UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
(PROFMAT)

GILMAR MACEDO DE BRITO

O PÔQUER COMO FERRAMENTA AUXILIAR DE ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

RIO BRANCO – AC
2015

GILMAR MACEDO DE BRITO

O PÔQUER COMO FERRAMENTA AUXILIAR DE ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre (UFAC), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Manoel Domingos Filho

RIO BRANCO – AC
2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central – UFAC, Rio Branco – AC, Brasil)

BRITO,
GILMAR MACEDO DE
P67p **O PÔQUER COMO FERRAMENTA AUXILIAR DE ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO** / **OLEM SOMAR OSODRAC** – Rio Branco, 2015, 237 pp.

Orientador: Prof. Dr. Manoel Domingos Filho

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)) – Universidade Federal do Acre, 2015).

1.Matemática – Ensino Médio. 2. Matemática – Ensino Probabilidade. 3. Matemática – Pôquer. I. Universidade Federal do Acre.

CDD 21 ed. 372
510
CDU 372.851
CIP-NBR 12899

Ficha catalográfica elaborada por .... CRB-../....

Colaboradores

Universidade Federal do Acre

http://www.ufac.br

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

http://www.profmat-sbm.org.br

Sociedade Brasileira de Matemática

http://www.sbm.org.br

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

http://www.capes.gov.br

GILMAR MACEDO DE BRITO

O PÔQUER COMO FERRAMENTA AUXILIAR DE ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre (UFAC), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Com aprovação da Banca Examinadora:

____

Prof. Dr. Manoel Domingos Filho, UFAC, (Presidente da Banca Examinadora)

____

Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza, UFAC, (Membro externo da Banca Examinadora)

____

Prof. Msc. Márcio dos Santos Soares, IMCF/SEE, (Membro da Banca Examinadora)

Local: Laboratório de Didática do Curso de Matemática, no campus sede da UFAC.

Rio Branco, 10 de Agosto de 2015.

Dedico este trabalho a meus pais, esposa, filhos e amigos que contribuíram para que tal feito fosse possível, todos sendo paciente e me dando forças nos momentos difíceis. Faço questão que saibam que este trabalho é resultado da junção de cada lágrima derramada de preocupação a espera de meu retorno a cada viagem de 1900 km pelas BR 230, 319 e 364 e por três estados em busca desse ideal.

AGRADECIMENTOS

- Aos meus pais, Francisco Brito e Geralda Brito, por todo apoio e ensinamentos na vida.

- Aos meus irmãos, Gilberto Brito, Geovane Brito e Gedmar Brito, pelo companheirismo e pela palavra amiga no momento certo.

- Aos amigos e companheiros de luta no PROFMAT (melhor turma que tive o prazer de fazer parte na vida), Mara Rikelma Silva, Ricardo Moura, José Ricardo de Souza, Henrique Hiroto, Leylane Hadad, Orlielton Pereira, Rutinely Tamburini, Jairo Alves, Jelsoni Calixto, Francisca Iris Nunes, em especial a Cézara Augusto Ferreira, Moézio Lima, Wilson Uceda, Ladislau Oliveira, Ricardo Tamburini, e Mustafa Said.

- Aos amigos do trabalho, em especial a Sayonara Costa, Ricardo Bento, Paulo Vilela e Estanislau Sant'Anna, pelo apoio e compreensão em momentos de necessidade.

- Ao meu amigo Denis Paes, por toda semana fazer manutenção a minha moto para que pudesse fazer uma viagem mais segura.

- Ao meus amigos e vizinhos Alex Queiroz e Ciane, Claudia e Késsila, pelo apoio dado na cidade durante o período de gravidez de minha esposa.

- Aos meus amigos: Bruno Fraga e Aiane Dutra, Wesisclay Souza e Vania da Silva, Ademir de Paula e Rosângela de Paula, Manoel Nascimento e Valcileide Rodrigues, Cristiano Alecrim e Liliane Alecrim, pois todos estes sempre deram suporte e segurança a minha esposa e filhos enquanto eu estava rasgando o lamaçal da Transamazônica e as rodovias 319 e 364 enfrentando os perigos das estradas indo e vindo do curso de mestrado.

- A minhas primas Aparecida Ferreira e Eva Ferreira, e também ao amigo Divino, por todo o apoio dispensado na cidade de Porto Velho, acordando ainda de madrugada para buscar-me na rodoviária e preparando-me deliciosas refeições.

- Aos meus compadres e amigos desde o início dessa jornada até seu fim, Ricardo Soares e Roberta Negrão.

- Aos meus amigos Cleiton Cunha e Cristiane Cunha, Valdenildo e Neiriane, pela paciência, amizade e apoio sempre dedicados.

- A todos os amigos que sempre me incentivaram e ajudaram, pois estes não fazem ideia de o quanto uma mera palavra dita, me estimulou a prosseguir.

- À CAPES, pelo apoio financeiro.

- Ao IMPA e a SBM, pela oportunidade de cursar tal mestrado.

- À todos os professores que ministraram aulas presencias e a distância no PROFMAT. Em especial ao Prof. Edcarlos Miranda de Souza, Sandro Ricardo da Silva e Daiana Viana, que deram contribuições diferenciadas a essa formação.

- Ao amigo Márcio dos Santos Soares, que me ajudou muito com sugestões para enriquecimento deste trabalho.

- Ao meu Orientador, Dr. Manoel Domingos Filho, por guiar-me neste trabalho, pelo apoio, pela dedicação e sugestões para sua elaboração.

- À minha esposa, Fabíola Brito, pelo companheirismo, pela paciência, pelo amor dedicado a mim e a nossos maiores presentes da vida, Flávia, Gabriel, e Felipe (que nasceu na fase mais aguda deste mestrado). Esposa de grande força que derramou tantas lágrimas de preocupação enquanto via seu companheiro chegar ileso (muitas vezes não) e salvo ao seu lar.

Ante o tempo que te espreita, receberás o fruto da colheita na espécie que plantares.
(Arlindo Costa e Silva)

RESUMO

O presente trabalho trás uma proposta diferenciada para o ensino da teoria das probabilidades empregado na disciplina de matemática no ensino médio, utilizando-se do jogo pôquer como instrumento motivador. É abordada uma modalidade em específico, a/o *Texas Hold'em*, juntamente com suas regras. Lembrando que não se deseja criar jogadores profissionais de pôquer, tal proposta tem como objetivo geral utilizar da análise e da prática do jogo de pôquer para tornar o ensino de probabilidade e combinatória muito mais atrativo aos olhos dos estudantes. São expostas diversas situações que ocorrem nesse jogo e são construídas soluções para cada umas delas, procurando assim promover ao educando técnicas que possam auxiliá-lo na resolução de determinados problemas. Ao final serão apresentadas sugestões de atividades que podem ser utilizadas em sala de aula, objetivando assim concretizar o aprendizado do tema proposto. Neste trabalho será utilizado ainda a palavra pôquer, na construção do texto, mas também aparecerá *poker* (em inglês) nas citações, mas que representam a mesma modalidade do jogo.

Palavras-chaves: Probabilidade. Pôquer. Ensino da matemática. *Texas Hold'em*.

ABSTRACT

This work brings a different proposal for the teaching of probability theory, using the poker game as motivating tool. A mode in particular is addressed in Texas Hold'em, along with its rules. We remember we do not want to create professional poker players, this proposal has the general objective of the analysis and use of poker game practice to make the teaching of probability and combinatorics much more attractive to the student's eyes. Several situations are exposed occurring in this game and are built solutions for each one of them, thus seeking to promote the educating techniques that can assist you in solving certain problems. At the end we present suggestions of activities that can be used in the classroom, aiming thus realize the learning theme. We also recall to readers who use the word poker, but that sometimes appear like poker (in English) in several quotes.

Keywords: Probability. Poker. Mathematics teaching. *Texas Hold’em*.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FÓRMULAS

SUMÁRIO

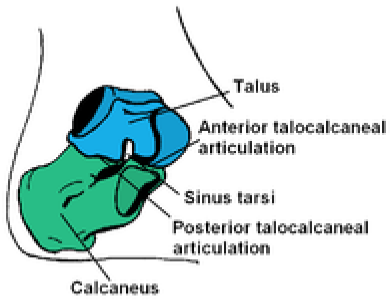
1 A Origem das Probabilidades

A palavra probabilidade é derivada da palavra em latim *probare*, cujo significado é testar ou provar. Esta palavra é utilizada em circunstâncias onde não temos a certeza de que algo irá realmente ocorrer, mas que existe a possibilidade de acontecer, podendo ser substituída por outras palavras como sorte, azar, risco, incerteza, duvidoso, e algumas outras mais. Pode-se entender ainda que a probabilidade mensura o intervalo de sucesso ou fracasso de um acontecimento.

Assim como qualquer outro ramo da ciência o estudo das probabilidades iniciou-se de forma impírica, com a observação de acontecimentos do dia-a-dia no intento de explicar muitas situações que ocorriam de forma aleatória, já que até então esta aleatoriedade era deveras atribuída aos deuses. Mas com o passar do tempo foram surgindo mentes capazes de enxergar além dos muros religiosos, e a probabilidade começou a ser vista como uma questão matemática e não um desejo divino. Posteriormente, e mais propriamente, o estudo das probabilidades deu-se a partir da prática de jogos de azar.

Por volta de 3500 a.C., no Egito, já existiam jogos utilizando ossinhos. Há registros que em 1200 a.C. um pedaço de osso de calcanhar (Talus) teria sido utilizado formando faces como as de um dado cúbico em um determinado jogo.

Fig.1: Osso do calcanhar Talus.



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/T%C3%A1lus

No entanto, os jogos de dados e de cartas tornaram-se populares apenas com os gregos e os romanos em 1500-1400 a.C., através do Imperador Cláudio, que jogava dados até mesmo em viagem. Jogos estes que foram logo proibidos pela igreja, não pelo ato de jogar, mas por virem acompanhados pelo vício em bebidas e palavrões explícitos que acompanhavam os jogos.

No século XVI, jogadores inveterados procuravam cientistas para que estes lhes dessem fórmulas que aumentassem as chances de ganho nas bancas de jogo. Foi em uma dessas procuras, já no século XVII, que o matemático Blaise Pascal[1] (1623 - 1662), conheceu durante uma viagem à cidade de Poitou, um jogador mais ou menos profissional, conhecido como Cavaleiro de Méré. Este apresentou a Pascal um problema que fascinara os jogadores desde a Idade Média: *"Como dividir a aposta num jogo de dados que necessite ser interrompido?"*.

O problema: Tratava-se de um jogo de dados cúbicos com dois jogadores em que cada jogador colocava na mesa a mesma quantidade de moedas, 32 pistolas[2]. As regras estabeleciam que vencesse o jogador que obtivesse primeiro três vezes o número que escolheu no dado, sendo que não necessariamente essas três vezes teriam que ser em sequência.

Um desses jogadores era De Méré, que apostou no número 6 e o outro jogador no número 5. Mas o jogo precisou ser interrompido quando De Méré já tinha obtido duas vezes o 6 e o outro jogador apenas uma vez o 5.

Diante de tal siatuação recaí-se na pergunta a acima feita “Como dividir de um modo justo as 64 moedas apostadas?”.

Tal problema motivou a troca de correspondências entre Pascal e o matemático francês e seu amigo Pierre de Fermat[3] (1601 - 1665), era dado aí o ponta pé inicial da teoria das probabilidades. Ambos, por diferentes caminhos, chegaram à solução correta de tal problema da divisão das apostas em 1654.

O site https://prezi.com/ffoamprdlm6e/blaise-pascal/ expõe o relato de Pascal (1654) em uma das cartas trocadas com Fermat, contendo a solução particular de tal problema:

> Suponhamos que o primeiro já tem duas saídas (saídas favoráveis) e o outro uma; a partida que se segue agora é tal que se o primeiro ganha, ganha todo o dinheiro em jogo, a saber, 64 pistolas; se o outro a ganha ficam empatados, duas contra duas e por consequência, se tiverem de se separar, cada um deverá tirar o que pôs, ou seja, 32 pistolas. Ora eu estou então seguro de ter 32 pistolas porque, mesmo perdendo, as ganho; quanto às outras 32, talvez eu as terei, talvez vós as tereis: o azar é igual. Partilhemos pois essas 32 pistolas pela metade e assim receberei 16 além das 32 que já me estão asseguradas.

Após algumas trocas de cartas os dois matemáticos (Fermat e Pascal - 1654) expandem a solução do problema a outras situações, por exemplo:

> Na próxima jogada se o primeiro ganha, fica com tudo; se o segundo ganha fica a situação anterior (2-1) já descrita, em que o primeiro jogador tem direito a 48 pistolas. Então o primeiro tem 48 pistolas seguras porque, na pior das hipóteses,

[1] BLAISE PASCAL: Filósofo e Matemático francês, nascido na cidade de Clermont.
[2] PISTOLA: Foi o nome de várias moedas de prata europeias.
[3] PIERRE DE FERMAT: Matemático e cientista, nasceu no dia 17 de agosto de 1601 em Beaumont-de-Lomages.

> ganha - as. Quanto às restantes devem ser divididas por 2, o que dá um total de 56 para o primeiro jogador e 8 para o segundo".

