UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental

Alan Marcelo Oliveira da Silva

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

GRAFOS: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

ALAN MARCELO OLIVEIRA DA SILVA

Sob a Orientação do Professor

Dr. Montauban Moreira de Oliveira Júnior

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Área de Concentração em Matemática.

Seropédica, RJ

Agosto de 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ALAN MARCELO OLIVEIRA DA SILVA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no Curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

DISSERTAÇÃO APROVADA EM ___/___/ 2015

____

Montauban Moreira de Oliveira Júnior. Dr. UFRRJ
(Orientador)

____

Eulina Coutinho Silva do Nascimento Dr. UFRRJ

____

José Roberto Linhares de Mattos Dr. UFF

A Deus, à minha família, aos meus amigos e Professores pela força, incentivo e amizade. Sem os mesmos nada disso teria sentido e seria possível.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar os caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

À minha família, a qual amo muito, pelo carinho, paciência e incentivo. Em especial a minha esposa Aline e meus filhos Marcelle, Kauan e Davi.

Ao Dr. Montauban Moreira de Oliveira Júnior pela sua ajuda, incentivo, por acreditar no futuro deste projeto e contribuir para o meu crescimento profissional. Sua orientação foi determinante para a realização deste trabalho.

Aos amigos que fizeram parte desses momentos sempre me ajudando e incentivando.

À coordenação, professores e tutores do PROFMAT, pela organização, apoio e aprendizagem adquirida.

À CAPES, pela bolsa de mestrado, fundamental para que eu pudesse ter mais tempo livre para os estudos.

RESUMO

SILVA, Alan Marcelo Oliveira da Silva. **Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental.** 2015. 85p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

O trabalho em foco tem como objetivo descrever, através de um estudo de caso, uma experiência com Grafos no Ensino Fundamental do Colégio Fernando Costa da rede particular de ensino, localizado em Seropédica, Rio de Janeiro. Ao longo de 8 aulas de 50 minutos cada, foram introduzidos conceitos básicos de Grafos. Foram aplicados dois testes semelhantes: um antes das aulas, com o intuito de verificar como os alunos resolveriam questões utilizando as técnicas de sua ementa tradicional e outro depois, usando o que aprenderam sobre Grafos. As questões envolvem temas simples, relacionados ao cotidiano dos alunos. Um questionário foi aplicado no final com o objetivo de verificar se da forma em que o tema foi trabalhado despertou a motivação e o interesse maior pelo estudo da Matemática. Através da análise dos resultados, observou-se uma evolução satisfatória em relação à aprendizagem dos conceitos trabalhados comparados ao método tradicional no grupo de alunos participantes da pesquisa atendendo os objetivos esperados da pesquisa.

Palavras-chave: Teoria dos Grafos. Ensino Fundamental. Matemática Discreta.

ABSTRACT

SILVA, Alan Marcelo Oliveira da Silva. **Graphs: An Experiment in Elementary Education**. 2015. 85p. Dissertation (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional em Rede Nacional - PROFMAT). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

The work focus aims to describe, through a case study, an experiment with Graphs in Elementary Education of the College Fernando Coast particular school system, located in Seropédica, Rio de Janeiro. Over 8 lessons of 50 minutes each, were introduced basics of Graphs. Two similar tests were applied: one before school, in order to verify how students solve issues using the techniques of its traditional menu and then another, using what they learned about graphs. The questions involve simple topics related to the daily lives of students. A questionnaire was administered at the end in order to check whether the way in which the theme was worked aroused motivation and greater interest in the study of mathematics. By analyzing the results, there was satisfactory progress toward learning the concepts worked compared to the traditional method, the group of students participating research meeting the objectives expected from the research.

Keywords: Graph Theory. Elementary Education. Discrete Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Algumas pessoas concordam que a Matemática representa uma barreira para maioria dos alunos. Muitos apresentam dificuldades em compreender os conteúdos da forma como são abordados e vários são os motivos que levam a entender essas dificuldades: falta de hábito de estudos, desinteresse por não conseguir aprender, ausência de atividades contextualizadas e que desenvolvam o raciocínio, dentre outros fatores. Através da experiência em sala de aula, o autor pode constatar a dificuldade de aprendizagem e a baixa motivação dos alunos pela falta de oportunidade em discutir a associação e a aplicação de conteúdos da Matemática com os acontecimentos familiares do cotidiano. Este trabalho estuda uma possível estratégia para motivar os alunos a tomar gosto pela Matemática: a aplicação dos simples e intuitivos conceitos de Teoria de Grafos a problemas relacionados ao seu cotidiano tendo como objetivo descrever, através de um estudo de caso, uma experiência no Ensino Fundamental, propondo estratégias de ensino utilizando a Teoria de Grafos como ferramenta de modelagem através da apresentação de atividades reais que envolvam otimização de caminhos relacionadas ao cotidiano.

Imagine um condomínio com várias ruas e esquinas A, B, C, D e E, conforme a Figura abaixo. Deseja-se que o serviço de correios seja realizado da melhor forma possível objetivando economizar distância e tempo na entrega das correspondências, partindo de A, a entrada do condomínio e, ao final, voltando ao ponto de partida. Qual seria a melhor estratégia a ser adotada? É possível percorrer cada rua apenas uma vez?

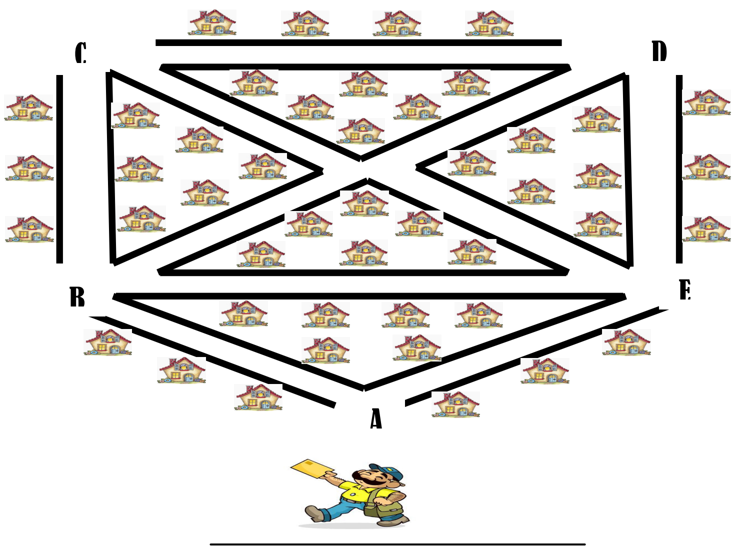


Figura 1: O Problema do Carteiro

Fonte: Autor

No exemplo citado, interessa considerar apenas o conjunto de esquinas e de ruas que fazem a ligação entre elas. A estrutura que modelou o exemplo denomina-se **Grafo**, foco desse trabalho. Um Grafo é composto por um conjunto de **vértices,** representados na Figura pelas esquinas, e de **arestas**, que são as linhas indicadas pelas ruas.

Apesar de a Teoria dos Grafos ser um assunto com várias aplicações no cotidiano, muito utilizado como ferramenta de otimização no Ensino Superior e com conceitos e pré-requisitos extremamente simples, ainda é um instrumento que não é explorado na Educação Básica. A solução do problema acima é muito simples: basta que o número de ruas incidindo em cada esquina seja par. E este é um problema real de otimização; em aplicações de planejamento e localização de instalações. Os livros didáticos, em sua maioria não contemplam este tema neste nível de ensino. Dessa forma, o aluno deixa de ter acesso a uma ferramenta de conhecimento de grande importância para o seu desenvolvimento.

> O uso do conhecimento de Grafos em atividades práticas do cotidiano parece estar completamente dissociado da realidade do aluno da Educação Básica, não aparecendo nos livros texto utilizado pelos professores, excluindo-se desta forma um saber matemático necessário ao desenvolvimento do estudante. Os documentos oficiais de orientação ao ensino da matemática utilizados pelos Professores, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), não contemplam sugestões de atividades com uso de Grafos. <http://siic.urisantiago.br/2014/anais/Anais/AnaisSIIC2014.pdf> Acesso em: 14 Fev. 2015, 19:34:26

Este trabalho foi elaborado com o objetivo de descrever, através de um estudo de caso, uma experiência com Grafos no Ensino Fundamental do Colégio Fernando Costa, da rede particular de ensino, localizado em Seropédica, Rio de Janeiro, utilizando-se da aplicação de problemas de modelagem relacionados ao cotidiano do aluno, ampliando assim a presença da Matemática Discreta neste nível de ensino e buscando desenvolver habilidades tais como analisar, explorar, modelar, construir.

Ao longo de oito aulas desenvolveram-se conceitos básicos sobre a Teoria dos Grafos, foram aplicados um pré-teste e um pós-teste, com a finalidade de colher informações sobre o o desempenho dos alunos ao resolver certos problemas antes e depois do estudo sobre Grafos e um questionário final, para apurar se houve uma evolução ou não pelo interesse e motivação em relação a estudar Matemática. Nas aulas 1 e 2 ocorreu a aplicação do pré-teste, com o intuito de avaliar como os alunos resolvem alguns problemas envolvendo temas do cotidiano dos mesmos, mas que poderiam ser resolvidos sem a utilização dos conceitos de Grafos; nas aulas 3, 4 e 5 foram realizadas aulas teóricas e práticas, objetivando fornecer um embasamento dos principais conceitos básicos sobre Grafos. Vídeos sobre o tema foram usados durante essas aulas a fim de facilitar a compreensão do mesmo; nas aulas 6 e 7 ocorreu a aplicação do pós-teste, constituído por atividades semelhantes e grau de dificuldade equivalente às aplicadas nas aulas 1 e 2, com o intuito de avaliar o nível de conhecimento adquirido pelos alunos, em relação aos conceitos de Grafos trabalhados. Na aula 8 ocorreu a aplicação de um questionário composto por seis questões relacionando aspectos motivacionais com o intuito de verificar a evolução do nível de interesse e motivação dos alunos pelo estudo da Matemática após os conceitos trabalhados sobre a Teoria dos Grafos.

Consultando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) encontram-se indicações de se trabalhar com atividades práticas, contextualizadas, no ensino da Matemática na Educação Básica através da abordagem de temas relacionados ao cotidiano.

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão do mundo. Para a área das Ciências da Natureza, Matemática e Tecnologias, isto é particularmente verdadeiro, pois a crescente valorização do conhecimento e da capacidade de inovar demanda cidadãos capazes de aprender continuamente, para o que é essencial uma formação geral e não apenas um treinamento específico. (BRASIL, 1998, p.6)

Compreende-se que a abordagem deste tema no Ensino Fundamental pode elevar as habilidades e o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes. Portanto, a exploração de atividades como: roteiros de viagem, distribuição de serviços, coloração de mapas, trajetos ótimos e problemas desafiadores que envolvem objetos e relações entre eles são perfeitos para a utilização de Grafos e foram trabalhados nessa proposta. Dessa forma, buscou-se sugerir a possibilidade, através das atividades realizadas, da inserção desse assunto nesse nível de ensino de forma a motivar, facilitar e aumentar o interesse pelo estudo da Matemática. Espera-se que através da forma como foi trabalhada a Teoria dos Grafos nessa pesquisa, possa ter havido uma considerável contribuição na compreensão dos assuntos abordados pelos alunos. E que este trabalho possa servir como um instrumento de incentivo aos docentes a utilizarem novas metodologias de ensino, proporcionando ao educando o desenvolvimento da organização do raciocínio lógico em determinados tipos de problemas, relacionado-os a este saber, priorizando o ato de pensar ao invés de decorar.

> Sendo a Teoria de Grafos uma ferramenta acessível, a maior vantagem de seu uso em atividades práticas do cotidiano, em especial na resolução de problemas, parece estar completamente dissociada da realidade do aluno do Ensino Fundamental e Médio, pois não aparece nos livros textos utilizados pelos professores em sala de aula, excluindo-se desta forma um saber matemático desafiante ao estudante. (MUNIZ JUNIOR, 2007, p.134)

O texto está organizado da seguinte forma: O primeiro capítulo relata um breve histórico sobre o surgimento da Teoria dos Grafos, traz uma abordagem dos principais conceitos básicos com a finalidade de fornecer um embasamento teórico ao leitor pouco familiarizado com o assunto e descreve alguns teoremas relevantes que podem ser usados na justificativa da solução de algumas atividades. O segundo descreve a metodologia utilizada no desenvolvimento da pesquisa, desde a escolha do público alvo até os relatos de como ocorreram às aulas realizadas. O terceiro apresenta os resultados, as considerações e análises observadas em relação às pré-atividades, pós-atividades e do questionário final aplicado, relatando os objetivos de cada questão, comentários das respostas apresentadas pelos alunos e a comparação, através de tabelas e gráficos, dos resultados obtidos.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo é feito um breve histórico sobre o surgimento da Teoria dos Grafos seguido de algumas definições, conceitos e teoremas relacionados a essa Teoria, com o objetivo de fornecer um embasamento ao leitor pouco familiarizado com esse assunto e a fim de compreender os princípios básicos aqui abordados.

1.1 BREVE HISTÓRICO

O matemático Leonhard Euler (1707-1783) foi o pioneiro no desenvolvimento da Teoria dos Grafos. Hoje ela é aplicada em diversas áreas do conhecimento humano, tais como otimização em sistemas de redes ferroviárias, redes de telecomunicação, caminho ótimo de estradas, desenvolvimento do fluxo de transportes, construção de circuitos lógicos para computadores, entre outros. Um famoso problema histórico da Matemática resolvido por Leonhard Euler em 1736 (que acredita-se ter dado origem à Teoria dos Grafos) foi o das Sete Pontes de Königsberg (Figura 2), cidade na então Prússia Oriental, hoje conhecida como Kaliningrado, que fica em uma pequena porção da Rússia, entre a Polônia e a Lituânia. Na época era local de moradia de diversos intelectuais conhecidos; o desafio era percorrer por toda a cidade de tal modo que cada ponte fosse atravessada exatamente uma única vez.

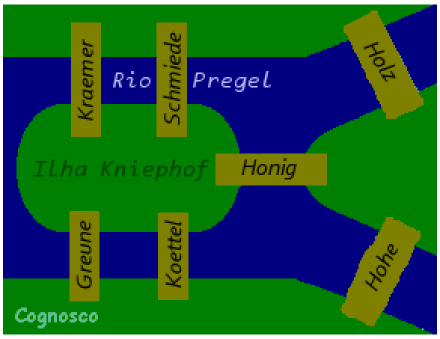


Figura 2 - As sete Pontes de Königsberg

<http://cognosco.blogs.sapo.pt/45217.html> Acesso em: 14 Fev. 2015, 18:20:25.

Ao tomar conhecimento do problema, Leonhard Euler provou que o problema não tinha solução; para isso, transformou o desenho, representando as pontes por arcos e as áreas de terra por pontos (Figura 3), sendo criado possivelmente o primeiro Grafo da história. Dessa forma, observou que somente seria possível atravessar todo o caminho, nas condições exigidas, se houvesse exatamente nenhum ou dois pontos por onde partisse um número ímpar de caminhos. O motivo de tal observação é que de cada ponto deve haver um número par de caminhos, um de entrada e outro de saída. Os dois pontos com a quantidade ímpar de caminhos representam um caminho de início e final do percurso, pois estes não necessitam de uma entrada e uma saída, respectivamente.

Não havendo pontos com quantidade ímpar de caminhos, é possível realizar o trajeto começando e terminando no mesmo ponto, usando como referência qualquer um deles.

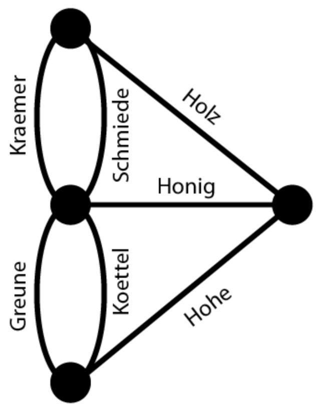


Figura 3 - Diagrama das Pontes de Königsberg

Fonte: Autor

> Em 1736, o matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) escreveu o primeiro artigo relacionado a Grafos, de considerável importância não só para esta teoria como também para a Matemática como um todo. Euler iniciou seus estudos em Grafos discutindo um enigma, hoje conhecido como O Problema das Pontes de Königsberg, o qual ele resolveu e determinou um método geral para problemas do mesmo tipo. (COSTA, 2011, p.17)

1.2 CONCEITOS BÁSICOS DE GRAFOS

1.2.1 PRIMEIRAS DEFINIÇÕES

Um Grafo pode ser definido como um conjunto de vértices (denotado por V) e arestas (denotado por A) denotado por G = (V, A), de forma que cada aresta une exatamente dois vértices. No exemplo da introdução (Figura 1), os vértices representam as esquinas e as arestas representam cada uma das ruas. Ao se representar um Grafo pela letra G, o conjunto de vértices desse Grafo pode ser denotado por V(G) e o conjunto de arestas por A(G).

Nota: O Grafo da Figura 4, a seguir, será usado como referência para facilitar a compreensão em algumas das próximas definições.

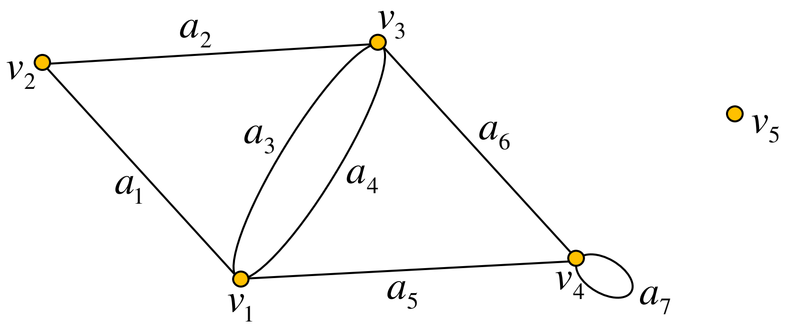


Figura 4 - Grafo de 5 vértices e 7 arestas

1.2.2 MULTIGRAFOS

Um Grafo é dito multigrafo quando existem dois vértices ligados por mais de uma aresta. No Grafo da Fig. 4, os vértices v_1 e v_3 estão ligados pelas arestas a_3 e a_4 caracterizando-o como um multigrafo.

1.2.3 SUBGRAFOS

Um Grafo H é dito subgrafo de um Grafo G quando V(H) está contido em V(G) e A(H) está contido em A(G). Ou seja, o conjunto de vértices e arestas do subgrafo H são subconjuntos dos conjuntos de vértices e arestas, respectivamente, do Grafo G. A Figura 5 a seguir representa um subgrafo do Grafo representado pela Figura 4.

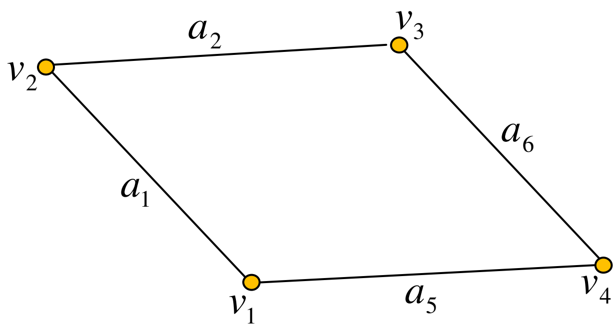


Figura 5 - Exemplo de um subgrafo da Figura 4

1.2.4 GRAU DE UM VÉRTICE

O grau de um vértice, representado por d, é indicado pelo número de vezes que as arestas incidem sobre esse vértice. Por exemplo, o grau do vértice v_1 da Figura 4 é igual a quatro e de v_2 é dois. Indicaremos esses resultados por: d (v_1) = 4 e d (v_2) = 2.

1.2.5 LAÇO

Laço é definido quando uma aresta relaciona um vértice a ele mesmo. Na Figura 4 no vértice v_4 há ocorrência de um laço. Para determinar o grau desse tipo de vértice deve-se contar o laço duas vezes, uma para cada extremidade. Dessa forma o grau do vértice v_4 é igual a quatro, pois a aresta a_7, que representa um laço, foi contada duas vezes.

1.2.6 GRAFOS SIMPLES

Um Grafo é definido como simples quando não possuir laços nem arestas múltiplas. A Figura 6 a seguir mostra exemplos de Grafo simples. Arestas múltiplas são arestas que possuem os mesmos extremos.

