



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE - UFAC
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA



LADISLAU DE OLIVEIRA DOS SANTOS

**JUROS: UMA ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA
COTIDIANA**

RIO BRANCO
2015



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE - UFAC
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA



LADISLAU DE OLIVEIRA DOS SANTOS

**JUROS: UMA ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA
COTIDIANA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior

Coorientador: Prof. Dr. Wenden Charles de Souza Rodrigues

RIO BRANCO/AC
Agosto/2015

© SANTOS, L. O., 2015.

SANTOS, Ladislau de Oliveira dos. **Juros: uma abordagem da matemática financeira cotidiana**. Rio Branco, 2015. 88f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UFAC

S237j Santos, Ladislau de Oliveira dos, 1974-

Juros: uma abordagem da matemática financeira cotidiana / Ladislau de Oliveira dos Santos. -- Rio Branco: UFAC/Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, 2015.

88f. : il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Acre (UFAC), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Inclui bibliografia

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior

Coorientador: Prof. Dr. Wenden Charles de Souza Rodrigues

1. Juros. 2. Capitalização. 3. Matemática financeira. 4. Consumo e consumismo. 5. Investimento. I. Título.

CDD: 332.8

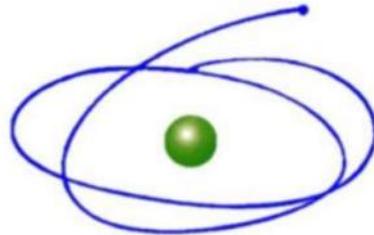
CDU: 336.781

Agostinho Sousa Crb11-547

COLABORADORES



Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA



C A P E S

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE – UFAC
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - CCET
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Juros: uma abordagem da Matemática Financeira cotidiana

Autor (a) : Ladislau de Oliveira dos Santos
Orientador (a): Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Acre – PROFMAT/UFAC, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre.

Examinado (a) por:

.....
Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior
(Orientador e Presidente da Banca - UFAC)

.....
Prof. Dr. Edcarlos Miranda de Souza
(Membro Interno - UFAC)

.....
Prof. Msc. Alessandro Mendonça Nasseralla
(Membro Externo - IMCF)

Rio Branco, Acre
Agosto de 2015

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus, à minha família, aos meus irmãos e amigos que conquistei até aqui, àqueles para quem já lecionei e àqueles que não de ser alcançados pela minha paixão por aprender e ensinar.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por seu amor, paciência, perdão e graça, ante as minhas incontáveis falhas, por me dar o ar, o sol, a terra, a água, enfim, a vida.

À minha amada esposa Alyssandra Moraes e aos nossos preciosos frutinhas: Alyne Rebeca e Alana Raabe, que me apoiaram, quase sempre entendendo minhas ausências, foram presentes nos momentos de intenso estudo, quando, por vezes, me privei de suas companhias para me dedicar nas incontáveis viagens e fins de semana em frente ao computador. A vocês, minha gratidão!

À Universidade Federal do Acre – UFAC, onde concluí o curso Licenciatura em Matemática, em 1997, onde também prossegui os estudos cujo auge é a conclusão da presente pós-graduação.

Aos professores e professoras do curso, cuja contribuição foi essencial em minha caminhada até aqui.

Ao Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior, que regou minha ideia inicial, e me orientou com paciência, muita paciência – e de quem os ensinamentos e colaboração foram imprescindíveis para a realização de mais um sonho. Também aos professores da Banca Examinadora, Alessandro Nasserala e Edcarlos Miranda de Souza, pelas indispensáveis contribuições.

Pela prima companhia nesta jornada, aos meus colegas de curso, especialmente os mais próximos, que a meu ver, formam a melhor e mais afinada turma de mestrado do mundo: Gilmar Macedo, Mara Rykelma, Francisca Iris, Orlielton Pereira, Ricardo Tamburini, Henrique Yokoyama, Leylane Hadad, Moezio Lima, Mustafa Sahid, Ricardo Moura e Wilson Melgar. Muito obrigado pela força e ajuda mútua, e pelo exemplo de colaboração e de trabalho em equipe!

À minha mãe Maria Gonzaga (*in memoriam*), por me ensinar a respeitar, a amar a natureza e a vida, e a perdoar. Ao meu amado pai Aldo Ângelo, por me ter dado a vida e por ter contribuído para que eu enxergasse o Caminho.

Aos meus irmãos e amigos Arquelau de Oliveira, Rute Nascimento, Moisés Gabriel, Solange Maria Gabriel de Moraes, Mário Lázari, que constantemente me hospedam na capital acriana e, em Porto Velho, ao Mário Rezende, Pedro Costa Santos e Alessandra Borges e Alex Lucena.

Aos meus amigos Prof. Edcarlos, Arquelau e Grilo por terem se debruçado na criteriosa leitura e primorosa revisão deste trabalho. Obrigado, pela leitura crítica e sugestões!

Aos colegas da Justiça Eleitoral de Mato Grosso do Sul, Marcos Anelli, Elizana de Jesus, Jair Ávilla, Vera Maria, Brenno Sá, Giseli e Evani Raggi, pelo apoio, compreensão e incentivo.

Para a glória de Deus.

“Ó profundidade das riquezas, da sabedoria e da ciência de Deus! quão inescrutáveis são os seus juízos e quão impenetráveis os seus caminhos! Pois quem conheceu a mente do Senhor? ou quem se fez o seu conselheiro? ou quem lhe deu primeiro, para que lhe seja retribuído? Pois dele, por ele e para ele são todas as coisas; a ele seja dada a glória para sempre. Amém.” (Bíblia Sagrada – Sociedade Bíblica Britânica – Português © 2012).

RESUMO

As experiências vividas por professor e aluno em sala de aula devem levar em conta a relação entre o conhecimento científico e o saber cotidiano, tornando o saber-construído mais aplicável. Este trabalho busca contribuir para uma melhor compreensão do fenômeno econômico dos juros e capacitar o aluno para aplicar os conhecimentos de matemática financeira no planejamento e controle dos gastos de seu grupo familiar. A partir de breve análise do conhecimento prático dos estudantes de escolas públicas no campo da matemática financeira, e das dificuldades enfrentadas por ele, apresentamos a proposta de um texto e de uma Cartilha Educativa com um conteúdo ensinado no Ensino Médio escolar e que, se dominado, pode mostrar-se muito útil nas vivências financeiras do dia a dia.

Palavras-chave: Juros. Capitalização. Matemática Financeira Cotidiana. Consumo. Consumismo. Investimento.

ABSTRACT

The experiences of teacher and student in the classroom should take into account the relationship between scientific knowledge and everyday knowledge, making knowledge built more applicable. This work seeks to contribute to a better understanding of the economic phenomenon of interest and enable the student to apply financial math skills in planning and controlling expenses of their family group. From brief analysis of the practical knowledge of public school students in the field of financial mathematics, and the difficulties faced by him, we present the proposal of a text and an educational booklet with a content taught in school high school and that if mastered , may prove very useful in financial experiences of everyday life.

Key-words: Interest. Capitalization. Mathematics Financial Daily. Consumption. Consumerism. Investment.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Total de dívidas de Joaquim.	23
Tabela 2: Lucro dos Bancos no 1º semestre do ano 2000.	36
Tabela 3: Lucro dos cinco maiores bancos nos anos 2013-2014	36
Tabela 4: Retorno Sobre Investimento (ROI) dos Bancos no cenário mundial (anos 2010-2014)	37
Tabela 5: Juros Simples e a Função Linear	40
Tabela 6: Desenvolvimento da Equação Fundamental de Juros Compostos	43
Tabela 7: Fator de Acumulação de Capital $a_n = (1 + i)^n$	44
Tabela 8: Montante de $M_n = 15 \cdot (1,07)^n$.	47
Tabela 9: Elasticidade Preço-Demanda	57

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: A importância da Matemática Financeira no cotidiano (Inst. Lourenço Filho).	20
Gráfico 2: A importância da Matemática Financeira no cotidiano (Escolas Consulesa & Maria Eliza).	20
Gráfico 3: Conhecimento variação percentual (Inst. Lourenço Filho).	21
Gráfico 4: Conhecimento variação percentual (Escolas Consulesa & Maria Eliza).	21
Gráfico 5: Salário líquido e despesas a descoberto (Inst. Lourenço Filho).	22
Gráfico 6: Salário líquido e despesas a descoberto (Escolas Consulesa & Maria Eliza)	22
Gráfico 7: Despesas a descoberto e reajuste salarial (Inst. Lourenço Filho)	24
Gráfico 8: Despesas a descoberto e reajuste salarial (Escolas Consulesa & Maria Eliza)	24
Gráfico 9: Decisão: preço <i>versus</i> vida útil da mercadoria (Inst. Lourenço Filho)	25
Gráfico 10: Decisão: preço <i>versus</i> vida útil da mercadoria (Escolas Consulesa & Maria Eliza)	25
Gráfico 11: Conhecimento sobre juros simples (Inst. Lourenço Filho).	26
Gráfico 12: Conhecimento sobre juros simples (Escolas Consulesa & Maria Eliza)	26
Gráfico 13: Conhecimento sobre juros compostos e limitação legal dos juros (Inst. Lourenço Filho).	27
Gráfico 14: Conhecimento sobre juros compostos e limitação legal dos juros (Escolas Consulesa & Maria Eliza).	27
Gráfico 15: Conhecimento sobre juros compostos (Inst. Lourenço Filho)	28
Gráfico 16: Conhecimento sobre juros compostos (Escolas Consulesa & Maria Eliza).	28
Gráfico 17: Comparação de dívidas: juros simples <i>versus</i> juros compostos (Inst. Lourenço Filho).	29
Gráfico 18: Comparação de dívidas: juros simples <i>versus</i> juros compostos (Escolas Consulesa & Maria Eliza).	29
Gráfico 19: Função linear (Juros Simples)	41
Gráfico 20 : Função de Juros Compostos - Exponencial $M_n = 15 \cdot (1,07)^n$	47

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Calculadora do Cidadão: Correção de Valores pela SELIC (digitação dos dados)	34
Figura 2: Calculadora do Cidadão: Correção de Valores pela SELIC (resultado)	34
Figura 3: O ciclo bancário: o banco como intermediador financeiro	35
Figura 4: Propaganda de produto em vitrine de loja virtual.	50
Figura 5: Taxa de juros por atraso no Cartão de Crédito Visa do Banco Caixa Econômica Federal.	51
Figura 6: Histórico de variação de preços do produto	52
Figura 7: Tela Banco do Brasil. Https: segurança.	53
Figura 8: Cálculo da inflação acumulada	57
Figura 9: Captação da poupança até julho de 2015	61
Figura 10: Modalidades de investimento no mercado financeiro.	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Estrutura das questões do simulado.	19
Quadro 2: O estudo da matemática financeira no ensino médio e aplicabilidade na vida pessoal.	20
Quadro 3: Conhecimento sobre cálculo de variação percentual de preços	20
Quadro 4: Cálculo do salário líquido e despesas a descoberto	22
Quadro 5: Despesas a descoberto e reajuste salarial	23
Quadro 6: Decisão de compra: preço <i>versus</i> vida útil da mercadoria	25
Quadro 7: Conhecimento sobre cálculo do montante da dívida (juros simples)	26
Quadro 8: Conhecimento sobre cálculo do montante da dívida (juros compostos) e limitação legal dos juros	27
Quadro 9: Conhecimento sobre montante de dívida (juros compostos)	28
Quadro 10: Comparação de dívidas: juros simples <i>versus</i> juros compostos	29
Quadro 11: Melhores formas de investir o dinheiro no mercado financeiro	62

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	16
2	ESTUDO DE CASO: o conhecimento em Matemática Financeira dos estudantes do Ensino Médio.....	18
2.1	Procedimentos metodológicos	19
2.2	Resultados.....	19
3	A MATEMÁTICA FINANCEIRA COTIDIANA	30
3.1	Da moeda e do dinheiro	30
3.2	Do conceito, da finalidade e da classificação dos juros.....	31
3.3	Dos bancos e do lucro	34
3.4	Variação percentual e fator de atualização	38
3.5	Juros simples	39
3.6	Juros compostos	43
3.7	Cuidados com as compras parceladas e com o Cartão de Crédito	49
3.8	Noções de Teoria do Consumidor e elasticidade econômica	53
3.9	Problemas envolvendo Inflação	58
3.10	Orientando os investimentos	60
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES.....	63
	REFERÊNCIAS.....	64
	APÊNDICE A – Simulado “Oficina em Sala de Aula”	67
	APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE	69
	APÊNDICE C – Cartilha Financeira Educativa.....	70

1 INTRODUÇÃO

Em uma sociedade cada vez mais consumista, na qual se valoriza mais o ter, e não o ser, a prática da compra, muitas vezes por simples prazer, tem levado multidões ao vale da dívida, levantando ondas devastadoras capazes de minar a paz, o sossego e a unidade do seio familiar.

Especialistas nas mais diversificadas redes de comunicação sempre alertam os cidadãos e consumidores sobre os perigos associados ao consumo desenfreado – sem planejamento – e sobre o quanto isso pode rapidamente provocar um desequilíbrio financeiro capaz de conduzi-los à falência, que é quando o total de dívidas (o passivo) supera o valor dos bens (os ativos).

Esses perigos associados ao consumo convivem tanto com a propulsão inerente ao ser humano, de depositar em coisas sua esperança de felicidade, como na própria inabilidade de controlar despesas essenciais e básicas, tais como água, luz e telefone.

A debilidade das pessoas em lidar com o dinheiro e com o consumo é apontada em diversas pesquisas realizadas no Brasil e no mundo.

Há diversos fatores que podem influenciar o comportamento das pessoas e culminar com o endividamento delas. Dentre os quais, podemos citar a *compra impulsiva*, o *materialismo*, o *valor do dinheiro* e a *analfabetização financeira*.

A compra impulsiva é caracterizada pelo consumo não-planejado (Stern, 1962 apud Veludo-de-Oliveira, Ikeda & Santos, 2004) e, conforme define Rook e Fisher (1995, p. 306) apud Veludo-de-Oliveira, Ikeda & Santos (2004), é “a tendência do consumidor a comprar espontaneamente, sem reflexão, de forma imediata [...], estimulado pela proximidade física do objeto desejado, dominado pela atração emocional e absorvido pela promessa de gratificação mediata”.

No tocante à compra por impulso, percebe-se que grande parte dos consumidores ignora o limite do próprio bolso. Em uma pesquisa encomendada pelo SPC Brasil, e realizada em todas as capitais brasileiras, 53% dos consumidores admitiram ter realizado pelo menos uma compra por impulso nos últimos três meses (abril a junho/2015). A Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas – CNDL e o SPC estimam que 57 milhões de brasileiros atingiram a inadimplência no primeiro semestre de 2015, o que inclui os atrasos em empréstimos bancários, em contas de serviços e pagamentos ao comércio (SPC Brasil, 2015).

Richins & Dawson (1992) apud Kunkel, Vieira & Potrich (2015) definem o materialismo como sendo o valor que o indivíduo confere à posse e à aquisição de bens materiais como objetivos da vida, de sucesso, de *status* social e a chave para a felicidade.

Quanto ao valor do dinheiro, Macedo Jr., Kolinski e De Moraes (2011) apud Kunkel, Vieira e Potrich (2015) entende que cada indivíduo relaciona o dinheiro ao esforço e a satisfação que este lhe proporciona. Na cultura consumista os indivíduos adquirem e consomem bens buscando felicidade, prazer e prestígio social (Roberts & Jones, 2001).

Por fim, outro fator de influência no comportamento de compras das pessoas é a alfabetização financeira, que pode ser entendida como uma combinação de conhecimentos, habilidades, atitudes e comportamentos necessários para a tomada de decisão e o alcance do bem-estar financeiro (OECD, 2013, Kunkel, Vieira e Potrich, 2015). Para Jorgensen e Savla (2010) apud Kunkel, Vieira e Potrich (2015), a alfabetização financeira é a relação entre os conceitos de conhecimento financeiro, atitude financeira e comportamento financeiro.

Ademais, a expansão da oferta de crédito no atual cenário brasileiro, e a ampliação cada vez maior dos prazos de pagamentos de compras, surpreendem indivíduos inábeis financeiramente, o que contribui para o descontrole nas contas, seja pelo atraso por mero esquecimento, seja decorrente do consumo exacerbado ou de imprevistos, e faz nascer os juros, o que pode desencadear uma geração de pessoas endividadas, frustradas e sem capacidade de investimento, conseqüentemente, uma geração dependente, sem senso crítico e improdutiva.

O saber matemático é imprescindível para uma vida abundante no terreno das finanças, de modo que uma educação financeira deficitária é um problema que pode ser trabalhado didaticamente no ambiente escolar.

A escola precisa olhar para além de suas fronteiras, aproveitando o saber já trazido com o aluno para a sala de aula, contextualizando-o com o saber já estruturado nos livros didáticos, de forma crítico-construtiva. Deve conduzir o aluno na compreensão da sua realidade de vida e a aplicar os conhecimentos e ferramentas de que a matemática dispõe, contribuindo para uma formação cidadã plena.

A experiência vivida por docente e aluno na sala de aula pode perfeitamente retratar a relação entre o conhecimento científico e cotidiano do aprendiz, tornando o ensino-aprendizado mais atrativo e instigante. É preciso manter uma ponte entre o saber empírico do

aluno e aquele proposto pela experiência do professor, visando à formação de pessoas mais conscientes, responsáveis, críticas e, portanto, livres.

Diante deste cenário, este estudo ganha sentido na medida em que propõe levar o estudante a refletir sobre as situações do dia a dia relacionadas com a matemática financeira, interpretando-as à luz dos conhecimentos apreendidos em sala de aula, objetivando suprir eventuais deficiências de aprendizagem e capacitá-lo a melhor planejar e controlar os gastos de seu grupo familiar.

Este trabalho busca contribuir para uma melhor compreensão do fenômeno econômico dos juros e da importância da aplicação dos conhecimentos de matemática financeira no dia a dia do aluno.

A partir de breve análise do conhecimento prático dos estudantes no campo da matemática financeira, bem como das dificuldades enfrentadas por eles, este trabalho propõe-se a apresentar um texto com um conteúdo mínimo e essencial ao estudante do Ensino Médio e também ao melhor exercício da cidadania ao longo de sua vida como pessoa.

O trabalho está dividido em quatro capítulos, incluindo a introdução, onde é apresentado o enfoque e a extensão do trabalho, a base teórica, os objetivos e a justificativa. No segundo capítulo, é apresentado um estudo de caso, resultado de uma oficina realizada com alunos do último ano do Ensino Médio. O terceiro capítulo apresenta uma proposta de texto (conteúdo mínimo) para “a matemática financeira cotidiana”, considerando a matemática do dia a dia do aluno. No quarto capítulo, são apresentadas as considerações finais do trabalho, suas limitações e sugestões para estudos futuros.

2 ESTUDO DE CASO: o conhecimento em Matemática Financeira dos estudantes do Ensino Médio

Neste capítulo abordaremos o resultado de um estudo de caso, uma breve análise dos conhecimentos de Matemática Financeira de estudantes do Ensino Médio, a partir de uma oficina realizada em sala de aula.

