Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Ciências Exatas

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Sabrina Marques de Assis Dutra

Contextualizando o Ensino das Parábolas

Juiz de Fora

2015

Sabrina Marques de Assis Dutra

Contextualizando o Ensino das Parábolas

Dissertação apresentada ao PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Ensino de Matemática , como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Drª. Valéria Mattos da Rosa

Juiz de Fora

2015

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Dutra, Sabrina Marques de Assis.
Contextualizando o Ensino das Parábolas / Sabrina Marques de Assis Dutra. – 2015.
46 f. : il.

Orientadora: Drª. Valéria Mattos da Rosa
Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2015.

1. Parábola. 2. Função. 3. Contextualização. I. Rosa, Valéria Mattos da. II. Título.

Sabrina Marques de Assis Dutra

Contextualizando o Ensino das Parábolas

Dissertação apresentada ao PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Ensino de Matemática , como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 11 de agosto de 2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof^{a}. Dr^{a}. Valéria Mattos da Rosa - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^{a}. Dr^{a}. Laura Senos Lacerda Fernández
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Hugo Danilo Fernández Sare
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Dedico este trabalho ao meu filho Bernardo; minha maior inspiração para querer avançar cada vez mais.

AGRADECIMENTOS

Agradecer, citando nomes, não é uma tarefa muito fácil, tendo em vista que podemos nos esquecer de algumas pessoas; mas certamente, das pessoas que foram essenciais para que esse trabalho pudesse ser escrito, eu não me esquecerei. Sendo assim, em primeiro lugar, agradeço a Deus, pelo dom da vida, a Ele devo tudo que tenho e o que sou. Seguindo, meus pais, os anjos que Deus colocou em minha vida, meus primeiros mestres, meus alicerces; aqueles que sempre dizem: "Pode avançar que estamos com você!". Este trabalho sem eles não teria a menor possibilidade de existir pois meu pai ficava todas as tardes com o Bernardo para que eu pudesse escrever e minha mãe o auxiliava. Agradeço aos meus irmãos Eneida, Guilherme e Victor, que foram também meus primeiros alunos, por todo apoio. Dizem que família nós não escolhemos, mas tenho certeza que esses irmãos são os melhores que Deus poderia ter escolhido para mim. À todos os meus familiares que sempre acreditaram e contribuíram para que o sonho do mestrado pudesse ser concretizado também me dirijo com agradecimentos, em especial aos meus afilhados: Izabela, Gabriela e Arthur aos cunhados Leandro, Ana Caroline, Daniela e Camila, à Iasmim e à Lurdinha.

À todos os colegas de trabalho, que fazem o meu dia-a-dia menos cansativo, me ajudando sempre, vale destacar as amigas Angélica, Bruna e Elisabeth, muito obrigada principalmente pelo incentivo, vocês foram essenciais para que eu pudesse vencer mais essa etapa. Aos meus queridos alunos que, com todo carinho dedicado a mim, sempre me apoiaram e até mesmo me ajudaram com questões do mestrado.

Aos meus amigos que sempre torceram e acreditaram nesta vitória, entre eles destaco minha madrinha e comadre Vanessa, a melhor amiga que alguém poderia ter!

Um agradecimento todo especial aos amigos do PROFMAT, companheiros de todos os sábados, amigos que dividimos angustias e alegrias, em especial gostaria de agradecer ao Ricardo e as amigas Márcia e Paola. Além de todo corpo docente que muito contribuíram para a nossa formação: professores José Barbosa Gomes, Luís Fernando Crocco Afonso, Luiz Fernando de Oliveira Faria, Olímpio Hiroshi Miyagaki, Rogério Casagrande, Sandro Rodrigues Mazorche, Sérgio Guilherme de Assis Vasconcelos e Valéria Mattos da Rosa. Dentre estes, um agradecimento muito especial à Professora Valéria, que foi muito mais que orientadora, entendendo minhas limitações, me proporcionando viver a experiência de escrever esse trabalho.

Agradeço a Capes - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - pelo apoio financeiro

Por fim, agradeço ao meu esposo Wander, por toda ajuda e por ter aceitado e entendido meus momentos de ausência e de desmotivação e o agradecimento mais importante ao meu filho BERNARDO que chegou em meio a esse turbilhão do mestrado para me mostrar o que é o amor incondicional.

"Como pode a Matemática, sendo produto do pensamento humano, independente da experiência, se adaptar tão admiravelmente aos objetos da realidade?".

Albert Einstein

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com a finalidade de orientar e aprimorar o estudo da Função Quadrática em uma turma de alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Juiz de Fora, Minas Gerais. Nessa escola, a maioria dos alunos finaliza o estudo teórico da função sem relacioná-la a elementos práticos do cotidiano. Todavia, depreende-se que tal vínculo facilite o processo de aprendizagem. Consequentemente, desenvolver-se-á uma proposta de ensino que, além de trabalhar a abordagem teórica, dimensionará o estudo um pouco mais na prática, proporcionando aos alunos vislumbre e entendimento sobre as Parábolas em seu dia-a-dia.

Assim, baseando-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o plano de ensino proposto apresentará uma abordagem histórica, a descrição formal do tema estudado e a sua contextualização. Desse modo, espera-se que os alunos compreendam-no de forma significativa e consigam solucionar de maneira eficiente as situações problemas determinadas pelo gráfico de uma Função Quadrática.

Contudo, esta proposta não possui a intenção de ser norteadora no ensino das Parábolas, ainda que apresente um caminho possível para fazer com que o ensino e a aprendizagem dessas curvas tenha mais significado para os discentes.

Palavras-chave: Parábola. Função. Contextualização.

ABSTRACT

This paper was developed in order to guide and enhance the study of Quadratic Function in a class of first-year high school students at a public school in the city of Juiz de Fora, Minas Gerais. At that school, most students finish the theoretical study of the function without relating it to practical elements of daily life. However, it infers that such a link facilitates the learning process. Consequently, it will be developed a proposal of teaching that, in addition to accomplish the theoretical approach, it will dimension the study a little more in practice, providing glimpse and understanding of the Parabolas in the students' day-to-day.

Thus, based on the National Curriculum Standards, the teaching plan will present a historical approach, the formal description of the topic in question and its contextualization. Therefore, it is expected that students can significantly understand it and that they can be able to find efficiently solution to the situations problems determined by the graph of a Quadratic Function.

However, this proposal does not intend to be a guide in teaching of Parabolas, although it suggests a possible way to establish the teaching and learning of these curves more meaningful for students.

Keywords: Parabola. Function. Contextualization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PCN+	Parâmetros Curriculares Nacionais +

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

O trabalho com as funções no Primeiro Ano do Ensino Médio nas escolas, de um modo geral, é feito de uma forma passiva, onde os alunos, na maioria das vezes, compreendem seus gráficos, mas não os visualizam como parte integrante do seu dia. Sendo assim, sempre vem a questão nas aulas de Matemática: "Porque estudar isso?". Pensando em uma forma de fazer com que a Matemática tenha mais significado na vida dos estudantes e, assim, seja melhor compreendida, surgiu a proposta desse trabalho de contextualizar de forma efetiva esta disciplina, mostrando aos discentes, em sala de aula, que ela está realmente presente em nosso cotidiano e não apenas uma disciplina cheia de fórmulas complicadas.

Dessa maneira, a ideia de se usar o gráfico da Função Quadrática como tema específico se deu por acreditar que os estudantes até conseguem desenhar e entender as parábolas, mas não veem sentido na sua utilização; eles não identificam a parábola como um elemento da geometria e, assim, também não observam a importância de elementos presentes no nosso cotidiano com o formato parabólico, como é o caso das antenas parabólicas.

A proposta de se trabalhar com Parábolas deve-se a sua importância no ensino das funções e a tentativa de estabelecer uma relação mais próxima entre a Geometria e a Álgebra, sem ter que esperar o aluno chegar ao Terceiro ano do Ensino Médio, alguns até mesmo na faculdade, para verificarem essas relações.

Sabemos que os professores, principalmente das escolas públicas, possuem pouco tempo em suas aulas para desenvolver tais estratégias de ensino, mas acredito que uma forma de ensinar que leve os estudantes a refletirem sobre o que estão aprendendo e que os façam parte ativa do processo de ensino e aprendizagem, ainda que necessite de um tempo maior, é mais eficiente e contribui efetivamente para a aprendizagem do tema proposto e não apenas para que os alunos "decorem" fórmulas que, segundo eles, não fazem o menor sentido.

