UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

GLÁUCIO BRAZ BRASIL

O uso dos métodos egípcio, babilônico, chinês e russo no ensino da multiplicação de números naturais na escola privada

MACAPÁ-AP
2015

GLÁUCIO BRAZ BRASIL

O uso dos métodos egípcio, babilônico, chinês e russo no ensino da multiplicação de números naturais na escola privada

Dissertação apresentada ao programa de pós-graduação em Matemática em rede nacional - PROFMAT - Mestrado Profissional em Matematica, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr^{a}. Simone de Almeida Delphim Leal.

MACAPÁ-AP
2015

GLÁUCIO BRAZ BRASIL

O uso dos métodos egípcio, babilônico, chinês e russo no ensino da multiplicação de números naturais na escola privada

Dissertação apresentada ao programa de pós-graduação em Matemática em rede nacional - PROFMAT - Mestrado Profissional em Matematica, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Comissão Examinadora:

Prof^{a}.Dr^{a}. Simone de Almeida Delphim Leal
Universidade Federal do Amapá

Prof^{o}.Dr. Erasmo Senger
Universidade Federal do Amapá

Prof^{o}.Dr^{a}. Elaís Cidely Souza Malheiro
Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)

MACAPÁ-AP
2015

A Deus, pelo dom da vida.

Às nossas famílias, pelo apoio, compreensão e incentivo nas horas em que mais precisamos.

Aos professores do curso PROFMAT pela amizade, dedicação e contribuições para a construção deste conhecimento o qual compartilhamos um pouco através deste trabalho.

Agradecemos a todas as pessoas que nos apoiaram. Em especial, aos nossos pais que confiaram em nossos objetivos e sonhos.

Aos valorosos colegas por todos os momentos vividos, onde trocamos ideias e experiências que enriqueceram ainda mais esta formação.

A matemática é um aspecto único do pensamento humano, e sua história difere na essência de todas as outras histórias. Cada grande matemático acrescenta algo ao que veio antes, mas nada tem que ser removido. Nada que se refere humanidade nos cai tão bem quanto a matemática. Aí, e só aí, tocamos a mente humana em seu ápice.

(Isaac Asimov)

Resumo

Este trabalho objetiva oferecer uma proposta de ensino da multiplicação de números naturais, a partir de conceitos estudados através da história da matemática e que foram utilizados por antigas civilizações. Destaca-se, então, a utilização da história da matemática no ensino do processo multiplicativo, o qual pode ser utilizado a partir das séries iniciais da educação básica. Aqui serão mostrados, além de alguns trechos da história do surgimento dos números, os processos de como os chineses multiplicavam utilizando varetas de bambu, os métodos egípcios e dos antigos camponeses russos que utilizavam conceitos de dobro e metade para multiplicar e também o método da gelosia, utilizado pelos indianos. Ao final do trabalho será apresentada a análise dos resultados de uma pesquisa de campo realizada em escolas de educação básica nos municípios de Macapá e Santana, que mostra a eficácia ou ineficácia, através da análise de gráficos de resultados, da proposta de utilização da matemática como metodologia de ensino da multiplicação nas séries iniciais da educação básica.

Palavras-chave: ensino, multiplicação, história da matemática.

Abstract

This paper aims to provide an educational proposal of the multiplication of natural numbers, from concepts studied throughout the history of mathematics and that were used by ancient civilizations. It is noteworthy, then, the use of the history of mathematics in teaching the multiplicative process, which can be used from the early grades of basic education. Here will be shown, as well as some excerpts from the story of the rise of the numbers, the processes of how the Chinese multiplied using bamboo rods, the Egyptians methods and old Russian peasants who used twice of concepts and half to multiply and also the method of lattice , used by the Indians. At the end of the work presents the analysis of the results of a field survey conducted in basic education schools in the cities of Macapá and Santana, which shows the effectiveness or ineffectiveness, through the results of graphic analysis, math using proposed as teaching methodology of multiplication in the early grades of basic education.

Keywords: education, multiplication, math history.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

Capítulo 1

Introdução

1.1 Os PCN's e a Matemática.

A Matemática hoje é vista pela maioria dos alunos como algo intangível e de grandes dificuldades, o que traz como grande consequência um grande desinteresse e, consequente elevação de índices de reclamações e até mesmo das taxas de reprovação e de evasão escolar. Entretanto, o papel da escola deve ser o de ofertar aos educandos a oportunidade de aliar o conhecimento prático ao conhecimento teórico de forma crítica e transformadora do meio em que vive, garantindo assim melhorias à sua condição social.

Historicamente, a aprendizagem em Matemática, pautou em sua estrutura inicial a influência recíproca entre culturas, as quais marcaram infimamente o que preceitua a historiografia da matemática, gerando implicações na educação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) fundamenta ainda que:

> *"A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento."* (BRASIL, 1998. Pág. 42, disponível em: http://portal.mec.gov.br/)

Em contrapartida, há uma tendência histórica em desenvolver com prioridade a matemática da cultura predominante, em desfavor do ambiente cultural do aluno, apesar do conhecimento que apresenta as múltiplas culturas como influência nos preceitos escolares.

Diante dessa premissa a Matemática deve ser compreendida não apenas como uma constituição social, mas também como uma construção histórica e política, e com isso, deve-se buscar meios de favorecer o seu ensino utilizando-se de recursos que priorizem alguns destes fatores, tais como:

> *[...] apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a perceber, por exemplo: (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento de ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova* (Miguel e Miorim, 2004 apud Cyrino e Pasquini, 2010)

1.2 A História da Matemática como Recurso de Ensino

> "*Os matemáticos do século vinte desempenham uma atividade intelectual altamente sofisticada, que não é fácil de definir, mas boa parte do que hoje se chama matemática deriva de ideias que originalmente estavam centradas no conceito de número, grandeza e forma. Definições antiquadas da matemática como uma ciência do número e grandeza já não são válidas*; ..." (Boyer, 1996 pág. 01)

A educação matemática deve evoluir de acordo com a evolução do conhecimento matemático com as suas definições. O uso da história da matemática como ferramenta de ensino permite a educandos e educadores desfrutarem da vivência de um mundo em que conceitos e definições matemáticas faziam parte das necessidades cotidianas daquela época, ou seja antes de serem fonte de estudo eram fonte de sobrevivência onde quem detinha esse conhecimento sempre poderia ser tido um como sábio e digno de grande prestígio, podendo gozar de muitos privilégios, o que nos permite afirmar que o ensino também deve evoluir utilizando-se sempre de novas ferramentas e metodologias que permitam aos educandos um aprendizado cada vez mais significativo e eficaz.

Para D'Ambrósio (2010) "A história da matemática é um elemento fundamental para perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico da sua época" fato este, que nos leva a refletir como a história da matemática alia teoria e prática em favor do ensino, tornando-se uma proposta consistente de metodologia que deve ser bem vista e analisada por professores como um recurso a mais para o ensino da matemática.

No momento em que o ensino vive uma situação de concorrência com as tecnologias que na maioria das vezes atraem a atenção dos educandos que deixam de dar a devida atenção às aulas por causa de metodologias ultrapassadas que muitas vezes não motivam adequadamente aqueles que precisam sê-lo.

> *"É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico".* (D'Ambrósio, 2010. Pág. 31)

Desta forma, se o professor permite que o aluno vivencie a história da matemática através de aulas que retornam cálculos utilizados há anos, séculos ou até há milênios, este estará dando um significado prático e talvez até criando um novo marco no aprendizado de seus educandos que passarão a perceber a matemática do ponto de vista crítico, se permitindo comparar o que se ensina hoje nos livros didáticos ao que se praticava a partir de necessidades cotidianas ao longo da história.

Para Berlinghoff e Gouvêa, 2004:

> *"Para aprender bem matemática em qualquer nível, é preciso entender as questões relevantes antes que você possa esperar que as respostas façam sentido. Entender uma questão, muitas vezes, depende de saber a história da ideia. De onde veio? Por que é ou era importante?"*

Fato este que vem a reforçar a ideia de que o ensino da matemática e a construção histórica de seus conceitos e propriedades estão intimamente ligados através de um vínculo que permite que este ensino se torne compreensível e prazeroso quando associado aos conhecimentos de sua história.

Capítulo 2

Técnicas de Multiplicação de Números Naturais

> *"O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matem ática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos".* (BRASIL, 1997: 38)

Ao estudar a história da matemática observa-se que há algumas formas de se efetuar várias operações e que não são ensinadas pela maioria dos professores, mas que podem fazer parte das aulas de matemática, como alternativas para os métodos que atualmente são utilizados. Isso significa que a matemática pode ser ensinada de outras maneiras, que podem levar o educando a um melhor entendimento. Além disso, a educação matemática tem desenvolvido inúmeras pesquisas através da etnomatemática para transpor para as escolas a matemática de várias etnias, e é baseado neste contexto que apresento a proposta de ensino da multiplicação de números naturais utilizando os mesmos métodos das antigas civilizações chinesa, mesopotâmia, hindu e os camponeses russos.

