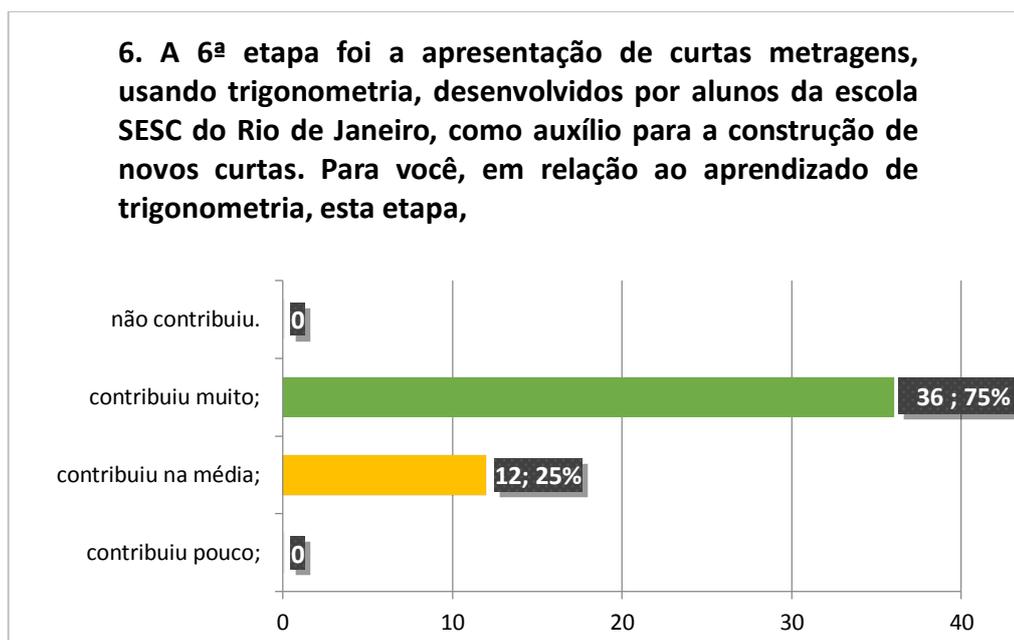
Gráfico 13-Análise gráfica da 5ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

Na observação da questão seis, a seguir, os discentes entrevistados sinalizaram com 75% de muita e 25% de média a contribuição para a aprendizagem dos conceitos trigonométricos e para a construção de novos curtas a apresentação de curtas relacionados ao conteúdo trabalhado durante as aulas. Esta constatação coaduna com o que foi embasado nos itens 3.3, 3.4 e 3.5 e é classificado por Ferrés (1996, p.20) como “programa motivador”.

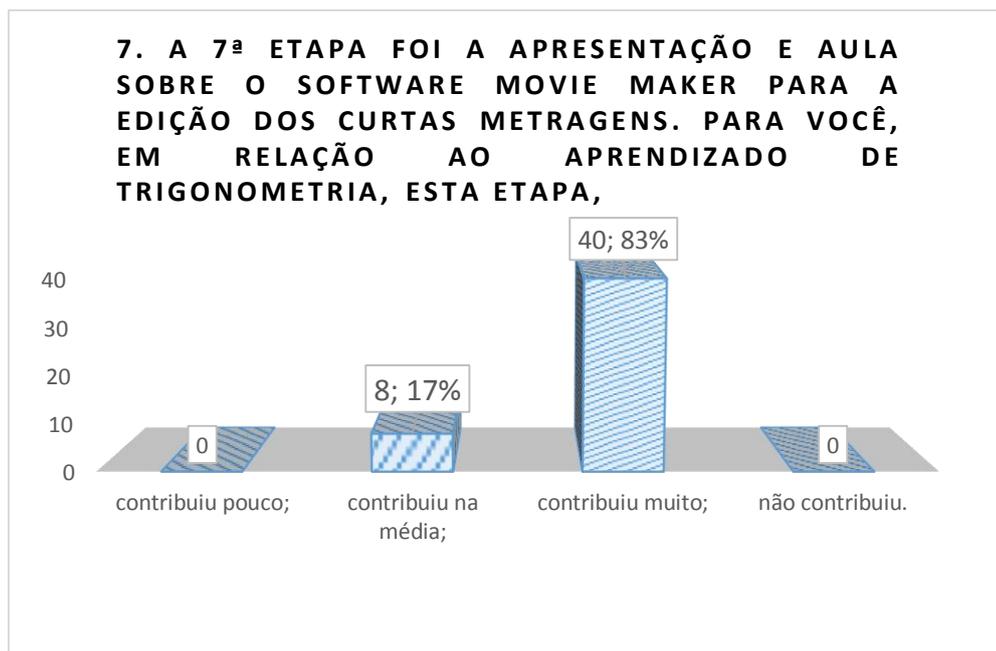
Gráfico 14-Análise gráfica da 6ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

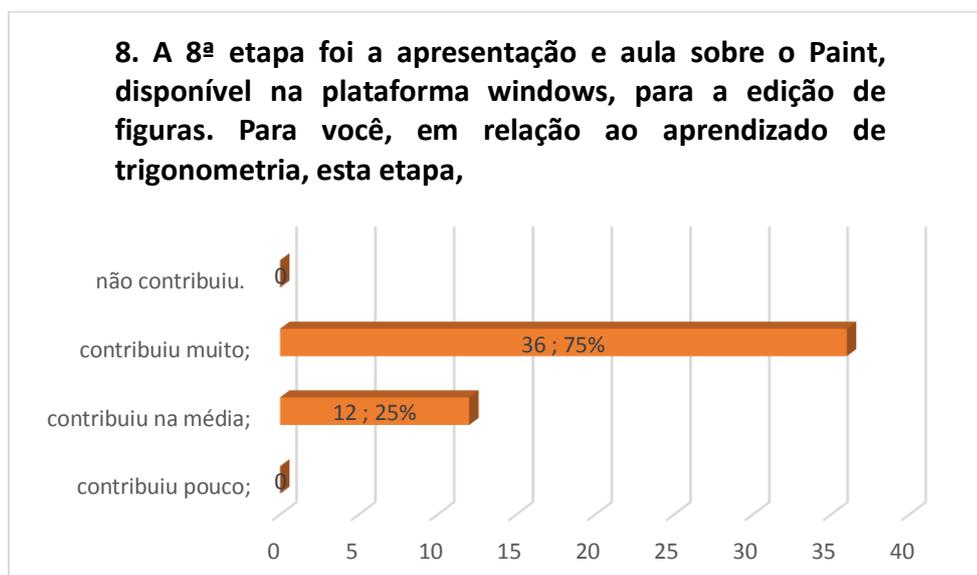
Ao analisar as questões sete e oito percebe-se que a maioria dos entrevistados, 83% e 75% respectivamente, atestaram como muito válidas a utilização de aulas sobre o software *Movie Maker* e da ferramenta *Paint* para a criação de curtas e o fortalecimento do aprendizado de conceitos trigonométricos, conforme delineado nos itens 3.3, 3.4 e 3.5 e, também, embasados por Ferrés (1996, p.20) ao chamar o encontro do vídeo com a informática de “vídeo interativo”.