Partindo da frase: "Matemática aprende-se falando e ensina-se ouvindo", e acreditando que este é realmente o caminho para aulas de matemática com mais sentido e significado para os alunos é que venho propor essa abordagem para o estudo gráfico das funções quadráticas.

1.2 Objetivos do Trabalho

De acordo com os Parâmetros Nacionais Curriculares do Ensino Médio (PCNEM+), Parte III

> "Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação." $BRASIL(2000, p.111)$

Sendo assim, o objetivo principal desse trabalho é proporcionar aos alunos um método de aprendizagem que os levem a serem parte do processo de ensino e aprendizagem, para que assim, eles consigam entender a importância das parábolas no nosso cotidiano e, desta forma, compreendam toda a estrutura gráfica da função quadrática.

Além de um sentido contextualizado, em um segundo plano, a ideia é caracterizar o gráfico da função quadrática para os alunos como sendo um elemento da Geometria e não simplesmente como mais um gráfico cuja finalidade é apenas a de representar de uma função.

Dessa forma, esperamos fazer uma ligação entre a geometria e a álgebra, que faça tanto sentido para os alunos que eles conseguirão relacionar o gráfico da função quadrática, estudado na álgebra, com a seção cônica, estudada na geometria.

1.3 Estrutura da Dissertação

Na introdução justifico e evidencio a relevância da contextualização no processo de ensino e aprendizagem do tema e descrevo os objetivos da minha proposta segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. No capítulo 2 exponho o embasamento teórico matemático utilizado. No capítulo 3, apresento uma proposta para a sala de aula fazendo, no capítulo 4, sua análise e, no capítulo 5, escrevo as minhas considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O conceito de Função

2.1.1 O contexto histórico do conceito de Função

O conceito de função, trabalhado hoje em livros didáticos, sofreu várias modificações ao longo dos séculos. Vamos, neste capítulo, fazer uma recordação histórica trazendo um pouco do que alguns autores acreditam ser a origem da ideia de função.

Para muitos estudiosos, como COSTA(2004) este conceito teve origem há 4000 anos, mas foi nos últimos três séculos que ele se desenvolveu para o sentido que temos hoje. Segundo ele, a ideia de função tem a ver com "funcionalidade" quando, por exemplo, o homem passa a fazer associações entre uma pedra e um animal existe uma relação de dependência entre as partes. Os babilônicos construíam tabelas de argila onde relacionavam valores de colunas diferentes. De forma análoga, os Egípcios também construíam tabelas, geralmente em papiros. Os Gregos também desenvolveram o conceito de função, podemos analisar Ptolomeu em sua obra "Almagesto", por exemplo.

Fazendo uma análise um pouco mais recente, vamos começar explorando o século XVI, onde temos François Viéte trabalhando com parâmetros e variáveis. E, de acordo com MENDES:

> "Foi Viéte quem fez a distinção entre aritmética e álgebra, passando a analisar os problemas utilizando métodos mais gerais" MENDES (1994, p. 20)

Ainda no século XVI temos também a contribuição de Galileu Galilei, mesmo sem formalizar com a palavra função, ele começou a desenvolver a ideia de fórmulas para descrever como aconteciam alguns fenômenos.

No século XVII aparecem como destaque neste campo Fermat e Descartes que, de forma isolada, começaram a trabalhar de forma analítica as relações.

O próximo século traz Newton e Leibniz como os principais contribuintes. Newton começa a utilizar o termo "variável independente" e Leibniz usa, com sentido geométrico, a palavra função na obra História, para representar quantidades que dependem de uma variável.

Apenas em 1718, segundo COSTA, é que Bernoulli apresenta a primeira definição de função:

> "Função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes" COSTA (2004, p. 22).

Ainda no século XVIII, Leonhard Euler definiu, no sentido analítico, o que é uma função e introduziu a simbologia f(x), utilizada até hoje. Ele ainda falou em funções contínuas e descontínuas, analisando a lei de formação de cada função. Neste tempo também aparece Lagrange que, segundo MENDES, utiliza o seguinte conceito para função:

> "Chama-se função de uma ou de várias quantidades a toda expressão de cálculo na qual essas quantidades entrem de alguma maneira, combinados ou não com outras quantidades cujos valores são dados e invariáveis, enquanto que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e não as constantes que aparecem combinadas a elas." MENDES (1994, p. 37)

Ao final do século XVIII as ideias de limite, continuidade, diferenciabilidade e integrabilidade são definidas; neste contexto, no início do século XIX surge Cauchy que define função como

> "Quantidades variáveis que estão ligadas entre si de tal forma que, o valor de uma delas sendo dado, pode-se determinar o valor das demais, e as outras quantidades expressas por meio da variável independente são o que chamamos de funções dessa variável." DORIGO (2006, p. 12).

Ainda neste mesmo século, Dirichlet apresenta uma definição de função que, de acordo com Boyer é muito ampla:

> "Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x." BOYER (1997; p.405)

Mais recente, já no século XX, temos a contribuição de Nicolas Bourbaki que define função da seguinte forma:

> "Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja x^E, existe um e somente um elemento y^F que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função."MENDES (1994, p.53)

2.1.2 O conceito de função em sala de aula

O conceito de função é desenvolvido em sala de aula, na maioria das vezes, a partir de três elementos: a noção intuitiva, a noção através de conjuntos e por definição. Vejamos como cada uma dessas noções são apresentadas pelo autor Luiz Roberto Dante, em seu livro MATEMÁTICA - DANTE - Volume Único de 2009.

a) A noção intuituva de função:

O conceito de função está presente quando relacionamos duas grandezas variáveis. Acompanhe os seguintes exemplos:

1º) Lado de um quadrado e seu perímetro

Veja a tabela que relaciona a medida do lado de um quadrado (l) e o seu perímetro (p):

Medida do Lado (l)	Perímetro (p)
1	4
2	8
3,5	14
40	160
l	$4l$

Perceba que o perímetro (p) do quadrado é dado em função da medida de seu lado (l), ou seja, o perímetro depende da medida do lado e para cada valor dado para a medida do lado existe um único valor para a medida do perímetro. E ainda, podemos observar a seguinte relação:

$$p = 4l$$

que é a lei que define essa função. Nesta o perímetro é a variável dependente (pois depende da medida do lado) e a variável independente é a medida do lado.

2º) Quantidade de litros de combustível e valor a pagar

Consideremos a tabela abaixo que relaciona a quantidade de litros de combustível comprados e o valor a pagar por eles (em junho de 2015)

Quantidade de litros	Valor a pagar (R$)
1	3,28
2	6,56
3,5	11,48
40	131,20
x	$3,28x$

Perceba que o valor a pagar (p) é dado em função da quantidade de litros comprados (x), ou seja, esse valor depende da quantidade de litros adquirida. Assim, podemos observar a seguinte relação:

$$p = 3,28x$$

que é a lei que define essa função.

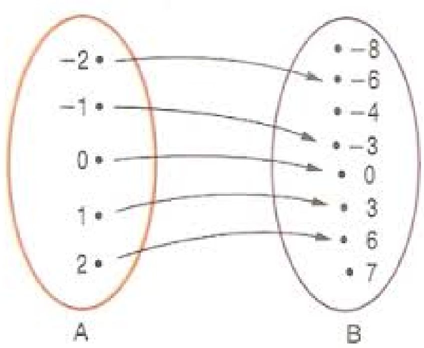
b) A noção de função através de conjuntos:

Veremos, neste item, essa mesma noção de função, usando a nomenclatura de conjuntos, a partir dos seguintes exemplos:

1º) Os conjuntos A e B cujos os elementos são números inteiros, estão relacionados de modo que devemos associar a cada elemento de A ao seu triplo em B.

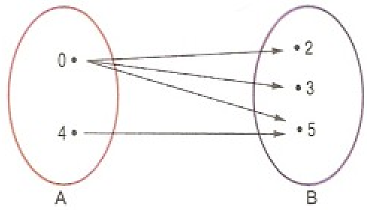
$x \in A$	$y \in B$
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

Figura 1 – Função $y = 3x$



2º) Seja A = {0,4} e B = {2,3,5}. Vamos relacionar A e B de modo que cada elemento de A seja menor do que um elemento de B:

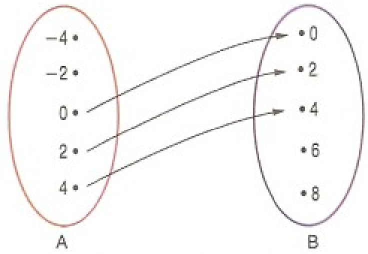
Figura 2 – $y > x$



Este caso não representa uma função de A em B, pois ao elemento 0 de A correspondem três elementos de B.