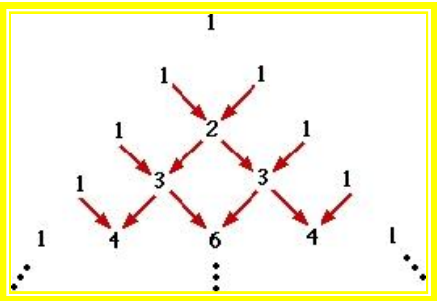
Por outro lado, problemas semelhantes já haviam retido a atenção de Paccioli, Cardano, Nicollo Fontanna (Tartaglia) e Galileu Galilei. Luca Paccioli (1445 - 1510), matemático italiano franciscano também conhecido por Luca di Borgo, foi o primeiro a estudar problemas envolvendo probabilidade: o problema dos pontos. No entanto, tal problema só foi resolvido pelo matemático italiano Girolano Cardano (1501-1576), relatado no livro "*Liber de Ludo Aleae* " ("Livro dos jogos do azar"), este foi o primeiro livro relativo às probabilidades, mas só foi ser publicado em 1663. Neste livro, Cardano promove a resolução de problemas de enumeração, introduzindo uma noção básica de *esperança matemática*[1]. O italiano e matemático Nicollo Fontanna (1449 - 1557), que recebeu a alcunha de Tartaglia pelo fato de ser gago, realizou estudos sobre o triângulo aritmético, posteriormente considerado por Pascal. Galileu (1564 - 1642), grande físico, matemático e astrônomo, escreveu o livro "Considerações sobre o jogo de dados" no qual pela primeira vez é realizada uma comparação explícita de frequências de ocorrência.

Fermat e Pascal continuaram trabalhando, de forma independente, e procurando uma maneira mais rápida, eficaz e lógica de fazerem quantificações probabilísticas. Fermat seguiu Cardano utilizando o cálculo combinatório e Pascal seguiu a Tartaglia, desenvolvendo assim a técnica do triângulo aritmético.

Ainda que Pascal seja considerado o pai do triângulo aritmético, já que publicou a obra "Tratado do Triângulo Aritmético", é sabido que os chineses e islamitas já haviam o descoberto, e vagamente Tartaglia o tinha estudado.

A figura abaixo apresenta um triângulo aritmético em construção, onde cada número do triângulo poderá ser obtido pela soma dos dois números da linha superior que estão mais próximos deste.

Quadro 1 - Triângulo Aritmético em construção



Fonte: https://pt.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1tica_divertida/Tri%C3%A2ngulo_de_Pascal

[1] ESPERANÇA MATEMÁTICA: Valor esperado, média.

Ao estudar tal triângulo, Isaac Newton desenvolveu as propriedades do binômio, o que viriam a permitir uma forma rápida e fácil de calcular um termo qualquer do triângulo. Sendo tal formula dada por:

$T_P = C_{p-1}.a^{n-1}.b^{p-1}$ onde T é termo de ordem p e n é o grau do binômio que corresponde à linha *n* do triângulo de Pascal e *a* e *b* são coeficientes.

Algum tempo após Blaise Pascal concluir que a geometria associada à incerteza do azar daria origem a uma nova ciência, Christian Huygens[1], publicou "*De Ratiocinis in Ludo Aleae*" (Tratado Sobre o Raciocínio nos Jogos de Azar) (1657), em que procurava construir regras para situaçoes que pareciam escapar a razão humana.

Este livro, no qual Huygens teve o cuidado de relatar o conteúdo das cartas trocadas entre Fermat e Pascal, onde o mérito destes era bem evidenciado é considerado o primeiro ligado diretamente ao cálculo de probabilidades, pois também introduzia o conceito de esperança matemática.

Anos mais tarde, Gottfried Wilhelm Leibniz[2] (1646-1716), com a *"Arte Combinatória"* deu sua enorme contribuição a estas questões, efetivando o início da expansão do cálculo das probabilidades, ganhando cada vez mais espaço em aplicações em outros campos da ciência. Leibniz ainda foi responsável pela incursão de Jakob Bernoulli[3] (1654-1705) na teoria das probabilidades. Bernoulli, por sua vez é o responsável pela obra "*Ars Conjectandi*", que foi a primeira dedicada exclusivamente ao estudo das probabilidades e tem incluso o primeiro teorema sobre teoria das probabilidades com prova. Nesta obra Bernoulli inclui diversas permutaçoes e combinações, o teorema binomial, o teorema polinomial e a chamada Lei dos Grandes Números (Teorema de Bernoulli). No entanto tal obra so foi publicada em 1713, oito anos após sua morte.

Segundo Bernoulli (1713), a lei dos grandes números é definida como: *"A frequência relativa de um acontecimento, quando o número de provas cresce indefinidamente, tende a estabilizar-se nas vizinhanças de um valor, e esse valor é a na verdade a probabilidade do evento acontecer".*

Em outras palavras a Lei dos Grandes Números nos diz que em um grande número de experiências, onde cada uma tem um resultado aleatório, a frequência relativa de cada

[1] CHRISTIAN HUYGENS: . Físico, matemático, astrônomo e horologista, nascido em Haia na Holanda.
[2] LEIBINIZ: Nasceu em Leipzig, na Alemanha, foi um filósofo, cientista, matemático, diplomata e bibliotecário.
[3] JAKOB BERNOULLI: Matemático suíço que nasceu e morreu em Basiléia (ou Basel), centro universitário suíço, no qual se iniciou como professor de física, embora essencialmente fosse um matemático, na universidade e posteriormente foi reitor.

resultado aleatório tende a estabilizar-se, convergindo para certo número, que nada mais é que a probabilidade desse resultado.

É atribuída as contribuições dadas por Bernoulli à responsabilidade de o cálculo das probabilidades adquirir o status de ciência. Logo em seguida vários outros matemáticos deram suas contribuições ao estudo das probabilidades. Dentre o quais:

- Abraham de Moivre (1667 - 1759), Matemático francês, professor particular de matemática na Inglaterra, que introduziu e demostrou a chamada Lei Normal, em 1718, e escreveu a obra *"Doutrina da Probabilidade"* já colocando a probabilidade como uma vertente da matemática.
- Thomas Bayes (1702 - 1761), pastor presbiteriano e matemático inglês, a quem deve-se o cálculo das chamadas probabilidades e das causas, ou seja, o ato de determinar, de acordo com as condições iniciais, a probabilidade de certos acontecimentos. Já entre os séculos XVIII e XIX elaborou uma posição concisa e analítica dos acontecimentos probabilísticos e ainda demonstrou uma das formas em que e apresenta o "Teorema das Probabilidades".
- Pierre Simon Laplace (1749 – 1827), matemático, astrônomo e físico francês, deu sua importante parcela de contribuição em 1812, ao publicar a obra "*Teoria Analítica das Probabilidades"*, onde buscou organizar de forma sistêmica os conhecimentos até então adquiridos e define a chamada Lei de Laplace que permite calcular a probabilidade de um acontecimento sem que para isso possua experiência e quando se trata de casos de equiprobabilidade, ou seja, esta lei pode ser entendida como a probabilidade de um acontecimento A sendo o quociente entre o número de casos a favor do acontecimento e o número de casos possíveis.

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis\ ao\ acontecimento\ \ A}{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ possíveis\ ao\ experimento}}$$

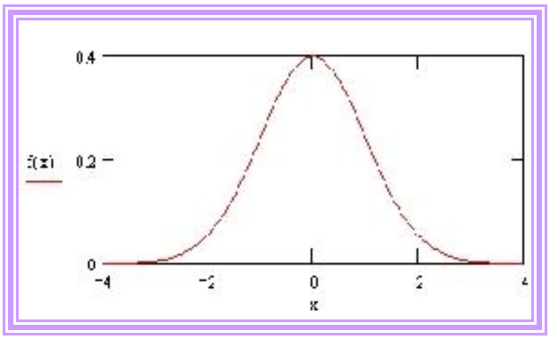
Sobre o estudo das probabilidades Laplace (1814) escreveu:

> A teoria das probabilidades, no fundo, não é mais do que o bom senso traduzido em cálculo, permite calcular com exactidão aquilo que as pessoas sentem por uma espécie de instinto. É natural como tal ciência, que começou com estudos sobre jogos de azar, tenha alcançado os mais altos níveis do conhecimento humano.

Deve-se ainda frisar a contribuição somada por Poisson na sua “Teoria da lei dos grandes números e da lei de repartição” e de Gauss (1777-1855) no aprofundamento da distribuição normal, a chamada “Lei Normal”. Gauss estabeleceu o método dos mínimos quadrados e a lei das distribuições probabilísticas.

A Lei Normal recebeu esse nome porque Gauss chegou até ela a partir dos estudos da distribuição do erro de medidas Físicas muito usuais nas situações da vida quotidiana. Tal distribuição apresenta-se em sua representação gráfica o formato de um sino quando elaborado o gráfico, e o ponto mais alto corresponde a média, esta por sua vez divide o gráfico em duas partes semelhantes.

Quadro 2 - Curva de Gauss



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Distribui%C3%A7%C3%A3o_normal

A distribuição normal, ou Curva de Gauss, aparece frequentemente em estudos em que as variáveis são, por exemplo, o peso, a altura, o número de filhos ou Quociente de Inteligência (Q.I.).

Mais tarde Adolph Quételet (1796-1874) foi Estatístico, Matemático, Sociólogo e Astrônomo, foi o pioneiro em utilizar amostra em seu estudo, e, partindo da análise probabilística, estendeu os resultados da amostra a toda a população. Quételet destacou-se ainda nos estudos de fenômenos sociais, tais quais aplicou a Teoria das Probabilidades, servindo de apoio a Gauss no seu desejo de expansão do espaço das aplicações do cálculo das probabilidades.

Já no século XX, a escola de São Petersburgo, na Rússia, destaca-se na procura de um fundamento lógico e teórico para o estudo as probabilidades, onde matemáticos como Tchébychev (1821-1894), Markov (1856-1922) e Liapounov (1857-1918), são lembrados pelo fato de terem tornado a teoria das probabilidades um instrumento eficaz e confiável do conhecimento.

Seguindo estes, mas advindo da escola soviética, vem o rigoroso e ordenado Andrey Nikolayevich Kolmogorov (1903 – 1987), o mais influente matemático soviético do século XX, que nasceu na cidade de Tambov na Rússia. Este axiomatiza corretamente a teoria das probabilidades e as demonstra. A sua primeira publicação de relevante importância foi o livro*"General Theory de Measure and Probability Theory"* (1929), este resultando na construção de um conjunto de princípios batizados como a Axiomática de Kolmogorov (1933), que dá ao cálculo de probabilidades uma base lógica formal. Em 1933 Kolmogorov adaptou a nova definição de probabilidade que atualmente é designado por "*Definição Frequêncista*".

Atualmente, os estudos relacionados às probabilidades são vastos e aplicados em várias situações, por possuírem axiomas, teoremas e definições bem definidas. Sua principal aplicação focaliza o estudo da equidade dos jogos e dos respectivos prêmios em jogo, remetendo à Estatística Indutiva, na utilização da amostra, extensão dos resultados à população e na expectativa de acontecimentos futuros.

2 A História do Pôquer

A história do pôquer vem evoluindo ao longo de mais de dez séculos derivando de vários outros jogos de combinações de cartas, do qual herdou os valores, o sistema de apostas e as regras que permanecem semelhantes aos originais. Não se sabe exatamente quando surgiu o pôquer, alguns acreditam ter surgido ainda na Dinastia *Sung* na China, no século 10, envolvendo todos os princípios básicos de cartão espesso ou dominó de combinações e ao uso de *"bluff"* ou em bom português blefe (ato de blefar[1]) para enganar os adversários. Há relatos de que o imperador *Mu-tsung* teria jogado um jogo similar ao pôquer, o “cartas dominós", com sua esposa na véspera de ano novo de 967 d.C.

Nos séculos XII e XIII, os egípcios ficam conhecidos por usarem uma forma de cartas de jogar e no século XVI, Pérsia Ganjifa[2] ou Treasure Cards (cartas tesouro) foram usados em uma variedade de jogos de aposta, onde estes eram constituídos de 96 cartões elaborados, ora feitos de fatias finas de madeira preciosa ou marfim.

Mas a maior parte dos historiadores acredita que o pôquer tenha nascido no século XVI, derivado do jogo de nome “*As Nas*”, provavelmente ensinado aos europeus pelos excelentes navegantes na época das cruzadas, os persas. Ao se analisar o *As Nas*, percebe-se que este possui grande semelhança com o pôquer atual, com mãos familiares seguindo determinada hierarquia.

Já o nome “Pôquer” provavelmente derivou do jogo do século XVII “Poque” em francês ou do “Pochen” em alemão (que significa bater, em ambos os idiomas), mesmo havendo poucas semelhanças com o pôquer. Um jogo da mesma época, mas com um bom grau de semelhança com o pôquer atual, é o jogo espanhol “Primeiro”, que possui uma hierarquia bem similar, mas é um tanto quanto complicado de se entender e jogar.

Já com a colonização do Novo Mundo, colonos franceses importaram o pôquer para o Canadá. E, no século XVIII com a fundação da cidade de New Orleans (localizada no país hoje conhecido como Estados Unidos da América), por franco-canadenses, o jogo chega a território americano, é nessa época que pela primeira vez é mencionado o nome *poker* em 1834, até então jogado com apenas 20 cartas, onde um jogador profissional de nome Jonathan H. Green detalha as regras do pôquer, que – segundo o autor – era chamado no início de o “jogo da

[1] BLEFAR: 1) Arriscar sem algo, sem se ter muita chance de dar certo.2) Falar algo que nao é verdade ou dizer que vai fazer alguma coisa que na verdade não vai.
[2] GANJIFA: Significa Cartão de Jogo.

trapaça". Assim este jogo, ainda sem um nome próprio, é batizado como poker pelo próprio Green.

