UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus São José do Rio Preto

João Francisco Medina Araujo

Uma complementação para o ensino do conceito de função, funções afins e funções quadráticas para o currículo da rede pública estadual de São Paulo

São José do Rio Preto
2015

João Francisco Medina Araujo

Uma complementação para o ensino do conceito de função, funções afins e funções quadráticas para o currículo da rede pública estadual de São Paulo

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Orientadora: Profa. Dra. Roseli Arbach Fernandes de Oliveira

São José do Rio Preto
2015

Araujo, João Francisco Medina.

Uma complementação para o ensino do conceito de função, funções afins e funções quadráticas para o currículo da rede pública estadual de São Paulo / João Francisco Medina Araujo. - São José do Rio Preto, 2015
66 f. : 37 il. ; 19 tabs.

Orientador: Roseli Arbach Fernandes de Oliveira
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Funções. 2. Afim. 3. Quadrática. 4. Geogebra. I. Arbach, Roseli. II. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. III. Título.

CDU - 517.5(07)

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

João Francisco Medina Araujo

Uma complementação para o ensino do conceito de função, funções afins e funções quadráticas para o currículo da rede pública estadual de São Paulo

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Roseli Arbach Fernandes de Oliveira
UNESP – Campus de Ilha Solteira
Orientadora

Prof. Dr. Régis Leandro Braguin Stábile
IFSP – Campus de Birigui

Profa. Dra. Gláucia Amorim Faria
UNESP – Campus de Ilha Solteira

São José do Rio Preto
16 de fevereiro de 2015

Dedico a todos educadores que, mesmo diante de qualquer cenário, sempre acreditam que podem formar cidadãos melhores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e por todas as pessoas que me apoiaram nessa árdua jornada. Agradeço também...

À minha mãe Elídia, por ter me ensinado bons valores e por fazer com que eu nunca deixasse de sonhar;
Ao meu pai Denivaldo, que, mesmo sem muito estudo, sempre me mostrou a importância do conhecimento;
Ao meu irmão Deni Carlos, pela parceria e por ser um exemplo de pessoa solidária;
À minha esposa Lucimara, pelo companheirismo, pela dedicação que tem a nós e por estar sempre forte em meus momentos de fraqueza;
A todos os meus amigos, que sempre me incentivaram a ser melhor como pessoa e como profissional;
Ao meu amigo Tiago, pela lealdade, presteza e pelo exemplo de perseverança;
À minha orientadora professora Dra. Roseli, pela paciência e compreensão nesta orientação.

RESUMO

Com o intuito de levar para todas as escolas públicas estaduais de São Paulo uma sequência comum nos conteúdos que constam no currículo de ensino de todas as disciplinas, a Secretaria de Educação do Estado criou um material didático de apoio como referencial para organizar o aprendizado e, dessa forma, objetivar um ensino interdisciplinar e contextualizado intensificando as potencialidades dos alunos. Esse trabalho apresenta, no currículo de matemática, uma complementação para o ensino do conceito de funções, funções afins e funções quadráticas a esse material, oferecendo ao professor que utilizá-lo, uma visão macro em torno de como se constrói o conceito de função desde o início do ensino fundamental até a formalização no início do ensino médio e o software Geogebra surge como uma importante ferramenta para o ensino de funções afins e funções quadráticas dentro da filosofia proposta.

Palavras-chave: educação básica; currículo; funções; função afim; função quadrática; geogebra.

ABSTRACT

In order to bring all public schools of São Paulo a common sequence in the content contained in the school curriculum in all subjects, the State Department of Education has created a teaching material support as a reference to organize learning and, thus objectify an interdisciplinary teaching and contextualized intensifying the potential of students. This paper presents the mathematics curriculum, a supplement for teaching the concept of functions, quadratic functions and related functions to this material, giving the teacher who use it, a macro view around how to build the concept of function since the beginning of elementary school to the formalization at the beginning of high school and Geogebra software emerges as an important tool for teaching related functions and quadratic functions within the philosophy proposal.

Keywords: *basic education; resume; functions; affine function; quadratic function; Geogebra.*

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Quando se faz parte de um sistema complexo e de tamanha grandeza, como um sistema educacional, é fundamental que se conheça a filosofia desse sistema e quais ferramentas se tem disponível para exercer a sua função com eficiência para atingir os objetivos pretendidos.

Em 2007, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP), ao constatar o baixo nível de aprendizagem dos alunos no SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) decidiu traçar um plano de dez metas a serem alcançadas até o ano de 2010. Para atingir tais metas propôs dez ações, entre elas a implantação de um material de apoio a professores, alunos e gestores.

Desde 2008, portanto, os professores têm um direcionamento sobre o que ensinar e qual a sequência em que devem ser ensinados os conteúdos através do chamado Caderno do Professor. Os alunos, por sua vez, acompanham o professor através de uma série de situações de aprendizagem, subdivididas em várias atividades no chamado Caderno do Aluno. Tanto o Caderno do Professor quanto o Caderno do Aluno têm como alicerce o Currículo do Estado de São Paulo.

Com pequenas mudanças até os dias de hoje, o material de apoio continua sendo referência para professores e alunos.

Na matemática, nota-se que o processo de aprendizagem através dessa sistematização se tornou mais coeso e significativo, utilizando, nas atividades propostas, situações que vão de encontro com a realidade dos alunos. O que vai de encontro com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> *“Com esta compreensão, o aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social. Deve propiciar a construção de compreensão dinâmica da nossa vivência material, de convívio harmônico com o mundo da informação, de entendimento histórico da vida social e produtiva, de percepção evolutiva da vida, do planeta e do cosmos, enfim, um aprendizado com caráter prático e crítico e uma participação no romance da cultura científica, ingrediente essencial da aventura humana.”* (BRASIL, 2000, v.1, p.7)

No entanto, a formalidade da linguagem matemática também deve ser prestigiada, uma vez que, o modo formal de se apresentar uma teoria matemática nada mais é do que uma padronização de situações que apresentam as mesmas características, inclusive situações da vida cotidiana.

Dessa forma, admitindo que as situações de aprendizagem contidas nos cadernos de apoio são necessárias e suficientes para que os alunos consigam compreender na prática como a matemática se aplica, embasados na ideia do próprio Manual de Apoio de que:

> *"...o professor explorará cada assunto com maior ou menor aprofundamento, ou seja, escolherá uma escala adequada para o tratamento dos temas."* (São Paulo, 2014a, v.1, p. 8)

resolvemos implementar o material, ilustrando a forma espiral com que se constrói o conceito de função desde o ensino fundamental até a primeira série do ensino médio, fornecendo uma sequência de atividades que favorecerão o entendimento do significado de função e dinamizando o ensino de funções afins e quadráticas com a utilização do software Geogebra. (Geogebra, 2015)

Com isso, no capítulo 1, daremos uma sugestão de sequência para a construção do conceito de função de forma a complementar o material de apoio fornecido aos professores pela Secretaria de Educação do Estado. Já no capítulo 2, apresentaremos aos docentes da rede pública estadual de São Paulo uma maneira dinâmica e objetiva de se alcançar os objetivos do ensino de funções afins e funções quadráticas com a utilização de novas tecnologias.

2 CONCEITOS PRELIMINARES E A DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Na matemática, assim como em todas as disciplinas, uma boa sequência do conteúdo ensinado resulta num melhor aprendizado por parte dos alunos. Para se ensinar funções não é diferente, já que Função é uma relação binária específica.

No que diz respeito ao Caderno do Professor do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, é essencial que o professor o tenha apenas como um complemento norteador, como o próprio secretário de educação, Herman Voorwald, o descreve na mensagem aos docentes:

> *“Enfim, o Caderno do Professor, criado pelo programa São Paulo Faz Escola, apresenta orientações didático-pedagógicas e traz como base o conteúdo do Currículo Oficial do Estado de São Paulo, que pode ser utilizado como complemento a Matriz Curricular. Observem que as atividades ora propostas podem ser complementadas por outras que julgarem pertinentes ou necessárias, dependendo do seu planejamento e da adequação da proposta de ensino deste material a realidade da sua escola e de seus alunos. O Caderno tem a proposição de apoia-los no planejamento de suas aulas para que explorem em seus alunos as competências e habilidades necessárias que comportam a construção do saber e a apropriação dos conteúdos das disciplinas, alem de permitir uma avaliação constante, por parte dos docentes, das praticas metodológicas em sala de aula, objetivando a diversificação do ensino e a melhoria da qualidade do fazer pedagógico.”* (São Paulo, 2014a, v.1, p.4)

Com a filosofia do currículo em espiral do Material de Apoio, é importante que o professor saiba a importância de cada Situação de Aprendizagem e que tenha a consciência que esta é apenas parte da construção do conhecimento, estando ciente dos conceitos já vistos pelo aluno e fazendo a ponte para o aprendizado de futuros conceitos.

O principal objetivo desse capítulo é mostrar a sequência de conteúdos-base para um bom entendimento dos conceitos básicos que serão usados para definir função, as situações de aprendizagens que vão inferir de forma direta na construção dessa sequência, e sugerir bibliografias e listas de atividades e/ou exercícios que irão colaborar para uma fixação dos conceitos estudados.

2.1 CONJUNTO, ELEMENTO, RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA E OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS.

É verdade que a construção do ensino de funções, levando em conta o currículo em espiral do Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo, já começa a ser trabalhada desde a 6ª Série/7º Ano do Ensino Fundamental, mas é apenas na Situação de Aprendizagem 1 do 1º volume do Material de Apoio para 8ª Série/9º Ano do Ensino Fundamental que se inicia o ensino de Conjuntos e Operações entre Conjuntos que darão uma base mais formal ao significado de função.

Tal situação de aprendizagem, no Caderno do Professor, traz as seguintes características:

> *"**Conteúdos e temas:** diagramas de Venn (Euler); operações e relações entre conjuntos; classificação dos Conjuntos Numéricos.*
> ***Competências e habilidades**: representar situações-problemas por meio de diagramas; resolver problemas envolvendo relações entre conjuntos; conhecer as principais relações entre conjuntos: interseção, união, inclusão, complemento; reconhecer as características dos conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais e irracionais.*
> ***Sugestão de estratégias:** uso de diagramas para representar conjuntos e argumentos lógicos."* (São Paulo, 2014c, v.1, p.10)

A ideia de iniciar um conteúdo com uma situação-problema é sempre bem vinda, no entanto, é interessante que, nesse caso, o professor inicie a aula com uma discussão sobre o significado das palavras conjunto e elemento. Tal discussão fará com que o aluno descubra que esses dois conceitos, assim como a relação de pertinência não necessitam de definição, ou seja, são chamados de conceitos primitivos, pois *"a noção matemática é praticamente a mesma que se usa na linguagem comum"* (IEZZI, 2004, v.1, p.19).

Em seu livro, Fundamentos de Matemática Elementar, Gelson Iezzi utiliza alguns exemplos de simples abordagem e que irão facilitar até na própria realização da Situação de Aprendizagem em questão. A seguir, sugerimos duas atividades simples, adaptadas do livro, que servem para ilustrar melhor ao aluno o significado de conjunto, elemento, pertinência e a própria representação de conjunto.

ATIVIDADE 2.1.1

Represente os seguintes conjuntos:

a) Conjunto das Vogais do Alfabeto Latino
b) Conjunto dos Números Romanos
c) Conjunto dos Números Pares
d) Conjunto dos Números Ímpares
e) Conjunto dos Planetas do Sistema Solar
f) Conjunto dos Números Inteiros Positivos Menores que 10.

Nessa atividade o professor pode ensinar ao aluno a forma de representar um conjunto e como escrever a relação entre elemento e conjunto.

Exemplo: No item a) desta atividade teremos o conjunto V = {a , e , i , o , u}, onde o elemento *e pertence a V* $(e \in V)$ e o elemento *n não pertence a V* $(n \notin V)$.

ATIVIDADE 2.1.2

Dê o nome de cada um dos conjuntos:

a) {janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro}
b) {segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado, domingo}
c) {3 , 6 , 9 , ...}
d) {3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12}

Com essa atividade o professor pode trabalhar com a quantidade de elementos de um conjunto. Essa informação será muito útil para o entendimento da situação de aprendizagem proposta.

No segundo parágrafo do “Roteiro para a aplicação da Situação de Aprendizagem 1” do Caderno do Professor os autores ressaltam a importância de se contextualizar o tema *Conjuntos* para um melhor aprendizado do aluno da seguinte forma:

> *"A ideia de conjunto é uma das mais importantes na Matemática. A chamada "Matemática Moderna" pretendeu desenvolver o ensino da Matemática por meio da teoria dos conjuntos, o que acabou gerando exagerada valorização da linguagem simbólica em detrimento da constituição do pensamento matemático. Essa iniciativa tornou o ensino da Matemática extremamente abstrato e distante da realidade do aluno, fazendo que essa metodologia viesse a ser gradativamente substituída por outra, mais contextualizada e voltada para a construção do significado."* (São Paulo, 2014c, v.1, p.10)

É de extrema relevância ressaltar que a abstração de vários conceitos é fundamental para o aprendizado da matemática e por isso o pensamento exposto deve ser muito bem interpretado pelos professores pois, levado ao pé da letra, pode direcionar a situação de aprendizagem sobre conjuntos em uma mera resolução de problemas sem formalização de conceitos importantes.

Agora sim, com os alunos familiarizados com os termos: conjuntos, elementos e número de elementos de um conjunto, a situação de aprendizagem se torna muito útil para começar a construir as noções de operações entre conjuntos. O primeiro problema dessa situação de aprendizagem é a seguinte:

Figura 1 - Reprodução da página 5 e 6 – caderno do aluno – Matemática – 8ª série – volume 1

1. Considere a seguinte situação: uma atividade com duas questões foi aplicada em uma turma de 40 alunos. Os resultados indicaram que 20 alunos haviam acertado as duas questões, 35 acertaram a 1ª questão e 25, a 2ª questão.

   a) Os dados do enunciado sugerem que a soma das partes é maior do que o todo: $20 + 35 + 25 = 80 > 40$. Como podemos explicar esse fato?

   b) Se 35 alunos acertaram a 1ª questão e 20 acertaram as duas, quantos alunos acertaram apenas a 1ª questão?

   Acertaram a 1ª questão = → Acertaram apenas a 1ª questão =

   Acertaram a 1ª questão = → Acertaram a 1ª e a 2ª questões =

   c) E apenas a 2ª questão?

   Acertaram a 2ª questão = → Acertaram apenas a 2ª questão =

   Acertaram a 2ª questão = → Acertaram a 1ª e a 2ª questões =

   d) Qual é o percentual de alunos que acertaram apenas uma questão nesta atividade?

Fonte: SÃO PAULO (Estado), 2014c, p.5-6.

A resolução desse problema propicia ao professor a introdução da representação de conjuntos através do diagrama de Venn, além da oportunidade da formalização do conceito de reunião, interseção e diferença de conjuntos. O que pode ser feito de maneira tradicional.

Definição 2.1.1 Definimos a União dos conjuntos A e B pelo conjunto:

$$A \; U \; B = \{ x \mid x \in A \; ou \; x \in B \}$$

Definimos a Interseção dos conjuntos A e B pelo conjunto:

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \; e \; x \in B \}$$

Definimos a União dos conjuntos A e B pelo conjunto:

$$A - B = \{ x \mid x \in A \; e \; x \notin B \}$$

Dadas as definições acima, algumas atividades abordando reunião, interseção e diferença de conjuntos se fazem necessárias. Seguem duas atividades que podem ajudar na consolidação da aprendizagem almejada pelo problema e pelas definições:

ATIVIDADE 2.1.3

(PUC) Numa pesquisa de mercado, verificou-se que 15 pessoas utilizam pelo menos um dos produtos A ou B. Sabendo que 10 destas pessoas não usam o produto B e que 2 destas pessoas não usam o produto A, qual é o número de pessoas que utilizam os produtos A e B?

a) 2

b) 3

c) 4

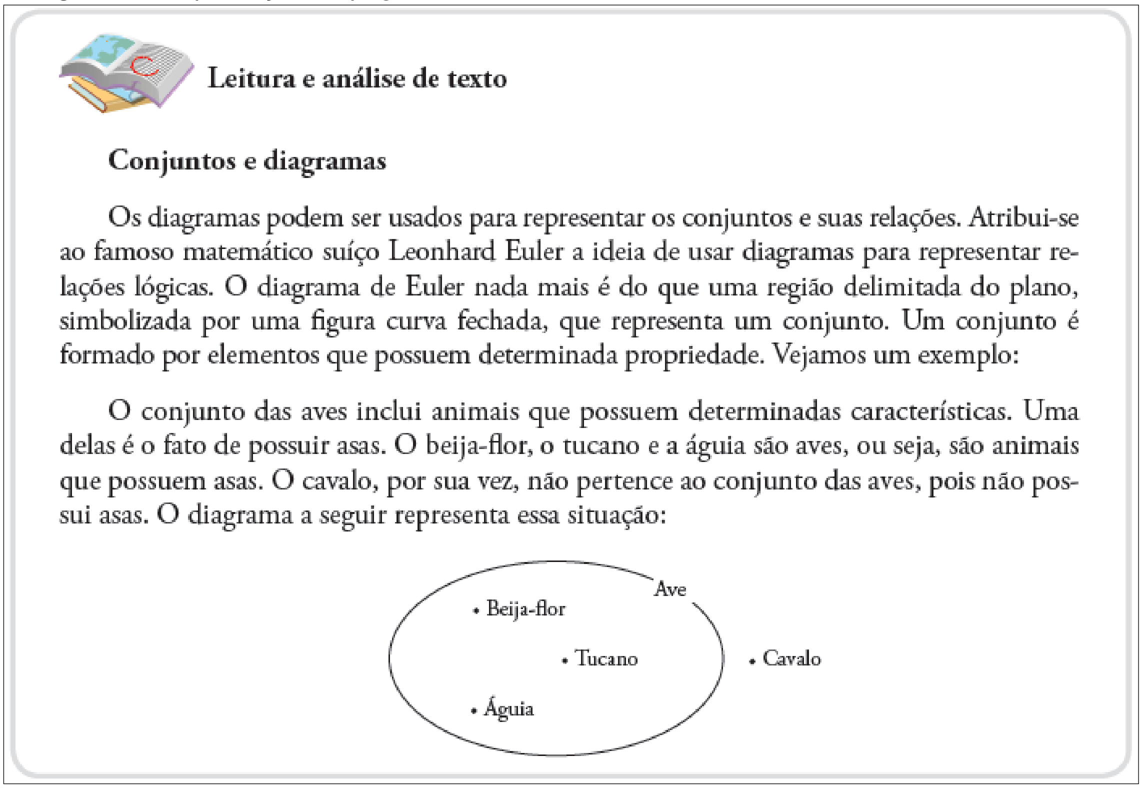
d) 5

ATIVIDADE 2.1.4

Em uma classe de 150 alunos, 80 gostam de matemática e 30 de física. Sabendo que 10 gostam de física e matemática, quantos não gostam nem de física e nem de matemática?