A Oficina foi realizada nos dias 25 e 26 de junho de 2015, junto a 108 estudantes, matriculados no 3º Ano do Ensino Médio na Escola Municipal Consulesa Margarida Maksoud Trad e na Escola Estadual Maria Eliza Bocaiúva Correia da Costa Margarida, em Campo Grande/MS – 02 turmas, totalizando 43 alunos – e, também, no Instituto de Educação Lourenço Filho, em Rio Branco/AC – 03 turmas, totalizando 65 alunos.

Após solicitação via ofício, foi autorizada a pesquisa com alunos voluntários, os quais manifestaram o interesse por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE, e posterior participação direta na oficina (resolução do simulado).

2.1 Procedimentos metodológicos

Foi elaborado um simulado para a oficina, composto de 08 questões. A análise se concentrou em 05 questões capazes de atender aos objetivos do presente trabalho. São questões do dia a dia do aluno, tais como recortes de contas de água, energia, telefone-*internet*, cartão de crédito, conforme **Quadro 1** a seguir:

Quadro 1: Estrutura das questões do simulado.

Questão nº	Estilo de resposta	Histórico da questão
01	Múltipla escolha.	Sobre a importância do estudo da matemática financeira no Ensino Médio.
02	Múltipla escolha. Envolve cálculo simples (percentagem).	Sobre aumentos sucessivos no preço de um produto.
03	Aberta (discursiva). Envolve cálculos (soma de despesas e de juros), frente ao salário.	Envolve controle das despesas do dia a dia (água, energia, aluguel prestações), controle orçamentário (salário) e juros por atrasos no pagamento.
04	Aberta (discursiva). Envolve cálculos do valor presente.	Envolve escolhas de mercadoria, ante os preços e a vida útil. Questão um pouco mais complexa, pois envolve cálculo do valor presente de um bem.
05	Escolha entre V (verdadeiro) ou F (falso). Para uma resposta segura, carece de cálculo, mas não requer o necessário uso de calculadora.	Envolve limitação legal de juros (12% a.a.) e a comparação entre dívidas a juros simples e a juros compostos.

Fonte: O próprio autor.

Os resultados foram ilustrados por meio de gráficos e tabelas, e serviram de base para a apresentação de uma proposta de um texto e de uma Cartilha Educativa, com um conteúdo ensinado no Ensino Médio escolar e que, se dominado, pode mostrar-se muito útil nas vivências financeiras do dia a dia.

2.2 Resultados

Buscando compreender o que pensam os alunos sobre a importância da matemática financeira no dia a dia, os estudantes foram questionados sobre “*se o ensino da matemática financeira no Ensino Médio seria útil e aplicável à vida pessoal*” (Questão 1). O Quadro 2, a seguir, apresenta os resultados:

Quadro 2: O estudo da matemática financeira no ensino médio e aplicabilidade na vida pessoal.

Escola	Gráficos	Resposta esperada
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	<p>Gráfico 1: A importância da Matemática Financeira no cotidiano (Inst. Lourenço Filho).</p> <p> <input checked="" type="checkbox"/> 3,1% <input checked="" type="checkbox"/> 96,9% </p> <p> <input checked="" type="checkbox"/> a) Poderá ser útil e perfeitamente aplicável em sua vida pessoal? <input checked="" type="checkbox"/> b) Não faz diferença. </p>	A importância do estudo da matemática financeira e sua utilidade e aplicabilidade.
Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.	<p>Gráfico 2: A importância da Matemática Financeira no cotidiano (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p> <p> <input checked="" type="checkbox"/> 11,6% <input checked="" type="checkbox"/> 88,4% </p> <p> <input checked="" type="checkbox"/> a) Poderá ser útil e perfeitamente aplicável em sua vida pessoal? <input checked="" type="checkbox"/> b) Não faz diferença. </p>	

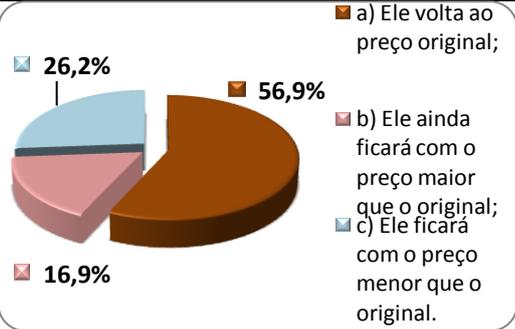
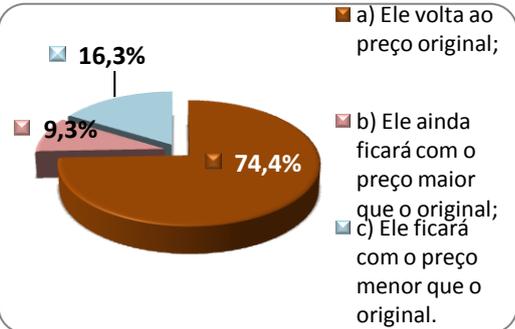
Fonte: Próprio autor.

Como se observa nos gráficos acima, 96,9% dos alunos (Instituto Lourenço Filho), e 88,4% (Escolas Consulesa & Maria Eliza), responderam positivamente quanto à utilidade e aplicabilidade da matemática financeira na vida pessoal. O resultado é o esperado. Os estudantes identificaram no tema a relação com o dia a dia deles.

Na segunda questão do simulado objetivou-se saber dos alunos se eles detinham conhecimento sobre cálculos envolvendo porcentagem e aumentos sucessivos nos preços de mercadorias: “O preço de uma mercadoria sofre um aumento de 20%. Se dermos um desconto de 20% sobre o novo preço desta mercadoria, podemos afirmar que:” (Questão 2). O Quadro 3, a seguir apresenta os resultados:

Quadro 3: Conhecimento sobre cálculo de variação percentual de preços

Escola	Gráficos	Resposta esperada
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	Gráfico 3: Conhecimento variação percentual (Inst. Lourenço Filho).	c) Ele ficará com o preço menor que o original.

	 <p> a) Ele volta ao preço original; 56,9% b) Ele ainda ficará com o preço maior que o original; 16,9% c) Ele ficará com o preço menor que o original. 26,2% </p>	
<p>Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.</p>	<p>Gráfico 4: Conhecimento variação percentual (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p>  <p> a) Ele volta ao preço original; 74,4% b) Ele ainda ficará com o preço maior que o original; 9,3% c) Ele ficará com o preço menor que o original. 16,3% </p>	

Fonte: Próprio autor.

Como se observa nos gráficos acima, no Instituto Lourenço Filho 56,9% do público alvo erraram a questão, ao responderem que “o preço da mercadoria volta ao preço original”. Nas Escolas Consulesa & Maria Eliza, o percentual foi ainda maior: 74,4% responderam no mesmo sentido.

Esta é uma questão que sempre vem à baila nas aulas de matemática financeira. É muito comum estudantes e não estudantes pensarem erroneamente a este respeito. Em virtude disso, este dado é preocupante. A partir de cálculo bem simples, é possível perceber que em situações como esta o valor final sempre será menor que o original, uma vez que, ao ministrar o desconto, este incidirá sobre um valor maior que aquele no qual foi aplicado o aumento.

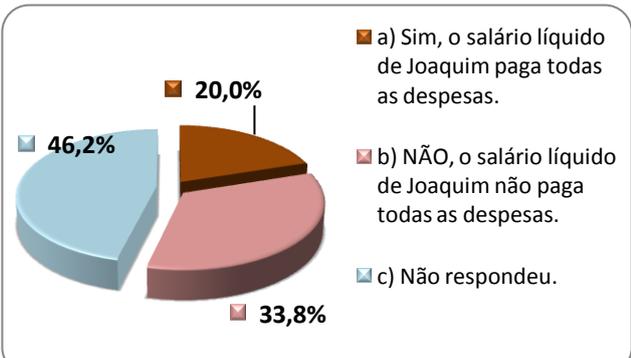
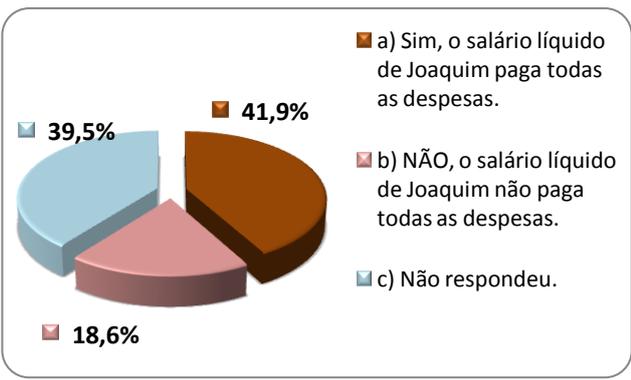
Para ilustrar o caso, imagine uma blusa que custe R\$ 100,00. Elevando o preço em 10%, o resultado será: $R\$ 100,00 + R\$ 10,00 = R\$ 110,00$. Ao ministrarmos um desconto de 10% sobre o novo valor (R\$ 110,00), temos: $10\% \text{ de } R\$ 110,00 = R\$ 11,00$. Logo, $R\$ 110,00 - R\$ 11,00 = R\$ 99,00$, um valor, portanto, menor que o inicial.

O estudante precisa saber que um simples cálculo é suficiente para resolver esta “eterna dúvida”. Este é um tema que sempre precisará ser reforçado em sala de aula.

A Questão 3 envolve controle das despesas do dia a dia (água, energia, aluguel prestações), controle orçamentário (salário) e juros por atrasos no pagamento. A análise concentrou-se a atenção nos itens *a* e *d*, uma vez que as repostas dos alunos divergiram significativamente nos demais itens da questão e não concorrem para os objetivos propostos.

Quando perguntado se “O salário líquido de Joaquim paga todas as despesas?”, 33,8% no Instituto Lourenço Filho responderam “não”, 20,0% responderam “sim” e 46,2% não responderam. Nas escolas Consulesa & Maria Eliza 18,6% responderam “não”, 41,9% responderam “sim” e 39,5% não responderam. Veja-se o gráfico a seguir:

Quadro 4: Cálculo do salário líquido e despesas a descoberto

Escola	Gráficos	Resposta esperada
<p>Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.</p>	<p>Gráfico 5: Salário líquido e despesas a descoberto (Inst. Lourenço Filho).</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ a) Sim, o salário líquido de Joaquim paga todas as despesas. ■ b) NÃO, o salário líquido de Joaquim não paga todas as despesas. ■ c) Não respondeu. 	
<p>Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.</p>	<p>Gráfico 6: Salário líquido e despesas a descoberto (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ a) Sim, o salário líquido de Joaquim paga todas as despesas. ■ b) NÃO, o salário líquido de Joaquim não paga todas as despesas. ■ c) Não respondeu. 	<p>b) NÃO, o salário líquido de Joaquim não paga todas as despesas.</p>

Para resolver esta questão, o aluno precisava, antes, descobrir o total de despesas do mês de janeiro: Veja-se:

Tabela 1: Total de dívidas de Joaquim.

Despesa	Valor R\$
Luz	57,50
Água	61,90
Telefone fixo	55,00
Aluguel	450,00
Alimentação	390,00
Lazer	150,00
Prestação moto	92,60
Combustível	45,00
Assinatura revista	18,00
Fatura cartão de crédito	660,00
Total	1.980,00

Fonte: O próprio autor.

Cálculo do salário líquido:

Salário bruto: R\$ 2.100,00

Valor do desconto: 12% de R\$ 2.100,00 = R\$ 252,00

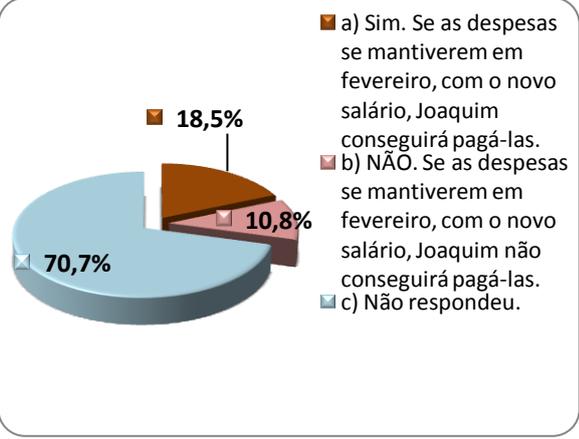
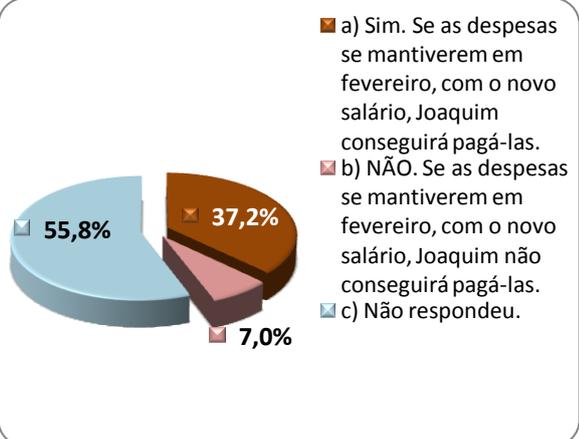
Salário líquido: R\$ 2.100,00 – R\$ 252,00 = R\$ 1.848,00.

Portanto, o salário de Joaquim não lhe permite pagar todas as suas contas. Esperava-se que o estudante compreendesse a necessidade de descontar os impostos governamentais.

Na Questão 3, quando perguntados se “*Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joaquim conseguirá pagá-las?*”, 18,5% no Instituto Lourenço Filho responderam “sim”, 10,8% responderam “não” e 70,7% não responderam. Nas Escolas Consulesa & Maria Eliza 37,2% responderam “sim”, 7,0% responderam “não” e 55,8% não responderam. Veja-se o gráfico a seguir:

Quadro 5: Despesas a descoberto e reajuste salarial

Escola	Gráficos	Resposta esperada
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	Gráfico 7: Despesas a descoberto e reajuste salarial (Inst. Lourenço Filho).	a) Sim. Se as despesas se mantiverem em

	 <p> a) Sim. Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joaquim conseguirá pagá-las. b) NÃO. Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joaquim não conseguirá pagá-las. c) Não respondeu. </p>	<p>fevereiro, com o novo salário, Joaquim não conseguirá pagá-las.</p>
<p>Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.</p>	<p>Gráfico 8: Despesas a descoberto e reajuste salarial (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p>  <p> a) Sim. Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joaquim conseguirá pagá-las. b) NÃO. Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joaquim não conseguirá pagá-las. c) Não respondeu. </p>	

Fonte: Próprio autor.

Para essa questão, a análise é a seguinte:

- Considere-se que não houve mudança na despesa de janeiro, ou seja, permanece em R\$ 1.880,00;
- Calcula-se o aumento de 20% no salário bruto de Joaquim: 20% de R\$ 2.100,00 = R\$ R\$ 420,00;

Portanto, o novo salário será de: R\$ 2.100,00 + R\$ R\$ 420,00 = R\$ 2.520,00;

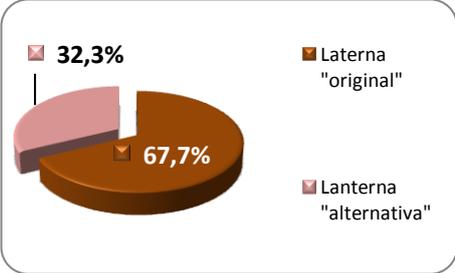
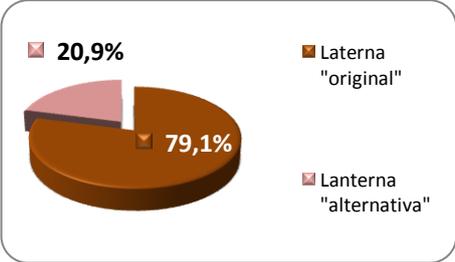
- Calcula-se o salário líquido de fevereiro, multiplicando-o por 0,88, ou seja, reduzindo 12%, que correspondem ao imposto do governo: $V_{\text{líquido}} = 2.520,00 \times 0,88 = \text{R\$ } 2.217,60$.

Dessa forma, o novo salário líquido de R\$ 2.217,60 cobre todas as suas contas, e ainda poderá poupar a diferença de R\$ 237,60.

Percebe-se deficiência considerável dos alunos: 10,8% responderam “não” em um grupo e 7,0% de outro responderam “não”, quando na verdade o cobre todas as suas contas.

A Questão 4 envolve escolha na hora da compra levando-se em conta o preço e a vida útil do bem. Questão um pouco mais complexa, pois envolve cálculo do valor presente de um bem. Texto da questão: “Uma lanterna do Gol, original, custa R\$ 280,00, e tem vida útil de 5 anos. Uma lanterna alternativa (paralela) custa R\$ 70,00, e tem vida útil de 1 ano. Marlene precisa trocar a lanterna de seu Gol. Considerando que o dinheiro rende 12% ao ano, que lanterna ela deve escolher?”. O resultado: 67,7%, no Instituto Lourenço Filho, e 79,1% nas escolas Consulesa & Maria Eliza, preferiram adquirir o lanterna original, o que é a, de fato, melhor opção. Veja o gráfico:

Quadro 6: Decisão de compra: preço *versus* vida útil da mercadoria

Escola	Gráficos	Resposta esperada						
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	<p>Gráfico 9: Decisão: preço <i>versus</i> vida útil da mercadoria (Inst. Lourenço Filho).</p>  <table border="1"> <caption>Dados do Gráfico 9</caption> <thead> <tr> <th>Opção</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Lanterna "original"</td> <td>67,7%</td> </tr> <tr> <td>Lanterna "alternativa"</td> <td>32,3%</td> </tr> </tbody> </table>	Opção	Porcentagem	Lanterna "original"	67,7%	Lanterna "alternativa"	32,3%	Lanterna “original”
Opção	Porcentagem							
Lanterna "original"	67,7%							
Lanterna "alternativa"	32,3%							
Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.	<p>Gráfico 10: Decisão: preço <i>versus</i> vida útil da mercadoria (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p>  <table border="1"> <caption>Dados do Gráfico 10</caption> <thead> <tr> <th>Opção</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Lanterna "original"</td> <td>79,1%</td> </tr> <tr> <td>Lanterna "alternativa"</td> <td>20,9%</td> </tr> </tbody> </table>	Opção	Porcentagem	Lanterna "original"	79,1%	Lanterna "alternativa"	20,9%	
Opção	Porcentagem							
Lanterna "original"	79,1%							
Lanterna "alternativa"	20,9%							

Fonte: Próprio autor.

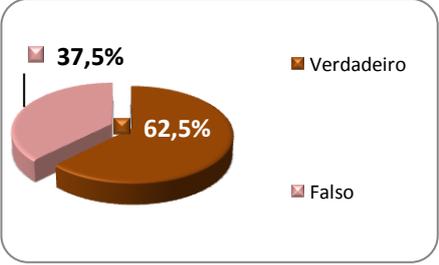
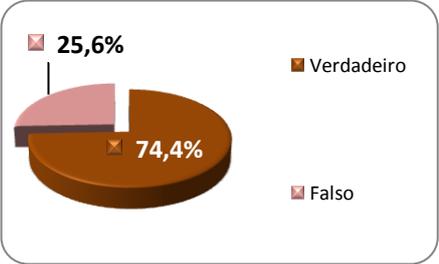
Uma possibilidade de resolução desta questão seria transporta o valor da compra de R\$ 280,00 para o valor presente. Assim, a peça original custaria hoje: $\frac{280}{1+0,12} + \frac{280}{(1+,12)^2} + \frac{280}{(1+,12)^3} + \frac{280}{(1+,12)^4} = R\$ 69,48$, o que comprova ser a melhor opção comprar, a original; valor menor que os R\$ 70,00 da lanterna “paralela”.

