Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Teodolito: Uma análise do Ensino de Matemática na Educação Básica e Aplicações

Francisco Teixeira Estêves

Relatório para o Exame Geral de Qualificação apresentado ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora
Profa. Dra. Liane Mendes Feitosa Soares

2015

Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Departamento de Matemática

Teodolito: Uma análise do Ensino de Matemática na Educação Básica e Aplicações

Francisco Teixeira Estêves

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre

Orientadora
Profa. Dra. Liane Mendes Feitosa Soares

2015

FICHA CATALOGRÁFICA
Serviço de Processamento Técnico da Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Setorial do CCN

E81t Estêves, Francisco Teixeira.
Teodolito: uma análise do ensino de matemática na educação básica e aplicações / Francisco Teixeira Estêves. – Teresina, 2015.
64f. il.: color

Dissertação (Mestrado Profissional) – Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Piauí, 2015.
Orientadora: Prof. Dra. Liane Mendes Feitosa Soares

1. Geometria. 2. Trigonometria Plana. 3. Matemática – Estudo e Ensino. I. Título

CDD 516.242

PROFMAT

SBM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **mestre em matemática** intitulada: Teodolito: Uma análise do Ensino de Matemática na Educação Básica e Aplicações. defendida por Francisco Teixeira Estêves em 27/08/2015 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

Liane Mendes Feitosa Soares

Presidente da Banca Examinadora

Jefferson Cruz dos Santos Leite

Examinador

Liliane de Araújo Mendes Brandão

Examinador Externo

A minha família e esposa, pelo apoio incondicional; aos meus amigos e a todos que ajudaram nesta etapa da minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a todos os meus familiares, principalmente meus pais pelo apoio que sempre me deram e por acreditarem que, apesar de todas as dificuldades, conseguiria completar mais uma etapa nos meus estudos. Agradeço também a minha esposa que sempre esteve ao meu lado todos estes anos e que várias vezes não pode contar com minha presença em momentos importantes. Agradeço também a todos meus amigos, que me auxiliaram nos estudos e que sempre estavam dispostos a ajudar no que fosse necessário. Aos meus colegas de estudos, que foram de crucial importância para a finalização desta etapa, sem eles eu não conseguiria jamais chegar onde estou hoje. Aos mestres que deram todo o apoio necessário e que por várias vezes tiverem que compartilhar de nossos problemas nos estudos, como na vida.

Qualquer um que nunca tenha cometido um erro nunca tentou algo novo.

Albert Einstein

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo apresentar algumas formas mais eficazes do ensino de matemática para alunos do ensino básico. Para isso, o trabalho apresenta uma pesquisa que busca comparar didáticas de ensino de matemática e apresentar alternativas que visam melhor aprendizado. A pesquisa foi baseado em livros que tratam de tal fim, de observações feita em sala de aula em três escolas diferentes, como também conversas com professores que estão há tempos em sala de aula e convivem diariamente com problemas de aprendizado. As observações foram realizadas no interstício 2013 e 2015, enquanto a pesquisa usando livros dedicados ao ensino foi realizada no ano de 2015.

Consta no trabalho, ainda uma aplicação didática com alunos do 9º ano do ensino fundamental da Unidade Escola Desembargador Odilo Costa Filho, situada na cidade de Timon, Maranhão; onde é usado metodologias alternativas para transmitir conhecimento didático. Também é apresentado no presente trabalho uma aplicação com alunos do 9º ano do ensino médio da Unidade Integrada Municipal "Luís Falcão", localizada em Caxias - Maranhão; onde é usado o conhecimento adquirido em sala de aula na medição de objetos inalcançáveis. Por fim, é apresentado as conclusões, levando em consideração tudo que foi apresentado. O trabalho visa servir como base para futuras aplicações em sala de aula para todo e qualquer educador.

Palavras-chave: Geometria, Trigonometria, Educação em Matemática, Métodos Matemáticos.

Abstract

This paper aims to present some more effective ways of teaching math to elementary school students. For this, the paper presents a survey that seeks to compare teaching of math and present alternatives that aim to better learning. The research was based on books dealing with this purpose, observations made in class in three different schools, as well as conversations with teachers who have been times in the classroom and face daily with learning problems. The observations were made in the interstitial space between 2013 and 2015, while the research books devoted to teaching was carried out in 2015.

In this work there is a didactic application with students from 9th grade of elementary school Unit School Judge Odilo Costa Filho, in the city of Timon, Maranhao; where it is used alternative methods to convey didactic knowledge. It is also presented in this work a program with students from 9th grade of high school of the Municipal Integrated Unit "Luis Falcão", located in Caxias - Maranhão; where it is used the knowledge gained in the classroom in the measurement of unreachable objects. Finally, it is presented the findings, taking into account all that has been presented. The work aims to serve as a basis for future applications in the classroom for each and every educator.

Keywords: Geometry, Trigonometry, Education in Mathematics, Mathematical Methods.

Lista de Figuras

1.1 Estudar x Facebook . . . 19

3.1 Unidade Escolar Desembargador Odilo Costa Filho . . . 25

4.1 Classificação dos Triângulos . . . 31
4.2 Triângulo Retângulo . . . 33
4.3 Triângulo retângulo com Ângulo agudo $\boldsymbol{\theta}$ . . . 33
4.4 Triângulo Equilátero . . . 35
4.5 Triângulo Retângulo de Ângulos agudos 30º e 60º . . . 36
4.6 Triângulo Retângulo Isóceles . . . 36
4.7 Tabela Trigonométrica de Ângulos Notáveis . . . 37
4.8 Tabela Trigonométrica . . . 38

5.1 UIM Luís Falcão . . . 40
5.2 Teodolito Profissional . . . 41
5.3 Teodolito Caseiro . . . 42
5.4 Ilustração de uso do Teodolito . . . 44
5.5 Média Bimestral Alunos 9º Ano . . . 45
5.6 Prova de Trigonometria . . . 46

6.1 Quadrado Mágico 3×3 . . . 47
6.2 Quadrado Mágico 5×5 . . . 48

Sumário

1 Introdução **19**

2 Ensino de Matemática na Educação Básica **21**

2.1 Em sala de aula 21

2.2 Educação na Zona Rural 22

3 Aplicação Didática **25**

3.1 Introdução 25

3.2 A Escola 25

3.3 Dinâmica do Jogo 26

3.4 Justificativa 27

3.5 Conclusção 27

4 A Trigonometria **29**

4.1 Introdução 29

4.2 Contexto Histórico 29

4.3 Definições Preliminares 31

4.4 Funções Trigonométrica no Triângulo Retângulo 33

4.5 Relação Trigonométrica Fundamental 34

4.6 Seno, Cosseno e Tangente de Ângulos Notáveis 35

5 Aplicação de Trigonometria **39**

5.1 Introdução 39

5.2 A Escola 39

5.3 Teodolito 41

5.4 Construindo um Teodolito Caseiro 42

5.5 Aplicação 43

5.6 Justificativa 44

5.7 Resultados 44

6 Quadrado Mágico **47**

7 Conclusão **51**

1 Introdução

Neste mundo moderno, cada vez fica difícil para o professor, seja de qual for a disciplina, conseguir repassar o conteúdo para o seu alunado. Os jovens e adolescentes possuem inúmeras atividades que podem tirar sua atenção durante as aulas, sejam elas computadores, celulares, tablets, revistas, etc. Na maioria das escolas é proibido o uso de aparelhos eletrônicos nas dependências da escola, porém fica difícil de fiscalizar, já que para isso seria necessário uma revista em cada aluno. O professor tem que se virar em 10 para chamar a atenção do aluno, ajudar aquele que tem mais dificuldades, incentivar aquele que consegue pegar o conteúdo fácil e ainda fica responsável pelo registro de aula, faltas, entre outros; fiscalizar o uso de aparelhos eletrônicos pelos alunos é uma tarefa a mais, que na maioria das vezes é ignorada pelo docente. É uma carga muito pesada para uma pessoa só, ainda mais quando se tem mais de 30 adolescentes em sala de aula, onde a maioria conta os minutos para sair. O ideal seria colocar mais uma pessoa para ajudar o professor dentro de sala de aula? Colocar aparelhos que bloqueiam sinais eletrônicos, como em prisões?

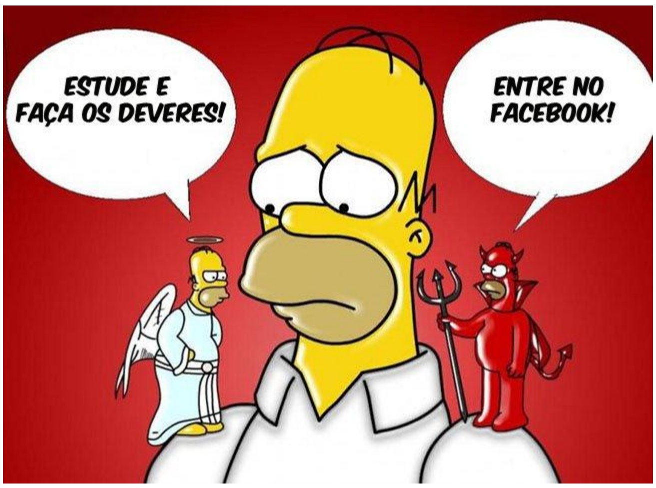


Figura 1.1: Estudar x Facebook

Para contornar essa situação o profissional de educação possui vários artifícios, porém todos eles depende de um esforço extra dele, seja na preparação ou na execução da tarefa proposta. O docente tem que usar seu tempo livre para elaborar e organizar exercícios que possibilitem o melhor aprendizado de seu alunado, além do grande esforço em sala de aula. Claro que também é necessária a ajuda da direção da escola, seja com materiais ou com pessoal. Algumas atividades são muito interessantes, porém depende de mais de uma pessoa em sala de aula para ser executadas, o que geralmente é complicado de se ter, já que cada um em uma escola tem uma tarefa específica e não pode largá-la quando quiser. Além disso, é necessário materiais para realizar as atividades. Algumas escolas possuem materiais em seus depósitos para ser usado por seus professores, o que ajuda muito; porém, quando se precisa de um material que a escola não possui, o professor tem que tirar do próprio bolso para poder realizar a tarefa com seu alunado.

Qual seria então a solução para todos estes problemas? Como fazer com que o alunado interesse-se mais pelos estudos, que eles entendam que estudar é a única forma de ter uma boa profissão no futuro? Onde o professor deve procurar atividades que visem prender a atenção do seu aluno e como eles devem executar essa tarefa? O objetivo deste trabalho é tentar responder algumas perguntas destas, apresentar tarefas que possam ser aplicadas em sala de aula e mostrar ao docente como driblar todas as dificuldades enfrentadas em sala de aula nos dias atuais.

O presente trabalho está dividido em três partes principais. Na primeira é apresentado metodologias e estudos que possibilitem o docente aperfeiçoar o ensinamento em sala de aula. São apresentadas atividades que podem ser aplicadas em sala de aula para ajudar no aprendizado e são apresentadas em detalhes nos livros que serviram de base para a construção deste trabalho. O objetivo desta primeira parte é fazer o docente adotar métodos práticos em sala de aula e assim transmitir o conteúdo didático mais facilmente. A segunda parte do trabalho é uma nova abordagem sobre trigonometria, mais especificamente, a trigonometria que é repassada para alunos do 9º ano do ensino fundamental. É uma nova abordagem de como lecionar ao alunado do ensino fundamental este conteúdo que parece tão complicado para eles. O objetivo é oferecer uma alternativa para o docente além da encontrada nos livros didáticos, que geralmente é mais complicado e não faz uma ligação como o cotidiano do aluno, o que é indispensável para um melhor aprendizado. Por fim, a terceira parte é uma aplicação de trigonometria com alunos do 9º ano de ensino fundamental. É mostrado como usar o Teodolito com o intuito de fazer a medição de alturas inalcançáveis. O objetivo desta etapa é apresentar uma aplicação da Trigonometria que prende a atenção do aluno, além de despertar para a beleza da matemática.