3º) Seja A = {-4,-2,0,2,4} e B ={0,2,4,6, 8} e a relação que associa cada elemento de A em seu igual em B:

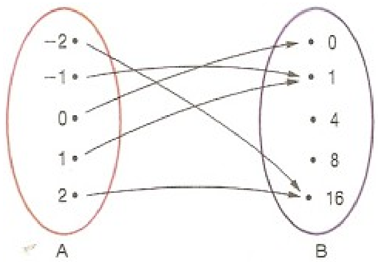
Figura 3 – $y = x$



Observe que existem elementos em A que não possuem correspondentes em B. Sendo assim, este caso também não representa uma função.

4º) Seja C = {-2,-1,0,1,2} e D = {0,1,4,8,16} e um relação entre A e B tal que $y = x^4$, onde $x \in A$ e $y \in B$, temos:

Figura 4 – $y = x^4$



Observe que:

- todos os elementos de A têm correspondente em B;
- a cada elemento de A corresponde um único elemento de B.

Nesse caso, temos uma função de A em B, definida pela fórmula $y = x^4$

c) A definição de Função:

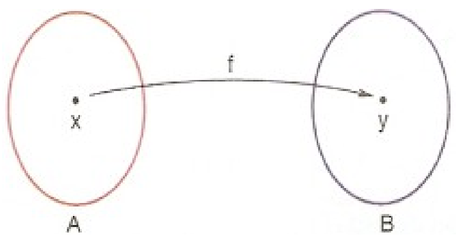
Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento $x \in A$ a um único $y \in B$

Usamos a seguinte notação:

$$f : \mathbb{A} \to \mathbb{B}$$

que se lê: f é uma função de A em B.

Figura 5 – $f(x) = y$



A função f transforma x de A em y de B. Denotamos isso da seguinte forma:

$$y = f(x)$$

2.2 A Parábola

2.2.1 A origem da Parábola

Não existe um registro formal de quando a parábola foi introduzida na matemática, mas podemos lembrar aqui do "Problema Deliano", também conhecido como "O problema da duplicação do cubo", que tem sua origem em uma lenda bastante curiosa, e sua solução é atribuída à Menaecmus (IV a.C.), que era discípulo de Aristóteles. E, em um outro momento, quando canhões de guerra chegam à Europa no século XIV um estudo através de ângulos foi desenvolvido pelo Italiano Niccolo Tartaglia e, um pouco mais tarde, Galileu Galilei faz um estudo que permitirá conhecer as parábolas, mas que só foram divulgadas apenas em 1638, por Bonaventura Cavalieri.

2.2.1.1 O problema da duplicação do Cubo

Segundo a lenda, em 429 a.C., uma devastadora peste destruiu um quarto da população da ilha de Delos, os delianos então, recorreram a um oráculo que disse que para acabar com a peste eles deveria duplicar o volume do altar cúbico que era consagrado ao Deus Apolo.

Os delianos tentaram duplicar cada uma das arestas do altar, mas apenas conseguiram octuplicar o volume, o que não era a proposta e, com isso, o mal causado pela peste aumentou.

Assim, alguns foram à Atenas procurar por alguém que pudesse solucionar o problema. Muitos matemáticos da época tentaram ajudá-los, entre estes estava Menaecmus que, suspeitando que essa tarefa não era possível de ser realizada utilizando régua e compasso, partiu para outras possibilidades encontrando as seções cônicas, curvas entre as quais a parábola é uma das representantes.

Menaecmus utilizando-se da geometria, através do ponto de interseção da parábola $x^2 = 2y$ e da hiperbóle $xy = 1$, encontrou o ponto cuja abscissa vale $x = \sqrt[3]{2}$, que é a solução para este problema.

> “Foi, portanto, uma realização importante de Menaecmo o de ter descoberto que curvas com a propriedade desejada, que podiam ser obtidas de uma mesma fonte, cortando um cone circular reto por um plano perpendicular a um elemento do cone. Isto é, parece ter descoberto as curvas que mais tarde foram chamadas, elipse, parábola e hipérbole.” BOYER (1996, p. 61)

2.2.1.2 A trajetória de um tiro de canhão

Quando os canhões entraram em cena nas guerras do século XIV, na Europa, surgiu uma questão matemática; eles queriam saber como conseguir que um tiro alcançasse a maior distância possível. Nesse cenário, Tartaglia apresenta sua obra "Nova Scientia", determinando que a angulação de 45° em relação à linha do horizonte é a responsável para o maior alcance do tiro.

No século XVII, com o aperfeiçoamento dos canhões, os tiros alcançavam distâncias quilométricas e fazia-se necessário um estudo sobre como encontrar a trajetória e o alcance da bala. Galileu Galilei, juntamente com alguns alunos, começa a dedicar-se a essa tarefa. Ele observou que, estando o canhão em uma superfície plana elevada e atirando com o cano na horizontal, o alcance do tiro estava variando de acordo com a carga da pólvora e que mantinha o mesmo período. Com este experimento, ele percebe uma velocidade horizontal, que variava de acordo com a carga, e uma velocidade vertical, que não variava. Partindo dessa experiência, Galileu fez outro experimento, deixando cair, em queda livre, bolas sobre uma superfície plana e medindo as distâncias horizontais e verticais em diversas posições ele chegou em uma função quadrática dada por: $y = kx^2$, onde k é uma constante; que é uma relação entre as distâncias horizontal (x) e vertical (y), percorrida pela bola. Assim, ele consegue perceber que a trajetória de um tiro de canhão, disparado na horizontal, é uma parte de uma parábola.

Apesar de ter chegado a essas conclusões, Galileu demorou a divulgar esses resultados e, em 1632, Bonaventura Cavalieri, discípulo de Galileu, publicou um trabalho sobre trajetórias e, por isso, é dado a ele o prestígio da descoberta das parábolas. Galileu então faz um estudo mais elaborado da teoria das trajetórias parabólicas e,em 1638, o publica em sua obra "Diálogos acerca de duas novas ciências".

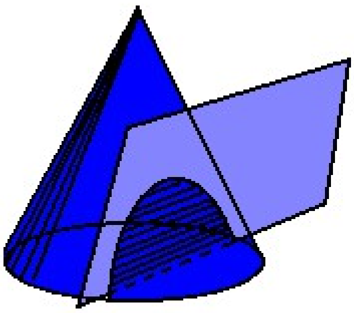
2.2.2 O estudo das parábolas no ensino médio

Vamos analisar neste seção o estudo das parábolas no ensino médio, tanto no teor da geometria analítica, trabalhada no final desse ciclo, já no terceiro ano, quanto no da função quadrática, estudada geralmente no primeiro ano deste ciclo.

2.2.2.1 A Parábola na Geometria Analítica

Considere um cone circular reto seccionado por um plano paralelo à geratriz desse cone. A seção cônica obtida por essa intersecção é chamada de Parábola. Observe na figura 6 abaixo.

Figura 6 – A seção do Cone

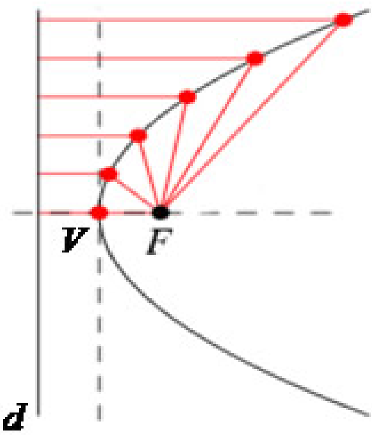


Fonte:http://miltonborba.org/Geo$_{A}na/Conicas.htm$

Assim, vamos definir essa interseção da seguinte forma:

Dados uma reta diretriz (d) e um ponto F, chamado de foco, com $F \notin d$, de um plano α, denominamos parábola o conjunto de pontos desse plano que equidista de d e F. Vejamos na figura 7.

Figura 7 – Parábola



Fonte:http://www.brasilescola.com/matematica/parabola.htm

Elementos de uma Parábola

Seja a parábola representada abaixo na figura 8. Nela podemos observar os seguintes elementos:

F: é o foco

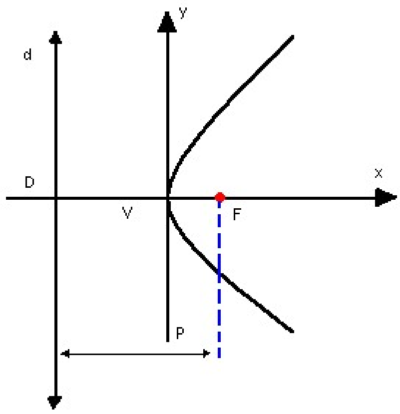
d: é a reta diretriz

p: é o parâmetro (é a medida da distância entre F e d) $DF = p$

v: é o vértice (é o ponto médio da distância entre F e d) $DV = VF = \frac{p}{2}$

Eixo de simetria: é a reta que passa por F, perpendicular à diretriz d.