Com a realização dessas atividades, o aluno já estará conseguindo representar os conjuntos no diagrama de Venn e identificando as regiões que representam a reunião, a interseção e a diferença de conjuntos. Dessa forma, ele terá facilidade em dar continuidade na Situação de Aprendizagem com a Leitura e Análise de Texto:

Figura 2 - Reprodução da página 6 – caderno do aluno – Matemática – 8ª série – volume 1



Leitura e análise de texto

Conjuntos e diagramas

Os diagramas podem ser usados para representar os conjuntos e suas relações. Atribui-se ao famoso matemático suíço Leonhard Euler a ideia de usar diagramas para representar relações lógicas. O diagrama de Euler nada mais é do que uma região delimitada do plano, simbolizada por uma figura curva fechada, que representa um conjunto. Um conjunto é formado por elementos que possuem determinada propriedade. Vejamos um exemplo:

O conjunto das aves inclui animais que possuem determinadas características. Uma delas é o fato de possuir asas. O beija-flor, o tucano e a águia são aves, ou seja, são animais que possuem asas. O cavalo, por sua vez, não pertence ao conjunto das aves, pois não possui asas. O diagrama a seguir representa essa situação:

Fonte: SÃO PAULO (Estado), 2014c, p.6.

Esse texto servirá de base para a resolução do segundo problema da situação de aprendizagem em questão:

Figura 3 – Reprodução da página 7 – caderno do aluno – Matemática – 8ª série – volume 1

2. Com base no texto apresentado na seção Leitura e análise de texto, represente, por meio de diagramas, as seguintes situações:

   a) **Conjunto:** Paulistanos

   Elementos: André, Luiz e Renata nasceram na cidade de São Paulo. Júlio nasceu em Ribeirão Preto.

   b) **Conjunto**: Alunos do Ensino Fundamental

   Elementos: Patrícia, Renato e Lucas estudam na 7ª série/8º ano do Ensino Fundamental; Rafael estuda na 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental; Marta, Reinaldo e Antônio estudam na 2ª série do Ensino Médio.

   c) **Conjuntos**: corintianos e são-paulinos

   Elementos: João, Helena, Marcus e Alberto são corintianos. Diego, Laís e Alice torcem pelo São Paulo. André e Tomás não torcem para nenhum time.

Fonte: SÃO PAULO (Estado), 2014c, p.7.

Após a resolução desse problema que irá concretizar o entendimento de relação de pertinência, representação de conjuntos pelo diagrama de Venn e de conjuntos mutuamente exclusivos, o Material de apoio apresenta a segunda Leitura e Interpretação de Texto desta situação de aprendizagem. Neste texto, os autores apresentam as últimas relações relevantes (nesta situação de aprendizagem) na sequência que levará à compreensão do conceito de função: relação de Inclusão e Igualdade de Conjuntos.

É sempre importante que, além do que está no material do aluno, o professor construa a definição simbólica no quadro, principalmente a relação de Igualdade de Conjuntos já que no material do aluno tal relação não fica explícita.

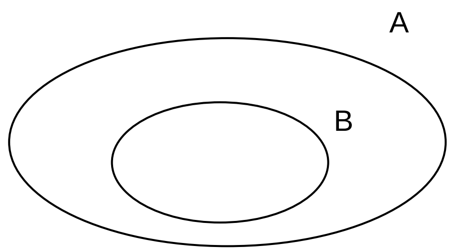
<u>Definição 2.1.2</u> Definimos:

i) *Inclusão*: Dizemos que o conjunto B é subconjunto de A se todo elemento de B for, também, elemento de A.

Simbolicamente: $B \subset A$ (lê-se: B está contido em A)

$A \supset B$ (lê-se: A contém B)

Diagrama de Venn:



ii) *Igualdade*: Dizemos que dois conjuntos, A e B, são iguais se eles têm exatamente os mesmos elementos. Ou seja, A é subconjunto de B e B é subconjunto de A.

Com essas definições, no que diz respeito à base de conteúdos para a construção do conceito de função, a situação de aprendizagem se mostra muito relevante. É óbvio que não é só isso, a conclusão da situação de aprendizagem deve ser bem executada, de tal maneira que os alunos consigam realizar as atividades dos tópicos “Você Aprendeu” e “Lição de Casa” com bom aproveitamento.

2.2 CONJUNTOS NUMÉRICOS

Nesse tópico de nosso trabalho iremos apenas listar as situações de aprendizagem, elucidando os principais objetivos e a importância de conhecer a sequência de conteúdos que é realizada durante os quatro anos do Ensino Fundamental para que, ao ingressar no Ensino Médio, o aluno consiga diferenciar com facilidade as diferenças entre os principais conjuntos numéricos.

O agrupamento dos números de acordo com as suas características é trabalhado, dentro da filosofia do Manual, desde o início do Ciclo II do Ensino Fundamental das escolas estaduais. Assim, os professores de cada série/ano devem estar cientes da importância de cada situação de aprendizagem contida nos cadernos de atividades que são trabalhados em sala de aula.

Os nomes dos principais Conjuntos Numéricos estudados no Ensino Fundamental (Naturais, Inteiros, Racionais e Reais) devem ser enfatizados nas situações de aprendizagem que têm por objetivo mostrar as características dos elementos de cada um desses conjuntos.

Logo na Situação de Aprendizagem 1, do volume 1 dos cadernos de atividades da 5ª Série/6º Ano sugeridos pelo Manual, a construção do Conjunto dos Números Naturais se faz presente. No roteiro para aplicação dessa situação de aprendizagem, no caderno do professor, fica bem claro que desde já o aluno deve observar as características dos números que estão sendo estudados:

> *"É importante ressaltar que a ideia de número natural está intrinsecamente ligada ao conceito de contagem. Há muito tempo, os povos antigos começaram a usar símbolos numéricos para representar quantidades e facilitar os processos de contagem. Nosso sistema chama-se decimal porque a contagem é organizada em agrupamentos de dez unidades.*
> *Os alunos devem perceber que esse agrupamento é relativo, pois a contagem poderia ser feita em agrupamentos diferentes: 4, 5, 8, 12 etc. Para reforçar a associação entre os processos de contagem e o sistema de numeração, sugerimos a realização da atividade a seguir, também presente no Caderno do Aluno."* (São Paulo, 2014a, v.1, p. 10)

Na Situação de Aprendizagem 2, desse mesmo volume e série/ano, nota-se a importância do aluno, além de conhecer, conseguir operacionalizar com os números naturais e entender o significado de múltiplos, divisores, divisibilidade, mínimo múltiplo comum, máximo divisor comum, números primos, decomposição em fatores primos e potenciação dentro desse conjunto. Devemos observar que a má elaboração das aulas que irão tratar dessa situação de aprendizagem pode comprometer todo o processo de compreensão dos conceitos matemáticos futuros por parte do aluno, dada a importância dos conteúdos nela abordados.

> *"Nesta Situação de Aprendizagem, introduziremos algumas noções gerais sobre os números naturais. Não é o momento de formalizar o conceito de número natural dentro da teoria dos conjuntos, e sim de explorar as principais ideias associadas a ele. É importante considerar o fato de que os alunos já operam com um tipo especial de número, ao qual se deu o nome de natural.*
> *A associação mais imediata dos números naturais é com a ideia de contagem, ou seja, um número natural serve para representar determinada quantidade: número de alunos em uma classe, número de anos vividos (idade), número de livros em uma estante etc. Contudo, os naturais também são usados para ordenar e identificar elementos de um conjunto: o número de chamada em uma turma, a classificação de um time em um campeonato, o número de identificação dos brasileiros (RG) etc."*
> (São Paulo, 2014a, p.24)

Ainda neste livro, na situação de aprendizagem 3, cujo tema é DOS NATURAIS ÀS FRAÇÕES, o professor levará o aluno a dividir a unidade em partes, de forma intuitiva e, ao tomar algumas dessas partes, introduzir o significado de frações. A sequência com que a situação de aprendizagem é proposta é bem interessante e, bem trabalhada, trará um bom resultado no que diz respeito ao aprendizado dos alunos. As características desta situação de aprendizagem ficam claras no caderno de orientações do professor:

> ***“Conteúdos e temas**: representação fracionária; medidas; números mistos.*
> ***Competências e habilidades**: desenvolver a ideia de que medir significa comparar grandezas de mesma natureza; ampliar a noção de número por meio de situações em que a grandeza tomada como unidade não cabe um número exato de vezes na grandeza a ser medida.*
> ***Sugestão de estratégias**: leitura de texto orientador de aula sobre medidas e frações; atividade prática envolvendo medidas com unidades não convencionais.”*
> (São Paulo, 2014a, v.1, p.38)

É fato que esse método, de ensinar fração imediatamente após as operações com números naturais, é pouco comum já que na maioria das vezes, logo após o ensino de números naturais, a sequência é continuada com uma introdução dos números negativos. Nessa fase, o mais importante para o aluno é compreender que existem números com características diferentes e que, na 8ª Série/9º Ano, ele consiga fazer essa diferenciação e classificar esses números de acordo com o conjunto numérico a que ele pertence.

Na situação de aprendizagem 4 deste livro, o professor dará continuidade ao assunto FRAÇÕES, fazendo com que o aluno consiga, de acordo com o manual:

> - *Compreender a ideia de equivalência no âmbito das frações.*
> - *Comparar frações com denominadores diferentes usando o raciocínio lógico ou por meio de frações equivalentes.*
> - *Compreender o significado do cálculo da fração de um número natural. Compreender o significado e saber realizar operações de adição e subtração de frações.* (São Paulo, 2014a, v.1, p.54)

Os número negativos, que completarão a ideia intuitiva de números inteiros, serão trabalhados numa única, e suficiente, situação de aprendizagem, a de número 4 do volume 1 da série/ano seguinte. As características desta situação de aprendizagem são as seguintes:

> ***“Conteúdos e temas**: números negativos: contextos e aplicações; números negativos: operações e representações.*
> ***Competências e habilidades**: identificar a insuficiência dos naturais para a resolução de novos problemas; compreender significados associados à escrita dos números negativos, bem como operações e expressões envolvendo números negativos; compreender a ideia de ordenação com números negativos; estabelecer correspondência entre situações concretas e contextos matemáticos que justifiquem o uso de números negativos.*
> ***Sugestão de estratégias**: resolução de situações-problema; uso de jogos e recursos lúdicos.”* (São Paulo, 2014d, v.1, p.33)

Com isso, toda noção intuitiva dos números que caracterizam os Naturais, Inteiros e Racionais os alunos já têm. O que falta agora é introduzir a ideia de que existem números que não podem ser escritos em forma de fração. Assim, o aluno terá condições de identificar também os números que são Irracionais.

O conceito de número irracional deve ser intuído ao longo das explicações relativas às aulas de Geometria Plana. Especificamente, na aula sobre Teorema de Pitágoras o conceito é introduzido na situação de aprendizagem 7 do volume 2 do caderno da 7ª Série/8º Ano.

Finalmente, a formalização dos conjuntos numéricos, desde os Naturais até os Reais, pode ser feita na situação de aprendizagem estudada na seção anterior (2.1) durante os exercícios sobre operações entre conjuntos como propõe o próprio manual.

A consciência e o bom entendimento da filosofia do Manual por parte dos professores, assim como a sincronia de trabalho entre as séries/anos que compõem nosso Ciclo Básico, é que tornará possível para o aluno uma concretização dos conceitos matemáticos para uma boa continuidade nas séries que seguem e, dentro do objetivo deste trabalho, uma boa compreensão no estudo de Funções.

2.3 PAR ORDENADO E PLANO CARTESIANO

A construção do gráfico de uma função que relaciona apenas duas grandezas depende de uma boa localização dos pontos que o compõe no plano cartesiano, onde cada ponto representa um par ordenado. Portanto, os conceitos de par ordenado e plano cartesiano devem ser trabalhados de forma sistemática e com uma quantidade de exercícios suficiente para que o aluno consiga identificar corretamente os pontos no plano e, futuramente, a relação entre suas coordenadas.

Par ordenado e plano cartesiano são conceitos trabalhados apenas na situação de aprendizagem 2 do volume 2 do caderno de atividades dos alunos da 7ª Série/8º Ano. Essa situação de aprendizagem apresenta as seguintes características:

> ***"Conteúdos e temas:*** *coordenadas; plano cartesiano; pares ordenados; transformações geométricas.*
> ***Competências e habilidades:*** *conhecer as principais características do sistema de coordenadas cartesianas; localizar pontos e figuras geométricas no plano cartesiano; realizar transformações geométricas no plano usando operações com as coordenadas cartesianas.*
> ***Sugestão de estratégias:*** *analise e resolução de situacões-problema; uso de um jogo para a familiarização com o sistema de coordenadas; uso do plano para representar pontos e figuras."* (São Paulo, 2014e, v.2, p.24)

A primeira atividade desta situação de aprendizagem servirá para que o aluno crie métodos de orientação para a localização pontos em um mapa (plano).

Veja a atividade:

Figura 4 – Reprodução da página 17 – caderno do aluno – Matemática – 7ª série – volume 2

1. Se quisermos localizar o endereço de uma pessoa, podemos recorrer a um guia de ruas. O guia funciona com um sistema de coordenadas de linhas e colunas. Para localizar uma rua, basta conhecer suas coordenadas, isto é, a linha e a coluna em que ela se encontra. No caso do guia de ruas, esse cruzamento de informações determina uma região (quadrado) na qual a rua (ou parte dela) está localizada. Além disso, é preciso saber o número da página em que ela se encontra. O mapa a seguir foi extraído da página de um guia de ruas da cidade de São Paulo. Faça o que se pede:

a) As coordenadas da Rua Miguel Carlos são **B1**. Localize-a no mapa.

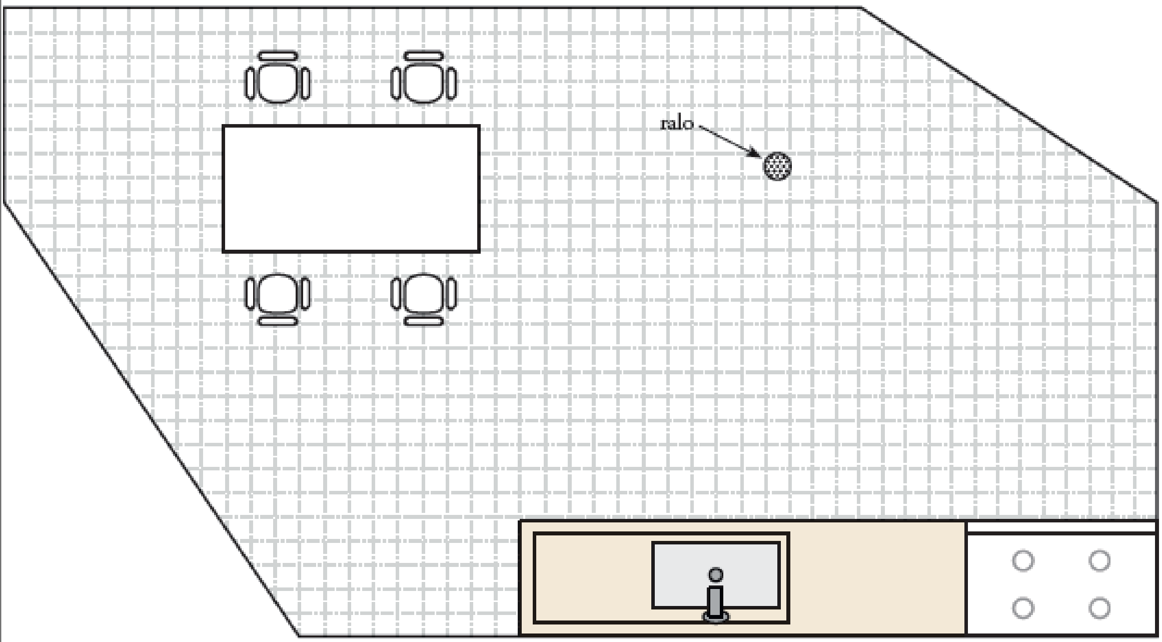
b) A Rua Vadico está indicada no mapa. Dê a sua localização em termos de coordenadas.