Gráfico 15-Análise gráfica da 7ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

Gráfico 16-Análise gráfica da 8ª etapa

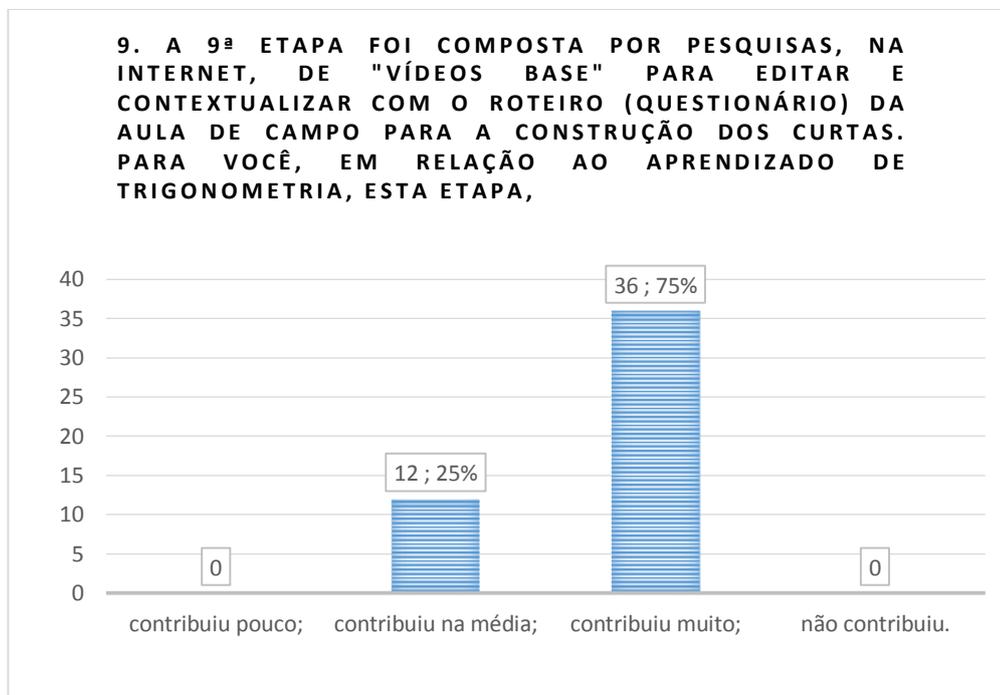


Fonte: Pesquisa direta

Para dar início à construção dos curtas faltava ainda, além das duas etapas anteriores, pesquisar na internet “vídeos base” para editar e contextualizar com o roteiro (questionário) da aula de campo. A análise da questão nove ratificou sua importância com aprovação de 75% dos entrevistados e é embasada nos itens 3.3, 3.4 e 3.5, especialmente por Ferrés (1996, p.20) quando classifica a construção de vídeos com os estudantes de “vídeo processo” e cujas funções no ensino são, também, classificados por Ferrés (1996, p.46-61) como: “vídeo arte” quando o emissor expõe a si próprio no artefato videográfico, “vídeo

pesquisa” quando é usado para trabalhos de investigação e “vídeo brinquedo” ou “lúdico” quando o interesse centra-se no prazer, no “ensinar divertindo”.

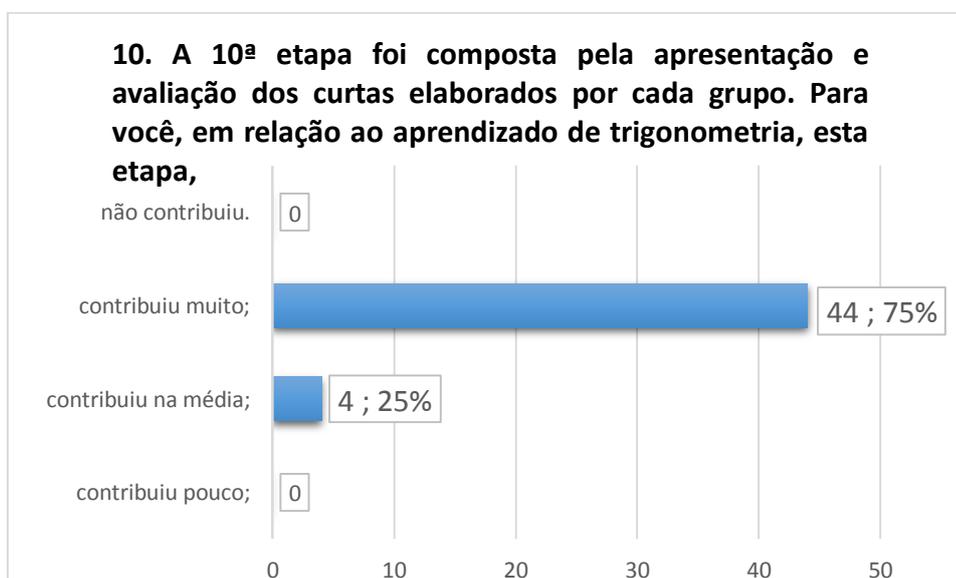
Gráfico 17-Análise gráfica da 9ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

A décima etapa, estabelecida na questão dez e aprovada por 92% dos discentes, teve a finalidade de expor e avaliar o produto proveniente do projeto e, ainda, fortalecer o aprendizado de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo de forma lúdica, conforme defendido por Ferrés (1996, p.46-61) e nos itens 3.3, 3.4 e 3.5.