2.1 A Matemática na China

> *"As civilizações das margens dos rios Iang-tse e Amarelo são de época comparável à do Nilo ou de entre os rios Tigre e Eufrates; mas testemunhos de cronologia referentes à China são menos merecedores de fé do que os relativos ao Egito e Babilônia."* (Boyer, 1996 pág. 133)

A civilização chinesa, desenvolvida há cerca de 3.000 a.C., ao longo das margens dos rios Amarelo e do Iang-tse, contribuiu com muitos documentos matemáticos para a base dos conhecimentos que temos hoje.

Para Boyer (1996, pág. 133) "Datar os documentos matemáticos da China não é nada fácil, as estimativas quanto ao Chou Pei Suang Ching, geralmente considerado o mais antigo dos clássicos matemáticos diferem, por quase mil anos".

> *"Alguns consideram o Chou Pei como uma boa exposição da matemática chinesa de cerca de 1200 a.C., mas outros colocam a obra no primeiro século de nossa era. Uma data de 300 a.C. parece razoável, o que colocaria a obra em competição com outro tratado, o Chiu Chang Suan-Shu, composto por volta de 250 a.C."* (Boyer, 1996 pág. 133)

Fonte: http://2012forum.com/forum/viewtopic.php?f=15&p=368905

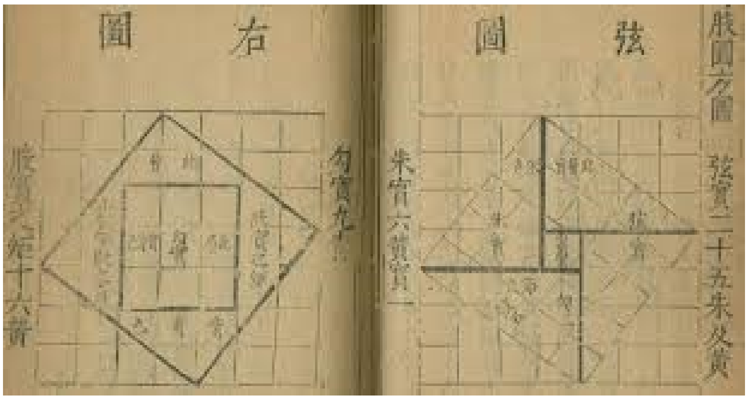


Figura 2.1: Teorema de Pitágoras em um fragmento do Chou Pei Suang Ching

2.1.1 O Processo de Multiplicação dos Chineses

Inicialmente vamos considerar um número n de varetas, onde todas elas são colocadas sobrepostas, nas posições horizontal e vertical, representando em cada posição, o multiplicador e o multiplicando e cada dígito desses fatores será representado por certo número de varetas (soma dos algarismos do fator), devendo ser dados espaços maiores entre as varetas tanto na horizontal quanto na vertical para separar as varetas que irão representar o algarismo das unidades, dezenas, centenas e assim sucessivamente, como mostrado nas representações abaixo:

Exemplo 2.1. Representação do número 245. Número de varetas: 2+4+5 = 11.

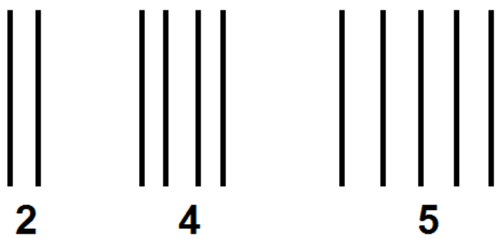


Figura 2.2: Representação do número 245

Exemplo 2.2. Representação do número 1.342. Número de varetas: 1+3+4+2 = 10

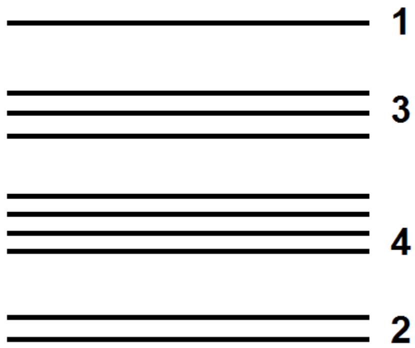


Figura 2.3: Representação do número 1.342

Exemplo 2.3. Representação do produto: 253 x 24.

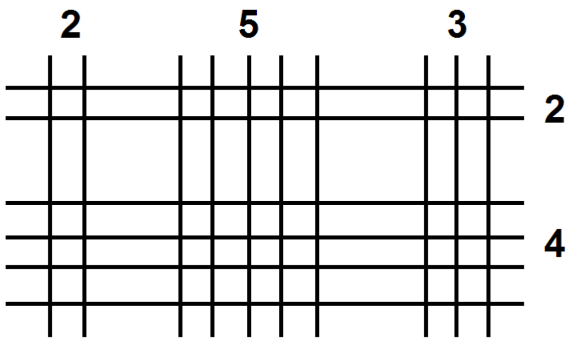


Figura 2.4: Representação do produto usando varetas

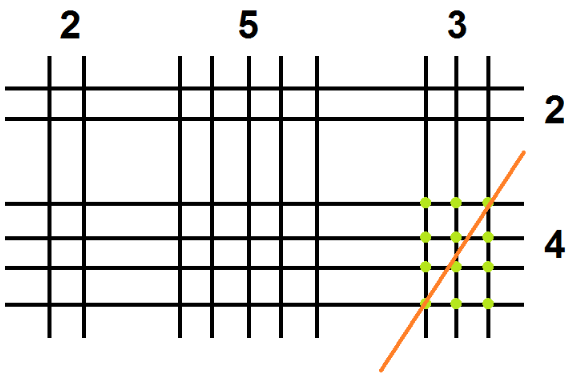


Figura 2.5: 3 x 4 = 12 cruzamentos (pontos)

Primeiro contamos os cruzamentos conforme a diagonal mostrada na figura acima: 3 x 4 = 12 cruzamentos (pontos).

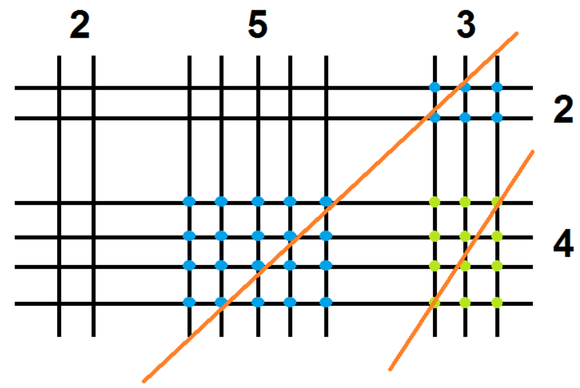


Figura 2.6: Os pontos da segunda diagonal

A seguir, são contados os pontos da segunda diagonal: (5 x 4) + (3 x 2) = 26.

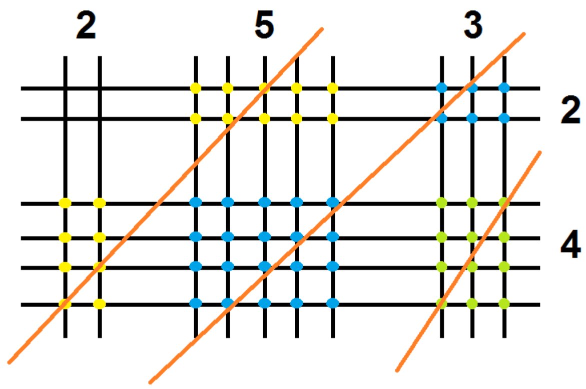


Figura 2.7: Os pontos da terceira diagonal

Terceira diagonal com o produto (2 x 4) + (5 X 2) = 18.

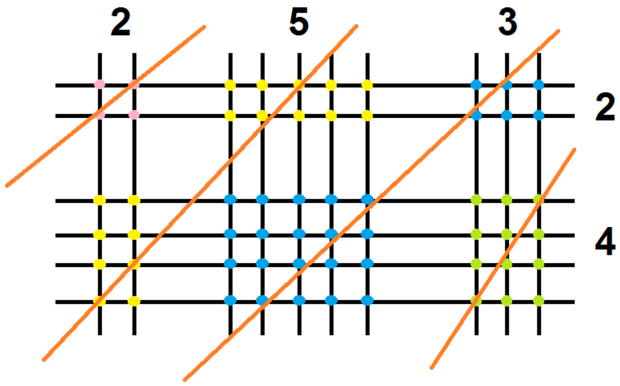


Figura 2.8: Quarta diagonal com p produto 2 x 2 = 4

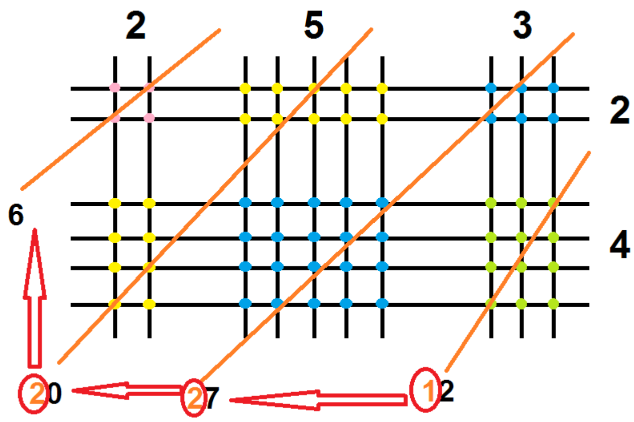


Figura 2.9: Esquema final do problema

Em cada contagem de um conjunto de pontos onde esta atingir ou ultrapassar a contagem das dezenas, o algarismo das dezenas deverá ser adicionado à contagem dos pontos da diagonal imediatamente à sua esquerda.