Mas apenas 40 anos depois iria surgir a primeira grande lenda urbana do jogo: **a mão do homem morto**. Nome dado a uma determinada mão de pôquer que um jogador possuía quando foi morto em uma briga durante o jogo, este jogador se chamava Wild Bill Hickok, jogador de pôquer profissional, pistoleiro, advogado e "trambiqueiro"[1], que levou um tiro na nuca enquanto possuía nas mãos um par de ases e um par de oito, todos pretos.

A história aponta que a ascensão do pôquer se deu com a ideia de amplificar o impacto do talento e da pilantragem[2], e ainda manter a sensação de ser imprevisível, como os jogos de dados. Assim este chegou como protagonista nos barcos a vapor no Rio Mississipi através das mãos de homens de índole duvidosa, e logo depois no século XIX, rumou ao Oeste Norte Americano com a "corrida do ouro"[3]. Surge daí o estereótipo do pôquer relacionado com cowboys, faroeste e música country.

Durante o período migratório foram sendo criadas variantes do pôquer. Com a Guerra Civil Americana, através dos soldados, o pôquer chegou ao Leste do país e depois tomou o restante. Neste período era possível encontrar um salão com uma mesa de pôquer em quase todas as cidades americanas. Sob influência européia, o Coringa[4] foi introduzido como uma carta selvagem em 1875.

Próximo do século XX são criadas modalidades batizadas de *spli high-low*. Desde então, prodominam três versões do jogo: *1-Stud* de 5 Cartas e *Stud* de 7 Cartas*; 2-Texas Hold'em; 3-Omaha e Omaha Hi-Low.*

Junto com o ingresso dos Estados Unidos na segunda guerra mundial (1941), o pôquer chega a Europa, principalmente a Inglaterra e França, e também a Ásia, levado pelos soldados americanos. A partir daí o pôquer segue na mente americana e mundial como um jogo de faroeste, marinheiros e soldados, e só começa a ser tomado como esporte na década de 1970, com a criação do torneio *World Series of Poker (WSOP)*, este é na atualidade o torneio mais importante desta modalidade de jogo no mundo, atraindo jogadores profissionais

[1] TRAMBIQUEIRO: É aquela pessoa que faz negócios com qualquer objeto, negocia até a mãe se deixar. Mas sempre levando a melhor, sempre enganando o outro.
[2] PILANTRAGEM: É a patrica da pilantragem. O ato de ser ímpio. È o contrário a exortação a prática das boas obras.
[3.] CORRIDA DO OURO: Califórnia (1848–1855) começou em 24 de janeiro de 1848, quando foi encontrado ouro em Sutter's Mill.
[4.] CORINGA: Também conhecido como joker, coringa ou melé em algumas regiões, é a carta do baralho que, em certos jogos, muda de valor conforme a combinação de cartas que o jogador tem em mãos.

de todos os países. Tal torneio teve como primeiro ao ganhador do título de campeão Johnny Moss, em 1970, no torneio organizado em *Binion's Horseshoe*[1.]

Na decada de 70, o Texas Hold'em[2], batizado de *"Cadillac do Poker"* assumiu a ponta como a versão mais popular do pôquer, quando foi apresentado como o jogo do título na WSOP. O *Texas Hold'em* é a mais popular variante do pôquer jogada no mundo, quanto a isso não há o que se discutir. Outras variações como *Omaha, 7 Stud, Razz, Draw Poker*, também são populares, mas nada pode competir com a emoção do *Texas Hold'em*. No entanto foram necessários 30 anos para que o pôquer explodisse mundialmente, efeito causado pela internet.

Os brasileiros também participam do *WSOP* e o melhor resultado até hoje foi obtido pelo jogador de poquer profissional Bruno Foster[3] que chegou a última mesa, ou seja, a final do torneio, que é composta por nove jogadores, ficando com a oitava colocação, tal feito foi obtido na madruagada do dia 11 de novembro de 2014 na cidade americana de *Las Vegas.*

Sobre a sua inclusão no pôquer Bruno Foster relata que começou a jogar pôquer em 2003, aos 21 anos de idade, quando fazia faculdade de administração. O que começou como uma brincadeira com caroços de feijão como apostas tornou-se uma verdadeira paixão levando-o a compra de livros e buscas na internet no intuito de estudar e aprender ainda mais sobre o jogo. Vieram então o campeonato cearense, campeonato, paulista, copa do nordeste, campeonatos brasileiros e tudo isso culminou com a sua chegada a WSOP.

Os campeonatos virtuais de pôquer vêm se tornando cada vez mais numerosos e maiores, com números absurdos de jogadores. O mais popular é o www.pokerstars.com. Ao se acessar sites de jogos na internet sempre vai-se encontrar em algum lugar da página o pôquer sendo oferecido como uma das principais atrações.

> O jogo de poker é provavelmente o jogo de cartas com maior número de praticantes. Alguns estudos consideram que existem cerca de 30 milhões de jogadores em todo planeta atualmente. Se você gosta de emoção, socialização e diversão, esse é o jogo certo para você. Apesar de exigir uma certa técnica dos jogadores, o pôquer é muito fácil de entender. Aliás, sua popularidade se deve justamente à facilidade de aprendizado e prática. SITE: www.jogatina.com (2015).

[1] BINION'S HORSESHOE: Cassino de Las vegas nos Estados Unidos da América.
[2] BRUNO FOSTER: Bruno Vendramini Politano, solteiro, nascido em 15/10/1982, natural de Santos-SP (naturalizado cearense), jogador profissional de poker e empresário.

Como dantes relatado já existem campeonatos de pôquer no Brasil, o principal deles e também um dos mais importantes da América Latina é o BSOP (Brazilian Series of Poker). O BSOP é realizado no Brasil desde o ano de 2006, e é na verdade uma série de torneios que teve sua décima edição realizada no ano de 2014 e que contou com 2930 participantes, um recorde, apresentando-se assim como o mais importante torneio de pôquer da Amérca Latina e o segundo maior do mundo, atrás apenas do WSOP.

Segundo o site www.ig.com.br até o ano de 2010 estimava-se que cerca de 2 milhões de pessoas praticavam o pôquer no Brasil, e que o número de jogadores no último ano havia crescido 238%. Naturalmente com tantas pessoas envolvidas os valores monetários envolvidos também se tornaram extravagantes e em alguns as apostas chegam a R$100 mil. Para atender a esse enorme público foram criados programas de tv, revistas, diversos objetos e naturalmente mais e mais sites.

3 Utilização de jogos como instrumento de ensino

A utilização de jogos em sala de aula não é nenhuma novidade. Crianças são ensinadas desde as séries iniciais a utilizar jogos pedagógicos, educativos e de raciocínio lógico. Assim o lúdico vem ganhando cada vez mais força no desenvolvimento do ensino escolar. A esse respeito o Professor Neimar Ferreira Nobre (2010) relata que:

> Através do jogo, é possível trabalhar o conhecimento de uma forma mais prazerosa, durante as atividades os alunos se sentem bem devido ao domínio que exercem sobre as ações. Garantindo, com isso, um outro tipo de motivação para o aprendizado. Pois, por meio do jogo a energia do aluno é canalizada e liberada na atividade, orientando seu pensamento e proporcionando o desenvolvimento cognitivo.

Em um jogo em que mais de uma pessoa participe, há naturalmente a necessidade de contato entre as partes, seja este verbal, visual, tátil ou sonoro, promovendo assim interação mútua, o que incentiva uma melhor convivência entre os jogadores e certo respeito pelas regras do jogo e tão logo por sua hierarquia.

Ainda neste aspecto, (Friedman, 1996, p. 41) considera que:

> Os jogos lúdicos permitem uma situação educativa cooperativa e interacional, ou seja, quando alguém está jogando está executando regras do jogo e ao mesmo tempo, desenvolvendo ações de cooperação e interação que estimulam a convivência em grupo.

Assim, os atuais educadores se deparam com a necessidade de encontrar formas eficazes de transmitir conhecimentos necessários a cada educando, e obviamente, a matemática faz parte desses conhecimentos. Sendo apontada por muitos como algo difícil de entender, esta disciplina vem ganhando o reforço de jogos lúdicos para que possa ser mais bem compreendida.

No que tange a utilização de jogos no ensino escolar, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 2001b) de matemática:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções.

E reforça na página 49:

> Um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que provoca no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor, analisar e avaliar, a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que deseja desenvolver. Os jogos constituem um recurso favorável ao ensino da matemática, pois apresentam situações-problema significativas que desenvolvem o pensamento, desencadeando o processo de equilibração, responsável pela construção de novos conhecimentos. A linguagem

> matemática, que é muitas vezes difícil para o aluno entender em sala de aula, pode ser melhor entendida em um contexto lúdico. PCN (2001).

Como relatado no trecho do PCN acima destacado, os jogos trazem um incentivo aos educandos, que muitas vezes, e mesmo com muito esforço, não é alcançado na escola, que é o prazer da busca pelo conhecimento e por aprender mais. A matemática encaixa-se bem nesse contexto, sendo sempre apontada como difícil pelos alunos, mas que em diversos jogos é necessária para uma atuação mais eficaz.

Ainda no ensino fundamental muitos jogos podem ser utilizados no aprendizado de crianças. Segundo professor de Matemática Aplicada Cristiano Torezzan (2013), idealizador e responsável pela disciplina Fundamentos do *Poker* na Unicamp (Universidade Estadual de Campinas): “Xadrez, *war*, colonizadores de *catan* e mesmo o cubo mágico podem ser melhores aproveitados para desenvolver a capacidade de concentração e de raciocínio lógico”.

No Brasil, já existem muitas escolas que utilizam o xadrez na grade curricular. No entanto, a novidade do momento é o Pôquer. Fundamentos do Pôquer se tornou uma das disciplinas mais procuradas na Faculdade de Ciências Aplicadas da Unicamp e a Univasf (Universidade do Vale do São Francisco) apresenta-se como a primeira universidade federal do Brasil a ter o pôquer como disciplina optativa, iniciando em 2015.

Mesmo sendo visto ainda com muito preconceito, e considerado por muitos como um “jogo de azar”, o pôquer foi reconhecido pela Associação Internacional dos Esportes da Mente (IMSA) como esporte da mente, isto é, está na mesma categoria de outros esportes mentais como xadrez, gamão e bridge.

Sklansky (2011) conclui que:

> A televisão tem criado uma imagem ridiculamente imprecisa de poker. Depois de ver jogadores famosos aos gritos e lixo-falando, os telespectadores naturalmente podem supor que tais artimanhas são normais. Eles estão completamente enganados. Diretores de televisão mostram essas explosões para "valor dramático", e alguns jogadores agem estupidamente para aparecer na TV. Você verá mais explosões em meia hora de televisão do que em um mês em uma sala de poker. Por favor, lembre-se que as pessoas controladas são frequentemente chamados de "Poker enfrentado”.

No Brasil, alguns pareceres jurídicos também vêm ajudando o pôquer a deixar a imagem de “jogo de azar” para trás. “Existem decisões nas mais variadas esferas atestando que o poker é um jogo de habilidades, e não um jogo de azar ou sorte”, afirma Torezzan (2013). Deve-se ainda ser lembrado que no Brasil, a Confederação Brasileira de Texas Hold’em é credenciada pelo Ministério dos Esportes.

Segundo a legislação brasileira que trata das contravenções relativas à Polícia de Costumes, o Decreto Lei 3688 de 1941,no Capítulo VII, define como "jogo de azar", no Artigo 50, § 3, Alínea a, "o jogo em que o ganho e a perda dependem exclusivamente ou principalmente da sorte".

Já o laudo pericial oficial do Instituto de Criminalística de São Paulo, de 2006, declara que o pôquer é um jogo de habilidade mental. O documento ajuda a Confederação Brasileira de Texas Hold´em a obter liminares ante o poder judiciário brasileiro para montar seus campeonatos. O que também pode representar um primeiro passo para a legalização do pôquer. O laudo é assinado pelos peritos Willian do Amaral Jr. e Karla Horti Freitas (2013), onde concluem:

> Trata-se de um jogo de habilidade, pois ficou constatado que a habilidade do jogador que participa desta modalidade de jogo, depende da memorização, das características (número e cor) das figuras apresentadas no decorrer do jogo e do conhecimento das regras e estratégia em função desses fatores, sendo porém, resultado final desta modalidade de jogo aleatório.

Dentro do laudo ainda há um trecho que parece perfeito para acabar com qualquer dúvida:

> Numa partida disputada em Internet, analisada por nós, de 118 rodadas, 75 terminaram em FOLD, ou seja, em 64% das vitórias o ganhador não mostrou suas cartas! Dificilmente poderíamos classificar um jogo que permite tal desdobramento como "de azar", visto que, na maior parte dos casos sequer se sabe se o ganhador tinha efetivamente o melhor jogo. AMARAL JR.; FREITAS (2013)

Como a única diferença entre o jogo ao vivo e na internet é só a forma de se enxergar a disposição das cartas, conclui-se que a modalidade em questão, o Texas H’oldem, **<u>não é um jogo de azar</u>**, pois o preponderante é a habilidade de cada jogador e não a sorte, que é apenas um fator temperador do jogo e que responde por uma pequena parcela da probabilidade de ganho. Diante de tais considerações ficam claros os motivos de a IMSA ter aceitado o pôquer como um esporte da mente e tão logo comprova que este não é um jogo de azar, assim podendo ser utilizado como um importante instrumento pedagógico de ensino.

Sobre a inclusão do pôquer no cotidiano escolar, Torezzan (2013) diz:

> Acredito que exista um bom espaço para uso do poker como ferramenta pedagógica, mas é importante compreendermos as habilidades que este jogo requer para gerenciarmos as limitações de idade.