Outra opção seria considerar possibilidades diversas de aplicação, por exemplo, adquirindo a lanterna “alternativa” e aplicando o valor remanescente. O que demandaria paciência para realizar algumas simulações e cálculos.

A Questão 5 teve o propósito inicial de, por um lado, levar ao conhecimento sobre a Lei da Usura e sobre o amparo pelo Código de Defesa do Consumidor, frente às armadilhas que o mercado lhes impõe. Por outro lado, medir o conhecimento do aluno sobre juros.

Quando perguntado sobre se “*I – O montante da dívida a juros simples ao final do primeiro ano seria de R\$ 1.120,00.*”, 62,5% no Instituto Lourenço Filho responderam “Verdadeiro”, e 74,4% nas Escolas Consulesa & Maria Eliza no mesmo sentido. Veja o gráfico:

Quadro 7: Conhecimento sobre cálculo do montante da dívida (juros simples).

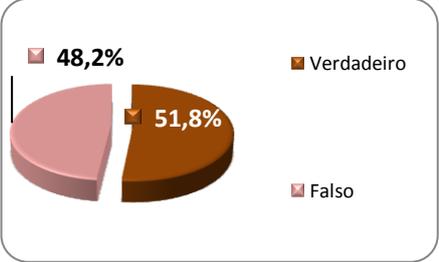
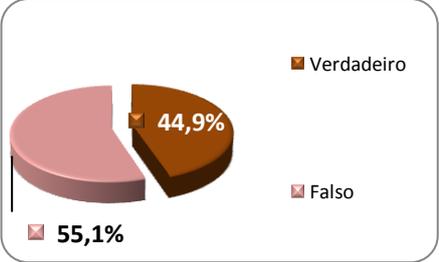
Escola	Gráficos	Resposta esperada
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	<p>Gráfico 11: Conhecimento sobre juros simples (Inst. Lourenço Filho).</p> 	Verdadeiro (V)
Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.	<p>Gráfico 12: Conhecimento sobre juros simples (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p> 	

Fonte: Próprio autor.

Tal resultado que demonstrou um bom conhecimento da maioria dos alunos quanto à aplicação percentual de juros simples. Com efeito, para resolver esse item, basta uma aplicação direta de 12% sobre valor de R\$ 1.000,00 da fatura de cartão, o que resulta num montante de R\$ 1.200,00

Quando perguntado se “II – O Valor dos juros compostos acumulados no primeiro ano, capitalizados mensalmente, seria de R\$ 126,80, mas teria extrapolado o limite de 12% a.a.”, 51,8%, no Instituto Lourenço Filho e 44,9%, nas escolas Consulesa & Maria Eliza, acertaram, ao responder “Verdadeiro”. Veja-se o quadro a seguir:

Quadro 8: Conhecimento sobre cálculo do montante da dívida (juros compostos) e limitação legal dos juros.

Escola	Gráficos	Resposta esperada
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	<p>Gráfico 13: Conhecimento sobre juros compostos e limitação legal dos juros (Inst. Lourenço Filho).</p> 	Verdadeiro (V)
Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.	<p>Gráfico 14: Conhecimento sobre juros compostos e limitação legal dos juros (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p> 	

Fonte: Próprio autor.

O que muda em relação à questão anterior é apenas o período de capitalização, que passa a ser mensal, ao invés de anual. A taxa continua sendo de 12% a.a., porém capitalizada mensalmente. Assim, trata-se de juros compostos. Veja-se a solução para a questão:

Solução:

Capital: R\$ 1.000,00

Taxa: 12% a.a. = 1% ao mês

Capitalização mensal. n=12 meses

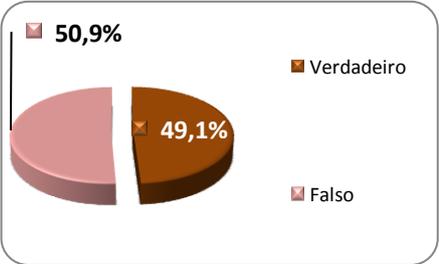
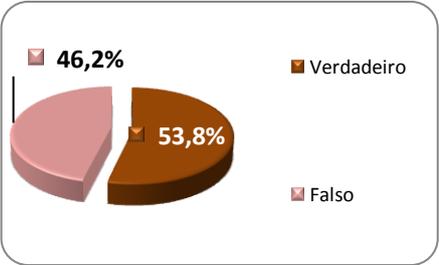
$$M_{12} = 1000 \times (1+0,01)^{12} = 1.000 \times 1,127 = R\$ 1.127,00$$

Os juros aproximados seriam de R\$ 127,00.

Observa-se que os alunos detêm menos conhecimento quando o tema é juros compostos, fato que deve preocupar o professor.

Quando perguntado se “III – A dívida, ao final dos três anos, mesmo a juros compostos capitalizados mensalmente, seria de R\$ 1.430,00.”, 50,9%, no Instituto Lourenço Filho, e 46,2%, nas Escolas Consulesa & Maria Eliza, dos estudantes acertaram, ao responder “Falso”. Veja-se o quadro a seguir:

Quadro 9: Conhecimento sobre montante de dívida (juros compostos).

Escola	Gráficos	Resposta esperada
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	<p>Gráfico 15: Conhecimento sobre juros compostos (Inst. Lourenço Filho)</p> 	Falso (F)
Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.	<p>Gráfico 16: Conhecimento sobre juros compostos (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p> 	

Fonte: Próprio autor.

A mudança em relação à questão anterior diz respeito tão somente ao período de aplicação. Veja-se a solução para a questão:

Solução:

Capital: R\$ 1.000,00

Taxa: 12% a.a. = 1% ao mês

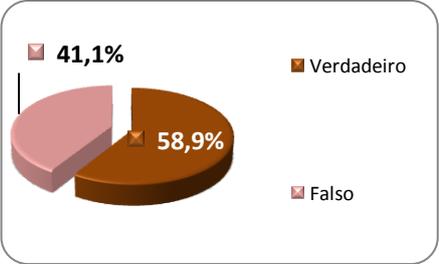
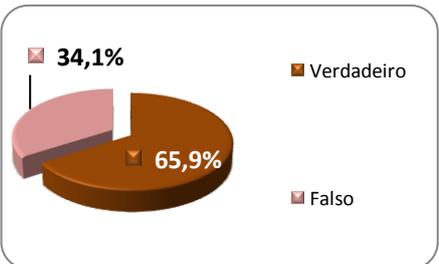
Capitalização mensal. n=36 meses

$$M_{12} = 1000 \times (1+0,01)^{36} = 1.000 \times 1,430 = R\$ 1.430,00$$

A exemplo do item questionamento anterior, observa-se que os alunos demonstraram deficiência quanto ao juros compostos.

Com o item IV da Questão 5 “IV – A comparação entre uma dívida de R\$ 69.000,00 e uma de R\$ 1.430,00 permite ao mais simples dos cidadãos perceber que cartão de crédito não é brinquedo.”, buscou-se convidar o aluno a meditar sobre a comparação dos regimes de capitalização de dívidas, e sobre como o desconhecimento sobre isso pode levar uma pessoa ao desespero. Veja-se o quadro a seguir:

Quadro 10: Comparação de dívidas: juros simples *versus* juros compostos.

Escola	Gráficos	Resposta esperada						
Instituto de Educação Lourenço Filho – Rio Branco/AC.	<p>Gráfico 17: Comparação de dívidas: juros simples <i>versus</i> juros compostos (Inst. Lourenço Filho)</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>Resposta</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Verdadeiro</td> <td>58,9%</td> </tr> <tr> <td>Falso</td> <td>41,1%</td> </tr> </tbody> </table>	Resposta	Porcentagem	Verdadeiro	58,9%	Falso	41,1%	Verdadeiro (V)
Resposta	Porcentagem							
Verdadeiro	58,9%							
Falso	41,1%							
Consulesa Margarida M. Trad; e, Maria Eliza B. C. da Costa Margarida – Campo Grande/MS.	<p>Gráfico 18: Comparação de dívidas: juros simples <i>versus</i> juros compostos (Escolas Consulesa & Maria Eliza).</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>Resposta</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Verdadeiro</td> <td>65,9%</td> </tr> <tr> <td>Falso</td> <td>34,1%</td> </tr> </tbody> </table>	Resposta	Porcentagem	Verdadeiro	65,9%	Falso	34,1%	
Resposta	Porcentagem							
Verdadeiro	65,9%							
Falso	34,1%							

Fonte: Próprio autor.

Os alunos, mesmo na sua maioria tendo errado a questão anterior, sinalizaram entender a preocupação da pesquisa. 58,9% no Instituto Lourenço Filho, e 65,9% nas Escolas Consulesa & Maria Eliza concordaram, ao responder “Verdadeiro”.

Porém, uma situação intrigante e paira como incógnita na presente pesquisa é: o que pensaram os demais alunos ao responder no sentido oposto, ante uma questão que poderia ser facilmente compreendida mesmo sem ter que fazer cálculo?

No capítulo a seguir, será apresentado uma proposta de texto com vistas a contribuir com o ensino da matemática financeira do dia a dia.

3 A MATEMÁTICA FINANCEIRA COTIDIANA

Neste capítulo, abordaremos a propositura de um texto sobre a matemática financeira cotidiana, conteúdo ensinado no Ensino Médio escolar e que, se dominado, pode mostrar-se muito importante nas vivências financeiras do dia a dia. Trata-se, também, de conhecimentos que o cidadão pode lançar mão para conviver com um mínimo de segurança no trato de suas finanças pessoais.

A concepção de inserção educacional no âmbito dos PCNs estabelece uma compreensão mais vasta da Matemática. É essencial que o cidadão, enquanto partícipe da sociedade, tome decisões pessoais e sociais mais acertadas a curto, médio e longo prazos, agindo coerentemente e equilibradamente na presença das estruturas de consumo, sendo capaz de discernir as melhores escolhas de transação. Sendo assim, os parâmetros determinam a relevância da Matemática para os discentes do Ensino Médio, evidenciando que:

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. Brasil (1999).

O trabalho abordado será materializado em uma cartilha sobre finanças pessoais, onde o leitor poderá ter uma visão diferenciada e, através dela, tomar decisões mais acertadas relacionadas a operações financeiras cotidianas, contribuindo, assim, para uma vida familiar mais estruturada nessa área.

Deixaremos de abordar o tema “Proporcionalidade” por entendermos ser um assunto de prévio conhecimento pelo estudante do Ensino Médio.

3.1 Da moeda e do dinheiro

Uma economia capitalista de produção não pode conviver sem a moeda. Karl Marx foi quem melhor explicou a transformação da força de trabalho em mercadoria, o que a possibilitou ser vendida e usada para gerar valor. Surge, em Marx, a noção de “não-neutralidade” da moeda, configurando-a como uma relação social. Mas, como se explica esse fenômeno?

Uma vez consolidada a apropriação dos meios de produção pelo capital, os trabalhadores passaram a ter que vender sua força de trabalho em forma de mercadoria e, assim, garantir sua inserção no meio social. Tal fenômeno passou a gerar excedente para o

padrão, no dizer de Marx, “a mais valia”, vindo a contribuir cada vez mais para a consolidação do capitalismo, cujo objetivo primordial é a acumulação do capital que o mantém.

Sendo o dinheiro vetor de uma relação social, classes sociais, produção, circulação e distribuição de mercadorias se entrelaçam, tornando a moeda outra mercadoria também inseparável das economias capitalistas.

A busca pelo entesouramento¹ através da circulação de mercadorias está atrelada à importância que o dinheiro ganhou na lógica capitalista de produção, um bem líquido cada vez mais desejável, como afirma Marx:

Desperta a avidez pelo ouro a possibilidade que oferece de conservar valor-de-troca como mercadoria, ou mercadoria como valor de troca. Ao ampliar-se a circulação de mercadorias, aumenta o poder do dinheiro, a forma de riqueza sempre disponível e absolutamente social (Marx, 1971 apud Mollo, 1998 apud Scavone Junior, 2014).

Portanto, o entesouramento é movido pelo interesse de apropriação do poder social que a moeda – o ouro, na época – tem (Brunhoff, 1978 apud Mollo, 1998 apud Scavone, 2014). Mas, a economia, nesse cenário, carrega incertezas ladeadas pela descentralização econômica e pelo desconhecimento do futuro. Dessa forma, a moeda, o ativo mais líquido, desempenha o fundamental papel garantidor ante tais incertezas.

3.2 Do conceito, da finalidade e da classificação dos juros

Juros são a “*compensação ministrada pelo devedor ao credor em razão do uso de uma quantidade de coisas fungíveis*” (Crome, 1906 apud Lopes, 2000 apud Scavone Junior, 2014). Ou ainda: “*a remuneração que o credor pode exigir para privar-se de uma soma em dinheiro que adiantou ao devedor*” (TUHR, 1946 apud SCAVONE JUNIOR, 2014). Do ponto de vista de quem paga, juros podem ser entendidos como o preço pago pelo dinheiro de outrem.

Houve um tempo em que a Igreja Católica considerava maldição o empréstimo a juros, e quem assim o procedesse era considerado anátema (maldito). No Brasil, o Decreto 22.626/33 (Lei da Usura) limitou a taxa em 12% ao ano. Porém, tal limitação não foi suficiente para impedir que as instituições financeiras conseguissem, junto à cúpula da justiça brasileira, a liberdade de fixação de taxas de juros acima do legal.

Quanto à finalidade, os juros visam, primordialmente, remunerar o credor pelo uso do capital que emprestou e pagar o risco da não restituição do valor emprestado. Com efeito,

¹ Entesouramento era um termo utilizado na antiguidade para designar a retenção de ativos tais como jóias e ouro, sem, contudo, objetivar rendimentos, mas apenas o usufruto futuro.

Lorenzetti (2000) apud Scavone (2014) identifica os seguintes riscos: *risco inflacionário*, *risco cambial*, *risco de restituição* e *risco de transferência*.

É importante compreender, mesmo que de forma simplificada, cada um desses riscos, pois eles influenciam diretamente a taxa que os bancos cobram pelo valor que emprestam.

O *risco inflacionário* fundamenta-se na desvalorização da moeda, de sorte que a expectativa de maior inflação implica taxas de juros mais elevadas. O *risco cambial* decorre da relação que cada país tem com o sistema econômico mundial, do que pode decorrer o desvalor de uma moeda de um país em relação a outro. O *risco da não restituição* é relevante, pois o devedor poderá vir a perder sua capacidade de pagar o que deve, principalmente se for ele um daqueles que vive acumulando dívidas.

Finalmente, Lorezetti (2000) apud Scavone (2014) destaca a questão do *risco de transferência*, que se refere ao repasse ao devedor de todos os custos administrativos dos contratos, inclusive os trabalhistas e os fiscais.

Para compreendermos a classificação dos juros, imaginemos que “A” receba de “B”, a título de mútuo feneratício², uma importância em dinheiro. Assim, até a data convencionada, os juros devidos são aqueles consentidos no ato da operação.

Suponhamos, porém, que “A” não pague “B” na data convencionada. Tem-se, aí, o surgimento, nesta ordem, dos juros compensatórios e os juros moratórios. Mas, surge, ainda, outra questão: poderiam ser cobrados os juros moratórios se estes não tiverem sido previstos ou convencionados? Nasce, daí, duas outras espécies de juros: os *convencionais* e os *legais*.

Avançando um pouco mais nesta análise, pergunta-se: é possível que cada espécie de juros junte-se ao capital, transacionado para compor nova base de cálculo de novos juros? É de tudo isso que decorre a compreensão do que vêm a ser os juros simples e os juros compostos.

Para responder a essas três questões, somos levados a propor, antes, uma classificação para os juros. A saber:

Quanto à origem:

- a) Convencionais (acordados entre as partes);

² É um contrato que trata do empréstimo ou da transferência de posse de bens que podem ser substituídos por outros bens da mesma espécie, qualidade ou quantidade, com incidência de juros (Fonte: Glossário Simplificado de Termos Financeiros. BCB, 2013).

- b) Legais (devidos por força de lei).

Quanto ao fundamento:

- a) Compensatórios (cobrados pelo uso de capital alheio);
- b) Moratórios (devido pela demora/atraso no pagamento).

Quanto ao regime de capitalização:

- a) Simples (taxa incidente sempre sobre o capital principal);
- b) Compostos (juros sobre juros, juros exponenciais).

Não é propósito do presente trabalho adentrar nas definições pormenorizadas de cada espécie de juros acima, nem em discussões acerca da limitação legal de juros. Basta, por enquanto, compreendermos que os juros legais serão sempre devidos por força de lei, e que os juros convencionais decorrem do acordo entre as partes.

Para Scavone Junior (2014), a limitação de juros deve ser aquela cobrada em razão de atrasos pelo pagamento de impostos devidos à Fazenda Nacional (12% a.a.). No entanto, a *práxis* no Brasil é a utilização da Taxa Básica de Juros, a SELIC³ como um indexador dos juros, que entre janeiro e julho de 2015 variou entre 11,64% e 14,15%⁴, superior, portanto, à taxa legal anual.

Assim, para realizar a correção de uma dívida de forma viável (poderíamos dizer, relativamente justa), basta aplicar a taxa básica de juros (ou a média no período) nas correções de valores. Uma forma segura e prática de fazer esse cálculo é acessar a “Calculadora do Cidadão”, no portal eletrônico do Banco Central do Brasil, como na situação hipotética a seguir:

Imagine que uma pessoa lhe deva R\$ 750,00, cujo pagamento deveria ter sido realizado em 01.01.2013. Considere, ainda, que não foram combinados juros, muito menos a taxa, em caso de descumprimento, e que o pagamento venha a ser realizado em 02.07.2015..

Após acessar a Calculadora do Cidadão, escolher o indexador (SELIC) e ter digitado as informações do problema, obteve-se o seguinte resultado:

³ SELIC – Sistema Especial de Liquidação e de Custódia. É o sistema de controle diário de custódias, liquidações e operações de títulos públicos. A SELIC, após ser estimada e fixada pelo Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil (Copom), visando ao controle da economia (SACAVONE JUNIOR, 2014).

⁴ Banco Central do Brasil. Consulta à Taxa Selic Diária no período de 1.01.2015 a 01.08.2015. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/htms/selic/selicdia.asp>>. Acesso em: 1 ago. 2015.