Fonte: SÃO PAULO (Estado), 2014e, p.17

Além da localização, é importante que o aluno perceba que há a necessidade de um ponto de referência para que ele possa dar as coordenadas de um ponto a ser localizado. A atividade 3 desta situação de aprendizagem induz o aluno a perceber a necessidade desse referencial:

Figura 5 – Reprodução da página 18 – caderno do aluno – Matemática – 7ª série – volume 2

3. Um empreiteiro deve construir um ralo em uma cozinha seguindo as instruções fornecidas pelo arquiteto na planta a seguir, construída em escala. As dimensões dos ladrilhos quadriculados são de 10 cm por 10 cm.



a) Como você faria para informar a localização precisa do ralo nessa planta?

b) Tendo como ponto de referência o canto superior esquerdo da planta, quais são as coordenadas horizontais e verticais do ralo?

c) Escolha outro ponto de referência na planta e escreva as coordenadas do ralo.

Fonte: SÃO PAULO (Estado), 2014e, p.18

Após a realização desta atividade, o Manual propõe a leitura de um texto no qual o professor trabalhará com o aluno a importância de uma boa orientação e uma origem (referencial) para se informar a localização de um ponto num plano. O texto apresenta também a ideia de reta real (sem entrar em detalhes sobre números irracionais), ou seja, reta com uma origem, uma unidade de medida definida e uma orientação que mostrará o sentido crescente dos números na reta. Em seguida, ele apresenta o plano cartesiano como o plano formado por dois eixos ortogonais (x e y) que se interceptam em suas origens e também explica a origem do nome Sistema de Coordenadas Cartesianas.

Nesse ponto, acreditamos que uma pausa na sequência proposta pelo Manual seja interessante, pois, fazer com que o aluno, sozinho, construa um sistema de coordenadas cartesianas, identifique os quadrantes e escreva as coordenadas de alguns pontos espalhados pelo plano seja fundamental para sua aprendizagem. Não se esquecendo de ressaltar a necessidade de se estipular uma ordem na escrita das coordenadas que reitera o significado de par ordenado, já trabalhado nas atividades anteriores.

Segue uma sugestão de duas atividades para consolidação dos conceitos:

ATIVIDADE 2.3.1

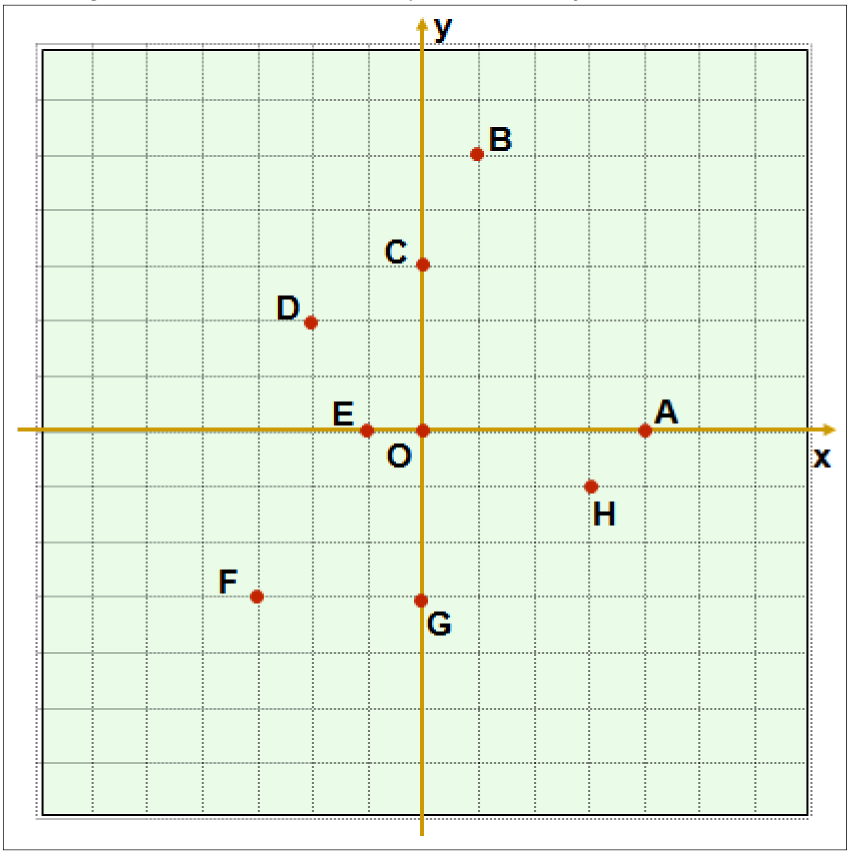
Construa um Sistema de Coordenadas Cartesianas, identificando o eixo x, o eixo y, os quadrantes e os seguintes pontos: A(2,3), B(-1,5), C(-4,2) e D(3,-4).

Observação: o mais importante na realização desta atividade é o acompanhamento individual que o professor deve fazer para identificar e corrigir as possíveis falhas de interpretação do que já foi ensinado.

ATIVIDADE 2.3.2

Determine as coordenadas de todos os pontos destacados no Sistema de Coordenadas Cartesianas a seguir:

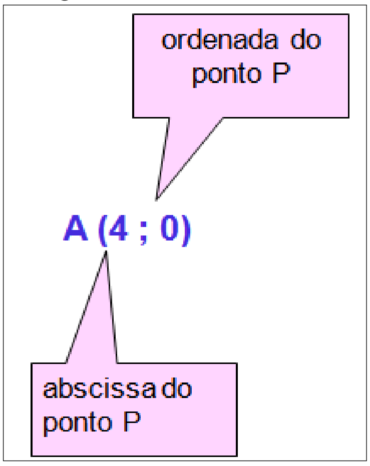
Figura 6 – Plano Cartesiano para a realização das atividades



Fonte: Criada pelo autor.

Observação: nesta atividade o professor pode explicar que o valor que cada ponto tem no eixo x recebe o nome de abscissa e o valor que cada ponto tem no eixo y recebe o nome de ordenada. Exemplo:

Figura 7 – Par Ordenado



Fonte: Criada pelo autor.

Acreditamos que tais atividades serão muito úteis para a continuidade no aprendizado de plano cartesiano. Com a realização destas atividades, as propostas pelo Manual, que dão sequência ao conteúdo, se tornam mais fáceis e compreensíveis para o aluno.

As atividades que seguem na situação de aprendizagem em questão vão trabalhar conceitos de extrema relevância, principalmente, para Geometria Analítica. Portanto, no que diz respeito ao conhecimento prévio de Plano Cartesiano para o aprendizado de funções, a situação de aprendizagem, até esse ponto, já cumpre com esse papel.

2.4 PRODUTO CARTESIANO E RELAÇÕES BINÁRIAS

O material proposto pelo Manual que serve como referência para o ensino de matemática não apresenta o assuntos Produto Cartesiano e Relações Binárias que são indispensáveis para o aprendizado de funções. Dessa forma, concluímos que: pertence ao professor a percepção da necessidade de ensinar Produto Cartesiano e Relações Binárias imediatamente antes de definir Função, ou seja, antes de iniciar a Situação de Aprendizagem 5 do Volume 1 dos cadernos propostos dos cadernos da 1ª Série do Ensino Médio.

Já percebemos que as atividades propostas nos cadernos são, quase sempre, aplicações em situações da vida real, porém, o conceito de produto cartesiano e relações binárias, principalmente quando se trata de conjuntos de números, é pouco aplicável. Assim, sugerimos a seguinte atividade para que o aluno, de maneira intuitiva, comece a entender o conceito de Produto Cartesiano:

ATIVIDADE 2.4.1

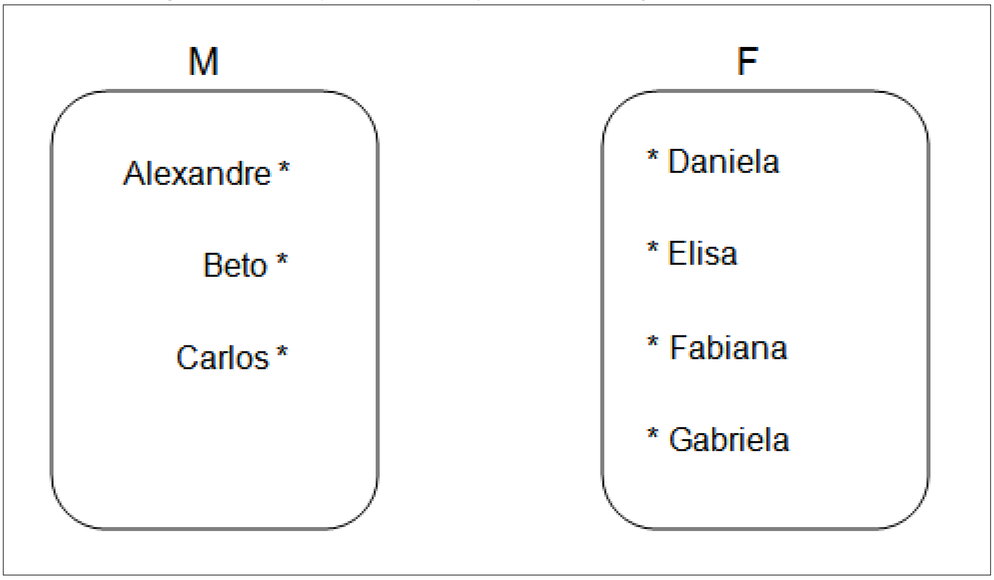
Considere o conjunto de meninos M = { Alexandre, Beto, Carlos } e o conjunto de meninas F = { Daniela, Elisa, Fabiana, Gabriela }. Para simplificar use as notações M = { a, b, c } e F = { d, e, f, g }.

a) Determine TODOS os pares, de um menino e uma menina, nessa ordem, que podemos formar para uma dança.

Exemplo: (a , d) representa o par Alexandre e Daniela.

b) Represente o resultado obtido no item anterior ligando os elementos no diagrama abaixo.

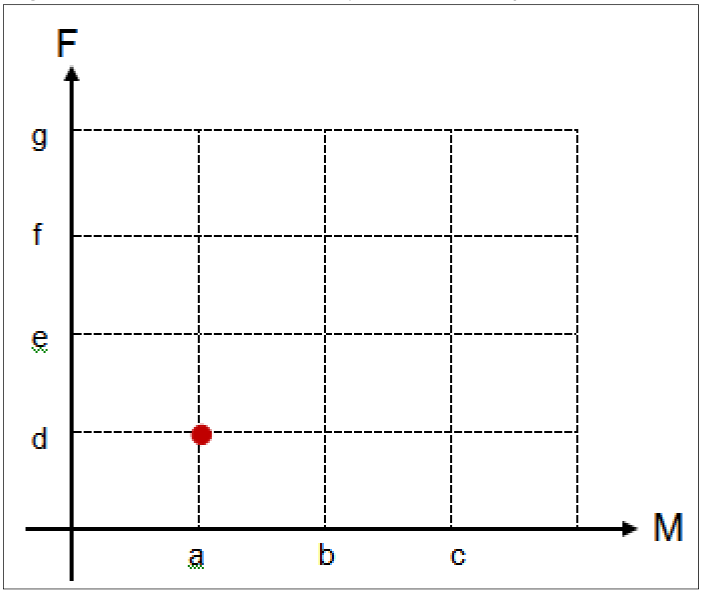
Figura 8 – Conjuntos M e F para a realização das atividades



Fonte: Criada pelo autor.

c) Represente agora, todos esses pares, no Plano Cartesiano abaixo.

Figura 9 – Plano Cartesiano para a realização de atividade



Fonte: Criada pelo autor.

Com a realização da atividade, o aluno já terá condições de entender a definição formal de Produto Cartesiano que poderá ser enunciada da seguinte forma adaptada do livro A Matemática do Ensino Médio, da coleção do professor de Matemática:

> *"O Produto Cartesiano de dois conjuntos A e B é o conjunto A x B formado por todos os pares ordenados (x , y) cuja primeira coordenada x pertence a A e cuja segunda coordenada y pertence a B. Simbolicamente:*
> *A x B = { (x , y) | x ϵ A e y ϵ B }"* (A Matemática do Ensino Médio, 2005, v.1, p.78)

Sabemos que o mais importante agora é a verificação do aprendizado por parte do aluno. Nesse momento, sugerimos as seguintes atividades:

ATIVIDADE 2.4.2

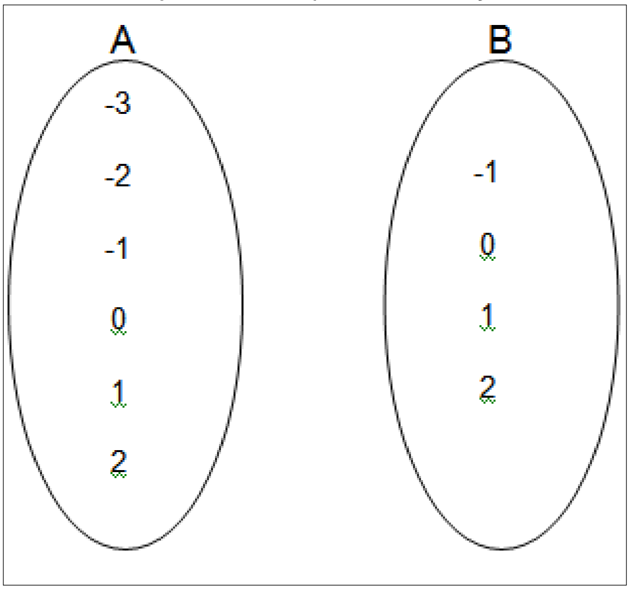
Dados os conjuntos A = { -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 } e B = { -1 , 0 , 1 , 2 }, represente o produto cartesiano A x B das três formas expostas abaixo:

I) No formato de Conjuntos

A x B = { (-3 ,-1) , (,   ) , (,   ) , ... }

II) Através de Diagrama de Flechas

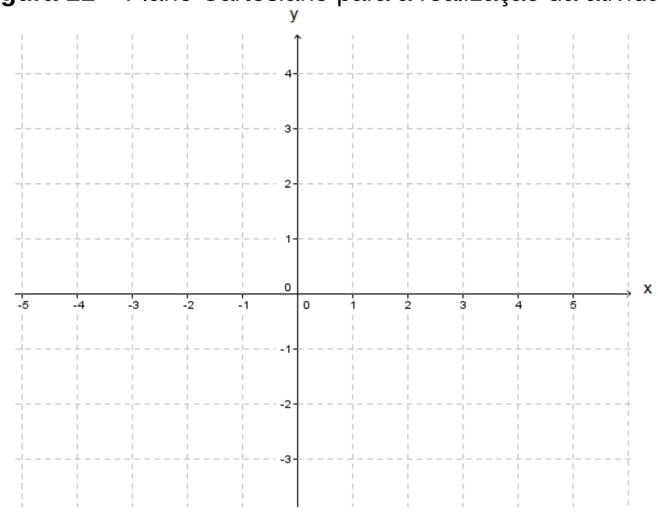
Figura 10 – Conjuntos A e B para a realização da atividade



Fonte: Criada pelo autor.

III) No Plano Cartesiano

Figura 11 – Plano Cartesiano para a realização da atividade



Fonte: Criada pelo autor.

ATIVIDADE 2.4.3

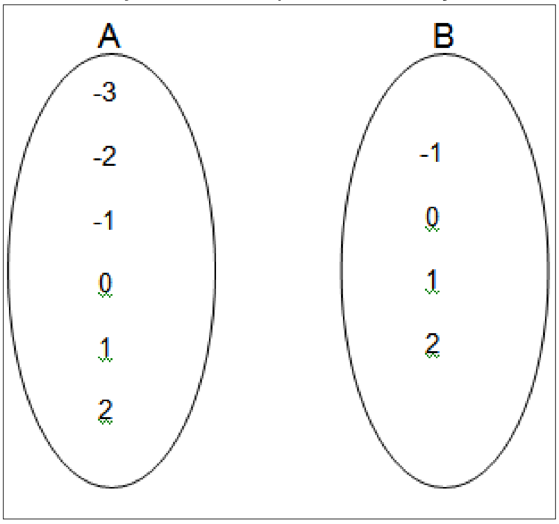
Dentre todos os pares ordenados que formam o produto cartesiano A x B da atividade anterior, crie o conjunto R de todos os pares ordenados (x,y) tais que y = x e o represente:

I) No formato de Conjuntos

R = { (,) , (,) , (,) , (,) }

II) Através de Diagrama de Flechas

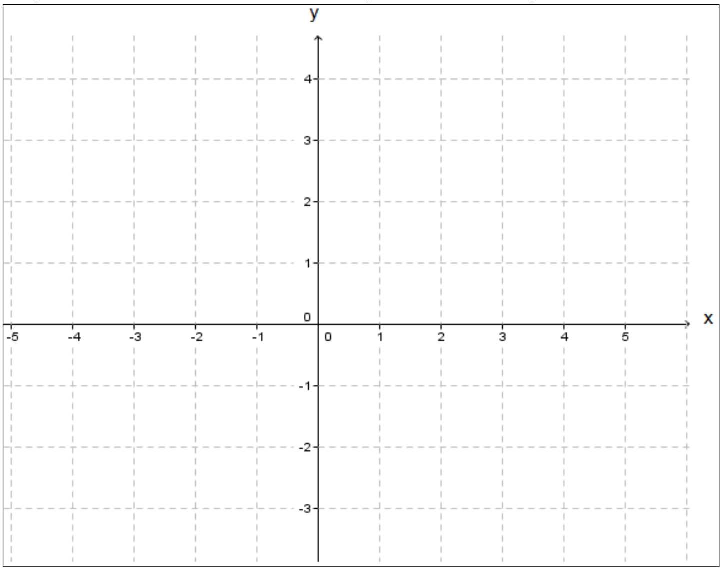
Figura 12 – Conjuntos A e B para a realização da atividade



Fonte: Criada pelo autor.