E Torezzan ainda explica que a capacidade que as pessoas possuem de processar informações que lidam com valores monetários e com o comportamento doutros, vai sendo aprimorada com o tempo e crianças ainda apresentam-se desprovidas de grande controle desta habilidade.

Com isso Torezzan ressalta que é muito importante que o pôquer comece a ser ensinado para estudantes que, preferencialmente cursam o ensino médio, pois embora possa ser muito útil ao desenvolvimento de crianças, estas não possuem ainda determinadas noções monetárias e habilidades de tomada de decisões em situações adversas. Lembra ainda que, há vários benefícios no aprendizado do pôquer, onde é possível obter conceitos sobre inflação, necessidade de pró-atividade e capacidade de tomar decisões sob pressão.

Ao se praticar o pôquer, pratica-se também conceitos de ganho e perda de valores monetários, e mesmo os jovens possuindo certa habilidade neste campo, esta é aprimorada com o desenvolvimento para tomada de decisões.

Certos estudos mostram que os jovens tendem a aprender mais rápido que os mais velhos, e considerando que a vida é de certa forma complexa e cheia de riscos, o pôquer pode vir a ajudar os jovens na tomada de decisões, ensinando-os a serem mais pacientes para que assim possam criar estratégias mais eficazes de ação, evitando o cometimento de erros clássicos.

> A vida é intrinsecamente perigosa, e aprender a lidar com esses riscos é uma parte importante do crescimento. Pôquer ensina você a pensar em riscos e benefícios antes de agir. Sendo ensinado, pôquer impediria alguns jovens de cometer erros terríveis. De modo mais geral, a maioria das lições de poker vão ajudar os jovens a tomar decisões extremamente importantes”. SKLANSKY (2011).

O pôquer envolve conceitos matemáticos, cálculos de probabilidades, valor esperado a longo prazo, estratégias, análise situacional e identificação de padrões comportamentais de outros jogadores diante de situações de risco. Assim esse é um jogo de estratégias que exige concentração, coragem e paciência para tomar decisões convenientes e vantajosas num cenário de informações incompletas.

Diante de diferentes tarefas mentais, as pessoas utilizam modos diversos de perceber e pensar, é o que os psicólogos chamam de estilos cognitivos. A respeito desses diferentes estilos cognitivos, Linda (2011) afirma-se que:

> As pessoas impulsivas, por exemplo, lidam com os problemas apressadamente. Sem ponderar muito, elas tomam um punhado de medidas rápidas para resolvê-los. No extremo oposto, as pessoas reflexivas podem passar horas representando um problema e selecionando táticas para lidar com ele. São chamadas de independente do campo as pessoas que podem se concentrar em uma matéria sem ser distraídas pelo contexto ou campo ao redor. Tais indivíduos têm bom desempenho em situações que requerem lógica, porém costumam ser insensíveis nas relações

> pessoais. As pessoas dependentes do campo exibem um padrão oposto: são menos analíticas, porém competentes socialmente.

Portanto as pessoas que possuem ou desenvolvem de forma mais apurada um estilo cognitivo de reflexão e que independe do campo, tendem a ter um melhor desempenho nos chamados jogos da mente. Por outro lado, as que não se encaixam nesses formatos, as impulsivas e dependentes de campo, ficam mais vulneráveis nos referidos jogos.

Tendo em vista que no xadrez, a grande habilidade lógica e o alto poder de concentração são essenciais, os indivíduos alheios a esses adjetivos têm poucas chances de vencer um adversário que os possuem. No pôquer, também são de suma importância tais qualidades, outrora, o pôquer tem algo a mais, o fator sorte, que faz com que um indivíduo extremamente menos habilidoso tenha mais chance de vencer, mesmo que apenas uma ou outra mão, do que teria se o jogo fosse de xadrez. Isso faz com que estes continuem tendo interesse no jogo.

O pôquer não é um jogo de pura lógica, sem elementos aleatórios ou segredos, como o xadrez, tão pouco simplesmente um jogo de azar, com base apenas em probabilidades, ao contrário do que aparenta, é um desafio muito mais sútil. No decorrer do jogo, os jogadores fazem apostas para obter o direito de confrontar suas cartas com as dos adversários, o que faz com que seja necessária para o prosseguimento do jogo a obtenção de determinadas informações privativas a cada jogador, e para isso, aumentar a apostar torna-se indispensável e consequentemente os riscos aumentam. Assim, mesmo que um jogador tenha certeza que possui uma “boa mão”[1], sempre fica o receio de que a sorte e a pequena probabilidade de perder imperem neste instante, e tal expectativa torna o jogo mais emocionante, fascinante, e naturalmente atrativo.

> Eu costumava jogar xadrez com meu filho, mas ele não demorou a ficar aborrecido quando eu não parava mais de ganhar dele. Por outro lado, quando jogamos pôquer, o elemento sorte o leva a ganhar mais vezes do que ganharia se tivesse jogando xadrez contra mim, e isso não deixa que ele perca o interesse. Não é participar que faz com que alguém se interesse. Isso é a maior mentira que já contaram. O que importa é ganhar. Já fizeram a gente dessa forma. DAVY (2014).

É óbvio que Davy não está fazendo uma apologia de sempre vencer, mas deixa claro que se faz importante vencer, mesmo que de vez enquanto e mesmo que apenas em uma ou outra etapa, para que assim haja certo estímulo para continuar perseverando. Só perde é desastroso mesmo sabendo que sempre teremos derrotas em nossas vidas.

[1] BOA MÃO: Possuir cartas que possam formar uma combinação que esteja entre as mais valiosas.

É fato que durante toda nossa vida há aprendizado, e é costumeiro dizer que "é errando que se aprende", ou seja, as consequências de um erro faz com que haja reflexão e aprender a distinguir o certo do errado. O problema aí é que esse *"feedback"*[1] após o tal erro as vezes leva muito tempo, por exemplo, você compra um produto e somente dias depois percebe que fez uma compra fútil. No pôquer esse "feedback" é muito mais rápido, a cada mão jogada você obtém as consequências de seus atos, fazendo com que se aprimore as tomadas de decisão, e esse aprendizado lhe incentiva a continuidade da busca da melhoria.

O incentivo é de suma importância para se lidar com perdas e para continuidade dos ganhos. A esse respeito Sklansky (2011) após realizar pesquisa sobre o assunto, diz que pessoas tendem a repetir ações quando recebido alguma recompensa e evitá-las quando punidos. Pôquer ensina fornecendo prêmios a quem pensa e age de forma lógica e consegue compreender seu adversário e pune aqueles que ignoram as probabilidades e agem de forma impulsiva.

A dificuldade no aprendizado de matemática faz com o educando não apenas tenha um conhecimento insatisfatório nesse campo, mas o desestimula a procurar uma forma de sanar tal débito. Para sair-se bem num jogo de pôquer, é preciso fazer determinadas avaliações incluindo as de ordem matemática, com isso o pôquer traz de forma explícita a necessidade de cálculos para um desempenho satisfatório.

Em apoio a defesa do pôquer como ferramenta de ensino Sklansky (2011) explica:

> Muitas pessoas não são apenas ruins em matemática, eles não querem mesmo ficar melhor. Eles essencialmente dizem: "Quem precisa disso?" Quando eles jogam pôquer, aprendem rapidamente que eles precisam. Os vencedores entendem e aplicam, enquanto os perdedores ou não tentam ou não pode realizar os cálculos necessários. Depois de seus filhos começarem a jogar poker, muitos pais têm exclamado: "Estou impressionado. Ele realmente quer estudar matemática.

Dissociar o pôquer da matemática é praticamente impossível, pois os cálculos de probabilidades são parte real, principalmente no *Texas Hold'em*, ou seja, o jogador que utiliza mais a matemática durante o jogo leva vantagem considerável sobre outro que não a emprega.

A esse respeito, Hugo Mora (2014) afirma:

> Que o poker não é uma ciência exata, isso todos nós já sabemos. Mas a matemática o é, e disso também sabemos. Já que os números representam um papel importante no Texas Hold'em, sobretudo no que diz respeito às probabilidades, podemos dizer que o jogador que leva em consideração a matemática do jogo terá uma vantagem significativa sobre o competidor que a ignora.

E completa:

[1] FEEDBACK: Palavra em inglês que é comumente utilizada na língua portuguesa significando retorno de uma determinada ação.

> A verdade é que os números e a matemática estão presentes em todas as mesas de poker. Um jogador que possui conhecimentos mais avançados neste quesito, com certeza terá uma vantagem sobre os demais adversários. Vários desses conceitos podem ser encontrados em livros, artigos e discussões em fóruns online [...]. MORA (2014).

Acreditando que nunca precisaram utilizar determinados conceitos quando adultos, tais como matemática, psicologia, lógica, análise de risco-recompensa, a teoria da probabilidade, e muitos outros assuntos, os jovens resistem a estudá-los. O pôquer ensina que tais conceitos são tão importantes que passam a buscá-los onde quer que estejam, e o aprendizado adquirido pode ajudar a tomada de decisões cotidianas.

Sklansky (2011). explica:

> Pôquer ensina a respeitar e aplicar a lógica, porque é uma série de quebra-cabeças. Desde que você não conhece as cartas dos outros jogadores, você precisa de lógica para ajudá-lo a descobrir o que eles têm, e, em seguida, mais lógica para decidir como usar essa informação também. A mesma abordagem geral que funciona no poker irá ajudá-lo a tomar decisões muito mais importantes.

Diante de todo exposto até o momento, fica evidente que ao aprender o pôquer, o estudante também desenvolve habilidades de aprender/desenvolver estratégias para se resolver problemas da vida real, pois aprimora:

1) Qualidades de coleta de informações, especialmente os de concentração;
2) Paciência, esperando a hora certa de agir;
3) Disciplina, aprendendo a controlar impulsos;
4) Realismo, não enxergando apenas o que se quer, mas o que realmente está presente;
5) Melhoria de hábitos de estudo;
6) Habilidades matemáticas;
7) Pensamento lógico;
8) O combater os preconceitos raciais, sexuais e outras, pois no pôquer todos são iguais e subestimar um adversário mostra-se ser um erro gravíssimo e um risco desnecessário;
9) A melhor lida com perdas;
10) Despersonalização do conflito;
11) Planejamento estratégico;
12) Conceito da teoria das probabilidades;
13) Análise de risco-recompensa;
14) Contextualização e avaliação de todas as variáveis.

O nosso mundo está em constantes mudanças, e tais mudanças estão acontecendo num ritmo cada vez mais rápido, o que nossos antepassados levavam décadas para presenciar, hoje é visto em anos ou até mesmo meses. Portanto faz-se essencial acompanhar tais variações, mas o que vemos é que boa parte das pessoas mostram-se despreparadas para essa avalanche de novas informações.

Diante das repentinas e variadas mudanças que acontecem, acrescidas de lições qualitativas apropriadas, sejam por aquisição ou aprendizado adquiridas num jogo de pôquer, todas estas dantes descritas, vê-se que este pode si se tornar um instrumento eficaz de aprendizado para ajudar a enfrentar as rápidas mudanças da atualidade.

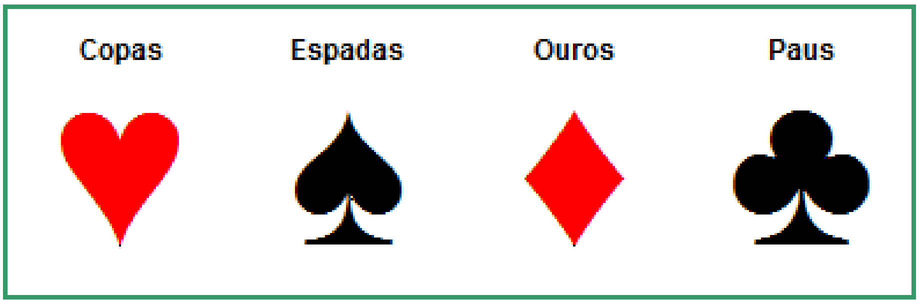
Tão logo, fica claro que o pôquer pode ocupar lugar de destaque como ferramenta de ensino, e em especial para o ensino da matemática, em combinatória e probabilidade.

4 Regras de Pôquer Texas Hold'em

4.1 O Baralho de Pôquer

O pôquer é um jogo disputado com o tradicional baralho francês de 52 cartas, sendo composto por 4 naipes, onde cada naipe recebe e o nome copas, espadas, ouros ou paus. Na figura abaixo estão os símbolos que representam os tais naipes.

Fig. 2 - Naipes do Baralho Francês

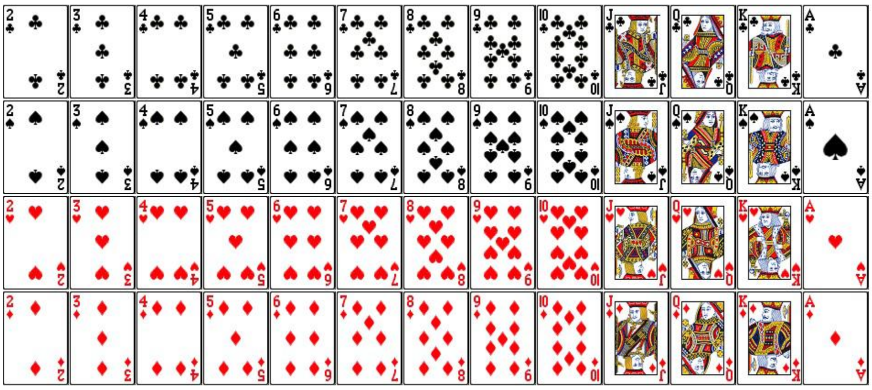


Fonte: http://industriacriativa.espm.br/2013/do-baralho-a-origem-das-cartas/

Cada naipe está presente em 13 cartas e cada uma dessas cartas tem valores *2-dois, 3-três, 4-quatro, 5-cinco, 6-seis, 7-sete, 8-oito, 9-nove, 10-dez, J-valete ou jóquei, Q-dama, K-rei ou A-ás*. Há que se saber que no pôquer o A pode ser considerado tanto como a carta de menor valor quanto de maior valor na hierarquia do baralho, ou seja, se atribuirmos uma pontuação nas cartas que variem de 1 a 13 (isso com cartas de mesmo naipe), então o A pode valer tanto 1 quanto 13, dependendo da conveniência da situação.