Figura 1: Calculadora do Cidadão: Correção de Valores pela SELIC (digitação dos dados)

Correção de valores

Índices de preços TR Poupança **Selic** CDI

Obs.: Para a correção pela Selic informe períodos a partir de 04/06/1986.
Os campos com * são de preenchimento obrigatório

Correção de valor pela taxa Selic

* Data inicial (DD/MM/AAAA)	02/01/2013
* Data final (DD/MM/AAAA)	02/07/2015
Valor a ser corrigido	750,00

Figura 2: Calculadora do Cidadão: Correção de Valores pela SELIC (resultado)

Resultado da Correção pela Selic

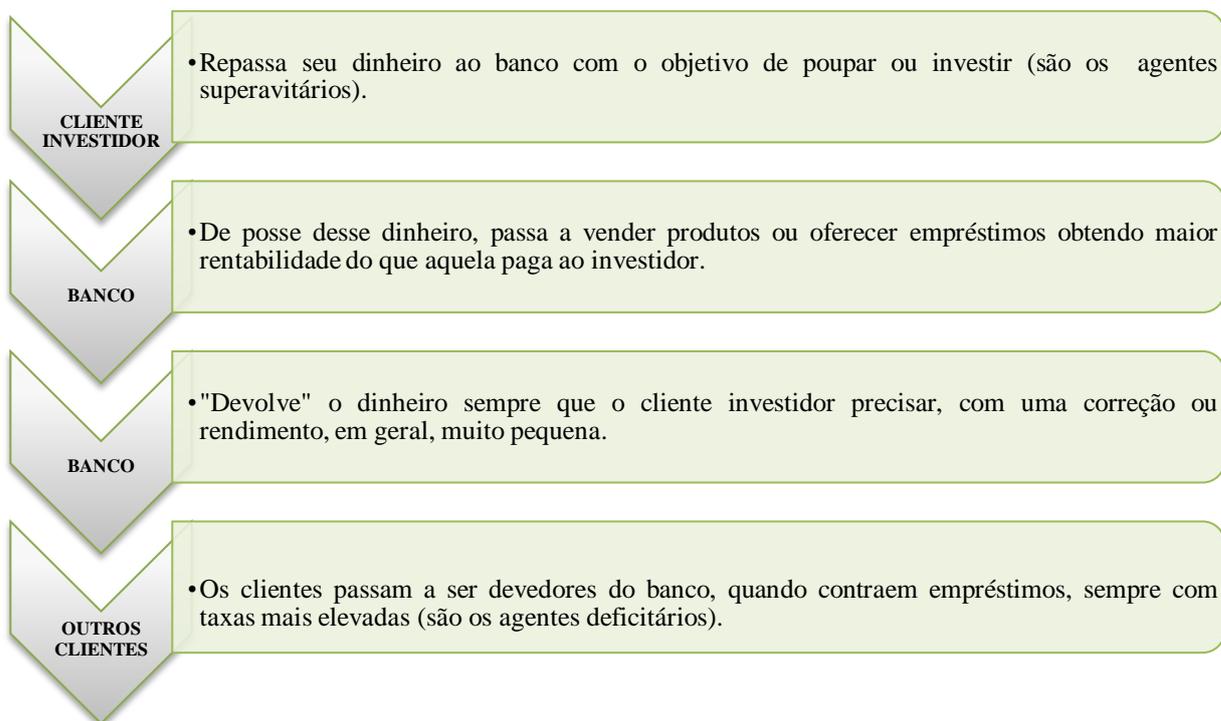
Dados básicos da correção pela Selic	
Dados informados	
Data inicial	02/01/2013
Data final	02/07/2015
Valor nominal	R\$ 750,00 (REAL)
Dados calculados	
Índice de correção no período	1,272204473168342
Valor percentual correspondente	27,220447316834224 %
Valor corrigido na data final	R\$ 954,15 (REAL)

A correção pela SELIC é uma forma de evitar perdas no valor do dinheiro, seja por parte dos Governos, seja por parte do cidadão.

3.3 Dos bancos e do lucro

Algo intrigante, e que pode explicar como se empobrece ou como se constroem riquezas, é a forma com que os bancos trabalham. Em linhas gerais, o banco é uma instituição que pede dinheiro emprestado de uns para emprestar a outros. Veja a figura a seguir:

Figura 3: O ciclo bancário: o banco como intermediador financeiro



Fonte: Próprio autor

Por outro lado, o juro é o preço cobrado pelo uso do dinheiro que não é seu. Nada mais é do que uma taxa ou aluguel cobrado por quem empresta pelo uso de uma mercadoria, nesse caso, o próprio dinheiro. O banco, ao remunerar o investidor (aquele que aplica o dinheiro), o faz sempre a menor, ou seja, paga menos para quem põe o dinheiro para render e cobra mais de quem toma emprestado.

Em setembro de 2013, os bancos pagavam em média a seus aplicadores, pelo Certificado de Depósito Bancário (CDB), a taxa bruta de 8,71% ao ano. Na mesma época, o Banco Daycotal S.A. cobrava taxa de juros de 21,64% ao mês no crédito pessoal não consignado (SCAVONE JUNIOR, 2014).

Observa-se o abismo de diferença entre os juros pagos e os juros cobrados pelas instituições financeiras. O resultado prático desse fenômeno é o contínuo aumento dos lucros bancários, sendo, no caso em estudo, de mais de 1000% (mil por cento) sobre o valor de captação (“*spread*”⁵). É neste cenário que os bancos obtêm seus lucros.

⁵ *Spread* é diferença entre taxas de juros de aplicação e de captação, compreendendo o lucro e o risco relativos às operações de crédito. Representa, também, a diferença entre o preço de compra e de venda de título ou moeda. O *spread* varia de acordo com a qualidade de crédito do emissor, o prazo, as condições de mercado, o volume e a liquidez da emissão ou empréstimo (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2015).

As taxas históricas de juros ultrapassam o limite do razoável, o que gera distorções tremendas, como o empobrecimento de grande parte da população e a concentração de renda nas mãos de poucos.

Para se ter uma ideia, só no primeiro semestre do ano 2000, o lucro dos cinco maiores bancos do país somou R\$ 1.676.089.000,00, ou seja, R\$ 14.970.000,00 – ou sete milhões de dólares americanos da época – por dia útil⁶. Desse modo, cada um dos cinco bancos apontados na tabela a seguir lucrou cerca de um milhão de dólares americanos por dia útil (SCAVONE JUNIOR, 2014).

Tabela 2: Lucro dos Bancos no 1º semestre do ano 2000.

Banco	Lucro Líquido
Banco Bradesco S.A	R\$ 746.761.000,00
Banco Itaú S.A	R\$ 428.505.000,00
Banespa S.A	R\$ 24.152.000,00
Banco do Brasil S.A	R\$ 280.053.000,00
Unibanco S.A	R\$ 196.618.000,00
Total	R\$ 1.676.089.000,00

Fonte: Próprio autor a partir de ⁽⁷⁾

Reportando-nos ao ano de 2014, as cinco maiores instituições financeiras atingiram lucro aproximado de R\$ 60,3 bilhões, crescimento de 18,5% na comparação com o ano anterior, com destaque para o banco mais lucrativo naquele ano com lucro líquido, o Itaú Unibanco, que foi de R\$ 20,6 bilhões. Esse resultado representou incremento de 30,2% em relação a 2013. Esse é também o maior percentual de crescimento do lucro entre os cinco maiores bancos do país (SCAVONE JUNIOR, 2014).

Dentre os bancos públicos, o Banco do Brasil foi quem mais lucrou – R\$ 11,3 bilhões – um crescimento de 9,6% em 12 meses, sem contar o efeito extraordinário no lucro registrado em 2013, decorrente da venda de ações da BB Seguridade. Veja a tabela a seguir:

Tabela 3: Lucro dos cinco maiores bancos nos anos 2013-2014

Banco	Lucro líquido (em bilhões de reais)		Incremento (%)
	2013	2014	
Itaú Unibanco S.A	15,8	20,6	30,2
Banco Bradesco S.A	12,2	15,3	25,9
Banco do Brasil S.A	10,3	11,3	9,6
Caixa Econômica Federal	6,7	7,1	5,5
Santander	5,7	5,9	1,8

⁶ SCAVONE JUNIOR, Luiz Antonio. Juros no Direito Brasileiro. 5ª Ed. Rio de Janeiro: Forense, 2014, p. 20.

⁷ Idem.

Totais	50,70	60,20	18,5
---------------	--------------	--------------	-------------

Fonte: Próprio autor a partir de ⁽⁸⁾.

Destacam-se, em termos de lucratividade e rentabilidade, os bancos Itaú e Bradesco. O lucro desses dois grandes bancos soma R\$ 36 bilhões, equivalente a cerca de 56% dos lucros dos cinco maiores bancos.

Por fim, levando-se em conta o cenário internacional quanto ao Retorno Sobre Investimento (ROI) dos bancos, estudos⁹ apresentam os bancos brasileiros como mais rentáveis que os bancos americanos.

Tabela 4: Retorno Sobre Investimento (ROI) dos Bancos no cenário mundial (anos 2010-2014)

Bancos - ROE em %	2010	2011	2012	2013	2014	Varição 2013/2014
Itaú Unibanco	23,98	22,35	19,04	20,03	22,68	2,65
Bradesco	22,28	21,33	18,05	17,03	19,81	2,78
Banco do Brasil	27,04	22,45	19,61	24,00	16,65	-7,35
US Bancorp	11,96	15,35	15,48	14,57	13,83	-0,74
Goldman Sachs Group	11,28	6,01	10,23	10,43	10,51	0,08
Capital One Financial	10,33	11,20	9,94	9,94	10,01	0,07
Northern Trust	10,19	8,66	9,39	9,47	9,92	0,45
Fifth Third Bancorp	5,47	9,52	11,71	12,97	9,80	-3,17
State Street Corp	9,64	10,33	10,24	10,36	9,73	-0,63
PNC Bank	10,01	9,33	8,22	10,37	9,68	-0,69
BB&T	5,00	7,62	9,93	7,11	8,51	1,40
Suntrust Banks	0,83	3,00	9,54	6,34	7,99	1,65
Regions Finl	-3,11	-1,29	7,00	7,18	7,05	-0,13
Bank of NY Mellon	8,21	7,65	7,22	5,71	6,85	1,14
Morgan Stanley	9,05	6,89	0,11	4,58	5,07	0,49
Santander Brasil	6,04	5,53	4,24	3,61	3,90	0,29
Citigroup	6,71	6,49	4,11	6,95	3,53	-3,42
Bank Of America	-0,97	0,63	1,79	4,87	2,03	-2,84

Fonte: Próprio autor a partir de ⁽¹⁰⁾.

Observe que em quaisquer dos anos acima, Bradesco, Banco do Brasil e Itaú Unibanco se revezam na liderança no cenário mundial quanto ao Retorno Sobre o Investimento (ROI), que é o percentual de lucro, calculado sobre os investimentos realizados pelo banco.

⁸ DIEESE. Desempenho dos bancos em 2014.

⁹ VAZ, Tatiana. Bancos brasileiros são mais rentáveis que americanos. **Revista Exame**. Negócios. 24.03.2015. Disponível em: <http://exame.abril.com.br/negocios/noticias/bancos-brasileiros-sao-mais-rentaveis-que-americanos>. Acesso em: 21 jul. 2015.

¹⁰ Idem.

3.4 Variação percentual e fator de atualização

Faremos aqui uma abordagem simplificada e direta sobre a variação percentual e de atualização por fator multiplicativo.

A razão $\frac{x}{100}$ pode ser associada à taxa proporcional $x\%$ (x por cento). Assim, podemos calcular $x\%$ de um valor multiplicando-o por esta razão.

Exemplo:

✓ $15\% = \frac{15}{100} = 0,15 \rightarrow$ forma unitária para 15%

Logo, 15% de 120 = $0,15 \times 120 = 18$

✓ Transforme $\frac{4}{5}$ para a forma percentual:

$$\frac{4}{5} = 0,8 = \frac{8}{10} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Problemas de aplicação:

Problema (3.4.1): Uma mercadoria tem seu valor reajustado de R\$ 110,00 para R\$ 132,00. Qual o percentual de aumento?

Resolução:

Aumento: $132 - 110 = 22$

Vamos saber qual o percentual de 110 que corresponde a 22:

$$\frac{x}{100} \cdot 110 = 22 \rightarrow \frac{x}{10} \times 11 = 22 \rightarrow x = \frac{22 \times 10}{11} = 2 \times 10 \rightarrow x = 20\%$$

Logo, o aumento foi de 20%.

Problema de aplicação:

Problema (3.4.2): Por quanto deve-se multiplicar um valor x para atualizá-lo em 25%?

Solução:

Basta observar que o valor 100%, corrigido em 25%, resulta da soma destes percentuais:

$$100\% + 25\% = 125\% = 1,25$$

Logo, basta multiplicá-lo pelo fator de atualização 1,25.

Anotações:

✓ Aumento de 6% $\Rightarrow 100\% + 6\% = 106\% \Rightarrow$ fator de atualização = 1,06

✓ Aumento de 21,05% $\Rightarrow 100\% + 21,05\% = 121,05\% \Rightarrow$ fator de atualização = 1,2105

✓ Aumento de 300% $\Rightarrow 100\% + 300\% = 400\% \Rightarrow$ fator de atualização = 4

Caso se tratasse de redução e não de aumento:

✓ Redução em 20% $\Rightarrow 100\% - 20\% = 80\% \Rightarrow$ fator de atualização (redução) = 0,8

Assim, reduzir R\$ 234,00 em 20% é multiplicar R\$ 234,00 pelo fator de redução:

$$R\$ 234,00 \times 0,8 = 187,20$$

Problema de aplicação:

Problema (3.4.3): O salário bruto de João é de R\$ 1.800,00. Após um aumento 83%, quanto será o novo salário?.

Solução:

Temos que 83% = 0,83.

Logo, o fator de atualização F_a será $F_a = 1 + 0,83 = 1,83$.

Basta multiplicar o salário bruto de João por 1,83. O salário novo será:

$$R\$ 1800,00 \times 1,83 = R\$ 3294,00$$

3.5 Juros simples

Chamamos juros simples à remuneração a um capital C aplicado, cuja taxa i , num período n , incide sempre sobre o valor inicialmente depositado (DANTE, 2011).

Assim:

C \rightarrow Capital (ou dívida)

i \rightarrow Taxa de juros (paga ou cobrada)

n \rightarrow Período de tempo

J \rightarrow Juros (ou rendimento)

$$J = \frac{C \cdot i \cdot n}{100}$$

$M = C + J$ corresponde ao montante no final do período.

Problema de aplicação:

Problema (3.5.1): Uma aposentada precisava de dinheiro para comprar um Tablet para o seu novo netinho. Como não dispunha do valor, resolveu pegar emprestado de sua tia, que disse emprestar à taxa de juros simples de 8% ao mês, por 6 meses, o valor de R\$ 700,00, o que foi aceito. Qual total de juros será pago pela aposentada? E qual o montante no final?

$$C = \text{R\$ } 700,00$$

$$i \rightarrow 8\% \text{ a.m}$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$J = \frac{C \cdot i \cdot n}{100} = \frac{700 \times 8 \times 6}{100} = 7 \times 48 = \text{R\$ } 336,00$$

Logo, a aposentada pagará $J = \text{R\$ } 336,00$ de juros, e um montante $M_6 = \text{R\$ } 336,00 + \text{R\$ } 700,00 = \text{R\$ } 1036,00$ pelo Tablet do netinho.

No mesmo exemplo, podemos observar que a equação $J = \frac{C \cdot i \cdot n}{100}$ pode ser concebida como uma função $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ que a cada n associa um $J = f(n) = (C \cdot i) \cdot n$.

Assim, substituindo os valores do exemplo teríamos:

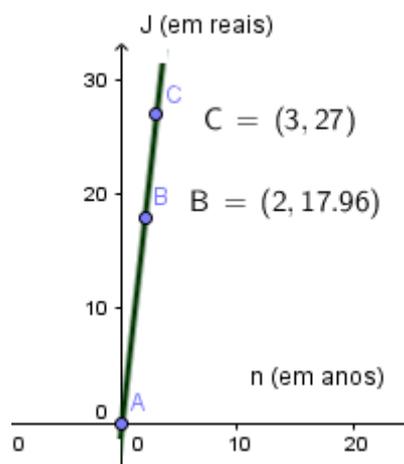
$f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, definida por $J = f(n) = 56n$, portanto, uma função linear do tipo $f(x) = ax$. Esboçemos o gráfico dessa função;

Tabela 5: Juros Simples e a Função Linear

n	$J = f(n) = 9n$	J (R\$)
0	$9 \times 0 = \text{R\$ } 0,00$	R\$ 0,00
2	$9 \times 2 = \text{R\$ } 18,00$	R\$ 18,00
3	$9 \times 3 = \text{R\$ } 27,00$	R\$ 27,00

Fonte: Próprio autor.

Gráfico 19 : Função linear (Juros Simples)



Fonte: Próprio autor.

A função linear é um caso particular de uma função afim. Vejamos a definição de uma função afim:

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$ para todo real x (DANTE, 2011).

Exemplos:

$$f(x) = 3x + \frac{1}{2} \left(a = 3; b = \frac{1}{2} \right)$$

$$f(x) = -7x \quad (a = -7; b = 0)$$

Uma corrida de táxi pode ser expressa por meio de uma função afim. Vejamos um exemplo:

Um motorista de táxi cobra uma taxa fixa de R\$ 3,50 pela “bandeirada”, mais R\$ 1,90 por quilômetro rodado. Assim, o preço de uma corrida de x quilômetros será dado, em reais, por:

$$f(x) = 1,90x + 3,20$$

O coeficiente $a = 1,90$ de uma função afim é chamado de *taxa de variação* (ou *taxa de crescimento*). Para obtê-lo, basta tomarmos dois pontos distintos: $(x_1, f(x_1))$ e $(x_2, f(x_2))$ da função em estudo.

Assim:

$$f(x_2) = ax_2 + b$$

$$f(x_1) = ax_1 + b$$

Donde,

$$\begin{aligned} f(x_2) - f(x_1) &= (ax_2 + b) - (ax_1 + b) \Rightarrow f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow a &= \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \end{aligned}$$

Para cada função afim dada, essa taxa de variação é sempre constante, o que faz com que haja uma estreita relação da função afim com a Progressão Aritmética (P.A).

Vejam os:

Considere a função afim $f(x) = 2x + 1$ e os valores $x_1 = 1$; $x_2 = 4$; $x_3 = 7$, em P.A.

Agora, encontremos a imagem de cada x_i .

$$f(1) = 3; f(4) = 9; f(7) = 15$$

Observe que a sequência (3, 9 e 15) também está em P.A.

Esse resultado pode ser generalizado, ou seja, “Se uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função afim, definida por $f(x) = ax + b$ e $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ estão em progressão aritmética de razão r , então, $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_i), \dots$ também estarão em P.A; por outro lado, qualquer função que transforma qualquer progressão aritmética $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ em uma progressão aritmética $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_i), \dots$, é uma função afim” (DANTE, 2011).

Atividades complementares:

Problema (3.5.3): Um capital de R\$ 4.000,00 foi aplicado durante um ano e meio a juros simples, e rendeu R\$ 150,00. Qual a taxa mensal?

Problema (3.5.3): Uma aplicação de R\$ 3.000,00 a juros simples de taxa mensal igual a 6% gerou um montante de R\$ 3.420,00. Determine o prazo da aplicação. Construa o gráfico da função linear que representa o crescimento dos juros.

Problema (3.5.4): O custo de um produto é calculado pela fórmula $c=10+2-q$, na qual c indica o custo (em reais) e q , a quantidade produzida (em unidades). Construa o gráfico c em função de q .

3.6 Juros compostos

Chamamos juros composto à remuneração a um capital C aplicado, cuja taxa i , por um período n , incide sempre sobre o valor acumulado do período anterior (DANTE, 2011).