III) No Plano Cartesiano

Figura 13 – Plano Cartesiano para a realização da atividade



Fonte: Criada pelo autor.

Com essas atividades o aluno estará familiarizado com o conceito de produto cartesiano e terá totais condições de entender a definição de Relação Binária:

<u>Definição 2.4.1</u> *"Dados dois conjuntos A e B, chama-se <u>Relação Binária de A em B</u> todo subconjunto R de A x B"* (IEZZI, 2004, pág. 65)

Para a verificação do aprendizado, pode ser feita uma atividade simples. Segue um exemplo:

ATIVIDADE 2.4.4

Dados os conjuntos A = { x ϵ N | -1 ≤ x ≤ 2 } e B = { y ϵ N | -2 ≤ y ≤ 4 } e as relações:

- $R_1 = \{\, (x, y) \in AxB \mid x = \ y^2\}$
- $R_2 = \{\, (x, y) \in AxB \mid y = 2.x \,\}$
- $R_3 = \{\, (x, y) \in AxB \mid y = \ x^2 - 1 \,\}$.

Represente, separadamente, as relações dadas:

a) Através de um diagrama de Flechas.

b) No Plano Cartesiano

Com a compreensão de todas as atividades propostas aqui, juntamente com as situações de aprendizagem que já vêm sendo desenvolvidas durante o ciclo II do Ensino Fundamental através das instruções do Manual, o aluno terá totais condições de compreender o conceito de função.

2.5 FUNÇÃO

Antes ainda de iniciar a situação de aprendizagem 5 do volume 1 da 1ª Série do Ensino Médio o professor deve, aproveitando os conceitos já apresentados ao alunos, definir o conceito de função. Segue uma sugestão:

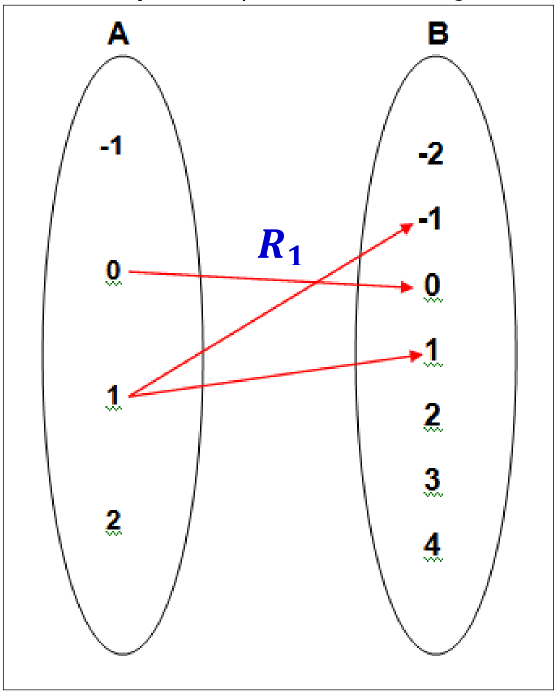
Uma Função f de A (Domínio) em B (Contradomínio) é qualquer relação binária de A em B onde, para cada elemento de A, existe um único elemento de B a ele relacionado.

A partir daí, uma exemplificação de relações binárias que são, e de outras que não são funções é de extrema importância. Para isso, uma sugestão é utilizar as respostas encontradas na atividade anterior:

Resolução da Atividade 4

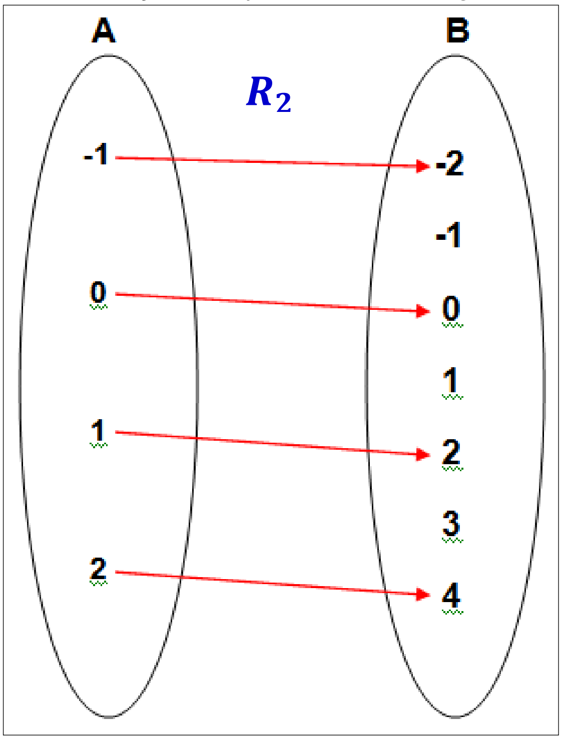
a)

Figura 14 – Relação R_1 representada no diagrama de Venn



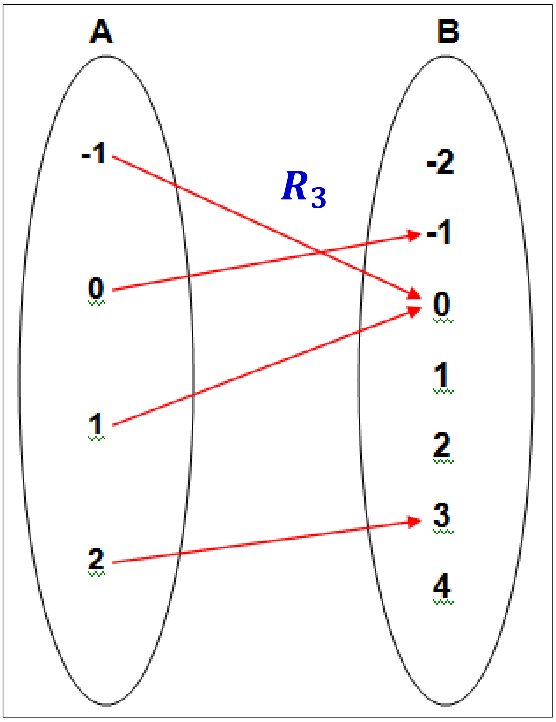
Fonte: Criada pelo autor.

Figura 15 – Relação R_2 representada no diagrama de Venn



Fonte: Criado pelo autor.

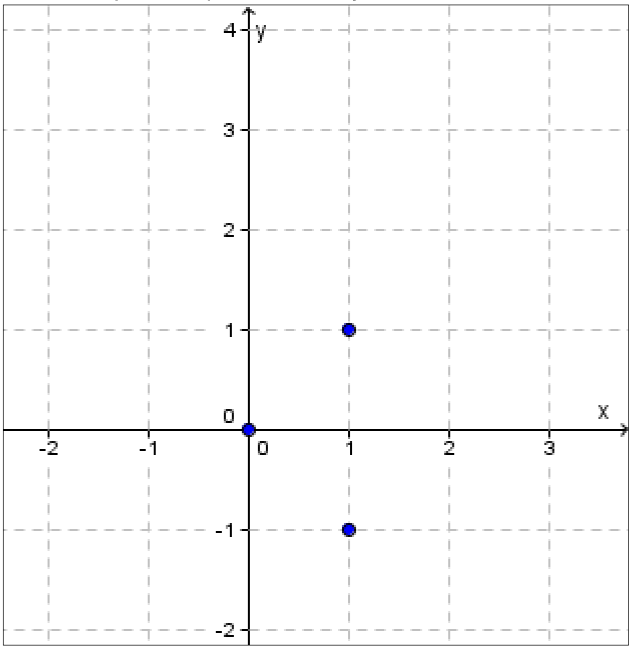
Figura 16 – Relação R_3 representada no diagrama de Venn



Fonte: Criada pelo autor.

b) R_1

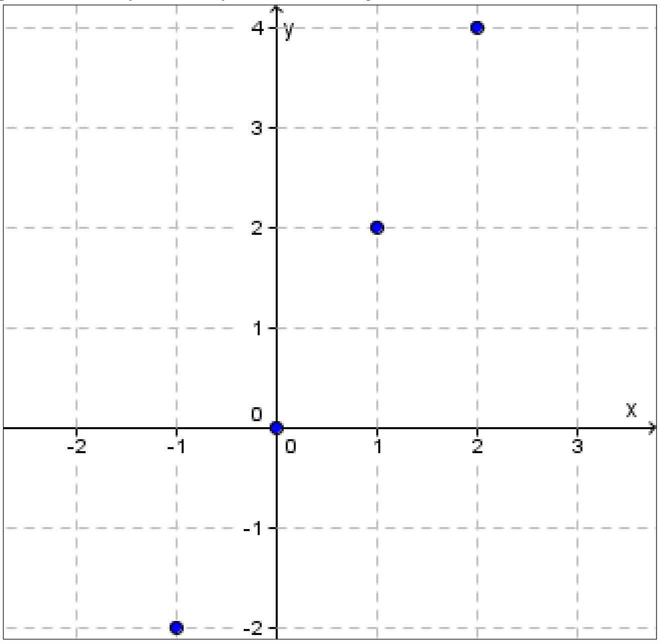
Figura 17 – que compõem a relação R_1 no Plano Cartesiano



Fonte: Criada pelo autor.

R_2

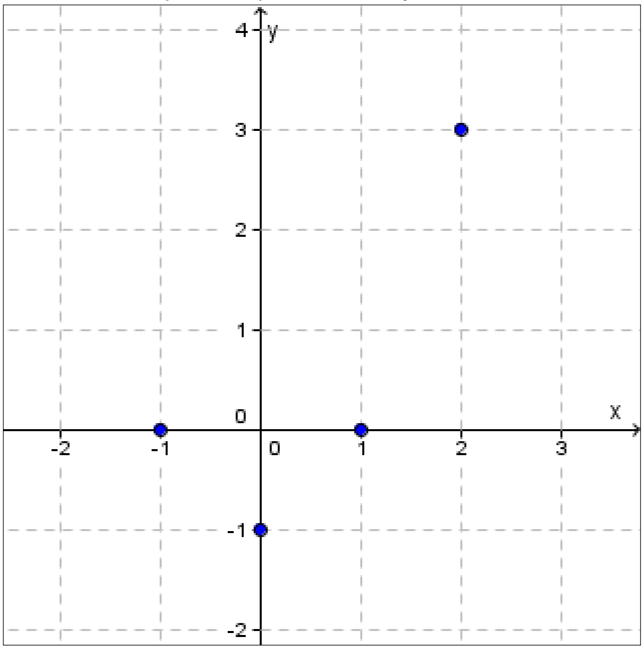
Figura 18 – que compõem a relação R_2 no Plano Cartesiano



Fonte: Criada pelo autor.

$\boldsymbol{R_3}$

Figura 19 – Pontos que compõem a relação R_3 no Plano Cartesiano



Fonte: Criada pelo autor.

Com essas resoluções, o professor tem ferramentas suficientes e necessárias para mostrar que função é uma relação binária específica e, além disso, dar todas as nomenclaturas que envolvem o assunto.

No Currículo do Estado de São Paulo observamos a preocupação com os significados daquilo que se ensina:

> *"Em primeiro lugar, há o fato de que, em qualquer disciplina, conhecer é sempre conhecer o **significado**, ou seja, o grande valor a ser cultivado e a apresentação de conteúdos significativos para os alunos. O significado é mais importante do que a utilidade prática, que nem sempre pode ser associada ao que se ensina – afinal, para que serve um poema? Um poema não se usa, ele significa algo... Sempre que os alunos nos perguntam sobre a utilidade prática, o que eles efetivamente buscam é que apresentemos um significado para aquilo que pretendemos que aprendam. E, na construção dos significados, uma ideia norteadora é a de que as **narrativas** são muito importantes, são verdadeiramente decisivas na arquitetura de cada aula. E contando historias que os significados são construídos. E ainda que tais narrativas sejam, muitas vezes, construções fictícias ou fantasiosas, como ocorre no caso do recurso a jogos, uma fonte primaria para alimentar as historias a serem contadas e a Historia em sentido estrito: Historia da Matemática, Historia da Ciência, Historia das Ideias, Historia..."* (São Paulo (Currículo), 2012, p.45)

Baseados nessa ideia é que consolidamos aqui uma construção significativa, abordando uma sequência coesa e compacta, para o bom entendimento do aluno sobre o conceito de função.

Dessa forma, concluímos neste capítulo, apoiados no Currículo do Estado de São Paulo e na liberdade que Manual de Apoio dá ao professor para complementar o material proposto, uma sugestão de adequação que julgamos indispensável, junto à filosofia de aprendizagem em espiral e a todas as atividades contidas nas situações de aprendizagens aqui citadas, para um ensino que dê todas as condições para o aluno entender o significado de função.

3 FUNÇÕES AFINS E FUNÇÕES QUADRÁTICAS.

Com a compreensão do conceito de função e todas as nomenclaturas e significados bem definidos sobre o assunto, iniciam-se os estudos de duas funções específicas: afins e quadráticas. Neste capítulo, continuaremos a nossa análise crítica, construtiva e sugestiva para o bom uso e complementação dos cadernos de apoio ao ensino de funções, incluindo também, nesta etapa, o uso do software Geogebra que nos ajudará na construção e interpretação dos gráficos dessas funções.

O uso de softwares para o ensino de matemática é destacado pelo próprio Currículo do Estado de São Paulo:

> *"...certamente os numerosos recursos tecnológicos disponíveis para utilização em atividades de ensino encontram um ambiente propicio para acolhimento no terreno da Matemática: maquinas de calcular, computadores, softwares para a construção de gráficos, para as construções em Geometria e para a realização de cálculos estatísticos são muito bem-vindos, bem como o seu uso será crescente, inevitável e desejável, salvo em condições extraordinárias, em razão de extremo mau uso."* (São Paulo (Currículo), 2012, p.33-34)

Nesse instrumento, utilizaremos o software Geogebra por acreditar que ele se adapta significativamente aos objetivos pretendidos nas aulas, no que diz respeito ao ensino de funções afins e quadráticas através de análise de variações.

As quatro primeiras situações de aprendizagem do volume 1 da 1ª Série do Ensino Médio referem-se a sequências, incluindo as progressões aritméticas e geométricas. Antes de iniciar a situação de aprendizagem 5, juntamente ao estudo de relações binárias e à definição de função proposta no capítulo anterior, o professor pode mostrar que tanto a Progressão Aritmética quanto a Geométrica são funções com domínio nos Naturais. Futuramente, isso ajudará o aluno na compreensão de funções afins e exponenciais.

No roteiro de aplicação da situação de aprendizagem 5 dos professores consta a seguinte instrução:

> *"O texto a seguir constitui apenas um roteiro para a apresentação inicial da ideia de função, ou seja, uma organização dos fatos já conhecidos sobre o tema. Cabe ao professor apresenta-lo detalhadamente ou não, ou passar diretamente a exploração das atividades propostas."* (São Paulo, 2014f, v.1, p.55)

Foi acreditando no fato de que tal detalhamento seja de extrema importância para a compreensão dessa situação de aprendizagem, e de outras que seguirão, que desenvolvemos toda sequência exposta até aqui.

Assim, obedecendo o Currículo do Estado de São Paulo e o Manual de apoio ao professor e utilizando o Geogebra, apresentaremos uma interpretação e uma complementação do ensino de funções afins e quadráticas.

3.1 FUNÇÕES AFINS

Tradicionalmente, definimos função afim como sendo toda relação $f: R \to R$ onde, para cada valor $x \epsilon R$, associa-se o valor $y = f(x) = a.x + b$, em que a e b são números reais chamados, respectivamente, de coeficiente angular e coeficiente linear. Porém, seguiremos aqui o roteiro para o ensino de funções afins definido pelo Manual, com sugestões de uma sequência coerente com a filosofia em questão e que privilegie uma maior facilidade na compreensão dos alunos sobre os significados envolvidos nessas funções.

Para iniciar a abordagem do ensino de funções afins, o Manual propõe a revisão do conceito de grandezas diretamente proporcionais. Os diversos exemplos sobre essas grandezas levarão o aluno à compreensão sobre taxa de variação constante que, ao ser expressa num plano cartesiano com as grandezas envolvidas, dará, de maneira intuitiva, o significado de coeficiente angular.

Como duas grandezas, x e y, são diretamente proporcionais se $\frac{y}{x} = k$ (com x ≠ 0), onde k é uma constante, conhecida como constante de proporcionalidade, cabe ao professor mostrar que tal relação representa uma função entre as grandezas x e y e que essa função pode ser expressa também na forma $y = k.x$.
Na situação de aprendizagem 5 do volume 1 da 1ª Série do Ensino Médio o material proposto pelo currículo se faz completo, no que diz respeito ao ensino de grandezas diretas e inversamente proporcionais. Com isso, um bom alicerce fica construído para se trabalhar com funções afins e compreender suas propriedades para servir de modelagem em diversos problemas da vida real. Tal situação de aprendizagem apresenta as seguintes características:

> "**Conteúdos e temas**: *interdependência entre grandezas; proporcionalidade direta e inversa; funções: variável dependente e variável independente; exemplos diversos.*
> **Competências e habilidades**: *compreender a ideia de proporcionalidade direta e inversa como relações de interdependência; expressar a interdependência entre grandezas por meio de funções; contextualizar a ideia de função e enfrentar situacões-problema relativas ao tema.*
> **Sugestão de estratégias**: *utilização de diversas linguagens para traduzir a ideia de função (gráficos, tabelas, expressões algébricas etc.); exercícios referentes a situacões-problema em diferentes contextos, envolvendo a ideia de função."* (São Paulo, 2014f, v.1, p.55)

Acreditamos que o que há de mais rico nesta situação de aprendizagem sejam as atividades propostas e também a clareza com que os alunos podem identificar as variáveis dependentes e independentes de cada exemplo, principalmente pelo fato de que são aplicações de situações reais de fácil interpretação que alunos de todas as classes sociais conseguem entender. O que torna mais nobres tais atividades é que o aluno consegue ver o que o assunto pode lhe ser útil. Segundo Ladislau Dowbor, 2011, "*quando se dá instrumentos óticos para a compreensão deste entorno, no qual a criança tem a sua experiência de vida, a assimilação dos conceitos teóricos se torna incomparavelmente mais rica*."