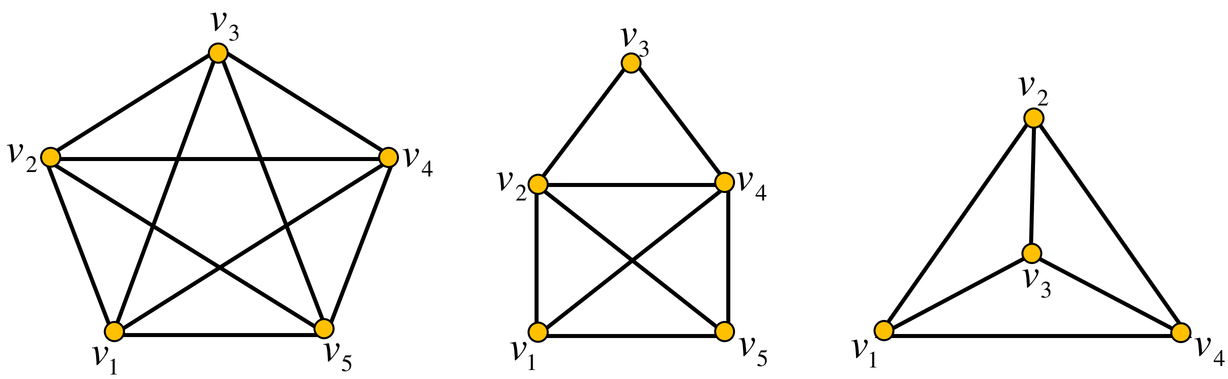


Figura 6 - Grafos simples

1.2.7 GRAFOS COMPLETOS

Um Grafo é definido como completo quando, para cada vértice do Grafo, existe uma aresta conectando este vértice a cada um dos demais. Denota-se um Grafo completo de *n* vértices por k_n, onde *n* representa o número de vértices desse Grafo. Note que num Grafo completo com n vértices, todos os vértices possuem o mesmo grau n-1.

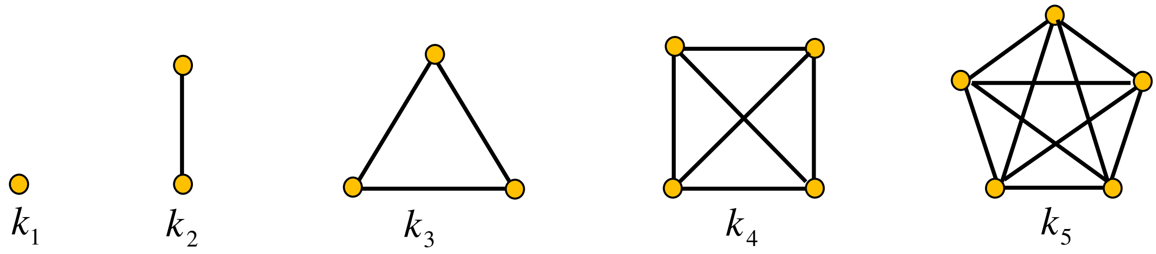


Figura 7 - Grafos completos

1.2.8 GRAFO COMPLEMENTAR

Um Grafo é definido como complementar de um Grafo *G* e denotado por $\overline{G}$, quando for constituído por todos os vértices de *G* e pelas arestas que não pertençam a *G*.

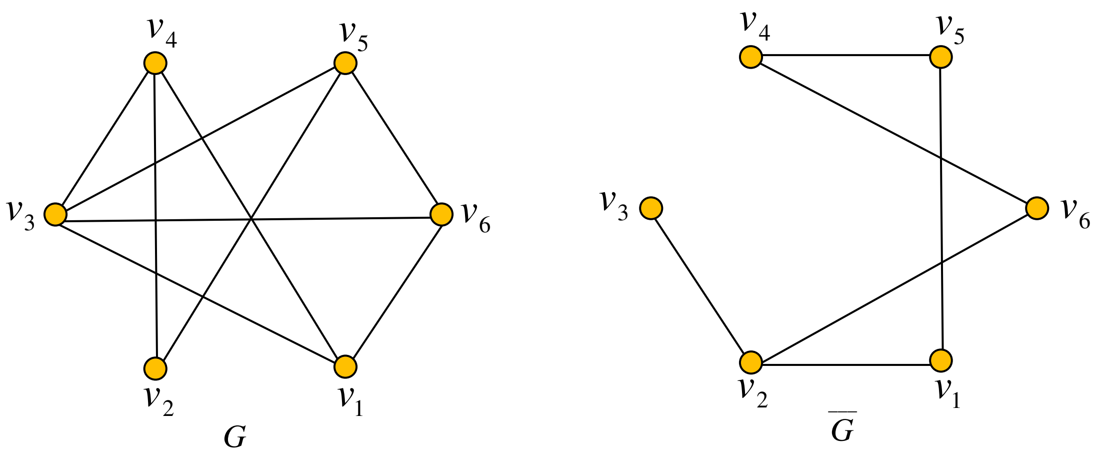


Figura 8 - Grafos complementares

Exemplo: Na Figura 8 observa-se que ambos possuem 6 vértices, e que ao se adicionar a um deles todas as arestas do outro, obtém-se o grafo completo k_6 . São grafos complementares.

1.2.9 GRAFO NULO

Um Grafo *G* é definido como nulo quando o conjunto de arestas é vazio.

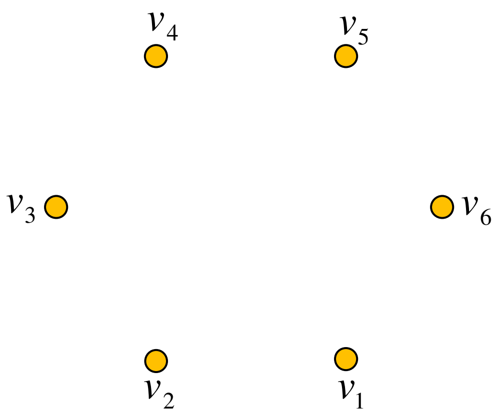


Figura 9 - Grafo nulo

1.2.10 GRAFO REGULAR

Um Grafo G é definido como regular quando todos os seus vértices possuírem o mesmo grau. Um Grafo regular com *n* arestas incidentes em cada vértices é denominado como Grafo n-regular.

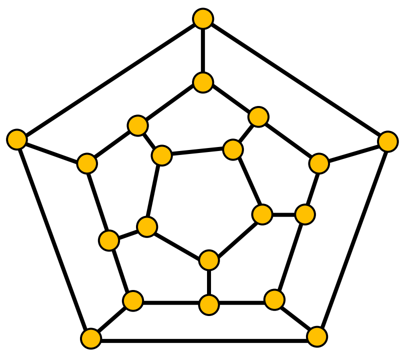


Figura 10 - Grafo 3-regular

1.2.11 GRAFO BIPARTIDO

Um Grafo G é definido como bipartido quando seu conjunto de vértices *V* puder ser particionado em dois subconjuntos V_1 e V_2 , tais que toda aresta de G une um vértice de V_1 a outro de V_2 . Quando todos os vértices de V_1 forem ligados a todos os vértices de V_2, o Grafo bipartido é denominado bipartido completo e denotado por $K_{p,q}$ em que p é o número de vértices de V_1 e q o número de vértices de V_2 .

$K_{2,3}$ $\qquad\qquad$ $K_{3,3}$

Figura 11 - Grafos bipartidos

Exemplo: O conjunto de vértices do Grafo $K_{2,3}$ (observe a Figura 11) pode ser particionado nos conjuntos de vértices V_1 e V_2 , onde o primeiro tem 2 elementos e o segundo tem 3 elementos. Repare que não pode haver aresta ligando dois vértices de V_1, nem dois vértices de V_2. O Grafo $K_{3,3}$ é bipartido completo, ou seja, apresenta todas as possibilidades de arestas entre seus vértices, obedecendo à regra para grafos bipartidos.

1.2.12 GRAFO DIRECIONADO (OU DIGRAFO)

Um Grafo G é definido como **Grafo direcionado (ou digrafo)** quando possuir uma orientação no seu conjunto de arestas. Dessa forma, cada aresta representa um par ordenado de vértices distintos. Uma aplicação importante desse tipo de Grafo pode ser encontrado nas cadeias alimentares como representado pela Figura 12 a seguir:

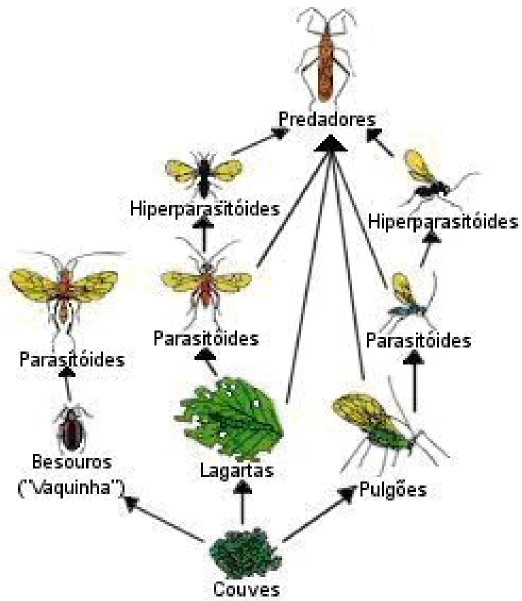


Figura 12 - Grafo direcionado (Cadeia alimentar)

<www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novos_conteudos/2009/modulo_I/conteudos1b.htm>
Acesso em: 10 Abr. 2015, 14:25:40

1.2.13 ISOMORFISMO

Define-se um isomorfismo entre dois Grafos G_1 e G_2 quando existir uma correspondência biunívoca (um a um) entre seus conjuntos de vértices preservando os vértices vizinhos. Os Grafos representados pela Figura 13 a seguir são isomorfos, pois pode-se estabelecer uma correspondência entre seus vértices preservando os vizinhos. A correspondência é a seguinte:

$$v_1 \text{ --- } v_5$$
$$v_2 \text{ --- } v_6$$
$$v_3 \text{ --- } v_8$$
$$v_4 \text{ --- } v_7$$

E observe que os vizinhos são preservados; por exemplo, no primeiro Grafo, o vértice v_1 é vizinho de v_2 e v_3. Então, no segundo Grafo, i(v_1) = v_5 é vizinho de i(v_2) = v_6 e i(v_3) = v_8 .

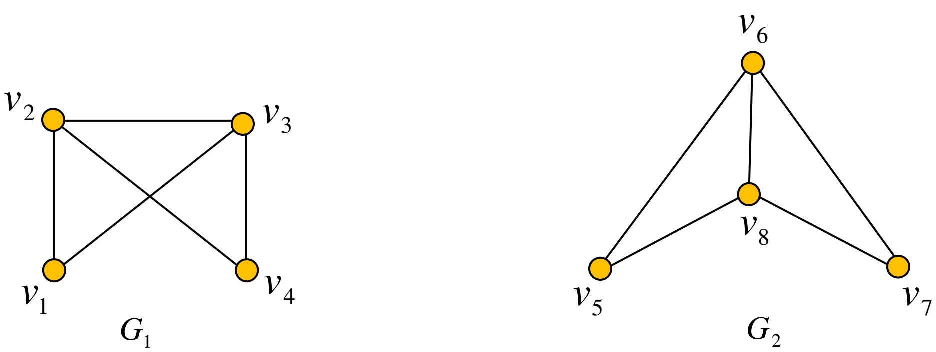


Figura 13 - Grafos isomorfos

1.2.14 CAMINHO, CICLO, PASSEIO E TRILHA

Um *percurso* é uma sequência $e_1,e_2,...,e_n$ de arestas em que o vértice final de e_i é o vértice inicial de e_{i+1}. Para denotar o percurso também podem ser usada a sequência de vértices que compõem suas arestas, na ordem em que eles aparecem. Um percurso é chamado de *trilha* quando as aresta não se repetem. Se os vértices não se repetem, uma trilha é chamada de *caminho*. Um *percurso fechado*, também chamado de *circuito*, possui o vértice final igual ao inicial. Uma *trilha fechada* e um caminho fechado têm definição análoga. Um *caminho fechado* é chamado de *ciclo*. Há casos em que as arestas possuem pesos (ou rótulos) que podem expressar distância, custo, etc. No caso específico de um grafo que não tem peso numérico nas arestas, o comprimento do caminho é o número de arestas que o caminho usa.

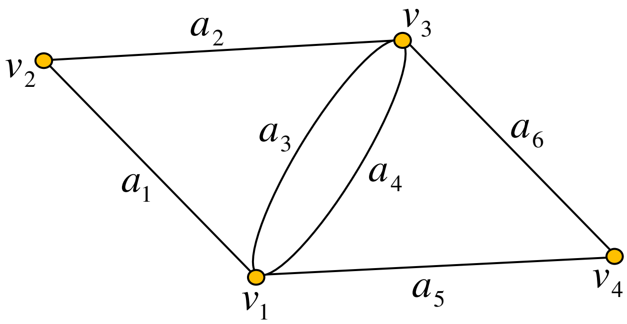


Figura 14 - Percursos, trilhas, caminhos, ciclos

Exemplo: Na Figura 14, $v_1\ v_2\ v_3\ v_2\ v_3$ configura um percurso. Observe que há repetição de vértice e de aresta. $v_1\ v_2\ v_3\ v_2\ v_1$ é um circuito. Novamente, há repetição de vértice e aresta, mas o vértice inicial é igual ao final. A sequência $v_1\ v_2\ v_3\ v_1\ v_4$ é uma trilha, uma vez que não há repetição de aresta (embora haja repetição de vértice). A sequência $v_1\ v_2\ v_3\ v_4$ configura um caminho. Já $v_1\ v_2\ v_3\ v_4\ v_1$ configura um ciclo.

1.2.15 GRAFOS CONEXO E DESCONEXO

Um Grafo G é definido **conexo** se para cada par de vértices existe pelo menos um caminho que os une.

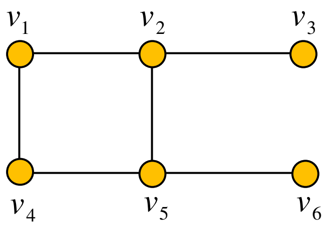


Figura 15 - Grafo conexo

Um Grafo G é definido **desconexo** se existir pelo menos um par de vértices que não está ligado por nenhum caminho.

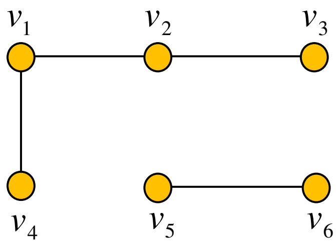


Figura 16 - Grafo desconexo

1.2.16 ÁRVORES

Uma **árvore** é um Grafo G conexo sem ciclos.

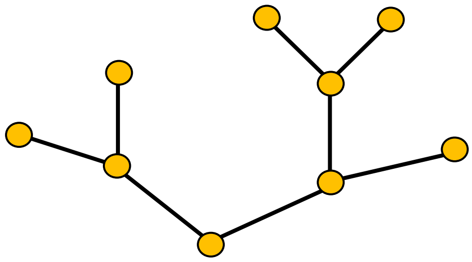


Figura 17 - Uma árvore

1.2.17 ALGORITMO DE DIJKSTRA

O algoritmo de Dijkstra (E. W. Dijskstra) é um dos algoritmos utilizado para calcular o caminho de custo mínimo entre os vértices de um Grafo G direcionado ou não. A partir da escolha de um vértice inicial, este algoritmo determina o custo mínimo deste vértice a todos os demais. O algoritmo apresenta eficácia desde que as arestas não possuam pesos negativos. Há várias aplicações como o cálculo de rotas para GPS (Sistema de Posicionamento Geográfico), otimização de redes de telecomunicações, dentre outros.

O algoritmo de Dijkstra parte de uma estimativa inicial para o peso mínimo e vai sucessivamente ajustando esta estimativa. A seguir é apresentado um exemplo de aplicação desse algoritmo.

Exemplo: Considerando o Grafo da Figura 18a, determinar com o auxílio do algoritmo de Dijkstra a menor distância do vértice **A** a cada um dos demais vértices.

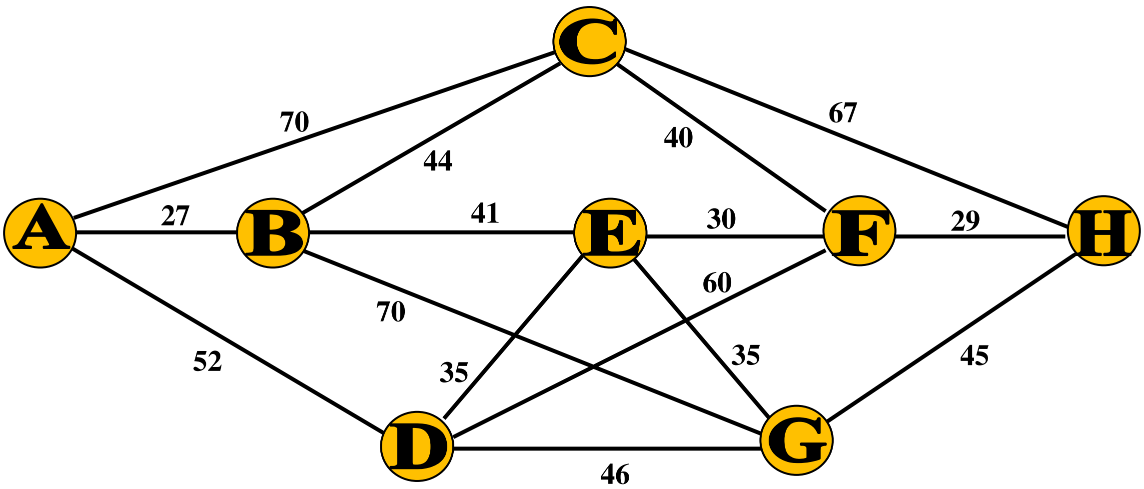


Figura 18a

Primeiramente, iniciam-se todos os vértices com distâncias de valor infinito (∞). O vértice inicial (**A**) recebe distância 0 (zero).

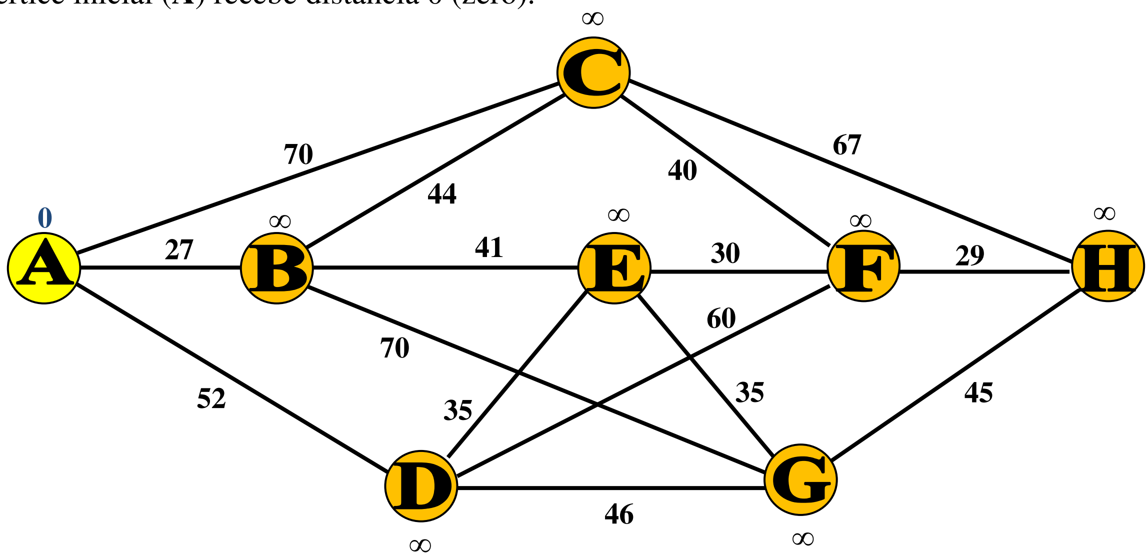


Figura 18b

Para encontrar a menor distância do vértice **A** a cada um dos demais vértices será feito o seguinte: Cada um dos vértices adjacentes ao vértice avaliado receberá **o valor do vértice acrescido do peso da aresta que os liga**, caso este valor seja menor que o atual sinalizado no vértice. Observe na Figura 18c que os vértices adjacentes **B**, **C** e **D**, ao vértice **A,** foram rotulados respectivamente por (27,**A**), (70,**A**) e (52,**A**), que representam na primeira coordenada o comprimento do caminho total começando em **A**, e na segunda coordenada o vértice antecessor no caminho e por esses valores serem menores que o valor atual infinito (∞). A Figura a seguir representa o que foi descrito.