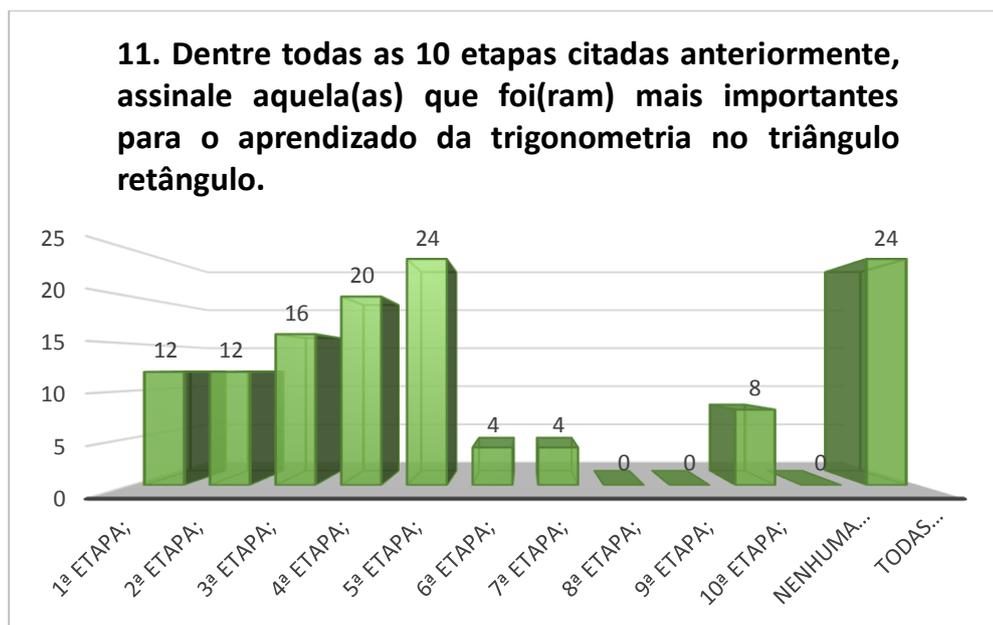
Gráfico 18-Análise gráfica da 10ª etapa



Fonte: Pesquisa direta

Da observação da questão onze depreende-se que 50%, dos 48 entrevistados, julgaram que todas as etapas contribuíram efetivamente para o aprendizado de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo e 50% consideraram a quinta etapa, ou seja, a aula prática no campo a que mais contribuiu para esse processo de ensino e aprendizagem.

Gráfico 19-Análise gráfica de todas as etapas



Fonte: Pesquisa direta

Os depoimentos expostos nas questões doze, treze e quatorze confirmam tudo que foi analisado nas questões anteriores e, conseqüentemente, mostram o sucesso da investigação.

12. Relate um acontecimento ou experiência vivida no projeto "matemática no campo" que você considerou relevante para sua aprendizagem sobre trigonometria.

A seguir serão destacados os depoimentos dos entrevistados em relação à pergunta:

Bom, através do conhecimento adquirido pelo Projeto de Matemática no Campo, nós podemos perceber que podemos medir, calcular, a largura e a altura de muitas coisas usando métodos que parecem ser simples, mas que são muito eficazes.

Não traz um resultado preciso, mas quase chega a ele. A trigonometria no papel é uma coisa, mas na prática é bem diferente, e é mediante ela que chegamos a resultados e conclusões que sem esses 'simples' métodos não teríamos resultados tão próximos da realidade.

Depois de todas as medidas, o grupo precisa decidir qual filme usará para 'dublar'. Jogar as medidas adquiridas no projeto dentro do filme escolhido. Não é algo fácil, mas a empolgação e o entusiasmo de ver tudo pronto nos faz criar expectativa sobre o projeto.

Todas foram relevantes para a aprendizagem. Algo inovador que em anos de escola nunca tínhamos feito. Dentro e fora da sala de aula podemos observar, praticar e aprender sobre as razões trigonométricas a fundo.

Foi a 5ª etapa, pois ela foi fundamental para a fixação do conteúdo exposto em sala de aula, já que através de um caso prático foi possível observar a relevância da matéria no campo científico.

Na teoria, trigonometria era algo "entediante", mas quando levamos isso para a prática, se tornou algo muito divertido e interessante de aprender.

Com a atividade de campo observamos que a matemática não é só aprendida em sala de aula, pois ao nosso redor tudo é matemática!

Todas as atividades trabalhadas foram de extrema importância, no entanto, já que o ponto focal é a trigonometria, as atividades essenciais foram as medidas de alturas e larguras com o teodolito, pois estas trouxeram um maior aprendizado sobre a trigonometria.

O que foi de fundamental importância para mim no projeto foi a parte teórica onde aprendemos a calcular, a parte onde aprendemos a medir, e a parte onde colocamos o conhecimento em prática no campo.

Informações advindas da entrevista

13. Descreva as atitudes, posturas, conceitos, conteúdos e experiências que foram mais valorizadas no desenvolvimento das atividades do projeto "matemática no campo".

A seguir serão destacados os depoimentos dos entrevistados em relação à pergunta:

O mais importante foi à parte prática do projeto, pois foi onde colocamos todo o conhecimento adquirido nas aulas em prática.

O que mais me chamou a atenção foi a postura que os alunos tiveram quando esse projeto foi apresentado. Como era algo diferente e nunca feito, todos levaram muito a sério. A atenção que todos davam na teoria era a mesma dada na prática. E todos se dedicaram de uma forma nunca vista antes.

Esse projeto, no início nos pareceu preocupante, mas depois o grupo percebeu que era algo importante para que realmente aprendemos e pudéssemos um dia usá-lo em nosso cotidiano. É simples ter noções lógicas sobre determinado assunto, mas provar a veracidade disso é uma coisa que traz mais confiança para aqueles que vão contemplar.

Na época do desenvolvimento, o professor iniciou o conteúdo com noções básicas até o ápice que foi o caso prático, além de utilizar outras ferramentas que aparentavam ser alheias a matemática, como, por exemplo, a utilização de programas de edições de imagens e vídeos, sendo de suma importância o conhecimento para o desenvolvimento de atividade do meu curso de direito, já que no primeiro período tive que utilizar tais programas.

O professor aplicou o conceito perfeitamente para que no momento que fomos à prática utilizamos o que havia aprendido na sala de aula desenvolvemos na prática.

Todos os conteúdos dados contribuíram para um melhor desempenho de todos os alunos, assim, com as aulas teóricas todos sentiram-se mais confiantes para exercer a prática.

A elaboração do projeto no campo. Algo inovador, pois sempre estamos "aprisionados" em uma sala de aula. E a aula prática de trigonometria foi mais que inovador e criativo para a nossa turma.

Informações advindas da entrevista

14. Descreva, no espaço abaixo, as contribuições ou não deste projeto para seu aprendizado, justificando sua avaliação e dando ideias para seu aprimoramento caso necessário.