Na figura abaixo temos todas as cartas presente num baralho de pôquer, dispostas respeitando a devida hierarquia sendo da carta de menor valor para a de maior valor, não esquecendo a situação do A já exposta e ressaltando que os naipes tem igual valor.

Fig. 3 - Cartas do Baralho



Fonte: http://industriacriativa.espm.br/2013/do-baralho-a-origem-das-cartas/

Absorvidas essas informações, passar-se-á agora a conhecer as possíveis mãos do pôquer, com seus devidos rankings, o que será essencial para o entendimento e funcionamento do jogo.

No pôquer, como dantes relatado, existem diferentes formas de se jogar dependendo da modalidade em questão, e as mais comuns são *Texas Hold'em, Omaha Hi, Omaha Hi Low, Razz, Stud Hi, Stud Hi Low, 5-Card Stud, Draw Poker*. Deve-se lembrar de que por conveniência deste trabalho somente a modalidade *Texas Hold'em* será esplanada, que é a modalidade mais popular do mundo e é a que vamos utilizar em nossos estudos. Colocando de outra forma, podemos afirmar que são chamados de pôquer os diversos tipos de jogos de cartas onde as mãos dos jogadores são classificadas conforme suas cartas, sejam elas individuais ou comunitárias.

Segundo o site www.fulltilt.com, 2014:

> As variedades de poker são diferentes no número de cartas distribuídas, na classificação das mãos, na quantidade de cartas ocultas e exibidas, no número de rodadas de apostas e nos procedimentos para tais apostas. Normalmente, o vencedor de cada mão de poker é o jogador com a melhor mão no momento de mostrar as cartas - chamado de "showdown" - ou o jogador que faz a última aposta sem ser pago, ganhando assim a mão antes do showdown.

4.2 Termos

Mesmo que não seja preciso conhecer todos os termos e todas as regras do pôquer, pois não é necessariamente obrigatório saber jogar pôquer para poder conseguir fazer cálculos probabilísticos envolvendo o jogo, faz-se importante o conhecimento básico de alguns termos e regras para assim poder entender e identificar os elementos presentes em situações-problema. Portanto conheça-se alguns temos básicos utilizados nas mesas de Texas Hold'em, sejam elas reais ou virtuais, que irão/poderão ser usadas neste trabalho. Deve ser lembrado que a maioria dos termos do pôquer estão colocados em inglês.

O site www.amigosdotexasholdem.wordpress.com publicou em 16/06/2008 os seguintes termos que aqui estão dispostos em ordem alfabética e também colocado a tradução mais próxima de cada uma na língua portuguesa:

1. *Blind*- A aposta obrigatória que tem de ser colocada pelos dois jogadores que estão sentados à esquerda do *dealer*, que começará as apostas. Os *blinds* são colocados antes das cartas serem distribuídas.

2. *Big Blind*- A quantia que é colocada pelo jogador sentado na segunda posição à esquerda em relação ao *dealer*, antes de serem distribuídas quaisquer cartas. (Os jogadores que se sentem numa mesa terão de colocar o *Big Blind*). Em torneios, este valor vai aumentando.
3. *Bet*- Apostar.
4. *Bluff*- Blefe.
5. *Call*- Pagar aposta.
6. *Check*- Continuar no jogo sem apostar; passar a vez; bater na mesa.
7. *Dead Man's Hand* (mão do homem morto). Apelido da mão com dois pares, sendo eles Ases e Oitos (era a mão que Wild Bill Hickock tinha quando foi atingido com um tiro pelas costas).
8. *Dealer*- A pessoa que manuseia as cartas, distribui a mesa e monitora o jogo, também conhecido como croupier.
9. *Flop*- No *Texas Hold'em*, as três primeiras cartas comunitárias que são abertas no centro da mesa, todas ao mesmo tempo. O 'flop' também indica a segunda rodada de apostas.
10. *Flush*- Cinco cartas do mesmo naipe, independente do valor.
11. *Flush Draw*- Tentativa de *flush*. Quando um jogador tem quatro cartas, todas do mesmo naipe, e espera receber uma quinta para fazer um *flush*.
12. *Fold*- Correr, desistir da sua mão quando é a sua vez de jogar.
13. *Kicker*- Carta de desempate, é a mais alta carta sem par na mão de um jogador, a que geralmente resolve a jogada em caso de empate caso dois jogadores tenham mãos iguais.
14. *Nuts*- A melhor mão possível em uma determinada altura do jogo. Uma mão que não pode ser vencida.
15. *Odds*- A probabilidade de se fazer uma mão.
16. *Outs*- O número de cartas restantes no baralho que podem melhorar a sua mão.
17. *Pot*- É a quantidade apostada.
18. *Raise*- Aumentar, repicar.
19. *River*- A última carta a virar no *flop*.
20. *Showdown*- Abertura das cartas. Na rodada final de apostas, quando todos os jogadores ativos revelam as suas cartas para ver quem ganhou a mesa.

21. *Small Blind*- Montante colocado na mesa pela pessoa imediatamente à esquerda do botão dealer, antes das cartas serem distribuídas.

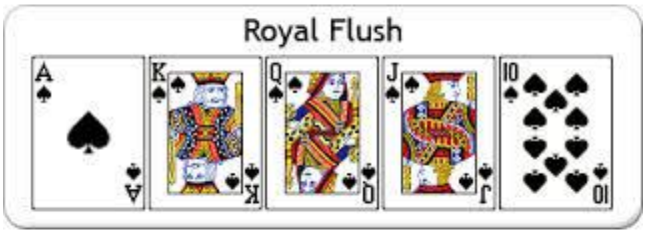
22. *Turn*- quarta carta comunitária a ser aberta.

4.3 Ranking de mãos

Será listado abaixo o ranking de mãos em ordem decrescente, ou seja, começa-se pela melhor mão possível e termina-se com de menor valor.

4.3.1 *Royal Flush* ou *Royal Street Flush*: Cinco cartas em sequência, do mesmo naipe, sendo a menor delas com o valor 10. Lembra-se que esta é a maior combinação possível e não pode ser vencida por qualquer outra e independe de naipe.

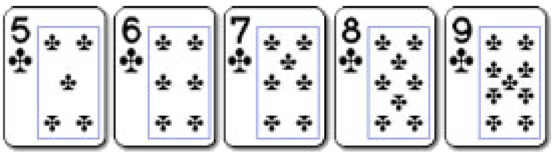
Fig. 4 - *Royal Flush*.



Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

4.3.2 *Straight Flush*: Cinco cartas em sequência e do mesmo naipe e que não seja o *Royal Flush*.

Fig. 5 - *Straight Flush*.

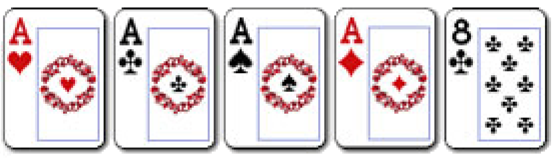


Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na eventualidade de um empate a sequência de maior valor ganha.

4.3.3 Quadra ou *Four*: Quatro cartas de valor idêntico.

Fig. 6 - Quadra ou *Four*.

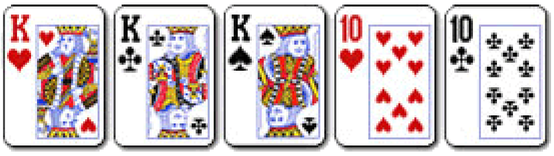


Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

No caso de empate: A quadra mais alta vence. Quando os jogadores dispõem da mesma quadra, o que possuir a quinta carta mais alta (a "*kicker*") ganha. No caso de ainda persistir o empate na quinta carta, então é considerado empate entre os jogadores e o valor do pote é dividido de forma igual.

4.3.4 *Full House*: Três cartas de valor idêntico (trinca) e duas de valores idênticos (dupla ou par), mas estas sendo diferentes da das cartas da trinca.

Fig. 7 - *Full House*.

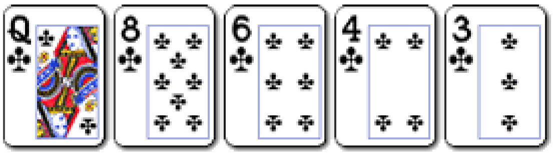


Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Acontecendo empate: O jogador com a trinca mais alta ganha o pote. No caso de os jogadores possuírem a mesma trinca, quem possuir o par mais alto ganha.

4.3.5 *Flush* (Cor): Cinco cartas do mesmo naipe.

Fig. 8 - *Flush* ou Cor.

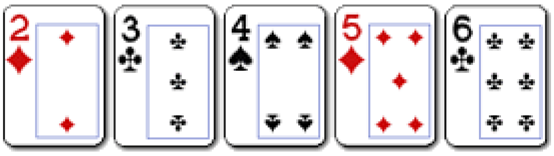


Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na eventualidade de um empate: Ganha o jogador com a carta de valor maior. Caso seja preciso, a segunda, terceira, quarta e quinta cartas mais altas podem ser utilizadas para decidir o vencedor.

4.3.6 *Straight* (Sequência): Cinco cartas em sequência.

Fig. 9 - *Straight* ou Sequência.



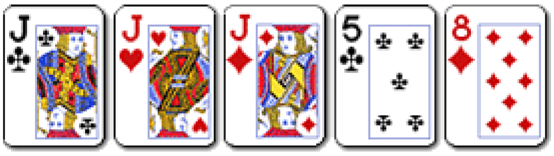
Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na condição de um empate: A carta com valor maior valor na sequência ganha.

Nota: Como já informado anteriormente A pode ser utilizado a parte superior de uma sequência como carta maior que o K ou na parte inferior da sequência como carta menor que o 2.

4.3.7 Trinca ou Trio: Três cartas de mesmo valor e duas outras cartas de valores diferentes.

Fig. 10 - Trinca

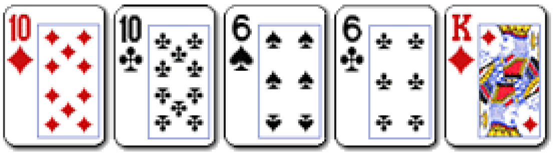


Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na eventualidade de um empate: A trinca mais alta ganha. Quando os jogadores têm a mesma trinca, a próxima carta de maior valor vence, caso necessário estende-se o mesmo procedimento para a quinta carta.

4.3.8 Dois pares: Duas cartas de mesmo valor, outras duas cartas de outro valor também idênticas entre si, no entanto estas duas devem ter valor diferente das que compõem o outro par, e sobra ainda uma carta com valor diferente de todas as outras.

Fig. 11 - Dois pares

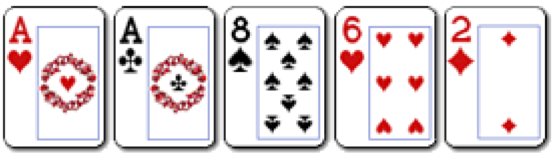


Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na eventualidade de um empate: Vence o jogador que possuir o maior par, ainda persistindo o empate, o segundo par mais alto vence. Se mesmo assim o jogo ainda continuar empatado, o jogador com a próxima carta mais alta ganha.

4.3.9 Um par: Duas cartas de valor idêntico e outras três com valores todos diferentes das duas do par.

Fig. 12 - Um par.



Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na eventualidade de um empate o par mais alto ganha. Caso os jogadores possuam o mesmo par, a carta lateral mais valiosa ganha e, se necessário, as próximas cartas mais altas podem ser utilizadas para efeito de desempate.

4.3.10 Carta alta ou *kicker*: Qualquer mão que não tenha duas cartas com mesmo valor.

Fig. 13 - Carta alta ou *kicker*

Fonte: http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/

Na eventualidade de um empate: A carta mais alta ganha e, se preciso, a segunda, terceira e quarta mais altas e ainda a carta de menor valor podem ser utilizadas para decidir o jogo.

4.4 Regras

O *Texas Hold'em* pode ser jogado em mesas que variam de 2 até 10 jogadores e possui cartas comunitárias. Nessa modalidade cada jogador recebe apenas duas cartas fechadas (carta que somente o jogador que as possui vê) e também há 5 cartas comunitárias, que são cartas abertas na mesa e utilizadas simultaneamente por todos jogadores. Para ganhar é preciso compor a melhor combinação possível de 5 cartas, dentre as 7 cartas disponíveis (2 da mão + 5 comunitárias). Assim, nem sempre as duas cartas da mão do jogador serão utilizadas para formar o melhor jogo.