Na situação de aprendizagem 6 do caderno a que estamos nos referindo, inicia-se então o estudo formal das funções afins, ou funções lineares, suas propriedades e aplicações. As atividades são práticas e buscam exemplificar a parte teórica proposta no roteiro de sua aplicação no caderno do professor.

Nesse momento sugerimos o uso do Geogebra para uma complementação na apresentação das propriedades das funções afins, já que as construções de gráficos na lousa geralmente são imprecisas e necessitam de muito tempo, apesar de sua importância para o aprendizado do aluno. Já com o software, os gráficos podem ser expostos de forma mais precisa, ilustrativa e dinâmica.

3.1.1 GRÁFICOS DE FUNÇÕES DO TIPO $y = a.x$

Trabalhar e exemplificar funções afins do tipo y = a.x, também chamadas de funções Lineares, tem o objetivo de mostrar ao aluno qual a propriedade que o coeficiente ***a*** tem na função. Para isso, basta expor para o aluno alguns gráficos de funções desse tipo com valores diferentes para o coeficiente ***a***.

O professor pode começar expondo a função y = 1.x e y = 2.x e mostrar o que acontece com a variação de y e de x entre dois pontos quaisquer do gráfico.

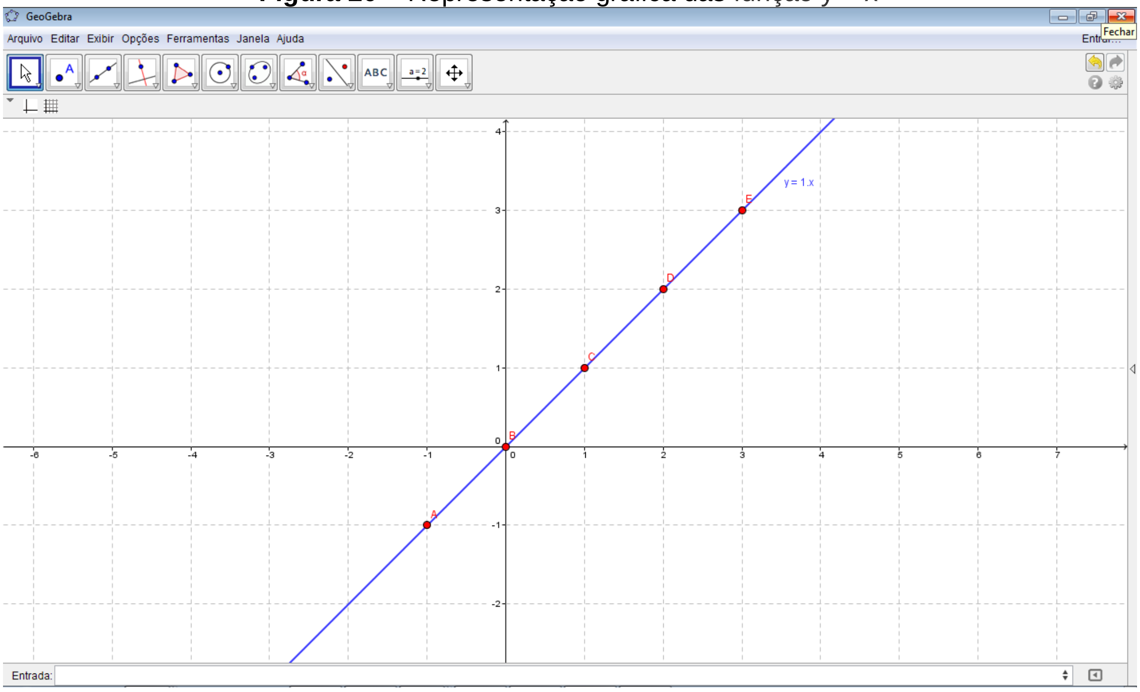
Sugerimos também, que o professor construa uma tabela de apoio para que o aluno consiga interpretar o gráfico.

Assim, teremos:

Tabela 1 – Referencial para a construção do gráfico da função y = x

Tabela Referente à Função y = 1.x					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-1	0	1	2	3
Y	-1	0	1	2	3

Figura 20 – Representação gráfica das função y = x

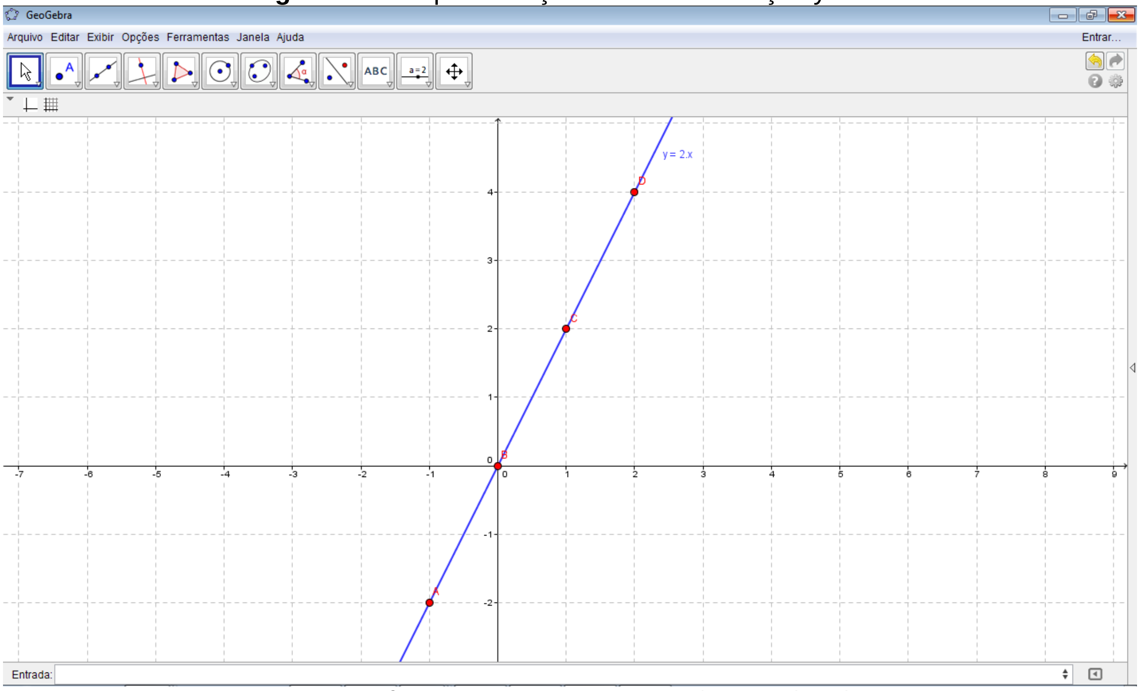


Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Tabela 2 – Referencial para a construção do gráfico da função y = 2x

Tabela Referente à Função y = 2.x					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-1	0	1	2	3
Y	-2	0	2	4	6

Figura 21 – Representação Gráfica da Função y = 2x



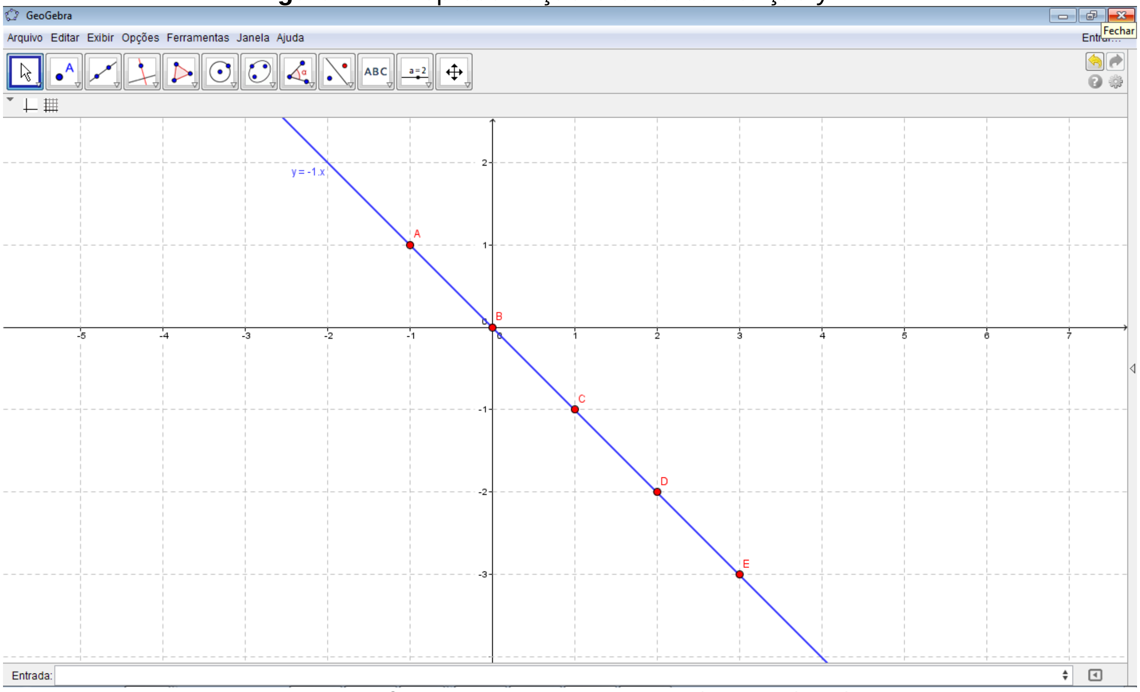
Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Em seguida, o professor deve expor os gráficos das funções y = -1.x e y = -2.x e mostrar a relação entre a variação de y e x para que o aluno possa diferenciar gráficos de funções do tipo y = a.x com a > 0 e a < 0.

Tabela 3 – Referencial para a construção do gráfico da função y = -x

Tabela Referente à Função y = -1.x					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-1	0	1	2	3
Y	1	0	-1	-2	-3

Figura 22 – Representação Gráfica da Função y = -x

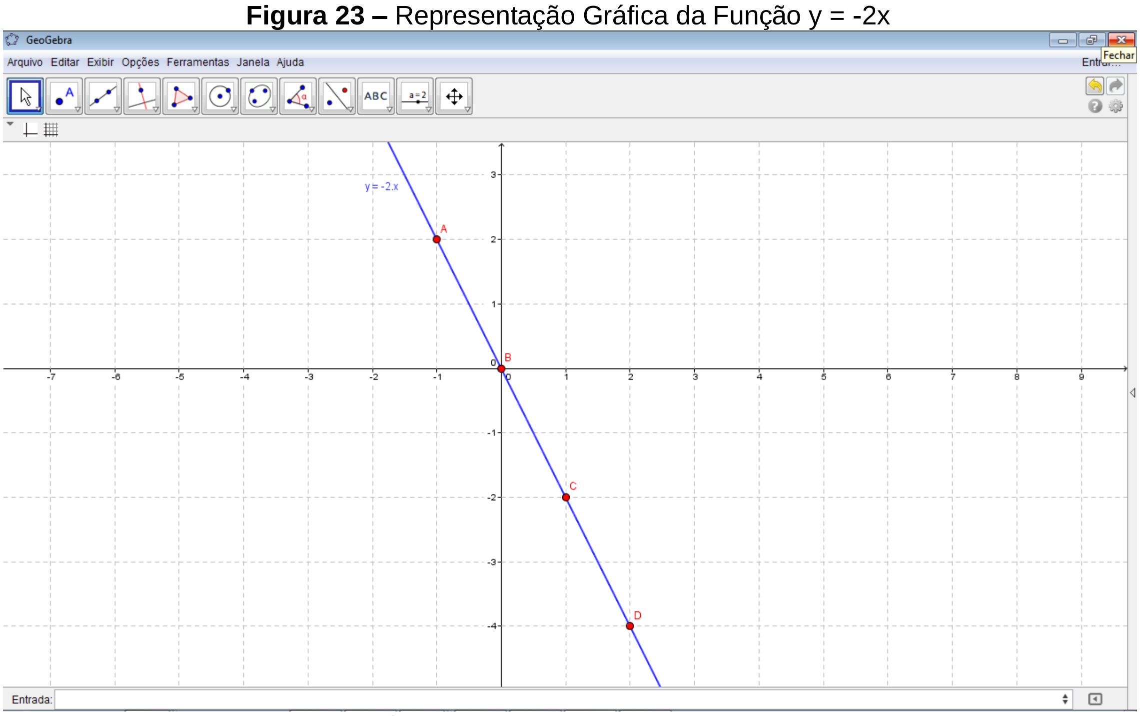


Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software "GeoGebra 4.4.36.0".

Tabela 4 – Referencial para a construção do gráfico da função y = -2x

Tabela Referente à Função y = -2.x					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-1	0	1	2	3
Y	2	0	-2	-4	-6

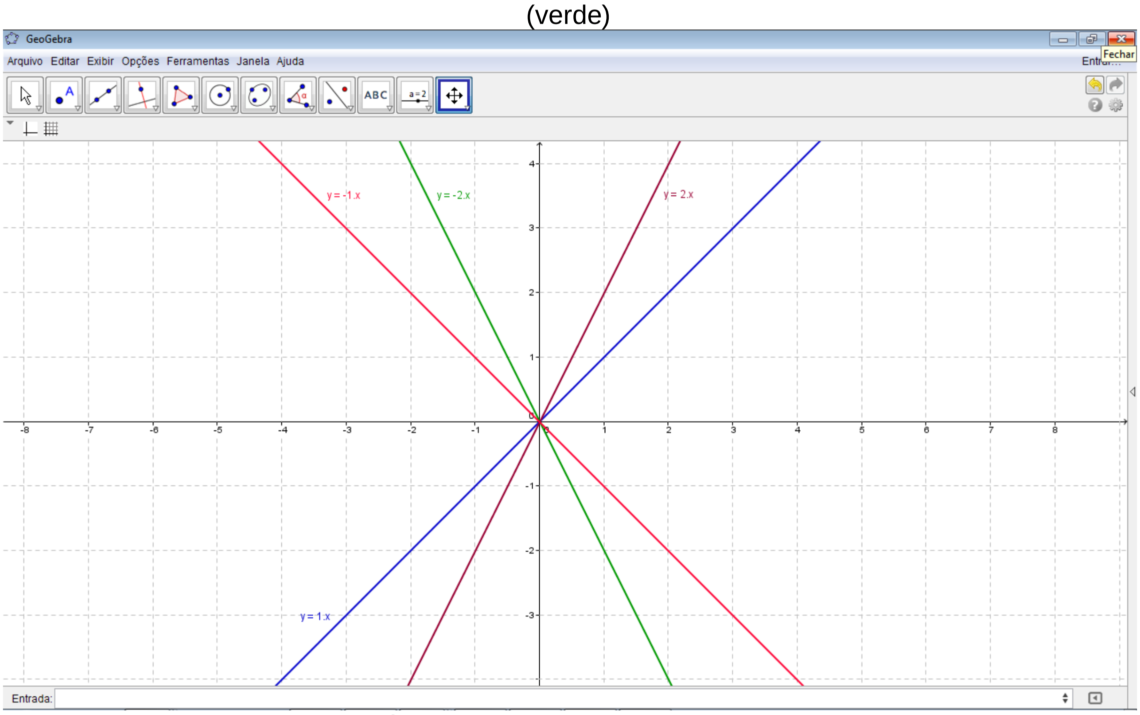
Figura 23 – Representação Gráfica da Função y = -2x



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software "GeoGebra 4.4.36.0".

Com esses exemplos e todas as possibilidades de dinamização que o Geogebra fornece, o professor torna a aula mais objetiva e com resultados mais significativos. Inclusive, para finalizar essa sessão, que visa levar ao aluno a compreensão das taxas de crescimento e decrescimento em funções lineares ou afins, o professor pode expor num mesmo plano todos os gráficos das funções trabalhadas. Dessa forma, a comparação entre os gráficos tornará o entendimento mais completo.