O produto é dado pelo número obtido ao final de todas as contagens, lido da esquerda para a direita.

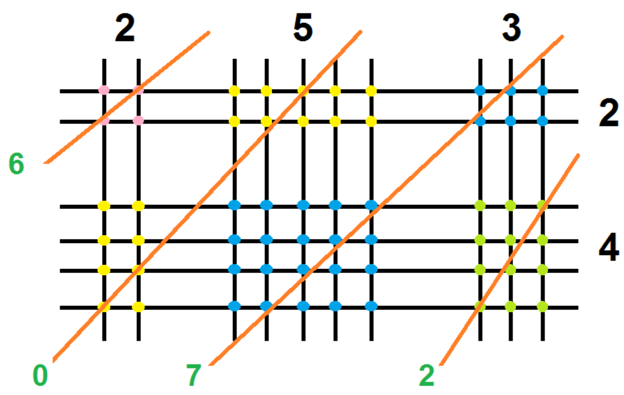


Figura 2.10: 253 X 24 = 6072

2.1.2 Considerações a Respeito do Método Chinês

O método chinês de multiplicação é um método simples e de contagem de pontos, talvez bastante semelhante com os processos em que os educandos desenham bolinhas ou outros objetos dispostos em linhas e colunas que facilitam a contagem dos referidos objetos. Entretanto, é um processo mais elaborado e que trabalha de maneira consistente o valor posicional através dos agrupamentos de varetas tornando mais claro o estudo dos valores posicionais.

2.2 A Matemática dos Egípcios

"Da civilização egípcia restaram vários monumentos com inscrições, além de documentos em papiros. Essas fontes permitiram que os arqueólogos decifrassem o sistema de numeração egípcio" (Imenes, 2009, pág. 20)

O povo egípcio da Antiguidade desenvolveu um sistema de numeração decimal não-posicional. Havia símbolos para 1, 10, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000. Na escrita dos números, os egípcios formavam agrupamentos de 10 símbolos, da mesma forma que fazemos hoje, o que nos diz que o sistema de numeração egípcio, assim como o nosso, era um sistema de base 10.

Utilizando-se de seu sistema de numeração os egípcios faziam adições e subtrações agrupando seus símbolos de maneira ordenada. A multiplicação e a divisão baseavam-se essencialmente na duplicação de quantidades.

2.2.1 O Papiro de Ahmes

O mais extenso papiro egípcio, escrito por volta de 1650 a. C. e medindo cerca de 0,3 m de altura por 5 m de comprimento, tem esse nome em homenagem ao escriba que o copiou. Atualmente está no British Museum. Comprado em 1858 por um antiquário escocês, Henry Rhind (nome pelo qual é mais conhecido), numa cidade à beira do Rio Nilo.

Fonte: http://www.duepassinelmistero.com/Sezioneaureaegizi

Figura 2.11: Fragmento do Papiro de Ahmes

> *"O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio de cerca de 2000 a 1800 a. C. e é possível que parte desse conhecimento tenha provindo de Inmotep, o quase lendário arquiteto e médico do faraó Zoser, que superintendeu a construção de sua pirâmide a cerca de 5000 anos. De qualquer modo, a matemática egípcia parece ter ficado estagnada por cerca de 2000 anos, após um início bastante auspicioso"* (Boyer, 1996 pág. 08)

As observações dos astros feitas pelos egípcios ganharam um maior interesse por parte destes, quando passaram a notar que a inundação do Nilo ocorria logo após a estrela Sirius se levantar a leste, logo antes do Sol. A partir dessas observações os egípcios elaboraram um calendário que constava de 365 dias, 12 meses de 30 dias e mais cinco dias de comemoração. Período este que separava as inundações do Nilo.

> *"Desde as primeiras civilizações, a agricultura se tornou fundamental para a alimentação das pessoas. Assim, já naquele tempo, foi preciso dispor de calendários bem feitos para saber a época do plantio e da colheita"* (Imenes, 2009, pág. 18)

2.2.2 O Processo de Multiplicação dos Egípcios

Os egípcios se utilizavam de um sistema de numeração não posicional (a ordem em que os símbolos são dispostos não importa), o que representa uma grande desvantagem, em virtude de que a representação de números muito grandes é bastante dificultosa pela necessidade da repetição excessiva dos símbolos.

> *"A operação aritmética fundamental no Egito era a adição, e nossas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas duplicações. Nossa palavra multiplicação, na verdade, sugere o processo egípcio"* (Boyer 1996, pág. 10)

A civilização egípcia tinha como principal operação a soma e dela derivavam as outras operações. A multiplicação era efetuada através da duplicação sucessiva de quantidades, através de duas colunas, uma das quais é um dos fatores do produto que se deseja calcular. Observemos o cálculo do produto de 21 por 37. Este produto é efetuado formando-se duas colunas, onde na primeira linha coloca-se à esquerda o número 1 e à direita o 37.

1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

Tabela 2.1: Produto de 21 por 37

Cada linha seguinte da tabela é preenchida com o dobro dos valores da linha anterior. Os valores da linha da esquerda não necessitam ultrapassar 21, devendo ser o valor que mais se aproxima.

Após dobrar as quantidades das duas colunas, somam-se na coluna da direita os valores correspondentes aos da coluna da esquerda cuja soma é 21. Em nosso exemplo, 37+148+592 = 777. Assim, 21 X 37 = 777.

2.2.3 Por que o Processo de Multiplicação dos egípcios Funciona?

Observando a sequência apresentada no exemplo anterior, observamos que um dos fatores do produto apresentado é decomposto em uma soma onde cada parcela é uma potência de base 2. Quando somam-se os valores da outra coluna correspondentes a estas potências encontra-se o valor do produto que se busca.

Teorema 2.1. Dado um número inteiro b (chamado de base), maior do que a unidade, cada inteiro positivo a pode ser escrito de uma única maneira como:

$$a = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + a_{n-2} \cdot b^{n-2} + \ldots + a_2 \cdot b^2 + a_1 \cdot b^1 + a_0$$

de modo que cada inteiro a_i verifique $a_i \in [0, b), a_n \neq 0 \;\text{ e }\; n \geq 0$.

O sistema binário utiliza para a decomposição a base dois.

Assim, o teorema anterior pode ser apresentado da seguinte forma:

$$a = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \ldots + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

Notemos que, ao decompor um número natural para a base 2 os coeficientes que aparecem são apenas os números zero ou um ($a_i \in [0, 2)$), já que o divisor dois implica em resto um se o número for ímpar e resto zero se o número for par. Como $a_i = 0$ ou $a_i = 1 \;\; \forall \;\; i = 0, 1, 2, \ldots, n-1, n$, temos que a pode ser escrito como soma de potências de dois.

Desta forma, para o exemplo dado, temos que o fator:

$$21 = 16 + 4 + 1 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2^0$$

de onde obtemos:

$$21 \cdot 37 = (16 + 4 + 1) \cdot 37 = 592 + 148 + 37 = 777$$

2.3 O Método de Multiplicação Indiano

> *"Os números que usamos hoje no Ocidente têm uma longa história e foram originados pelas civilizações do vale do rio Indo, mais de 2000 anos atrás. Eles foram encontrados pela primeira vez em antigas inscrições budistas"* (Rooney, 2012, pág. 22)

A história da matemática nos relata a procedência hindu para o sistema de numeração decimal e alguns dos algoritmos utilizados nas suas operações.

> *"A difusão dos numerais indianos pelo Oriente Médio foi assegurada por dois textos muito importantes, produzidos na House of Wisdom: On the Calculation With Indu Numerals, do Matemático persa al-Khwarizmi (c. 825), e On the use of the Indian Mumerals, do Árabe Abu Yusuf Yaqub ibn Ishaq al-Kindi (830)"* (Rooney, 2012, pág. 21)

Os matemáticos hindus foram os responsáveis pelo desenvolvimento de um método de multiplicação que se desenvolve através de tábuas quadriculadas. Mais tarde os árabes o levaram para a Europa e ficou conhecido como Método da Gelosia.

Veja, por exemplo, o cálculo do produto 362 X 435, utilizando este método. Inicialmente, constrói-se uma tabela com 3 colunas e 3 linhas, pelo fato de cada fator ser um número de 3 algarismos. Em seguida são traçadas as diagonais de cada célula da tabela.