A seguir serão destacados os depoimentos dos entrevistados em relação à pergunta:

Esse projeto é excelente para se absorver os conteúdos que existem dentro da trigonometria. É uma forma de melhorar o conhecimento dos alunos usando não só a teoria, mas também a prática e, é justamente essa, que faz com que se absorva os conteúdos com mais facilidade. Foi muito gratificante participar desse projeto, pois, através deste pude melhorar meus conhecimentos e conhecer/aprender novos conteúdos da trigonometria.

O projeto contribuiu para nosso aprendizado, para aperfeiçoamento de conhecimento, para aprender na prática como calcular razões trigonométricas e acima de tudo, a aplicar a matemática no nosso cotidiano. Algo para aprimorar seria o aprofundamento do conteúdo no cotidiano, e explorar conteúdos.

Pra mim esse projeto me ensinou muito no segundo grau e me ajudou muito na questão do vestibular. Infelizmente a parte mesmo de trigonometria não me ajuda muito na minha faculdade, mas devido ao meu curso ser da área da saúde. Mas na parte do software movie maker, Paint (assuntos também dados em sala de aula) me ajudam muito nos meus trabalhos acadêmicos. Creio que esse projeto tem que ser passado pra frente e ensinado em outras instituições.

Eu como uma ex aluna que já participou desse projeto, gostei muito e tenho certeza que outros alunos também irão gostar. A educação hoje precisa de aulas de campo, que faz as teorias ficarem muito mais interessantes.

Esse projeto foi de fundamental importância para o meu aprendizado, pois foi através dele que aprendi mais da trigonometria, é um método que faz com que os alunos tenha uma interação entre si, e também com que o aluno saia da sala ou seja da teoria, e vá para a prática onde realmente o aluno consegue fixar o conteúdo.

Esse projeto é de suma importância, através dele, todos aqueles alunos que levam a sério o seu terceiro ano, percebe que mais para frente esse assunto estará incluso em vestibulares, concursos (...) e em tudo que for fazer, se tiver uma ótima base como esse projeto oferece, será bem sucedido. Basta encarar não como mais um trabalho, mais dar realmente seu melhor. E terá um excelente êxito!

Foi muito gratificante o conhecimento que o professor nos ensinou na aula de campo.

O projeto foi de suma importância para o meu ensino médio, apesar da minha deficiência em matemática foi possível observar o quanto é importante uma aula prática para fixação de conteúdos que eram dotados de tabus, como: "qual é a função da matemática?"; "nunca vou utilizar tal cálculo na minha vida?"

Informações advindas da entrevista

Ao final de todas estas etapas, no âmbito desta pesquisa norteadas pelas aulas teórico-práticas, no campo, com uso de material manipulável e audiovisual assegurou-se o fortalecimento e o crescimento do ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo, uma vez que os fatores nelas inseridos contribuíram para o desenvolvimento de novas competências e habilidades que, conforme argumentado nesta pesquisa, moldaram os pensamentos e as maneiras de enxergar e se expressar dentro de um contexto significativo e inovador. Espera-se que todas estas etapas, utilizadas, alinhadas e adaptadas de forma adequada, funcionem como um “conjunto de ideias bem direcionadas” que ajudem outros professores a superarem as dificuldades encontradas no ensino de trigonometria e em outras áreas do conhecimento.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que este estudo possa ser uma contribuição, relevante, para motivar e nortear discussões e reflexões, junto a professores de Matemática, acerca do processo de ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo, na direção de aperfeiçoar o grau de conhecimentos dos discentes, através de uma “combinação de conhecimentos e etapas bem direcionadas”, sendo o professor um mediador e estabelecedor de uma interação multilateral e o aluno um investigador e construtor de seu próprio conhecimento.

As análises dos resultados do questionário investigativo deste trabalho, estabelecida a partir de uma amostra voluntária entre seus partícipes, demonstrou que a utilização do “conjunto de procedimentos bem direcionados”, embasados no âmbito desta pesquisa, contribuíram para a geração de competências e habilidades que aperfeiçoaram o ensino e a aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo de forma significativa e, portanto, podem ser usados como um modelo para outros professores.

Pode-se afirmar com os embasamentos teórico-metodológicos e as análises do questionário investigativo, efetuados no âmbito desta pesquisa, que ficou claro a importância para a formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo, o planejamento e a execução das aulas teórico-práticas, com o uso de matérias manipuláveis e audiovisuais, fora do ambiente escolar.

Não se espera que o “conjunto de ideias e procedimentos bem orientados” apresentados como produto desta pesquisa, funcione como uma “receita pronta” que resolverá todos os problemas de ensino e aprendizagem de trigonometria no triângulo retângulo, mas que seja mais um instrumento norteador para almejar os conhecimentos desejados e que possam ser aperfeiçoados por outros professores de Matemática e áreas afins.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998. 148 p.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: 2008.135p. (orientações curriculares para o Ensino Médio; volume 2).

BELLONI, Maria Luiza. Educação à Distância. Campinas/SP. Autores Associados, 1999.

BORBA, M. C., VILLARREAL, M. E. Humans-with-media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation, New York: Springer, 2005.

BORDANAVE, I. Estratégias de aprendizagem. São Paulo: Vozes, 1983.

BORGES NETO, H. Uma classificação sobre a utilização do computador pela escola. In: Revista Educação em debate. FAGED-UFC. Fortaleza, Ano 21, nº 37, 1999.

BOYER, C.B, MERZBACH, U.C. História da Matemática. São Paulo: Blucher, 2012.

CANDAU, Vera Maria. Rumo a uma Nova Didática. Editoras Vozes. Petrópolis - RJ, 1988.

CUNHA, Maria Isabel da. O bom professor e sua prática. Campinas: Papirus, 1989.

CASTRO, A. D. de.; CARVALHO, A. M. P. de. Ensinar a Ensinar: Didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Lummi Produção visual e Assessória Ltda., 2001.

COMPIANI, Maurício. A relevância das atividades de campo no ensino de geologia na formação de professores de ciências. Cadernos do IG/UNICAMP, Campinas, v.1, p.2-25, 991.

CASTROGIOVANNI, Antonio Carlos. Geografia em sala de aula: práticas e reflexões. 4 ed. Porto Alegre: Editora UFRGS, 2003. 199 p.

CAVALCANTI, Lana de Souza. Geografia e práticas de ensino. Goiânia: Editora Alternativa 2002. 127 p.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. Metodologia do ensino de matemática. São Paulo: Cortez, 1991.