Figura 24 – Representação Gráfica das Funções y = x (azul), y = 2x (roxo), y = -x (rosa) e y = -2x (verde)



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

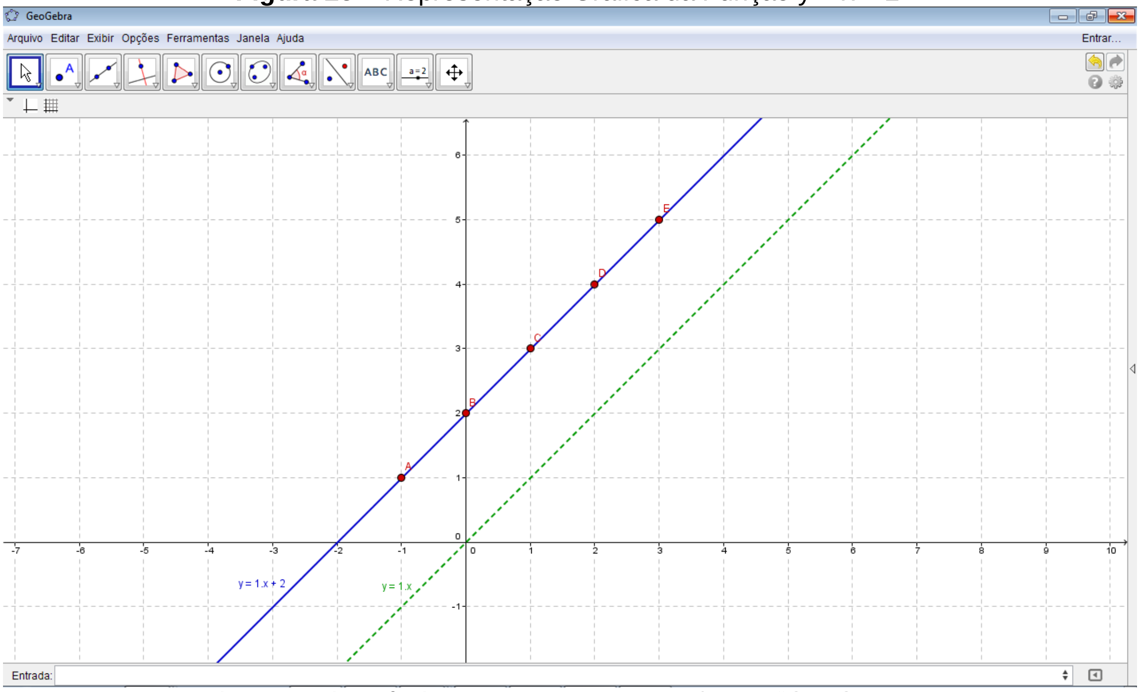
3.1.2 FUNÇÕES DO TIPO $y = a.x + b$

A utilização das tabelas e dos gráficos das funções do tipo y = a.x trabalhadas anteriormente, será de grande importância para que os alunos consigam compreender qual o significado do coeficiente b no gráfico da função y = a.x + b. Dessa forma, propomos que o professor, inicialmente, construa, no Geogebra, o gráfico da função y = 1.x e, em seguida, construa uma tabela e, a partir da tabela, um gráfico da função y = 1.x + 2.

Tabela 5 – Referencial para a construção do gráfico da função y = x + 2

Tabela Referente à Função y = 1.x + 2					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-1	0	1	2	3
Y	1	2	3	4	5

Figura 25 – Representação Gráfica da Função y = x + 2



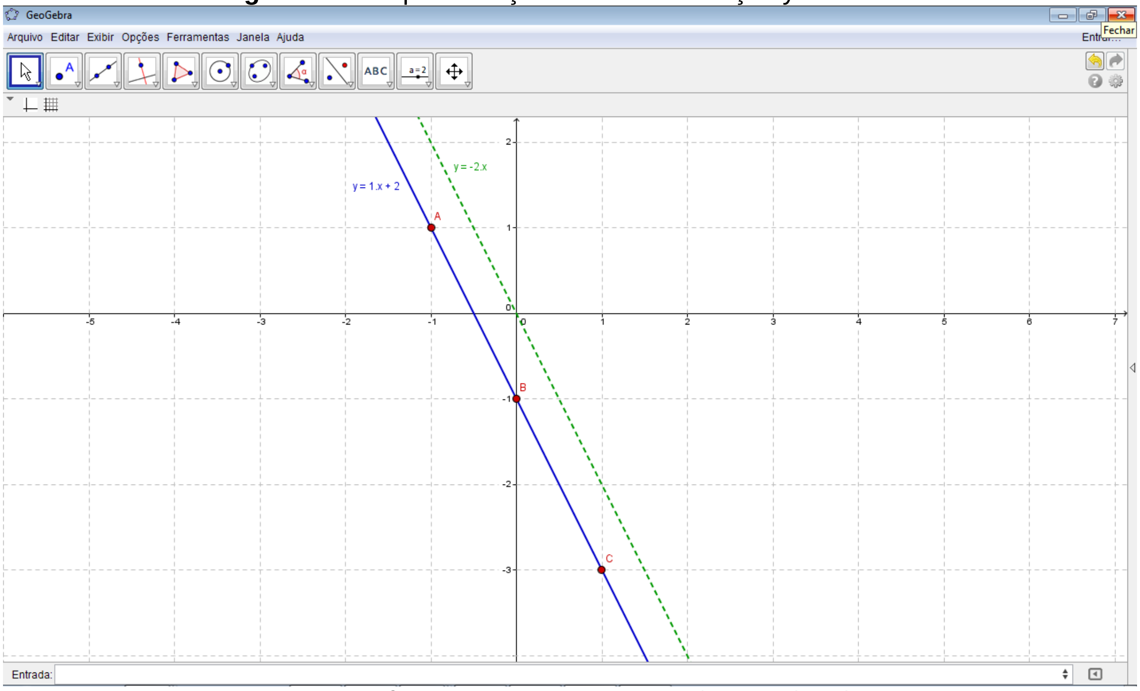
Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, mas com a < 0, o professor, juntamente com a referência do gráfico de y = -2.x, é possível construir uma tabela e um gráfico da função y = -2.x – 1.

Tabela 6 – Referencial para a construção do gráfico da função y = -2x - 1

Tabela Referente à Função y = - 2 .x – 1					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-1	0	1	2	3
Y	1	-1	-3	-5	-7

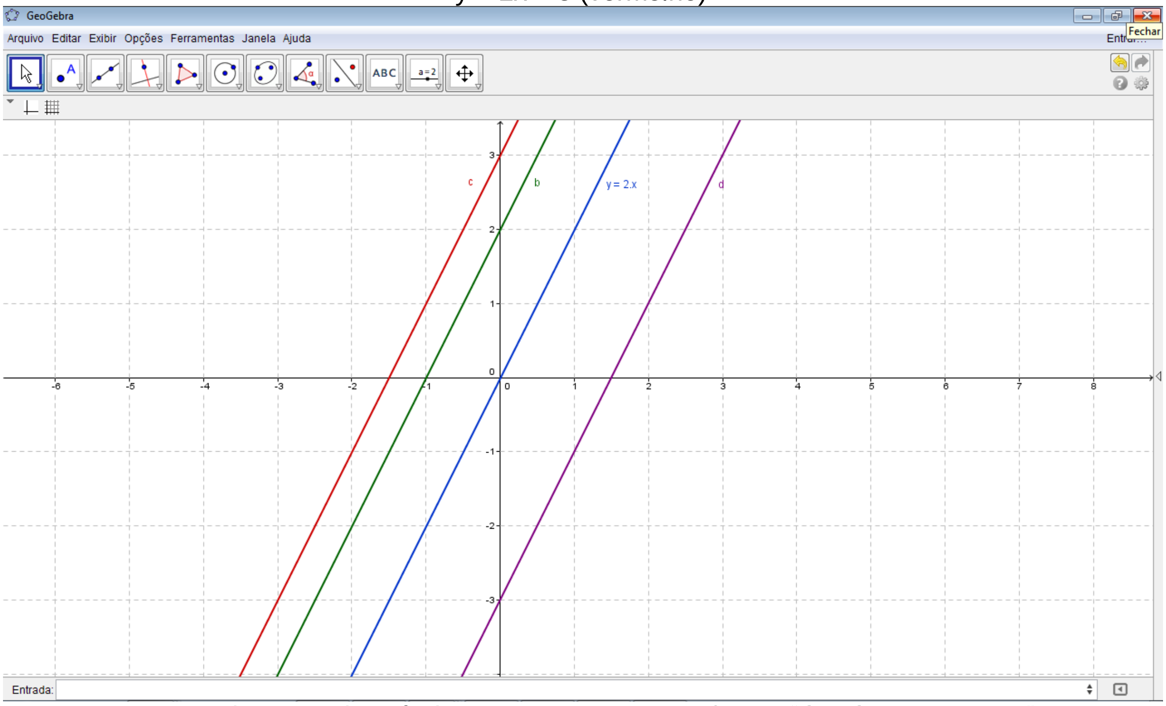
Figura 26 – Representação Gráfica da Função y = - 2x – 1



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

E, para finalizar, instigando os alunos a mostrarem que entenderam a propriedade do coeficiente b nas funções do tipo y = a.x + b, o professor pode colocar algumas retas com mesma inclinação no geogebra, uma delas com a função enunciada, e pedir aos alunos que descrevam as funções que representam as outras retas. Veja um exemplo:

Figura 27 – Representação Gráfica das Funções y = 2x (azul), y = 2x – 3 (roxo), y = 2x + 2 (verde) e y = 2x + 3 (vermelho)



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

É importante lembrar que saber utilizar o software e todos os seus comandos facilita na utilização e na dinâmica da aula, pois ele oferece muitos recursos atraentes que, usados de forma adequada, chamam a atenção dos alunos já que as novas tecnologias são muito bem quistas por eles.

Não deixando a sequência proposta pelo material do lado, o professor deve sempre expor as tabelas e gráficos mostrando ao aluno como que o y varia quando o x varia uma unidade e, também, que todas as funções do tipo y = a.x + b representam uma proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Com as atividades propostas na situação de aprendizagem 6 do caderno citado, os alunos terão uma noção da quantidade de aplicações que a função linear tem e da importância de se estudar esse conteúdo. Além disso, fica muito bem estruturada uma forma construtiva de se ensinar, aliando o conhecimento prévio do aluno, as aplicações do que se ensina e a linguagem matemática.

3.2 FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Definimos função quadrática como sendo toda relação $f: R \to R$ onde, para cada $x \epsilon R$, associa-se o valor $y = f(x) = a.x^2 + b.x + c$, em que a, b e c são números reais e a ≠ 0. No entanto, para continuarmos seguindo a linha proposta pelo manual, devemos, desde já, saber que as funções quadráticas serão apresentadas dessa forma apenas na finalização do assunto.

Para todos os professores de matemática que ministram aulas nas primeiras séries do ensino médio das escolas estaduais de São Paulo, o mais relevante para iniciar a situação de aprendizagem 7 do volume 1 dos cadernos propostos, é verificar se os alunos têm facilidade para entender a proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra. Mesmo tendo estudado o assunto na situação de aprendizagem 5 deste mesmo caderno, os alunos costumam apresentar dificuldades para relacionar estas grandezas e, principalmente, visualizar a curva que as representam no plano cartesiano.

Acreditamos que tal dificuldade provenha de não se ter uma quantidade significativa de situações problema adequadas à realidade dos alunos nesta faixa etária. Porém, existem exemplos que podem ser retirados da física e utilizados de forma interdisciplinar. Como exemplo, a relação entre deslocamento e tempo num movimento uniformemente variado.

Como o intuito do nosso trabalho é fornecer sugestões para que a apresentação da parte formal da matemática fique bem acoplada às atividades dos cadernos propostos (que já são bem voltadas para aplicações), deixamos essa tarefa para os professores.

Para iniciar o estudo das funções quadráticas, o primeiro passo é fazer com que o aluno verifique a curva gerada por duas grandezas, onde uma é diretamente proporcional ao quadrado da outra, no plano cartesiano. Tomando então as grandezas y e x e, considerando que y é diretamente proporcional ao quadrado de x, chegamos a relação $\frac{y}{x^2} = a$ (com x ≠ 0), o que implica $y = a.x^2$.

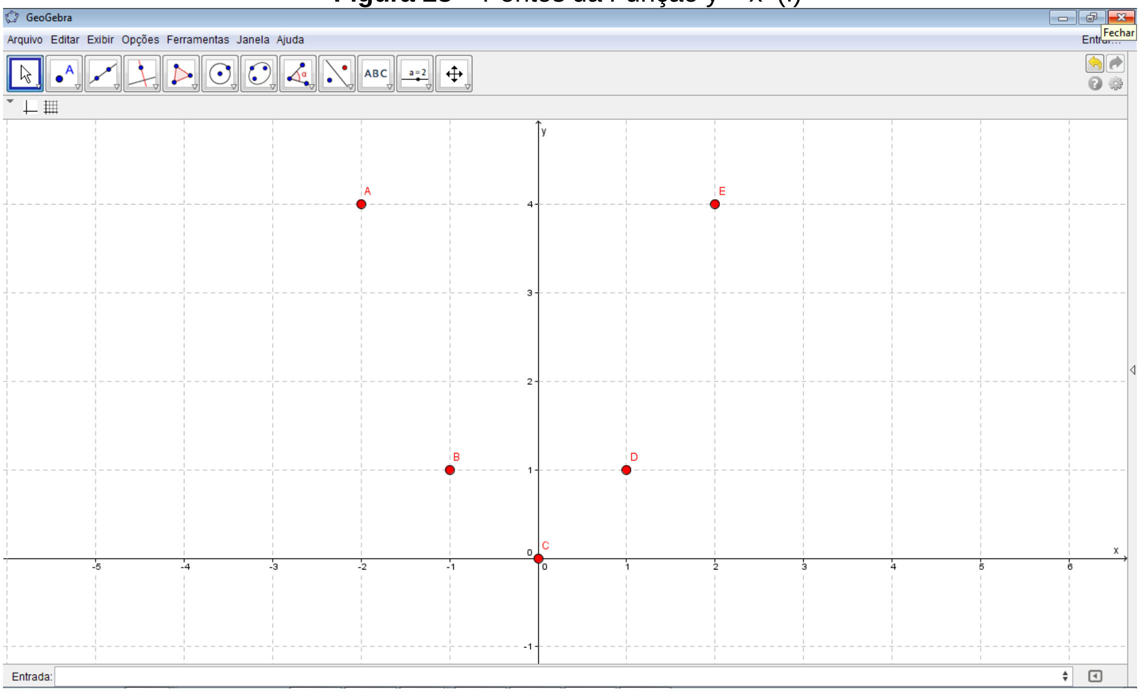
Tomando a = 1 teremos y = $1.x^2$, e com essa função, o professor montará uma tabela contendo os valores -2, -1, 0, 1 e 2 para x e pedirá aos alunos que completem a tabela com os valores de y. A tabela, após ser completada, ficará assim:

Tabela 7 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$

Tabela Referente à Função $y = 1.x^2$					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

Agora, com o auxílio do Geogebra, o professor pedirá aos alunos que o ajude a representar os pontos encontrados no plano cartesiano, encontrando:

Figura 28 – Pontos da Função $y = x^2$ (I)



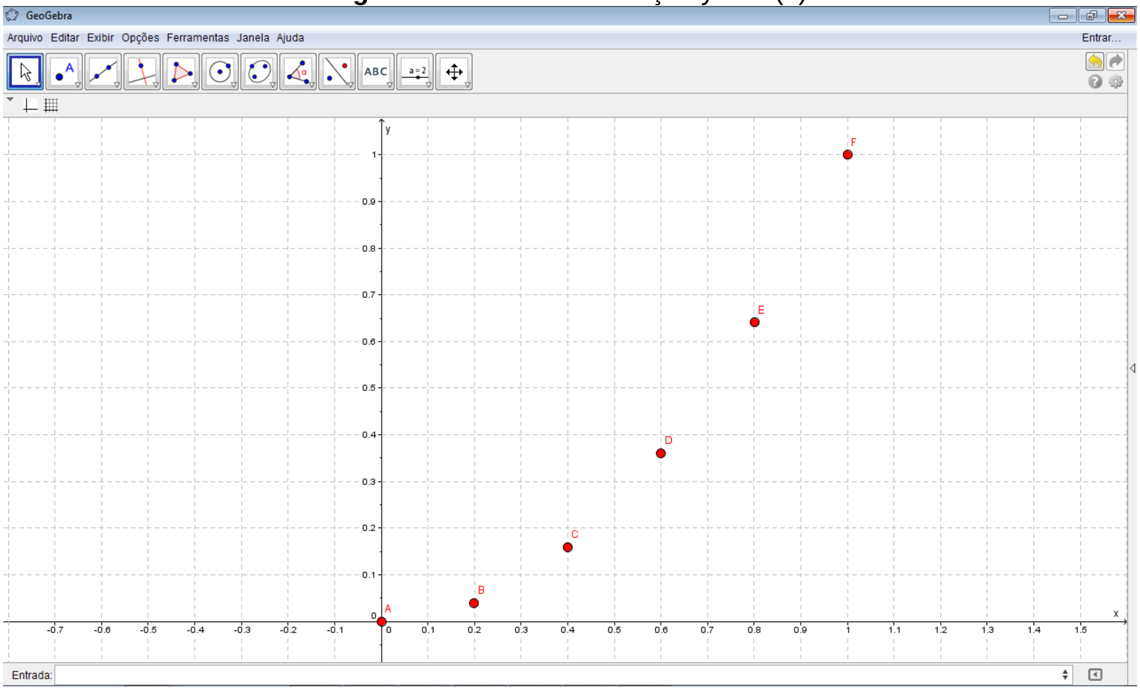
Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software "GeoGebra 4.4.36.0".

Nesse momento é importante que o professor questione os alunos sobre o formato do gráfico da função. Em seguida, como propõe o caderno do professor, deve-se mostrar para o aluno o comportamento do gráfico no intervalo de x = 0 e x = 1. Para isso, acreditamos que a tabela abaixo aliada a pontos expostos no geogebra seja muito esclarecedora para o aluno.

Tabela 8 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$ no intervalo real de 0 a 1.