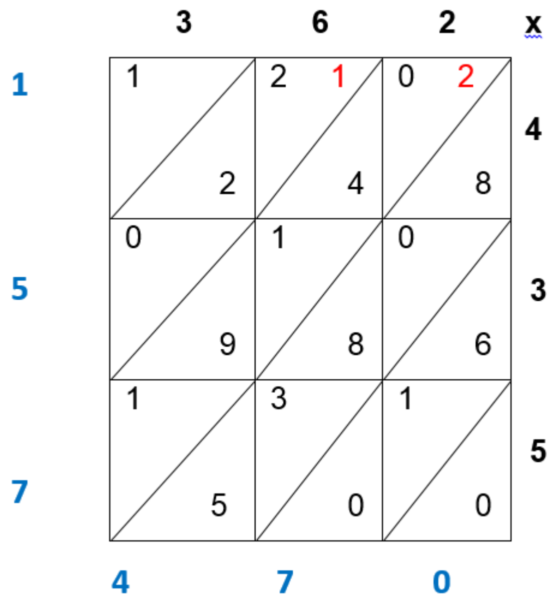


Figura 2.12: Algoritmo de multiplicação Indiano

Dentro de cada célula da tabela colocamos os resultados das multiplicações dos algarismos correspondentes da coluna e da linha. Se o resultado for de apenas um algarismos, deve ser escrito precedido de zero, conforme vemos abaixo.

Para finalizar, somamos os algarismos que estão nas mesmas diagonais. Quando esta soma for maior que 9, o algarismo das dezenas é adicionado aos da próxima diagonal. Podemos concluir, então que 362 X 435 = 157.470

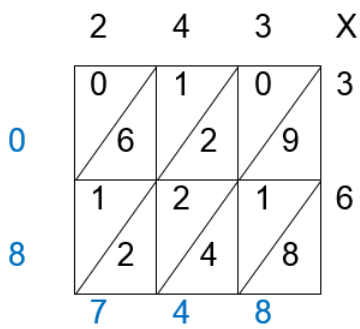
2.3.1 Por que o Processo de Multiplicação Indiano Funciona?

Para entendermos o funcionamento do método, vamos utilizar um exemplo mais simples e que deixa mais claras as operações realizadas.

Multiplicaremos 243 por 36, mas antes, devemos observar que podemos reescrever o produto dado como (200+40+3) x (30+6). Aplicando a propriedade distributiva, teremos:

200 x 30 =	6	0	0	0
40 x 30 =	1	2	0	0
3 x 30 =			9	0
200 x 6 =	1	2	0	0
40 x 6 =		2	4	0
3 x 6 =			1	8
	8	7	4	8

(a) Produto de 243 por 36



(b) Produto de 243 por 36

Observemos que os resultados obtidos em cada coluna são iguais aos resultados obtidos das somas das diagonais utilizando o método da Gelosia. Tem-se então que o método funciona como o método tradicional que utilizamos hoje, mas partindo de uma sistemática mais simples, já que a ordem em que os dígitos são multiplicados não é importante, pois as posições em que estão dispostos é que fará a diferença no final.

2.4 A Matemática dos Camponeses Russos

Durante esta pesquisa foram encontrados vários métodos interessantes e que chamam a atenção, o método que será apresentado agora não poderia ficar de fora deste, pois se utiliza de dois conceitos de dobro e metade que estimulam a rapidez do cálculo mental.

Apesar de não encontrar bibliografias que comprovem a veracidade dos fatos, este método tem seu uso atribuído aos camponeses russos que se utilizavam do mesmo para efetuar suas multiplicações.

Há um pequeno manual de como se multiplica disponível em: http://www.profcardy.com/cardicas/multirussa.php.

2.4.1 Técnica de Multiplicação dos Camponeses Russos

Este método, bastante parecido com o método dos egípcios é atribuído aos antigos camponeses russos que o utilizavam para calcular produtos utilizando apenas as noções de dobro e metade, como vemos nos passos a seguir:

1) registram-se os dois fatores da multiplicação em duas colunas, colocando o maior fator na coluna da direita e o menor fator na coluna da esquerda (esta disposição permite que se trabalhe com valores menores, embora o processo se torne mais longo).

2) divide-se o número da coluna da esquerda sucessivamente por dois abandonando o resto até que se obtenha a unidade.

3) paralelo ao 2º passo multiplica-se o número da coluna da direita sucessivamente por dois até a linha que coincida com a unidade obtida da divisão da coluna da esquerda.

4) abandona-se as linhas que comecem por números pares (coluna da esquerda), sendo o produto, a soma dos números que ficaram na coluna da direita.

Exemplo 2.4. Obtenha o produto de 25 por 18.

25	18
12	36
6	72
3	144
1	288

Tabela 2.2: Produto de 25 por 18

25 x 18 = 18 + 144 + 288 = 450

Exemplo 2.5. Obter o produto de 78 por 32

78	32
39	64
19	128
9	256
4	512
2	1024
1	2048

Tabela 2.3: Produto de 78 por 32

2.4.2 Por que o Método Russo de Multiplicação Funciona?

Suponha que se tenha 8 jarras, cada uma com 3 litros de leite. É fácil perceber que se tem a mesma quantidade de leite em 4 jarras de 6 litros cada, ou em 2 jarras de 12 litros cada uma. Assim:

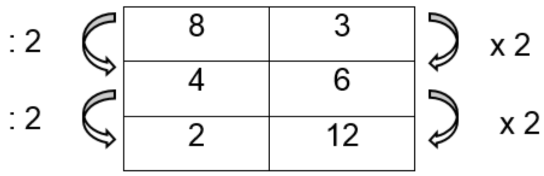


Figura 2.13: Método Russo

O que se vê é que todas as linhas da tabela acima representam o mesmo produto, e se admitirmos a última linha da tabela, teremos o produto 1 x 24, onde o fator 24 é o resultado do produto em questão 8 x 3.

Vamos considerar, agora, os dois exemplos a seguir:

Exemplo 2.6. 16 x 7.

16	7
8	14
4	28
2	56
1	112

Tabela 2.4: Produto de 7 por 16

Observe que em todas as linhas da tabela, multiplicando um número pelo outro encontraremos o mesmo valor do produto de 16 X 7. Assim, o resultado desse produto é 1 x 112 = 112.

Exemplo 2.7. 20 X 7.

20	7
10	14
5	28
2	56
1	112

Tabela 2.5: Produto de 7 por 20

Observa-se que na terceira linha da tabela não se pode dividir de forma inteira 5 por 2, então retirando uma unidade do 5 teremos uma divisão exata, mas não teremos mais 5 x 28 e sim 4 X 28, ou seja, ficaremos com o 1 X 28 guardado para o final da tabela. Somando 1 X 112 mais o produto guardado 1 X 28 teremos o resultado da multiplicação.

Capítulo 3

Percursos Metodológicos e Procedimentos Adotados

3.1 Metodologia da Pesquisa

A pesquisa realizada nas escolas Grupo Perspectivas Construtivas - GPC e Escola Centro de Ensino PODIUM consistiram de dois questionários aplicados aos educandos das referidas escolas, cujo objetivo eram:

Questionário 1. Diagnosticar quais as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos para a utilização do algorítmo de multiplicação nos vários níveis em que se apresenta e estabelecer estratégias de intervenção para que se possa reduzir ou até mesmo sanar tais dificuldades através da proposta metodológica apresentada.

Questionário 2. Aplicado após a intervenção e apresentação da metodologia proposta em sala de aula visa verificar o efeito obtido através do uso dos quatro métodos apresentados e se houve evolução no entendimento do algoritmo de multiplicação.

Após a aplicação de ambos os questionários os resultados são apresentados para análise e comparação da evolução do uso do algoritmo de multiplicação.

3.2 Ambiente de Pesquisa

3.2.1 Grupo Perspectivas Construtivas - GPC

O ESPAÇO FÍSICO DA ESCOLA CAMPO

A escola Grupo Perspectivas Construtivas foi criada pela firma Aroucha Empreendimentos LTDA, através da Portaria nº 001/96.

É uma propriedade de caráter particular, com a finalidade de atender crianças da Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, obedecendo aos princípios e disposições previstas na Lei de Diretrises e Bases da Educação Nacional - LDBEN 9396/96 e resoluções emanadas dos Conselho Estadual e Municipal de Educação.

A Escola G.P.C. iniciou suas atividades em 12 de novembro de 1996 e no ano de 2003 iniciou o processo de implantação do segundo segmento do Ensino Fundamental. Atualmente também oferece o Ensino Médio.

Possuindo espaço físico próprio está localizada na Av. Das Nações, 1415 no centro de Santana e conta em sua estrutura com 19 salas de aula, 6 banheiros, dois laboratórios (informática e ciências), auditório, biblioteca, refeitório, lanchonete, duas secretarias, diretoria e quadra poliesportiva.

3.2.2 Escola Centro de Ensino PODIUM

O ESPAÇO FÍSICO DA ESCOLA CAMPO

A Escola Centro de Ensino PODIUM é uma Escola da rede Privada que atende a um público variado da cidade de Macapá, sendo a sua maioria da zona sul.