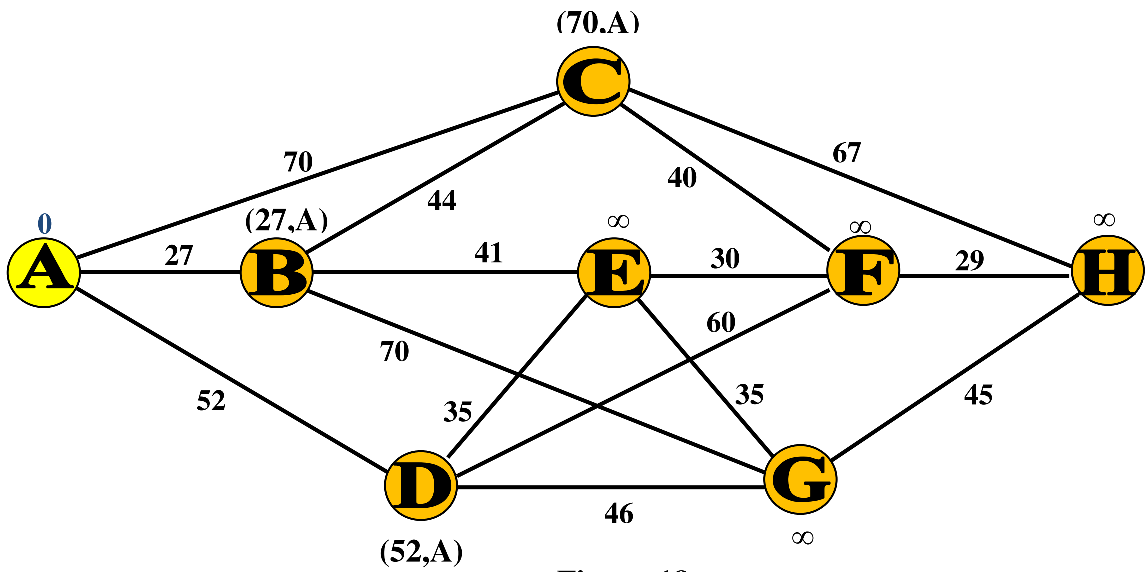


Figura 18c

Daqui por diante serão representados na cor amarela, em cada etapa, os vértices que estão sendo avaliados e em azul aqueles que fazem parte do conjunto solução até chegarmos ao destino final.

Como o mais próximo é o vértice **B**, ele será o próximo a ser avaliado e adicionado ao conjunto solução. Os novos vértices adjacentes a **B** são **C**, **E** e **G** e devem ser rotulados por (71,**B**), (68,**B**) e (97,**B**). Mas, já há um caminho de **A** até **C**, de comprimento 70. O caminho de **A** até **C** que passa por **B** é igual a 71 que não melhora o caminho que já existia. Então o valor representando no vértice **C** não deve ser alterado. O mesmo deverá continuar rotulado por (70, **A**). A Figura 18c descreve o que foi descrito.

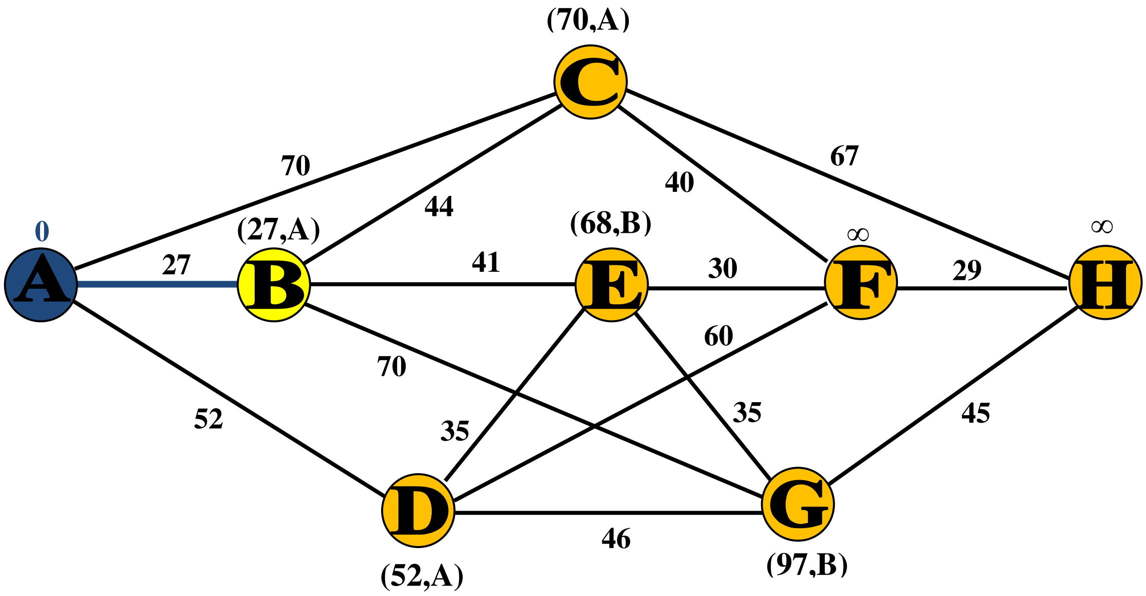


Figura 18d

Como o mais próximo de **A** é o vértice **D**, que ainda não foi adicionado ao conjunto solução, será o próximo a ser avaliado e adicionado a esse conjunto. Os novos vértices adjacentes a **D** são **E**, **F** e **G** e devem ser rotulados por (87,**D**), (112,**D**) e (98,**D**). Mas, já há um caminho de **A** até **E**, de comprimento 68. O caminho de **A** até **E** que passa por **D** é igual a 87 que não melhora o caminho que já existia. Então o valor representado no vértice **E** não deve ser alterado. O mesmo deverá continuar rotulado por (68, **B**). Também há um caminho de **A** até **G**, de comprimento 97. O caminho de **A** até **G** que passa por **D** é igual a 98 que não melhora o caminho que já existia. Então o valor representado no vértice **G** não deve ser alterado. O mesmo deverá continuar rotulado por (97, **B**). A Figura a seguir descreve o que foi escrito.

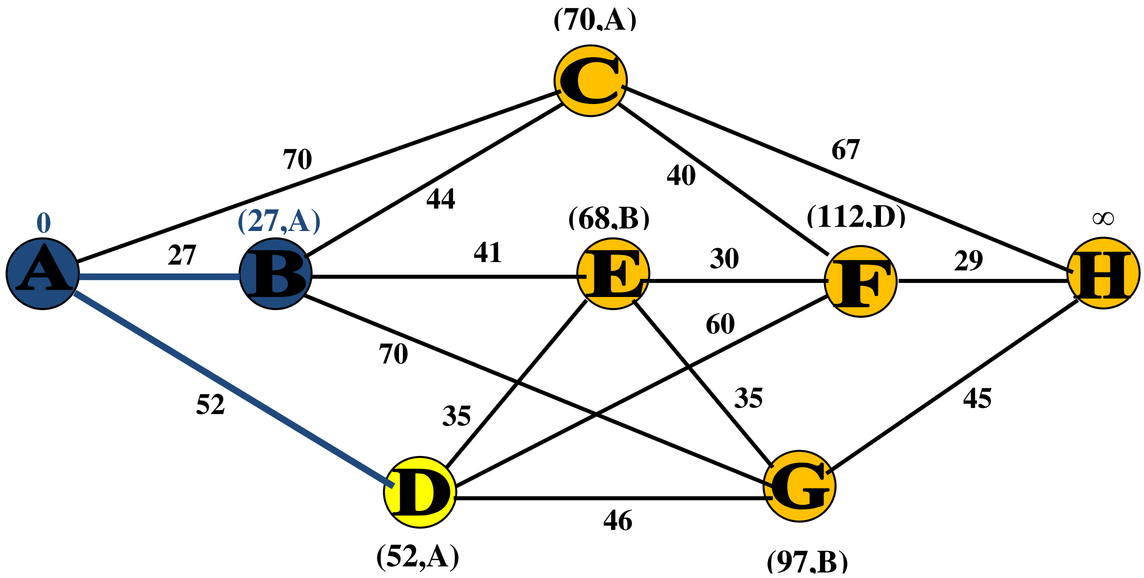


Figura 18e

Como o mais próximo é o vértice **E**, que ainda não foi adicionado ao conjunto solução, será o próximo a ser avaliado e adicionado a esse conjunto. Os novos vértices adjacentes a **E** são **F** e **G** e devem ser rotulados por (98,**E**) e (103,**G**). O valor 98 melhora o caminho que já existe no vértice **F**, que é igual a 112. Logo, o rótulo do vértice **F** deverá ser mudado para (98,**E**). O valor 103 não melhora o caminho que já existe no vértice **G**, que é igual a 97. Logo, o rótulo do vértice **G** não deverá ser alterado permanecendo (97,**B**). A Figura a seguir descreve o que foi escrito.

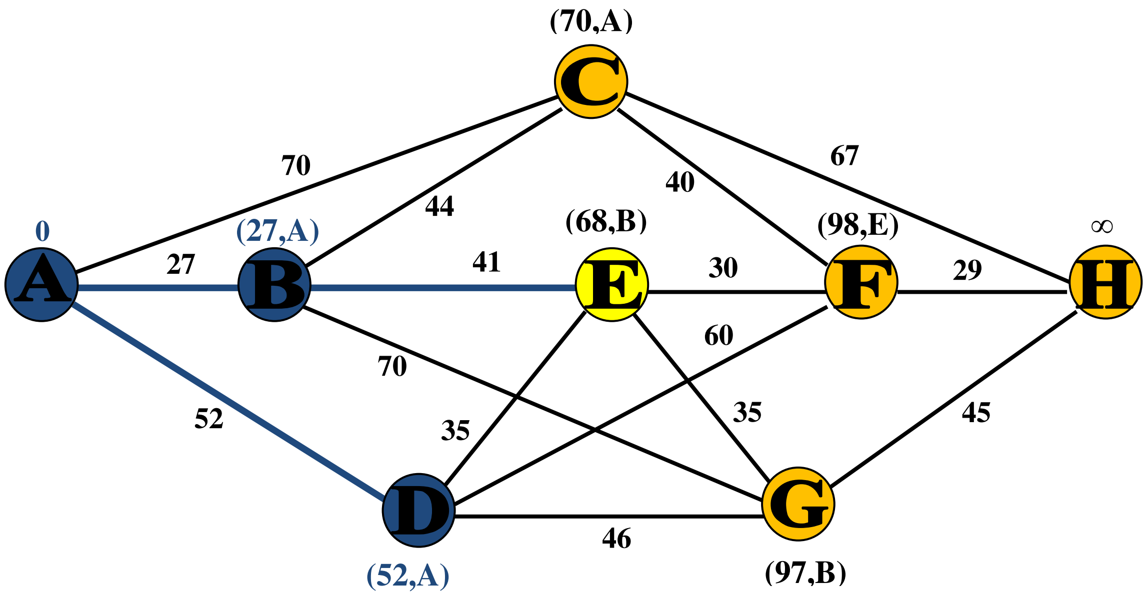


Figura 18f

Como o mais próximo é o vértice **C**, que ainda não foi adicionado ao conjunto solução, será o próximo a ser avaliado e adicionado a esse conjunto. Os novos vértices adjacentes a **C** são **F** e **H** e devem ser rotulados por (110,**F**) e (137,**F**). O valor 110 não melhora o caminho que já existe no vértice **F**, que é igual a 98. Logo, o rótulo do vértice **F** não deverá ser alterado permanecendo (98, **E**). O valor 137 melhora o valor representado no vértice **H**, que é igual a (∞). Logo, o rótulo do vértice **H** deverá ser mudado para (137,**F**). A Figura a seguir descreve o que foi escrito.

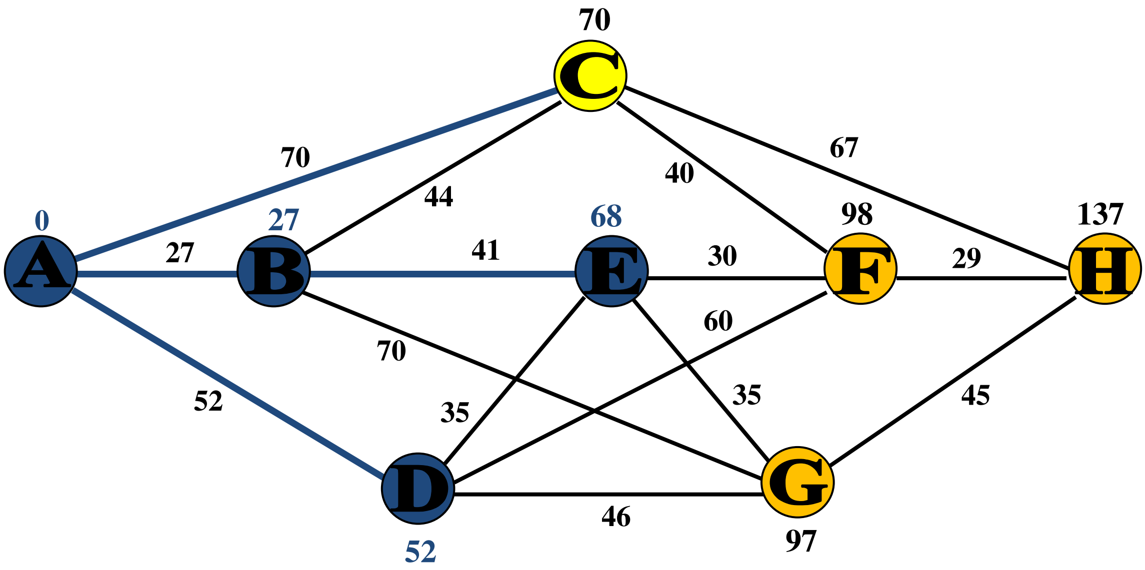


Figura 18g

Como o mais próximo é o vértice **G**, que ainda não foi adicionado ao conjunto solução, será o próximo a ser avaliado e adicionado a esse conjunto. O novo vértice adjacente a **G** é **H** e deve ser rotulados por (142,**G**). O valor 142 não melhora o caminho que já existe no vértice **H**, que é igual a 137. Logo, o rótulo do vértice **H** não deverá ser alterado permanecendo (137, **C**). A Figura a seguir descreve o que foi escrito.

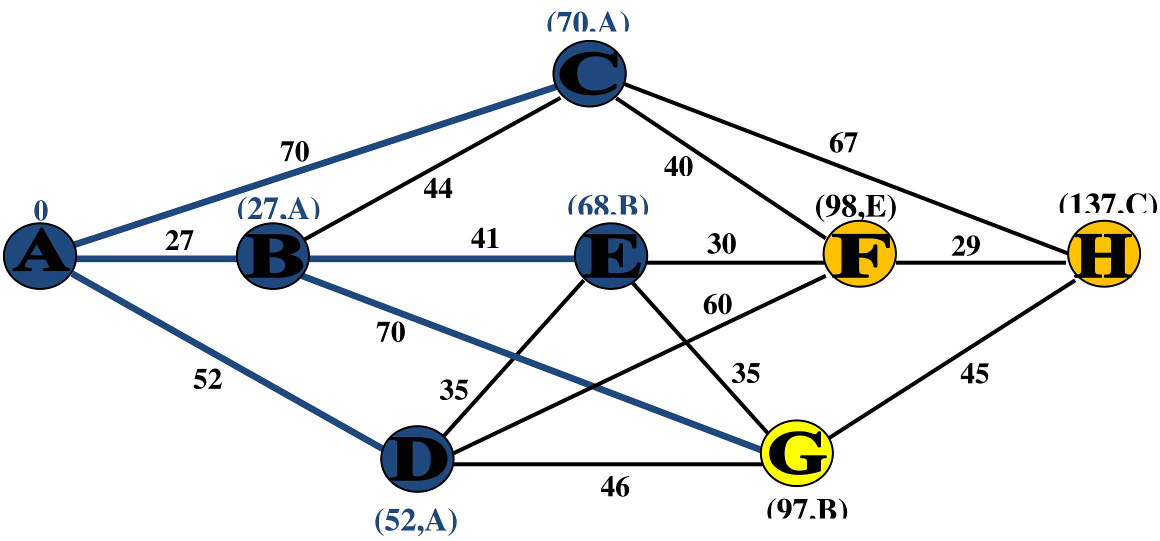


Figura 18h

Como o mais próximo é o vértice **F**, que ainda não foi adicionado ao conjunto solução, será o próximo a ser avaliado e adicionado a esse conjunto. O novo vértice adjacente a **F** é **H** e deve ser rotulados por (127,**F**). O valor 127 melhora o caminho que já existe no vértice **H**, que é igual a 137. Logo, o rótulo do vértice **H** deverá ser alterado para (127,**F**). A Figura a seguir descreve o que foi escrito.

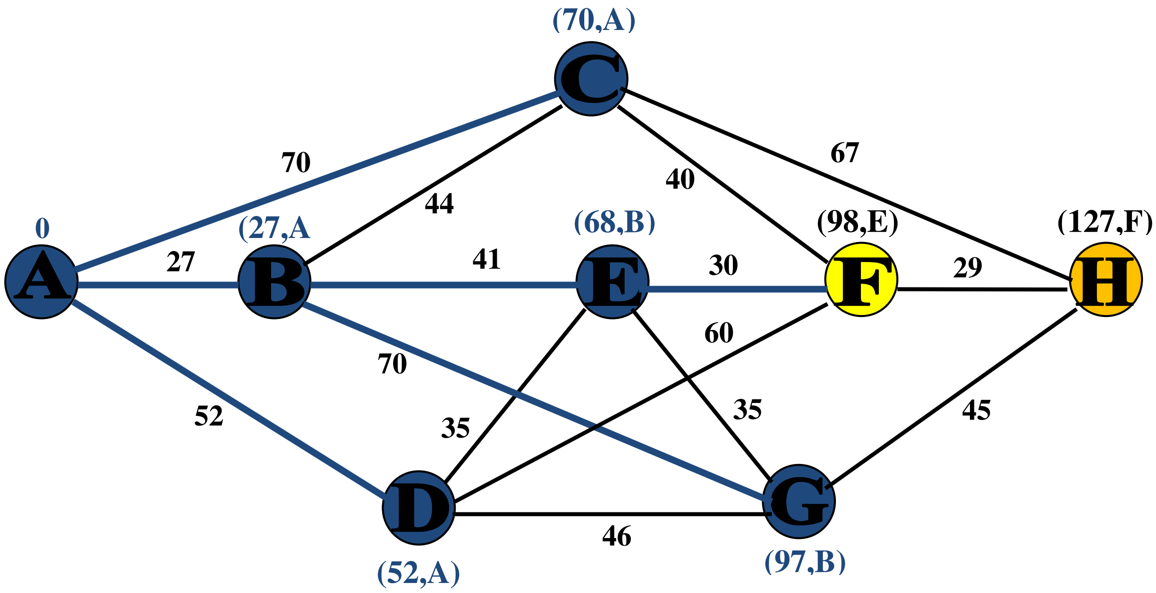


Figura 18i

Como o mais próximo é o vértice **F**, que ainda não foi adicionado ao conjunto solução, será o próximo a ser avaliado e adicionado a esse conjunto. O novo vértice adjacente a **F** é **H** e deve ser rotulados por (127,**F**). O valor 127 melhora o caminho que já existe no vértice **H**, que é igual a 137. Logo, o rótulo do vértice **H** deverá ser alterado para (127,**F**). A Figura a seguir descreve o que foi escrito.