Ao final, é feito uma reflexão sobre tudo que foi apresentado no trabalho na forma de conclusão, visando enfatizar os objetivos traçados e analisar os resultados. É apresentada também uma alternativa para solução dos problemas apresentados durante o trabalho e outros problemas cotidianos encarados pelos docentes em sala de aula.

2 Ensino de Matemática na Educação Básica

2.1 Em sala de aula

Os problemas enfrentados diariamente pelos docentes do ensino básico são inúmeros, vão desde a chegada a escola até o momento que estão em suas residências corrigindo trabalhos e avaliações. O docente é responsável pela elaboração das aulas, das avaliações, do comportamento do aluno em sala de aula, da fiscalização de materiais proibidos, entre outros; além disso, tem que se adequar as normas de cada escola e fazer com que as metas da secretaria de educação sejam alcançadas. Em sala de aula com mais de 30 adolescentes, o docente torna-se quase inútil se não tiver traçado uma metodologia eficiente e adotado métodos que tornem possíveis suas aulas. Para um docente inexperiente pode ser complicado transmitir ao seu alunado o conteúdo didático do ano letivo, mesmo que tenha feito um bom planejamento prévio. É necessário que o docente domine completamente o conteúdo, que tenha planejado passo a passo sua aula e, além disso, procurar formas de prender a atenção de seu aluno. Moysés (1997) fala em seu livro Aplicações de Vygotsky à educação matemática:

> "*Imprescindível é a formação do professor. Sem um embasamento teórico consistente, creio que dificilmente saberá pôr em prática a teoria. Embora a pesquisa tivesse demonstrado que esse embasamento pode ser feito por alguém que vá orientando muito de perto o trabalho do professor, o ideal é que ele se aproprie desse conhecimento. E mais, que, nesse apropriar-se, ele reconstrua o próprio conhecimento. Igualmente imprescindível é que ele queira adotar esse nova base teórica para sua atividade pedagógica, uma vez convencido de sua riqueza.*"

Para um profissional de educação que não tenha sido capacitado corretamente para a docência, transmitir conhecimento pode ser uma tarefa complicada e traumática, poucos são capazes de suportar a tensão em uma sala de aula lotada de adolescentes, onde a maioria preferia está em sua casa assistindo TV ou usando a internet. Muitos deles o fazem em sala de aula, usando de aparelhos digitais que a cada dia estão menores e tecnológicos. Fica difícil para o professor competir com um campo tão grande que é a internet, cheio de curiosidades e entretenimentos. O docente deve usar este campo a seu favor, utilizando a internet em sua casa para encontrar métodos alternativos aos tradicionais de ensino, seja estes com uso de cartazes, retroprojetores ou material para leitura. Com uma boa pesquisa e sabendo bem o que está procurando, todo professor é capaz de achar algo que possa entreter o aluno e ao mesmo tempo fazer com que este aprenda. É surpreendente a diferença que o uso de um simples retroprojetor faz em sala de aula, o aluno procura algo novo, algo que chame sua atenção e, cabe a professor, levar para classe algo que eles ainda não tinham conhecimento.

2.2 Educação na Zona Rural

Se é problemático transmitir conteúdo para alunos da zona urbana, quando se trata de uma escola pública da zona rural o problema é maior ainda. A maioria das escolas da zona rural possui apenas o fundamental I e II, onde alunos que deveriam estar na modalidade EJA se junta com outros que estão na idade certa. As escolas não possuem o apoio necessário da secretaria de educação, já que estão afastadas da cidade. Falta merenda escolar, carteiras, pinceis ou giz, etc. Poucas possuem máquinas de Xerox e, quando as possui, não há manutenção, papel ou tinta. Tudo isto atrapalha ainda mais a vida do docente que, além de lidar com todos estes problemas, ainda terão que lecionar para alunos que não tiveram uma boa base e não possui um apoio em casa. Professores desta zona escutam com frequência do seu alunado que estes preferiam está em algum trabalho braçal com seus pais ou parentes. Salvo uma pequena minoria, estes discentes não possuem uma ambição para melhorar de vida, terminar o ensino médio e conseguir um trabalho que pague um salário mínimo, ou até menos que isso, já é suficiente para eles.

Tentar mudar a ideia que alunos da zona rural possui é um trabalho árduo para o docente, possível somente com uma boa metodologia, uma administração que ajude bastante e muita paciência. Os desafios são enormes e antes de tentar repassar conhecimento, é necessário mexer com as perspectiva destes alunos. Além disso, o professor ainda enfrentará o fato de que estes alunos não se expressam como alunos de zona urbana, pra eles são natural não entender um determinado conteúdo. Alguns preferem ficar em silêncio que perguntar algo que teve dúvida, seja por medo do professor, medo do que os colegas irão pensar ou simplesmente timidez.

Os livros didáticos custam a chegar ou nem chegam nestas regiões. Quando chegam, vem em quantidades reduzidas, obrigando o professor a trabalhar em grupos, tornando, assim, o processo ensino-aprendizado defeituoso. Alunos atrasados também atrapalham muito este processo. Por serem mais velhos, eles sempre arrumam uma forma de chamar a atenção, atrapalhando as aulas. O docente também é obrigado a baixar o nível das aulas, para que estes possam acompanhar. Para eles, alguém que consegue dominar a matemática é muito inteligente, sendo impossível tal façanha. Carvalho (1994) em seu livro *Metodologia do Ensino da Matemática* fala:

> " *Outra consequência e, talvez, a de resultados mais nefastos, é a de que o sucesso em Matemática representa critério avaliador da inteligência dos alunos, na medida em que uma ciência tão nobre e perfeita só pode ser acessível a mentes privilegiadas, os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de possuí-los.*"

Os alunos acham as questões muito difíceis e se por acaso o professor falar que é fácil, que eles só precisam treinar um pouco mais, a resposta deles é sempre a mesma: "Fácil para o senhor, que sabe de tudo."Mandar deveres para casa também é quase inútil, poucos têm a tendência de estudar em casa, seja por ter obrigações a fazer ou por preguiça. Além disso, são poucos os pais que se preocupam em saber como está o rendimento do seu filho, em olhar o caderno destes para saber se tem algo a ser feito ou mesmo visitar a escola para conversar com a direção e os professores. Nas reuniões com os pais, aparecem poucas pessoas e as que aparecem são pais daqueles melhores alunos.

É necessária uma conscientização destas famílias da zona rural, fazer com que eles entendam que somente uma boa educação melhorará a qualidade de vidas dos seus filhos. Mostrar a eles a diferença entre uma criança que tem total interesse na escola e outra que vai sem nenhuma ambição, mostrar que na vida adulta este interesse na escola fará toda a diferença. Mesmo com o acesso a informação tão fácil ainda existe famílias na zona rural com pensamentos atrasados, acham que suas crianças devem continuar a vida de seus pais, sendo trabalhadores braçais ou trabalhar para algum grande fazendeiro. Quanto a isso, atividades como estas que serão mostradas neste trabalho é essencial para mudar esses pensamentos, o aluno chegando em casa com algo para mostrar a sua família poderá convencê-los da importância de uma boa educação. Quando a esse *feedback*, Moysés (1997) fala:

> "*Ao que parece, não há muita continuidade entre o que se aprende na escola e o conhecimento que existe fora dela. Há crescente evidência de que a escolarização está contribuindo muito pouco para o desempenho fora dela escola. Dificilmente se mostra para o aluno a relação direta e óbvia que há entre a escola e a vida.*"

É necessário mostrar ao aluno e sua família a importância da educação, convencê-los que somente assim melhorarão com dignidade de vida. É mais evidente este tipo de problema na zona rural, porém problemas parecidos também são evidenciados na zona urbana. Por morarem na cidade, alguns alunos pensam que sem precisar estudar conseguirão um emprego fácil na vida adulta, muitos deles comentam que seus pais, tios, primos, etc.; conseguirão um trabalho para eles, sem pensar que estudando poderão conseguir empregos melhores, ganhando mais e trabalhando menos. Esse é o grande problema da sociedade atual, seja ela rural ou urbana. Alunos acomodados, que não tem acompanhamento em casa, que tratam professores com uma grande falta de respeito, achando-se dono da razão sempre. Cada atitude destes alunos desestimula ainda mais o docente que, depois de algum tempo perdido tentando fazer algo diferente sem sucesso, também se acomoda e faz somente o que lhe é pedido e dessa forma lecionar passa a ser uma tortura.

3 Aplicação Didática

3.1 Introdução

Como dito anteriormente, uma aula diferente é capaz de fazer milagres no que se refere a prender atenção dos alunos. Uma simples brincadeira entre eles pode resultar em um enorme aprendizado, que não seria possível em uma aula tradicional. A aplicação descrita aqui foi baseada na explanada no livro *Meu professor de Matemática e outras Histórias*, de Elon Lages Lima. É uma brincadeira que visa a competição entre dois grupos em uma mesma sala de aula. Foi feito pequenas adaptações, mas o objetivo principal é o mesmo. Utilizando-se desse jogo, os alunos terão uma motivação a mais para estudar, pois casos contrários prejudicarão o time a qual participam, e estarão atentos a resolução dos exercícios, pois só assim saberão quem foi o vencedor em cada etapa.

3.2 A Escola

Figura 3.1: Unidade Escolar Desembargador Odilo Costa Filho

A atividade foi desenvolvida na Unidade Escolar Desembargador Odilo Costa Filho, escola do município de Timon, Maranhão, situada no bairro São Benedito, Rua São João, s/n. Esta escola foi inaugurada no dia 02 de abril de 1974, na gestão do prefeito Napoleão Guimarães. Formada apenas por quatro salas e possuindo poucos funcionários, a escola era pequena, porém em 1977 a escola passou a pertencer ao estado, passando assim por uma grande reforma que resultou na construção de mais cinco salas, um pátio amplo, uma sala para professores e mais banheiros.

No decorrer dos anos o prédio cresceu ainda mais com a implantação da pré-escola no sistema educacional do estado, ganhou dois galpões equipados de banheiros masculinos e femininos, cantina; espaço este que conforme autorização do Conselho Estadual de Educação recebeu o nome de "Jardim de Infância Moranguinho", funcionando do 1º ao 3º período nos turnos matutino e vespertino até hoje; só que aos poucos está sendo eliminado, pois não é mais da alçada do Estado esta modalidade de ensino, tanto que um dos galpões foi transformado em refeitório agora no ano de 2000.

A escola possui um espaço físico muito bom, pois possui só de área coberta mais de mil metros quadrados, sendo assim distribuídos: 11 salas de aula, 01 sala de professores, 01 sala de vídeo, 01 sala de leitura, 05 banheiros, 01 diretoria, 01 refeitório ou cantina, 01 pátio, 01 terraço onde funciona a secretaria e a recepção, 01 quadra de esportes.

No ano 2014 essa escola passou ser de responsabilidade do Município de Timon, em que o quadro de funcionários é da rede municipal. Recentemente passou por uma reforma na qual foi climatizada para melhor atender os alunos. A escola possui hoje um total de 572 alunos, distribuídos nos turnos manhã, tarde e noite com as modalidades de Ensino Fundamental Regular e EJA.