Construiremos uma tabela para melhor compreendermos essa definição:

Tabela 6: Desenvolvimento da Equação Fundamental de Juros Compostos

	Início	Juros	Montante
1º Período	C	$i.C$	$M_1 = C + iC = C(1 + i)$
2º Período	M_1	iM_1	$M_2 = M_1 + iM_1 = M_1(1 + i)$ $= C(1 + i)(1 + i)$ $= C(1 + i)^2$
3º Período	M_2	iM_2	$M_3 = M_2 + iM_2 = M_2(1 + i)$ $= C(1 + i)^2(1 + i)$ $= C(1 + i)^3$
...
Período n	M_{n-1}	iM_{n-1}	$M_n = C(1 + i)^n$

Fonte: elaborada pelo autor.

Assim:

C → Capital (ou dívida)

i → Taxa de juros (paga ou cobrada)

n → Período de tempo

M → Montante

$M_n = C(1 + i)^n$ corresponde ao montante ao final do período, esta é a *Equação Fundamental dos Juros Compostos*, onde o fator $(1+i)^n$ é denominado fator de acumulação de capital.

Problemas de aplicação:

Problema (3.6.1): Calcule o montante em juros compostos de uma aplicação de R\$ 8.000,00 à taxa de 15% ao mês, durante 7 meses.

$$C = \text{R\$ } 8.000,00$$

$$i = 16\% \text{ ao mes (a. m.)}$$

$n = 7$ meses

$M_7 = ?$

Sabemos que $M_n = C(1 + i)^n$. Assim, temos:

$$M_7 = 8000 \times (1 + 0,15)^7 = 8000 \times 1,15^7 = 8000 \times 2,66 = \mathbf{R\$ 21.1280,00}$$

Mas, como facilitar os cálculos?

O fator de acumulação de capital $(1 + i)^n$ é facilmente encontrado em tabelas, em livros, na *internet*, e também é de fácil manipulação com uso de calculadoras científicas¹¹.

Assim, basta localizá-lo na tabela e multiplicá-lo pelo capital que se quer investir ou tomar emprestado. No caso deste exemplo, basta observar a 7ª linha, a coluna correspondente à taxa de 15%.

Tabela 7: Fator de Acumulação de Capital $a_n = (1 + i)^n$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	N	P
1	n\ i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	13%	15%
2	1	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100	1,110	1,130	1,150
3	2	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188	1,210	1,232	1,277	1,323
4	3	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295	1,331	1,368	1,443	1,521
5	4	1,041	1,082	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360	1,412	1,464	1,518	1,630	1,749
6	5	1,051	1,104	1,159	1,217	1,276	1,338	1,403	1,469	1,539	1,611	1,685	1,842	2,011
7	6	1,062	1,126	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587	1,677	1,772	1,870	2,082	2,313
8	7	1,072	1,149	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714	1,828	1,949	2,076	2,353	2,660
9	8	1,083	1,172	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,851	1,993	2,144	2,305	2,658	3,059

Fonte: O próprio autor, a partir da operação em $(1+i)^n$, no Microsoft Excel.

Veja-se:

$$M_7 = 8000 \times 2,66 = \mathbf{R\$ 21.280,00}$$

Problema de aplicação:

Problema (3.6.2): Determinar o tempo necessário para o capital de R\$ 20.000,00 gerar um montante de R\$ 28.142,00, quando aplicado à taxa composta de 5% ao mês.

$$C = \mathbf{R\$ 20.000,00}$$

$$i = 5\% \text{ ao mês} = 0,05 \text{ a. m.}$$

$$M_n = \mathbf{R\$ 28.142,00}$$

$$n = ?$$

Substituindo na Equação Fundamental dos Juros Compostos, temos:

¹¹ Sistemas operacionais de computador, ou de outros dispositivos móveis, por exemplo, o *Windows*, dispõem de *softwares* que simulam uma Calculadora Científica.

$$28142 = 20000 \times (1 + 0,05)^n$$

$$\Rightarrow 28142 = 20000 \times (1,05)^n$$

$$\Rightarrow 1,05^n = \frac{28142}{20000}$$

$$\Rightarrow 1,05^n = 1,4071$$

Nesse ponto do cálculo, localizamos na **Tabela 7**, coluna da taxa $i=5\%$, e encontramos o valor aproximado de 1,4071, e verificamos a qual período de tempo n corresponde. No caso, descobrimos ser $n = 7$.

Para realizarmos cálculos envolvendo qualquer taxa i e tempo n , e sem precisar recorrer ao uso das tabelas financeiras, podemos fazer uso de uma calculadora científica e de uma interessante propriedade dos logaritmos: a mudança de base.

Diniz & Smole (2010, p. 191) definem que “**logaritmo** de um número positivo b em uma base a , $a > 0$ e $a \neq 1$, é o expoente da potência à qual se deve elevar a para se obter b .” Assim, concluem os autores:

$$\text{Se } b > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1, \text{ então } \log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b.$$

Na igualdade $\log_a b = x$:

- a é a base do logaritmo;
- b é o logaritmando;
- x é o logaritmo de b na base a .

Exemplo:

$$\log_5 625 = 4 \Leftrightarrow 5^4 = 625$$

A aplicação que podemos fazer no cálculo de juros compostos com calculadoras científicas utiliza a propriedade logarítmica de mudança de base. Isso é necessário, pois as calculadoras científicas “tecla \log ” permitem calcular apenas logaritmos na base 10 (DINIZ & SMOLE, 2010).

Vamos à propriedade:

Se $b > 0, a > 0, c > 0$ e $b \neq 1$ e $c \neq 1$, então $(\log_b a) (\log_c b) = \log_c a$, o que resulta em:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

Voltemos ao problema anterior:

$$1,05^n = 1,4071$$

Fazendo uso do logaritmo, temos:

$$n = \log_{1,05} 1,4071$$

Para fazermos a mudança para a base 10, procedemos assim:

$$n = \log_{1,05} 1,4071 = \frac{\log_{10} 1,4071}{\log_{10} 1,05} = \frac{0,14832}{0,02118} = 7,002$$

Assim, concluímos igualmente que o tempo necessário para o capital de R\$ 20.000,00 gerar um montante de R\$ 28.142,00, quando aplicado à taxa composta de 5% ao mês, é de 7 meses.

Observação: Por se tratar de base 10, a notação para $\log_{10} 1,4071$ pode ser simplificada para $\log 1,4071$.

Problemas complementares:

Problema (3.6.3): Samuel aplicou R\$ 900,00, por 3 anos, em um fundo de investimento. Sendo o rendimento médio desse fundo de 1,5% a.a., quanto Samuel terá ao final desse período?

Problema (3.6.4): Investindo um capital a juros compostos mensais de 3%, em quanto tempo você triplicará o seu capital inicial?

Assim como nos juros simples, podemos expressar os juros compostos em forma de funções, uma vez que os juros compostos parecem crescer exponencialmente. Para tanto, vejamos a definição de uma função exponencial.

Dado um número real a ($a > 0$ e $a \neq 1$), denominamos função exponencial de base a , a uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$ (DANTE, 2011).

Exemplos:

$$f(x) = 3^x$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Agora, considere uma relação de juros compostos expressa por $M_n = 15 \cdot (1,07)^n$, ou seja:

$$\theta: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto M_n = 15 \times 1,07^n$$

Não é nosso objetivo provar, mas podemos afirmar que relação θ , decorrente da aplicação a juros compostos, é *uma função* $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ que a cada n associa um montante $M_n = f(n) = C(1+i)^n$. Nesse caso, estamos supondo que o capital e a taxa estão previamente fixados.

Percebe-se, ainda, tratar-se do produto entre a função constante $C(n) = 15$ e a função exponencial $a_n = 1,07^n$, ou seja, pelo fator de atualização (capitalização) para o capital $C(n) = 15$. Assim, teríamos uma função de comportamento exponencial do tipo $m(x) = ab^n$

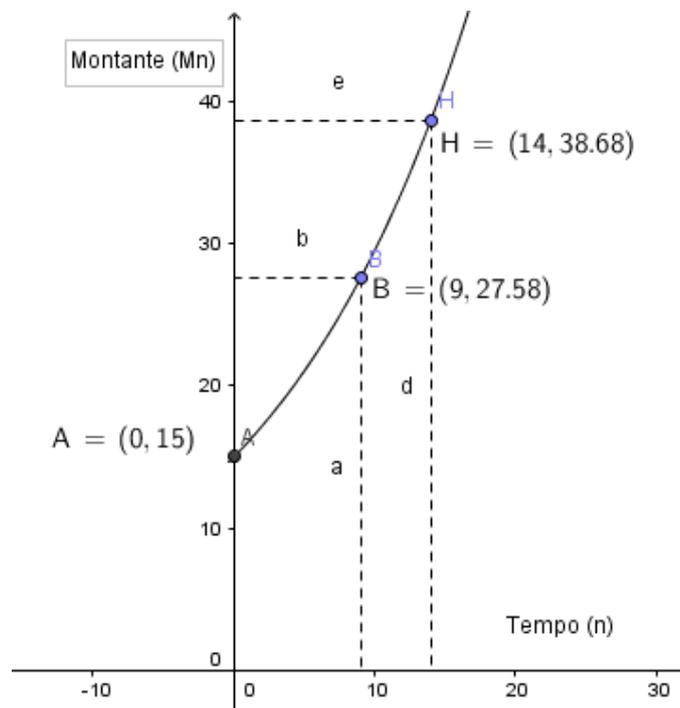
Passemos a esboço do gráfico da função $M_n = 15 \cdot (1,07)^n$:

Tabela 8: Montante de $M_n = 15 \cdot (1,07)^n$.

n	$M_n = 15 \cdot (1,07)^n$	M (R\$)
0	$M_0 = 15 \times (1,07)^0 = 15 \times 1$	$M_0 = \text{R\$ } 15,00$
9	$M_9 = 15 \times (1,07)^9 = 15 \times 1,838459$	$M_9 = \text{R\$ } 27,58$
14	$M_{14} = 15 \times (1,07)^{14} = 15 \times 2,57853415$	$M_{14} = \text{R\$ } 38,68$

Fonte: Próprio autor

Gráfico 20 : Função de Juros Compostos - Exponencial $M_n = 15 \cdot (1,07)^n$



Fonte: Próprio autor.

Assim como ocorre com a relação entre *função afim* e *progressão aritmética*, existe uma relação fundamental entre *função exponencial* e as *progressões aritméticas (PA)* e *geométricas (PG)*.

Considere, em particular, a função exponencial de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida por $f(x) = 3 \cdot 2^x$, e a progressão aritmética (PA) cuja sequência é 1, 3, 5, ... de razão 2. Constatamos que $f(1)$, $f(3)$ e $f(5)$ formam uma progressão geométrica (PG) de razão 4, ou seja, 2^2 . Veja:

$$f(1) = 3 \times 2^1 = 6$$

$$f(3) = 3 \times 2^3 = 24$$

$$f(5) = 3 \times 2^5 = 96$$

É possível provar, de forma geral, que toda *função exponencial* do tipo $f(x) = b \cdot a^x$ transforma uma *progressão aritmética (PA)* em uma *função geométrica (PG)*. E esse resultado, muito importante para o estudo dos juros compostos, pode ser generalizado e provado.

Enunciado:

“Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é do tipo exponencial $f(x) = b \cdot a^x$ e $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ estão em progressão aritmética de razão r , isto é, $x_{n+1} = x_n + r$, então, $f(x_1) = b \cdot a^{x_1}, f(x_2) = b \cdot a^{x_2}, \dots, f(x_n) = b \cdot a^{x_n}, \dots$ formarão uma P,G de razão a^r (DANTE, 2011).

Observe, no exemplo dado, que $a = 2$ e $r = 2$ $a=2$ e $r=2$, onde obtivemos a PG de razão $2^2=4$.

Tomando, por exemplo, o 3º termo da PG, que é 96, vemos, de modo geral, que:

$$f(x_{n+1}) = b \cdot a^{x_{n+1}} = b \cdot a^{x_n + r} = (b \cdot a^{x_n}) \cdot a^r$$

Isso prova que a razão da PG é de fato a^r .

Também podemos observar na PA que, por exemplo, o 3º termo (que vale 5), é dado por:

$$5 = 1 + 2 \times 2 \quad (a_n = a_1 + nr)$$

$$f(5) = f(1) \times 2^{2 \times 2} = 2^{r \times n} \quad (96 = 6 \times 2^4)$$

Vemos, daí, que, como $(n+1)$ -ésimo termos da PA é dado por $x_{n+1} = a_1 + nr$, conclui-se que: $f(x_{n+1}) = f(x_1) \cdot A^n$, onde $A = a^r$, ou seja,

$$f(x_{n+1}) = f(x_1) \cdot a^{r \cdot n}$$

A aplicação e materialização desses conceitos é, como já vimos, a capitalização de um valor C_0 , de forma contínua, durante um tempo n , e o capital acumulado será dado por

$$C_n = C_0 \cdot a^n$$

Se tirarmos os extratos de uma conta de investimento nos momentos 0, r , $2r$, $3r$, ..., teremos:

$$C_0 = C_0; C_r = C_0 \cdot A; C_{2r} = C_0 \cdot A^2; C_{3r} = C_0 \cdot A^3; \dots, \text{ onde } A = a^r$$

Se aplicarmos o capital inicial c_0 a uma taxa de $i\%$ ao mês, teremos:

- Capital inicial: c_0
- Capital após 1 mês: $c_1 = c_0 \cdot (1 + i)$
- Capital após 2 meses: $c_2 = c_0 \cdot (1 + i)^2$
- -----
- Capital após n meses: $c_n = c_0 \cdot (1 + i)^n$

Donde, mais uma vez, comprovamos que a sequência $c_0, c_0 \cdot (1 + i), c_0 \cdot (1 + i)^2, \dots$ forma uma PG de razão $(1 + i)$.

Volte um pouco e observe a Tabela 7.

3.7 Cuidados com as compras parceladas e com o Cartão de Crédito

É muito comum as lojas estamparem suas propagandas oferecendo parcelamento em $10 \times, 12 \times$ ou até $24 \times$ “sem juros”. Não é bem assim. Os juros não são devidos apenas nas contas em atraso. O consumidor desavisado corre às compras, mas observe o que ele encontra na vitrine de uma loja virtual:

Figura 4: Propaganda de produto em vitrine de loja virtual.



Fonte: <http://www.kabum.com.br>. Acesso em: 18 jul. 2015.

Como se observa, são apresentados ao consumidor diversos preços para o mesmo Smartphone:

- a) De: R\$ 1.068,70 (preço em temporada de lançamento)
- b) Por: R\$ 999,88 em 12× “sem juros no cartão”
- c) Leve por: R\$ 849,90 à vista no boleto bancário.

Vejam os percentuais de variação de preço desde o lançamento, passando pela possibilidade de parcelamento, até o valor para compra à vista:

Entre os momentos a) → b) → a variação de preço foi de:

$$\frac{1.068,70 - 999,88}{1.068,70} \times 100 = \frac{68,81}{1.068,70} \times 100 = 0,064395 \times 100 = 6,44\% \text{ de desconto (no cartão)}$$

Vejam, agora, o quanto vale a pena comprar à vista no boleto, em vez de parcelado no cartão:

$$\frac{999,88 - 849,90}{999,88} \times 100 = \frac{149,98}{999,88} \times 100 = 0,14997 \times 100 = 15\% \text{ de desconto (à vista)}$$

Observando, ainda, a Figura 5 a seguir, na qual consta a taxa de juros cobrada pelo Banco Caixa Econômica Federal no caso de atraso da fatura de cartão de crédito do mês de

julho de 2015 de um cliente (12,49%), veremos que os juros que as lojas dizem não cobrar é, na verdade, superior ao de muitos bancos comerciais.

Figura 5: Taxa de juros por atraso no Cartão de Crédito Visa do Banco Caixa Econômica Federal.

FATURA ATUAL

Vencimento	05/07/2015
Encargos contratuais	10,99 %
Encargos cash	12,49 %
Encargos contratuais máximos para o próximo período	12,99 %
Encargos cash máximos para o próximo período	14,49 %
Total da fatura anterior (R\$)	3.056,40
Créditos e pagamentos (R\$)	3.207,96

Fonte: Internet Banking Caixa. Acesso em: 18 jul. 2015.

Por outro lado, de acordo com o art. 12 da Lei nº 8.177, de 1º de março de 1991, com a redação dada pela Medida Provisória nº 567, de 03 de maio de 2012, e art. 7º da Lei nº 8.660, de 28 de maio de 1993:

Em cada período de rendimento, os depósitos de poupança serão remunerados: I - como remuneração básica, por taxa correspondente à acumulação das TRD, no período transcorrido entre o dia do último crédito de rendimento, inclusive, e o dia do crédito de rendimento, exclusive; II - como remuneração adicional, por juros de: a) 0,5% (cinco décimos por cento) ao mês, enquanto a meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, for superior a 8,5% (oito inteiros e cinco décimos por cento); ou b) 70% (setenta por cento) da meta da taxa Selic ao ano, definida pelo Banco Central do Brasil, mensalizada, vigente na data de início do período de rendimento, nos demais casos (Art. 12 da Lei nº 8.177, de 1º de março de 1991).¹² Os depósitos de poupança têm como remuneração básica a Taxa Referencial – TR relativa à respectiva data de aniversário (Art. 7º da Lei nº 8.660, de 28 de maio de 1993).¹³

Sob esta ótica, a compra à vista é um investimento muito maior, frente ao rendimento total da poupança¹⁴ (0,7108%, julho de 2015), de modo que, não é aconselhável que um cliente, tendo dinheiro na poupança, compre à prazo no cartão de crédito.

Outra forma de economizar (ou investir) e evitar o endividamento é observar a variação do preço do produto de interesse no tempo. É que produtos em lançamento tendem a

¹² BRASIL. Lei 8.177, de 1º de março de 1991. Estabelece regras para a desindexação da economia e dá outras providências. Publicado no DOU de 4.3.1991 – Suplemento. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L8177compilada.htm>. Acesso em: 19 jul. 2015.

¹³ BRASIL. Lei 8.660, de 28 de maio de 1993. Estabelece novos critérios para a fixação da Taxa Referencial – TR, extingue a Taxa Referencial Diária - TRD e dá outras providências. Publicado no D.O.U. de 31.5.1993. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1989_1994/L8660.htm>. Acesso em: 18 jul. 2015.

¹⁴ <http://www4.bcb.gov.br/pec/poupanca/poupanca.asp>>. Acesso em: 18 jul. 2015.

custar mais caros. Por isso, há sites na *internet* que fazem esse monitoramento para o consumidor.

Observe a variação de preço do mesmo produto acima, de acordo com um desses *sites*:

Figura 6: Histórico de variação de preços do produto



Fonte: <http://www.zoom.com.br>. Acesso em: 18 jul. 2015.