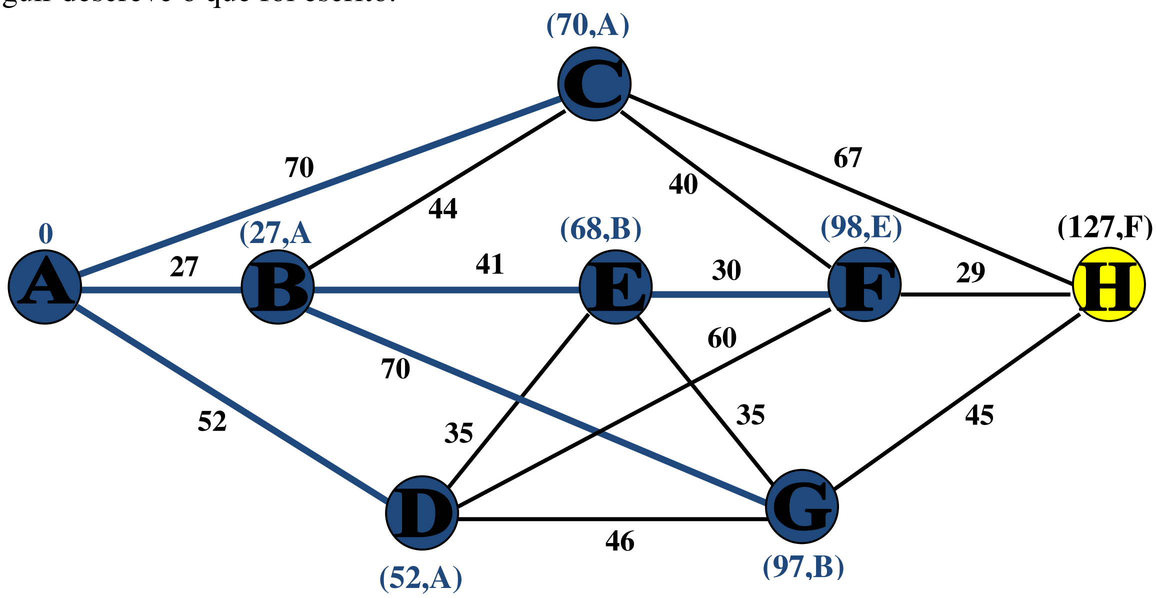


Figura 18j

E o algoritmo está concluído. A solução que representa os menores caminhos partindo de **A** a todos os outros vértices está ilustrada no Grafo a seguir (é uma árvore).

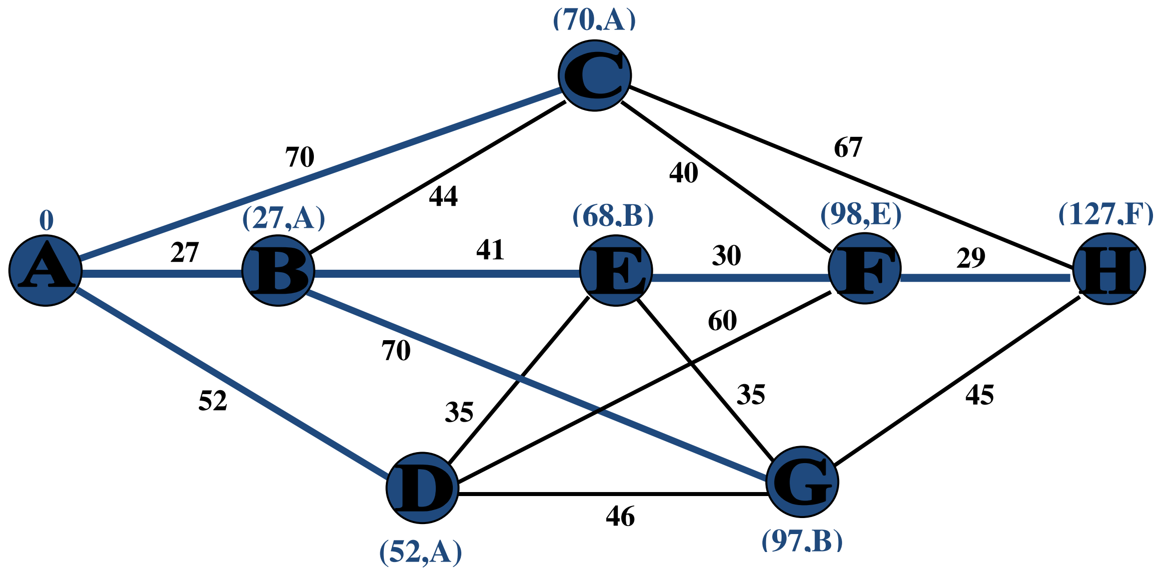


Figura 18k

1.2.18 GRAFOS EULERIANOS E SEMIEULERIANOS

Define-se um Grafo G com *n* vértices e *m* arestas como sendo **Euleriano** se possuir uma trilha fechada comprimento *m,* começando e terminando no mesmo vértice. Em outras palavras, pode-se desenhar um Grafo Euleriano sem retirar o lápis do papel percorrendo cada aresta uma única vez e voltando ao ponto inicial. Num Grafo Euleriano todos os vértices possuem graus pares.

Defini-se um Grafo G com *n* vértices e *m* arestas como sendo **Semieuleriano** se possuir uma trilha aberta de mesmo comprimento *m,* terminando em outro vértice diferente daquele que iniciou. Num Grafo Semieuleriano há um par de vértices de grau ímpar (que são o início e o fim da trilha). O Grafo da Figura 1 é Semieuleriano.

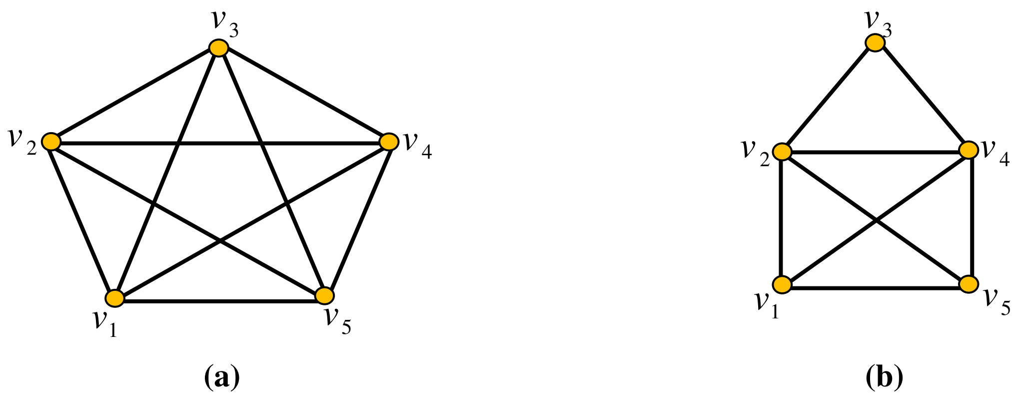


Figura 19 - Grafos: Euleriano (a) e Semieuleriano (b)

1.2.19 GRAFOS HAMILTONIANOS

Um Grafo G é definido **hamiltoniano** se existir um ciclo em G que contenha todos os vértices, sendo que cada um apareça uma única vez no ciclo.

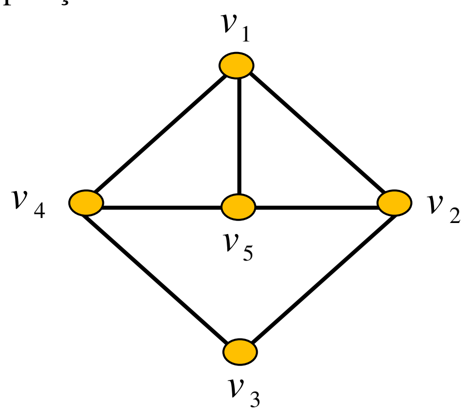


Figura 20 - Grafo hamiltoniano

1.2.20 GRAFOS PLANARES

Um Grafo G é definido como **planar** quando admite uma representação gráfica no plano sem nenhum cruzamento entre suas arestas de forma que as mesmas somente se encontrem nos vértices a que são incidentes. Os sólidos platônicos podem ser representados por Grafos Planares, como observa-se na Figura 21 a seguir.

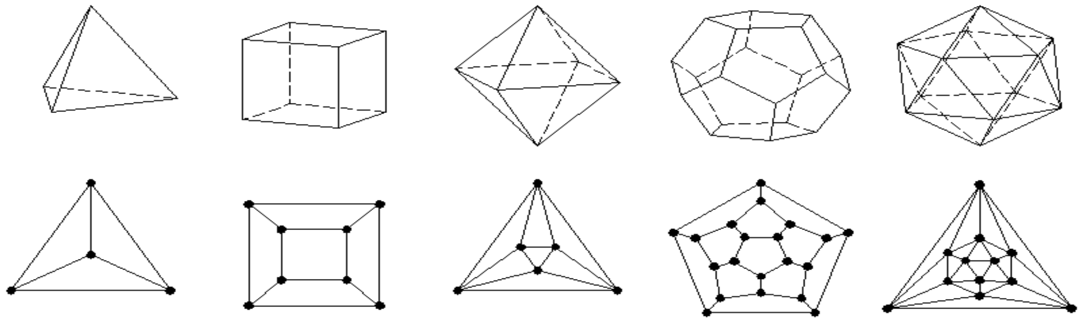


Figura 21 – Grafos planares: Sólidos platônicos e seus respectivos Grafos associados.

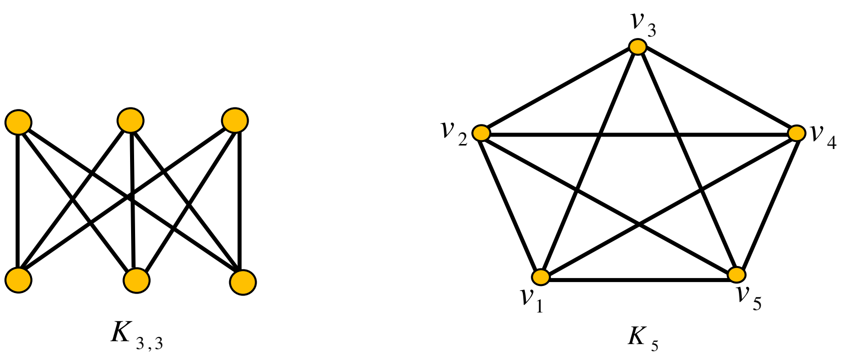


Figura 22 – Grafos não planares.

1.2.21 GRAFOS HOMEOMORFOS

A adição de um vértice de grau 2 a uma aresta de um Grafo G é chamada de *Expansão do Grafo* , ou *Subdivisão* de G Na Figura 23 a seguir vemos que o Grafo G' é uma Expansão do Grafo G , obtida pela adição do vértice v.

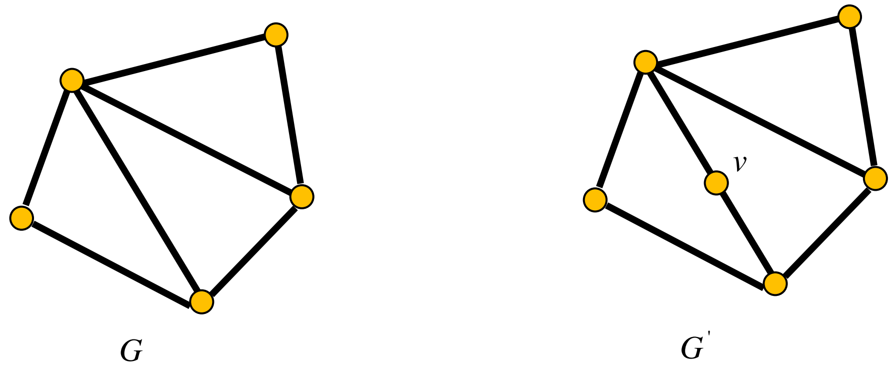


Figura 23 - Expansão de um Grafo

Um Grafo G é dito *homeomorfo* a um Grafo G' se G puder ser obtido de G' pela inserção de vértices em suas arestas. Ou seja, se G' for uma expansão de G.

1.3. COLORAÇÃO.

Problemas de incompatibilidade podem ser modelados através da coloração de vértices. O problema clássico consiste em colorir os vértices de um Grafo com o menor número de cores possível, de maneira que vértices vizinhos não possuam a mesma cor. É claro que o número máximo de cores possível num grafo com n vértices é igual a n. O mínimo é o problema, e é chamado de número cromático do Grafo G.

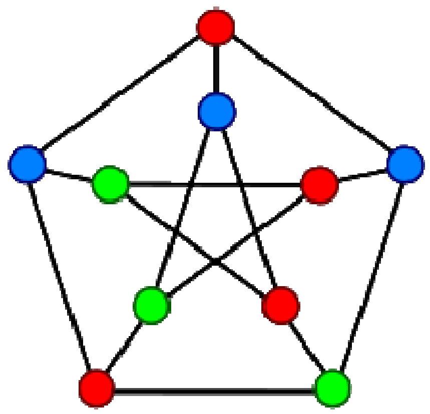


Figura 24 - Grafo de Petersen com 3 cores

<https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_coloring> Acesso em: 06 Ago. 2015, 22:30:10.

De forma análoga, as regiões de um Grafo planar (também chamadas faces) podem ser coloridas. O problema passa a ser, neste caso, colorir as regiões com o menor número de cores de forma que regiões vizinhas (com uma aresta em comum) não possuam a mesma cor.

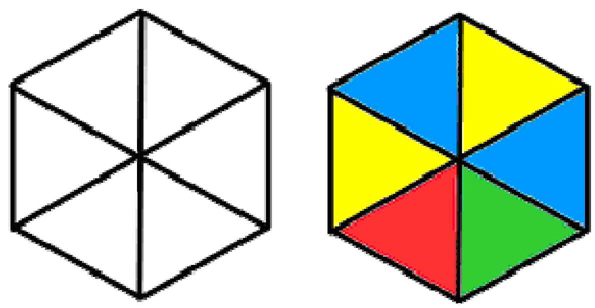


Figura 25 - Exemplo de um Grafo e suas regiões coloridas

<http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/grandes_temas/grandestemaseproblemas-html/audio-4-cores-br.html> Acesso em: 06 Ago. 2015, 22:38:40.

1.4. ALGUNS TEOREMAS IMPORTANTES.

Nesse capítulo é feita uma abordagem de alguns teoremas relevantes referentes a teoria de Grafos.

1.4.1 Teorema 1: Teorema das Quatro Cores

Quatro cores são suficientes para colorir as regiões de um mapa planar, de modo que regiões vizinhas (que compartilham uma aresta) não possuam a mesma cor.

Observação: A região infinita também é contada. No caso dos mapas planos, o mar corresponde a esta região infinita, e normalmente aparece em azul.

1.4.2 Teorema 2: Soma dos Graus dos Vértices

Para todo Grafo G com m arestas:

$$\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2.m$$

Isto é: A soma dos graus dos vértices de um Grafo é sempre o dobro número de arestas.

1.4.3 Teorema 3: Grafo Conexo Euleriano e Semieuleriano

Um Grafo conexo é Euleriano se, e somente se, cada vértice de tem grau par.

Um Grafo conexo é Semieuleriano se, e somente se exatamente 2 vértices possuem grau ímpar.

Observação: Este resultado resolve o problema do carteiro e vários outros equivalentes.

1.4.4 Teorema 4: Teorema de Kuratowski

Todo Grafo não planar tem um subgrafo homeomorfo ao Grafo $K_{3,3}$ ou K_5. (Em geral é bastante complicado para o aluno pensar em expansão de um Grafo. Mas já é um grande aprendizado saber que, quando um Grafo possui um subgrafo do tipo $K_{3,3}$ ou K_5 ele não será planar; trata-se então de um problema de busca por subgrafos).

2. METODOLOGIA

Neste capítulo descreve-se a metodologia para realização dessa pesquisa, desde a escolha do público-alvo, o relato da maneira como foram realizadas as aulas teóricas e práticas, pré-atividades, pós-atividades com os alunos, apresentando a comparação dos resultados obtidos nessas atividades, os critérios aplicados para análise, até os resultados obtidos referentes ao questionário final no intuito de avaliar a evolução dos mesmos.

2.1 PÚBLICO ALVO

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma de 7^0 ano do Ensino Fundamental do Colégio Fernando Costa, da rede particular de ensino, localizado em Seropédica, Rio de Janeiro, durante os meses de maio e junho de 2015, utilizando um público de aproximadamente 25 alunos, (com faixa etária entre 11 e 13 anos), devido ao fato de os mesmos possuírem os pré-requisitos necessários à realização das atividades relacionadas à pesquisa.

2.2 METODOLOGIA DE PESQUISA

Este trabalho foi realizado adotando a metodologia de pesquisa experimental. Foram abordadas aulas teóricas e práticas sobre Grafos, aplicadas atividades propondo situações-problemas reais do cotidiano do aluno que podem ser resolvidas ou não com o auxílio de Grafos. Na pesquisa, os discentes foram submetidos à realização de dois testes, sendo o primeiro realizado com os conhecimentos adquiridos pelos mesmos através do ensino tradicional e o outro com os conhecimentos adquiridos nas aulas sobre Grafos. Ao final, foi aplicado um questionário constituído por questões de caráter motivacional com a finalidade de apurar se a motivação para o estudo de Matemática aumentou.

2.3 RELATO DAS AULAS REALIZADAS

Nas seções a seguir são feitos relatos da forma como as aulas que introduziram os conceitos básicos de Grafos aos alunos foram realizadas.

2.3.1 AULAS 1 e 2: APLICAÇÃO DAS PRÉ-ATIVIDADES

Essa etapa da pesquisa consistiu na aplicação de sete atividades diagnósticas envolvendo problemas do cotidiano do aluno que podem ser resolvidos sem a utilização dos conceitos de Grafos, com o intuito de avaliar o nível de conhecimento dos mesmos em relação a esses tipos de problemas através das informações adquiridas no currículo normal. Com a finalidade de esclarecer algumas dúvidas que surgiram, os mesmos foram orientados a realizar as atividades que soubessem da forma como acreditavam que deveriam ser feitas, e as mesmas foram aplicadas sem a permissão de consulta a qualquer tipo de material ou troca de informações entre eles. As aulas foram consecutivas com duração de cinquenta minutos cada uma.

2.3.2 AULAS 3, 4 e 5: EMBASAMENTO TEÓRICO E PRÁTICO SOBRE A TEORIA DOS GRAFOS.

Essa etapa da pesquisa constituiu em três aulas teóricas e práticas, com a finalidade de transmitir um embasamento dos principais conceitos básicos sobre a Grafos. A definição de Grafos, tipos de Grafos, o algoritmo de Dijkstra e alguns problemas clássicos sobre Grafos, como o problema de levar os serviços de água, luz e telefone a três casas sem ocorrer cruzamento dos mesmos, coloração de mapas e da coleta de lixo em uma cidade (Grafos Eulerianos e Semieulerianos) foram apresentados como exemplos, além do jogo Icosien que envolve Grafos Eulerianos e Hamiltonianos e consiste em percorrer todas as Figuras de ponto a ponto percorrendo cada caminho uma única vez. Recursos didáticos e tecnológicos, como computador, internet e data show, foram utilizados durante a apresentação das aulas visando torná-las mais interessantes e motivadoras para os alunos. As mesmas tiveram uma duração de cinquenta minutos cada uma. Os vídeos a seguir foram trabalhados durante essas aulas com o intuito de facilitar a compreensão do tema abordado:

- **Ponte de Königsberg**:

(Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RdN1JwTaUos) que descreve um pouco da história de como Leonhard Euler criou um diagrama para representar o problema das pontes, comenta as soluções intermediárias encontradas por ele a partir da inclusão ou retirada de novas pontes e relata algumas conclusões obtidas a partir das observações feitas pelo mesmo neste processo de busca por solução. O vídeo tem duração de dois minutos e dezessete segundos;

- **Teoria dos Grafos:**

(Disponível em: www.youtube.com/watch?v=PXYT3opZIyc) que aborda uma breve explicação sobre as principais definições da Teoria dos Grafos. O vídeo tem duração de sete minutos e vinte e cinco segundos.

- **O que são Grafos e algumas de suas aplicações:**

(Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=b_Pye_Saueo) que traz a definição de Grafo através de duas situações do dia-a-dia onde os Grafos estão presentes: na engenharia de trânsito e nas relações entre os personagens de uma novela. Também traz a ideia intuitiva de aresta e de grau de um vértice, além de definir, de maneira simples e direta, o que é um Grafo completo. O vídeo tem duração de dez minutos e oito segundos.

- **Jogo Icosien**: Que envolve Grafos Eulerianos e Semieulerianos. (Disponível em: http://www.okjogos.com.br/jogos-Online/puzzle/icosien/).