Figura 8 – Elementos da Parábola



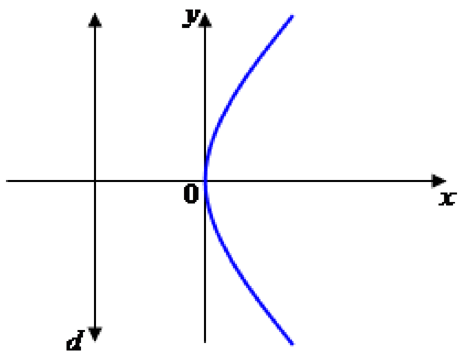
Fonte:http://www.estgv.ipv.pt/PaginasPessoais/fmartins/Aluno/MatemC3A1tica/Ensino20mC3A9dio 20CC3B4nicas/Geometria20AnalC3ADtica20-20CC3B4nicas.htm

Equação da Parábola com vértice na origem:

Segundo o livro MATEMÁTICA - DANTE - Volume Único de 2009 do autor Luiz Roberto Dante, é estudado no ensino médio, apenas as parábolas com vértice na origem. Assim, vejamos estes casos.

a) Vértice na origem, concavidade para a direita e eixo horizontal de simetria. Conforme a fig. 9

Figura 9 – Parábola Côncava para a direita



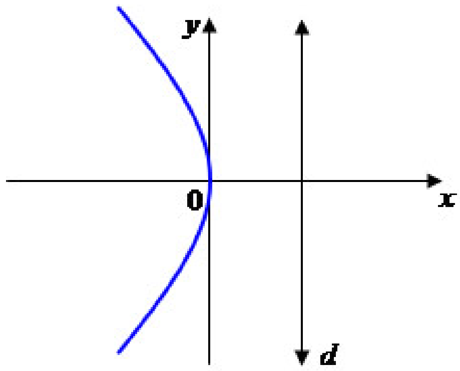
Fonte:http://www.brasilescola.com/matematica/parabola.htm

Podemos observar que d tem a equação $x = -\frac{p}{2}$, que F é o ponto $(\frac{p}{2}, 0)$ e, temos, por definição, que $d_{PF} = d_{PM}$, sendo P(x,y). Assim, chamando $x = \frac{p}{2}$ de c, temos que:

$d_{PF} = d_{PM} \Longrightarrow \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x+c)^2 + (y-y)^2} \Longrightarrow (x-c)^2 + y^2 = (x+c)^2 \Longrightarrow x^2 - 2cx + c^2 + y^2 = x^2 + 2cx + c^2 \Longrightarrow y^2 = 4cx$ ou ainda, $y^2 = 2px$.

b) Vértice na origem, concavidade para a esquerda e eixo horizontal de simetria. Conforme a fig. 10

Figura 10 – Parábola Côncava para a esquerda

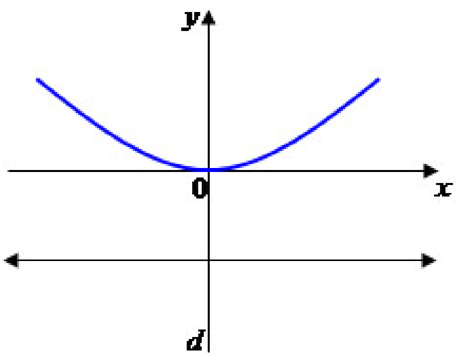


Fonte:http://www.brasilescola.com/matematica/parabola.htm

$y^2 = -4cx$ ou ainda, $y^2 = -2px$.

c) Vértice na origem, concavidade para cima e eixo vertical de simetria. Conforme a fig. 11

Figura 11 – Parábola Côncava para cima



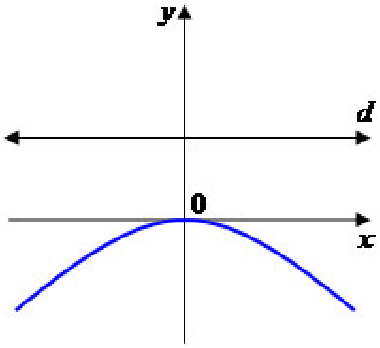
Fonte:http://www.brasilescola.com/matematica/parabola.htm

$x^2 = 4cy$ ou ainda, $x^2 = 2py$.

d) Vértice na origem, concavidade para baixo e eixo vertical de simetria. Conforme a fig. 12

$x^2 = -4cy$ ou ainda, $x^2 = -2py$.

Figura 12 – Parábola Côncava para baixo



Fonte:http://www.brasilescola.com/matematica/parabola.htm

2.2.2.2 A Parábola como Gráfico da Função Quadrática

O gráfico da função $f(x) = x^2$ é a parábola de foco $F(0, \frac{1}{4})$ e diretriz $y = -\frac{1}{4}$. Provaremos isso a partir dos seguintes fatos:

Seja $P(x, x^2)$ um ponto qualquer do gráfico de $f(x) = x^2$.

A distância de P ao ponto $F(0, \frac{1}{4})$ é dada por:

$d(P, F) = \sqrt{(x-0)^2 + (x^2 - \frac{1}{4})^2} = \sqrt{x^2 + (x^2 - \frac{1}{4})^2}$.

A distância desse ponto P à reta diretriz é dada por $d = x^2 + \frac{1}{4}$. Considere essa distância o segmento PQ.

Portanto, pela definição, basta verificar que $\sqrt{x^2 + (x^2 - \frac{1}{4})^2} = x^2 + \frac{1}{4}$.

Como os valores são números positivos, podemos verificar que seus quadrados são iguais. Assim, elevando os membros ao quadrado, teremos:

$x^2 + (x^2 - \frac{1}{4})^2 = (x^2 + \frac{1}{4})^2 \Longrightarrow x^2 + (x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16} \Longrightarrow$

$\Longrightarrow x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16} = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}$

Logo, $d(P, F) = d(P, Q)$, ou seja, o gráfico é uma parábola de foco $(0, \frac{1}{4})$ e $y = -\frac{1}{4}$.

2.2.2.2.1 Gráfico da função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$

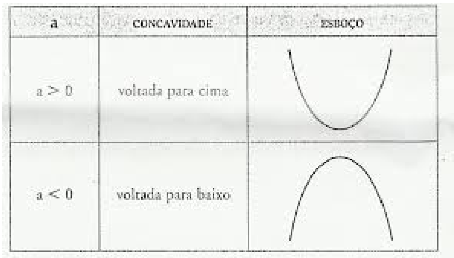
Já sabemos que o gráfico da função quadrática $f(x) = x^2$ é uma parábola. Assim, seja a função quadrática genérica $f(x) = ax^2 + bx + c$, vamos verificar o efeito que os parâmetros a, b e c e o discriminante (δ) fazem no gráfico dessa função.

- **Parâmetro** a: é o responsável pela concavidade e abertura da parábola.

  a) Se $a > 0$, a concavidade é para cima.

  b) se $a < 0$ a concavidade é para baixo.

Figura 13 – Concavidade da Parábola



a	CONCAVIDADE	ESBOÇO
a > 0	voltada para cima	
a < 0	voltada para baixo	

Fonte:http://andersonnetojr.pbworks.com

Podemos verificar também que, quanto maior o valor absoluto de a, menor será a abertura da parábola (parábola mais fechada), independente do sentido da concavidade.

- **Parâmetro** b: determina se a parábola intersecta o eixo y em sua parte crescente ou decrescente.

  a) Se $b < 0$ a parábola intersecta o eixo das ordenadas na sua parte decrescente.

  b) Se $b > 0$ a parábola intersecta o eixo y na sua parte crescente.

  c) Se $b = 0$ a parábola intersecta o eixo y no vértice.

- **Parâmetro** c: determina o ponto de interseção entre a parábola e o eixo das ordenadas.

  A parábola sempre intersecta o eixo y no ponto $(0, c)$.