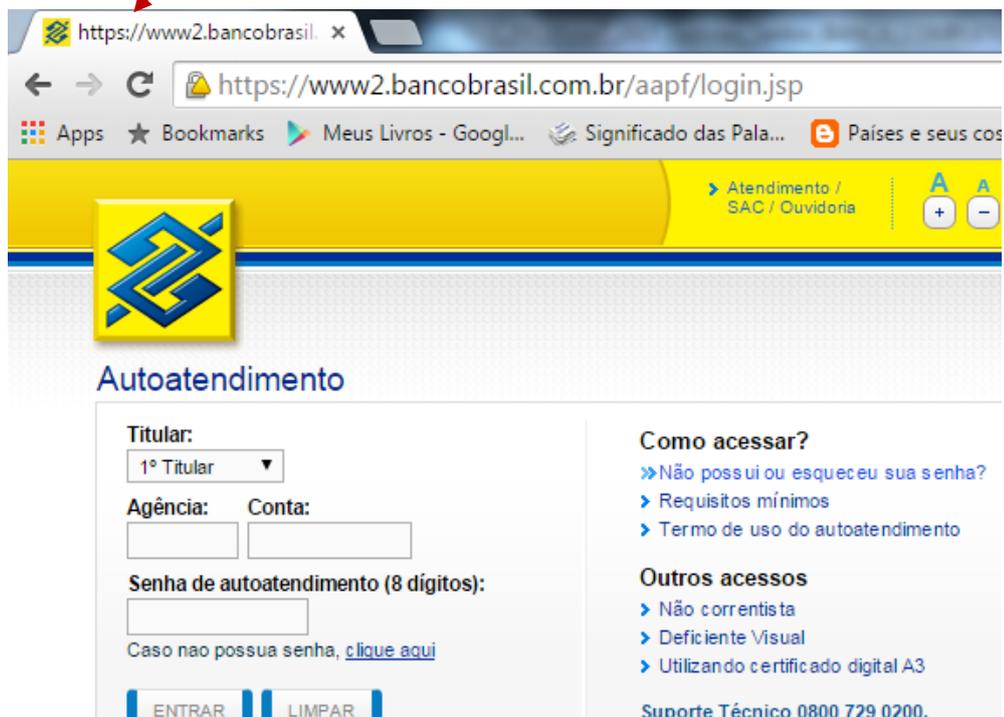
Para conseguir melhores negócios, o consumidor deve ficar atento a outros fatores, como por exemplo, as questões relacionadas com o uso ou não do cartão de crédito, mesmo que seja concedido um desconto na compra. O consumidor precisa estar atento, por exemplo, à data de vencimento de sua fatura, à segurança no uso do cartão, ao limite de crédito, dentre outros.

Apresenta-se, a seguir, alguns cuidados relacionados com este tema, considerando um usuário que já detenha um cartão:

- ✓ Fique atento ao vencimento da fatura, pois o atraso acarreta o acúmulo de juros ou encargos, além de IOF¹⁵ sobre o saldo devedor não pago dentro do mês;
- ✓ Nas compras *online*, certifique-se de que a loja é segura, e fique atento para não ser direcionado para o *site* falso. Verifique se aparece o “*https*” na barra de endereço do navegador;

¹⁵ IOF – Imposto sobre Operações Financeiras.

Figura 7: Tela Internet Banking do Banco do Brasil - Segurança https.



Fonte: <http://www.bancodobrasil.com.br>. Acesso em: 18 jul. 2015.

- ✓ Entenda e confira sempre os lançamentos em suas faturas, se possível diariamente. Há, inclusive, formas de ser avisado em seu Smartphone a cada nova compra ou movimentação em sua conta;
- ✓ Não compre por impulso, e fique feliz quando lhe pedirem um documento de identidade na hora da compra;
- ✓ Pague sempre o valor total da fatura, nunca o mínimo, pois poderá virar uma bola de neve financeira;
- ✓ Mantenha um planejamento de suas despesas, e, caso tenha que parcelar compras no cartão, lembre-se de incluí-las no seu controle dos próximos meses. Seja rigoroso nesse quesito.

Estas e outras orientações podem ser encontradas em portais da *internet* especializados em finanças.

3.8 Noções de Teoria do Consumidor e elasticidade econômica

Na Teoria do Consumidor reside a explicação do comportamento dos consumidores na hora da compra de bens e serviços. Essa teoria encontra bases na máxima da teoria econômica

de que os recursos são sempre escassos, e se preocupa essencialmente com as preferências do consumidor ante sua restrição orçamentária (CÂMARA, 2008).

Conforme já mencionado, a grande massa da população não detém os meios de produção. Por isso, trocam sua força de trabalho pela possibilidade de consumo de bens que lhe trarão alguma satisfação – ainda que não plena – dada a limitação de renda e, portanto, a necessidade inevitável de escolhas dentre a variedade de bens que o mercado oferece.

Com efeito, Rizzieri (2004) refere-se à Lei da Escassez econômica, afirmando que “em economia tudo se resume a uma restrição quase física – a lei da escassez, isto é, produzir o máximo de bens e serviços a partir dos recursos escassos disponíveis a cada sociedade”.

O conjunto de bens e serviços, assim como as diferentes combinações de quantidades de produtos, define a chamada “Cesta de Serviços” que são oferecidos pelo mercado.

A partir do nível de satisfação desejado, a análise das preferências do consumidor se dá pela forma como estes comparam conjuntos diferentes de quantidades de bens e serviços a serem adquiridos no mercado, o que obedece a alguns pressupostos de racionalidade econômica. Desse modo, o consumidor se comporta egoisticamente, buscando maximizar o benefício (satisfação ou prazer) ao menor custo possível (desconforto ou sofrimento). Quando se trata de preferência, nem sempre o consumidor terá prazer pleno em suas aquisições, uma vez que sua “Cesta de Compras” deve obedecer ao critério de capacidade de pagamento.

Em muitos desses casos, a capacidade de pagamento do consumidor não é imediata, surgindo, então, a possibilidade de o mesmo adquirir o bem de forma parcelada. Em geral, neste cenário o mercado (com foco essencialmente na formação de capital) aproveita para inserir uma nova variável, que é a venda da possibilidade de compra à prazo, inserindo, então, o que chamamos de juros. Numa situação mais justa, poderia ser inserido apenas o fator de correção da inflação nas parcelas, mas o empresariado tem aproveitado para “vender” também (de forma casada) a possibilidade de “compras parceladas”. Em muitos casos, as taxas cobradas para este tipo de compra são consideravelmente altas, podendo gerar dificuldade na efetivação dos pagamentos pelo consumidor.

A restrição orçamentária diz respeito ao limite que a renda do consumidor infringe nas escolhas das “cestas”, ou seja, representa o fato de que os consumidores não podem adquirir bens de forma ilimitada. Assim, a decisão do consumidor se dará sob a lógica da maximização de sua satisfação sujeita a uma restrição de renda.

Uma equação que represente uma restrição orçamentária do consumidor frente à escolha entre dois produtos A e B poderia ser assim definida:

$$R = Q_a \cdot P_a + Q_b \cdot P_b$$

Onde:

R : Renda do consumidor.

Q_a : Quantidade do produto A.

Q_b : Quantidade do produto B.

P_a : Valor do produto A.

P_b : Valor do produto B.

Consideremos o seguinte exemplo:

Problema de aplicação:

Problema (3.8.1): Um consumidor com renda de R\$ 800,00 quer comprar dois produtos, A e B, que custam R\$ 5,00 e R\$ 15,00, respectivamente. Esboce a função da restrição orçamentária a que está submetido este consumidor.

Solução:

Considere Q_a a quantidade de produtos A, no eixo das ordenadas (y), e a Q_b a quantidade de produtos B, no eixo das abscissas (x).

Assim, temos a função:

$$R = Q_a \cdot P_a + Q_b \cdot P_b$$

$$800 = 5Q_a + 15 \cdot Q_b$$

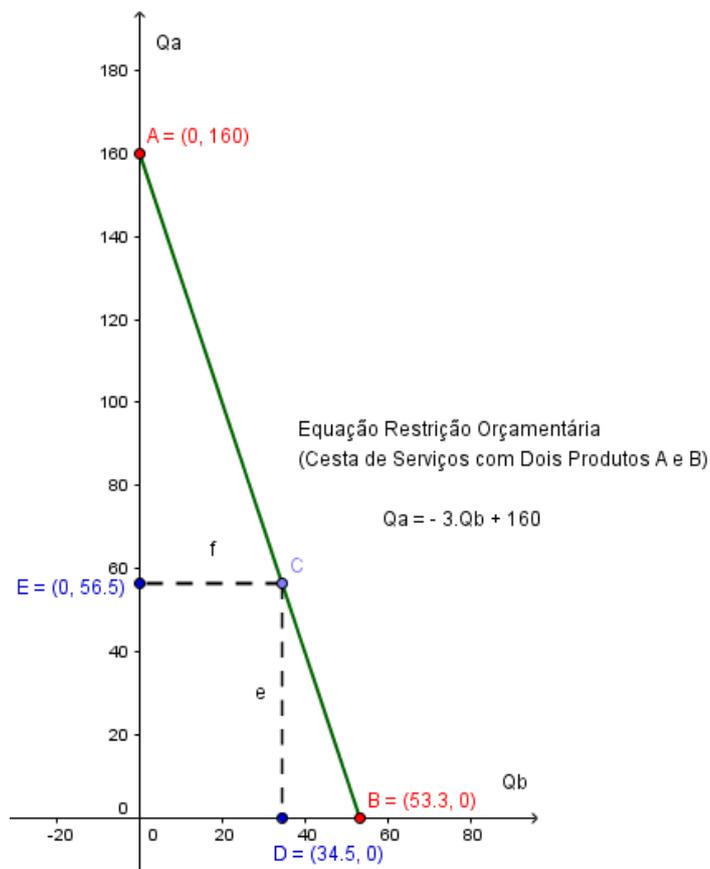
$$160 = Q_a + 3 \cdot Q_b$$

$$Q_a = -3 \cdot Q_b + 160$$

Isso significa dizer que, para cada unidade de B que for comprada, será necessário deixar de comprar três unidades de A.

O Gráfico 3 representa esta situação hipotética:

Gráfico 21 : Função Restrição Orçamentária



Fonte: Próprio autor.

O gráfico mostra que o consumidor, dado sua restrição orçamentária, terá, dentre outras, as seguintes opções de compra, em particular:

- ✓ Comprar 53 unidades do Produto B e nenhuma do Produto A (Ponto B, do gráfico).
- ✓ Comprar 160 unidades do Produto A e nenhuma unidade do Produto B (Ponto A, do gráfico).
- ✓ Comprar 34 unidades do Produto B e 56 unidades do Produto A (Ponto C, do gráfico).

Um conceito da ciência econômica que caberia aqui é aquele relacionado com a “Elasticidade”, mais especificamente a “Elasticidade-Preço da Procura” ou “Elasticidade-Preço da Demanda”, que é a medida da sensibilidade da demanda ante as alterações no preço de um produto, mantendo-se constantes as demais variáveis. Visa, por assim dizer, compreender a resposta dos consumidores quando ocorre uma variação no preço de um bem ou serviço.

Esse conceito de elasticidade ajuda a prever a variação da quantidade demandada, quando o preço de um produto varia, o que, para isso, bastaria multiplicar a variação do preço pela elasticidade.

O cálculo da Elasticidade-Preço da Demanda é dado pela seguinte equação matemática:

$$E_p = \frac{\text{Variação \% da demanda}}{\text{Variação \% do preço}} \quad (1)$$

Sendo a variação percentual da demanda:

$$\frac{\Delta Q}{Q}, \text{ onde } \Delta Q = Q_2 - Q_1 \quad (2)$$

e,

$$\frac{\Delta P}{P}, \text{ onde } \Delta P = P_2 - P_1 \quad (3)$$

Temos que:

$$E_p = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} \quad (4)$$

No caso em tela, não teríamos, em princípio, como calcular a elasticidade, por não sabermos a quantidade de compradores do produto naquele intervalo de tempo em que o preço variou.

Porém, para fins didáticos, e para exemplificarmos este conceito, vamos supor que entre os momentos em que os preços são mostrados na **Figura 6**, a variação do consumo se deu conforme a seguir:

Tabela 9: Elasticidade Preço-Demanda

Período	Preços (R\$)	Produtos vendidos	Variação de Preço $\Delta P = P_2 - P_1$	Variação nas vendas $\Delta Q = Q_2 - Q_1$
28 jun a 4 jul	R\$ 711,99	314	R\$ 13,90	- 34
18 jul	R\$ 725,89	280		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Aplicando a equação (4), temos:

$$E_p = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{-34}{314}}{\frac{13,90}{711,99}} = \frac{-0,1083}{0,0195} = -5,552$$

Aqui, pode-se observar que uma variação positiva nos preços (aumento) provocou uma variação negativa na demanda. Em outras palavras, o aumento dos preços provocou uma diminuição na procura.

A ciência econômica explica que, quanto maior a procura ou menor a oferta¹⁶, maiores serão os preços. Isso mostra que, comumente, o consumidor paga juros também na hora da compra, muitas vezes por não ter paciência e planejamento em suas compras.

3.9 Problemas envolvendo Inflação

Inflação é a desvalorização do dinheiro ao longo do tempo, devido a elevação dos preços dos bens e serviços, o que faz diminuir o poder de compra das pessoas. Compreender o conceito de inflação é importante, porque ela tem influência no cálculo dos ganhos do investimentos financeiros. Noutras palavras, é preciso conhecer a inflação em determinado período para, então, descobrir o ganho real dos valores aplicados pelo investidor.

Neste tópico, veremos como resolver algumas questões práticas envolvendo a inflação:

Problemas de aplicação:

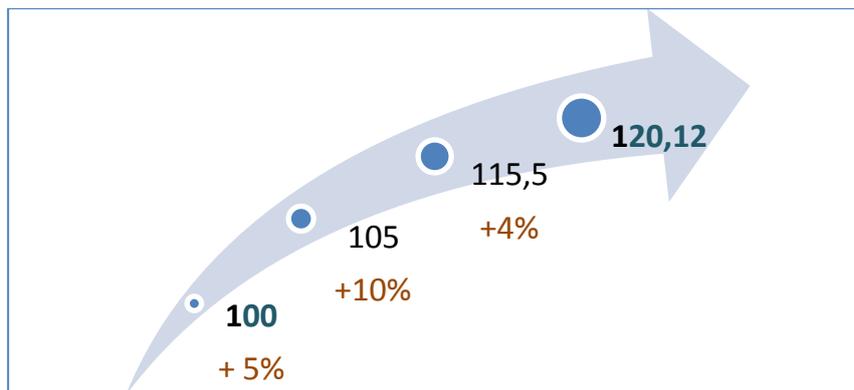
Problema (3.9.1): *Suponha que a inflação em cada mês do trimestre tenha sido de 5%, 10% e 12%. Qual a inflação acumulada referido trimestre?*

Primeiro raciocínio:

Pensemos numa forma prática: se o preço de uma mercadoria é de R\$ 100,00. Assim, temos as seguintes variações:

¹⁶ Oferta aqui significa disponibilizar produtos para o mercado consumidor.

Figura 8: Cálculo da inflação acumulada



Fonte: Próprio autor

Portanto, como de R\$ 100,00 teria aumentado para R\$ 120,12, temos que a inflação acumulada foi de 20,12%.

Outro raciocínio:

Multiplicando os fatores, teremos o mesmo resultado:

Inflação de 5% ⇒ fator: 1,05

Inflação de 10% ⇒ fator: 1,10

Inflação de 4% ⇒ fator: 1,04

Veja-se: $1,05 \times 1,10 \times 1,04 = 1,2012$.

Portanto, o índice inflacionário acumulado de 20,12%.

Problema de aplicação:

Problema (3.9.2): Um investimento foi realizado em um período com inflação de 30% e taxa de rendimento de 56%. Qual o rendimento desse investimento, descontada a inflação? (CESAR, 2012, p. 7).

Resolução:

Em situações como esta, os 56% são chamados de ganho aparente (ou ganho nominal) do investimento, e o rendimento, descontada a inflação, é chamado de ganho real. Assim, se x é o fato de ganho real, temos:

$$x = \frac{1,56}{1,3} = 1,2$$

Portanto, o ganho real foi de 20%.

Problema de aplicação:

Problema (3.9.3): Em certo país, a taxa de inflação vem se mantendo em 0,7% ao mês. Qual será a inflação acumulada em 12 meses? (DINIZ & SMOLE, 2010, p. 202).

Resolução:

Como a inflação se mantém constante ao longo por todo o período, poderemos utilizar o fator de capitalização dos Juros Compostos: $(1 + i)^n$.

Logo, temos:

$$(1 + i)^n = (1 + 0,007)^{12} = 1,0873.$$

Portanto, a inflação acumulada no período de 12 meses é de aproximadamente 8,73%.

Problemas complementares:

Problema (3.9.4): A inflação acumulada em um bimestre foi de 33%. Se, no primeiro mês a inflação foi de 14%, qual a inflação do segundo mês?

Problema (3.9.5): Um grande investidor aplicou suas economias no banco, a uma taxa de 12% ao mês. Ocorre que a inflação no período foi de 4,5%. Qual o ganho real deste investidor?

O percentual acumulado em sucessivos aumentos pode ser calculado também por meio deste dispositivo prático.

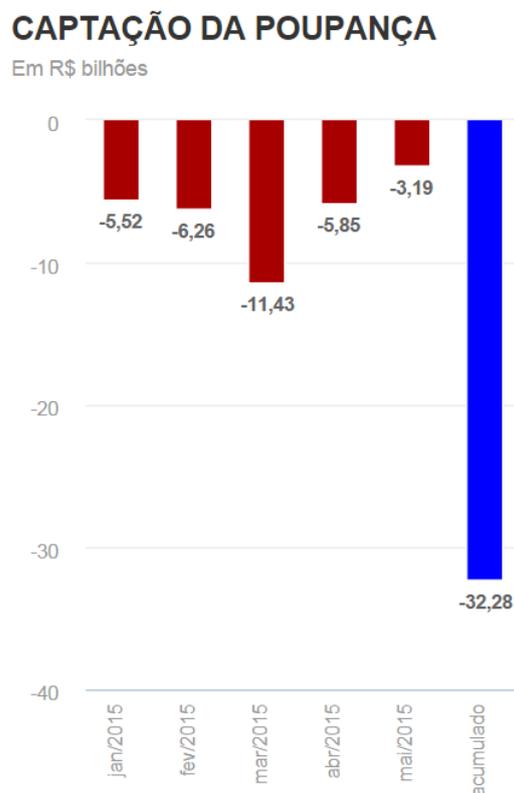
3.10 Orientando os investimentos

Há diversas formas de investir o dinheiro na atualidade, sendo que a poupança, em termos de rentabilidade, não está no topo da lista.

Segundo Mellis (2015), quem manteve depósito na poupança em 2014 perdeu **1,31%** de seu dinheiro, resultado da diferença entre a rentabilidade e a inflação oficial medida pelo Governo Federal. Uller (2015) afirma que em junho de 2015 a poupança apresentou rentabilidade negativa (-0,11%), o pior desempenho desde 2003. Isso significa que os preços vêm subindo mais que o rendimento da caderneta de poupança.

Em virtude disso, as retiradas na caderneta de poupança – que até julho de 2015 já somam 32,28 bilhões, segundo dados do Banco Central – já superam as entradas, ocasionando uma saída líquida de 3,2 bilhões de reais só em 2015 (Figura 9).

Figura 9: Captação da poupança até julho de 2015



Fonte: g1.com e Banco Central.¹⁷

Uma alternativa de investimento viável seria aplicar em títulos do Tesouro, em CDB ou em Letras de Crédito, dada a garantia de maior rentabilidade, como mostra a figura a seguir:

Figura 10: Modalidades de investimento no mercado financeiro.

	POUPANÇA	TESOURO DIRETO	LCI/LCA	CDB
Valor líquido a ser resgatado ¹	R\$ 5.880,16	R\$ 6.164,48	R\$ 6.367,70 (LCI)	R\$ 6.537,77
Quanto rendeu a mais do que a poupança?	---	32,30%	55,39%	74,45%

Fonte: notícias.R7.com.