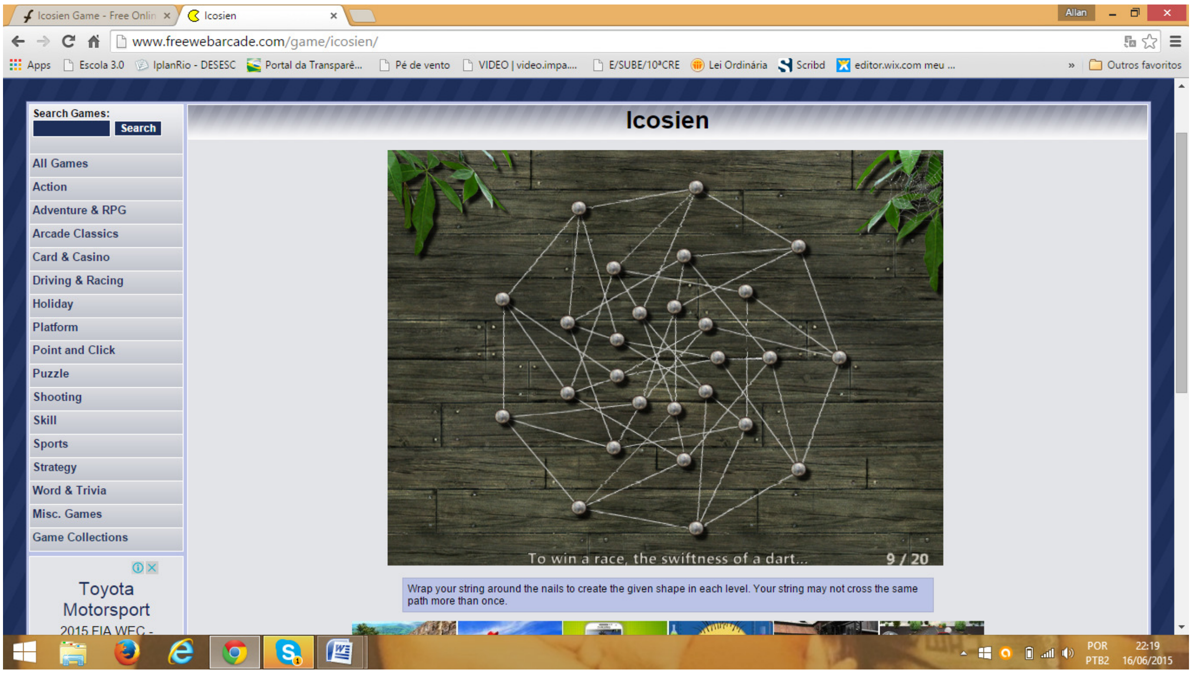


Figura 26 – Jogo Icosien

<http://www.freewebarcade.com/game/icosien/> Acesso em: 08 Ago. 2015, 19:20:15.

- **Jogo das Três Casas**: Que tem como objetivo fazer a ligação de três serviços (água, lus e gás) a três casas sem que haja cruzamento dos mesmos. (Disponível em: www.arandomgame.com/index.php?game_id=899).

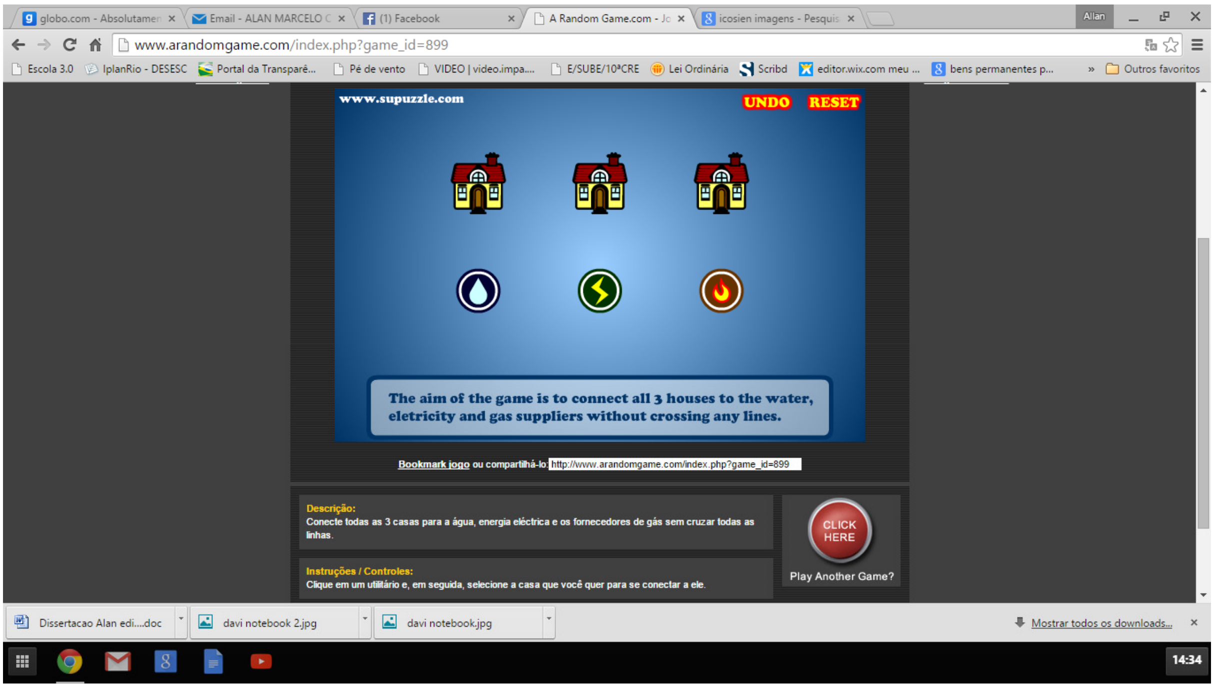


Figura 27 – Jogo das três casas

<http://www.aradomgame.com/index.php?game_id=899> Acesso em: 08 Ago. 2015, 19:25:32.

2.3.3 AULAS 6 e 7: APLICAÇÃO DAS PÓS-ATIVIDADES

Essa etapa da pesquisa consistiu na aplicação prática de sete atividades discursivas semelhantes às aplicadas nas aulas 01 e 02, com a finalidade de avaliar os conhecimentos adquiridos pelos alunos em relação aos conceitos de Grafos trabalhados e se houve uma evolução na motivação e no interesse dos mesmos. As aulas foram consecutivas, com duração de cinquenta minutos cada uma, seguindo as mesmas orientações utilizadas nas atividades diagnósticas.

2.3.4 AULA 8: APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO FINAL

Essa etapa da pesquisa consistiu na aplicação de um questionário composto por seis questões relacionando aspectos motivacionais com o intuito de verificar a evolução do nível de interesse e motivação dos alunos pelo estudo da Matemática após os conceitos trabalhados sobre a Teoria dos Grafos. Foi usada uma escala de motivação e atitudes em relação à Matemática onde foram atribuídos pontos de 1 a 4 às questões na seguinte ordem: 1 (discordo totalmente); 2 (discordo); 3 (concordo); 4 (concordo totalmente). A mesma teve uma duração de 50 minutos e os alunos concluíram o preenchimento de todo o questionário em aproximadamente 25 minutos. O questionário aplicado nessa etapa encontra-se no Apêndice C.

3. RESULTADOS E ANÁLISES

Nos subitens a seguir descrevem-se as considerações, resultados e análises observadas em relação às pré-atividades, pós-atividades e do questionário final aplicado.

3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PRÉ-TESTE

A primeira etapa da pesquisa, realizada nas aulas 1 e 2, consistiu na aplicação de sete atividades envolvendo problemas relacionados ao cotidiano dos alunos, mas que podem ser resolvidos sem a necessidade da introdução de conceitos de Grafos. Problemas como o de percorrer Figuras poligonais e voltar ao ponto de partida sem retirar o lápis do papel e sem repetir lados (relacionado com o problema do carteiro que deve percorrer um condomínio sem repetir ruas), problemas de menor caminho (relacionado com o que fazem os aparelhos de GPS), o problema de levar água, luz e telefone a três casas sem haver cruzamentos dos serviços (relacionado com o problema de não cruzar caminhos nas placas de circuito integrado dos computadores) além de coloração de mapas e problemas que envolvem objetos e suas relações de uma forma geral. As atividades utilizadas nessas aulas encontram-se no **Apêndice A**.

As atividades foram aplicadas em duas aulas consecutivas com duração de cinquenta minutos cada; os alunos realizaram as atividades propostas, contando com todas as orientações, em aproximadamente uma hora e dez minutos. Não foi permitida a consulta a qualquer material ou troca de informações entre eles.

Os conceitos usados para correção e os objetivos de cada atividade estão relatados a seguir:

- **Insuficiente (I)**: 0 a 4,9 pontos. O desenvolvimento não atende minimamente o objetivo proposto da atividade;

- **Regular (R)**: 5 a 6,9 pontos. O desenvolvimento atende minimamente o objetivo proposto da atividade;

- **Bom (B)**: 7 a 7,9 pontos. O desenvolvimento atende satisfatoriamente o objetivo proposto da atividade;

- **Muito Bom (MB)**: 8 a 8,9 pontos. O desenvolvimento atende quase plenamente o objetivo proposto da atividade;

- **Excelente (E)**: 9 a 10 pontos. O desenvolvimento atende plenamente o objetivo proposto da atividade.

Cada atividade desenvolvida pelos alunos no pré-teste teve um objetivo específico, e foi seguindo estes objetivos que os conceitos de avaliação definidos anteriormente foram aplicados. Os objetivos de cada atividade estão descritos a seguir:

ATIVIDADE 1.

ATIVIDADE: 01

Percorra as figuras abaixo sem tirar o lápis do papel, indo de ponto a ponto, passando por todos os lados uma única vez, podendo repetir pontos se necessário, e retornando ao ponto de partida.

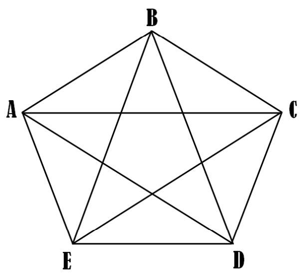


FIGURA I

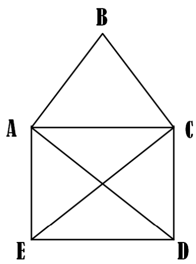


FIGURA II

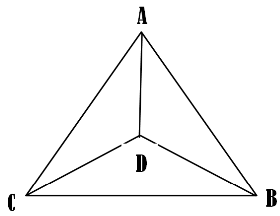


FIGURA III

Caso tenha conseguido realizar a atividade, descreva o caminho que percorreu. O que você acha que deve acontecer com o número de lados que sai de cada ponto para que esta tarefa seja possível?

Objetivo: Reconhecer que a atividade só é possível se todos os vértices tiverem grau par;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que somente 4% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 32% conceito B e 64% tiveram conceitos R ou I. A maior dificuldade encontrada, de acordo com as observações feitas e registros apresentados, foram referentes às Figuras II e III, justamente aquelas em que não é possível realizar a tarefa proposta pelo enunciado. A maioria dos alunos não soube justificar o que deve ocorrer com o número de lados de forma que a tarefa se torne possível. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A20 nessa atividade:

caminho I AE, ED, DB, BE, EC, CA, AD, DC, CB, BA, figura II não é possível III não é possível
O número de lados que sai de cada ponto tem que ser números pares.

ATIVIDADE 2.

ATIVIDADE: 02

Preencha os quadros a seguir para cada uma das figuras da atividade 0I.

FIGURA I	
Vértice	Grau
A	
B	
C	
D	
E	
Soma dos Graus	
Total de Arestas	

FIGURA II	
Vértice	Grau
A	
B	
C	
D	
E	
Soma dos Graus	
Total de Arestas	

FIGURA III	
Vértice	Grau
A	
B	
C	
D	
Soma dos Graus	
Total de Arestas	

O que podemos concluir em relação a soma dos graus e o total de arestas? Você poderia explicar por que isto ocorre?

Objetivo: Identificar que, em todo Grafo, a soma dos graus dos vértices equivale ao dobro do total de arestas;

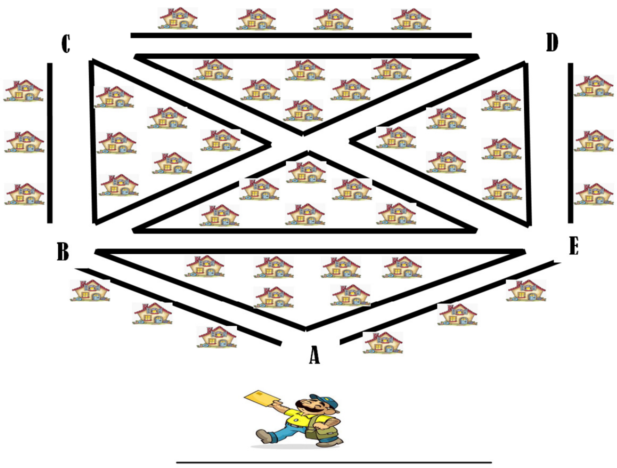
Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 20% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 12% conceito B e 68% tiveram conceitos R ou I. A maior dificuldade encontrada, de acordo com as observações feitas e registros apresentados, foram referentes à identificação correta dos graus de todos os vértices. A maioria dos alunos não conseguiu identificar que a soma dos graus dos vértices equivale ao dobro do total de arestas. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A21 nessa atividade:

Que a soma dos graus e o dobro do total de arestas, e pois todos os pontos se coincidem, [illegible].

ATIVIDADE 3.

ATIVIDADE: 03

Ajude nosso amigo Carteiro a entregar as correspondências traçando um caminho pelo qual ele percorrerá uma única vez por todas as ruas, de modo a economizar tempo e distância.



Caso tenha conseguido realizar a atividade, descreva o caminho encontrado.

Objetivo: Identificar o menor caminho que leva a solução da atividade;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 64% dos alunos atingiram os conceitos MB ou B e 36% tiveram conceitos R ou I. A maior dificuldade encontrada, de acordo com as observações feitas e registros apresentados, foram referentes à identificação dos vértices que tornam possível a obtenção do objetivo proposto pela atividade. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A16 nessa atividade:

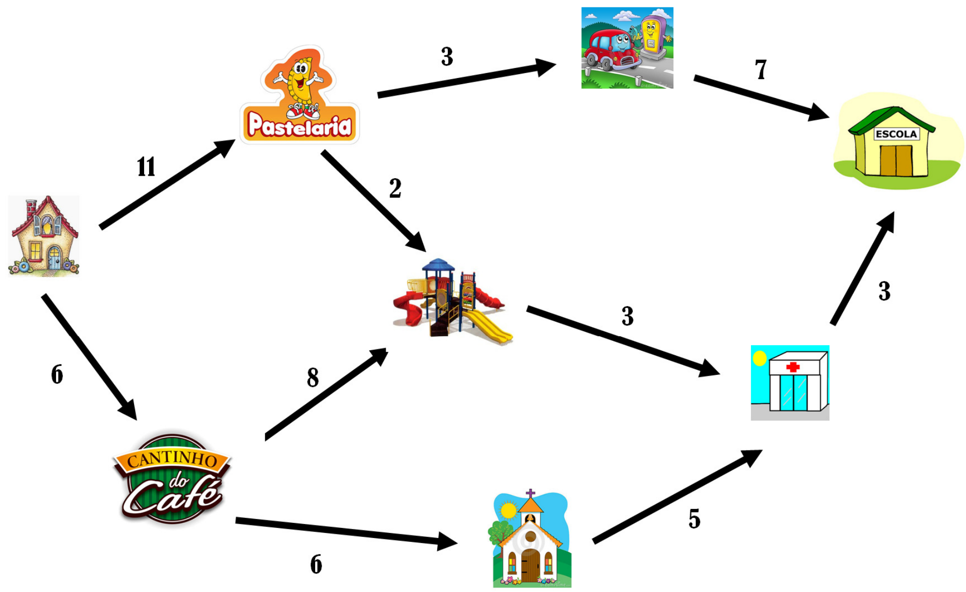
C-B-A-E-C-D-B-E-D.

ATIVIDADE 4.

ATIVIDADE: 04

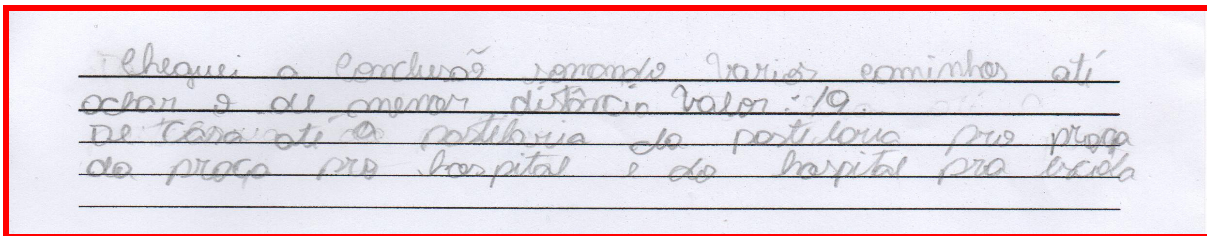
Determine a menor distância para irmos da Casa de Davi até a Escola. Explique o que você fez para chegar a esta conclusão.

Obs. Um GPS de carro faz isso a todo momento.



Objetivo: Identificar o menor caminho que soluciona a atividade;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 76% dos alunos atingiram os conceitos MB ou B e 24% tiveram conceitos R. A maioria dos alunos não encontrou dificuldades para finalizar a atividade, apesar de chegarem à solução da mesma realizando todas as tentativas possíveis. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A12 nessa atividade:


Cheguei a conclusão somando varios caminhos até achar o de menor distância valor: 19.
De casa até a pastelaria da pastelaria pro praça
do praça pro hospital e do hospital pra escola

ATIVIDADE 5.

ATIVIDADE: 05

Pinte os Mapas abaixo usando o mínimo de cores possíveis de forma que as regiões vizinhas não tenham a mesma cor. Em seguida responda qual a quantidade minima de cores possíveis.

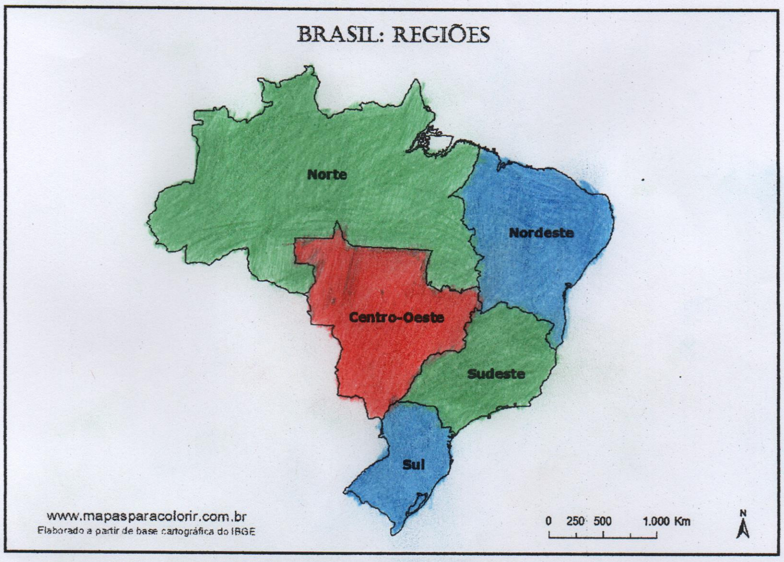
1.

2.

Objetivo: Reconhecer que quatro cores são suficientes para pintar os mapas;

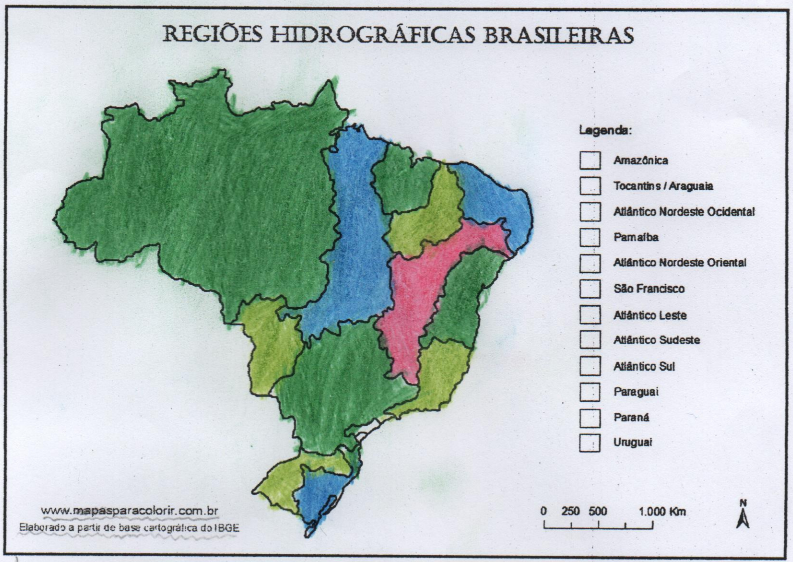
Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 36% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 56% conceito B e 8% tiveram conceitos R. A maioria dos alunos não encontrou dificuldades para realização dessa atividade e atingiram totalmente ou parcialmente o objetivo proposto relacionado a mesma. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A15 nessa atividade:

1.



Utilizei apenas 3 cores. Vermelho, azul e verde.

2.



B

Utilizei 4 cores

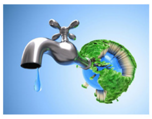
ATIVIDADE 6.