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação matemática: Da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996.

D' AMBRÓSIO, U. Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade, 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D'Ambrósio, U. (2006). 13ª ed. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), Campinas: Papirus 2006.

FERRÉS, Joan. Vídeo e educação. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1996.

FERREIRA, Oscar M. de C. & JUNIOR, Plínio D. Silva. Recursos Audiovisuais para o Ensino. Cinema educativo.pág 87 a 93. São Paulo,. Ed, E.P.U.(Editora Pedagógica e Universitária Ltda).1975.

Guitert, M., Romeu, T., & Pérez-Mateo, M. (2007). Competencias TIC y trabajo en equipo en entornos virtuales. Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento, 4 (1): 1-12.

HALL, Stuart, A identidade cultural na pós-modernidade. Rio de Janeiro: DP&A editora, 3ª ed. , 1999.

KOTHE, Lecy Nedy. Conhecimento popular: base do conhecimento formal/acadêmico. SBEM-RS, novembro, 2000.

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática – Campinas, SP: Autores Associados, 2006 (Coleção Formação de Professores).

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Ensino: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 2001.

MARTIRANI, Laura Alves. O vídeo e a Pedagogia da Comunicação no Ensino Universitário. In: PENTEADO, Heloísa Dupas. Pedagogia da Comunicação: teorias e práticas. São Paulo: Editora Cortez. 2001. P. 151-195.

MAEDA, S. N. S. As contribuições do vídeo para o ensino de matemática. 2009. 150p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, UNIC SUL, São Paulo (SP).

MORAN, José Manuel. Como Ver Televisão; leitura e crítica dos meios de comunicação. São Paulo/ SP. Edição Paulinas, 1991.

MORAN, J. M. O Vídeo na Sala de Aula. Comunicação e Educação, (2), p. 27-35. São Paulo: 1995.

MORAN, José Manuel. Ensino e Aprendizagem Inovadores com Tecnologias Audiovisuais e Telemáticas. Campinas/SP. Papirus, 2000.

MATHEMATICAL SCIENCES EDUCATION BOARD, NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education. Washington, D. C.: National Academy Press, 1989. 129p.

MATOS, J. M. e SERRAZINA, M. de L. Didáctica da Matemática. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS.An Agenda for Action Reston: NCTM, 2000. 29p.

NACARATO, Adair Mendes. Eu Trabalho Primeiro no Concreto. Educação Matemática em Revista-RS, v.9, n. 9/10, p.2004-2005.

NASSERALA, A.M., Descrição e elaboração de situações didáticas com amparo na Sequência Fedathi: O caso da integral imprópria. Fortaleza, 2014.

PONTE, João Pedro, BROCARDO, Joana, OLIVEIRA, Hélia. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica. 1994.

PIMENTA, S. G. O Estágio na formação de professores: unidade teoria e prática? 5ª ed. São Paulo: 2002.

PILETTI, C. & PILETTI N. História da educação. 7. ed. São Paulo: Ática, 1997. 240p.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. Brasília: 1997.

PCN's. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Brasília – DF, 1998.

PESTALOZZI, Johann Heinrich. "Como Gertrudes ensina suas crianças" (Wie Gertrude Ihre Kinder Lehrt). Suíça, 1801.

ROMERO, Claudia Severino. Recursos Tecnológicos nas Instituições de Ensino: planejar aulas de matemática utilizando Softwares Educacionais. UNIMESP – Centro Universitário Metropolitano de São Paulo. Novembro/2006. Disponível em: <http://www.fig.br/fignovo/graduacao.html>. acesso em : 22 de jul de 2010.

ROONEY, Anne. A história da Matemática – Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil Editora Ltda, 2012.

ROCATO, Paulo Sergio. As concepções dos professores sobre o uso de vídeos como potencializador do processo de ensino e aprendizagem. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo. 2009. 176 f.

REYS, R. Considerations for teaching using manipulative materials. Arithmetic Teacher, 1971.

REGO, Teresa Cristina. Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995. 138 p.

SANT'ANNA, F. M.; ENRICONE, D.; ANDRÉ, L.; TURRA, C. M. Planejamento de ensino e avaliação. 11. ed. Porto Alegre: Sagra / DC Luzzatto, 2000.

SILVA, A. M. O vídeo como recurso didático no ensino de matemática. 2011. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Goiânia. UFG.

SOUZA, F.E., VASCONCELOS, F.H., BORGES NETO, H., LIMA, I.P., SANTOS, M.J, ANDRADE, V.S., Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Matemática e Ciências. Fortaleza, 2013. 184 p.

THARP, R. & GALLIMORE, R. Uma Teoria Unificada da Educação. in: MOLL, Luís C. Vygotsky e a Educação. Porto Alegre/ RS. Artes Médicas, 1988.

VAN DE WALLE, J. A. Elementary and Middle School Mathematics. New York: Longman, 2001. 478p.

ZABALA, A. Revista Pátio. Ano VI nº 22 julho/agosto, 1998.

VYGOTSKY, L.S. Uma Teoria Unificada da Educação. in: MOLL, Luis. C. Vygotsky e a Educação. Porto Alegre/ RS. Artes Médicas, 1956.

8. ANEXOS:

PRÉ-TESTE UTILIZADO NA SEQUÊNCIA FEDATHI

1. O que é maior: sua idade ou o tamanho do seu pé?

- a) minha idade é maior;
- b) meu pé é maior;
- c) ambos são iguais;
- d) não posso comparar duas grandezas incompatíveis.

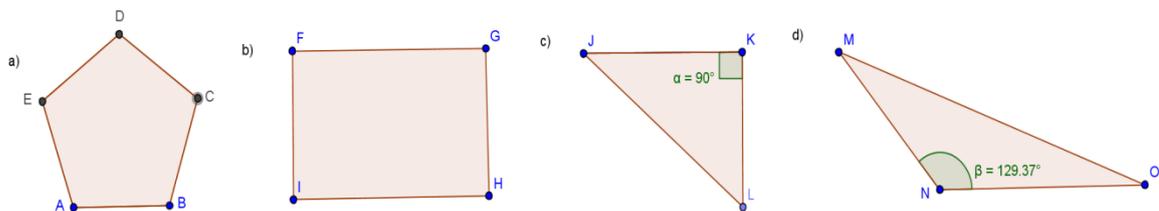
2. O que é medir?

- a) é verificar o tamanho de um objeto;
- b) é limitar uma distância;
- c) é comparar quantidades de grandezas diferentes;
- d) é a atribuição de um valor numérico, de quantidade particular, ao objeto ou evento medido.