3.3 Dinâmica do Jogo

A classe é dividida em dois grupos, de critério do professor. Cada grupo fica de um lado da sala e então é proposto um problema, que está relacionado com o conteúdo didático trabalhado pelo professor. O professor então escolhe um aluno de cada grupo para responder ao problema, esta escolha pode ser por ordem alfabética, posicional; ou cada grupo escolhe o seu representante, fica a critério do professor. Ele deve explicar que ele é autoridade, ele toma as decisões e uma decisão tomada por ele não deve ser questionada. Cada aluno vem até uma carteira previamente colocada para este fim e tenta resolver o problema, em um tempo pré-estipulado pelo professor, novamente a decisão de quanto tempo terá cada aluno é do docente. Terminado o tempo, o professor deve responder ao problema proposto para que todas vejam, em seguida analisa as respostas dos dois alunos para saber a pontuação de cada grupo. Os critérios de pontuação também podem variar, na aplicação esplanada aqui foram dados 03 (três) pontos para resposta correta. Caso o aluno não saiba responder a questão, ele pode pedir pra ser substituído, porém se o novo aluno responder corretamente a questão, a pontuação não deve ser a mesma, na aplicação foi dado pontuação 01 (um). Não deve haver limite do número de vezes que um mesmo aluno substitui o colega de grupo, porém em cada rodada só deve haver uma substituição em cada grupo. Se o aluno responder errado, pontuação 00 (zero). Se algum integrante dos grupos falar a resposta para o aluno escolhido para responder o problema, o grupo fica com pontuação 00 (zero). Vence o jogo a equipe que tiver a maior pontuação no final da disputa. Caso deseje, seria uma boa ideia presentear os vencedores, para dar uma motivação a mais, mesmo que seja com coisas bem simples.

3.4 Justificativa

Quando o professor prepara algo como o jogo acima mencionado, além de repassar de forma mais fácil o conteúdo didático onde consegue uma maior atenção do aluno, o professor consegue uma maior admiração do aluno, eles respeitam mais a metodologia do professor, mesmo que ele volte às aulas tradicionais. Algo deste tipo pode ser crucial para o aprendizado do aluno e eles vão querer sempre algo parecido.

Em uma turma com mais de 30 alunos, caso não seja adotadas metodologias alternativas, o controle dos alunos fica praticamente impossível, ainda mais se se tratar de uma escola pública, onde não são tão cobrados como alunos em escolas particulares ou escolas públicas com uma boa administração.

3.5 Conclusção

Na experiência explanada acima, foram formado dois grupos: um formado pelos meninos e outro pelas meninas. O tempo para cada resposta era de 02 (dois) minutos e a pontuação foi como a descrita anteriormente. Ao final de 90 (noventa) minutos de disputa, os meninos da sala saíram vitoriosos, com certa vantagem em relação às meninas. Foi notável a timidez de algumas meninas em ir até a frente responder as questões, enquanto que os meninos não tiveram a menor dificuldade. Depois de encerrados os trabalhos, os alunos foram liberados para o lanche.

Após esse dia, os alunos da classe sempre pedem para que seja feita uma nova disputa: as meninas da classe querem uma revanche enquanto que os meninos querem provar sua superioridade. Fica um clima de disputa por conhecimento na classe e eles aceitam uma nova disputa, mesmo que a classe seja separada de outra forma. É notório o interesse, mesmo que em apenas algumas aulas após a experiência, a atenção dos alunos, principalmente dos que saíram perdedores da disputa. Jogos como estes prendem a atenção do aluno, fazendo com que ele aprenda mais fácil e rápido.

4 A Trigonometria

4.1 Introdução

A palavra Trigonometria é formada por três radicais gregos (tri $\rightarrow$ três, gonos $\rightarrow$ ângulos, metron $\rightarrow$ medir), daí seu significado: medidas dos triângulos. A trigonometria é o ramo da Matemática que estuda a relação entre os ângulos internos e os lados de um triângulo. Neste trabalho, estudaremos a Trigonometria no triângulo retângulo e suas aplicações, já que o todo o trabalho foi desenvolvido em uma turma de 9º ano do ensino básico. Antes de começarmos nosso trabalho em se, faz-se necessário conhecer um pouco da história da trigonometria.

4.2 Contexto Histórico

A trigonometria não é obra de um só homem ou nação. A sua história tem milhares de anos e faz parte de todas as grandes civilizações. Deve ser notado que, desde os tempos de Hiparco até os tempos modernos, não havia tal coisa como "razão"trigonométrica. Ao invés disso, os gregos e depois os hindus e os muçulmanos usaram linhas trigonométricas. Essas linhas primeiro tomaram a forma de cordas e mais tarde meias cordas, ou senos. Essas cordas e linhas de senos então seriam associadas a valores numéricos, possivelmente aproximações e listados em tabelas trigonométricas.

A origem da trigonometria é incerta. Entretanto, pode-se dizer que o início do desenvolvimento da trigonometria se deu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C., com os egípcios e babilônios. É possível encontrar problemas envolvendo a cotangente no Papiro Rhind e também uma notável tábua de secantes na tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322. Não se sabe ao certo se o conceito da medida de ângulo surgiu com os gregos ou se eles, por contato com a civilização babilônica, adotaram suas frações sexagesimais. Mas os gregos fizeram um estudo sistemático das relações entre ângulos - ou arcos - numa circunferência e os comprimentos de suas cordas. Nas obras de Euclides já existiam teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas. Em Os elementos, uma das obras mais conhecidas da história da matemática, é possível encontrar as leis do cosseno para ângulos obtusos e agudos, respectivamente, nas Proposições II.12 e II.13, porém enunciadas em linguagem geométrica. Porém, foi o astrônomo Hiparco de Nicéia (190 a.C. - 125 a.C.) quem ganhou o direito de ser chamado o pai da Trigonometria pois, na segunda metade do século II a.C., fez um tratado em doze livros em que se ocupou da construção do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica, incluindo uma tábua de cordas. Ptolomeu (90 d.C. - 168 d.C.), na mesma época, apresentou sua tábua de cordas contendo o cálculo do seno dos ângulos de 0^o a 90^o, ângulos que seriam utilizados nos estudos astronômicos em que ele estava engajado.

Hiparco foi o primeiro a calcular a medida do Seno de alguns ângulos, sem usar essa nomenclatura, já palavra cosseno surgiu somente no século XVII, como sendo o seno do complemento de um ângulo. Os conceitos de seno e cosseno foram originados pelos problemas relativos à Astronomia, enquanto que o conceito de tangente, ao que parece, surgiu da necessidade de calcular alturas e distâncias. Outro matemático grego, Menelau de Alexandria (70 d.C. - 130 d.C.) produziu um tratado sobre cordas num círculo, em seis livros, porém vários deles se perderam. Felizmente o seu tratado Sphaerica , em três livros, se preservou numa versão árabe e é o trabalho mais antigo conhecido sobre trigonometria esférica. Mais tarde, Claudius Ptolomeu expandiu as Cordas em um Círculo de Hiparco no seu Almagesto, ou a Sintaxe Matemática. Os treze livros do Almagesto são os mais influentes e significativos trabalhos sobre trigonometria de toda a antiguidade. Um teorema central para o cálculo das cordas de Ptolomeu é conhecido ainda hoje como teorema de Ptolomeu e diz que a soma dos produtos dos lados opostos de um quadrilátero cíclico é igual ao produto das diagonais. Um caso especial do teorema de Ptolomeu apareceu como a proposição 93 na obra Data, de Euclides.

O próximo desenvolvimento da trigonometria foi realizado na Índia. O matemático-astrônomo Aryabhata (476 d.c. - 550 d.c.), na sua obra Aryabhata-Siddhanta, primeiro definiu o seno como a relação moderna entre a metade de um ângulo e a metade de uma corda e então definiu o cosseno, verseno e o seno inverso. Seus trabalhos também contêm as tabelas de valores de seno e verseno mais antigas que sobreviveram até nós, em intervalos de $3.75°$ de $0°$ até $90°$, com uma precisão de 4 casas decimais. Ele usou as palavras jya para seno, kojya para cosseno, ukramajya para verseno e otkram jya para seno inverso. As palavras jya e kojya eventualmente se transformaram em seno e cosseno, respectivamente, depois de traduções equivocadas.

Os trabalhos dos matemáticos hindus foram mais tarde traduzidos e expandidos no mundo islâmico por matemáticos árabes e persas. Foram eles os responsáveis pela produção de tabelas precisas de senos e cossenos, como também a primeira tabela de tangente, tudo isso ainda no século IX. Mais tarde, vários estudiosos chineses usaram os conhecimentos já adquiridos de trigonometria no aperfeiçoamento do seu sistema de calendário e astronomia. Somente anos depois, Georg Joachim Rheticus (1514 - 1574) definiu as funções trigonométricas diretamente em termos de triângulos retângulos ao invés de círculos, com tabelas para as seis funções trigonométricas.

Depois desse grande processo de descobrimento do uso de trigonometria, a maioria dos grandes matemáticos influenciou, de alguma forma, no seu desenvolvimento. Como dito anteriormente, o desenvolvimento da trigonometria como a temos dos dias atuais não é responsabilidade de uma só pessoa ou por uma sociedade. Tudo aconteceu como um processo, com contribuição de vários povos de toda parte do mundo. Cada povo participou de alguma forma, alguns deles mais na parte da trigonometria esférica e, devido à antiguidade de que foi desenvolvido essa área da matemática, é um pouco difícil saber a exatidão dos estudos.

4.3 Definições Preliminares

Antes de começarmos nosso estudo sobre trigonometria, faz se necessário adquirir alguns conhecimentos que servirão de base para nosso trabalho. Nossos conceitos estão relacionados ao plano, nosso objeto de estudo. Primeiramente devemos conceituar triângulo retângulo: seus elementos, propriedades, relações, etc.

Um triângulo é um polígono de três lados, não possui nenhuma diagonal, a soma dos seus ângulos internos é igual a $\mathbf{180^o}$ e a soma dos ângulos externos é $\mathbf{360^o}$ ($\mathbf{360^o}$ também é soma dos ângulos de qualquer polígono). Em um triângulo retângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois lados (desigualdade triangular) e o maior lado se opõe ao maior ângulo. Um triângulo pode ser caracterizado pela medida dos seus lados ou pela medida dos seus ângulos, de acordo com a tabela abaixo:

Classificação dos Triângulos		
Quanto aos Lados	Equilátero	Possui os três lados com a mesma medida
	Isósceles	Possui dois lados com medidas iguais
	Escaleno	Não possui lados com a mesma medida
Quanto aos Ângulos	Acutângulo	Os três ângulos internos medem entre 0^o e 90^o
	Retângulo	Um dos ângulos internos é reto (mede 90^o)
	Obtusângulo	Um dos ângulos internos mede entre 90^o e 180^o

Figura 4.1: Classificação dos Triângulos

Além dos lados, vértices e lados de um triângulo, ainda temos outros elementos em um triângulo. São eles: Altura, Bissetriz e Mediana.

Definição 4.1. *A mediana de um triângulo é um segmento de reta que liga um vértice com o ponto médio do lado oposto.*

Definição 4.2. *A Bissetriz de um triângulo é um segmento de reta que liga um vértice com o lado oposto de um triângulo, dividindo o ângulo do vértice ao meio.*

Definição 4.3. *A Altura de um triângulo é um segmento de reta que liga um vértice com o lado oposto ou seu prolongamento, formando com este um ângulo reto.*

Em um triângulo isósceles, a mediana, bissetriz e altura relativa a base do triângulo coincidem. Em um triângulo retângulo, cada cateto também é altura relativa ao outro cateto. No triângulo equilátero, bissetriz, altura e bissetriz de cada vértice coincidem.