ATIVIDADE: 06

Você tem que levar água, luz e telefone para três casas de uma cidade. As fornecedoras de água, luz e telefone permitem que os canos distribuidores não sejam retos... São canos flexíveis e podem ser arrumados da forma que você desejar.

Os canos ***JAMAIS*** podem se cruzar e/ou invadir a região interna de qualquer casa e de qualquer fornecedora.

A profundidade de encanamentos sob os terrenos da cidade que a prefeitura tolera é única. Ou seja, assuma no esquema que todos os canos são como linhas no mesmo plano.




CASA 1


CASA 2


CASA 3

Você acha que é possível ou impossível? Justifique.

x

Objetivo: Concluir que o problema não tem solução;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que apenas 4% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 48% conceito B e 48% tiveram conceitos R ou I. Após diversas tentativas vários alunos desistiram de tentar chegar a alguma solução não apresentando nenhuma resposta, e parte concluiu que a mesma não tinha solução pois sempre ficava faltando inserir um dos tipos de serviços. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A20 nessa atividade:

não é possível porque sempre vai faltar um.

ATIVIDADE 7.

ATIVIDADE: 07

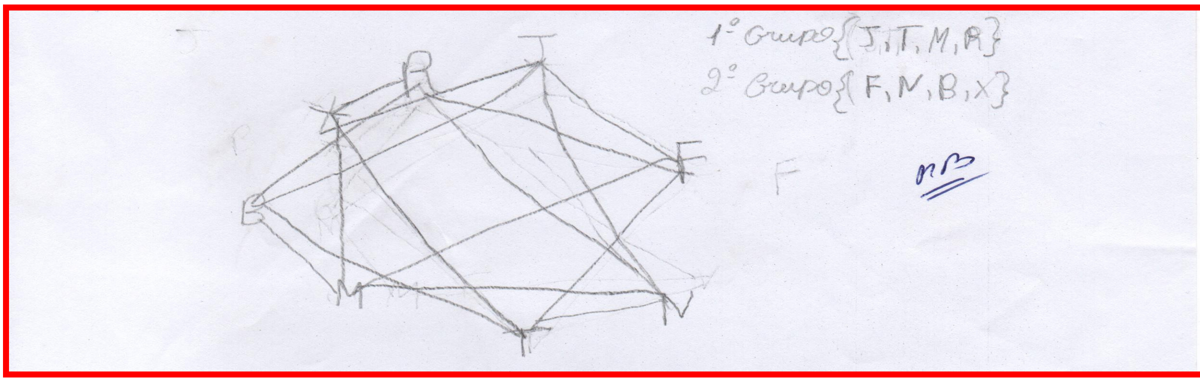
A tabela abaixo mostra a alocação de 16 alunos nas atividades realizadas no Colégio Fernando Costa, turno da tarde, que eles devem participar.

ALUNOS	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
JUDÔ	X							X				X			X	
FUTEBOL	X			X							X					X
NATAÇÃO						X	X			X					X	
TEATRO				X	X		X		X							
MÚSICA			X							X				X		X
BANDA			X		X							X	X			
XADREZ		X						X	X					X		
REFORÇO		X				X					X		X			

Sabendo que duas atividades só podem ocorrer simultaneamente se não houver alunos comuns, construa um esquema associando as iniciais de cada uma das atividades {J, F, N, T, M, B, X, R} de forma que duas delas fiquem ligadas somente se tiverem um aluno em comum. Em seguida monte grupos com todas as atividades que não tem ligação em comum. Quantos grupos no mínimo podem ser formados?

Objetivo: Organizar as atividades em grupos de forma que não haja ocorrência simultânea das atividades escolhidas por cada aluno.

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que apenas 8% dos alunos atingiram o conceito MB, 48% conceito B e 44% tiveram conceito R. A maior dificuldade encontrada, de acordo com as observações feitas e registros apresentados, foi referente à construção do esquema que representasse a associação correta das atividades. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A16 nessa atividade:



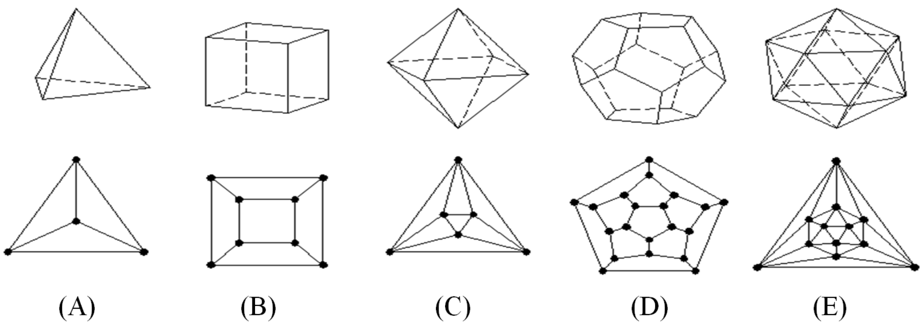
3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PÓS-TESTE

Essa etapa da pesquisa foi constituída da aplicação prática de sete atividades discursivas, semelhantes às aplicadas nos pré-testes, onde foram avaliados os conhecimentos adquiridos pelos alunos em relação aos conceitos de Grafos trabalhados. As atividades utilizadas encontram-se no **Apêndice B**. As aulas foram consecutivas e tiveram uma duração de cinquenta minutos cada uma e os alunos realizaram todas as atividades, seguindo as mesmas orientações da aula 1 (um), em aproximadamente uma hora. O critério de correção, conceitos usados e objetivos de cada atividade foram os mesmos aplicados nas atividades diagnósticas.

ATIVIDADE 1.

ATIVIDADE: 01

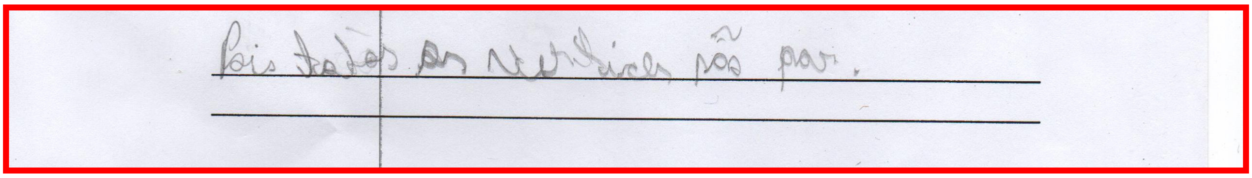
1. Quais dos Grafos Platônicos a seguir são Eulerianos?



Justifique sua resposta.

Objetivo: Reconhecer que em todo Grafo Euleriano os vértices possuem grau par;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 52% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 28% conceito B e 20% tiveram conceitos R e que ocorreu uma evolução nos resultados em relação a atividade 1 aplicada no pré-testes. A maior dificuldade encontrada, de acordo com as observações feitas e registros apresentados, foram referentes à identificação dos graus de cada vértice. A maioria dos alunos soube justificar o que deve ocorrer para que o Grafo seja euleriano. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A21 nessa atividade:


Pois todos os vértices são par.

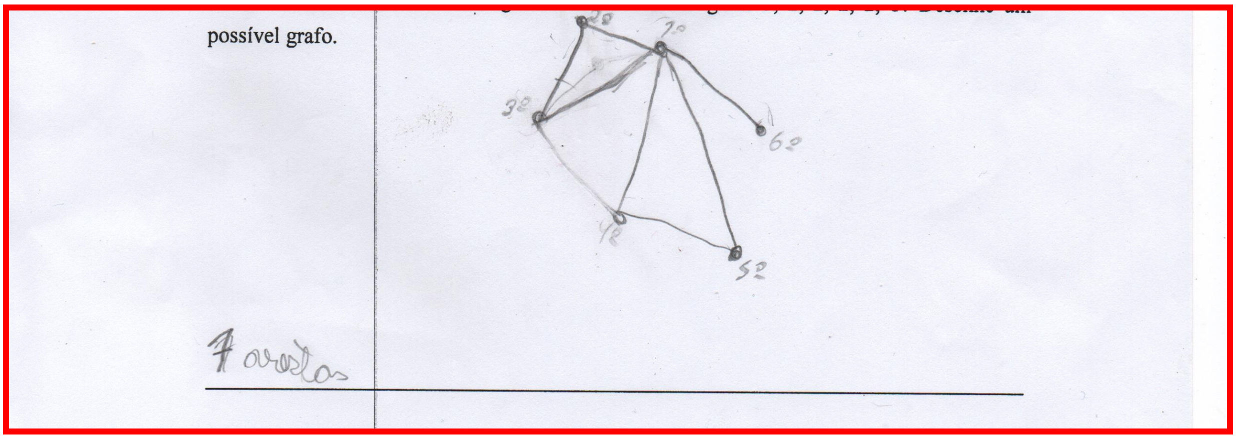
ATIVIDADE 2.

ATIVIDADE: 02

Quantas arestas tem um grafo com vértices de graus 5, 2, 2, 2, 2, 1? Desenhe um possível grafo.

Objetivo: Identificar que a soma dos graus dos vértices equivale ao dobro do total de arestas;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 48% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 12% conceito B e 40% tiveram conceitos R ou I e que ocorreu uma evolução nos resultados em relação a atividade 2 aplicada no pré-testes. A maior dificuldade encontrada, de acordo com as observações feitas e registros apresentados, foram referentes à representação gráfica do Grafo. Boa parte dos alunos soube concluir a primeira parte da atividade por ter a informação de que a soma dos graus dos vértices corresponde ao dobro do número de arestas. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A21 nessa atividade:

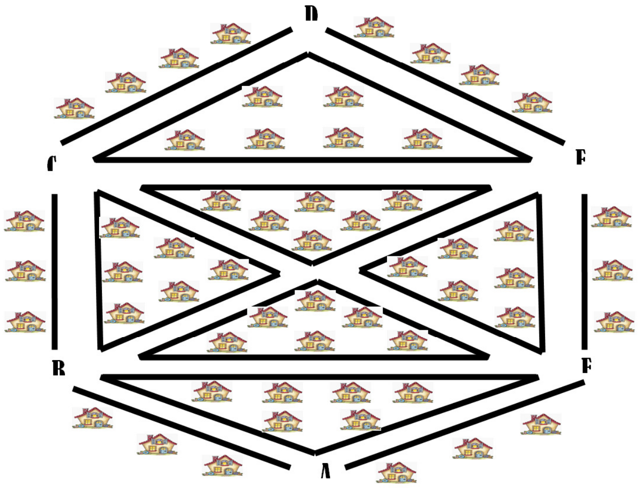

possível grafo.

7 arestas

ATIVIDADE 3.

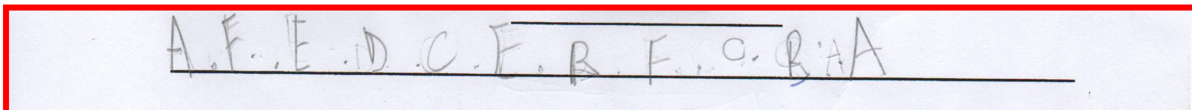
ATIVIDADE: 03

Ajude nosso amigo Lixeiro a realizar a coleta de lixo, no bairro representando pelo grafo a seguir, traçando um caminho pelo qual percorrerá uma única vez todas as ruas, de modo a economizar tempo, distância e combustível. Descreva o trajeto que conseguiu encontrar.



Objetivo: Identificar o menor caminho que leva à solução da atividade;

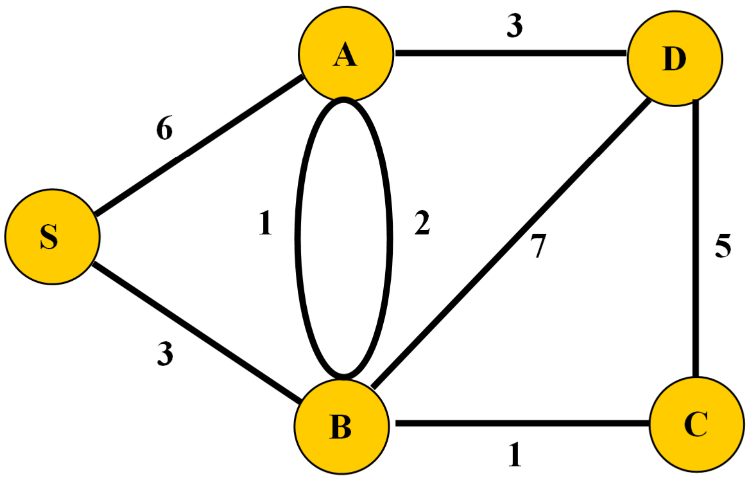
Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 84% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB e 16% conceito B e que ocorreu uma evolução nos resultados em relação à atividade 3 aplicada no pré-testes. Os alunos de uma forma geral não apresentaram dificuldades para realização dessa atividade. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A16 nessa atividade:



ATIVIDADE 4.

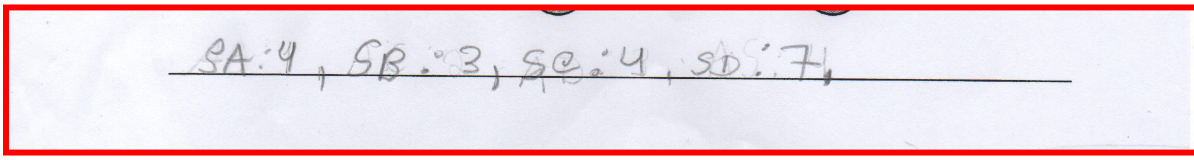
ATIVIDADE: 04

No grafo a seguir, aplique o algoritmo de Dijkstra para determinar a menor distância do vértice **S** a todos os outros vértices.



Objetivo: Identificar os caminhos de custos mínimos que solucionam a atividade;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 64% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB, 16% conceito B e 20% conceito R e que ocorreu uma evolução nos resultados em relação a atividade 4 aplicada no pré-testes. A maior dificuldade observada nessa atividade foi em relação à interpretação correta do enunciado. Partes dos alunos determinaram apenas a distância entre os vértices S e C ou S e D. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A11 nessa atividade:



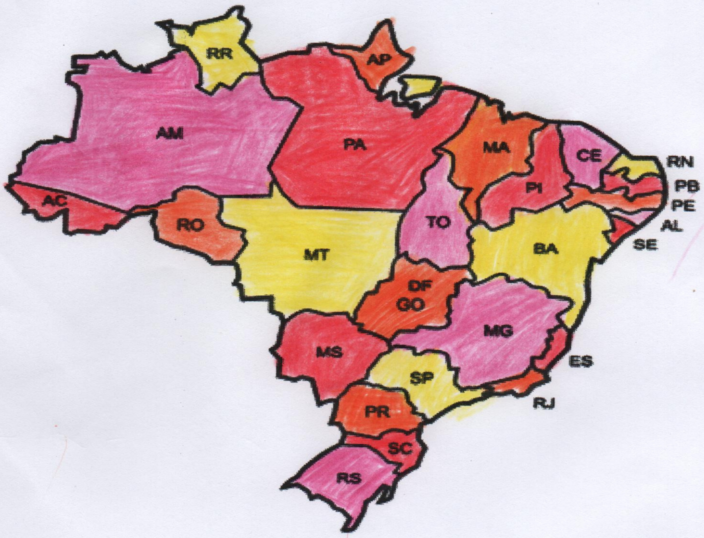
ATIVIDADE 5.

ATIVIDADE: 05

Pinte o Mapa do Brasil a seguir usando o mínimo de cores possíveis de forma que os estados que fazem divisas não fiquem com a mesma cor. Em seguida responda qual a quantidade de cores utilizadas.

Objetivo: Reconhecer que quatro cores são suficientes para pintar o mapa;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 88% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB e 12% conceito B e que ocorreu uma evolução nos resultados em relação a atividade 5 aplicada no pré-testes. Os alunos de uma forma geral não apresentaram dificuldades para realização dessa atividade e concluíram que quatro cores são suficientes para colorir o mapa apresentado. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A7 nessa atividade:

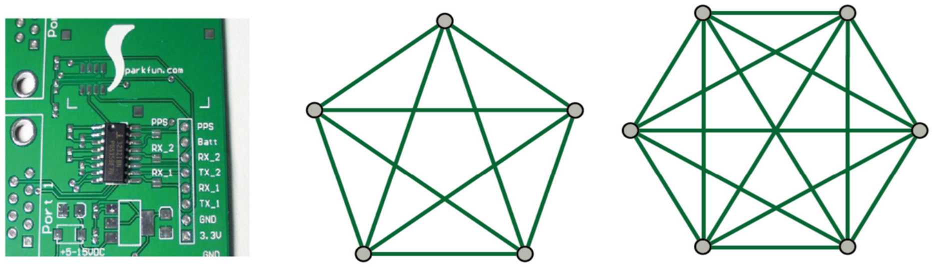


4 cores

ATIVIDADE 6.

ATIVIDADE: 06

Numa placa de circuito integrado de computador com uma camada não pode haver cruzamentos dos caminhos entre os pontos. Veja um exemplo real em (a).

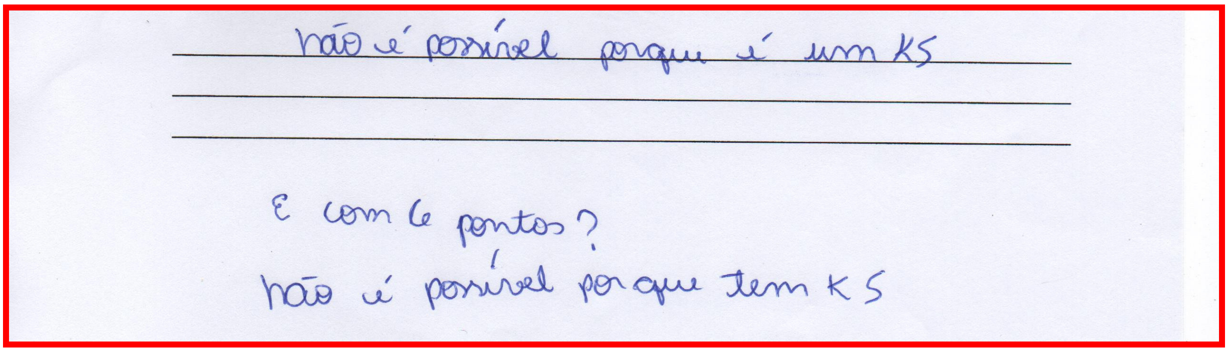


(a) (b) (c)

Imagine que você trabalha numa empresa que quer fazer uma placa em que há a necessidade de fazer todas as ligações possíveis entre 5 pontos (b). É possível? Por quê? E se fossem 6 pontos, como em (c)?

Objetivo: Concluir que o problema não tem solução;

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 12% dos alunos atingiram o conceito MB, 60% conceito B e 24% os conceitos R ou I e que ocorreu uma evolução pequena nos resultados em relação a atividade 6 aplicada no pré-testes. A maior dificuldade observada nessa atividade foi em relação à identificação de que o grafo completo K6 contém o Grafo K5. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A17 nessa atividade:

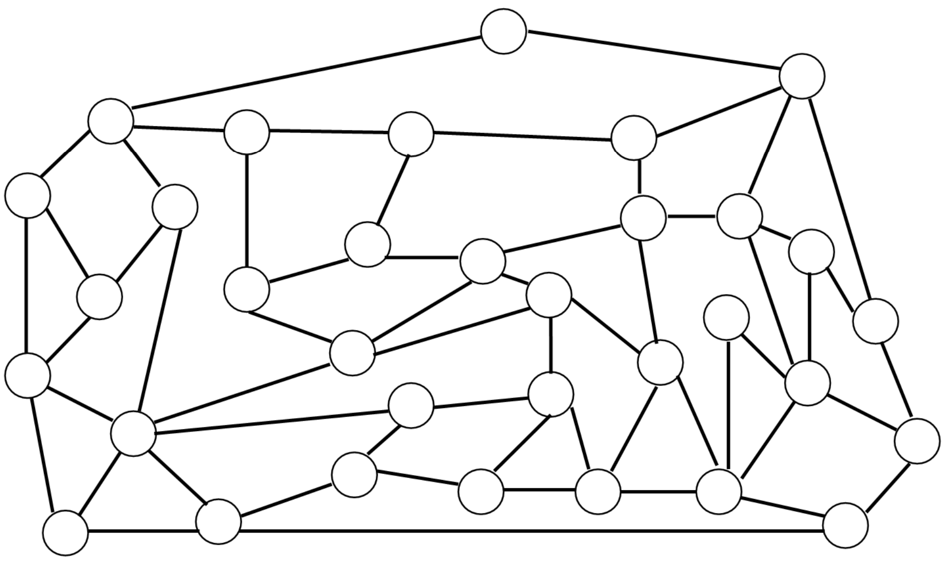

não é possível porque é um K5

E com 6 pontos?
não é possível porque tem K5

ATIVIDADE 7.