3. Sabendo-se que Gabriel tem 183 cm, e que Lucas tem 1,78 m, a diferença entre suas alturas é:

- a) 10 cm
- b) 5 cm
- c) 8 cm
- d) 0,5 cm

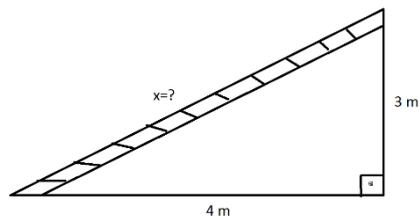
4. Quais dos polígonos abaixo representa um triângulo retângulo?



5. Um produto alimentício pesa 3 kg e custa R\$ 6,00. A razão entre o peso e o valor desse produto é:

- a) 0,3 kg/R\$
- b) 0,25 kg/R\$
- c) 0,5 kg/R\$
- d) 0,8 kg/R\$

6. A figura, abaixo, mostra uma escada encostada em um muro de 3 m até atingir seu topo, e a distância entre a base da escada e o muro é de 4 m.



O comprimento da escada é:

- a) 4 m b) 5 m c) 4,5 m d) 6 m

7. João e Maria foram à feira comprar 2 kg de manga e 3 pacotes de alface respectivamente. Sabendo-se que o quilo da manga custa R\$ 3,25 e o pacote de alface custa R\$ 2,40. O valor total das compras foi:

- a) R\$ 9,45 b) R\$ 13,70 c) R\$ 11,80 d) R\$ 12,90

QUESTIONÁRIO UTILIZADO NA AULA DE CAMPO

PROJETO MATEMÁTICA NO CAMPO

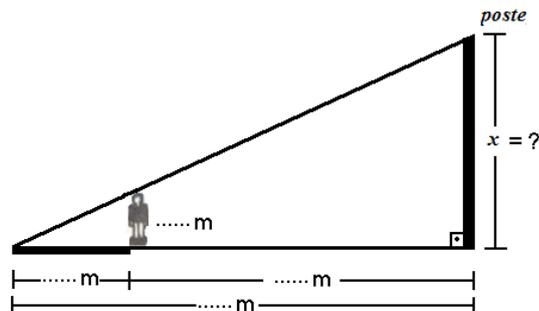
TRIGONOMETRIA APLICADA

QUESTIONÁRIO

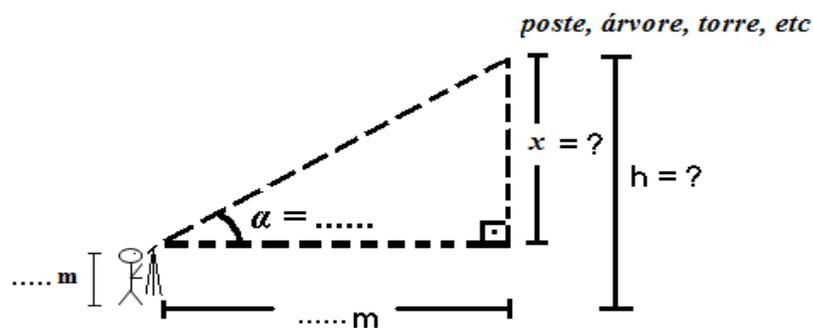
CÁLCULO DE GRANDES ALTURAS E LARGURAS

1) Uma pessoa se encontra a m da base de um poste, conforme mostra a figura abaixo. Essa pessoa tem m de altura e projeta uma sombra de m de comprimento no solo. Determine:

- a) A altura do poste usando semelhança de triângulos (SOMBRA);
(Sugestão: Use a proporção $H / h = S / s$)



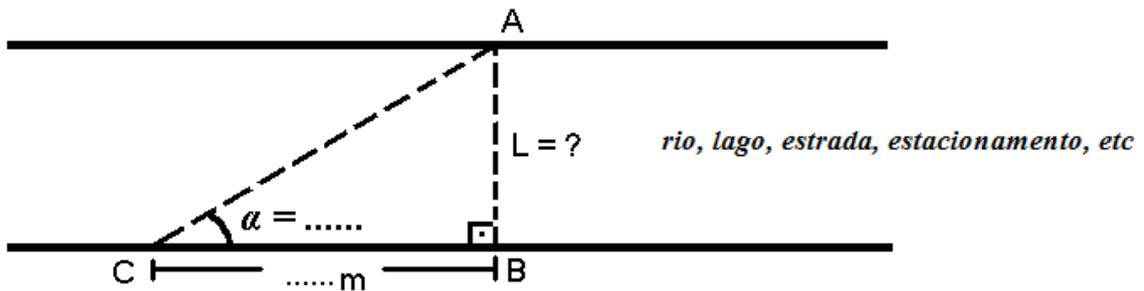
- b) A altura, do mesmo poste, usando razões trigonométricas (TEODOLITO);



- c) A diferença entre os resultados encontrados nos métodos acima, caso exista, e verifique qual deles se aproxima mais da medida real.

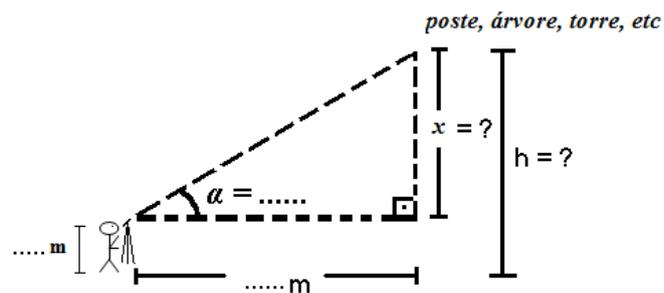
(Sugestão: Use, se possível, uma Trena para medir a real altura do objeto de visão)

2) Uma pessoa está na(o) margem (lado) de um(a) (rio, lago, estrada, estacionamento, etc), onde existem duas (árvores, pedras, bastões etc) B e C. Na outra margem (lado), em frente a B, existe outra (árvore, pedra, bastão etc) A, vista(o) de C segundo um ângulo de $\alpha = \dots\dots\dots^\circ$ (use o Teodolito), com relação a B. Se a distância de B a C é m (medir com a Trena), qual é a largura do(a) (rio, lago, estrada, estacionamento, etc)?