Possui espaço físico próprio dividido em 58 dependências : 01 sala do diretor pedagógico, 01 sala do diretor administrativo, 01 sala do diretor financeiro, 02 salas da Orientação Educacional, 01 sala da coordenação do ensino Médio, 01 sala da coordenação do ensino fundamental, 01 sala de professores,01 sala da Secretaria escolar, 25 salas de aulas,01 tesouraria, 01 biblioteca, 01 quadra de esportes, 01 sala de recursos audiovisuais, 10 banheiros, 01 depósito, 01 cozinha, 01 dispensa, 01 sala de leitura, 02 laboratórios de informática, 01 refeitório, 01 cantina, 01 sala de recursos humanos, 01 gráfica. A escola atende à sua clientela com 32 turmas distribuídas entre a modalidade de Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries e ensino médio totalizando cerca de 1100 alunos com uma heterogeneidade cultural, religiosa e sendo a maioria classe econômica média/alta. A maioria de suas salas possui equipamento data show e seu material didático adotado também é de empresa privada.

3.3 Os Sujeitos da Pesquisa.

3.3.1 Grupo Perspectivas Construtivas - GPC

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 6º ano, da turmas 611A com 25 alunos, da faixa etária de 11 a 13 anos.

A grande maioria dos alunos aparenta demonstra ter domínio do algoritmo de multiplicação.

3.3.2 Centro de Ensino PODIUM

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 5ª série, da turma 531 com 25 alunos do Centro de Ensino PODIUM, da faixa etária de 11 a 13 anos.

3.4 Análise dos Resultados

3.4.1 Grupo Perspectivas Construtivas - GPC

As questões 1, 2 e 3 dos questionários do aluno consistem de questões que devem verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma um por um (tabuada da multiplicação) e um por dois com resultados menores que uma dezena (sem o "vai"):

Questões 1,2 e 3		
	Método Tradicional	Algum dos métodos propostos
Acertos	25	24
Erros	0	1

Tabela 3.1: GPC - Análise dos questionários 1, 2 e 3

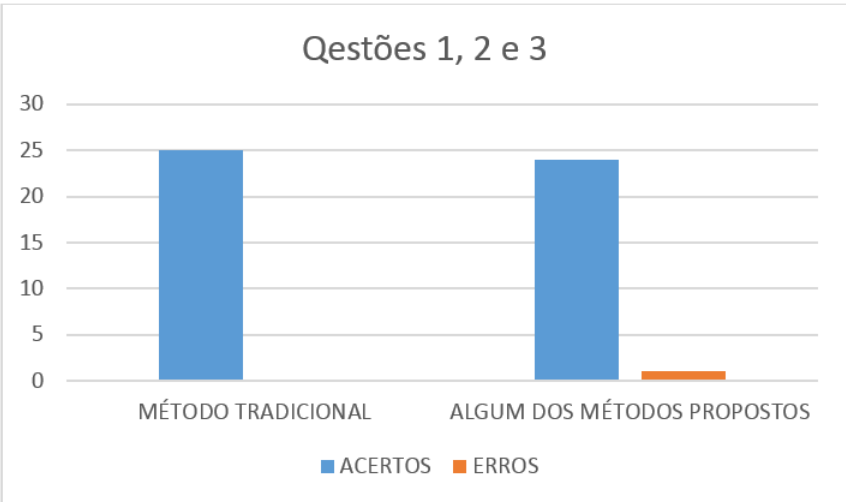


Figura 3.1: Análise dos resultados da Tabela 3.1

Dentre os alunos investigados, observamos que todos chegaram ao resultado esperado (correto. Com base nesses resultados, pode-se observar que os educandos em sua grande maioria dominam bem estes conceitos básicos da operação multiplicação. Após a intervenção feita utilizando os métodos em sala de aula observa-se que um aluno cometeu erro, não chegando ao resultado correto do exercício proposto e, neste caso, talvez o método não tenha sido bem aplicado, o que pode ter induzido ao erro cometido.

As questões 4 e 5 do questionário do aluno consistem de questões que devem verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma um por dois com resultados maiores que uma dezena (com o "vai") e verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma um por três com resultados maiores que uma dezena (com o "vai").

Questões 4 e 5		
	Método Tradicional	Algum dos métodos propostos
Acertos	23	22
Erros	2	3

Tabela 3.2: GPC - Análise dos questionários 4 e 5

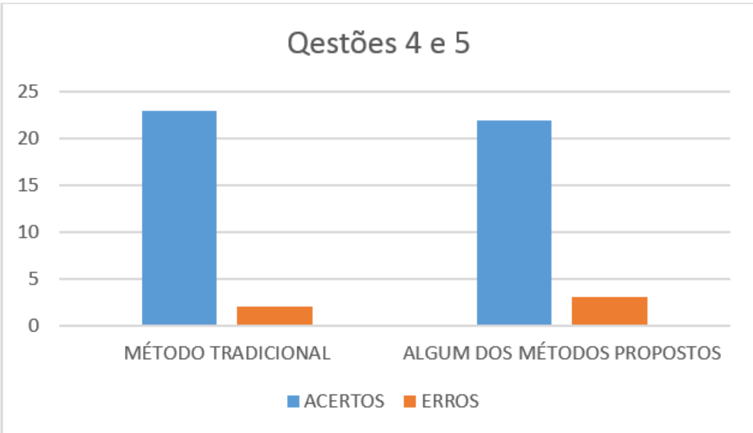


Figura 3.2: Análise dos resultados da Tabela 3.2

Com base nos resultados observados para as questões 4 e 5, pode-se perceber que os educandos em sua grande maioria dominam bem estes conceitos básicos da operação multiplicação, entretanto, existe um percentual significativo que ainda não apresenta o domínio total do algorítmo neste nível.

Após a intervenção feita em sala de aula observa-se que há uma evolução pouco significativa no múmero de acertos, mas que deve ser levada em consideração no que se refere ao entendimento do algoritmo.

As questões 6 e 7 do questionário do aluno consistem de questões que devem verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma dois por três com resultados menores que uma dezena (sem o "vai") e verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma dois por três com resultados maiores que uma dezena (com o "vai").

Questões 6 e 7		
	Método Tradicional	Algum dos métodos propostos
Acertos	19	21
Erros	6	4

Tabela 3.3: GPC - Análise dos questionários 6 e 7

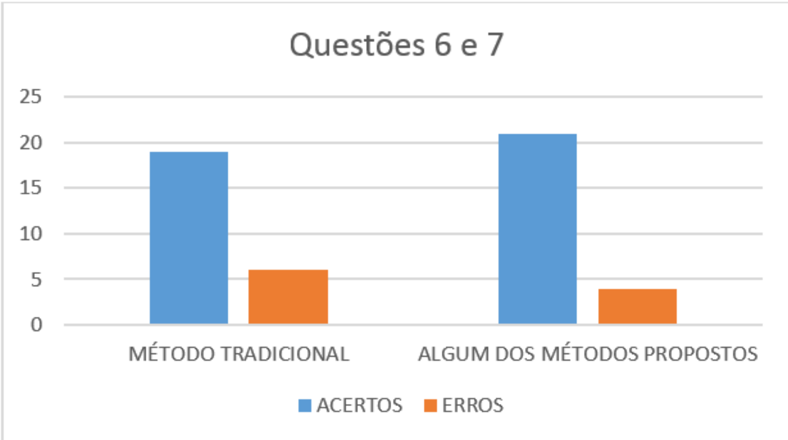


Figura 3.3: Análise dos resultados da Tabela 3.3

Questões com esse nível de complexidade foram as que apresentaram maior índice de erros, mostrando que ainda há deficiências quanto à utilização do algoritmo tradicional.

Com base nesses resultados, pode-se observar que os educandos em sua grande maioria dominam bem os conceitos básicos da operação multiplicação, entretanto, com o aumento da complexidade tal domínio mostra suas deficiências.

Após a intervenção feita em sala de aula observa-se que há uma evolução significativa no múmero de acertos, elevando com isso, o entendimento do algoritmo.

3.4.2 Centro de Ensino PODIUM

As questões 1, 2 e 3 dos questionários do aluno consistem de questões que devem verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma um por um (tabuada da multiplicação) e um por dois com resultados menores que uma dezena (sem o "vai"):

Questões 1,2 e 3		
	Método Tradicional	Algum dos métodos propostos
Acertos	21	22
Erros	4	3

Tabela 3.4: PODIUM - Análise dos questionários 1, 2 e 3

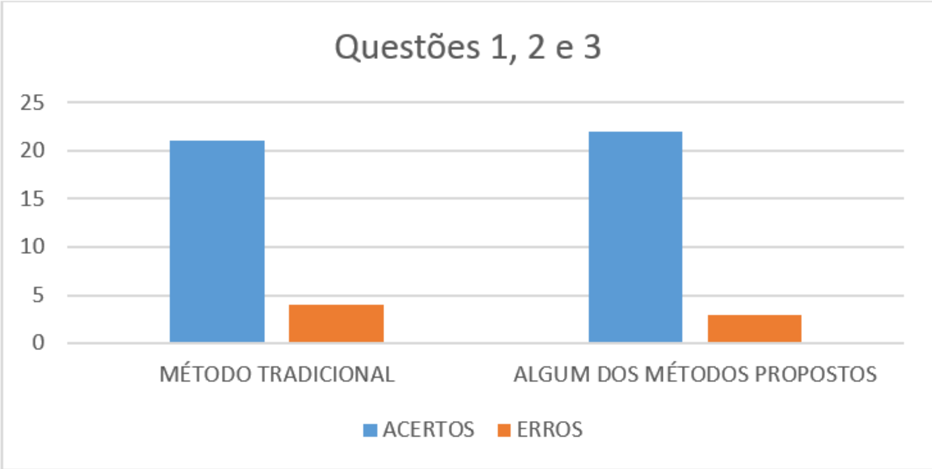


Figura 3.4: Análise dos resultados da Tabela 3.4

As questões 4 e 5 do questionário do aluno consistem de questões que devem verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma um por dois com resultados maiores que uma dezena (com o "vai") e verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma um por três com resultados maiores que uma dezena (com o "vai").