Definição 4.4. *Dois triângulos são semelhantes quando seus ângulos internos correspondentes são congruentes e seus lados correspondentes são proporcionais.*

Faz-se necessário também relembrar como operamos frações.

Definição 4.5. *Sejam* $\boldsymbol{a, b, c}$ *e* $\boldsymbol{d}$ *números reais, a divisão entre as razões* $\boldsymbol{a}$ *sobre* $\boldsymbol{b}$ *e* $\boldsymbol{c}$ *sobre* $\boldsymbol{d}$ *é igual ao produto entre as razões* $\boldsymbol{a}$ *sobre* $\boldsymbol{b}$ *e* $\boldsymbol{d}$ *sobre* $\boldsymbol{c}$*, ou seja, para dividir duas frações devemos repetir a primeira fração e multiplicá-la pelo inverso da segunda.*

$$\boxed{\frac{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}}{\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}}} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{c}}}$$

Definição 4.6. *Para efetuar a multiplicação de frações, basta multiplicar numeradores e denominadores, separadamente.*

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}} = \frac{\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{d}}}$$

Definição 4.7. *Para somarmos duas frações, faz se necessários que elas tenham o mesmo denominador. Se já o tiverem, conservamos o denominador e somamos apenas os numeradores. Caso contrário, devemos encontrar frações equivalentes a anteriores que tenham o mesmo denominador e só então efetuamos a soma.*

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}} + \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}} = \frac{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}}}$$

Teorema 1. (Teorema de Pitágoras)

Em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos é igual ao quadrado do comprimento da hipotenusa.

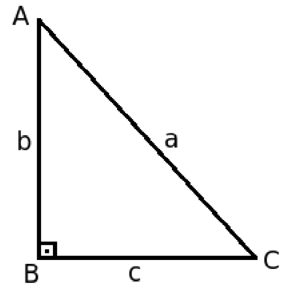


Figura 4.2: Triângulo Retângulo

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

4.4 Funções Trigonométrica no Triângulo Retângulo

Em um triângulo, o maior lado é chamado de hipotenusa e os outros dois lados são chamados de catetos. Quando o cateto não é lado de um dos seus ângulos internos, dizemos que esse cateto é oposto ao ângulo em questão, caso contrário ele é dito adjacente ao ângulo. A hipotenusa, por ser o maior lado, é sempre oposta ao ângulo reto. Seja $\boldsymbol{\theta}$ um ângulo agudo, a razão entre o lado oposto ao ângulo $\boldsymbol{\theta}$ e a hipotenusa é um número entre $\mathbf{0}$ e $\mathbf{1}$, já que a hipotenusa é sempre maior que a medidas dos catetos. Em dois triângulos semelhantes, a razão citada é sempre a mesma. Sabendo disso, podemos definir uma função trigonométrica Seno ($\boldsymbol{Sen}$), que depende diretamente do ângulo $\boldsymbol{\theta}$ e que possui o mesmo valor para triângulos retângulos semelhantes.

Definição 4.8. *Seja um triângulo retângulo* $\boldsymbol{ABC}$ *cujos lados medem* $\boldsymbol{a, b}$ *e* $\boldsymbol{c}$*; com ângulo reto em* $\hat{A}$ *e hipotenusa de comprimento* $\boldsymbol{a}$*. Seja* $\boldsymbol{\theta}$ *um ângulo agudo neste triângulo, oposto ao cateto de comprimento* $\boldsymbol{b}$ *e cateto adjacente de comprimento* $\boldsymbol{c}$*. Definimos a função seno como: seno de* $\boldsymbol{\theta}$ *é igual a razão entre as medidas do cateto oposto e a hipotenusa.*

Tomando como referência o seguinte triângulo:

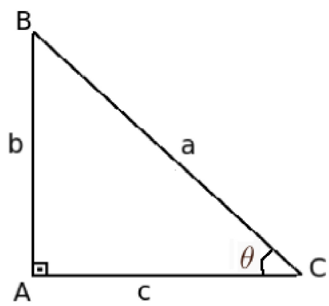


Figura 4.3: Triângulo retângulo com Ângulo agudo $\boldsymbol{\theta}$

Temos:

$$\boxed{\boldsymbol{Sen(\theta) = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{b}{a}}},$$

Também podemos definir outras duas funções:

Definição 4.9. *Cosseno de* $\boldsymbol{\theta}$ *é igual a razão entre as medidas do cateto adjascente e a hipotenusa.*

$$\boxed{\boldsymbol{Cos(\theta) = \frac{cateto\ adjascente}{hipotenusa} = \frac{c}{a}}}$$

Definição 4.10. *Tangente de* $\boldsymbol{\theta}$ *é igual a razão entre as medidas do cateto oposto e o cateto adjascente.*

$$\boxed{\boldsymbol{Tg(\theta) = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjascente} = \frac{b}{c}}}$$

,

Das definições acima, podemos chegar a seguintes proposição:

Proposição 1. Em um triângulo retângulo, a tangente do ângulo agudo é igual a razão do seno pelo cosseno deste ângulo.

$$\boxed{\boldsymbol{Tg(\theta) = \frac{Sen(\theta)}{Cos(\theta)}}}$$

Prova:
Levando em consideração o Triângulo Retângulo da **Figura 4.3**, temos:
$\boldsymbol{Sen(\theta) = \frac{b}{c}}$, $\boldsymbol{Cos(\theta) = \frac{c}{a}}$ e $\boldsymbol{Tg(\theta) = \frac{b}{a}}$
Assim:

$$\boxed{\boldsymbol{Tg(\theta) = \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{Sen(\theta)}{Cos(\theta)}}}$$

■

4.5 Relação Trigonométrica Fundamental

Proposição 2. Seja $\boldsymbol{\theta}$ um ângulo agudo em um triângulo retângulo, então a soma dos quadrados de seno de $\boldsymbol{\theta}$ e cosseno de $\boldsymbol{\theta}$ é igual a $\boldsymbol{1}$.

$$\boxed{\boldsymbol{(Sen(\theta))^2 + (Cos(\theta))^2 = 1}}$$

Prova:
Novamente tomando como base o triângulo da **Figura 4.3**, temos:

$$\boldsymbol{Sen^2(\theta) + Cos^2(\theta) = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \frac{b}{a} \times \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \times \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{b^2 + c^2}{a^2} (*)}$$

Usando o teorema de pitágoras no mesmo triângulo, temos que

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Substituindo em (*) concluímos:

$$Sen^2(\theta) + Cos^2(\theta) = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

■

4.6 Seno, Cosseno e Tangente de Ângulos Notáveis

Com o auxílio de um triângulo equilátero podemos chegar ao sen, cos e tg dos ângulos de $30^o, 45^o$ e 60^o. Em um triângulo equilátero, os três ângulos internos tem a mesma medida, como a soma dos três é igual a 180^o, cada ângulo mede 60^o. Traçando a mediana em qualquer um dos vértices, formamos dois triângulos retângulos, com ângulos agudos medindo 30^o e 60^o. Veja a ilustração abaixo:

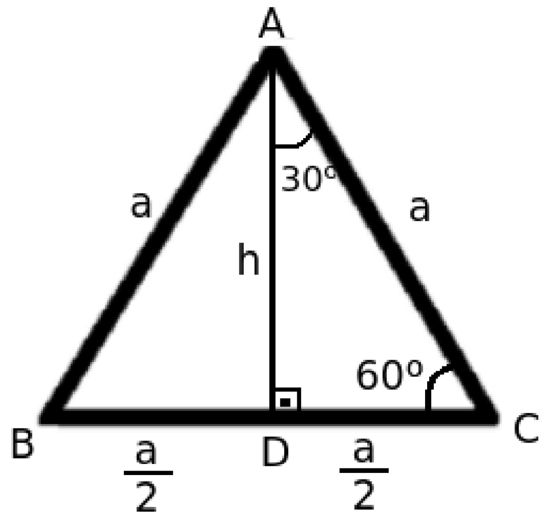


Figura 4.4: Triângulo Equilátero

Sabemos que mediana, bissetriz e altura coincidem em um triângulo equilátero. Assim, usando o teorema de Pitágoras no triângulo equilátero acima de lado l, encontramos h, altura do triângulo, igual a $\frac{l\sqrt{3}}{2}$.

Usando o fato de que a altura também é bissetriz, podemos destacar o triângulo ADC:

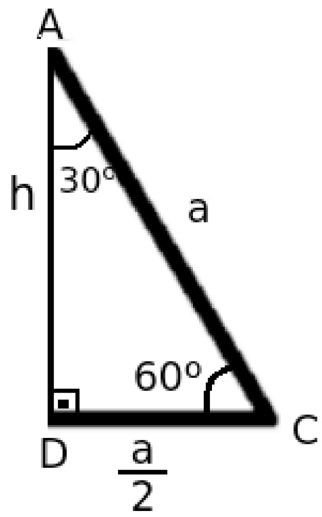


Figura 4.5: Triângulo Retângulo de Ângulos agudos 30° e 60°

Aplicando a definição das funções $\boldsymbol{Sen, Cos}$ e $\boldsymbol{Tg}$; Temos:

1. $\boldsymbol{Cos 60^o = Sen 30^o = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}}$

2. $\boldsymbol{Cos 30^o = Sen 60^o = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$

3. $\boldsymbol{Tg 30^o = \frac{Sen 30^o}{Cos 30^o} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

4. $\boldsymbol{Tg 60^o = \frac{Sen 60^o}{Cos 60^o} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}}$

Da mesma forma podemos construir um triângulo isósceles retângulo, de catetos medindo $\boldsymbol{a}$. Assim os dois ângulos internos agudos serão congruentes e iguais a $\boldsymbol{45^o}$. Aplicando o teorema de Pitágoras, concluímos que a hipotenusa medirá $\boldsymbol{a\sqrt{2}}$.

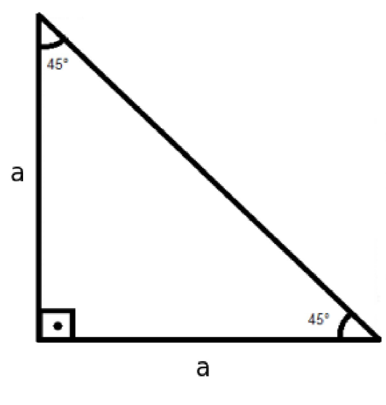


Figura 4.6: Triângulo Retângulo Isóceles

Aplicando as definições das funções trigonométricas $\boldsymbol{Sen, Cos}$ e $\boldsymbol{Tg}$, temos:

1. $\boldsymbol{Cos 45^o = Sen 45^o = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

2. $\boldsymbol{Tg}\mathbf{45^{o}} = \frac{\boldsymbol{Sen}\mathbf{45^{O}}}{\boldsymbol{Cos}\mathbf{45^{O}}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \mathbf{1}$

Assim, chegamos a tabela com os valores das funções trigonométricas para os ângulos notáveis:

	30^{o}	45^{o}	60^{o}
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Figura 4.7: Tabela Trigonométrica de Ângulos Notáveis

Esta tabela pode ser facilmente construída usando como base os passos a seguir:

1. Os valores de Seno e Cosseno são frações de denominador 2.

2. Os numeradores do Seno, da esquerda pra direita, é a sequência 1,2,3.

3. Os numeradores do Cosseno, da esquerda pra direita, é a sequência 3,2,1.

4. Para finalizar os valores de Seno e Cosseno, basta extrar a raíz dos numeradores das frações.

5. Os valores da Tangente pode ser conhecido facilmente fazendo a divisão do Seno pelo Cosseno do ângulo.

Para encontrar os valores de $\boldsymbol{Sen}, \boldsymbol{Cos}$ e $\boldsymbol{Tg}$ de outros ângulos agudos são necessários cálculos mais elaborados, o que não é o objetivo desse trabalho. Seus valores podem ser encontrados de acordo com a seguinte tabela:

Ângulo	Sen	Cos	Tg	Ângulo	Sen	Cos	Tg
1°	0,0175	0,9998	0,0175	46°	0,7193	0,6947	1,0355
2°	0,0349	0,9994	0,0349	47°	0,7314	0,682	1,0724
3°	0,0523	0,9986	0,0524	48°	0,7431	0,6691	1,1106
4°	0,0698	0,9976	0,0699	49°	0,7547	0,6561	1,1504
5°	0,0872	0,9962	0,0875	50°	0,766	0,6428	1,1918
6°	0,1045	0,9945	0,1051	51°	0,7771	0,6293	1,2349
7°	0,1219	0,9925	0,1228	52°	0,788	0,6157	1,2799
8°	0,1392	0,9903	0,1405	53°	0,7986	0,6018	1,327
9°	0,1564	0,9877	0,1584	54°	0,809	0,5878	1,3764
10°	0,1736	0,9848	0,1763	55°	0,8192	0,5736	1,4281
11°	0,1908	0,9816	0,1944	56°	0,829	0,5592	1,4826
12°	0,2079	0,9781	0,2126	57°	0,8387	0,5446	1,5399
13°	0,225	0,9744	0,2309	58°	0,848	0,5299	1,6003
14°	0,2419	0,9703	0,2493	59°	0,8572	0,515	1,6643
15°	0,2588	0,9659	0,2679	60°	0,866	0,5	1,7321
16°	0,2756	0,9613	0,2867	61°	0,8746	0,4848	1,804
17°	0,2924	0,9563	0,3057	62°	0,8829	0,4695	1,8807
18°	0,309	0,9511	0,3249	63°	0,891	0,454	1,9626
19°	0,3256	0,9455	0,3443	64°	0,8988	0,4384	2,0503
20°	0,342	0,9397	0,364	65°	0,9063	0,4226	2,1445
21°	0,3584	0,9336	0,3839	66°	0,9135	0,4067	2,246
22°	0,3746	0,9272	0,404	67°	0,9205	0,3907	2,3559
23°	0,3907	0,9205	0,4245	68°	0,9272	0,3746	2,4751
24°	0,4067	0,9135	0,4452	69°	0,9336	0,3584	2,6051
25°	0,4226	0,9063	0,4663	70°	0,9397	0,342	2,7475
26°	0,4384	0,8988	0,4877	71°	0,9455	0,3256	2,9042
27°	0,454	0,891	0,5095	72°	0,9511	0,309	3,0777
28°	0,4695	0,8829	0,5317	73°	0,9563	0,2924	3,2709
29°	0,4848	0,8746	0,5543	74°	0,9613	0,2756	3,4874
30°	0,5	0,866	0,5774	75°	0,9659	0,2588	3,7321
31°	0,515	0,8572	0,6009	76°	0,9703	0,2419	4,0108
32°	0,5299	0,848	0,6249	77°	0,9744	0,225	4,3315
33°	0,5446	0,8387	0,6494	78°	0,9781	0,2079	4,7046
34°	0,5592	0,829	0,6745	79°	0,9816	0,1908	5,1446
35°	0,5736	0,8192	0,7002	80°	0,9848	0,1736	5,6713
36°	0,5878	0,809	0,7265	81°	0,9877	0,1564	6,3138
37°	0,6018	0,7986	0,7536	82°	0,9903	0,1392	7,1154
38°	0,6157	0,788	0,7813	83°	0,9925	0,1219	8,1443
39°	0,6293	0,7771	0,8098	84°	0,9945	0,1045	9,5144
40°	0,6428	0,766	0,8391	85°	0,9962	0,0872	11,4301
41°	0,6561	0,7547	0,8693	86°	0,9976	0,0698	14,3007
42°	0,6691	0,7431	0,9004	87°	0,9986	0,0523	19,0811
43°	0,682	0,7314	0,9325	88°	0,9994	0,0349	28,6363
44°	0,6947	0,7193	0,9657	89°	0,9998	0,0175	57,29
45°	0,7071	0,7071	1	90°	1	0	-

Figura 4.8: Tabela Trigonométrica

5 Aplicação de Trigonometria

5.1 Introdução

Para aplicar o conhecimento adquirido em sala de aula sobre Trigonometria, os alunos do 9º ano participaram de um projeto, onde o objetivo era ensiná-los a usar corretamente um Teodolito. Para isso, eles foram convidados a vir no turno contrário ao horário normal de aula e depois de uma breve explicação de como proceder para usar o Teodolito, cada aluno construiu o seu próprio e então foram até a parte externa para aplicar o conhecimento adquirido. O objetivo desta aplicação foi mostrar aos alunos que era possível aplicar na vida cotidiana os conhecimentos adquiridos na escola. Eles inicialmente ficaram céticos sobre todo o projeto, porém depois ficaram encantados com o experimento e alguns prometeram repetir o experimento em casa.

Antes de começar a usar o Teodolito na parte externa da escola, foi perguntado aos alunos se eles tinham alguma ideia para fazer a medição da árvore grande que tem perto da escola. As respostas foram as mais variadas, cada resposta fazia com que a sala toda desse uma boa gargalhada. Alguns queriam subir na árvore e medir do último galho até o chão; outros achavam que conseguiriam saber a altura da árvore só observando. Notava-se que eles não percebiam como funcionaria o projeto, apesar de já ter sido mostrado pra eles alguns exemplos que do livro didático.

Para que todo o projeto fosse aplicado, foi necessário a ajuda da direção da Escola e alguns materiais, usados na construção dos Teodolitos caseiros. Primeiramente foi mostrado aos alunos como funcionava o uso do Teodolito, usando para isso o conhecimento sobre trigonometria que eles tá possuíam e a exposição de alguns exemplos no quadro negro. Depois cada aluno ficou responsável pela construção do seu próprio Teodolito, sendo assessorados de perto pelo professor. Por fim, a turma foi levada até a parte externa da escola onde puderam finalmente aplicar tudo que aprenderam.

5.2 A Escola

A escola que foi aplicada o projeto chama-se Unidade Integrada Municipal Luís Falcão, fica a 22 km do Município de Caxias, município do Maranhão, na localidade

Figura 5.1: UIM Luís Falcão

Estiva. A comunidade sustentava-se na década de 50 através um grande plantio de cana de açúcar, porém com a morte do senhor Luís Falcão, abandonou-se o canavial e passaram a tirar seu sustento do babaçu e do buriti que são palmeiras nativas da região, e da roça do toco com plantio de arroz, feijão e mandioca.

O processo educacional deu início nos anos 1980, por ocasião da visita de um grupo de Humanidade Nova (setor do Movimento dos Focolares) que percebendo a carência alia existente, iniciaram um trabalho de promoção humana com crianças, atingindo todas as famílias. No início, a escola contava com apenas uma sala e uma única professora, que havia concluído o 5º ano primário, sendo assessorada por membros do Movimento Focolares.

A escola inicial era uma cabana, coberta de palha, e as paredes feitas de barro (argila). Em 1988, o grupo, juntamente com a pessoa responsável pela terra, reivindicou do governo local a construção de uma escola, este atendeu ao pedido, e construiu uma escolinha com duas salas, que funcionava nos dois turnos.

O número de alunos foi aumentando, pois procurava a escola também os das cinco comunidades vizinhas, e a escolinha não mais foram suficientes para acolher a todos. Foi então que em 1999, o Movimento do Focolares com a ajuda da "Adoção a Distância"conseguiu construir uma escola ampla, com seis salas, secretaria, sala de professores, banheiros, cozinha e um salão que serve de refeitório e auditório.

Atualmente a escola possui mais de 400 alunos vindos de diversas comunidades, foram construídas mais duas salas no ano atual, funcionam os três turnos e possui três ônibus escolares que servem de transporte dos alunos. O movimento Focolares continua apoiando a escola e junto com a secretaria de educação de Caxias é responsável pela manutenção do prédio, sendo esta última responsável pela contratação dos professores.

5.3 Teodolito

O teodolito é um instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais, aplicado em diversos setores como na navegação, na construção civil, na agricultura e na meteorologia. É usado para medir tamanhos inacessíveis, como a altura de edifícios, torres, árvores, entre outros.

A estrutura de um teodolito é feita a partir do movimento circular de dois eixos independentes, sendo um fixo e outro móvel (eixo duplo). O eixo móvel é fixado pelos parafusos de pressão. O limbo horizontal permite o travamento em qualquer posição, realizando leitura de graus, como também de minutos e segundos. Para a leitura, é necessário outras como o tripé regulável, o contrapeso, os limbos horizontais e verticais, o nômio, o nível de bolha, o filtro de luz e as lupas oculares.

O primeiro a construir um Teodolito com a estrutura parecida com os atuais foi Jonathan Sisson (1690 - 1747), porém já existiam várias aparelhos que serviam para medir ângulos. Aparelhos parecidos com o Teodolito foram usados na construção das pirâmides, entre outras edificações antigas. As estruturas destes aparelhos antigos eram bem rudimentares, porém eficientes. Os Teodolitos modernos são digitais, com uma capacidade de precisão incrível.

Figura 5.2: Teodolito Profissional

É possível construir Teodolitos caseiros, que poderão fazer a medição aproximada de alturas inalcançáveis, usando materiais simples. Neste trabalho apresentaremos a construção de um dos vários tipos possíveis. A aplicação também é bem simples e empolgante. Serve de inspiração para alunos na faixa etária de alunos do 9º ano, além de dar algo para que ele possa mostrar em casa, para seus amigos e família.

5.4 Construindo um Teodolito Caseiro

Construir um Teodolito caseiro é muito simples. Existem inúmeros modelos que é fácil construir em sala de aula ou em casa. Para achar esses modelos basta uma simples pesquisa na Internet e um pouco de paciência. Em nosso projeto foi utilizado um teodolito simples, de pouco material e de fácil construção. A escola por esse tipo de Teodolito se deu pelo fato da escola ficar em uma zona rural e distante da cidade, sendo assim todo o material foi transportado até a escola.

No dia da construção, que também foi o dia da aplicação do projeto, estavam na sala de aula cerca de 20 alunos, todos do 9º ano do ensino fundamental. Primeiramente foi mostrado aos alunos como proceder para a construção, depois, com o auxílio do professor, cada um dos alunos presentes construiu o seu próprio Teodolito. Os materiais utilizados na construção foram os seguintes:

- 1 transferidor 180º
- 1 canudo 10 mm
- 1 tachinha
- 1 faca pequena
- 1 tesoura

Para construir basta seguir os seguintes passos:

Passo 1: Faça um furo (pequeno) exatamente no centro do transferidor **180º**, usando a faca pequena.

Passo 2: Com o auxílio da tesoura faça um corte em forma de losango pequeno no canudo 10 mm.

Passo 3: Coloque a taxinhas pelo furo do canudo, furando a outra parte do canudo e depois encaixe a tachinha no furo da transferidor **180º,** de forma que seja possível mover o canudo circularmente.

O teodolito deve ficar como a figura abaixo:

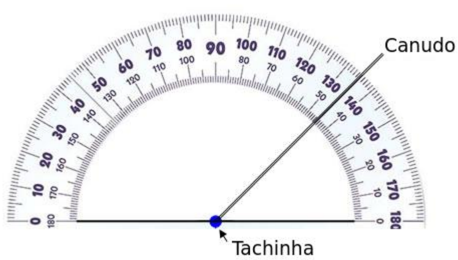


Figura 5.3: Teodolito Caseiro

5.5 Aplicação

Depois que todos os alunos na sala de aula tinham construído o seu próprio Teodolito, foram levados até a parte externa da escola para aplicar tudo que aprenderam em sala de aula e que até o momento era apenas algo teórico, sem nenhuma aplicação. Com o uso de uma fita métrica e do aparelho que tinham construído a pouco tempo, estes alunos iriam tentar medir a altura da faixada da escola, logo após a altura de uma árvore antiga que ficava perto da escola e que já estava lá antes mesmo dos pais de alguns alunos nasceram.