Tabela Referente à Função $y = 1.x^2$						
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
X	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Y	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1

Figura 29 – Pontos da Função $y = x^2$ (II)



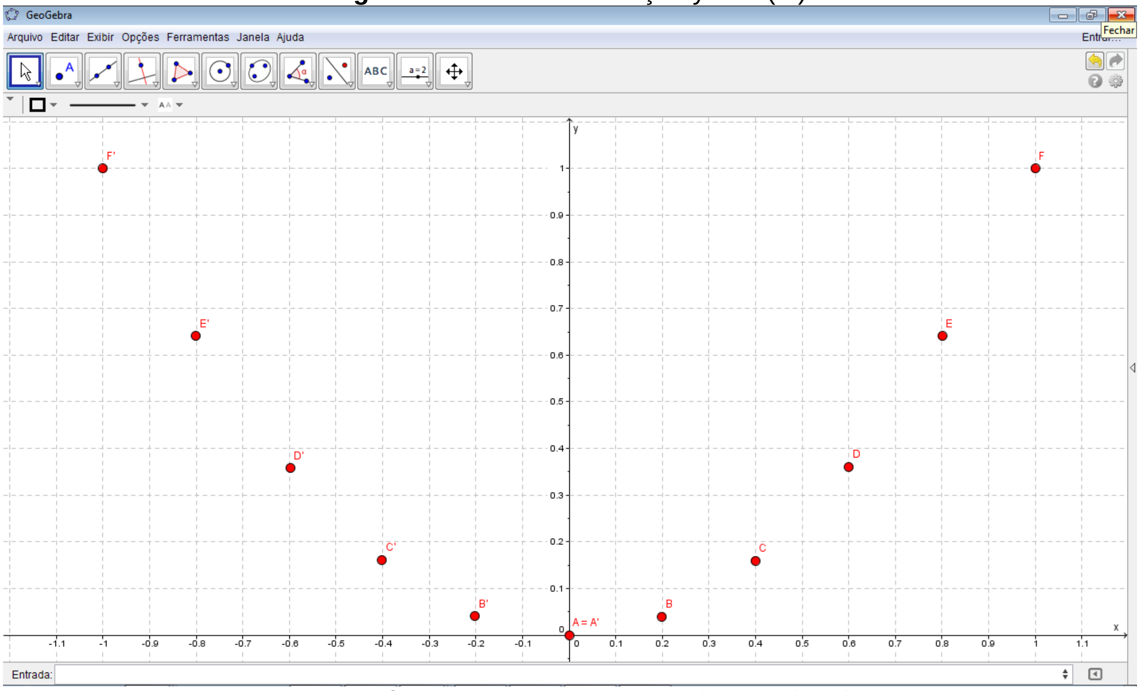
Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software "GeoGebra 4.4.36.0".

A pergunta que deve ser feita aos alunos: o gráfico será uma reta? É óbvio que a resposta será não. A partir de agora, basta lembrar o aluno de que $x^2 = (-x)^2$ e completar a tabela seguinte com os alunos, pedindo que eles coloquem os pontos correspondentes no plano e, finalmente, apresentar a curva da função $y = 1.x^2$ no plano cartesiano para todos os reais.

Tabela 9 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$ no intervalo real de -1 a 0.

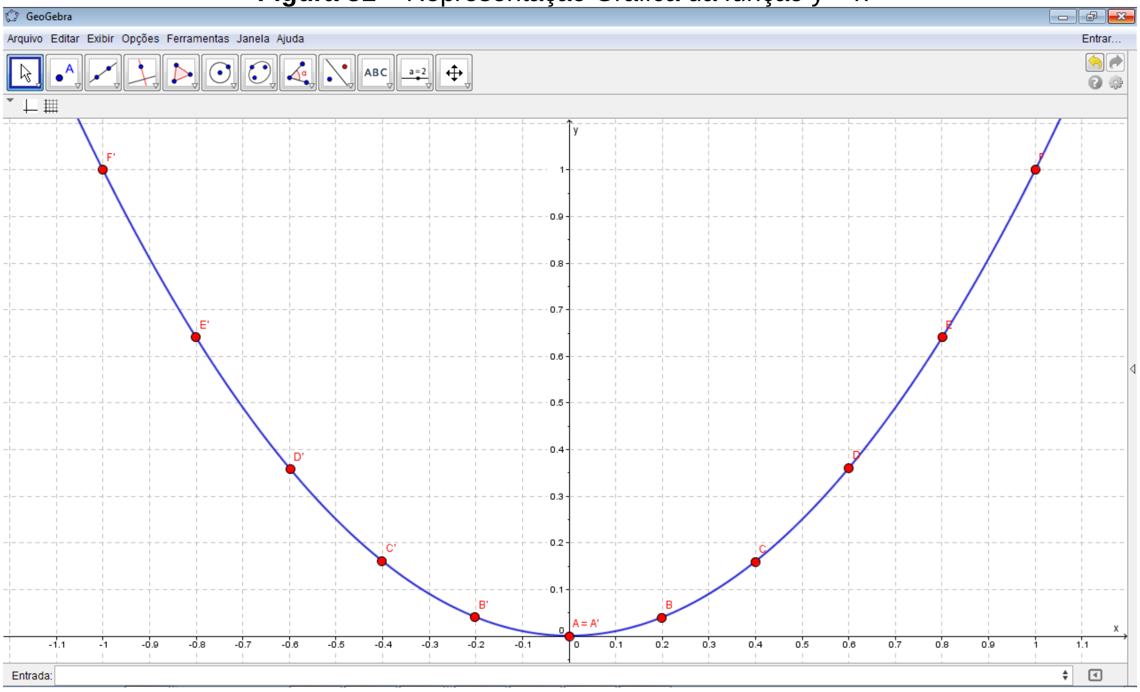
Tabela Referente à Função $y = 1.x^2$						
PONTO	**A'**	**B'**	**C'**	**D'**	**E'**	**F'**
X	0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1
Y	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1

Figura 30 – Pontos da função $y = x^2$ (III)



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Figura 31 – Representação Gráfica da função $y = x^2$



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Os termos parábola, concavidade e vértice e seus significados devem ser apresentados agora, pois as apresentações das diferentes funções quadráticas que serão trabalhadas necessitam desses termos.

Em cada tópico que segue apresentaremos formas diferentes de funções quadráticas de acordo com a sequência proposta pelo Manual e as propriedades que as parábolas que as representam têm no plano cartesiano utilizando o Geogebra.

3.2.1 FUNÇÕES DO TIPO $y = a.x^2$

Com o intuído de mostrar as duas propriedades importantes que traz o coeficiente ***a*** nas funções do tipo $y = a.x^2$, podemos comparar a função $y = x^2$ com as funções $y = - x^2$, $y = 2.x^2$ e $y = -2.x^2$.

Inicialmente, o professor deve comparar os gráficos das funções $y = x^2$ e $y = -x^2$:

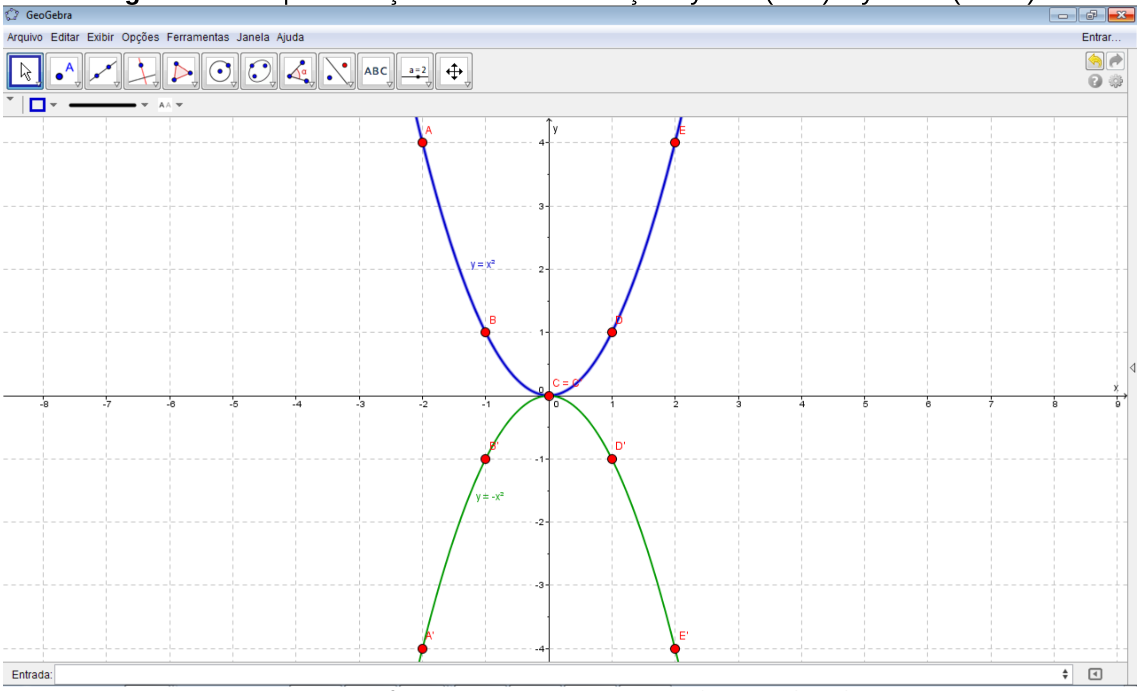
Tabela 10 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$

Tabela Referente à Função $y = 1.x^2$					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

Tabela 11 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = -x^2$

Tabela Referente à Função $y = -1.x^2$					
PONTO	**A’**	**B’**	**C’**	**D’**	**E’**
X	-2	-1	0	1	2
Y	-4	-1	0	-1	-4

Figura 32 – Representação Gráfica das Funções $y = x^2$ (azul) e $y = -x^2$ (verde)



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software "GeoGebra 4.4.36.0".

Com essa atividade, o professor consegue, de forma simples, bem ilustrativa e dinâmica, usando o Geogebra, mostrar ao aluno que se $a > 0$, a parábola tem um ponto de mínimo e sua concavidade é para cima e, se $a < 0$, a parábola tem ponto de máximo e sua concavidade é para baixo.

Em seguida, o professor deve comparar os gráficos das funções $y = x^2$ e $y = 2.x^2$:

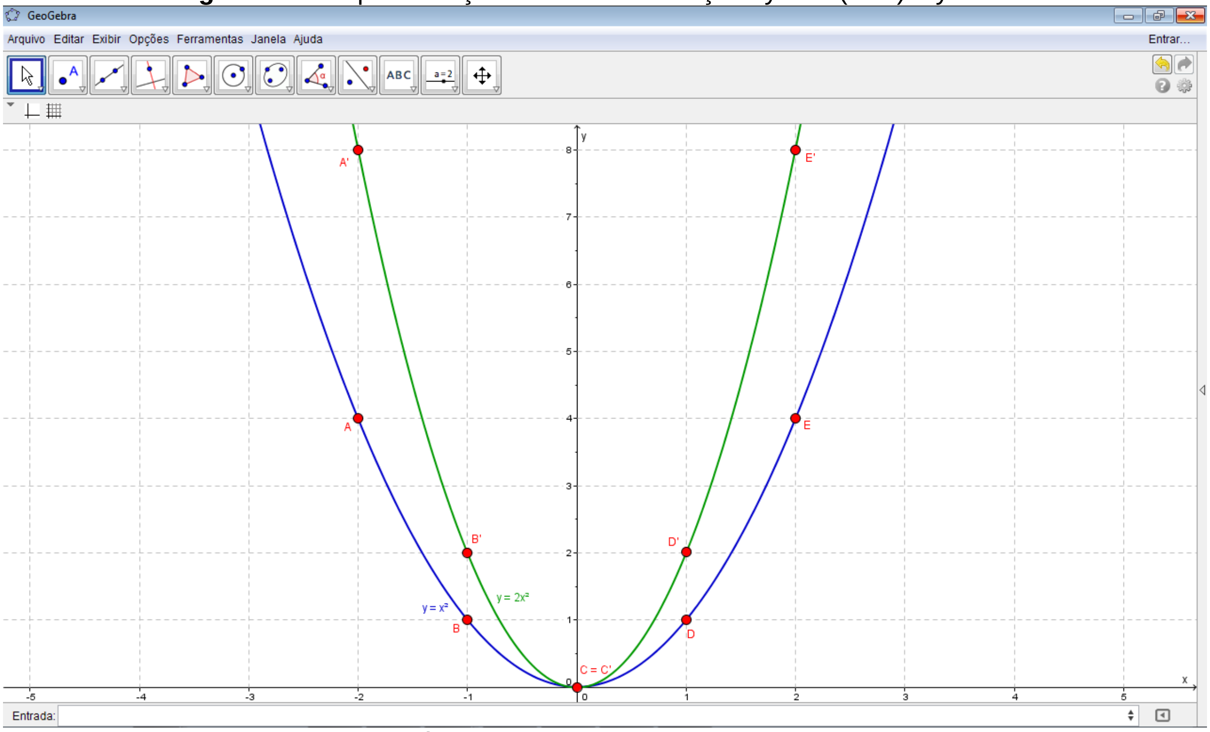
Tabela 12 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$

Tabela Referente à Função y = 1.x²					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

Tabela 13 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = 2x^2$

Tabela Referente à Função y = 2.x²					
PONTO	**A'**	**B'**	**C'**	**D'**	**E'**
X	-2	-1	0	1	2
Y	8	2	0	2	8

Figura 33 – Representação Gráfica das Funções $y = x^2$ (azul) e $y = 2.x^2$.

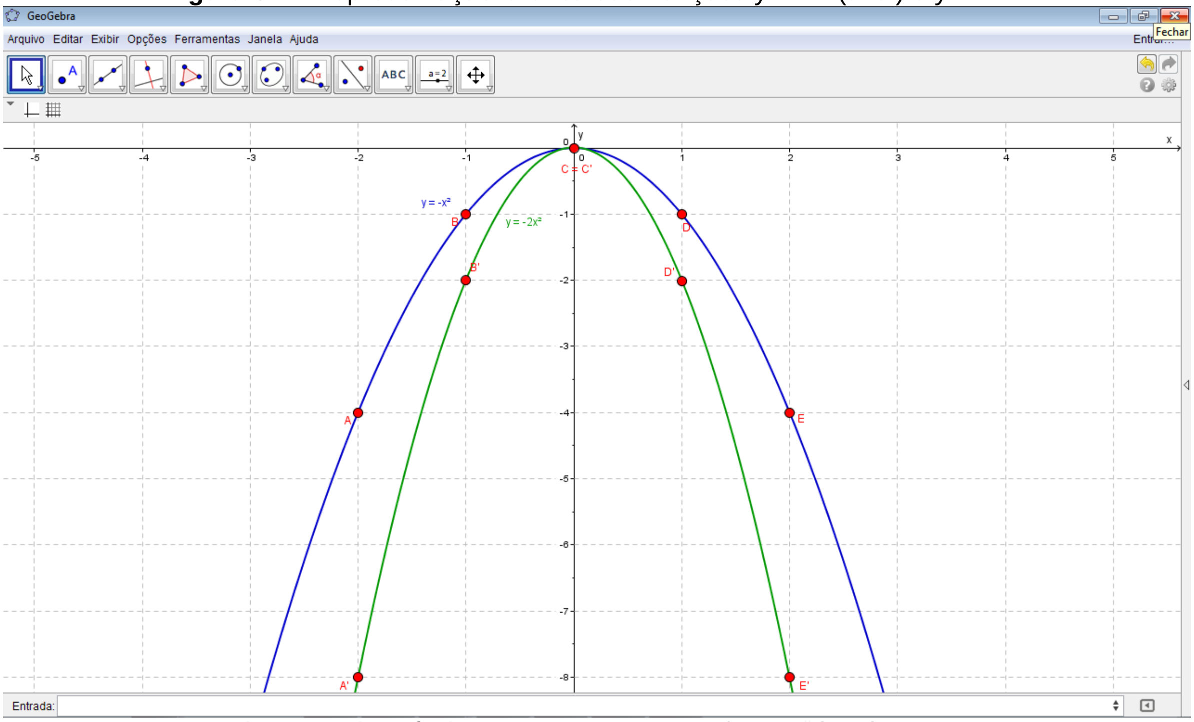


Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Essa atividade tem o objetivo de mostrar ao aluno que, com $a > 0$, todas as parábolas têm a concavidade voltada para cima. No entanto, quanto mais próximo de zero for o valor de a, mais “aberta” será a parábola e, quanto mais distante de zero for o valor de a, mais “fechada” será a parábola.

A comparação entre os gráficos das funções $y = -x^2$ e $y = -2.x^2$ mostrará ao aluno, no que diz respeito às parábolas mais “abertas” ou mais “fechadas”, que a mesma propriedade observada para $a > 0$, servirá também para $a < 0$, porém, com as concavidades voltadas para baixo. No Geogebra, isso ficará bem claro para o aluno:

Figura 34 – Representação Gráfica das Funções y = $-x^2$ (azul) e y = $-2x^2$



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Dessa forma, fica bem claro para os alunos quais são as propriedades do coeficiente a nas funções do tipo y = $a.x^2$. Sendo assim, o propósito inicial da proposta do Currículo do Estado de São Paulo para a situação de aprendizagem 7 do caderno proposto está cumprido. Tal propósito implica em fazer que os alunos entendam que nessas funções:

> “...*quanto maior o valor absoluto do coeficiente* ***a****, mais “fechada” é a parábola; quanto menor o valor absoluto de* ***a****, mais “aberta” ela é. O sinal de* ***a*** *indica se a concavidade (a abertura) da parábola estará voltada para cima (a > 0) ou para baixo (a < 0)*.” (São Paulo, 2014f, v.1, p.77)

3.2.2 FUNÇÕES DO TIPO $y = a.x^2 + v$

É indispensável que o professor entenda muito bem a filosofia do Manual para que ele possa deixar bem clara a sequência do que está ensinando para os alunos. Se tratando das funções quadráticas, o Manual propõe um ensino através de proporcionalidade. Nas funções do tipo y = $a.x^2$, esclarecidas acima, nós mostramos a proporcionalidade entre y e x^2, agora, trabalharemos com as funções do tipo $y = a.x^2 + v$, ou seja, a proporcionalidade entre $y – v$ e x^2.

O principal objetivo do estudo dessas funções é mostrar ao aluno o que ocorre com a parábola vista no tópico anterior quando se adiciona v ao x^2. No Geogebra, podemos trabalhar com as funções $y = x^2$, $y = x^2 + 2$ e $y = x^2 – 1$ e identificar qual a propriedade que está associada ao valor de v.