Questões 4 e 5		
	Método Tradicional	Algum dos métodos propostos
Acertos	23	24
Erros	2	1

Tabela 3.5: PODIUM - Análise dos questionários 4 e 5

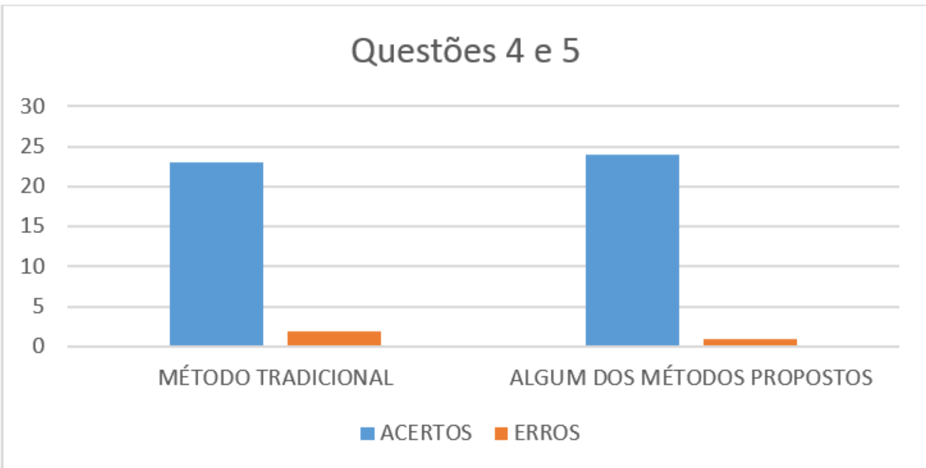


Figura 3.5: Análise dos resultados da Tabela 3.5

As questões 6 e 7 do questionário do aluno consistem de questões que devem verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma dois por três com resultados menores que uma dezena (sem o "vai") e verificar a habilidade do educando em multiplicar números na forma dois por três com resultados maiores que uma dezena (com o "vai").

Questões 6 e 7		
	Método Tradicional	Algum dos métodos propostos
Acertos	22	23
Erros	3	2

Tabela 3.6: PODIUM - Análise dos questionários 6 e 7

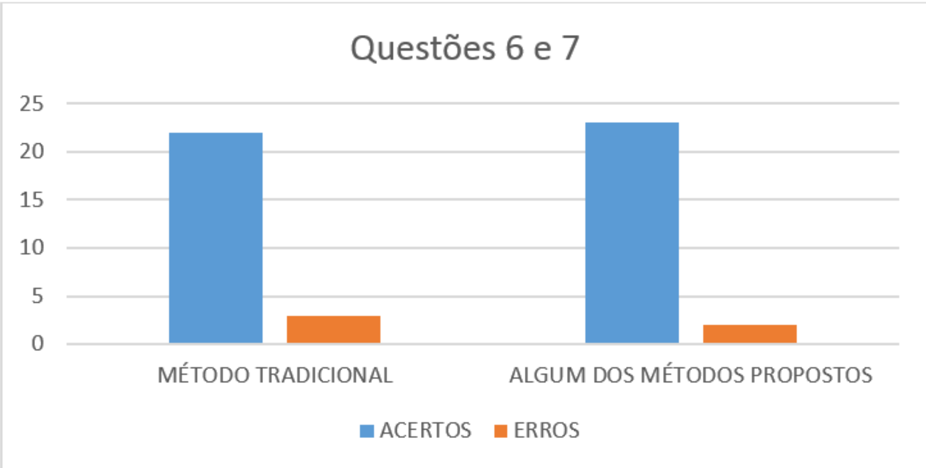


Figura 3.6: Análise dos resultados da Tabela 3.6

Considerações Finais

Observa-se que o uso da proposta metodológica que aqui se apresenta torna-se uma alternativa de efeito positivo no processo de ensino-aprendizagem do algoritmo de multiplicação de números naturais.

Com base nos resultados das análises dos gráficos de desempenho das turmas observadas, percebemos uma melhora significativa no índice de acertos com a utilização de algum dos quatro métodos propostos, o que permite a conclusão de que o uso da história da matemática como ferramenta de ensino permite que o educando possa vivenciar a construção de determinados conceitos e algoritmos, podendo assim, tirar suas próprias conclusões sobre a necessidade do conhecimento matemático e, com isso, ser instigado a buscar mais e tornar-se um aluno pesquisador.

No que se refere aos professores, um dos objetivos que aqui se apresenta é o de que educadores percebam o quanto é importante ter a história da matemática mais presente no cotidiano da sala de aula, tornando-se assim uma alternativa de metodologia que também deverá contribuir na formação docente para que também tenhamos um professor pesquisador.

Referências Bibliográficas

[1] Boyer, Carl B. **História da Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1996;

[2] Imenes, Luiz Márcio Pereira. **Coleção vivendo a matemática: Os números na história da civilização**. São Paulo: Scipione, 1999;

[3] Rooney, Anne. **A História da Matemática - Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: M. Books do Brasil Editora Ltda, 2012;

[4] BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. **PCN's: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997;

[5] D'AUGUSTINE, C.H. **Métodos Modernos para o Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1987;

[6] Cyrino, Márcia Cristina de Costa Trindade; Pasquini, Regina Célia Guapo. **Multiplicação e divisão de números inteiros: uma proposta para a formação de professores de matemática**. Londrina: SBHMat, 2ª edição, 2010. (Coleção História da Matemática para Professores, 14);

[7] D'Ambrósio, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas - SP. Papirus, 1996;

[8] Berlinghoff, William P.; Gouvêa, Fernando Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução Elza Gomide, Helena Castro. São Paulo: Edgard Blücher, 2008;

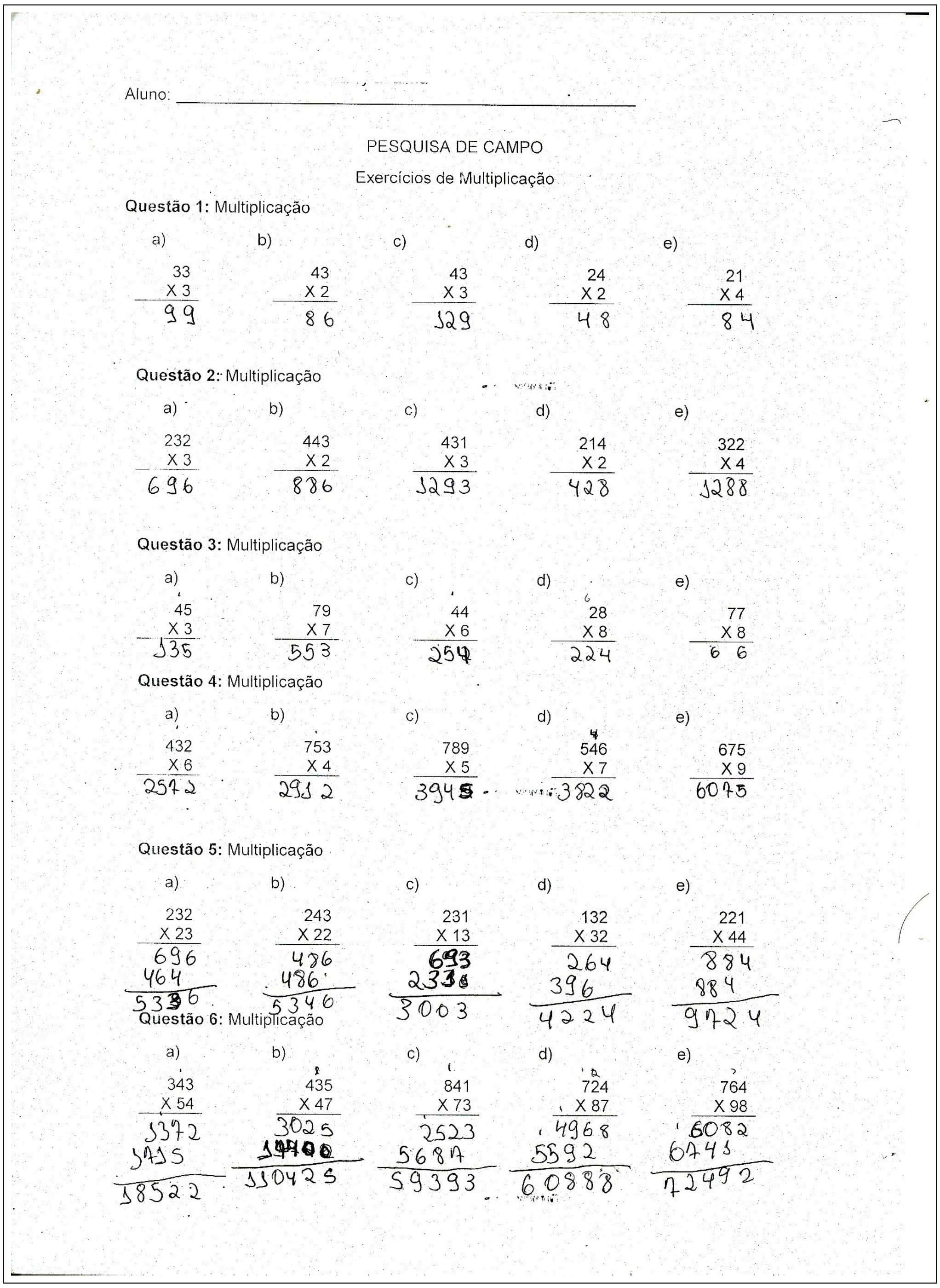
[9] Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf;