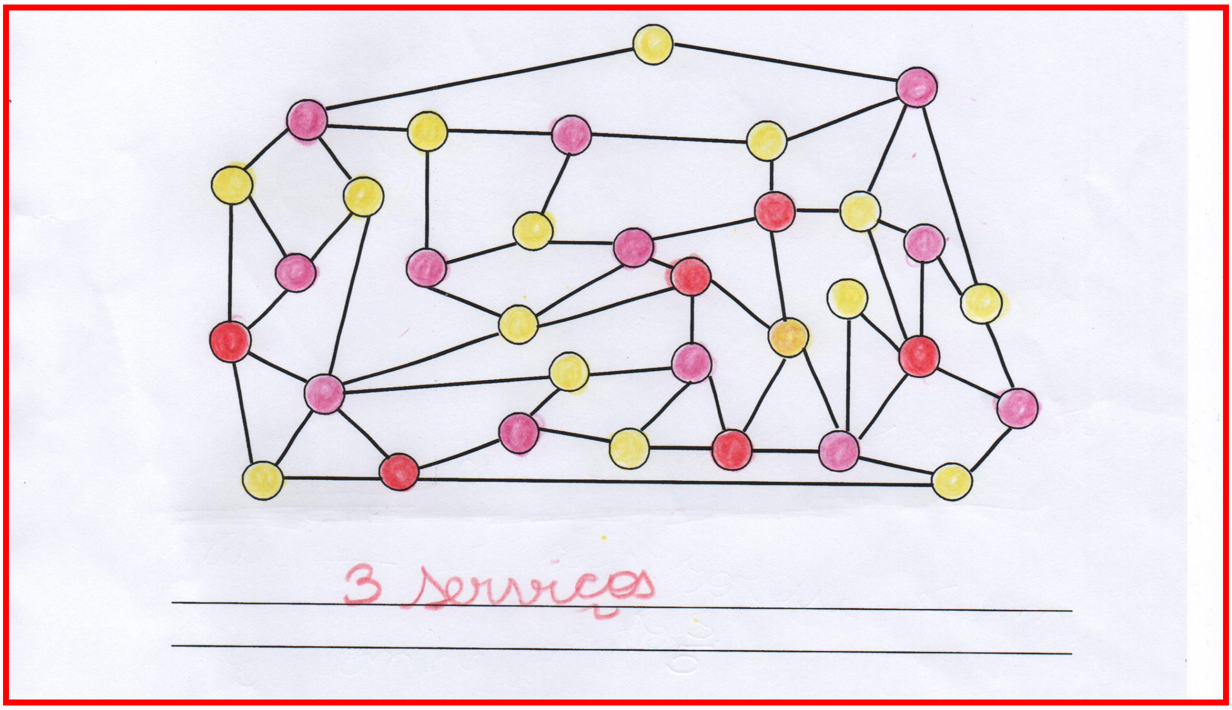
ATIVIDADE: 07

Um Parque é representado pelo Grafo a seguir e desejamos instalar barracas de soverte, pipocas, cachorro-quente, etc. Cada barraca deve ser localizada em uma esquina (vértice) e esquinas próximas (vértices adjacentes) só podem admitir barracas com serviços diferentes. Por motivos comerciais, queremos evitar a diversificação excessiva de serviços. Qual o menor número de serviços que poderíamos usar?



Objetivo: Organizar a distribuição dos serviços de forma que atenda a proposta do enunciado.

Comentários: Após análises dos resultados observou-se que 96% dos alunos atingiram os conceitos E ou MB e 4% conceito R e que ocorreu uma evolução significativa nos resultados em relação a atividade 7 aplicada no pré-testes. Os alunos de uma forma geral não apresentaram dificuldades para realização dessa atividade e a maioria concluiu que o menor número de serviços que poderiam ser usados é igual a três. Destaca-se a resposta a seguir apresentada pelo aluno A18 nessa atividade:



3.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NAS PRÉ-ATIVIDADES E PÓS-ATIVIDADES.

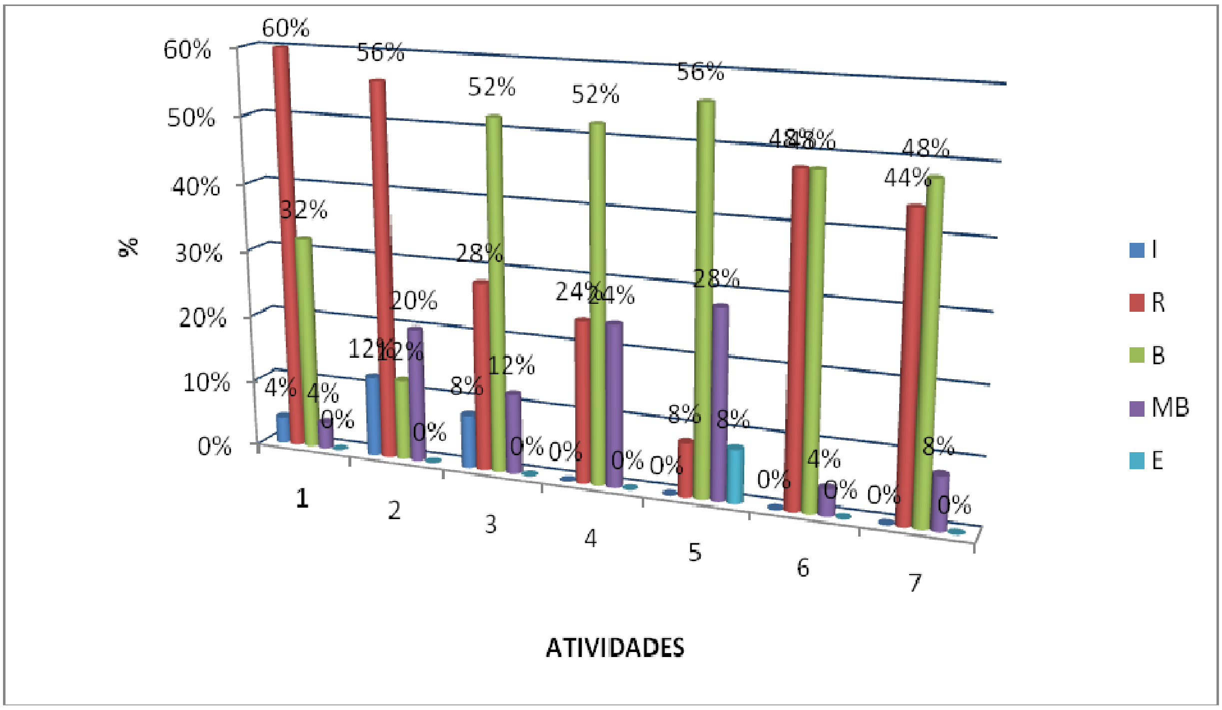
Os resultados obtidos nas pré-atividades estão mencionados nas tabelas e gráfico a seguir.

TABELA DE CONCEITOS: ALUNO X ATIVIDADES							
Aluno	**AT1**	**AT2**	**AT3**	**AT4**	**AT5**	**AT6**	**AT7**
A1	B	MB	I	B	MB	R	R
A2	R	MB	R	B	MB	B	R
A3	B	MB	B	R	MB	R	R
A4	R	R	B	B	B	R	B
A5	R	R	B	R	B	R	B
A6	R	R	I	B	B	R	R
A7	R	R	R	R	MB	B	R
A8	B	R	B	B	B	R	B
A9	R	I	R	R	B	B	R
A10	R	R	B	MB	B	B	B
A11	B	B	B	MB	MB	B	B
A12	B	R	B	MB	E	B	B
A13	R	R	R	B	R	R	R
A14	R	R	R	B	B	B	R
A15	R	I	B	B	MB	B	B
A16	R	R	MB	B	B	R	MB
A17	R	R	R	R	B	R	R
A18	R	I	R	B	B	B	R
A19	I	R	MB	R	B	B	B
A20	MB	MB	MB	MB	E	MB	MB
A21	B	MB	B	MB	B	R	B
A22	B	B	B	B	R	B	R
A23	B	B	B	MB	B	R	B
A24	R	R	B	B	MB	B	B
A25	R	R	B	B	B	R	B

A tabela a seguir descreve o percentual dos conceitos adquiridos em cada atividade. Observa-se que os conceitos R (regular) ou B (bom) foram o que apareceram com maior frequência nas sete atividades desenvolvidas e destacamos que foi observado conceito E (excelente) apenas na atividade AT5.

Valores Percentuais - conceitos x atividades							
Conceito	**AT1**	**AT2**	**AT3**	**AT4**	**AT5**	**AT6**	**AT7**
I	**4%**	**12%**	**8%**	**0%**	**0%**	**0%**	**0%**
R	**60%**	**56%**	**28%**	**24%**	**8%**	**48%**	**44%**
B	**32%**	**12%**	**52%**	**52%**	**56%**	**48%**	**48%**
MB	**4%**	**20%**	**12%**	**24%**	**28%**	**4%**	**8%**
E	**0%**	**0%**	**0%**	**0%**	**8%**	**0%**	**0%**
TOTAL	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

O gráfico de colunas a seguir ilustra as informações percentuais dos resultados das atividades registradas na tabela acima.



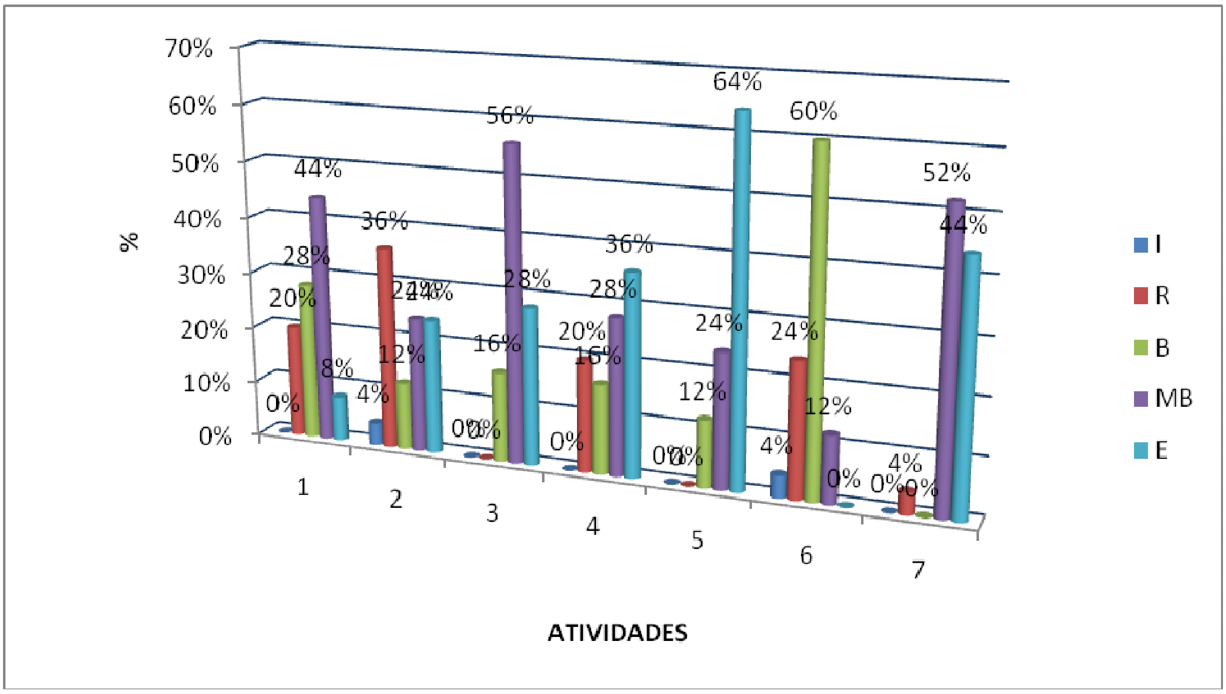
Os resultados obtidos nas pós-atividades estão mencionados nas tabelas e gráficos a seguir onde se observam uma melhora significativa nos conceitos obtidos em todas essas atividades em relação os resultados apresentados nas atividades diagnósticas.

TABELA DE CONCEITOS: ALUNO X ATIVIDADES							
Aluno	**AT1**	**AT2**	**AT3**	**AT4**	**AT5**	**AT6**	**AT7**
A1	MB	E	MB	E	E	R	MB
A2	B	E	MB	MB	E	B	E
A3	MB	MB	E	E	E	B	E
A4	MB	R	B	MB	E	B	E
A5	B	MB	MB	E	E	B	E
A6	B	MB	B	MB	MB	R	MB
A7	E	E	E	E	E	MB	MB
A8	E	R	MB	E	MB	B	E
A9	MB	E	MB	R	E	B	E
A10	B	B	MB	E	E	B	MB
A11	MB	MB	E	E	E	B	E
A12	MB	B	E	MB	E	B	MB
A13	B	B	MB	MB	MB	R	MB
A14	B	R	B	B	MB	B	MB
A15	R	R	MB	MB	E	B	MB
A16	R	R	MB	R	B	R	MB
A17	R	R	MB	R	MB	MB	MB
A18	R	R	MB	B	E	B	E
A19	MB	R	MB	R	B	B	MB
A20	MB	E	E	B	E	MB	E
A21	MB	E	E	E	MB	I	MB
A22	MB	MB	MB	MB	E	B	E
A23	MB	MB	E	E	E	B	E
A24	B	R	MB	B	E	R	MB
A25	R	I	B	R	B	R	R

A tabela a seguir descreve o percentual dos conceitos adquiridos em cada uma das pós-atividades. Observa-se que houve uma melhora significativa nos resultados obtidos em relação aos apresentados nas atividades iniciais. Destacamos a frequência do conceito E (excelente) que foi observado em praticamente todas as atividades, o que ocorreu apenas na realização da atividade 5 nos resultados das atividades iniciais.

Valores Percentuais - conceitos x atividades							
Conceito	**AT1**	**AT2**	**AT3**	**AT4**	**AT5**	**AT6**	**AT7**
I	**0%**	**4%**	**0%**	**0%**	**0%**	**4%**	**0%**
R	**20%**	**36%**	**0%**	**20%**	**0%**	**24%**	**4%**
B	**28%**	**12%**	**16%**	**16%**	**12%**	**60%**	**0%**
MB	**44%**	**24%**	**56%**	**28%**	**24%**	**12%**	**52%**
E	**8%**	**24%**	**28%**	**36%**	**64%**	**0%**	**44%**
TOTAL	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

O gráfico de colunas a seguir ilustra as informações percentuais dos resultados das pós-atividades registradas na tabela acima.



3.4 ANÁLISES DOS RESULTADOS OBTIDOS NA APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO FINAL

Após aplicação do questionário final, análises foram realizadas com a finalidade de observar se da forma com que foi apresentada a proposta, a motivação e o interesse pelo estudo da Matemática evoluiu de fato na amostra escolhida. Observou-se através desses resultados que houve uma melhora significativa no interesse e na motivação dos alunos. Verificou-se que 88% concordam totalmente ou concordam que estudar Grafos é fácil; 92% concordam totalmente ou concordam que é mais interessante resolver problemas de

Matemática utilizando Grafos do que da maneira tradicional e 88% concordam totalmente ou concordam que ficaram mais motivados para estudar Matemática após descobrir que Grafo pode ser usado para resolver problemas do cotidiano. A tabela a seguir mostra os resultados obtidos em cada questão. O questionário aplicado encontra-se em **apêndice C**.

Questões x Qualificação					
Qualificação	**Q01**	**Q02**	**Q03**	**Q04**	**Q05**
Concordo Totalmente	**16%**	**56%**	**60%**	**0%**	**32%**
Concordo	**72%**	**32%**	**32%**	**80%**	**56%**
Discordo	**4%**	**12%**	**8%**	**16%**	**4%**
Discordo Totalmente	**8%**	**0%**	**0%**	**4%**	**8%**
TOTAL	100%	100%	100%	100%	100%

QUESTÃO 1:

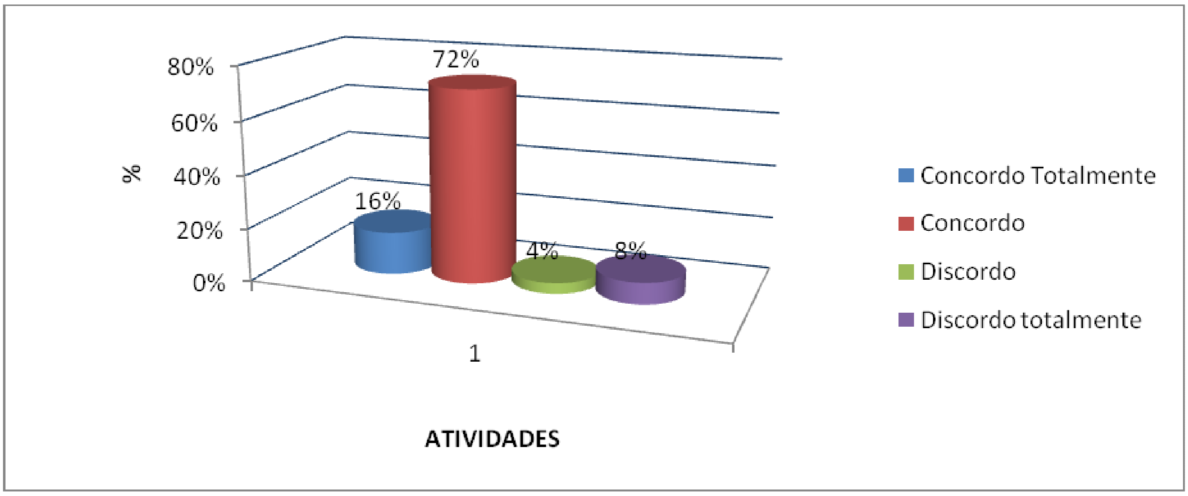
1. Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

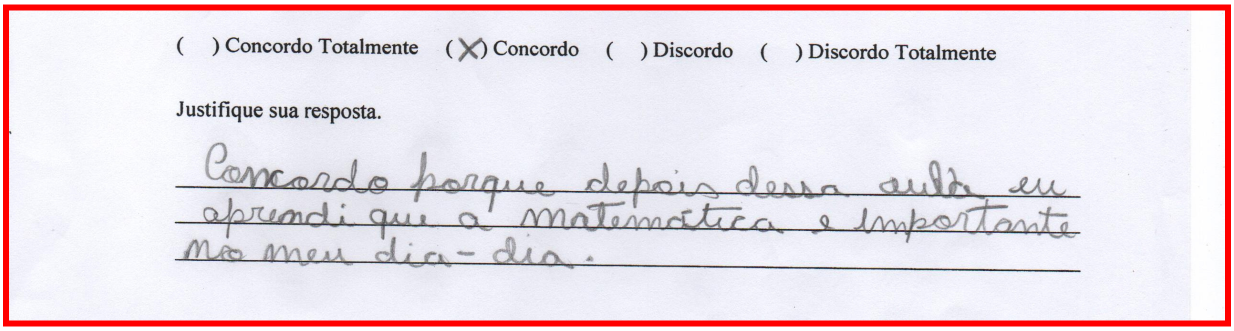
Objetivo: Avaliar o interesse e motivação pelo estudo da Matemática.

Valores Percentuais - Questão x Qualificação	
Qualificação	**Q01**
Concordo Totalmente	**16%**
Concordo	**72%**
Discordo	**4%**
Discordo totalmente	**8%**
TOTAL	100%



Comentários: Após análise dos resultados, verificou-se que os principais aspectos motivacionais dos referidos alunos pelo estudo de Matemática estão relacionados à forma como os conteúdos são apresentados em sala de aula. As dificuldades desses alunos não se limitam apenas aos conteúdos, envolve a própria motivação dos mesmos na realização das atividades e dificuldades em relacionar a Matemática ensinada com as situações do cotidiano. De acordo com as respostas apresentadas 72% concordam que a Matemática é interessante e apenas 8% discordam totalmente. Destacam-se as seguintes respostas dadas pelos alunos:

Resposta do aluno A8

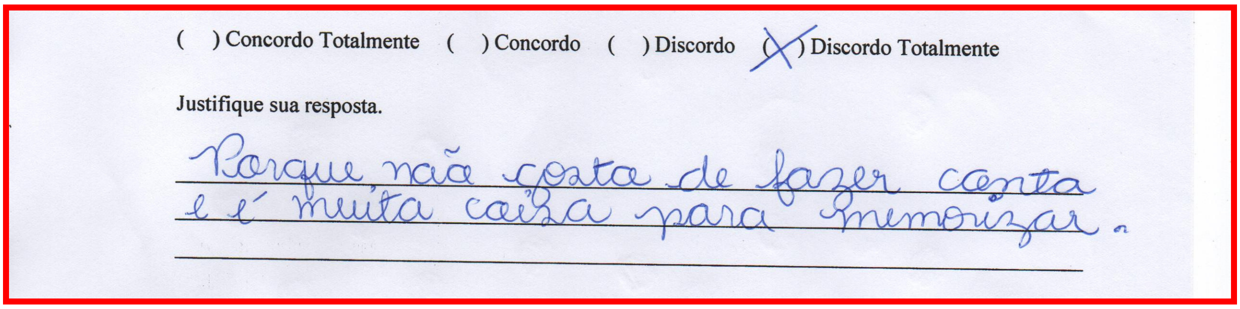


( ) Concordo Totalmente (X) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Concordo porque depois dessa aula eu aprendi que a matemática e importante no meu dia-dia.