- **O discriminante**: A parábola também pode ou não intersectar o eixo das abscissas e, para analisarmos esse quesito, basta estudarmos o valor do discriminante (delta) da função onde $\delta = b^2 - 4ac$. Assim:

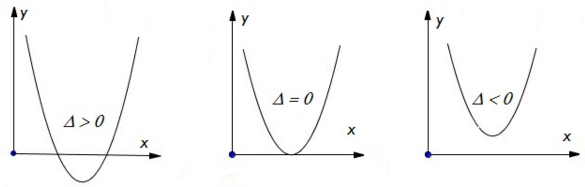
  Se $\delta < 0 \Longrightarrow$ a função não terá raízes reais e, portanto, não intersectará o eixo x.

  Se $\delta = 0 \Longrightarrow$ a função terá duas raízes reais iguais e, portanto, intersectará o eixo x em apenas um ponto.

  Se $\delta > 0 \Longrightarrow$ a função terá duas raízes reais distintas e, portanto, intersectará o eixo x em dois pontos.

  Na figura 14 temos os exemplos com as parábolas côncavas para cima. Os casos em que a parábola é côncava para baixo, são análogos.

Figura 14 – Gráfico em função do Discriminante



Fonte:https://matematicaparaleigos.wordpress.com/2012/10/05/formula-de-bhaskara-2/

2.3 Parábolas na Física

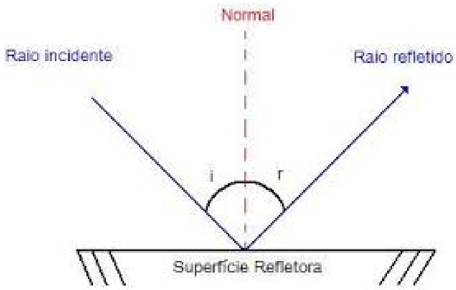
A propriedade refletora das parábolas permite várias aplicações dessas cônicas e ela é associada à segunda lei da reflexão da luz.

2.3.1 Reflexão da luz

"**Refexão** é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir sobre um objeto ou superfície."

Vejamos no esquema abaixo (Fig. 15), como é a reflexão de um raio de luz ao atingir uma superfície polida.

Figura 15 – Reflexão da luz



Fonte:http://www.vmf.blogger.com.br/

Leis da Reflexão:

1ª lei da reflexão: "O raio incidente, o raio refletido e a reta normal são coplanares. Ou seja, pertencem no mesmo plano geométrico."

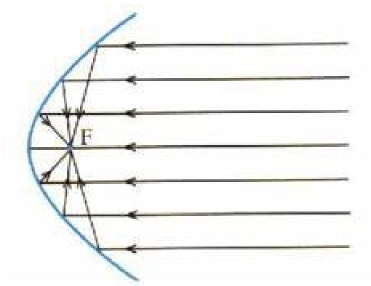
2ª lei da reflexão: "O ângulo de reflexão (r) é sempre igual ao ângulo de incidência (i)."

$$\widehat{r} = \hat{\imath}$$

2.3.2 A propriedade refletora da Parábola

Essa propriedade nos diz que "Todo raio de luz incidente paralelamente ao seu eixo de uma parábola passa pelo seu foco", ou ainda, "Todo raio incidente pelo foco numa parábola sai paralelo ao seu eixo”.

Figura 16 – Propriedade Refletora



Fonte:http://www.prof2000.pt/users/forma.tic/internet/cfae-arganil/2003/grupo02/pag05.htm

Vamos provar essa propriedade. Acompanhe a figura 17

Considere a parábola $y^2 = 4px$, com foco no ponto $F(p, 0)$. Seja uma reta tangente à parábola no ponto $P(x, y)$ e os ângulo α formado entre a reta tangente e o segmento $\overline{PF}$ e β formado entre a reta tangente e a reta paralela ao eixo da parábola, passando por P. Provaremos que $\alpha = \beta$

O coeficiente da reta tangente que passa por P é

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{\frac{y}{2p}} = \frac{2p}{y} = \tan\beta \qquad (1);$$

Por outro lado, o coeficiente da reta que passa por P e pelo foco F é

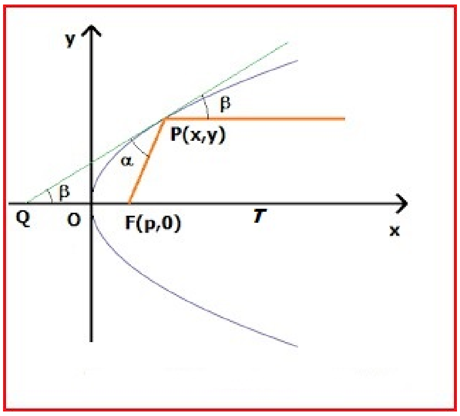
$$\tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y}{x-p} \qquad (2)$$

onde θ é o ângulo $\widehat{PFT}$ na figura 17, de modo que, prolongando a tangente até o eixo x, teremos um triângulo ΔFPQ e pelo teorema do ângulo externo, temos $\theta = \alpha + \beta$. Assim, usando (1) e (2), temos:

$$\tan\alpha = \tan(\theta - \beta) = \frac{\tan\theta - \tan\beta}{1 + \tan\theta\tan\beta} = \frac{\frac{y}{x-p} - \frac{2p}{y}}{1 + \frac{y}{x-p}\cdot\frac{2p}{y}} = \frac{2p}{y} \qquad (3)$$

De (1) e (3), temos que $\alpha = \beta$, como queríamos demonstrar.

Figura 17 – Prova da Propriedade Refletora



Fonte:http://fatosmatematicos.blogspot.com/

3 PROPOSTA PEDAGÓGICA

3.1 Contextualizando o ensino das Parábolas

Os Parâmetros curriculares Nacionais do Ensino Médio, estruturam o ensino da matemática neste ciclo em três vertentes que deverão ser desenvolvidos de forma concomitante nos três anos do ensino médio. São elas:

1. Álgebra: números e funções
2. Geometria e medidas
3. Análise de dados

De acordo com os PCNEM no estudo do primeiro eixo, com o tema funções, deve-se proporcionar aos alunos a linguagem das ciências e ajudá-los a resolver situações de aplicabilidade desse conteúdo.

> "O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções."BRASIL (2002, p.121)

Desta forma uma proposta pedagógica, centrada na contextualização do ensino do gráfico da função quadrática, pode ser apresentada, estando em real cumprimento com a proposta dos PCN+.

Assim, para iniciar o estudo de função em sala de aula, o professor deve começar contando um pouco da história de como se desenvolveu o "conceito de função"para que os alunos percebam que a relação de dependência proposta no contexto das funções foi desenvolvida a partir de anos de estudos e por vários matemáticos. Não há necessidade aqui de citar todas as contribuições, de todos os estudiosos, mas é interessante o docente ter esse registro para o caso de algum aluno se interessar.

Depois deste contexto histórico, segue o estudo das funções, e, acordo com os PCN+, toda linguagem excessivamente formal deve ser evitada.

> Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário. Assim, o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares."BRASIL (2002, P. 121)

Finalizado o estudo das Funções Afins e introduzindo o estudo sobre as Funções Quadráticas, chegamos, ao momento de falarmos do gráfico desta função. É interessante apresentar uma análise histórica, expondo inicialmente o "Problema da Duplicação do Cubo"e depois os trabalhos de Galileu e Cavalieri com os "Tiros de Canhões".

Em outro momento, apresentaremos a construção da parábola, a partir de uma tabela de pontos e depois a construção por seus elementos: raízes, vértice, interseção com o eixo das ordenadas e simetria, como é trabalhado usualmente.

Quando os alunos souberem reconhecer os elementos gráficos da parábola e construí-la por esses elementos, iniciamos a proposta da contextualização deste conteúdo com uma questão extraída de uma das avaliações do "Exame Nacional do Ensino Médio", como será apresentado posteriormente.

Finalizando, iremos trabalhar com exemplos de parábolas no nosso cotidiano; como nas antenas parabólicas, nos faróis de carro, pontes pênseis e na arquitetura. O professor pode acrescentar algum outro exemplo, que julgar necessário.

Esse trabalho consistirá de dois momentos, que acontecerão ao mesmo tempo: um de pesquisa, feita extra-classe pelos alunos e um de estudo em sala de aula, mediado pelo professor.

3.2 Descrição da Proposta

- **A pesquisa extra-classe**

  O trabalho com a pesquisa deve ser explicado durante a aula, e deve-se dar um tempo de mais ou menos uma semana para os alunos pesquisarem e prepararem a apresentação que deverá ser feita em em sala de aula. Enquanto isso, o professor deve ir continuando com a segunda parte que é o estudo em sala de aula.