3) **Procedimentos:**

- Afaste-se de um(a) (poste, árvore, torre, etc) e meça, com uma Trena, sua distância até ele(a) e anote.
- Com um Teodolito, anote a medida do ângulo observado.
- Procure, na Tabela de Razões Trigonométricas ou na calculadora, o seno, o cosseno ou a tangente do seu ângulo de visão.
- Acrescente a altura do observador (do chão até seus olhos) à altura vista por ele.
- Realize os cálculos e determine a altura procurada.



Obs.: Os cálculos deverão ser efetuados nas folhas anexas as perguntas e apresentados, no data - show através de pequenos vídeos, nas datas estabelecidas.

Ótimo Trabalho!!!

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO DO PROJETO MATEMÁTICA NO CAMPO

CLÁUSULA (A) - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1 - Identificação do responsável pela execução da pesquisa:

Título do Projeto: A influência das aulas teórico-práticas, desenvolvidas fora do ambiente escolar, como estratégia para formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo.

Coordenador do Projeto: MUSTAFA GONÇALVES SAHID;

Orientador: PROF. DR. JOSÉ RONALDO MELO

Nome do aluno executor da pesquisa: MUSTAFA GONÇALVES SAHID

E-mail de contato do Coordenador do Projeto: mgsahid@gmail.com

2 - Informações ao participante da pesquisa ou ao seu responsável:

a. Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa que tem como objetivo analisar todos os aspectos do PROJETO MATEMÁTICA NO CAMPO, ocorrido no período de 2010 a 2013, para ser utilizado como relato de experiência em defesa de minha dissertação cujo tema é “A influência das aulas teórico-práticas, desenvolvidas fora do ambiente escolar, como estratégia para formação de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo”.

b. Mas antes, leia atentamente as explicações abaixo que informam sobre a o questionário a ser aplicado.

c. Você poderá recusar a participar da pesquisa e abandoná-la em qualquer momento, sem nenhuma penalização ou prejuízo. Durante o questionário, você poderá se recusar a responder a qualquer pergunta que por ventura lhe cause algum constrangimento.

d. A sua participação, como voluntário, não auferirá nenhum privilégio, seja ele de caráter financeiro ou de qualquer natureza, podendo se retirar do projeto em qualquer momento sem prejuízo.

e. Não há qualquer risco decorrente de sua participação. Serão garantidos o sigilo e a privacidade, sendo-lhe reservado o direito de omissão de sua identificação ou de dados que entenda possa comprometer-lo.

f. Na apresentação dos resultados não serão citados nomes dos participantes. Tais informações não serão objeto de coleta no questionário.

Confirmando ter conhecimento do conteúdo deste termo. A minha opção pelo "sim" logo abaixo indica que concordo em participar desta pesquisa e por isso dou meu consentimento.

CLÁUSULA (B) – QUESTIONÁRIO ON LINE UTILIZADO

I - SOBRE O ALUNO E O PROJETO

1. Você concorda em participar da pesquisa?

- Sim
- Não

2. Você foi aluno do Colégio Estadual Barão do Rio Branco (CEBRB) em que ano?

- em 2010;
- em 2011;
- em 2012;
- em 2013.

3. Você participou ativamente do Projeto Matemática no Campo?

- sim;
- não.

4. O Projeto Matemática no Campo foi algo inovador e interessante no seu processo de aprendizagem?

- foi pouco inovador e interessante;
- foi meio inovador e interessante;
- foi muito inovador e interessante;
- não foi inovador e nem interessante.

5. Os conhecimentos que você tinha de razões trigonométricas, antes do Projeto Matemática no Campo eram:

- poucos;
- médios;
- muitos;
- nenhum.

6. Depois do Projeto Matemática no Campo seus conhecimentos de razões trigonométricas,

- aumentaram pouco;
- aumentaram na média;
- aumentaram muito;
- não aumentaram.

7. O Projeto Matemática no Campo englobou várias áreas do conhecimento, dentre elas as TICs (tecnologias da informação e comunicação). Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta "mistura" de conhecimentos,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

II - ETAPAS DO PROJETO

O Projeto Matemática no Campo foi composto por uma série de etapas para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem de trigonometria. Responda cada uma delas de acordo com o enunciado.

1. A 1ª etapa foi uma aula sobre a história da trigonometria, definição e sua importância para a humanidade. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

2. A 2ª etapa foi composta pela definição e construção de "teodolitos de brinquedo" que juntamente com a trena, a calculadora e a câmera formam um conjunto de materiais manipuláveis para o cálculo de razões trigonométricas e construção de curvas. Para você esses materiais,

- contribuíram pouco;
- contribuíram na média;
- contribuíram muito;
- não contribuíram.

3. A 3ª etapa foi a construção, na sala de aula, das ideias de razões trigonométricas com uso de materiais manipuláveis e, a partir delas, definir seus nomes. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

4. A 4ª etapa foi o cálculo de distâncias inacessíveis, na sala de aula, com o uso de razões trigonométricas, teodolito, trena e calculadora, para auxílio na aula prática de campo. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

5. A 5ª etapa foi a aula prática, no campo, para coleta de dados e cálculo de distâncias inacessíveis em um roteiro (questionário) pré-estabelecido. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

6. A 6ª etapa foi a apresentação de curtas metragens, usando trigonometria, desenvolvidos por alunos da escola SESC do Rio de Janeiro, como auxílio para a construção de novas curtas. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

7. A 7ª etapa foi a apresentação e aula sobre o software Movie Maker para a edição dos curtas metragens. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

8. A 8ª etapa foi a apresentação e aula sobre o Paint, disponível na plataforma windows, para a edição de figuras. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu .

9. A 9ª etapa foi composta por pesquisas, na internet, de "vídeos base" para editar e contextualizar com o roteiro (questionário) da aula de campo. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

10. A 10ª etapa foi composta pela apresentação e avaliação dos curtas elaborados por cada grupo. Para você, em relação ao aprendizado de trigonometria, esta etapa,

- contribuiu pouco;
- contribuiu na média;
- contribuiu muito;
- não contribuiu.

11. Dentre todas as 10 etapas citadas anteriormente, assinale aquela(as) que foi(ram) mais importantes para o aprendizado da trigonometria no triângulo retângulo.

- 1ª etapa;
- 2ª etapa;
- 3ª etapa;
- 4ª etapa;
- 5ª etapa;
- 6ª etapa;
- 7ª etapa;
- 8ª etapa;
- 9ª etapa;
- 10ª etapa;
- nenhuma contribuiu efetivamente;
- todas contribuíram efetivamente.

12. Relate um acontecimento ou experiência vivida no projeto "matemática no campo" que você considerou relevante para sua aprendizagem sobre trigonometria.