[10] http://www.duepassinelmistero.com/Sezioneaureaegizi. visitado em 13/09/2014 às 22:19;

[11] http://portal.mec.gov.br/ - visitado em 07/11/2014 às 28:40;

[12] http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf . Visitado em 07/11/2014 às 21:12.

Anexo A



Aluno: ______________________________

PESQUISA DE CAMPO

Exercícios de Multiplicação

Questão 1: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
33	43	43	24	21
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
99	86	129	48	84

Questão 2: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	443	431	214	322
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
696	886	1293	428	1288

Questão 3: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
45	79	44	28	77
X 3	X 7	X 6	X 8	X 8
135	553	254	224	6 6

Questão 4: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
432	753	789	546	675
X 6	X 4	X 5	X 7	X 9
2572	2912	3945	3822	6075

Questão 5: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	243	231	132	221
X 23	X 22	X 13	X 32	X 44
696	486	693	264	884
464	486	2331	396	884
5336	5346	3003	4224	9724

Questão 6: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
343	435	841	724	764
X 54	X 47	X 73	X 87	X 98
1372	3025	2523	4968	6082
1715	17400	5687	5592	6741
18522	110425	59393	60888	72492

Aluno: Adriana de Souza Barbosa (Débora)

PESQUISA DE CAMPO

Exercícios de Multiplicação

Questão 1: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
33	43	43	24	21
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
99	86	129	48	84

Questão 2: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	443	431	214	322
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
696	886	1293	428	1288

Questão 3: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
45	79	44	28	77
X 3	X 7	X 6	X 8	X 8
135	553	264	224	616

Questão 4: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
432	753	789	546	675
X 6	X 4	X 5	X 7	X 9
2592	3012	3949		

Questão 5: Multiplicação

486
486
5346

a)	b)	c)	d)	e)
232	243	231	132	221
X 23	X 22	X 13	X 32	X 44
696	= 5336	693	264	884
464		231	396	884
		3003	4224	9724

Questão 6: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
343	435	841	724	764
X 54	X 47	X 73	X 87	X 98
1372	2845	12523	5068	6112
1705	1750	5887	5292	6876
		61393	62988	74892

Aluno: Evelyn Evelyn gelser 514

PESQUISA DE CAMPO

Exercícios de Multiplicação

Questão 1: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
33	43	43	24	21
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
99	86	129	48	84

Questão 2: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	443	431	214	322
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
696	886	1.293	428	1.288

Questão 3: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
1	6	2	6	5
45	79	44	28	77
X 3	X 7	X 6	X 8	X 8
135	553	264	224	616

Questão 4: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
1 1	2 1	4 4		
432	753	789	546	675
X 6	X 4	X 5	X 7	X 9
2.592	3.012	3.945		

Questão 5: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	243	231	132	221
X 23	X 22	X 13	X 32	X 44
+ 696	+ 486	+ 693	+ 264	+ 884
464	486	231	396	884
5.336	5.356	2.903	4.224	9.724

Questão 6: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
1				3
343	435	841	724	764
X 54	X 47	X 73	X 87	X 98
1.369				2
1.695				
1.8319				

Aluno: Tiago Julio do carmo Rocha

PESQUISA DE CAMPO

Exercícios de Multiplicação

Questão 1: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
33	43	43	24	21
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
99	86	129	48	84

Questão 2: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	443	431	214	322
X 3	X 2	X 3	X 2	X 4
696	886	1293	428	1288

Questão 3: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
45	79	44	28	77
X 3	X 7	X 6	X 8	X 8
135	553	264	224	616

Questão 4: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
432	753	789	546	675
X 6	X 4	X 5	X 7	X 9
2592	3012	3945	3922	6079

Questão 5: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232	243	231	132	221
X 23	X 22	X 13	X 32	X 44
5636	5246	3003	4224	9724

Questão 6: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
16				
343	435	841	724	764
X 54	X 47	X 73	X 87	X 98
17822	20.445	60.593	62.988	6122

Aluno: maykle jordan Á. Correio

PESQUISA DE CAMPO

Exercícios de Multiplicação

Questão 1: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
33 X 3	43 X 2	43 X 3	24 X 2	21 X 4
99	86	129	48	84

Questão 2: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
232 X 3	443 X 2	431 X 3	214 X 2	322 X 4
696	886	1293	428	1288

Questão 3: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
45 X 3	79 X 7	44 X 6	28 X 8	77 X 8
135	553	264	224	

Questão 4: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
432 X 6	753 X 4	789 X 5	546 X 7	675 X 9
2592	3,012	3,945	3,821	61,552

Questão 5: Multiplicação

1693
2313
3,003

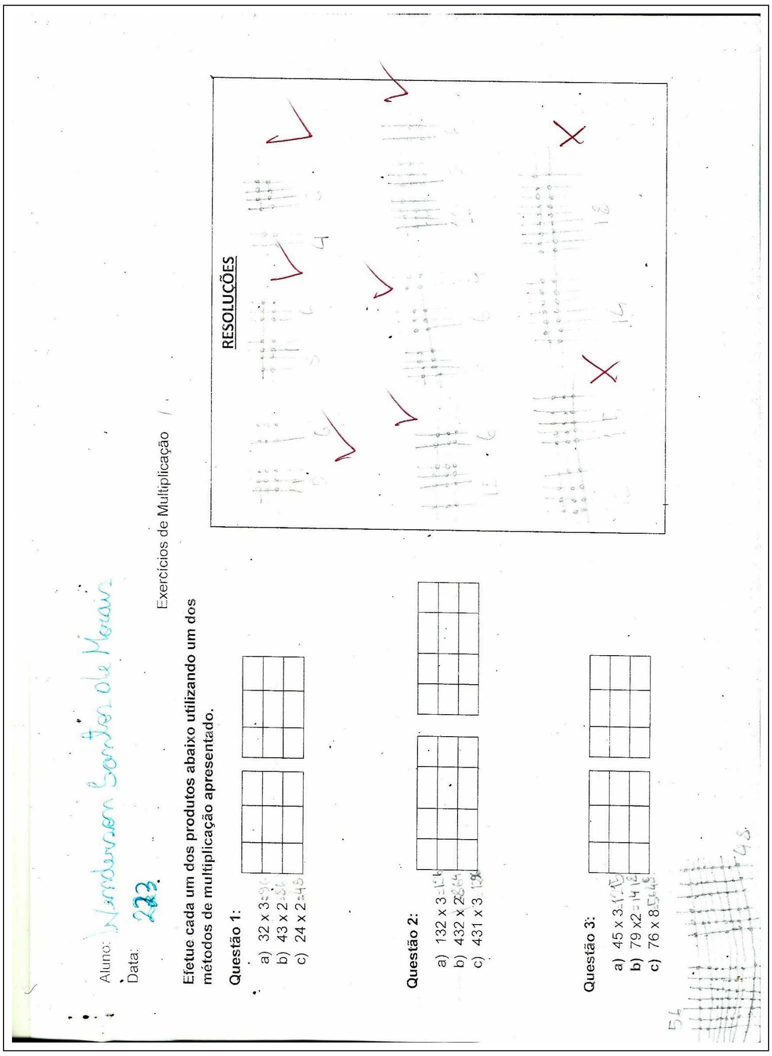
a)	b)	c)	d)	e)
232 X 23	243 X 22	231 X 13	132 X 32	221 X 44
5,246	5,326	3,003	4,962	

986
684
5,326

Questão 6: Multiplicação

a)	b)	c)	d)	e)
343 X 54	435 X 47	841 X 73	724 X 87	764 X 98
				74,872

Anexo B



Aluno: Wanderson Santos de Morais

Data:

Exercícios de Multiplicação

Efetue cada um dos produtos abaixo utilizando um dos métodos de multiplicação apresentado.