  A pesquisa extraclasse será um trabalho sobre as pontes pênsis e a arquitetura. Cada aluno, individual ou em grupo, irá pesquisar sobre uma ponte ou um monumento. Deverá entender a importância dele ter sua estrutura parabólica e apresentar os resultados obtidos para a turma. Para as apresentações deverão ser disponibilizadas duas aulas de 50 minutos e o professor deverá dividir o tempo para a apresentação de cada equipe de acordo com o número de grupos formados. É interessante o docente ressaltar a importância do trabalho em grupo, pois além de ajudar os discentes na questão da sociabilização e do próprio trabalho em conjunto, também facilita no tempo gasto com as futuras apresentações.

  Para auxiliar nesta pesquisa, nos apêndices desse trabalho, apresentamos um exemplo de como os alunos poderão trabalhar com essa pesquisa.

- **O estudo em sala de aula**

  O trabalho com as antenas parabólicas e com os faróis deverá ser dirigido pelo professor, que aproveitará a situação para apresentar a parábola definindo os seus elementos: foco, diretriz, parâmetro e vértice, aproveitando o momento para fazer a ligação entre a álgebra e a geometria.

  Além do professor de matemática, os professores de física e de educação física também poderão contribuir muito para esse estudo; o professor de física ajudando os alunos a entenderem as leis da reflexão da parábola e o professor de educação física, levando os alunos a perceberem que a trajetória da bola, em vários esportes, é parabólica.

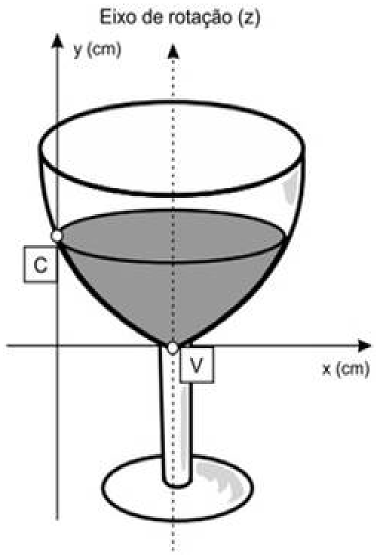
  Com a ajuda desses outros dois profissionais, o estudo em sala de aula terá a duração, nas aulas de matemática, de 4 aulas de 50 minutos, divididas da seguinte forma:

  - **1ª aula:**

    O professor inicia essa aula com a questão proposta do Exame Nacional do Ensino Médio:

    (Enem 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura 18.

Figura 18 – Enem 2013



Fonte:http://vestibular.mundoeducacao.com/enem/funcao-no-enem.htm

A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei

$$F(X) = \left(\frac{3}{2}\right)x^2 - 6x + C,$$

onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x. Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

$a - 1$ $b - 2$ $c - 4$ $d - 5$ $e - 6$

Neste exemplo os alunos poderão trabalhar com o conceito do gráfico da função quadrática, mas dentro de uma contextualização e poderão perceber que uma avaliação importante como ENEM também trabalha desta forma.

O professor deve deixar que os alunos pensem nesta questão, sem ajudá-los, e deixar claro que cada um deve fazer o seu exercício da forma como julgar melhor, sem a ajuda de colegas e/ou materiais.

Depois de 10 minutos, o professor deverá recolher as questões de cada aluno, sem comentá-la e aproveitar o horário restante para explicar a proposta da pesquisa, separar os grupos e marcar as datas das apresentações.

- **2ª aula:**

  Nesta aula o professor irá desenvolver o tema "A matemática das antenas parabólicas e dos faróis de carros"apresentado a seguir, dando destaque para a propriedade refletora da parábola, que já terá sido trabalhada também pelo professor de física. Ao falar dessa propriedade é importante que o docente trabalhe a parábola como seção cônica, parte da Geometria Analítica.

- **3ª aula:**

  Esta aula será usada para as reflexões a cerca do assunto; docente e discentes irão debater sobre as parábolas, fazendo correlações entre o gráfico da função quadrática e a seção cônica, e sobre a importância dela no cotidiano da nossa sociedade. Ao término das discussões, o professor deverá propor que cada aluno redija um texto sobre o tema, falando da utilização das parábolas pelos homens. Deve-se deixar, pelo menos, 30 minutos desta aula para essa atividade.

- **4ª aula:** Nos primeiros 20 minutos dessa aula, o docente irá pedir para que dois ou três alunos leiam o texto escrito na aula anterior e fazer alguns comentários.

  Nos próximos 10 minutos, o docente deverá pedir para que cada aluno resolva, novamente, a questão do ENEM proposta na 1ª aula, também individualmente e sem consulta.

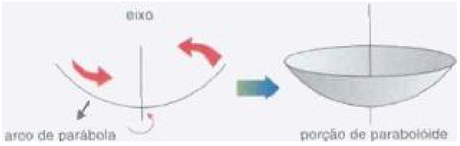
  Os últimos 20 minutos serão destinados a análise, feita por professor e alunos, da questão. Espera-se que nesta segunda vez, após terem estudado toda contextualização das parábolas, a resolução do exercício proposto seja melhor compreendida pelos alunos.

Ao término desta parte, iniciam-se as duas aulas de apresentações dos trabalhos feitos pelos alunos. Cabe ao professor, deixar um tempo vago na segunda aula destinada às apresentações, para ele fazer a finalização do trabalho.

3.3 A matemática das Antenas Parabólicas e dos Faróis de Carros

Girando uma parábola em torno de seu eixo, conforme a figura 19, ela vai gerar uma superfície denominada *parabolóide de revolução*, também chamada de *superfície parabólica*. Decorrente da propriedade refletora das parábolas, essa superfície apresenta várias aplicações; dentre estas vamos destacar o funcionamento das Antenas Parabólicas e dos Faróis de Carros.

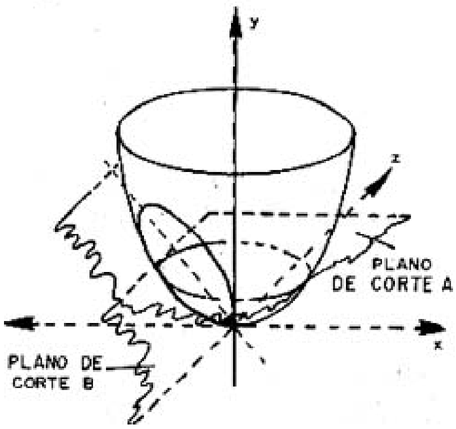
Figura 19 – Rotação da Parábola



Fonte:http://www.ebah.com.br/content/ABAAAesbYAB/conicas-historia-apresentacao-aplicacoes?part=2

Um parabolóide como o descrito pode ser seccionado, por meio de planos, segundo diversos ângulos. Assim, obtemos curvas parabólicas diversas, conforme mostra a figura 20.

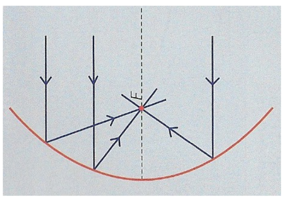
Figura 20 – Cortes feitos no Parabolóide



Fonte:http://www.newtoncbraga.com.br/index.php/telecom-artigos/2132-tel021.html

Vamos trabalhar com a superfície parabólica cortada segundo um plano perpendicular ao eixo Y. Os sinais das microondas que incidir nesta superfície paralelamente ao seu eixo, ao se refletir passa por um ponto único denominado foco. Conforme ilustrado na figura 21

Figura 21 – Raios Incidentes na Parábola



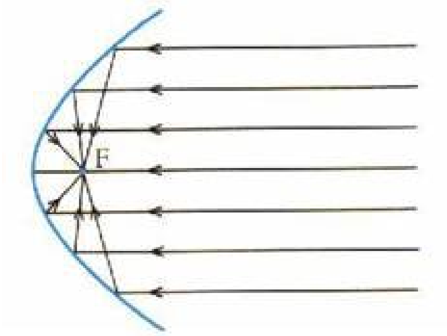
Fonte:http://www.aprendematematica.com/parabola/aplicacoes.html

3.3.1 As Antenas Parabólicas

Para se garantir um funcionamento correto em um sistema de recepção de sinais de TV via satélite é importante observar a posição do alimentador. Analisando algumas antenas podemos observar que a maioria desses alimentadores ficam no centro dela. Porque isso ocorre? É possível que o alimentador esteja em outra posição? Para responder a essas perguntas, vamos trabalhar um pouco com a geometria das antenas parabólicas.

Conforme vimos, a propriedade refletora da parábola nos diz que todo raio de luz que incide paralelamente ao seu eixo passa pelo seu foco , conforme a figura 22.