¹⁷ AMATO, Fábio. Perdas da poupança em 2015 chegam a R\$ 32,28 bilhões em maio. G1. 05.06.2015.

O quadro a seguir mostra, ainda, as principais vantagens e desvantagens de cada uma dessas aplicações:

Quadro 11: Melhores formas de investir o dinheiro no mercado financeiro

	POUPANÇA	TESOURO DIRETO	LCI/LCA	CDB
Vantagens	Facilidade Liquidez Garantia do FGC ¹⁸	Aplicação a partir de R\$ 30,00 Liquidez diária Segurança de título público	Isentas de Imposto de Renda Garantia do FGC	Costumam ter os melhores rendimentos do mercado Garantia do FGC
Desvantagens	Baixo rendimento	Imposto de renda sobre o ganho Risco: prejuízo na venda antes do prazo	Dificuldade para encontrar títulos de menor valor Ter que cumprir o prazo de resgate	Imposto de Renda sobre o ganho Ter que cumprir o prazo de resgate
Onde	Bancos	Corretoras de valores Tesouro Direto	Corretoras de valores Bancos	Corretoras de Valores Bancos

Fonte: Próprio autor. Dados de: <http://noticias.r7.com/economia>

De toda forma, é preciso que o investidor perceba a necessidade de buscar o maior número de informação para, então, decidir.

¹⁸ FGC (Fundo Garantidor de Créditos): garante até R\$ 250.000,00 investidos em caso de problemas na instituição financeira.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES

O conhecimento sobre Matemática Financeira é capaz de ajudar o estudante a resolver situações reais de seu dia a dia. A escola tem o papel de contribuir para formação de cidadãos mais críticos e conscientes, capazes de melhor compreender o mundo ao seu redor.

Neste trabalho palmilhou-se em pesquisas bibliográficas para além da seara da matemática financeira. Buscou-se levar o aluno a compreender também outros temas de relevância e implicação direta na vida das pessoas, tais como o comportamento do consumidor, o fenômeno dos juros, lucro dos bancos, a inflação, dentre outros.

Quanto aos resultados da oficina em sala de aula, identificou-se, por um lado, o reconhecimento da aplicabilidade da matemática financeira na vida pessoal: 96,9% do primeiro público e 88,4% do segundo identificaram no tema a relação com o dia a dia deles. Por outro lado, foram identificadas algumas deficiências, tanto com relação ao tema “juros compostos”, como também com a própria “variação percentual simples”.

Com efeito, sobre porcentagem e aumentos sucessivos de preços, e sobre o efeito de *“um aumento numa mercadoria, e posterior desconto à mesma taxa percentual”*, 56,9% em um público alvo e 74,4% no outro erraram, ao responderem que *“o preço da mercadoria volta ao preço original”*. Esta é uma questão muito comum nas aulas de matemática financeira, e que confunde o estudante. Por isso, este é um resultado preocupante.

Outro resultado que saltou aos olhos: deu-se na questão na qual o estudante deveria responder se *“O salário líquido [...] paga todas as despesas?”* e *“Se as despesas se mantiverem [...], com o novo salário, [...] conseguirá pagá-las?”*. Em média, 42,8% do público não responderam a primeira questão e 63,2% não respondeu a segunda (70,7% no primeiro público). Deficiências nessa área – contabilidade e controle de gastos – tornam-se vetores para o aprofundamento das dívidas e, por conseqüência, dos juros nos orçamentos das famílias, o tema primordial de que se preocupa o presente trabalho.

Deste estudo resultou a proposta de um texto e de uma Cartilha Educativa sobre temas que, se dominados, poderão mostrar-se úteis na formação de cidadãos mais críticos-conscientes, bem distantes dos juros bancários, ao passo que mais capazes de investimentos.

Recomenda-se para a continuidade ou revisão trabalho, o estudo sobre outros igualmente relevantes para o ensino da Matemática Financeira no Ensino Médio, tais com Rendas Certas e Cálculo do Valor Presente.

REFERÊNCIAS

AMATO, Fábio. Perdas da poupança em 2015 chegam a R\$ 32,28 bilhões em maio. G1. 05.06.2015. Disponível em: <<http://g1.globo.com/economia/noticia/2015/06/perdas-da-poupanca-em-2015-chegam-r-3228-bilhoes-em-maio.html>>. Acesso em: 21 jul. 2015.

AZEVEDO-FILHO, Ubirajara Gomes. Matemática financeira: juros simples e composto. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1672-8.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2015.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Glóssário completo. Disponível em <<http://www.bcb.gov.br/GlossarioLista.asp?idioma=P>>. Acesso em: 15 ago. 2015.

BBC. Brasil deve fechar 2014 como 4º país com mais acesso à internet, diz consultoria. BBC Brasil. 24.11.2014. Disponível em: <http://www.bbc.co.uk/portuguese/noticias/2014/11/141124_brasil_internet_pai>. Acesso em: 30 jan. 2015.

BRASIL. Lei 8.177, de 1º de março de 1991. Estabelece regras para a desindexação da economia e dá outras providências. Publicado no DOU de 4.3.1991 – Suplemento. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L8177compilada.htm>. Acesso em: 19 jul. 2015.

BRASIL. Lei 8.660, de 28 de maio de 1993. Estabelece novos critérios para a fixação da Taxa Referencial - TR, extingue a Taxa Referencial Diária - TRD e dá outras providências. Publicado no D.O.U. de 31.5.1993. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1989_1994/L8660.htm>. Acesso em: 18 jul. 2015.

BRASIL. MEC. Orientações curriculares para o ensino médio. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 30 jan. 2015.

BRASIL. MEC (1999). Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação.

CALDAS, Pedro Frederico. As instituições financeiras e as taxas de juros. Revista de Direito Mercantil, p. 78, jan. – mar, 1996.

CÂMARA, Samuel Façanha. Economia (Macro e Micro). UAB/UFSC, 2008.

CAMPOS, Weber; CARVALHO, Sérgio. Matemática financeira simplificada para concursos: Teoria e questões com gabarito comentado. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

CESAR, Benjamin. Matemática Financeira: Teoria e questões. 4ª Edição. Rio de Janeiro. Impetus, 2002.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DE DIRIGENTES LOJISTAS (CNDL). Número De Devedores Aumenta Em Todo O Brasil. Disponível em: <<http://www.cndl.org.br/noticia/inadimplencia-cresce-447-em-julho-e-sobe-em-todas-as-regioes-do-pais-mostra-spc-brasil/>>. Acesso em: 11 ago. 2015.

CUNHA, Antonio Geraldo da. Dicionário etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1982.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010.

DIEESE. Desempenho dos Bancos em 2014. Disponível em: <<http://www.dieese.org.br/desempenhodosbancos/2015/desempenhoBancos2014.pdf>>. Acesso em: 30 jun. 2015.

DINIZ, Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Cristina Stocco. Matemática: ensino médio: volume 1. 6ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

GAGNÉ, R. Como se realiza aprendizagem. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1971.

GENTIL, N.; GRECO, S.E.; SANTOS, C.A. Matemática – Volume Único. Editora Ática: 2006.

GUNTHER, Max. Os axiomas de Zurique: Os conselhos dos banqueiros suíços para orientar seus investimentos. 25ª Ed. Rio de Janeiro: Record, 2012.

IEZZI, Gelson. Fundamentos da matemática elementar. São Paulo: Atual, 2004.

ILYDIO Pereira Sá. Matemática financeira para educadores Críticos. Rio de Janeiro: Editora Ciências Modernas Ltda., 2011.

INFORME ECONÔMICO. Elasticidade-Preço da Demanda. INFORME ECONÔMICO: a economia ao alcance de todos. 22.05.2013. Disponível em: <<http://informeeconomico.com.br/conceitos/elasticidade-preco-da-demanda/>>. Acesso em: 18 jul. 2015.

KENSKI, Vani Moreira. Novas tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente. REVISTA BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO, Rio de Janeiro: n. 8, p. 58-71, maio/ago., 1998.

KUNKEL, Franciele Inês Reis; VIEIRA, Kelmara Mendes; POTRICH, Ani Caroline Grigion. Causas e consequências da dívida no cartão de crédito: uma análise multifatores. Rev. Adm. (São Paulo), São Paulo, v. 50, n. 2, p. 169-182, jun. 2015. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0080-21072015000200169&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 17 ago. 2015. <http://dx.doi.org/10.5700/rausp1192>.

LIMA, Elon L. A Matemática do ensino médio. (vol. 1 e 2). Porto Alegre: SBM, 1998.

LIMA, Ruy Cirne de. Do juro do dinheiro. Revista de Direito Mercantil, Industrial, Econômico e Financeiro, vol. 5, p. 35.

MARTINS, Gilberto de Andrade; LINTZ, Alexandre. Guia para Elaboração de Monografias e Trabalhos de Conclusão de Curso. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MATIAS-PEREIRA, José. Metodologia Científica: Manual de Pesquisa Científica. Brasília. FACE/UnB, 2007.

MELLIS, Fernando. Fuja da caderneta de poupança e multiplique seu dinheiro com segurança: Investimentos em títulos do Tesouro, CDB e Letras de Crédito garantem maior rentabilidade. R7. 20.07.2015. Disponível em <<http://noticias.r7.com/economia/fuja-da-caderneta-de-poupanca-e-multiplique-seu-dinheiro-com-seguranca-20072015>>. Acesso em: 21 jul. 2015.

PINHO, D. B.; VASCONCELLOS, M. A. S. de (Orgs.). Manual de Economia: equipe de professores da USP. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2004. Cap.1.

SCAVONE, JR., Luiz Antonio. Juros no Direito Brasileiro. 5ª Ed. Rio de Janeiro: Forense, 2014.

SLIDESHARE. Universo das apostilas. Aula 3: Elasticidade e suas aplicações. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/xleosx/economia-aula-3-a-elasticidade-e-suas-aplicacoes>>. Acesso em: 18 jul. 2015.

SPC BRASIL. Mais da metade dos brasileiros comprou por impulso nos últimos três meses, aponta SPC Brasil. SPC Brasil. 30.06.2015. Disponível em: <<https://www.spcbrasil.org.br/imprensa/pesquisas/775-maisdametadedosbrasileiroscomprouporimpulsonosultimostresmesesapontaspccbrasil>>. Acesso em: 13 ago. 2015.

ULLER, Leonardo Pires. Poupança tem rentabilidade real negativa e seu pior desempenho desde 2003. Infomoney. 13.07.2015. Disponível em: <<http://www.infomoney.com.br/onde-investir/poupanca/noticia/4155095/poupanca-tem-rentabilidade-real-negativa-seu-pior-desempenho-desde-2003>>. Acesso em: 21 jul. 2015.

VAZ, Tatiana. Bancos brasileiros são mais rentáveis que americanos. Revista Exame. Negócios. 24.03.2015. Disponível em: <<http://exame.abril.com.br/negocios/noticias/bancos-brasileiros-sao-mais-rentaveis-que-americanos>>. Acesso em: 21 jul. 2015.

VELUDO-DE-OLIVEIRA, Tânia Modesto; IKEDA, Ana Akemi; SANTOS, Rubens da Costa. Compra compulsiva e a influência do cartão de crédito. Rev. adm. empres., São Paulo, v. 44, n. 3, p. 89-99, set. 2004. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-75902004000300007&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 17 ago. 2015. <http://dx.doi.org/10.1590/S0034-75902004000300007>.

VINÍCIUS, Bruno; ALMEIDA, Guilherme de. Atraso em contas de telefone, internet e TV paga tem maior crescimento em 24 meses, revela SPC Brasil. SBPC Brasil. 27.01.15 Disponível em: <<https://www.spcbrasil.org.br/imprensa/indices/107-atrasoemcontasdetelefoneinternetetvpagatemmaiorcrescimentoem24mesesrevelaspccbrasil>>. Acesso em: 30 mar. 2015.

APÊNDICE A – Simulado “Oficina em Sala de Aula”¹⁹

OFICINA EM SALA DE AULA

TEMA: JUROS

Participante (opcional): _____

Data: ____/____/____

Quase sempre é um desafio controlar as finanças pessoais ou do lar. Lidar bem com os gastos e acertar as prioridades na hora das compras faz parte de um tema que pode ser ensinado desde a mais tenra idade: *a educação financeira*.

O aluno pode buscar a excelência para além das notas escolares. Poderá, por exemplo, ajudar sua família a empreender uma vida financeira de qualidade e mais feliz, longe daqueles boletos indesejados. A figura a seguir, ilustra essa realidade:

Figura 1:



Fonte: Disponível em: <http://meubolsofeliz.com.br/wp-content/uploads/2014/01/bolaNeve2.jpg>. Acesso em: 19 jun. 2014.

- 1) Quanto ao estudo da matemática financeira no ensino médio:
 - a) Poderá ser útil e perfeitamente aplicável em sua vida pessoal.
 - b) Não faz diferença.
- 2) O preço de uma mercadoria sofre um aumento de 20%. Se dermos um desconto de 20% sobre o novo preço desta mercadoria. Podemos afirmar:
 - a) Ele volta ao preço original;
 - b) Ele ainda ficará com o preço maior que o original;
 - c) Ele ficará com o preço menor que o original.
- 3) Joaquim, 23 anos, arranhou um emprego, abriu uma conta no Banco e já conseguiu o seu primeiro cartão de crédito, o FiadoCard. Todo dia 5, é efetuado o pagamento salarial. Para janeiro, seu salário bruto é de R\$ 2.100,00, será descontado 11% de INSS (contribuição previdenciária), 1% de Plano de Saúde. Para fevereiro ele terá um aumento percentual de 20% em seu salário. As contas a pagar de janeiro são:
 - Luz: R\$ 57,50, com vencimento em 5 de janeiro. Multa de 2% se pagar em atraso e juros simples de 4,5% ao mês.
 - Água: R\$ 61,90, vencimento em 15 de janeiro. Juros simples de 6% ao mês, se pagar em atraso.

¹⁹ Como apresentado ao participante da pesquisa.

- Telefone: R\$ 55,00, vencimento em 7 de janeiro. Juros de R\$ 0,22 ao dia, se pagar em atraso.
- Aluguel: R\$ 450,00, vencimento em 10 de janeiro. Cobrança de juros simples de 10% ao mês, se atrasar.
- Valor reservado para alimentação: R\$ 390,00
- Valor reservado para lazer: R\$ 150,00
- Prestação da moto: R\$ 92,60, vencimento em 15 de janeiro. Multa de 2% e juros de 6% ao mês, se pagar em atraso.
- Combustível para sua moto: R\$ 45,00.
- Possível assinatura de uma revista de motos: R\$ 18,00.
- Cartão de Crédito: R\$ 660,00, vencimento em 10 de janeiro. Pagamento mínimo: R\$ 99,00 e juros de 16% ao mês sobre o valor restante, cobrado na próxima fatura.

RESPONDA

- O salário líquido de Joaquim paga todas as despesas?
 - Qual ou quais as soluções que Joaquim tem para pagar suas despesas sem pagar juros?
 - Qual ou quais as soluções que Joaquim tem para pagar suas despesas pagando o menor valor de juros sem utilizar os valores reservados para alimentação, lazer, combustível e a assinatura da revista?
 - Se as despesas se mantiverem em fevereiro, com o novo salário, Joaquim conseguirá pagá-las?
 - Se Joaquim pagar apenas o valor mínimo da fatura do cartão de crédito, de quanto será o juro na próxima fatura?
- 4) Uma lanterna do Gol, original, custa R\$ 280,00 e tem vida útil de 5 anos. Uma lanterna alternativa custa R\$ 70,00 e tem vida útil de 1 ano. Marlene precisa trocar a lanterna de seu Gol. Considerando que o dinheiro rende 12% ao ano, que lanterna ele deve escolher?
- 5) O Código de Defesa do Consumidor aplica-se às instituições financeiras. Todavia, tais instituições – dentre as quais se inclui as empresas administradoras de cartão de crédito – podem praticar juros remuneratórios acima do percentual legal (12% a.a.), sem que isso, por si só, configure cobrança de juros abusiva. Noutro dizer, essas instituições não sofrem as limitações da Lei de Usura. Um cidadão mais consciente financeiramente precisa estar atento ao tipo de armadilha em comento, pois dificilmente conseguirá revisão de juros cobrados nas faturas de cartão de crédito em atraso.
- Considere que a relação de crédito representada na **Figura 1** fosse daquelas cujo percentual de juros é limitado a 1% a.m. e a instituição praticassem exatos esse limite. Marque (V) Verdadeiro ou (F) Falso nas afirmativas a seguir: (*Sugestão: Quando necessário, adote $1,01^{12}=1,127$, e $1,01^{36}=1,43$*)
- I – O montante da dívida a juros simples ao final do primeiro ano seria de R\$ 1.120,00.
 - II – O Valor dos juros compostos acumulados no primeiro ano, capitalizados mensalmente, seria de R\$ 126,80, mas teria extrapolado o limite de 12% a.a.
 - III – A dívida ao final dos três anos, mesmo a juros compostos capitalizados mensalmente, seria de R\$ 1.430,00.
 - IV – A comparação entre uma dívida de R\$ 69.000,00 e uma de R\$ 1.430,00 permite ao mais simples dos cidadãos perceber que cartão de crédito não é brinquedo.

Obrigado.

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE

1 - Identificação do responsável pela execução da pesquisa:

Título do Projeto: “Juros: Uma Abordagem Da Matemática Financeira Cotidiana”.

Coordenador e Orientador do Projeto: Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior

Aluno executor da pesquisa: Ladislau De Oliveira Dos Santos

Endereço eletrônico da Universidade: <http://www.ufac.br>

Objetivo Geral: Analisar o conhecimento prático no campo da matemática financeira.

2- Informações ao participante da pesquisa ou ao seu responsável:

a. Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa que tem como objetivo “Juros: Uma Abordagem da Matemática Financeira Cotidiana”.

b. Mas, antes, leia atentamente as explicações abaixo que informam sobre a o questionário a ser aplicado.

c. Você poderá recusar a participar da pesquisa e abandoná-la em qualquer momento, sem nenhuma penalização ou prejuízo. Durante o questionário, você poderá se recusar a responder a qualquer pergunta que por ventura lhe cause algum constrangimento.

d. A sua participação, como voluntário, não auferirá nenhum privilégio, seja ele de caráter financeiro ou de qualquer natureza, podendo se retirar do projeto em qualquer momento sem prejuízo.

e. Não há qualquer risco decorrente de sua participação. Serão garantidos o sigilo e a privacidade, sendo-lhe reservado o direito de omissão de sua identificação ou de dados que entenda possa comprometer-lo.

f. Na apresentação dos resultados não serão citados nomes dos participantes. Tais informações não serão objeto de coleta no questionário.

Confirmando ter conhecimento do conteúdo deste termo. A minha opção pelo "sim" logo abaixo indica que concordo em participar desta pesquisa e por isso dou meu consentimento.

Rio Branco, _____ de junho de 2015.