Questão 1:

a) 32 x 3
b) 43 x 2
c) 24 x 2

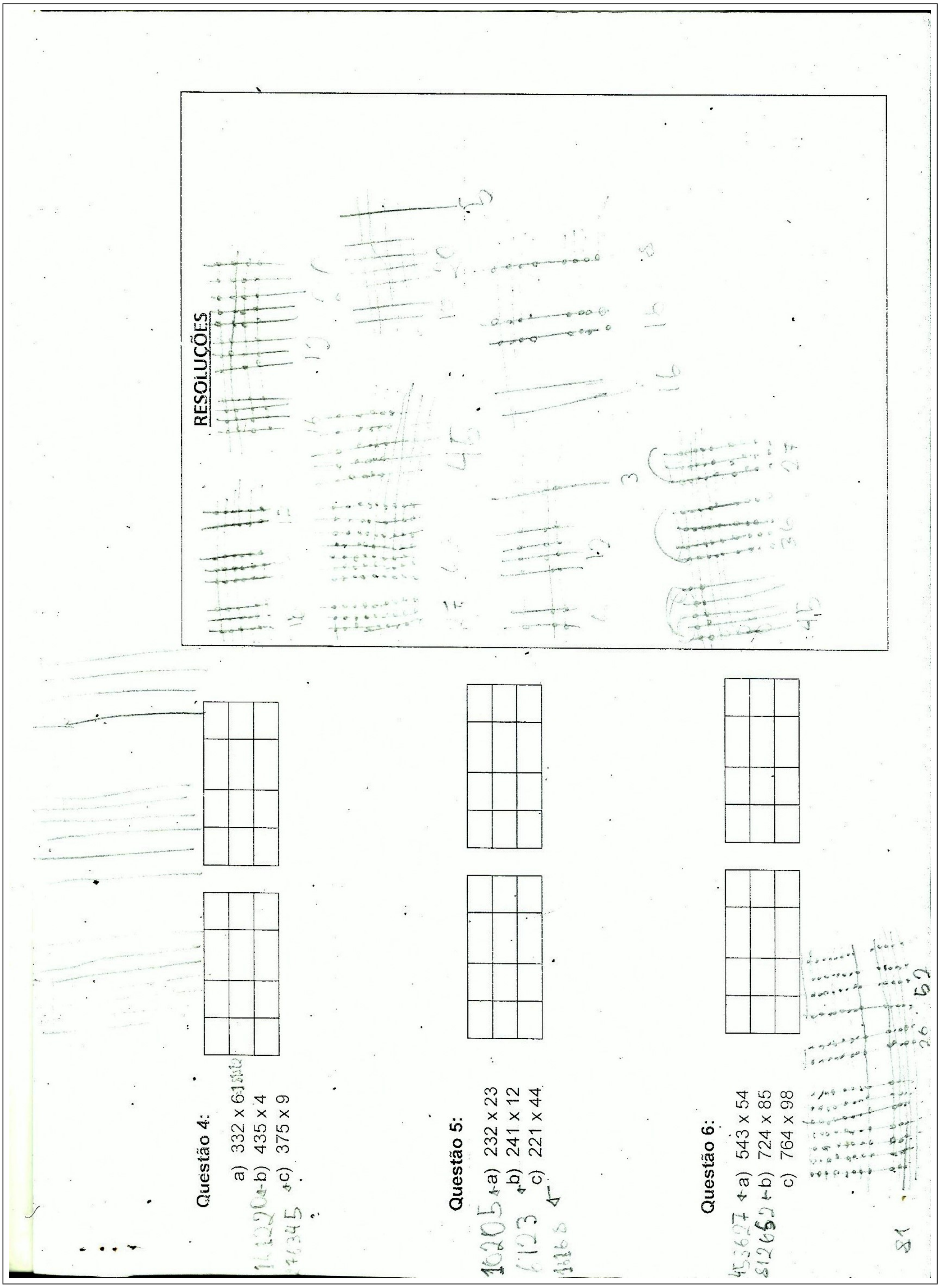
Questão 2:

a) 132 x 3
b) 432 x 2
c) 431 x 3

Questão 3:

a) 45 x 3
b) 79 x 2
c) 76 x 8

RESOLUÇÕES



Questão 4:

a) 332 x 61
b) 435 x 4
c) 375 x 9

141220
176345

Questão 5:

a) 232 x 23
b) 241 x 12
c) 221 x 44

10205
6123

Questão 6:

a) 543 x 54
b) 724 x 85
c) 764 x 98

453627
812652

RESOLUÇÕES

T: 223

uno: Leonardo Borges Almeida

ata:

Exercícios de Multiplicação

etue cada um dos produtos abaixo utilizando um dos étodos de multiplicação apresentado.

RESOLUÇÕES

uestão 1:

a) 32 x 3
b) 43 x 2
c) 24 x 2

a)

3	2	X
0/9	0/6	3

0 9 6

b)

4	3	X
0/8	0/6	2

0 8 6

c) = 48

iestão 2:

a) 132 x 3
b) 432 x 2
c) 431 x 3

a)

1	3	2	X
0/3	0/9	0/6	3

0 3 9 6

b)

4	3	2	X
0/8	0/6	0/4	2

0 8 6 4

12 9 3 = 1293

estão 3:

a) 45 x 3
b) 79 x2
c) 76 x 8

4	5	X
1/2	1/5	3

1 3 5

7	6	X
2/1	2/7	8

608

uestão 4:

a) 332 x 6
b) 435 x 4
c) 375 x 9

uestão 5:

a) 232 x 23
b) 241 x 12
c) 221 x 44

uestão 6:

a) 543 x 54
b) 724 x 85
c) 764 x 98

RESOLUÇÕES

Aluna: Waldemila Borta da Silva

Data: 07/05/2015.

Exercícios de Multiplicação

Efetue cada um dos produtos abaixo utilizando um dos métodos de multiplicação apresentado.

Questão 1:

a) 32 x 3
b) 43 x 2
c) 24 x 2

a)

3	2	X
0/9	0/6	3
0	9	6

b)

4	3	X
0/8	0/6	2
0	8	6

Questão 2:

a) 132 x 3
b) 432 x 2
c) 431 x 3

a)

1	3	2	X
0/3	0/9	0/6	3
0	3	9	6

b)

4	3	2	X
0/8	0/6	0/4	2
0	8	6	4

Questão 3:

a) 45 x 3
b) 79 x2
c) 76 x 8

a)

4	5	X
0/15	0/5	3
1	5	5

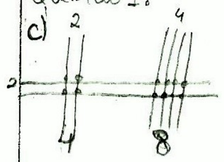
b)

7	9	X
0/16	0/8	2
1	6	8

RESOLUÇÕES

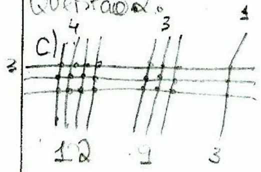
Questão 1:

c)



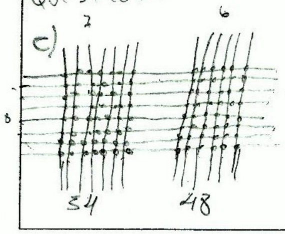
Questão 2:

c)



Questão 3:

c)



Questão 4:

a) 332 x 6
b) 435 x 4
c) 375 x 9

Questão 5:

a) 232 x 23
b) 241 x 12
c) 221 x 44

Questão 6:

a) 543 x 54
b) 724 x 85
c) 764 x 98

RESOLUÇÕES

Aluno: Felipe Capaggiani Santos

Data: __/__/__

Exercícios de Multiplicação

Efetue cada um dos produtos abaixo utilizando um dos métodos de multiplicação apresentado.

Questão 1:

a) 32 x 3=96
b) 43 x 2=86
c) 24 x 2=48

3	2	X
0/9	0/6	3
9	6	

4	3	X
0/8	0/6	2

Questão 2:

a) 132 x 3
b) 432 x 2
c) 431 x 3

1	3	2	X
0/3	0/9	0/6	3
3	9	6	

4	3	2	X
0/8	0/6	0/4	2
8	6	4	

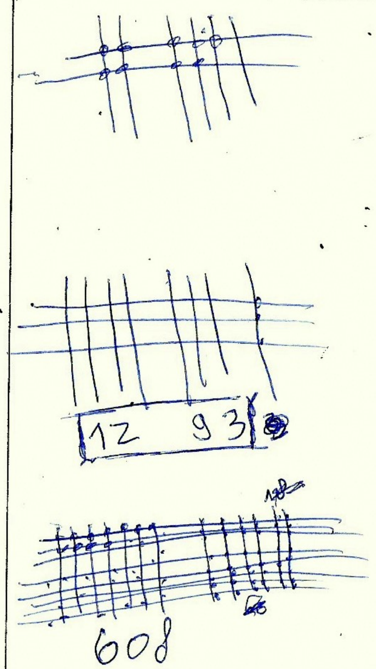
Questão 3:

a) 45 x 3
b) 79 x2
c) 76 x 8=608

4	5	X
0/8	1/0	2
1	3	5

7	9	X
1/4	1/8	2
1	5	8

RESOLUÇÕES



Questão 4:

a) 332 x 6
b) 435 x 4
c) 375 x 9

Questão 5:

a) 232 x 23
b) 241 x 12
c) 221 x 44

Questão 6:

a) 543 x 54
b) 724 x 85
c) 764 x 98

RESOLUÇÕES