Figura 22 – Propriedade Refletora

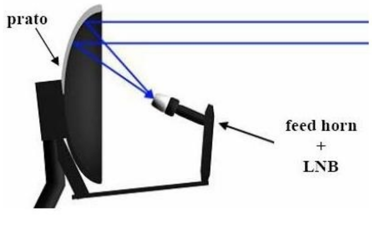


Fonte:http://www.prof2000.pt/users/forma.tic/internet/cfae-arganil/2003/grupo02/pag05.htm

As microondas, que são emitidas pelos satélites usados nas emissões de TV, se comportam de forma análoga a um raio de luz e, praticamente qualquer superfície de metal pode servir como refletor. Desse modo, se esse refletor tiver forma parabólica ajuda muito, tanto para a questão da óptica como para as comunicações com microondas.

A maioria das antenas parabólicas posicionam o alimentador no foco, conforme mostra a figura 23, de modo que toda a energia captada possa ser concentrada num único ponto, onde ela é necessária. Desta forma, os sinais dos satélites que chegam à antena são levados ao alimentador, que repassa as informações ao receptor que, por sua vez, os transmite na televisão.

Figura 23 – Raios incidentes passam pelo alimentador



Fonte:https://miniquim.wikispaces.com/8C2BAA-Aparelhos+-+UtilizaC3A7C3A3o+de+Ondas - Modificado pela autora

Existem outras formas de se colocar o alimentador de uma antena parabólica, mas que, de forma análoga, também converge os raios incidentes (sinais) para um mesmo foco (alimentador).

Assim, podemos perceber que a forma dos refletores dos sistemas de TV via satélite não pode ser estabelecida simplesmente por estética, mas por leis matemáticas e físicas.

3.3.2 Os Faróis dos Carros

Observe as figuras abaixo, elas trazem imagens de faróis automotivos:

Figura 24 – Farol do Ecosporte 2006/2007

Fonte:http://mfcambuci.com.br/produtos/3031-farol-ecosport-2006-07-le-cristal.html

Figura 25 – Farol Fox - Foco Duplo

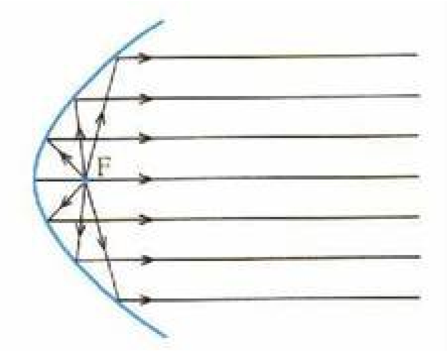
Fonte:http://sp.quebarato.com.br/sao-paulo/farol-fox-foco-duplo-r-150-00-frete$_{63ABFB.html}$

Figura 26 – Farol Milha Neblina - Palio Fire 2014/2015

Fonte:http://produto.mercadolivre.com.br/MLB-671962295-kit-farol-milha-neblina-novo-palio-fire-2014-2015-fgratis-$_{J}M$

Nos faróis a propriedade refletora funciona de maneira análoga a forma com que acontecem nas antenas parabólicas, porém com o sentido contrário, ou seja, enquanto nas antenas "os raios que incidem sobre a parábola paralelamente ao seu eixo são refletidos de modo a passar pelo seu foco", nos faróis, "os raio de luz emitidos do seu foco que incidam sobre a parábola é refletido numa mesma direção segundo retas paralelas ao seu eixo."Vejamos a figura 27:

Figura 27 – Propriedade refletora da Parábola



Fonte:http://www.prof2000.pt/users/forma.tic/internet/cfae-arganil/2003/grupo02/pag05.htm

Na construção de faróis automotivos, além de necessitamos de um formato parabólico, devido às características relacionadas à reflexão dos raios luminosos incidentes no anteparo cônico do farol, citadas anteriormente, é fundamental que as exigências de padrões de iluminação automotiva nacionais e internacionais sejam respeitadas. Esses padrões não são o objetivo do estudo, mas é importante o docente lembrar aos alunos que eles existem, para não pensarem que cada fábrica produz da sua própria maneira.

Nesta proposta, o professor, deve levar um farol de carro para a sala de aula, e, após mostrá-los aos alunos, ele deverá desenhar sobre o objeto a representação de um plano, cortando esse paraboloide. Dando origem, assim, a uma Parábola. Com essa atividade, esperamos que os alunos consigam visualizar que, de fato, cortes no paraboloide originam parábolas e, tendo estudado a propriedade refletora, espera-se que eles compreendam melhor o funcionamento dos faróis.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO

4.1 Vale a pena trabalhar com contextualização?

Temos percebido hoje em dia, a forte tendência em dinamizar o ensino através de ações interdisciplinares e, até mesmo transdisciplinares. Com a Matemática não é diferente. O conhecimento específico que o professor traz para as aulas de Matemática, não faz, na verdade nunca fez, sentido para a grande maioria dos alunos. E, assim, surgem os problemas dessa disciplina.

Quando os alunos alcançam o Ensino Médio, ficam mais críticos com relação ao que é "imposto" a eles e começam a questionar sobre a importância e aplicabilidade da forma como os temas são apresentados em sala de aula, e aí, ouvimos perguntas do tipo: "Professor, para que serve isso? De fato, o ensino tradicional de Matemática, refletido na maioria dos textos escolares, não tem privilegiado a aprendizagem dos conceitos mas sim tem dado ênfase à resolução mecânica de problemas abstratos. Parece-nos portanto natural que o adolescente não se sinta motivado a estudar Matemática e, portanto, tenha dificuldades em desenvolver-se matematicamente.

Neste contexto, surgem os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN's), no final da década de 90 com a ideia de contribuir para diminuir essa situação, tornando o ensino e a aprendizagem da Matemática mais estimulantes e eficazes, propondo a contextualização e a interdisciplinaridade:

> "O potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência". BRASIL (2000, p.43).

Nesse sentido, os PCN's trazem uma visão de interação entre as disciplinas, propondo um ensino de maneira Multidisciplinar. A Mtemática, faz relação direta com as Ciências da Natureza – Química, Física e Biologia, além de integrar também as diversas áreas do conhecimento, propostas nos temas transversais pelos parâmetros. Assim, é realmente necessário que os alunos desenvolvam uma interação natural entre as disciplinas e saibam relacionar um conteúdo nas suas diferentes formas, ao invés de simplesmente decorar um emaranhado de fórmulas obsoletas que não fazem sentido para a sua formação:

> “O aprendizado deve contribuir não só para o conhecimento técnico, mas também para uma cultura mais ampla, desenvolvendo meios para a interpretação de fatos naturais, a compreensão de procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, assim como para a articulação de uma visão do mundo natural e social. Deve propiciar a construção de compreensão dinâmica da nossa vivência material, de convívio harmônico com o mundo da informação, de entendimento histórico da vida social e produtiva, de percepção evolutiva da vida, do planeta e do cosmos, enfim, um aprendizado com caráter prático e crítico e uma participação no romance da cultura científica, ingrediente essencial da aventura humana.” BRASIL (2000, p.7)

Assim, a proposta apresentada, também engloba esse aspecto de interdisciplinaridade abordado pelos PCN’s, o que poderá facilitar o aprendizado dos alunos e tornar as disciplinas mais integradas.

Mas temos que tomar um pouco de cuidado com a contextualização degenerada. É um problema a maneira apenas formal de ensinar, mas também é problemática uma proposta onde tudo seja contextualizado, pois a matemática é uma ciência, e assim como todas as ciências, exige também uma linguagem um pouco específica. Até porque estamos trabalhando com turmas de ensino médio, onde os estudantes, em breve, estarão ingressando no ensino superior.

Sendo assim, nos cabe uma pergunta: “ Como fica a formação dos nossos alunos que pretendem ingressar ao Ensino Superior?” Mais uma vez, a matemática aplicada a grande maioria dos processos seletivos de universidades e faculdades hoje em dia vem nos mostrar essa visão. O “Exame Nacional do Ensino Médio” – (Enem), está intimamente ligado a formação do cidadão estabelecido pelos PCN’s.

O Enem vem promovendo mudanças nas formas de avaliar o ensino do nível médio, ao mesmo tempo em que proporciona a entrada de estudantes que terminaram o ensino médio em diversas faculdades. Ele tem como principal objetivo a mudança no ensino das disciplinas, de modo que estas deixem de ser focadas totalmente no conteúdo e passem a ser voltadas para a formação de cidadão crítico e com autonomia de pensamentos.