No Entanto, antes da distribuição das mesmas cartas os jogadores precisam determinar quem será o *dealer* da próxima mão, podendo esse ser identificado por uma marca (normalmente usa-se um como botão conhecido como 'botão do *dealer*' ou, simplesmente, 'botão'). Sua posição determina quais são os dois jogadores que deverão colocar as '*blinds*' (apostas obrigatórias para assim garantir que haja sempre valor em disputa, incentivado os demais jogadores desobrigados de apostar a também fazerem suas apostas). O jogador '*small blind*' da mão coloca um valor inicialmente definido (doravante chamaremos de pingo), já o jogador à sua esquerda, o '*big blind*', coloca um valor igual ao dobro do pingo. Os *blinds* mudam a cada mão, passando para o jogador imediatamente a esquerda, assim é garantido revezamento entre os jogadores com a obrigatoriedade de depositar as apostas mínimas. O *dealer* por sua vez, sempre fica a direita do *small bilnd*. Nas rodadas seguintes da mão o valor em disputa no pote só pode aumentar, nunca diminuir.

Após colocadas as *blinds*, cada jogador recebe as duas cartas fechadas. Depois de distribuídas as cartas fechadas, o jogo segue em sentido horário, sendo que cada jogador aguarda sua vez de agir, e estes podem empregar basicamente uma das opções seguintes.

Apostar (*call* - no caso de pagar a aposta, ou *raise* – no caso de aumentar a aposta): tendo que no mínimo igualar a aposta do *big blind* (dobro do pingo), igualar a aposta de outro jogador que tenha aumentado a aposta do *big blind*, ou aumentar a aposta. O jogo só passa para a próxima fase (abertura do *flop*) se todos os jogadores que ainda estirem ativos na rodada igualarem a maior aposta ou no caso daquele(s) que possuem valores pra apostar menores que a maior aposta apostarem tudo o que tem (*all inn*), nesse caso, se este(s) jogador(es) vencerem, só fara(m) jus aos valores iguais a sua aposta que cada jogador apostou.

Dar *Check*: Só é possível tal ação no caso em que ninguém tenha apostado na atual rodada, e só se completa a rodada se todos os jogadores darem check, caso contrário, recaímos a ao caso anterior citado.

Desistir (*fold*)**:** nesse caso se houve apostas pelo jogador desistente, este perde o direito a tais valores e só pode concorrer novamente na próxima distribuição de cartas.

Tendo os jogadores tomados suas decisões, no caso de mais de um jogador continuar, então são abertas as três primeiras cartas comunitárias de uma só vez (o *flop*). E assim a próxima rodada segue.

Após a abertura do *flop* há uma nova rodada de apostas, caso sobre apenas um jogador esse leva todo o valor do pote, caso contrário segue-se a rodada no mesmo molde e então vem a próxima rodada, o *turn*.

O *turn* é a quarta carta comunitária a ser aberta, e mais uma vez seguem as mesmas observações anteriores, e ainda no caso de ser necessária a abertura da quinta carta comunitária, temos o *river*.

Após a abertura do *river* é efetuada uma nova rodada de apostas e quando e se todos os jogadores em atividade pagarem as apostas é chegado o *showdown*, momento em que todos os jogadores mostram as cartas e quem tiver a melhor mão vence. Passa-se a uma nova distribuição de cartas e recomeça-se tudo novamente.

5 Combinatória

Tendo conhecido as regras básicas do *Texas Hold'em*, e com o objetivo de utilizar a matemática neste processo, há a necessidade de lembrar alguns conceitos da Combinatória e da Probabilidade, que serão essenciais para uma análise matemática de situações presentes no pôquer, base fundamental a nossa proposta.

Para atender esta finalidade serão utilizados alguns exemplos/situações possíveis no jogo de pôquer da modalidade *Texas Hold'em* em que se possa fazer o uso de cálculos probabilísticos. Inicialmente seja começado pelos conceitos mais básicos e a partir de então aumentar-se-á aos poucos o nível de dificuldade dos exemplos. Primeiramente será apresentada a teoria e em seguida concretizado com exemplo de uma aplicação real num jogo de pôquer.

Obs.: Faz-se importante que os alunos saibam conheçam o princípio fundamental da contagem e o conceito de combinações simples.

5.1 Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo

Considerando que em n situações independentes e sucessivas ocorra um determinado evento que, tendo a primeira situação ocorrendo de m_1 formas, a segunda situação ocorrendo de m_2 formas e assim por diante até a n-ésima situação ocorrendo de m_n formas, então o número total de ocorrências será dado pelo produto:

$m_1 . x\ m_2 . x \ldots \ldots . . m_n . x$.

5.2 Combinações

O número de combinações de um número "n" de objetos tomados em grupos de número "p" de objetos é representado por C(n, p) ou $C_{n,p}$. O número de combinações, ou subconjuntos, de "n" objetos tomados em grupos de "p", onde $p \leq n$ é dado por:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

O quadro a seguir relaciona bem o ranking de mãos do *Texas Hold'em* e a quantidade de combinações possíveis e cada caso:

Tabela 1 - Ranking de mãos do *Texas Hold'em*/quantidade de combinações possíveis em cada caso.

Jogada	Em Inglês	Descrição	Combinações possíveis
Sequência Real Royal	Royal Straight Flush	5 cartas em sequência e todas do mesmo naipe de 10 até o A	4
Sequência de mesmo naipe	Straight Flush	5 cartas seguidas do mesmo naipe	36
Quadra ou poker	Four of a kind	Quatro cartas iguais.	624
Full House ou Full Hand	Full House ou Full Hand	Uma trinca e um par	3744
Flush ou Cor	Flush	5 cartas do mesmo naipe mas não em sequência	5108
Sequência	Straight	5 cartas seguidas de naipes diferentes	10200
Trinca ou Trio	Three of a kind	3 cartas iguais	54912
Dois Pares	Two Pairs	2 pares de cartas	123552
Par	One Pair	2 cartas iguais	1098240
Carta Alta	High Card	Ganha quem possuir a carta mais alta	1302540

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Tabela_de_jogadas_do_p%C3%B4quer

Veja agora como foram encontrados os números de combinações possíveis em cada mão.

Primeiramente é feito um estudo quantitativo do número de combinações possíveis no *Texas Hold'em*, de acordo com suas regras.

Num baralho de pôquer tem-se 52 cartas, onde são 13 de cada naipe, do 2 ao A. A cada mão utilizam-se 5 cartas e um arranjo simples, assim número de maneiras diferentes que se pode retirar 5 cartas do baralho é dado pela regra do princípio fundamental da contagem, ou seja, 52*51*50*49*48=311875200.

No entanto, no cálculo feito foram encontrados os números de agrupamentos ordenados de 5 cartas distintas, que pode-se formar com as 52 cartas do jogo, assim a ordem das cartas modifica o grupo. E no jogo de pôquer a ordem em que um jogador recebe as cartas não importa. Todavia, o importante é quais cartas são retiradas do baralho e não a ordem de cada uma. Tão logo deve-se usar o cálculo de combinação simples, onde:

$C_{52,5}$=2598960.

E aí estão 2598960 diferentes maneiras em que pode-se retirar 5 cartas de um baralho de 52 cartas, já que a ordem não importa. Muitas dessas combinações são mãos valiosas, algumas mais fáceis de se obter, outras nem tanto.

5.2.1 Sequência Real (*Royal Flush*)

Esta é a mão mais valiosa, sendo formada pelas cartas de valor 10 ao Ás, onde todas são do mesmo naipe. Tendo o baralho 4 naipes, então só existem 4 sequências de naipe reais possíveis.

5.2.2 Sequência de mesmo naipe

Nesta sequência a 10 não pode ser a menor carta, pois se fosse, esta sequência seria na verdade uma sequência real. Assim, existem 9 cartas por naipe que podem ocupar o status de menor carta da sequência, do A ao 9, totalizando 36 cartas. Desta forma, obtém-se 36 possíveis sequências de naipe.

5.2.3 Quadra ou poker

Para se formar uma quadra, dispõe-se de 13 valores disponíveis e outras 48 cartas que podem ser combinadas com as quatro da quadra de modo a compor a quinta carta da mão. Assim 13*48=624 quadras possíveis.

5.2.4 *Full House* ou *Full Hand*

Para uma trinca e um par, dispõe-se de 13 valores para a trinca e 12 valores para o par. Para a trinca, dentre as cartas de mesmo valor, temos $C_{4,3}$=4 formas de montar, para o par, temos $C_{4,2}$=6. Logo 13*12*4*6=3744 trincas e pares possíveis.

5.2.5 *Flush* ou Cor

Para obter 5 cartas do mesmo naipe, tem-se a cada naipe $C_{13,5}$=1287 combinações possíveis. Todavia 10 delas também são sequências de naipe, logo não devem ser computadas, assim 1287-10=1277 combinações de cartas do mesmo naipe a cada naipe. Como são 4 naipes no baralho, segue-se que existem 1277*4=5108 combinações possíveis de 5 cartas do mesmo naipe.

5.2.6 Sequência

Para formar uma sequência de diferentes naipes, 40 cartas são uteis para ser a mais baixa da sequência, pois podem variar do A ao 10. A seguir, existem 4 possibilidades para cada uma das 4 cartas restantes. Excluindo as sequências de naipe (isso inclui a sequência real) existem 40*4*4*4*4-40=10200 sequências possíveis.

5.2.7 Trinca ou Trio

Para formar uma trinca, dispõe-se de 13 valores em cada naipe e $C_{12,2}$ para as 2 cartas restantes, como são 4 naipes resultam 264 combinações. Como existem 4 cartas de cada valor, estas podem combinar entre si para trinca, assim $C_{4,3}$ = 4 formas de montar uma trinca com essas cartas, então, existem 13*4*264*4=54912 trincas possíveis.

5.2.8 Dois Pares

Para formar dois pares, há $C_{13,2}$=78 combinações de valores dos pares e 6 formas de montar cada par com cartas de mesmo valor, além de 11*4=44 cartas para ser a quinta carta. Existem 78*6*6*44=123552 possibilidades de formar dois pares.

5.2.9 Par

Para formar um par, existem 13 valores em cada naipe para o par e mais 6 formas de montar um par com cartas do mesmo valor. Há ainda $C_{12,3}$=220, multiplicado por 4 naipes, tem-se 880 combinações para as outras três cartas e mais 4 formas para montar estas três cartas. Existem assim 13*4*6*880*4=1098240 pares possíveis.

5.2.10 Carta Alta

Uma forma de realizar tal cálculo é somando todas as combinações das mãos de valiosas, ou seja, o grupo de combinações complementares a esta, e subtrair este valor do número total de combinações de cinco cartas presentes no jogo. Logo 2598960-(4+36+624+3744+5108+10200+54912+123552+1098240)=1302540.

6 Probabilidade

Se *n* tentativas de um experimento produzir n_0 ocorrências de um evento *x*, define-se a probabilidade *p(x)* ocorrer, como

$$p(x) = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\boldsymbol{n_0}}{\boldsymbol{n}} \right]$$

Ex. 1) No pré-flop, qual é a probabilidade de sair um K na primeira carta?

Seja A o evento de se sair um K. Tem-se 4 K's num baralho de 52 cartas, ou seja, 4 chances em 52: p(A) = 4/52 = 1/13 ≈ 0.077 = 7,7%. Em um novo olhar e considerando que não há cartas idênticas no baralho de pôquer, observa-se que 4/52 = 1/52 + 1/52 + 1/52 + 1/52 (que seria a probabilidade de sair um K mais a probabilidade de sair outro K…), ou seja, soma das probabilidades individuais. Isto ocorre porque as cartas são mutuamente excludentes, isto é, uma carta não pode ser ao mesmo tempo um K de espadas e um K de ouros.

6.1 Eventos Independentes

Ex. 2) Sejam considerados agora os seguintes eventos:

A carta é de copas: *p(C) = 13/52 = 1/4* (pois existem 13 cartas de copas num baralho de 52 cartas).

A carta é uma Q: *p(Q) = 4/52 = 1/13* (há 4 Q's possíveis num baralho de 52 cartas)..

Para o cálculo da probabilidade de sair uma Q ou uma copas, não se deve proceder apenas somando como no caso anterior, pois é possível sair uma carta que seja uma Q e uma copas (uma Q de copas).

Assim, se a probabilidade de dois eventos ocorrerem for igual ao produto das probabilidades individuais, então os eventos são *independentes*. Neste caso, a probabilidade de *A* e *B* ocorrerem chama-se *probabilidade conjunta*.

Pergunta-se então. Qual a probabilidade de sair uma Q de copas?

Como existe apenas uma carta que se encaixa nessas condições, a probabilidade é de 1/52, que pode ser encontrada pela probabilidade conjunta de uma carta ser uma copas e uma Q que é 1/4 x 1/13 = 1/52.

6.2 Eventos Dependentes

Ex. 3) Para introduzir este conceito, serão considerados os seguintes eventos:

B: a primeira carta a sair é um J;

A: a segunda carta a sair é um J.

6.3 Probabilidade Condicional

Qual a probabilidade de A acontecer sabendo-se que B ocorreu ,ou seja, qual é a probabilidade de na próxima carta sair um J sabendo-se que já saiu um J na primeira carta?. A isto chama-se ***probabilidade condicional.*** É fácil perceber que os eventos são independentes se a probabilidade condicional de *A* dado *B* for igual à probabilidade de *A*, isto é, o evento de *B* ter acontecido não tem qualquer influência em acontecer o evento *A*).