Tabela 14 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$

Tabela Referente à Função $y = 1.x^2$					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

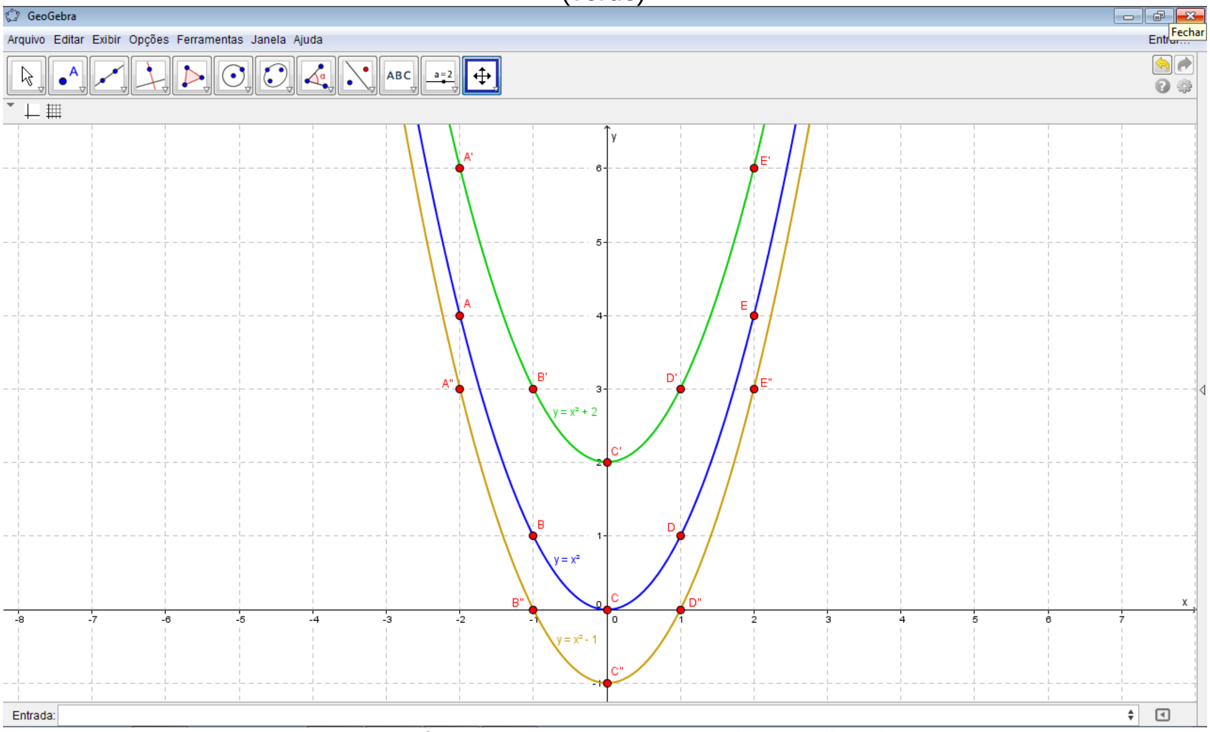
Tabela 15 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2 + 2$

Tabela Referente à Função $y = 1.x^2 + 2$					
PONTO	**A’**	**B’**	**C’**	**D’**	**E’**
X	-2	-1	0	1	2
Y	6	3	2	3	6

Tabela 16 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2 – 1$

Tabela Referente à Função $y = 1.x^2 – 1$					
PONTO	**A’’**	**B’’**	**C’’**	**D’’**	**E’’**
X	-2	-1	0	1	2
Y	3	0	-1	0	3

Figura 35 – Representação Gráfica das Funções $y = x^2$ (azul), $y = x^2 – 1$ (alaranjado) e $y = x^2 + 2$ (verde)



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

Com as funções representadas num mesmo plano através do Geogebra, o professor consegue mostrar aos alunos que, em todas elas, a concavidade é para cima e a abertura é a mesma, concluindo assim a propriedade relacionada ao valor de v é o deslocamento vertical. Ou seja, se v é positivo a parábola se desloca v unidades para cima e, se v é negativo a parábola se desloca |v| unidades para baixo.

3.2.3 FUNÇÕES DO TIPO $\boldsymbol{y = a.(x - h)^2}$

Familiarizados com as funções do tipo $y = a.x^2$ como sendo a relação de proporcionalidade direta entre a grandeza y e o quadrado da grandeza x, e as funções do tipo $y = a.x^2 + v$ como a relação de proporcionalidade direta ente as grandezas $y – v$ e o quadrado da grandeza x, os alunos já sabem interpretar graficamente essas funções e entender quais as propriedades dos coeficientes *a* e *v* na construção da parábola que as representa. Agora, continuando a sequência proposta pelo Manual, o professor deverá introduzir para os alunos as funções do tipo $y = a.(x – h)^2$ e direcioná-los para uma boa compreensão do significado do valor h no gráfico dessas funções.

Tomando como referência a função $y = x^2 = 1.(x – 0)^2$, o professor montará a tabela e construirá (no geogebra) o gráfico das funções $y = 1.(x – 3)^2$ e $y = 1.(x + 2)^2$:

Tabela 17 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = x^2$

Tabela Referente à Função $y = 1.(x – 0)^2$					
PONTO	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

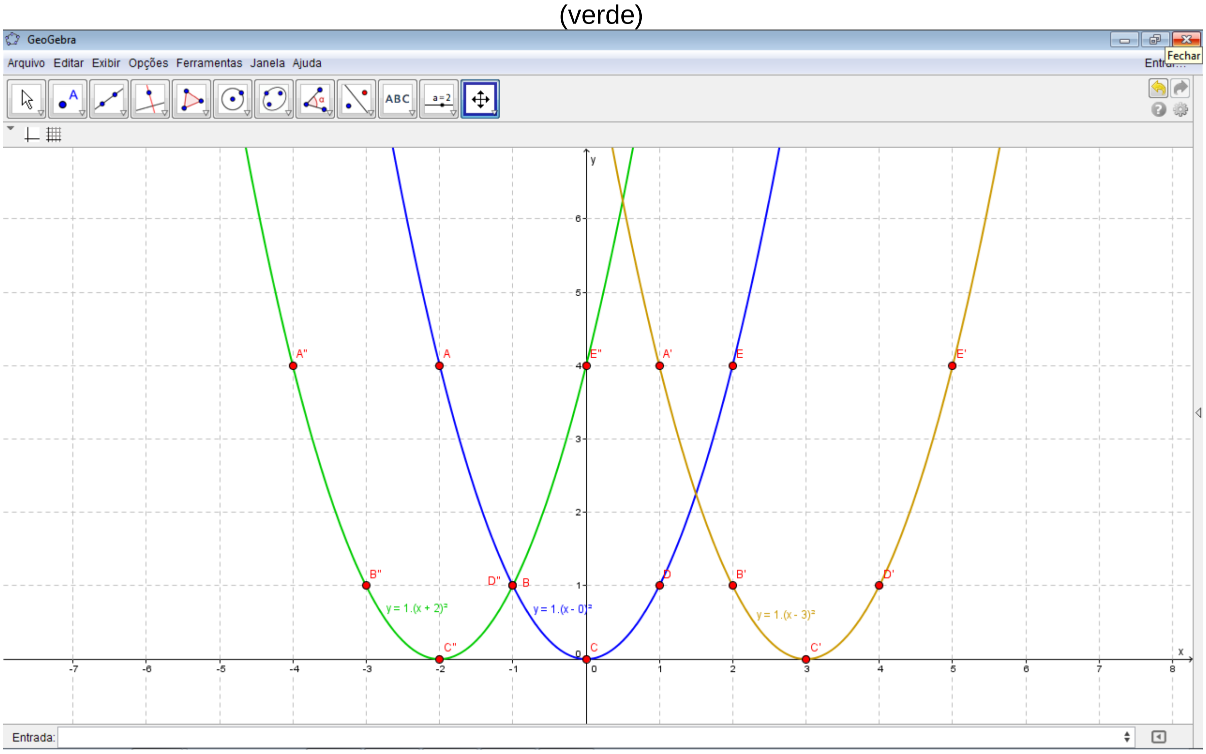
Tabela 18 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = (x – 3)^2$

Tabela Referente à Função $y = 1.(x – 3)^2$					
PONTO	**A’**	**B’**	**C’**	**D’**	**E’**
X	1	2	3	4	5
Y	4	1	0	1	4

Tabela 19 – Referencial para a construção do gráfico da função $y = (x + 2)^2$

Tabela Referente à Função $y = 1.(x + 2)^2$					
PONTO	**A’’**	**B’’**	**C’’**	**D’’**	**E’’**
X	-4	-3	-2	-1	0
Y	4	1	0	1	4

Figura 36 – Representação Gráfica das Funções $y = x^2$ (azul), $y = (x – 3)^2$ (alaranjado) e $y = (x + 2)^2$ (verde)



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

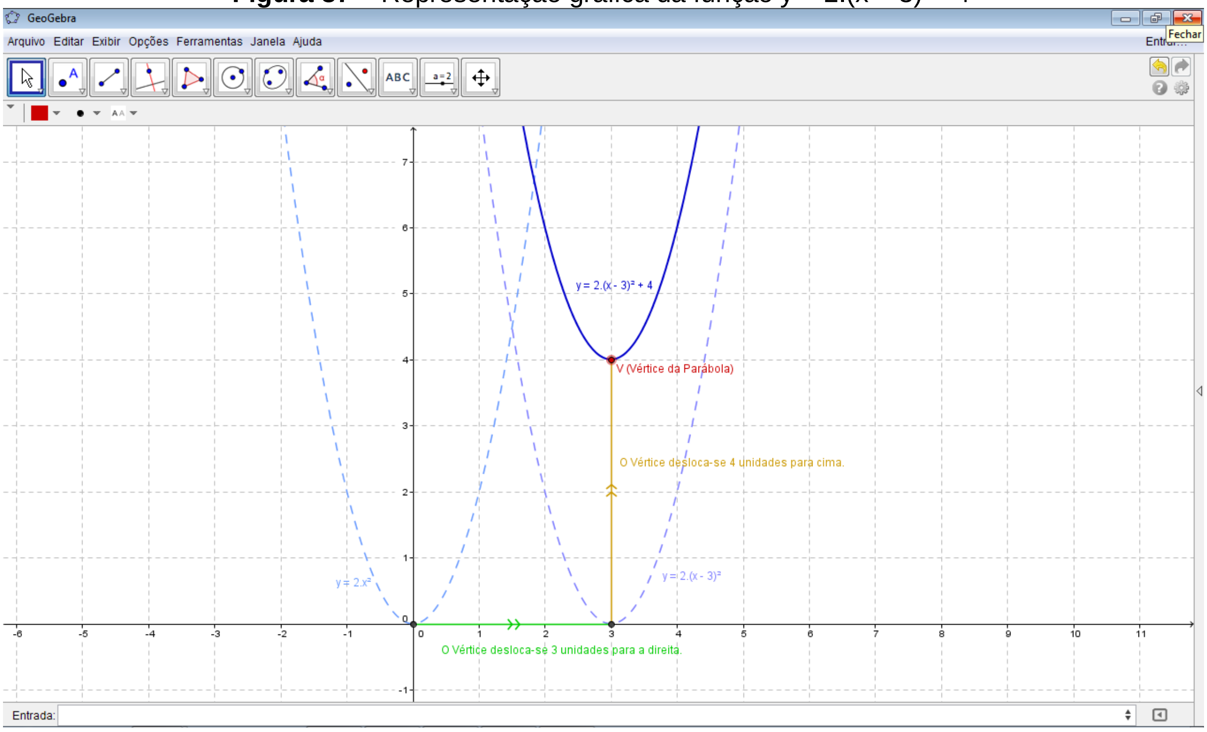
Tais representações e uma discussão em torno do valor de h, na função y =a.(x – h)^2, fará com que os alunos cheguem à conclusão que a propriedade vinculada a esse valor é que, em relação à função y = a.x^2, a parábola se desloca horizontalmente |h| unidades para a direita (se h for positivo) ou para a esquerda (se h for negativo).

3.2.4 FUNÇÕES DO TIPO $y = a.(x - h)^2 + v$

Com as funções trabalhadas até o momento, o professor poderá agora discutir a forma mais completa das funções quadráticas, ou seja, as funções do tipo y = a.(x – h)^2 + v.

Para exemplificar uma função desse tipo, o professor pode usar a função y = 2.(x – 3)^2 + 4, organizando o raciocínio de seus alunos através da apresentação sequencial dos gráficos das funções y = 2.x^2 , y = 2.(x – 3)^2 e, por fim, y = 2.(x – 3)^2 + 4. Com isso as propriedades de *a*, *h* e *v* serão utilizadas numa mesma função.

Figura 37 – Representação gráfica da função y = 2.(x – 3)^2 +4



Fonte: Elaboração do próprio autor, utilizando o software “GeoGebra 4.4.36.0”.

O professor deve mostrar aos alunos que o vértice da parábola da função $y = a.(x - h)^2 + v$ é o ponto V = (h , v), ou seja, que h é o valor da abscissa e que v é o valor da ordenada do vértice.

De acordo com o Manual proposto, os alunos já estão prontos para estudar a forma geral da função quadrática.

3.2.5 FORMA GERAL DA FUNÇÃO QUADRÁTICA: $\boldsymbol{y = a.x^2 + b.x + c}$

Nesse ponto, a condução do conteúdo a ser ensinado deve ser feita com muito cuidado. Tradicionalmente a forma $y = a.x^2 + bx + c$, para a ≠ 0, é apresentada ao aluno logo na primeira aula sobre funções quadráticas e, nessa nova filosofia, ela será apresentada como produto final de todo estudo sobre funções até o momento. Assim, o professor deve mostrar ao aluno que toda função desse tipo pode ser expressa na forma anterior.

Para escrever a função $y = a.x^2 + b.x + c$ na forma $y = a.(x - h)^2 + v$ o professor deverá utilizar completamento de quadrados, lembrando que os alunos estudaram esta matéria no ensino fundamental II. Veja a estratégia:

$$y = a.x^2 + b.x + c$$

implica que

$$y = a.x^2 + \frac{\mathbf{2.a}.b}{\mathbf{2a}}.x + a.\left(\frac{b}{2.a}\right)^2 - a.\left(\frac{b}{2.a}\right)^2 + c$$

o que resultará em

$$y = a.\left[x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right]^2 + \frac{4.a.c - b^2}{4a}$$

O que significa que $h = -\frac{b}{2a}$ e $v = -\frac{\Delta}{4.a}$ com $\Delta = b^2 - 4.a.c$.

Ou seja, com os coeficientes a, b e c da função $y = a.x^2 + b.x + c$ podemos encontrar as coordenadas do vértice da parábola que a representa.

De forma simples, mostramos aqui a sequência proposta para o ensino de funções afins e quadráticas pelo Manual e o Geogebra com ferramenta dinâmica, objetiva e ilustrativa dos resultados esperados em cada etapa do processo ensino-aprendizagem dessas funções.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o ano de 2010, o autor deste trabalho teve a experiência de ministrar cursos para professores da rede pública estadual de São Paulo através de um programa chamado Implementação do Currículo de Matemática, onde o primeiro módulo era exatamente sobre o ensino de funções.

O autor deste trabalho, durante seis meses visitando quatro diretorias de ensino do estado de Saõ Paulo: Votuporanga, Taubaté, Pirassununga e Ribeirão Preto. Nas palestras sobre o conceito de função, funções afins e funções quadráticas, propôs a sequência nesse instrumento sugerida e as atividades aqui expostas.

Os professores que assistiram as palestras e aplicaram a sequência sugerida neste instrumento afirmam que, com esse complemento ao material proposto pelo governo estadual, os alunos conseguiram melhorar seus resultados e apresentaram maior interesse nas aulas de matemática.

Portanto, através deste texto, buscamos levar a todos os professores de matemática uma boa alternativa para o ensino do conceito de função e uma forma bem ilustrativa e dinâmica, através do Geogebra, de se ensinar funções afins e funções quadráticas dentro da filosofia proposta pelo Currículo do Estado de São Paulo. Com isso, esperamos estar contribuindo para o aprendizado dos alunos neste importante tópico do currículo de matemática que é funções.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* (Ensino Médio). Brasília: MEC, 1998;

_________, **Caderno do Professor. Matemática: Ensino Fundamental. 5ª série / 6º ano. 1º semestre (v.1)**. São Paulo: SEE, 2014a;

GEOGEBRA. **About**. Disponível em: <http://www.geogebra.org/about>. Acesso em 09 jan. 2015;

_________. **Caderno do Professor. Matemática: Ensino Fundamental. 8ª série / 9º ano. 1º semestre (v.1)**. São Paulo: SEE, 2014b;

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar**, 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. v. 1;

_________. **Caderno do Aluno. Matemática: Ensino Fundamental. 5ª série / 6º ano. 1º semestre (v.1)**. São Paulo: SEE, 2014c;

_________. **Caderno do Professor. Matemática: Ensino Fundamental. 6ª série / 7º ano. 1º semestre (v.1)**. São Paulo: SEE, 2014d;

_________. **Caderno do Professor. Matemática: Ensino Fundamental. 7ª série / 8º ano. 2º semestre (v.2)**. São Paulo: SEE, 2014e;

SBM. Coleção do Professor de Matemática. A Matemática do Ensino Médio, 8 ed. Rio de Janeiro, 2005. V.1;

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e Suas Tecnologias**. São Paulo: SEE, 2012;

_________. **Caderno do Professor. Matemática: Ensino Médio. 1ª série. 1º semestre (v.1)**. São Paulo: SEE, 2014f;