Analisando a prova de Matemática do ENEM, pode-se notar que ela não apresenta questões que necessitam de fórmulas complexas e definições consideradas pelos alunos como assustadoras. Na verdade, espera-se que o aluno consiga resolver aquele problema através de um pensamento próprio e uma tomada de decisão quanto a como proceder. Claro que é necessário o conhecimento dos conceitos, entretanto este não é o foco principal das questões, tanto é que em algumas delas são informadas as expressões que devem ser usadas na resolução.

Sendo assim, considero válida a proposta feita por este trabalho, ainda que o professor necessite de aulas a mais para trabalhar da maneira apresentada aqui. Porém temos um problema com uma outra questão:

Se o professor de matemática, das escolas públicas estaduais em Minas Gerais, possuem apenas 4 (quatro) aulas semanais para ministrar todo o conteúdo do primeiro ano do ensino médio, que já são insuficientes para cumprir com os objetivos obrigatórios da disciplina, como inserir essa proposta, que irá necessitar de mais 6 aulas para o estudo das parábolas?

Os próprios parâmetros nos ajudam em um sentido, quando nos convencem que não precisamos trabalhar com as definições iniciais de função, como função injetora, sobrejetora e bijetora; ou ainda quando ressaltam que a linguagem formal pode até mesmo ser "deixada de lado."

> "Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares."BRASIL (2002, P. 121)

E ainda é importante termos a contribuição dos professores de física e de educação física, conforme citado anteriormente, assim ganhamos também um pouco mais de tempo e ainda teremos as aulas sobre parábolas fazendo mais sentido aos alunos pois, vendo a contextualização delas também em outras disciplinas, tornando o estudo interdisciplinar, os discentes conseguirão entender melhor o tema apresentado.

Portanto, acredito na validade desta proposta como meio de inserir o cotidiano dos alunos nas aulas de matemática, fazendo mais sentido, para eles, a abordagem de alguns temas, como as parábolas. Além dessa proposta também contribuir para a formação conjunta, interligando temas da própria matemática, da física e também da educação física.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta apresentada neste trabalho, não foi aplicada em nenhuma turma; porém, através de toda vivência em sala de aula, o convívio com vários alunos e toda pesquisa realizada para a construção deste, me fazem acreditar que este é um caminho possível e que poderá ajudar os discentes a compreenderem, com maior eficiência, o estudo da função quadrática, das parábolas e das cônicas de uma maneira em geral.

Acredito que uma sala de aula em que não aconteça uma interação efetiva entre o que se ensina e o que se aprende não cumpre com o seu papel de formar e informar.

Dessa forma, tem-se que o ensino não deve ser focado no conteúdo, sem uma contextualização com a realidade do dia a dia dos alunos (realidade esta que é interdisciplinar), nem deve ser um ensino em que a matemática esteja voltada para a matemática. Com isso, espera-se que a aula proporcione aos alunos meios para a construção de um “pensar matemático” diante de situações interdisciplinares, de modo que o aluno consiga interpretar as situações-problemas, organizar as informações, relacioná-las aos conhecimentos disponíveis para a solução da questão e, assim, construir uma argumentação consistente para solucioná-la de fato. Note que ele usará os conceitos matemáticos apenas no estágio final, ou seja, o conteúdo será apenas um auxiliar para a solução da questão, sendo que o aluno não conseguiria utilizar este conceito sem antes ter interpretado e compreendido o problema.

Nessa perspectiva de ensino, a proposta deste trabalho foi desenvolver uma estratégia de focar o conteúdo de função quadrática, em especial o seu gráfico, sobre uma visão ampla, onde o aluno possa interagir com o conhecimento produzido em sala de aula, sendo capaz de interpretar as parábolas no mundo que o cerca de maneira transdisciplinar e crítica.

REFERÊNCIAS

[1] BOYER, Carl B. História da Matemática. 2a edição, ed. Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1996.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000.

[3] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

[4] COSTA, A.C. Conhecimentos dos Estudantes Universitários sobre o Conceito de Função. Dissertação de Mestrado.PUC: SP, 2004.

[5] DANTE, Luiz Roberto. Matemática Dante, Volume Único. São Paulo: Ática, 2009.

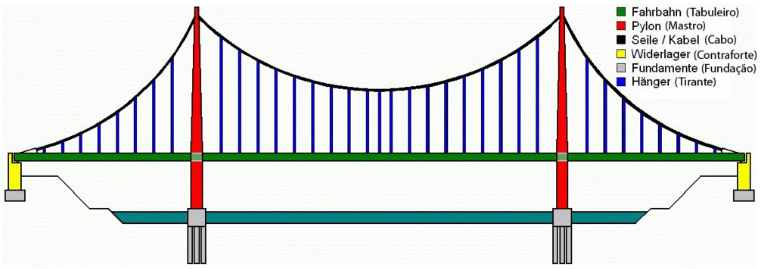
[6] DORIGO, Marcio. Função Quadrática: um estudo sobre as representações gráficas. 2006. Especialização (Educação Matemática) - PUC/SP, São Paulo.

[7] MENDES, M.H.M. O Conceito de Função: Aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau. Dissertação de mestrado. PUC: RJ, 1994.

APÊNDICE A – Pontes Pênsis

Ponte pênsil ou ponte suspensa é um tipo de ponte sustentada por um sistema de cabos e mastros. Nesta ponte, pelo fato de que os tirantes são espaçados regularmente, a carga da ponte é uniformemente distribuída nos cabos e estes formam uma parábola, conforme a figura 28

Figura 28 – Esquema de uma Ponte Pênsil



Fonte:http://grupo2metalica.no.comunidades.net/1-aplicacoes-atuais

A seguir, temos algumas imagens de Pontes Pênsis:

- Pontes Pênsis no Mundo:

Figura 29 – Ponte Akashi-Kaikyo

Fonte:http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/10/as-10-maiores-pontes-suspensas-do-mundo.html

Com 1991 metros de comprimento no seu vão central, a ponte Akashi-Kaikyo, localizada entre a cidade de Kobe e a ilha Awaji, no estreito de Akashi, no Japão, é a maior ponte pênsil do mundo.

Figura 30 – Ponte Great Belt Bridge

Fonte:http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/10/as-10-maiores-pontes-suspensas-do-mundo.html

Com o comprimento de 1624 metros no vão central, a Ponte do Grande Belt faz parte da rede rodoferroviária dinamarquesa que conecta as ilhas Zelândia e Fiónia atravessando o Grande Belt.

Figura 31 – Ponte Verrazano Narrows Bridge

Fonte:http://gigantesdomundo.blogspot.com.br/2011/10/as-10-maiores-pontes-suspensas-do-mundo.html

A Verrazano-Narrows Bridge é uma ponte pênsil com duplo deck que liga os bairros de Staten Island e Brooklyn em Nova York - EUA. Ela possui um vão central de 1298 metros, fazendo dela a oitava maior ponte pênsil do mundo.

- Pontes Pênsis no Brasil:

Figura 32 – Ponte Affonso Penna

Fonte:http://brasilista.blogspot.com.br/2015/02/7-pontes-penseis-do-brasil.html

Localizada na divisa dos estados brasileiros de Goiás com Minas Gerais, a ponte Pênsil Affonso Penna é uma ponte com comprimento total de 158 metros. Ligando as cidades de Itumbiara (GO) e Araporã (MG), sobre o rio Paranaíba, é a ponte pênsil mais antiga do Brasil e o principal símbolo da cidade de Itumbiara.

Figura 33 – Ponte Benjamin Constant

Fonte:http://brasilista.blogspot.com.br/2015/02/7-pontes-penseis-do-brasil.html

Também conhecida como ponte Metálica, a ponte Benjamin Constant, é uma ponte centenária, localizada no bairro da Cachoeirinha em Manaus. A ponte metálica Benjamin Constant é um dos marcos históricos da cidade de Manaus, fazendo a ligação do centro da cidade com o bairro da Cachoeirinha.

Figura 34 – Ponte Hercílio Luz

Fonte:http://brasilista.blogspot.com.br/2015/02/7-pontes-penseis-do-brasil.html

Localizada em Santa Catarina, na cidade de Florianópolis, a ponte Hercílio Luz foi construída com o objetivo de ligar a parte insular da capital do estado , na ilha de Santa Catarina, à sua parte continental. Seu objetivo foi substituir o antigo serviço de ligação por balsas. Com um comprimento total de 821 metros, a ponte Hercílio Luz é uma das maiores pontes pênseis do mundo e a maior do Brasil.