Seja utilizada a seguinte notação:

$p(A\ U\ B) = \ Probabilidade\ de\ A\ ou\ B\ ocorrerem$

$p(A \cap\ B) = \ Probabilidade\ de\ A\ e\ B\ ocorrerem$

$p(A|B) = \ Probabilidade\ de\ A\ ocorrer\ dado\ que\ B\ j\text{á}\ ocorreu$

Eventos mutuamente exclusivos:

$$p(A\ UB) = p(A)\ +\ p(B) \qquad (I)$$

Eventos independentes

$$p(A \cap B) =\ p(A)p(B) \qquad (II)$$

Para todos os eventos

$$p(A\ UB)p(A)\ +\ p(B) - p(A\ \cap\ B) \qquad (III)$$

Para eventos dependentes

$$p(A \cap B) =\ p(A)p(B|A) \qquad (IV)$$

Nota-se que a eq.(I) é um caso especial da eq.(III).

Tem-se ainda que a eq.(II) é um caso especial da eq(IV). Dessa forma conclui-se facilmente que no caso de eventos independentes, $p(\mathrm{B}|\mathrm{A}) =\ \mathrm{p}(\mathrm{B})$.

Com os dois eventos definidos anteriormente, levanta-se a seguinte questão: com que frequência uma mão de *Texas Hold'em* contém dois ases?

p(A) = 1/13

p(B) = 1/13

No entanto os eventos são dependentes! Se

*p(A ∩ B) = p(A)p(B|A) = 1/13 * 1/17 = 1/221*

Tomando a generalização dos exemplos abordados, percebe-se que:

Chamando de *C* como o evento **certo** e *I* o evento **impossível**. Então, qualquer que seja o evento *A*, então $0 \leq p(A) \leq 1$.

Segue-se que $p(C) = 1$, $p(I) = 0$, $p(A) + p(\bar{A}) = 1$, onde $p(\bar{A})$ é a evento complementar a *p(A)*, ou seja, o evento de não acontecer *A*.

Ex. 4) Tendo uma mão com cartas do mesmo naipe, qual a probabilidade de formar um flush no flop?

Tendo na mão duas cartas do mesmo naipe, restam 11 cartas do mesmo naipe no baralho. Sejam os 3 eventos:

A: a primeira carta do *flop* ser uma carta de *flush*

B: a segunda carta do *flop* também ser uma carta de *flush*, sabendo que a primeira carta foi.de *flush*

C: sabendo que as duas anteriores são cartas de *flush*, a terceira carta do *flop* também ser uma carta de *flush*

De acordo com a notação já definida anteriormente, o se quer calcular é na verdade $p(A \cap B \cap C)$. Assim tem-se os seguintes dados:

p(A) = 11/50 (tendo 2 duas cartas do mesmo naipe nas mãos existem ainda 11 cartas possíveis para o mesmo naipe em 50 cartas disponíveis);'

p(B\A) = 10/49 (tendo saído 3 cartas do mesmo naipe, restam 10 cartas de 49 possíveis);

p(C|(A∩B)) = 9/48 (há 9 cartas possíveis em 48)

Da eq.(IV),p(A ∩ B) =p(A)p(B|A) = 11/50 x 10/49 = 11/245

Define-se D = A ∩ B. Então, p(D∩ C) = p(D)p(C\D)

Reunindo tudo, temos $p(A \cap B \cap C) = p(C|(A \cap B)\ p(A \cap B) = 9/48 * 11/245 = 33/3920 \approx 0{,}008 = 0{,}8\%$.

7 Probabilidades no *Texas Hold'em*

7.1 Probabilidade de receber uma mão específica

A probabilidade de receber uma mão específica é dada pelo quociente entre a quantidade de combinações de cartas possível para essa mão e o número total de combinações de cartas possível no geral. Como já calculamos anteriormente, o número total de mãos que podemos formar com as 52 cartas do *Texas Hold'em* é 2598960.

Obs: Para verificar o número de combinações de cada mão deve-se sempre recorrer a tabela 1.

7.1.1 Sequência Real: 4 **c**ombinações possíveis. Probabilidade: P = 4/2598960 ≈ 0,0000015 = 0,00015 %.

7.1.2 Sequência de Naipe: 36 combinações possíveis. Probabilidade: P = 36/2598960 ≈ 0,0000139 = 0,00139 %.

7.1.3 Quadra: 624 combinações possíveis. Probabilidade: P = 624/2598960 ≈ 0,00024 = 0,024 %.

7.1.4 *Full House*: 3744 combinações possíveis. Probabilidade: P = 3744/2598960 ≈ 0,00144 = 0,144 %.

7.1.5 *Flush* : 5108 combinações possíveis. Probabilidade: P = 5108/2598960 ≈ 0,00197 = 0,197 %.

7.1.6 Sequência: 10200 combinações possíveis. Probabilidade: P = 10200/2598960 ≈ 0,00392 = 0,392 %.

7.1.7 Trinca: 54912 combinações possíveis. Probabilidade: P = 54912/2598960 ≈ 0,0211 = 2,11 %.

7.1.8 Dois pares: 123552 combinações possíveis. Probabilidade: P = 123552/2598960 ≈ 0,0475 = 4,75%.

7.1.9 Par: 1098240 combinações possíveis: Probabilidade: P = 1098240/2598960 ≈ 0,4226 = 42,26 %.

7.1.10 Carta alta: 1302540 combinações possíveis: Probabilidade: P = 1302540/2598960 ≈ 0,5012 = 50,12 %.

7.2 Calculando a probabilidade do *river* ser favorável

A seguir serão apresentados diversos problemas que tratam de situações-problema no *Texas Hold'em*, onde se conhece 6 cartas, as duas cartas de um jogador, o *flop* e o *turn*, isto é, conhecemos também as 4 cartas comunitárias. Assim deseja-se determinar a probabilidade do *river* (quinta carta comunitária) ser favorável a uma determinada mão. Vejam agora algumas situações que aparecem com frequência no *Texas Hold'em*.

7.2.1 Probabilidade de formar um par

Tem-se 6 cartas abertas, sendo que nenhum par está disposto, sobram então 46 para serem abertas, das quais existem 3 para cada uma das abertas que podem ajudar a formar um par, ou seja, existem 18 disponíveis. Assim a probabilidade de formar um par é p = 18/46 = 9/23 ≈ 0,3913 = 39,13%.

7.2.2 Probabilidade de formar uma trinca (trio)

Supondo que sejam sabidas seis cartas, e tem-se apenas um par. Então restam 46 cartas, das quais 2 podem elevar nossa mão para uma trica. Logo a probabilidade de formar uma trinca é p = 2/46 = 1/23 ≈ 0,0435 = 4,35%.

7.2.3 Probabilidade de formar uma sequência

Considere que se tenha 6 cartas abertas, e estas sendo 2, 3, 4, 5, 10, e J(a que se lembrar que na sequência os naipes não importam). Note que para formar uma sequência basta sair A ou 6, como existem ainda quatro A e quatro 6 para sair, totalizam-se 8 cartas favoráveis, faltando ainda 46 para sair. Logo a probabilidade de sequência é de p = 8/46 = 4/23 ≈ 0,1739 = 17,39%.

Utilizando-se agor outro exemplo, sendo as cartas dispostas e, A, 2, 3, 4, 10, e J. Observa-se agora que há apenas quatro 5 que possibilitam a formação de uma sequência. Logo a probabilidade de sequência é de p = 4/46 = 2/23 ≈ 0,087 = 8,7%.

7.2.4 Probabilidade de formar um *flush*

Agora seja considerado que dentre as 6 cartas que visualiza-se 4 são do mesmo naipe. Desse modo ainda tem-se 9 cartas que permitem formar um flush. Assim a probabilidade de *flush* é de p = 9/46 ≈ 0,1957 = 19,57%.

7.2.5 Probabilidade de formar um *full house*

Supondo que tem-se a disposição as seguintes cartas, dois A , dois 6 , todas essas cartas independente naipe e ainda uma outra carta qualquer e diferente de A e 6. Para formar um *full house* é preciso de mais um A ou um 6. Como temos a disposição 46 cartas, das quais dois A e dois 6, temos então 4 cartas favoráveis, segue-se daí que a probabilidade de *full house* no *river* é de p = 4/46 = 2/23 ≈ 0,087 = 8,7%.

7.2.6 Probabilidade de formar uma Quadra

Imagine que dentre as 6 cartas que pode-se ver o jogador já tem uma trinca. Assim há apenas 1 carta que pode evoluir a mão para uma quadra, tão logo a probabilidade de quadra no river é de p = 1/46 ≈ 0,0217 = 2,17%.

7.2.7 Probabilidade de formar uma Sequência de Naipe ou *Street Flush*

Considerem visíveis as seguintes cartas, 3 de ouros, 4 de ouros, 5 de ouros, 6 de ouros, 10 de paus e 9 de copas. Para se obter um *street flush* precisa-se que saia um 2 de ouros ou 7 de ouros no *river*. Logo são duas cartas a favor dum total de 46 disponíveis. Assim a probabilidade de *street flush* no *river* é de p = 2/46 = 1/23 ≈ 0,0435 = 4,35%.

7.2.8 Probabilidade de formar uma Sequência Real ou *Royal Street Flush*

Considerem que dentre as seis cartas visíveis, quatro do mesmo naipe, em sequência e, ainda, todas as quatro cartas maiores que 9, então dentre as 46 cartas, apenas uma que permite-nos formar uma sequência real. Logo a probabilidade de uma sequência real é de p = 1/46 ≈ 0,0217 = 2,17%.

7.3 Calculando a probabilidade do *turn* juntamente com o *river* ser favorável

Neste conjunto de problemas foram descritas situações nas quais se conhece as duas cartas de um jogador e o *flop*. Assim há a necessidade de se investigar qual a probabilidade de que no *turn* e no *river* serem favoráveis à melhoria da mão. Lembre-se que restam 47 cartas para o *turn* e o *river* e assim o espaço amostral é formado pelas 47 cartas restantes combinadas 2 a 2. Logo o espaço amostral tem $C_{47,2}$ = 1081 elementos.

7.3.1 Probabilidade de formar um Par

Considere agora a situação em que se estão visíveis as cartas A de paus, 3 de copas, 7 de ouros, J de espadas e K de espadas. Dessa forma é preciso de uma única carta dentre as cartas A, 3, 7, J ou K restantes no *turn* ou no *river* para formar um par, pois caso saia duas cartas desse grupo ter-se-á mais que um par. Sabendo-se que ainda existem 3 de cada cartar desse grupo, tem-se 5x3 = 15. Fazendo a combinação dessas 15 cartas tomadas 2 a 2 temos $C_{15,2}$ = 105, que caso abertas no *turn* e no *river* constituíram mais que um par. De forma análoga, temos as 32 cartas restantes que combinadas 2 a 2 não resultam em nenhuma carta favorável. Calculando essa combinação, $C_{32,2} = 496$. Assim são 105 + 496 = 601combinações desfavoráveis à formação de um único par. Resta-nos então 1081 – 601 = 480 casos favoráveis. Tão logo a probabilidade de par no *turn* ou no *river* é de $p = 480/1081 \approx 0,444 =$ 44,4%.

7.3.2 Probabilidade de formar um trio

Supondo ser conhecidas 5 cartas, as quais 4 de copas, 5 de copas, 9 de paus, J de ouros e J de espadas. Para formar uma trinca com o uso do *turn* e/ou do *river* o jogador precisa que ocorra uma das situações seguintes: dois dos três 4 restantes, dois dos três 5 restantes, dois dos três 9 restantes, e um único J (pois mais dois J resultaria em uma quadra). Assim para formar trinca com as cartas 4, 5 e 9 tem-se $C_{3,2} = 3$ para cada uma, sendo três cartas nesta situação obtêm-se um subtotal de 3 x 3 = 9 casos favoráveis a trinca. Com relação ao J, basta que se tenha um dentre os dois restantes. Como ainda existem 45 cartas disponíveis para serem combinadas com cada J que ainda não saiu, temos $2 \times C_{45,1} = 90$. Portanto são 9 + 90 = 99 casos favoráveis a uma trinca, e portanto a probabilidade de trinca é de $p = 99/1081 \approx$ 0,0916 = 9,16%.

7.3.3 Probabilidade de formar uma sequência

Em uma disposição e cartas, considere que sejam apresentadas as cartas 6 de espadas, 10 de paus, J de paus, Q de ouros e K de copas. Nesse formato, se sair um 9 ou um A apresenta-se assim sequência. Nesta situação o jogador dispõe de quatro 9 e quatro A (somado oito cartas favoráveis) em um total de 47 cartas disponíveis. Cada nove pode fazer par com as 46 cartas restantes, como são quatro 9, e quatro A, temos 8x39 = 312 combinações com apenas uma carta favorável. Por outro lado há os casos em que as duas carta podem ser favoráveis, logo, $C_{8,2} = 28$. Temos portanto 312 + 28 = 340 casos favoráveis. Assim a probabilidade de sair pelo menos uma carta favorável no *turn* ou no *river* é de $p = 340/1081 \approx$ 0,3145 = 31,45%.

7.3.4 Probabilidade de formar um flush

Considere que seja possível visualizar cinco cartas, a um *8*, um 10, J e um K de copas e um 2 de espadas. Para se completar um flush é necessário que saia pelo menos uma carta de copas no *turn* ou no *river*. Como existem 9 cartas de copas restantes, e 38 de outros naipes, utilizando o princípio fundamental da contagem, existem exatamente 9x38 = 342 combinações possíveis com apenas uma carta de ouros. Considerando que se as duas cartas a saírem forem de ouros ainda teremos um *flush*, então existem $C_{9,2} = 36$ casos favoráveis.

Logo a quantidade de casos favoráveis ao *flush* é de 342 + 36 = 378 e a probabilidade é de *p* = 378/1081 ≈ 0,3497.