Para fazer a medição são necessários alguns materiais:

- 1 Teodolito caseiro
- 1 Nível de mão
- 1 Fita métrica 5m
- 1 Calculadora
- 1 tabela trigonométrica
- Papel e caneta para anotações

Para fazer a estima da altura da escola e da árvore, primeiro devemos encontrar um terreno plano até a base do objeto, depois procedemos da seguinte maneira:

- Estabilizamos o Teodolito caseiro sobre o nível de mão até que este esteja nivelado horizontalmente, se necessário pode-se usar uma base.
- Colocamos o aluno para olhar pelo canudo em direção ao topo do objeto que queremos medir.
- Olhamos o ângulo $\boldsymbol{\theta}$ que o canudo marca no Transferidor **180º** e anotamos no papel.
- Fazemos a medição $\boldsymbol{d}$ da distância do aluno até a base do objeto e anotamos no papel.
- Fazemos a medição $\boldsymbol{h_1}$ da distância do olho do aluno até o chão.

Depois de coletados todos os dados, olhamos na tabela trigonométrica o valor de $\boldsymbol{Tg(\theta)}$, a altura H do objetivo será:

$$\boxed{\boldsymbol{H = h_1 + d \times tg(\theta)}}$$

Para obter uma maior precisão no cálculo da altura do objeto, o ideal é repetir o processo com vários alunos e depois calcular a média aritmética entre os valores obtidos. Mudar a posição e fazer uma nova medição, para depois calcular a média aritmética entre os valores obtidos, diminui o erro no cálculo da altura do objeto.

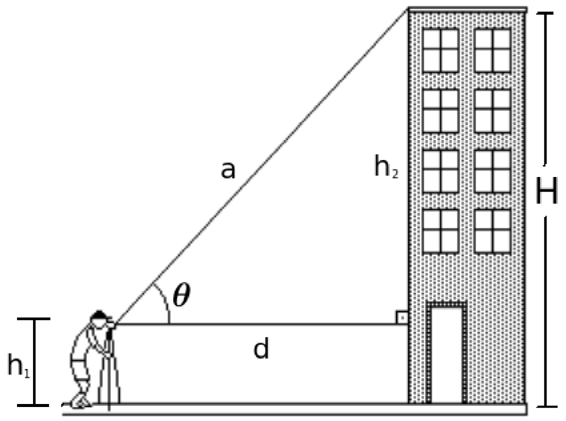


Figura 5.4: Ilustração de uso do Teodolito

5.6 Justificativa

O método descrito acima é usado para fazer a estimativa da altura de objetos por conta da definição de tangente já vista nesse trabalho. Deve-se mostrar ao aluno que é possível formar um triângulo retângulo de catetos $\boldsymbol{d}$ e $\boldsymbol{h_2}$, onde $\boldsymbol{d}$ é a distância do aluno até a base do objeto e $\boldsymbol{h_2}$ é igual a $\boldsymbol{H}$ subtraído da distância do olho do aluno até o chão $\boldsymbol{h_1}$. A hipotenusa $\boldsymbol{a}$ do triângulo retângulo seria a distância em linha reta do olho do aluno até o topo do objeto.

Pelo triângulo retângulo ilustrado na figura temos que:

1. $\boxed{\boldsymbol{H = h_1 + h_2}}$

2. $\boxed{\boldsymbol{Tg(\theta) = \dfrac{h_2}{d} \Longrightarrow h_2 = Tg(\theta) \times d}}$

Assim:

$$\boxed{\boldsymbol{H = h_1 + Tg(\theta) \times d}}$$

5.7 Resultados

Durante a aplicação na parte externa da escola, vários alunos comentaram o quanto divertido é aprender matemática daquela forma, porém não era comum participarem de aulas bem elaboradas quanta aquela. Alguns alunos que tinham dificuldades de aprendizagem durante as aulas normais em virtude da timidez não tiveram problema em participar, até acharam divertido. Os funcionários da escola, que não tinham tarefas a fazer na hora, também participaram, achando tudo muito curioso. Porém, o comentário que mais chamou atenção foi de um aluno de 16 anos:

"Achei muito divertido isso professor. Como o Teodolito vai ficar comigo, quando chegar em casa vou sair medindo tudo, vou mostrar para meus pais o que o senhor me ensinou hoje."

Enquanto faziam as medições, os alunos ficavam animados, curiosos e faziam apostas entre si de qual seria o resultado. Eles faziam questão de participar de tudo, chegando a pedir para que fossem escolhidos. Quando o resultado foi calculado, eles acharam impressionantes, perceberam que realmente era possível fazer a medição dos objetos usando materiais tão simples. Depois de feita as medidas dos objetos, foi dado um intervalo aos alunos para o lanche, porém alguns continuaram usando o seu aparelho onde podiam, nos mais variados lugares.

Ao final de todas as medições, os alunos voltaram a sala de aula para escrever o que tinham feito em cartazes, para assim apresentar o resultado do projeto para toda a comunidade escolar. Eles foram divididos em dois grupos, da um deles ficou responsável por um dos objetos. Eles usaram pinceis para ilustrar como procederam para fazer a medição dos objetos e no final colaram os cartazes na parede da escola.

O resultado do projeto pode ser sentido nas notas dos alunos naquele mês. Praticamente todos os alunos que participaram do projeto naquele dia melhoraram suas notas, mesmo sendo um dos conteúdos que os alunos sentem maior dificuldade no 9º ano do ensino médio. O gráfico abaixo ilustra isto:

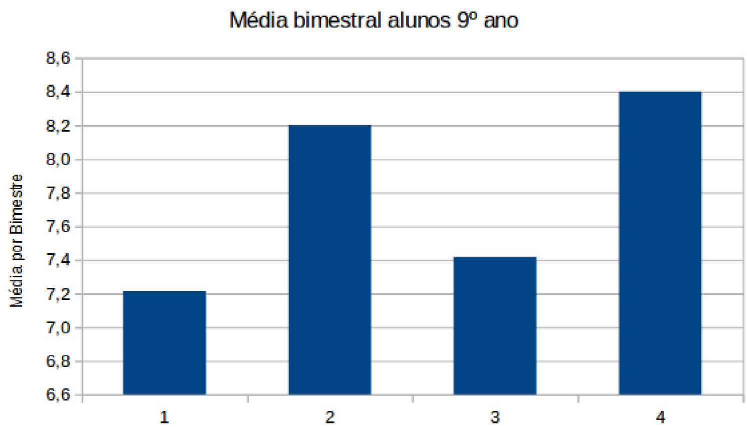


Figura 5.5: Média Bimestral Alunos 9º Ano

O projeto foi capaz de chamar a atenção do aluno para o aprendizado de matemática, o que parece ser o grande problema atualmente. Existem inúmeras distrações que fazem com o que o aluno perca totalmente o interesse no que tá sendo ministrado pelo professor no quadro negro, o que consequentemente fará com que não aprenda o conteúdo ministrado. O professor deve procurar maneiras de chamar a atenção do aluno, mesmo que com algo bem simples. Aquele velho método de chegar à sala de aula, encher o quadro e depois apenas ler o que está escrito está ultrapassado, com as tecnologias atuais existem inúmeras maneiras de fazer uma aula mais dinâmica e alegre, o que com certeza chamaram a atenção do aluno para a beleza da matemática.

UNIDADE INTEGRADA MUNICIPAL "LUÍS FALCÃO"
CAXIAS, 19 DE NOVEMBRO DE 2014
PROFESSOR: F. Estêves DISC.: Matemática
ALUNO: ______________________________ NOTA:__________

7ª AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM (9º ANO)

1. Uma escada faz um ângulo de 60° com a parede vertical de um prédio, ao tocar o topo distante do 10 metros do solo. Determine o comprimento da escada.

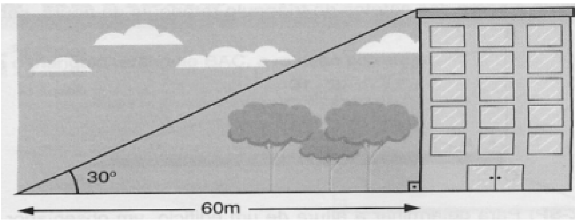
2. Se $\cos\theta = \frac{3}{5}$, qual é o valor de senθ e tgθ, sabendo que $0° < \theta < 90°$?

3. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 40m e um de seus ângulos mede 30°. O seu perímetro é:
a) $60 + 40\sqrt{3}$
b) $60 + 20\sqrt{3}$
c) $40 + 40\sqrt{3}$
d) $40 + 20\sqrt{3}$

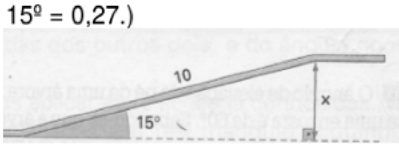
4. Quando um helicóptero decola da pista de um aeroporto em uma direção que forma um ângulo de 30º com a horizontal, um cachorro corre 300 m sempre abaixo do helicóptero e então para. A altura que o helicóptero se encontra no momento que o cachorro para é:
a) $100\sqrt{3}m$
b) $150\sqrt{3}m$
c) $200\sqrt{2}m$
d) $300\sqrt{3}m$

5. As raízes da equação $x^2 - 7x + 12 = 0$ expressam em centímetros as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. Determine a medida da hipotenusa.

6. Determine a altura no prédio ilustrado na questão abaixo:



7. Uma rampa lisa com 10 m de comprimento faz ângulo de 15º com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe a rampa inteira eleva – se verticalmente a quantos metros?(Use: sen 15º = 0,26; cos 15º = 0,97; tg 15º = 0,27.)



8. Observando a figura abaixo, determine:
a) a medida x indicada.
b) a medida y indicada.
c) a área do triângulo BCD, dada por $\frac{xy}{2}$.

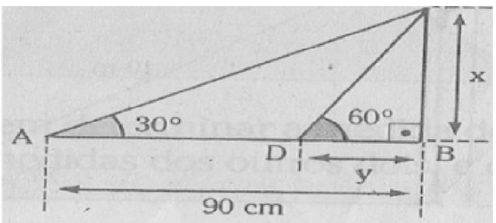


Figura 5.6: Prova de Trigonometria

6 Quadrado Mágico

Uma forma de prender atenção dos alunos, principalmente nos primeiros dias de aula, é mostrar a turma como preencher um quadrado mágico $\boldsymbol{N \times N}$, onde $\boldsymbol{N}$ é um número ímpar, com números que vão de $\mathbf{1}$ a $\boldsymbol{N^2}$ e a soma dos números das linhas, das colunas e das duas diagonais seja sempre o mesmo. Por exemplo, um quadrado $\mathbf{3 \times 3}$ deve ser preenchido com números de $\mathbf{1}$ a $\mathbf{9}$, cuja a soma das linhas, colunas e das duas diagonais seja sempre igual a $\mathbf{15}$. Um exemplo deste quadrado preenchido é o seguinte:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Figura 6.1: Quadrado Mágico 3 × 3

É possível completar qualquer quadrado de lado $\boldsymbol{N}$ ímpar, para isso basta seguir os seguintes passos:

1. Coloque o número $\mathbf{1}$ na primeira linha e coluna $\boldsymbol{\frac{N+1}{2}}$, que é a coluna central.

2. Os próximos números $\boldsymbol{(2, 3, 4, ..., N^2)}$ devem ser colocados na linha acima e coluna a direita. No caso de não existir linha acima, devemos ir para última linha e caso não exista coluna à direita, devemos ir para primeira coluna.