(Dentre as atividades trabalhadas no projeto tais como: as medidas de alturas e larguras com o teodolito, a construção dos curtos, aulas para edição de vídeos etc, qual(is) foi(ram) relevante(s) para seu aprendizado em trigonometria. Justifique!)

13. Descreva as atitudes, posturas, conceitos, conteúdos e experiências que foram mais valorizadas no desenvolvimento das atividades do projeto "matemática no campo".

(Quais experiências, conteúdos, atitudes etc foi(ram) mais importante(s) no desenvolvimento das atividades do projeto.)

14. Descreva, no espaço abaixo, as contribuições ou não deste projeto para seu aprendizado, justificando sua avaliação e dando ideias para seu aprimoramento caso necessário.

FERRAMENTAS DO SOFTWARE PAINT USADAS NA EDIÇÃO DE IMAGENS

Ferramenta	Botão esquerdo	Botão direito	Tecla Shift	Tecla Control
Selecionar forma livre	O contorno da área a ser selecionada é desenhado com o mouse enquanto se pressiona o botão.	O contorno da área a ser selecionada é desenhado com o mouse enquanto se pressiona o botão.	Ao mover a seleção, arrasta pela tela (selecione fundo opaco ou transparente na área abaixo das ferramentas)	Copia a seleção ao invés de mover (selecione fundo opaco ou transparente na área abaixo das ferramentas)
Selecionar retângulo	Apaga uma área substituindo qualquer cor pela cor de fundo que estiver selecionada na paleta de cores	Apaga apenas as regiões da figura que tem a cor de frente que estiver selecionada na paleta de cores	(sem efeito)	[Control] + [+] aumenta o tamanho da borracha e [Control] + [-] diminui
Apagador/Apagador de cor (borracha)	Apaga uma área substituindo qualquer cor pela cor de fundo que estiver selecionada na paleta de cores	Apaga apenas as regiões da figura que tem a cor de frente que estiver selecionada na paleta de cores	(sem efeito)	[Control] + [+] aumenta o tamanho da borracha e [Control] + [-] diminui
Preencher com cor (balde de tinta)	Preenche uma área com a cor de frente selecionada na paleta de cores	Preenche uma área com a cor de fundo selecionada na paleta de cores	(sem efeito)	Preenche uma área com a terceira cor selecionada na paleta de cores
Selecionar cor (conta-gotas)	Escolhe uma cor do desenho para ser a cor de frente	Escolhe uma cor do desenho para ser a cor de fundo	(sem efeito)	Escolhe uma cor do desenho para ser a terceira cor da paleta
Lente de aumento	Aumenta a escala	Aumenta a escala	(sem efeito)	(sem efeito)

(lupa)	da figura	da figura		
Lápis	Faz um rabisco fino com a cor de frente Faz um rabisco fino com a cor de fundo	Faz um rabisco fino com a cor de fundo	Desenha o risco na vertical, horizontal ou em 45°.	(sem efeito)
Pincel	Faz um rabisco com espessura e formato definidos no quadro abaixo às ferramentas, usando a cor de frente	3 colheres de sopa de fermento	(sem efeito)	Faz um rabisco com espessura e formato definidos no quadro abaixo às ferramentas, usando a terceira cor. [Control] + [+] aumenta o tamanho do pincel e [Control] + [-] diminui
Spray (lata de spray)	Colore em um formado pontilhado com a cor de frente	Colore em um formado pontilhado com a cor de fundo	(sem efeito)	[Control] + [+] aumenta o tamanho do spray e [Control] + [-] diminui
Texto (A)	Insero texto na figura (selecione fundo opaco ou transparente na área abaixo das ferramentas).	Insero texto na figura (selecione fundo opaco ou transparente na área abaixo das ferramentas).	(sem efeito)	(sem efeito)
Linha	Faz uma linha reta com a cor de frente.	Faz uma linha reta com a cor de fundo.	Faz uma linha reta na vertical, horizontal ou em 45°.	Faz uma linha reta com a terceira cor. [Control] + [+] aumenta a espessura da linha e [Control] + [-] diminui
Curva	Faz uma curva semelhante à	Faz uma curva semelhante à	Inicia o traçado da curva com	Faz uma curva semelhante à <u>Curva de Bézier</u>

	<u>Curva de Bézier</u> com a cor de frente.	<u>Curva de Bézier</u> com a cor de fundo.	uma linha reta na vertical, horizontal ou em 45°.	com a terceira cor. [Control] + [+] aumenta a espessura da linha e [Control] + [-] diminui
Retângulo	Desenha um retângulo usando (1) a cor de frente como contorno, sem preenchimento; (2) a cor de frente como contorno e a de fundo como preenchimento ou (3) a cor de frente como preenchimento, sem contorno (dependendo da seleção feita na área abaixo das ferramentas).	Desenha um retângulo usando (1) a cor de fundo como contorno, sem preenchimento; (2) a cor de fundo como contorno e a de frente como preenchimento ou (3) a cor de fundo como preenchimento, sem contorno (dependendo da seleção feita na área abaixo das ferramentas).	Desenha quadrados	Usa a terceira cor no lugar da cor de frente ou de fundo (dependendo do botão do mouse) [Control] + [+] aumenta a espessura da linha e [Control] + [-] diminui
Polígono	Faz um polígono (uso análogo ao retângulo)	Faz um polígono (uso análogo ao retângulo)	Desenha os lados do polígono somente na vertical, horizontal ou 45°.	Faz um polígono (uso análogo ao retângulo). [Control] + [+] aumenta a espessura da linha e [Control] + [-] diminui
Elipse	Desenha uma elipse (uso análogo ao retângulo).	Desenha uma elipse (uso análogo ao retângulo).	Desenha círculos	Desenha uma elipse (uso análogo ao retângulo). [Control] + [+] aumenta a es-

				pessura da linha e [Control] + [-] diminui
Retângulo arredondado	Desenha um retângulo de cantos curvados (uso análogo ao retângulo).	Desenha um retângulo de cantos curvados (uso análogo ao retângulo).	Desenha um quadrado de cantos curvados.	Desenha um retângulo de cantos curvados (uso análogo ao retângulo).

Paleta de cores

Clicar com o botão esquerdo - escolhe a cor de frente. Clicar com o botão direito - escolhe a cor de fundo. Clicar segurando [Control] - escolhe a terceira cor. Duplo clique - permite editar a cor, escolhendo entre as cores padrão do Windows ou pelo código RGB.