7.4 Calculando a probabilidade das cartas comunitárias serem favoráveis

Sabe-se que uma mão de pôquer pode acabar antes do *show-down*, mas pode ser que a mão seja desenvolvida até o *show-down*. Lembrando, que nesse caso, a ordem de abertura das cartas não importam, então temos $C_{50,5}$ = 2118760 combinações para as cartas restantes.

7.4.1 Probabilidade de completar, pelo menos, uma trinca de 10

Considerem agora que o jogador tenha um par de 10 nas mãos, basta então que saia nas cinco cartas restantes pelo menos mais um 10 para se ter uma trinca. Assim temos 2 x $C_{48,4}$ = 389160 possibilidades para o terceiro 10. Tem-se ainda a possibilidade de aberto dos dois reis restantes, dessa forma obtêm-se 1 x $C_{48,3}$ = 17296 combinações com dois reis. Logo a probabilidade de formar pelo menos uma trica é de *p* = (389160 + 17296)/ 2118760 = 406456/2118760 ≈ 0,1918 = 19,18%.

7.4.2 Probabilidade de formar, pelo menos, um *flush*

Supondo que o jogador tenha duas cartas de espadas, para formar flush é preciso de pelo menos mais três cartas de espadas entre as cinco que serão abertas. Portanto temos $C_{11,3}$ x $C_{39,2}$ = 122265. Como abrindo quatro cartas de espadas ainda teremos flush, as possibilidades são $C_{11,4}$ x $C_{39,1}$ = 12870, e ainda, abrindo cinco cartas de espadas temos flush, segue-se $C_{11,5}$ = 462. Portanto são 122262 + 12870 + 462 = 135597 casos favoráveis e com isso a probabilidade de se obter pelo menos um *flush* é de *p* = 135597/2118760 ≈ 0,064 = 6,4%.

8 Considerações Finais

A partir dos pontos abordados neste trabalho, acredita-se ser possível dar uma nova "cara" ao ensino das probabilidades desenvolvido no ensino médio, tornando-o mais atrativo, dinâmico, prazeroso e permitindo uma associação mais abrangente dos itens e condições dispostos na Teoria das Probabilidades.

Mudando o modo de visualização do pôquer, quebrando o preconceito que norteia esse jogo, analisando friamente e imparcialmente os conceitos matemáticos envolvidos em tal modalidade, permite-se que seja possível utilizá-lo para o desenvolvimento matemático, para aguçar o raciocínio lógico, para uma interação relacional e pode ainda, ajudar os colegas professores a melhorar suas técnicas de transmissão e direcionamento do conhecimento proposto.

Vale destacar que não é de intenção desse trabalho formar jogadores profissionais em tal área, mas sim permitir de uma forma diferenciada, que o educando possa aprender de uma maneira divertida que chances tem de obter êxito quando corre determinado risco e se o risco vale a pena, tornando-se assim mais racional, interacional, disciplinado e perseguidor de alternativas diversas para problemas diversos.

Associando assim o jogo de pôquer, que está entre os esportes que mais cresce no mundo, com atividades lúdicas e com problemas pontuais, percebe-se que a aceitação do ensino da teoria das probabilidades pode dar-se de uma forma mais facilitada e abrangente, e ainda ter um melhor aproveitamento do aprendizado, o que nos leva em direção a um ensino matemático mais eficaz e menos repulsivo aos olhos daqueles que tremem ao ouvir a palavra problema.

Assim buscou-se construir uma proposta pedagógica recheada de situações e questionamentos que prendem a atenção e despertam o questionamento de se o risco após calculado realmente é válido, e quando se fala em correr risco lembra-se logo de nossos jovens alunos que adoram se arriscar em quase tudo que fazem em sua vida. Então foi exposto neste trabalho, uma possibilidade para o uso do lúdico para o aprendizado da matemática, é fato que não se esgotam aqui as possibilidades, mas mostra um caminho e um modo mais radical de se ensinar matemática/probabilidade.

9 Apêndice

9.1 Aula 1

Aula com duração de 2 horas/aula (1h40min).

• Objetivos.

- Adquirir conhecimento acerca da história do pôquer;
- Aprender as regras as regras básicas do pôquer, na modalidade *Texas Hold'em*;
- Compreender o Ranking de Mãos e verificar o porquê da diferente valorização de cada uma;

• Público-alvo.

Alunos do 2º ano do Ensino Médio que estejam estudando combinatória e probabilidade.

• Metodologia.

- Revisão dos principais conceitos da combinatória e da Probabilidade: Princípio Fundamental da Contagem, Combinações Simples, Arranjos Simples e a Definição Clássica da Probabilidade;
- Esclarecimento sobre a situação legal do pôquer no país;
- Apresentação do jogo do pôquer e suas regras na modalidade *Texas Hold'em*;
- Apresentação e discussão do Ranking de Mãos;
- Realização de atividade que verifique as probabilidades que justifiquem o ranking das mãos do pôquer;
- Avaliação dos resultados obtidos.

9.2 Aula 2

• Duração de 2 horas/aula (1h40min)

• Objetivos.

- Absorver o conceito de jogo da mente.
- Entender a importância dos jogos da mente;
- Compreender o porquê do *Texas Hold'em* ser considerado jogo da mente;

• Público-alvo.

Alunos do 2º ano do Ensino Médio que estejam estudando combinatória e probabilidade.

• Metodologia.

- Divisão dos alunos em grupos de 5 a 8 componentes.

- Distribuir textos acerca do tema entre os grupos para que possa lê-los e discuti-los;
- Organizar exposição oral dos grupos para que os mesmos possam explanar o que entenderam dos textos.
- Esclarecimento sobre a situação legal do pôquer no país;
- Avaliação dos conhecimentos adquiridos.

9.3 Aula 3

Aula com duração de 2 horas/aula (1h40min).

• Objetivos.

- Fixar as regras do *Texas Hold'em* através da prática do jogo.

• Público-alvo.

Alunos e professores do 2º ano do Ensino Médio que estejam estudando combinatória e probabilidade.

• Metodologia

- Divisão da turma em grupos de 8 alunos;
- Distribuir e forma igualitária as fichas entre os integrantes de cada grupo;
- Colocar o jogo em prática;
- Fiscalizar e instruir os alunos em sua prática;
- Discutir com os alunos e/ou colegas o aprendizado adquirido com o jogo.

9.4 Aula 4

• Aula com duração de 2 horas/aula (1h40min).

• Objetivos.

- Aprender a ler, analisar e resolver problemas que envolvam as probabilidades do *Texas Hold'em*.

• Metodologia

- Apresentação problemas que envolvam o jogo;
- Aplicação dessas situações com as cartas modelando cada problema.
- Discussão das situações resultados obtidos.

9.5 Aula 5

• Aula com duração de 2 horas/aula (1h40min).

• Objetivos.

- Avaliar os conhecimentos relacionados à teoria das probabilidades aprendidos com o *Texas Hold'em*.

• Metodologia

- Apresentação problemas que envolvam o jogo;
- Correção dos problemas atribuindo uma nota de 0 a 10 para mensuração dos conhecimentos obtidos (lembrando que a nota obtida nem sempre reflete o aprendizado adquirido, no entanto no ensino aplicado no Brasil há a necessidade de valoração numérica do conhecimento).
- Correção e discussão dos problemas com os alunos, para possíveis contestações dos resultados obtidos.

Referências Bibliográficas

ALEA. Combinações possíveis no Texas Hold'em. Disponível em: <http://www.alea.pt/html/galvirt/html/galv0012-2/docs/mat.pps>. Acesso em: 30 de dez. de 2014.

AMARAL JR., Willian do; FREITAS, Karla Horti. Laudo Pericial Oficial do Instituto de Criminalistica da Secretaria de Segurança Pública do Estado de São Paulo. 2013. p. 25.

AMIGOS DO TEXAS HOLDEM. Regras do Texas Hold'em. Disponível em: <http://www.amigosdotexasholdem.wordpress.com>. Acesso em: 30 de dez. de 2014.

BERNOULLI, Jakob. Ars Conjectandi. 1713. p. 17. Disponível em: <http://www.estatisti.co/2013/02/probabilizando-probabilidade-um-pouco.html>. Acesso em: 12 jan. de 2015.

BRAGHIROLLI, Elaine Maria . Psicologia Geral. 2010. p. 94.

BRASIL. Decreto-Lei nº 3688, de 3 de outubro de 1941. Lei das contravenções penais. Rio de Janeiro, RJ, 1941. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/del3688.htm>. Acesso em: 02 jan. de 2015.

BRUNO FOSTER. Brasileiro no *WSOP*. Disponível em: <http://www.brunofoster.com/pt/bruno-foster/>. Acesso em: 10 de jan. de 2015.

BSOP. Disponível em:<http://www.bsop.com.br/bsop>. Acesso em: 11 de jan. de 2015.

CARTAS NA MESA. Poker no Brasil. Disponível em:<http://www.cartasnamesapoker.com/bruno-foster-e-o-oitavo-colocado-no-mundial-de-poker/>. Acesso em: 11 de jun. de 2015.

DAN SCIENTIA. História do poker. Disponível em: <http://dan-scientia.blogspot.com/2011_12_01_archive.html>. Acesso em: 04 de jan. de 2015.

DAVY, Lee. Discussão: O Pôquer Deveria Integrar a Grade Curricular de Matemática do Ensino Fundamental. 2014. p.27. Disponível em: <http://www.pokerlistings.com>. Acesso em: 28 dez. de 2014.

EBAH. História das probabilidades. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAGYgAF/trabalho-probab1>. Acesso em: 02 de jan. de 2015.

FRIEDMAN, Adriana. O lúdico no processo ensino-aprendizagem. 2000. p. 24. Disponível em: <http://need.unemat.br/4_forum/artigos/elia.pdf>. Acesso em: 13 jan. de 2015.

FULLTILTPOKER. Glossário do pôquer. 2014. p. 31. Disponível em: <http://www.fulltiltpoker.com/pt/poker/glossary>. Acesso em: 30 dez. de 2014.

INDÚSTRIA CRIATIVA. Cartas do baralho de poker. Disponível em: <http://industriacriativa.espm.br/2013/do-baralho-a-origem-das-cartas/>. Acesso em: 30 abril de 2014.

LAPLACE, Pierre Simon. Teoria Analítica das Probabilidades. 1814. p. 18. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1468-6.pdf>. Acesso em: 12 jan. de 2015.

MATEMATIQUÊS. Probabilidade. Disponível em: <http://www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=29>. Acesso em: 07 de jan. de 2015.

MORA, Hugo. Matemática do Pôquer: Probabilidade de Acertar a Mão. 2008. p. 28. Disponível em: <:http://www.cardplayerbrasil.com/site/revistas_ver2.asp?ed=15&cod=355>. Acesso em: 02 jan. de 2015.

NOBRE, Neimar Ferreira. A Utilização do Jogo como Recurso Didático-Pedagógico no Ensino de Geografia: algumas reflexões a partir dos estudos de Piaget. 2010. p. 24.

PARÂMETROS Curriculares Nacionais. 2001.

PASCAL, Blaise; FERMAT, Pierre. Teoria das Bananas. 1654. p. 15. Disponível em: <http://www.trabalhosfeitos.com/ensaios/Teoria-Das-Bananas-Aplicadas/66515290.html>. Acesso em: 12 jan. de 2015.

POKER DICAS. Poker. Disponível em: <http://pokerdicas.com/regras/ranking-das-maos-de-poker/>. Acesso em: 21 de fev de 2015.

POKER NEWS: Regras do poker. Disponível em: <http://br.pokernews.com/poker-faq/poker-basics.htm>. Acesso em: 07 de jan. de 2015.

POKER STARS. Jogadas e rankings de mãos no *Texas Hold'em.* Disponível em: <https://www.pokerstars.com/br/poker/games/rules/hand-rankings>. Acesso em 02 de jan. de 2015.

PORTAL R7. Dicionário informal. Disponível em: <http://www.dicionarioinformal.com.br/blefar/>. Acesso em 02 de abril de 2015.

PREZI. Blaise Pascal. Disponível em: <https://prezi.com/ffoamprdlm6e/blaise-pascal/>. Acesso em: 05 de fev. de 2015.

SILVA, Arlindo Costa e. Antologia dos Imortais. 2000.

SKLANSKY, David. Os Aspectos Positivos do Poker - Título Original: "Positive Aspects of Poker". 2011. Disponível em: <http://www.livrosgratis.pokersemdeposito.com/livros_de_poker_pagina_5.html>. Acesso em: 30 dez. de 2014.

SÓ MATEMÁTICA. Fermat. Disponível em:<www.somatematica.com.br/biograf/fermat.php>. Acesso em: 11 de jun. de 2015.

TOREZZAN, Cristiano. Entrevista ao site Caderno de Educação. 2013. Disponível em: <http://www.cadernodeeducacao.com.br/news/poker-como-instrumento-pedagogico/>. Acesso em: 29 dez. de 2014.

UOL. Brasileiro faz história no poker. Disponível em: <http://espn.uol.com.br/noticia/425602_brasileiro-faz-historia-e-chega-a-final-de-evento-principal-na-world-series-of-poker>. Acesso em: 10 de jun. de 2015.

WIKIBOOKS. Triângulo de Pascal. Disponível em: https://pt.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1tica_divertida/Tri%C3%A2ngulo_de_Pascal. Acesso em: 05 de mar. de 2015.

WIKIPÉDIA. Osso Talús. Disponível em:<https://pt.wikipedia.org/wiki/T%C3%A1lus>. Acesso em: 05 de mar. de 2015.

WIKIPÉDIA. Tabela de jogadas. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Tabela_de_jogadas_do_p%C3%B4quer>. 13 de jun. de 2015.