3. Caso o lugar escolhido para colocar o próximo número já esteja preenchido, devemos voltar ao último número colocado no quadrado, preencher na mesma coluna e linha imediatamente abaixo com o número e continuar o processo.

Um exemplo de um quadrado $\mathbf{5} \times \mathbf{5}$ seguindo os passos acima é:

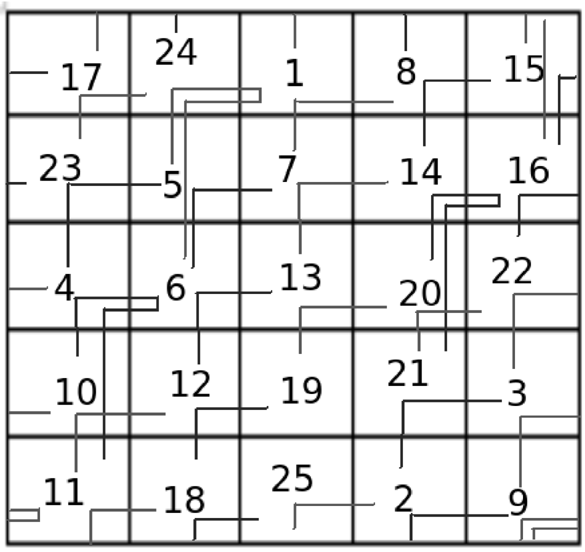


Figura 6.2: Quadrado Mágico 5 $\times$ 5

Note que a soma dos números de cada linha, cada coluna e das duas diagonais são sempre igual a 65.

Esse processo, como dito anteriormente, serve para o preenchimento de qualquer quadrado com número de linha e colunas iguais a um número ímpar $\boldsymbol{N}$. Ensinar aos alunos como montar esse quadrado é oferecer a este algo que possa mostrar aos seus pais, amigos e criar uma ligação entre o conhecimento de sala de aula e a sociedade.

Outras formas que prender a atenção do aluno é apresentar situações que envolvam problemas de raciocínio lógico, seja durante as aulas ou junto com outros exercícios em uma lista. Existem várias questões deste tipo, o professor deve selecionar aquelas que coloquem o aluno pra pensar ao mesmo tempo em que desperta seu interesse pra matemática. Alguns problemas destes são:

1. Um homem entra em um bar e pede um copo d'água. O barman então saca uma espingarda e atira na direção do homem, errando por muito pouco. O homem então fala:

   - Muito Obrigado!

   Em seguida deixa alguns trocados no balcão e sai.

   Por que o agradecimento e o dinheiro?

   R: O homem estava com soluço

2. É correto um militar casar com a irmã mais nova de sua viúva?

   R: Não, pois ele estaria morto

3. Um rico empresário precisava viajar muito cedo para o Japão, então pediu ao seu vigia noturno para que o acordasse a 6:00 h da manhã. Quando o vigia o acordou, implorou para que não viajassem, dizendo:

   - Senhor, eu tive um sonho tão ruim, sonhei que o seu avião cairia. Por favor, não viaje.

   O empresário não ligou para que o vigia falou e viajou, não tendo problemas durante o voo. Chegando ao Japão, ele ligou para casa e mandou demitir o seu empregado.

   Por quê?

   R: O vigia noturno sonhou, então estava dormindo durante trabalho]

4. O pai do padre é filho único de meu pai, o que sou do padre?

   R: Pai

Como dito anteriormente, existem inúmeros problemas deste tipo. Um docente pode encontrar estes problemas com uma pesquisa na internet, como também pode criar os seus próprios problemas. Criar situações que envolvam a comunidade escolar e colocar alguns alunos nos problemas são ideias que podem fazer toda a diferença na concentração do aluno.

7 Conclusão

Não é segredo para nenhum docente que o grande desafio no ensino de matemática, como também de outras disciplinas, nos dias atuais é falta de interesse dos alunos. Qualquer criança de 10 anos tem acesso a celulares, ou outros aparelhos eletrônicos, que tenham acesso a internet. Fica difícil para o professor competir com a internet, existem milhares de conteúdos que prendem a atenção de qualquer adolescente, como também de adultos. Além desta competição injusta, a maioria destes alunos não tem em mente que somente com uma boa educação terão um futuro descente, trabalhando no que melhor se identificam.

Para contornar estes problemas, o professor deve planejar e executar tarefas que visem chamar a atenção do aluno para o aprendizado, que despertem o interesse do aluno ao mesmo tempo em que ajuda o docente. Tarefas como as apresentada aqui podem mudar completamente a mentalidade do aluno, tornando as aulas mais tranquilas. Depois que o professor conquista a turma, tudo parece fluir mais facilmente.

Este é o objetivo principal deste trabalho, mostrar e testar achar soluções para problemas enfrentados em sala de aula, com base em quase 03 (três) anos de observações e pesquisas. Claro que cada classe pode reagir de uma forma diferente a metodologia, cabe então ao professor, junto à direção da escola, procurar outras soluções. O que não se pode é perceber um problema grave, que afeta o aprendizado dos alunos e agir normalmente, como se isto fosse algo comum, pois não é.

Como continuidade do presente projeto, uma boa ideia é produzir cartilhas, que possam ser distribuídas pela internet, como trabalhos que auxiliam no processo ensino-aprendizagem. Muitos são os trabalhos de nível superiores que tratam desta temática, fazer com que estas ideias chegue até os docentes do nível básico é essencial para conscientizar, desde cedo, os jovens que estudar é o caminho mais fácil para um bom futuro, pois alguns estudantes só percebem isso quando chegam a um curso superior, quando chegam.

Também merece atenção os estudantes do fundamental I, pois alguns destes alunos são promovidos ao fundamental II, sem saber as quatros operações fundamentais, o que é básico para o aprendizado de matemática que enfrentarão nos anos seguintes. É necessário também apresentar tarefas que tornem os aprendizados destes alunos mais viáveis.

Claro que o apresentado não corresponde a solução para todos os problemas de aprendizados, porém é notável a mudança de comportamento de alunos após executadas as tarefas apresentadas aqui. Como docentes, precisamos mostrar para nossos alunos o quão importante é o aprendizado, o quão importante é ser um cidadão culto e honesto, o quão importante é ter uma profissão que bem remunerada e ao mesmo tempo agradável. Cumprir esta missão de maneira divertida faz bem tanto a nós como a quem aprende, além de tornar o processo bem mais rápido, com eficácia garantida. Não nos custa muito tempo, apesar de nosso tempo ser tão pouco; como também não nos custa muito financeiramente, no máximo temos que dispor de pequenos valores para comprar materiais como cartazes, pincéis, etc. Todos nós profissionais da educação devemos fazer uma reflexão para saber se estamos cumprindo perfeitamente nosso papel, se estamos formando bons cidadãos, se estamos fazendo o nosso máximo. No futuro, quando encontrarmos um destes nossos atuais alunos, vamos querer vê-los bem, com uma boa profissão, para isso devemos melhorar nossa metodologia agora, fazer a diferença na vida destes adolescentes.

Referências

[1] Moysés, Lucia, *Aplicação de Vygotsky à educação matemática*. Campinas, SP: papirus, 1997 (coleção magistério: formação e trabalho Pedagógico).

[2] Carvalho, Dione Lucchesi de., *Metodologia do Ensino de Matemática*. 2 ed. rev. - são paulo: cortez, 1994. (Coleção magistério do 2º grau. Série formação de professor)

[3] LIMA, Elon Lages, *Meu Professor de Matemática e outras histórias*. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

[4] Iezzi, Gelson, *Fundamentos de Matemática Elementar - Trigonometria*. 5. ed. São Paulo: atual, 2004.

[5] Carmo, Manfredo Perdigão do / Morgado, Augusto César / Wagner, Eduardo, *Trigonometria Números Complexos*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1992.

[6] Dante, Luis Roberto, *Projeto Teláris: Matemática - 9º Ano*. 1. ed.- São Paulo: Ática, 2012.

[7] Biachini, Edwaldo, *Matemática - 9º Ano*. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011.

[8] FREIRE, Paulo, *A escola que fazemos*. Petrópolis; Vozes:1998.

[9] Schiemann, Analúcia Dias / Carraher, David Willian / Carraher, Terezinha Nunes, *Na vida dez, na escola zero*. 10 ed ? São Paulo: Cortez, 1995.

[10] http://www.brasilescola.com/matematica/seno-cosseno-tangente-angulos.htm acesso em 29/07/2015

[11] http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm acesso em 01/02/2015

[12] http://www.mundovestibular.com.br/articles/6040/1/Historia-da-Trigonometria/Paacutegina1.html acesso em 01/02/2015

ANEXOS

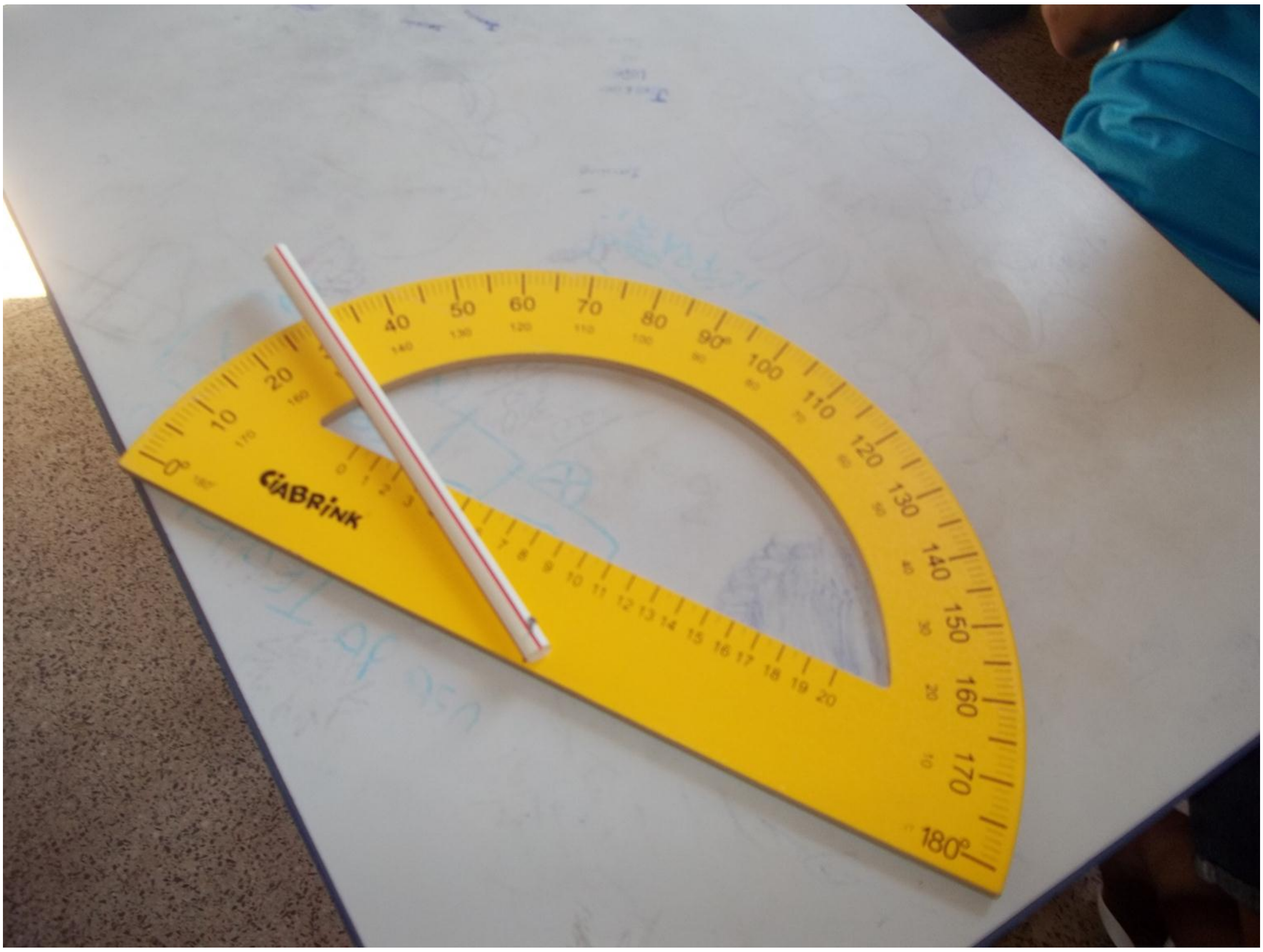
Aplicação Didática na Unidade Escolar Desembargador Odilo Costa Filho