Prof. Ladislau de Oliveira dos Santos

Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – CCET

Universidade Federal do Acre – UFAC

Apoiadores:

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA

Sociedade Brasileira de Matemática – SBM

Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior – CAPES

Cartilha Financeira Educativa

APÊNDICE C – Cartilha Financeira Educativa



Cartilha Financeira Educativa

Expediente

Realização: Ladislau de Oliveira dos Santos

Coordenação: Prof. Dr. Sérgio Brazil Júnior

Coorientação: Prof. Dr. Wenden Charles de Souza Rodrigues

Projeto Gráfico: Heitor Pereira;

Diagramação/Ilustrações: Ladislau Santos

Conteúdo: Ladislau de Oliveira dos Santos.

Programa:

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

Universidade Federal do Acre – UFAC

Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – CCET

Financiadores/Apoiadores:

Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA

Sociedade Brasileira da Matemática – SBM

Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior – CAPES

Cartilha Financeira Educativa

Sumário

Apresentação 4

Fases da vida 5

Algumas definições relacionadas às finanças 6

Cuidados com o dinheiro e com as dívidas 8

Quanto se paga pelo atraso na fatura do Cartão de Crédito 9

Programe-se para investir 10

Dicas para sair do endividamento 12

Corrigindo uma dívida ou calculando desconto em compras à vista 13

Links úteis 16

Referências 18

Apresentação

Prezado Estudante,

O objetivo desta cartilha é nos convidar à saúde financeira e a uma vida melhor e mais tranquila.

Esta cartilha visa esclarecer e orientá-lo quanto a alguns conceitos básicos de educação financeira.

A partir de uma leitura cuidadosa, você será capaz de ajudar seus pais a melhor organizar seu orçamento familiar, adequando-o conforme necessidades reais e prioridades, e de forma inteligente.

Desejamos que este singelo material o ajude no presente e no futuro, convergindo para uma disciplinada e feliz vida com propósito.

Cartilha Financeira Educativa

Fases da vida

O senso comum nos aponta que ao longo da vida percorremos três fases distintas:

CONQUISTA Até os 35 anos de idade	CONSOLIDAÇÃO Dos 35 aos 55 anos de idade	ANOS DOURADOS A partir dos 55 anos de idade
Na fase da Conquista , as prioridades são os estudos, a carreira, compra de carro, viagens, constituir família, etc. É a fase em que mais gastamos dinheiro, somos mais impulsivos e queremos a satisfação imediata.	Já na fase da Consolidação , passamos a ter consciência da importância de poupar para o futuro, mas nos vemos diante de uma série de dívidas acumuladas na fase da Conquista. É o momento de repensar os gastos.	Anos Dourados , a tão sonhada idade da aposentadoria, é a oportunidade que temos de dar um novo propósito à vida. Para alguns, é a fase de gastar e aproveitar a vida, e, para outros, é o momento de colocar em prática o plano B: continuar trabalhando para manter o seu padrão de vida.

Adaptado de: Fonte: Fundação Previdenciária IBM.
<http://www.fundacaoibm.com.br>

Disciplina e um bom planejamento financeiro, iniciados o quanto antes, são fatores determinantes para a plenitude em diversas outras áreas da vida.

Cartilha Financeira Educativa

Algumas definições relacionadas às finanças

O que é Educação Financeira:

A Educação Financeira consiste num conjunto de práticas que tem como objetivo:

1. Auxiliar as pessoas na administração de seus rendimentos;
2. Sedimentar a cultura de poupança e investimento;
3. Capacitar as pessoas para a tomada de decisões, orientando-as a consumir de forma consciente.

Crédito: É um dinheiro posto à disposição de alguém.

Tipos de crédito:

✓ **Crédito pessoal**

Destinado ao consumo pessoal.

✓ **Crédito para as atividades produtivas**

Destinado a custeio e investimento.

Juros: É o custo cobrado pelo empréstimo de dinheiro.

Atenção:

- ⇒ Para que o crédito seja bem utilizado, devemos analisar a situação sobre três aspectos: o momento de tomar o

Cartilha Financeira Educativa

crédito, o custo do crédito e quanto da renda será destinado ao pagamento das parcelas.

- ⇒ Quem poupa faz uso proveitoso dos juros e acumula riqueza, enquanto quem paga juros terá proveito apenas se tiver uma possibilidade de ganho..

Planejamento: É o conjunto de ações que levarão a um determinado objetivo.

Planejamento financeiro: É um tipo de planejamento direcionado a organizar as contas de uma pessoa, de uma família ou de uma atividade produtiva.

O orçamento financeiro é a forma como colocamos em prática o planejamento financeiro e geralmente é feito por períodos mensais. No orçamento financeiro é bom que as anotações sejam feitas diariamente.

Etapas do orçamento financeiro:

- ✓ Anotar todas as receitas.
- ✓ Anotar todas as despesas fixas e poupança.
- ✓ Anotar todas as despesas variáveis.
- ✓ Calcular a diferença entre receitas e despesas.
- ✓ Se sobrou algum dinheiro, poupe ou destiná-lo para a realização de alguma compra. Se faltou dinheiro, tome medidas para reverter a situação

Controle de Caixa: registro das entradas de dinheiro (salário) e das saídas (contas).

Cartilha Financeira Educativa

Cuidados com o dinheiro e com as dívidas

Separe uma quantia todo mês para conquistar suas maiores aspirações. Pense em algo que você queira muito, e tenha isso como meta. Poupe periodicamente pensando no objetivo e compre à vista. Assim, você evita pagar juros, e ainda terá maior poder de negociação.

Veja um exemplo:

Quanto você deve poupar por mês?*

R\$ 1.700 Durante 10 anos = Imóvel de R\$ 261 mil	R\$ 600 Durante 4 anos = Carro de R\$ 32 mil	R\$ 180 Durante 1 ano = Aparelho de TV de LED de R\$ 2.200,00
---	---	---

* considerando uma aplicação que rende 0,4% líquido mensal.

Cartilha Financeira Educativa

Quanto pago pelo atraso na fatura do Cartão de Crédito

O cartão de crédito é muito útil no dia a dia das pessoas, pois proporciona comodidade e praticidade na hora das compras.

Entretanto, é preciso ficar atento para não se endividar com juros. Na vida há imprevistos que precisam ser pensados antes.

Quando há atraso no pagamento das faturas, você fica sujeito a ter que pagar uma série de encargos e impostos. São eles:

- Multa (2% sobre o valor da fatura²⁰);
- Juros (em média 12,74% ao mês²¹ sobre o saldo devedor);
- IOF – Imposto sobre Operações Financeiras (0,0082%²² ao dia sobre o valor principal);

Consulte algumas simulações de evolução de dívidas nos *links* a seguir:

<http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/saiba-quanto-voce-vai-pagar-se-atrasar-a-fatura-do-cartao>

<http://minhaseconomias.com.br/blog/educacao-financeira/pagamento-minimo-da-fatura-cartao-de-credito-nao-caia-nessa>



Fonte:

http://www.4devs.com.br/imagens/home/banner_cartao_credito.png

²⁰ Fonte: Banco Central do Brasil.

²¹ A depender da instituição financeira.

²² Fonte: Receita Federal do Brasil.

Cartilha Financeira Educativa

Programa-se para investir

Você investe quando quer comprar uma casa, para dar uma boa educação aos seus filhos, para trocar de carro, fazer a viagem dos seus sonhos, ou para manter seu estilo de vida mesmo depois de aposentado.

Mas a primeira pergunta que surge na mente de quem se prepara para investir é: Onde investir?

Veja a seguir uma simulação dos ganhos obtidos no investimento de **R\$ 5.000,00** em alguns tipos de aplicações:



	POUPANÇA	TESOURO DIRETO	LCI/LCA	CDB
Valor líquido a ser resgatado¹	R\$ 5.880,16	R\$ 6.164,48	R\$ 6.367,70 (LCI)	R\$ 6.537,77
Quanto rendeu a mais do que a poupança?	---	32,30%	55,39%	74,45%

Fonte: notícias.R7.com.

Há ainda outro motivo: alcançar a sua independência financeira. Veja que não se fala aqui em ficar milionário, o que certamente exigiria um esforço maior, mas, sim, em ter o conforto de saber que não ficará em apuros caso aconteça algum imprevisto.

Cartilha Financeira Educativa

Observe os exemplos a seguir:

EXEMPLO

Considere que você tenha aplicado R\$ 1.000 no seu banco, pelo prazo de quatro anos, com uma taxa de juros de 4% ao ano, no regime de juros compostos.

CRESCIMENTO DE R\$ 1.000 A JUROS COMPOSTOS DE 4% A.A.				
	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4
SALDO NO INÍCIO DO ANO	1.000,00	1.040,00	1.081,60	1.124,86
JUROS NO ANO	X 4%	X 4%	X 4%	X 4%
	= 40,00	= 41,60	= 43,26	= 44,99
SALDO NO FINAL DO ANO	1.040,00	1.081,60	1.124,86	1.169,85

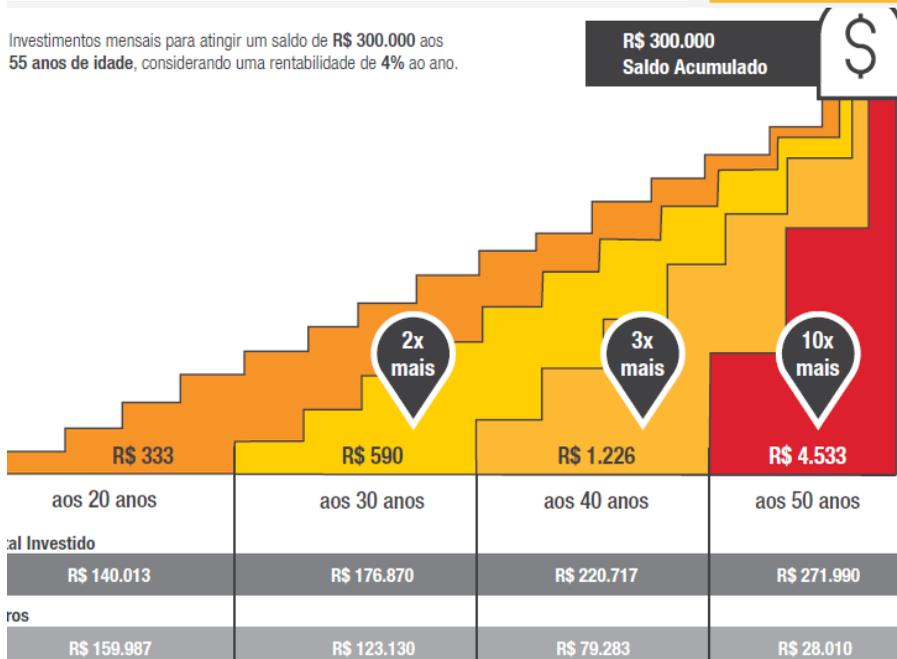
PATRIMÔNIO LÍQUIDO



Todos os seus investimentos (aplicações financeiras, imóveis, participações em negócios, etc.), menos suas dívidas e obrigações financeiras de longo prazo, como pagamento da escola dos seus filhos, prestações de algum financiamento, etc.

Investimentos mensais para atingir um saldo de R\$ 300.000 aos 55 anos de idade, considerando uma rentabilidade de 4% ao ano.

R\$ 300.000
Saldo Acumulado



Fonte: Fundação Previdenciária IBM. <http://www.fundacaoibm.com.br>

Cartilha Financeira Educativa

Portanto, pesquise sobre as principais vantagens e desvantagens de cada uma dessas aplicações. Dessa forma, poderá obter melhores ganhos fazendo escolhas inteligentes.

Dicas para sair do endividamento

O primeiro passo para **sair do “vermelho”** é gastar menos, poupar mais, trocar as dívidas caras pelas mais baratas.

Se estiver endividado a ponto de não conseguir pagar suas contas do mês, não se desespere!

É possível se livrar das dívidas, mantendo a calma e mudando algumas atitudes:

- ✓ Analise todos os débitos que possui e a gravidade de cada um. Fique atento aos juros, ao risco de corte do fornecimento de serviços (água, luz, telefone etc.).
 - Em seguida, procure os credores e renegocie as dívidas.
 - Defina as despesas prioritárias e não ultrapasse o limite mensal.
 - Se perceber que terá dificuldades para pagar a dívida, procure imediatamente o credor, e evite o aumento do débito.
- ✓ Negocie o pagamento das parcelas, de acordo com suas possibilidades.
 - Se for pagar a dívida à vista, tente negociar um desconto.
- ✓ Faça investimentos.

Cartilha Financeira Educativa

- ✓ Substitua créditos com taxas maiores por outros com taxas menores.
 - Assim, você coloca sua vida financeira em ordem e evita pagar juros abusivos.
- ✓ Saia do consumismo: ao sair de casa, leve o dinheiro contado. Evite andar com o cartão de crédito e/ou talão de cheques, se perceber que não se controla.
- ✓ Defina o que é importante: corte o supérfluo.

Corrigindo uma dívida ou calculando desconto em compras à vista

O valor do dinheiro varia no tempo. Em geral, principalmente em tempos de inflação alta, o dinheiro perde o seu valor rapidamente.

Assim, se você guardar seu dinheiro debaixo do coxão, fatalmente será um desastre; não poderá comprar o mesmo que comprava à época em que o guardou. Foi o que aconteceu com o trabalhador rural Valdomiro Gonçalves, que após décadas perdeu uma fortuna.

Não é seguro guardar dinheiro em casa, não é higiênico e nem rentável.

Cartilha Financeira Educativa

Correção para o futuro (investimento futuro)

Tome a quantia desejada e multiplique pelo fator de atualização constante da Acumulação de Capital:

Exemplo:

$$C = R\$ 120,00$$

$$i = 5 \% a. m.$$

$$Tempo n = 8 meses$$

Neste caso, basta tomar o Fator de Acumulação de Capital 1,477, que está na 8ª linha, coluna correspondente à taxa de 5% (coluna F) da tabela a seguir e multiplicá-lo pelo seu valor $C = R\$ 120,00$.

Tabela do Fator de Acumulação de Capital $a_n = (1+i)^n$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n \ i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
2	1	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080
3	2	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166
4	3	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260
5	4	1,041	1,082	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360
6	5	1,051	1,104	1,159	1,217	1,276	1,338	1,403	1,469
7	6	1,062	1,126	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587
8	7	1,072	1,149	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714
9	8	1,083	1,172	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,851

Fonte: Elaborada pelo autor a partir da operação em $(1+i)^n$, no Microsoft Excel .

$$\text{Resultaria: } Valor_{\text{futuro}} = 120,00 \times 1,477 = R\$ 177,24$$

Cartilha Financeira Educativa

Correção para o passado (investimento presente: desconto nas compras)

Tome a quantia desejada e multiplique pelo fator de atualização constante da Acumulação de Capital:

Exemplo:

Suponhamos que você vai comprar um fogão pelo qual pagará 6 parcelas de R\$ 100,00, sem entrada. Se o vendedor disser que pode lhe conceder um desconto de 7% na compra à vista, você poderá fazer a seguinte conta e tentar convencê-lo:

$$C = R\$ 600,00$$

$$i = 7\% \text{ a. m.}$$

$$\text{Tempo } n = 6 \text{ meses}$$

Nesse caso, basta tomar o fator 0,93, e multiplicá-lo pelo valor final do produto (R\$ 600,00).

Resultaria:

$$\text{Valor}_{\text{com desconto}} = 600,00 \times 0,93 = R\$ 558,00$$

Mais, cuidado!

Procure saber primeiro qual o valor do produto à vista, e se o desconto é concedido sobre o valor à vista, pois isso poderá ser melhor.

Sucesso!

Cartilha Financeira Educativa

Links úteis

Abecs – Associação Brasileira das Empresas de Cartões de Crédito e Serviços

<http://www.abecs.org.br>

Anac – Agência Nacional de Aviação Civil

<http://www.anac.gov.br/>

Anatel – Agência Nacional de Telecomunicações

<http://www.anatel.gov.br>

Anbima – Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais

<http://portal.anbima.com.br>

Aneel – Agência Nacional de Energia Elétrica

<http://www.aneel.gov.br/>

ANS – Agência Nacional de Saúde Suplementar

<http://www.ans.gov.br/>

Anucc – Associação Nacional dos Usuários de Cartões de Crédito

<http://www.anucc.com.br/>

Anvisa – Agência Nacional de Vigilância Sanitária

<http://portal.anvisa.gov.br>

Banco Central do Brasil

<http://www.bcb.gov.br>

Blog de Finanças Pessoais

<http://financaspessoais.blog.br/>

BM&FBovespa

<http://www.bmfbovespa.com.br>

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

<http://www.cvm.gov.br/>

Direito do Consumidor – Ministério da Justiça

<http://portal.mj.gov.br/data/Pages/MJ5E813CF3PTBRIE.htm>

Cartilha Financeira Educativa

Febraban – Federação Brasileira de Bancos

<http://www.febraban.org.br/>

Finance Desktop – Gerenciador Financeiro

<http://www.financedesktop.com.br/>

Fundação Procon – Fundação de Proteção e Defesa do Consumidor

<http://www.procon.sp.gov.br/>

Guia – Como Investir? – Anbima

<http://www.comoinvestir.com.br>

Idec – Instituto Brasileiro de Defesa do Consumidor

<http://www.idec.org.br/>

Ministério da Educação

<http://portal.mec.gov.br/>

Ministério da Fazenda

<http://www.fazenda.gov.br/>

Ministério da Previdência Social

<http://www.inss.gov.br/>

Ministério do Trabalho e Emprego

<http://portal.mte.gov.br>

Portal do Consumidor

<http://www.portaldoconsumidor.gov.br/>

Portal do Investidor

<http://www.portaldoinvestidor.gov.br/>

Pro Teste – Associação Brasileira de Defesa do Consumidor

<http://www.proteste.org.br/>

Receita Federal

<http://www.receita.fazenda.gov.br/>

Susep - Superintendência de Seguros Privados

<http://www.susep.gov.br/>

Cartilha Financeira Educativa

Referências

<http://educacaofinanceiraparatodos.com/>

<http://g1.globo.com/espírito-santo/noticia/2012/07/trabalhador-rural-guarda-fortuna-desvalorizada-em-casa-no-es.html>

<http://g1.globo.com/globo-reporter/noticia/2013/06/homem-perde-fortuna-guardada-no-colchao-na-mudanca-de-moeda.html>

http://imguol.com/c/noticias/2014/12/04/ilustra---onde-investir-em-2015-1417719550149_615x300.jpg

http://issuu.com/asscom/docs/20dicas_saude_financeira

<http://www.caixa.gov.br/educacao-financeira>

<http://www.coopmil.coop.br/site/pdfs/cartilhaedfinanceiracompleta.pdf>

[\[am.org.br/site/arquivos/download/arqeditor/Cartilha_Corecon\\(1\\).pdf\]\(http://www.corecon-am.org.br/site/arquivos/download/arqeditor/Cartilha_Corecon\(1\).pdf\)](http://www.corecon-</p></div><div data-bbox=)

<http://www.fundacaoibm.com.br/arquivos/educacao/CartilhaEdFinanceira.pdf>

<http://www.ongabc.org.br/index.php/blog/item/134-como-evitar-que-as-dividas-afetam-seu-relacionamento.html>

<http://www.sias.org.br/site/wp-content/uploads/2015/03/Cartilha-Financeira.pdf>

VÍDEOS

<http://www.abecs.org.br/consumidores-educacao-financeira-simulador>

<http://www.financaspraticas.com.br/>

<https://www.youtube.com/watch?t=41&v=EG06SQBp3bk>