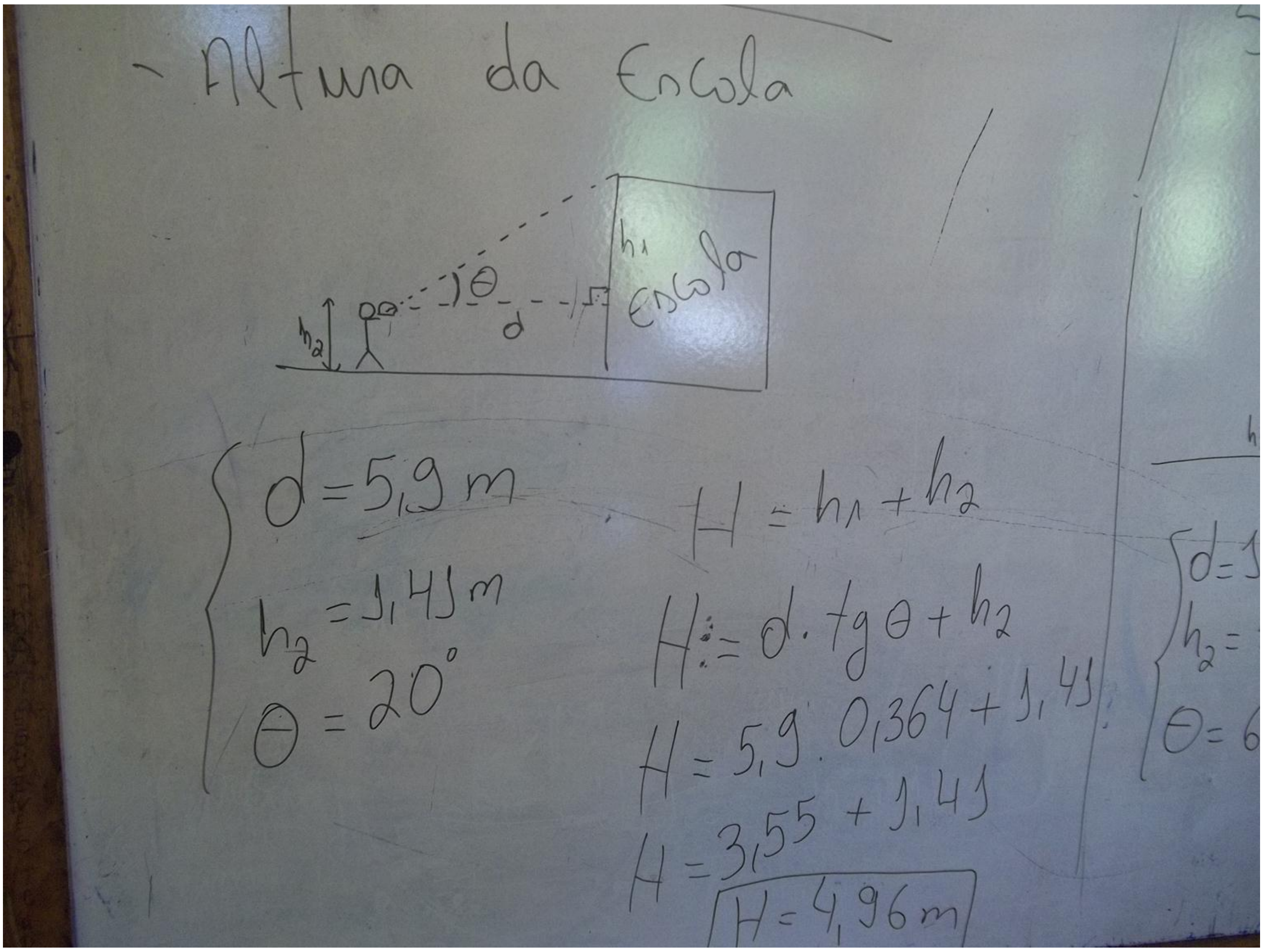

Simplifique a seguinte fração:
$\frac{10^5}{10^2}$


Encontre o valor da seguinte potência
$(\frac{5}{7})^{-2}$


Calcule o valor do seguinte radical
$\sqrt[3]{125}$
Calcule o valor do seguinte radical
$\sqrt[3]{125}$

Uso de Teodolito caseiro na Unidade Integrada Municipal Luís Falcão


CiABRINK


- Altura da Escola
h_1
Escola
θ
d
h_2
$d = 5{,}9\,m$
$h_2 = 1{,}41\,m$
$\theta = 20^\circ$
$H = h_1 + h_2$
$H = d \cdot tg\,\theta + h_2$
$H = 5{,}9 \cdot 0{,}364 + 1{,}41$
$H = 3{,}55 + 1{,}41$
$\boxed{H = 4{,}96\,m}$

$H = h_1 + h_2$

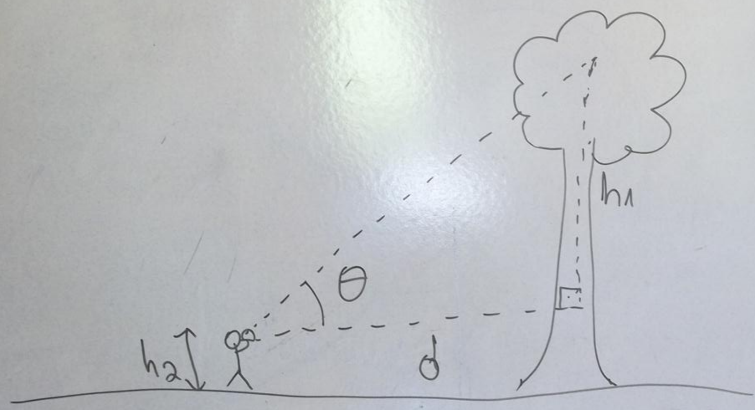
$$\boxed{H = d \cdot tg\,\theta + h_2}$$

$H = 17 \cdot 1{,}732 + 1{,}61$

$H = 29{,}444 + 1{,}61$

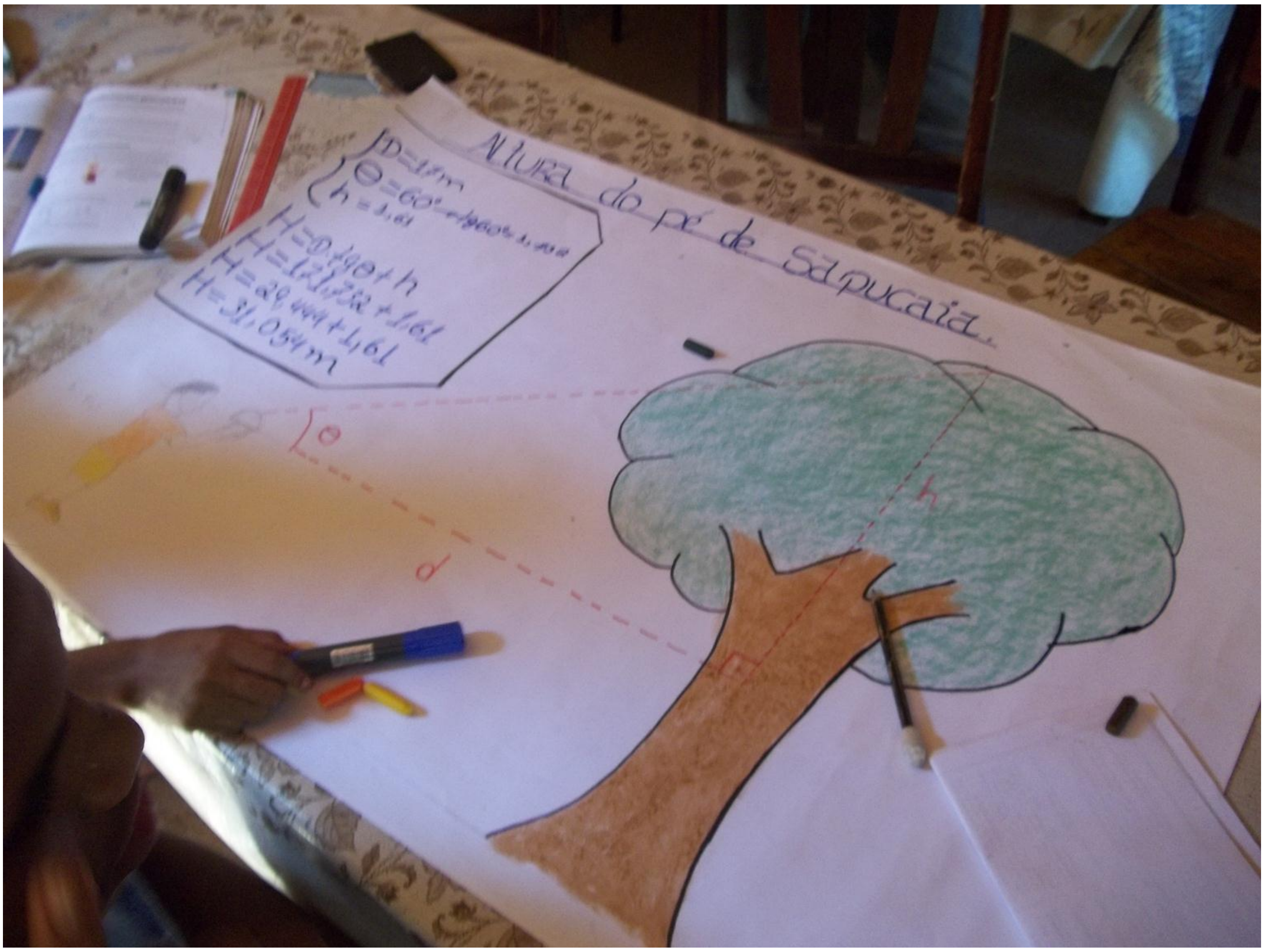
$$\boxed{H = 31{,}054\ m}$$

- Altura do pé de Sapucaia



$$\begin{cases} d = 17\ m \\ h_2 = 1{,}61\ m \\ \theta = 60^\circ \end{cases}$$


A tabela das razões trigonométricas


Altura do pé de Sapucaia.
H = 31,054 m


Transformações geométricas
Translação


da altura da
Tg22°=0,404
1,80
H=d.Tgθ+h
H=4.0,404+1,80
H=1,616+1,80
H=3,41m
h
θ
d
1,80m
D=17m
H=D.tgθ+h
H=17.1,732+1,61
H=29,444+1,61
H=31,054m