Resposta do aluno A25



( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo (X) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Porque não gosta de fazer conta e é muita coiza para memorizar.

QUESTÃO 2:

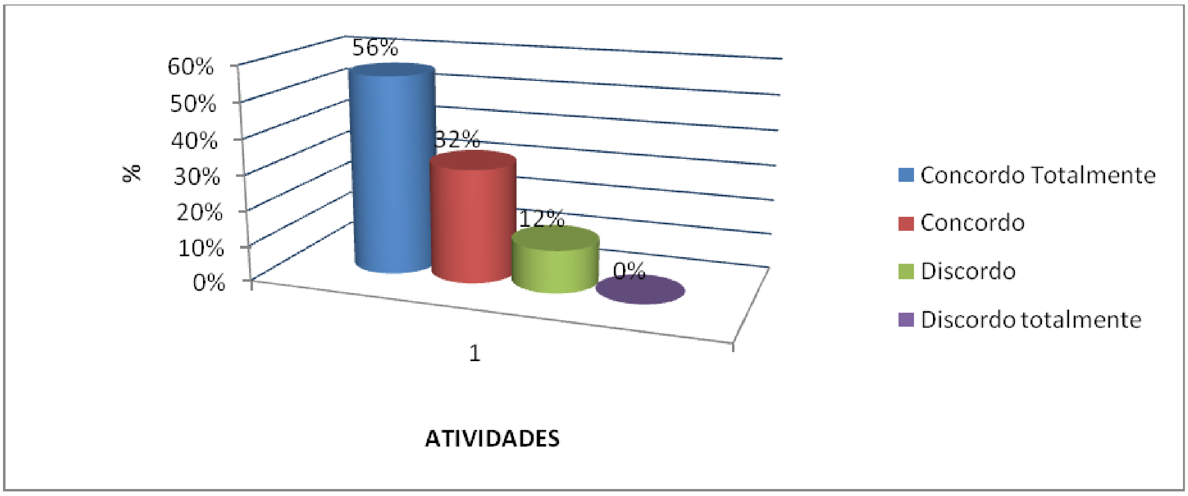
2. Achei fácil estudar os conteúdos sobre Grafos.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

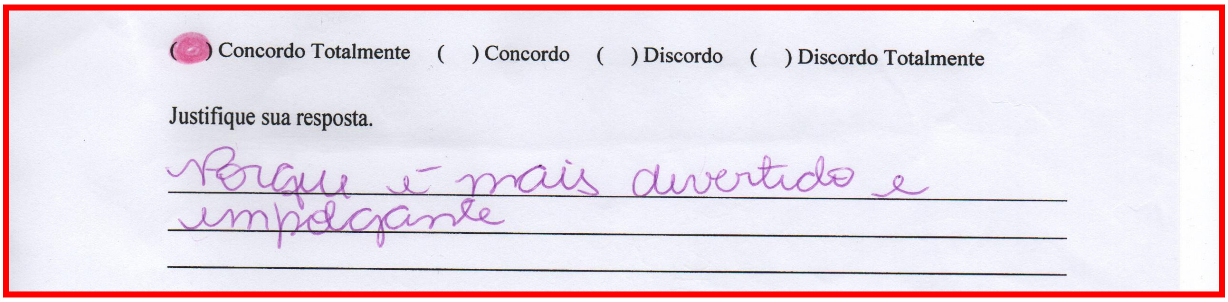
Objetivo: Avaliar o nível de entendimento pelo estudo sobre Grafos.

Valores Percentuais - Questão x Qualificação	
Qualificação	**Q02**
Concordo Totalmente	**56%**
Concordo	**32%**
Discordo	**12%**
Discordo totalmente	**0%**
TOTAL	100%



Comentários: De acordo com os resultados apresentados observa-se que 88% dos alunos concordam totalmente ou concordam que os conteúdos apresentados sobre Grafos são de fácil entendimento e 12% discordam que estudar sobre Grafos é fácil. Destacam-se as respostas a seguir relacionadas a essa questão:

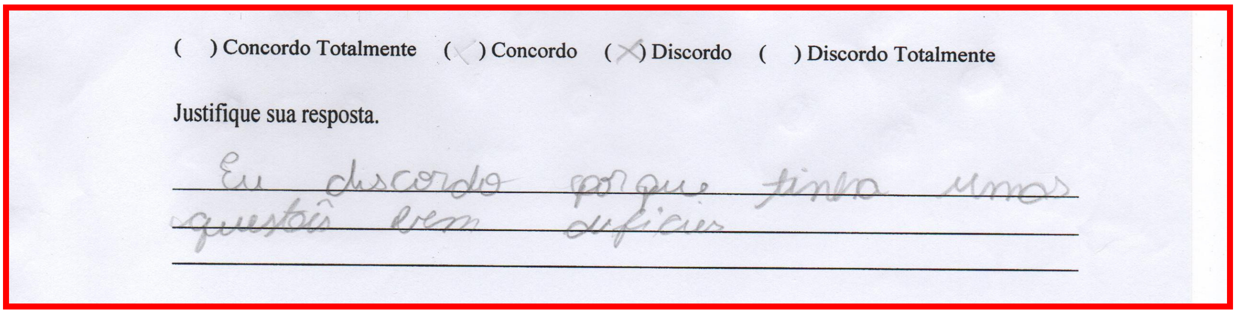
Resposta do aluno A4


( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Porque é mais divertido e empolgante

Resposta do aluno A16


( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo (X) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Eu discordo porque tinha umas questõis bem dificies

QUESTÃO 3:

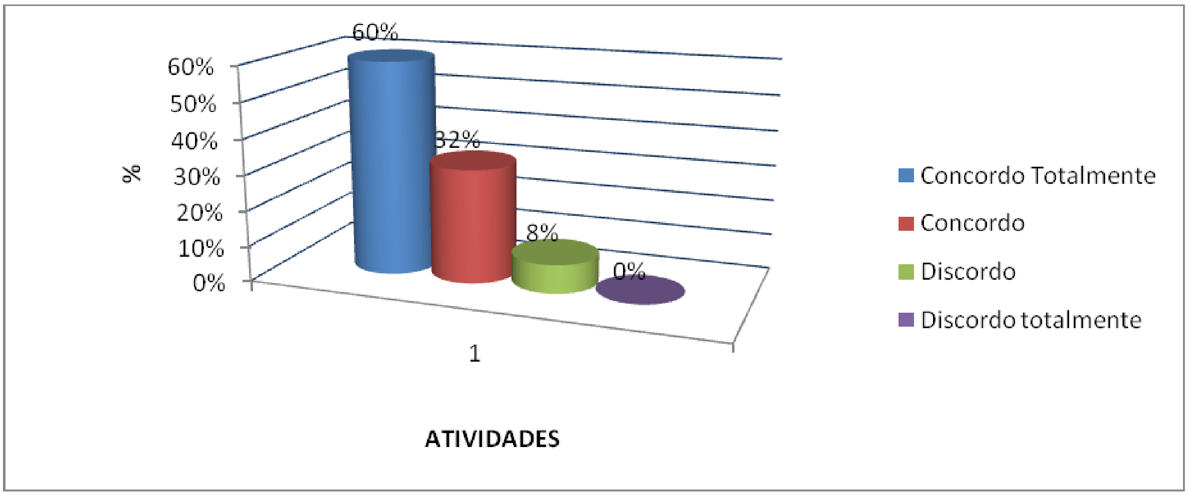
3. Achei mais interessante resolver problemas de Matemática utilizando Grafos do que da maneira tradicional.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

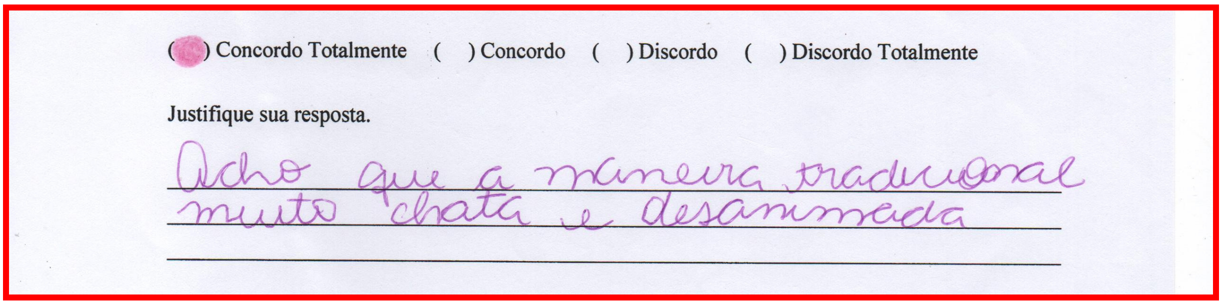
Objetivo: Avaliar se com o auxílio dos Grafos o interesse pela resolução de problemas é maior do que apresentado pelo método tradicional.

Valores Percentuais - Questão x Qualificação	
Qualificação	**Q03**
Concordo Totalmente	**60%**
Concordo	**32%**
Discordo	**8%**
Discordo totalmente	**0%**
TOTAL	100%



Comentários: De acordo com os resultados apresentados observa-se que 92% dos alunos concordam totalmente ou concordam que com o auxílio dos Grafos torna-se mais interessante resolver problemas de Matemática do que a forma tradicional e apenas 8% discordam desse argumento. Destacam-se as respostas a seguir relacionadas a essa questão:

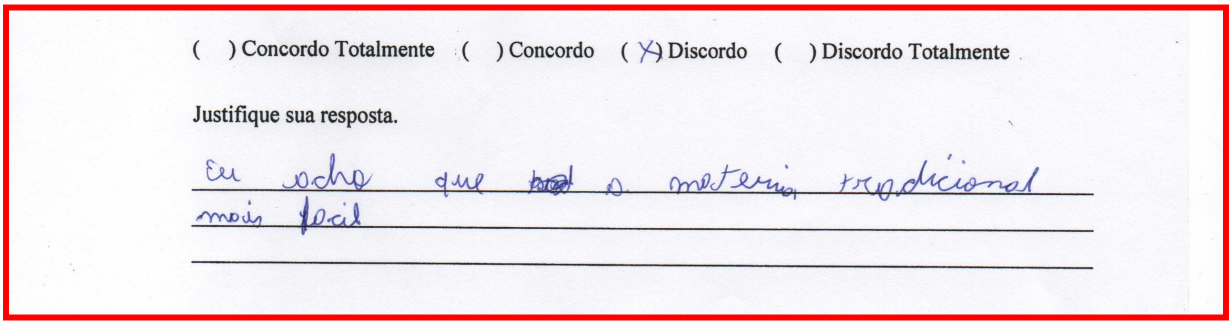
Resposta do aluno A4


( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Acho que a maneira tradicional muito chata e desanimada

Resposta do aluno A15


( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo (X) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Eu acho que ~~[illegible]~~ a materia tradicional mais facil

QUESTÃO 4:

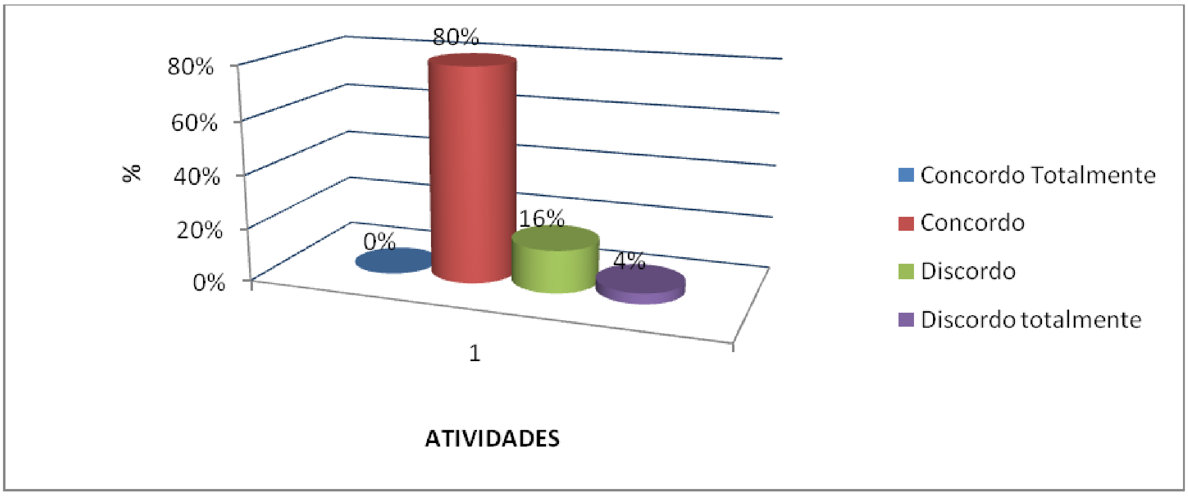
4. Depois das aulas, busquei mais informações sobre Grafos na internet.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Objetivo: Avaliar o interesse pela busca de informações sobre Grafos na internet.

Valores Percentuais - Questão x Qualificação	
Qualificação	**Q04**
Concordo Totalmente	**0%**
Concordo	**80%**
Discordo	**16%**
Discordo totalmente	**4%**
TOTAL	100%



Comentários: De acordo com os resultados apresentados observa-se que 80% dos alunos concordam que apresentaram interesse em buscar informações sobre Grafos na internet, principalmente sobre as atividades relacionadas a jogos e desafios e 20% discordam totalmente ou discordam que tiveram algum interesse pelo argumento apresentado na questão. Destacam-se as respostas a seguir relacionadas a essa questão:

( ) Concordo Totalmente (X) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

pesquisei o jogo e joguei um pouco.

4. Depois das aulas, busquei mais informações sobre Grafos na internet.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo (X) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

não busquei na internete

QUESTÃO 5:

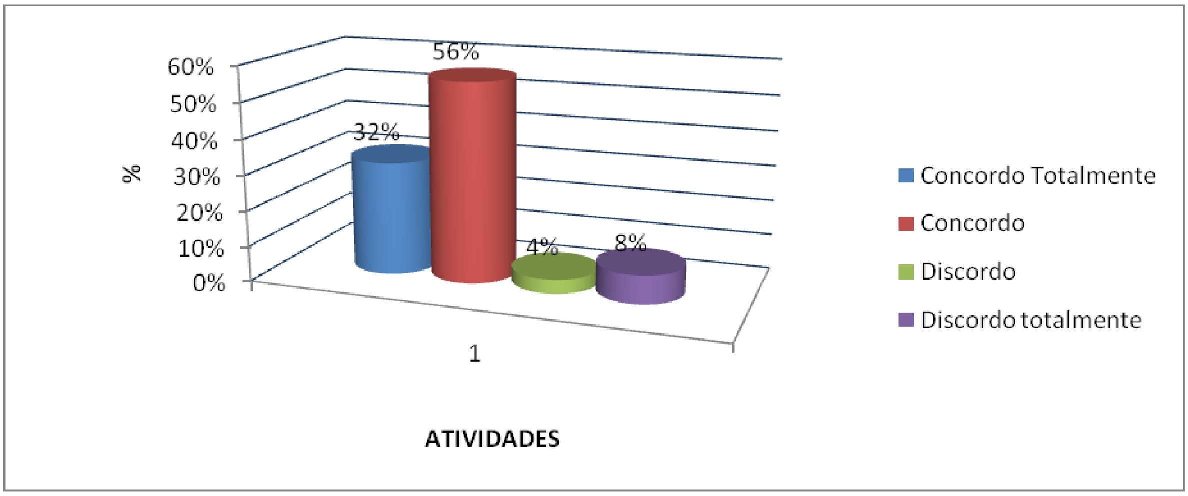
5. Fiquei mais motivado para estudar Matemática após descobrir que Grafo pode ser usado para resolver problemas do cotidiano, como os problemas do carteiro, do GPS (menor caminho), das placas de computador, etc.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

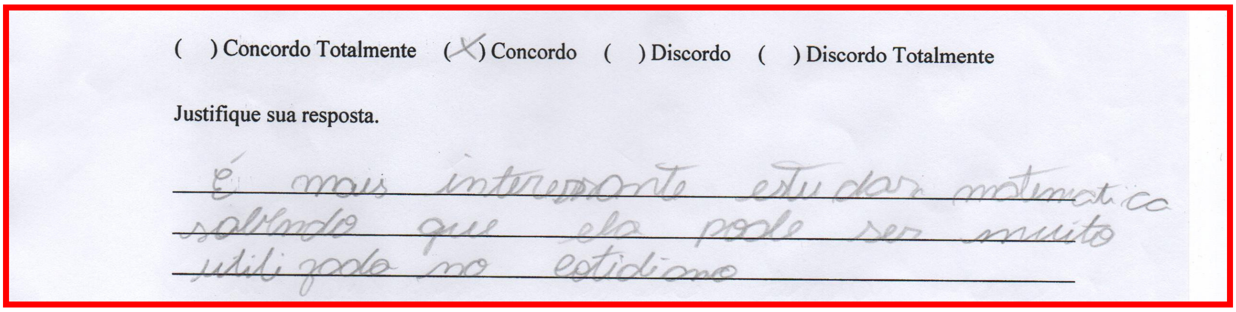
Objetivo: Avaliar a motivação pelo estudo da Matemática através da utilização da Teoria dos Grafos com a aplicação de problemas relacionados ao cotidiano.

Valores Percentuais - Questão x Qualificação	
Qualificação	**Q05**
Concordo Totalmente	**32%**
Concordo	**56%**
Discordo	**4%**
Discordo totalmente	**8%**
TOTAL	100%



Comentários: De acordo com os resultados apresentados observa-se que 88% dos alunos concordam totalmente ou concordam que ficaram mais motivados em estudar Matemática após descobrirem que através da aplicação da Teoria dos Grafos podemos solucionas diversos problemas relacionados ao cotidiano e 12% discordam totalmente ou discorda do argumento apresentado na questão. Destacam-se as respostas a seguir relacionadas a essa questão:

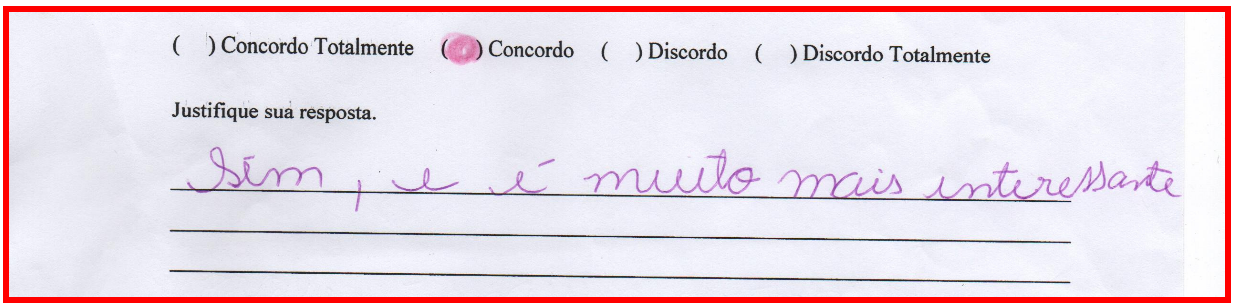
Resposta do aluno A18


( ) Concordo Totalmente (X) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

É mais interessante estudar matemática sabendo que ela pode ser muito utilizada no cotidiano

Resposta do aluno A4


( ) Concordo Totalmente (●) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

Sim, e é muito mais interessante

QUESTÃO 6:

6. Dentro do conteúdo aprendido nas aulas sobre Grafos, gostei mais de (marque apenas uma alternativa):

(a) Grafor Eulerianos e semi-Eulerianos

(b) Coloração

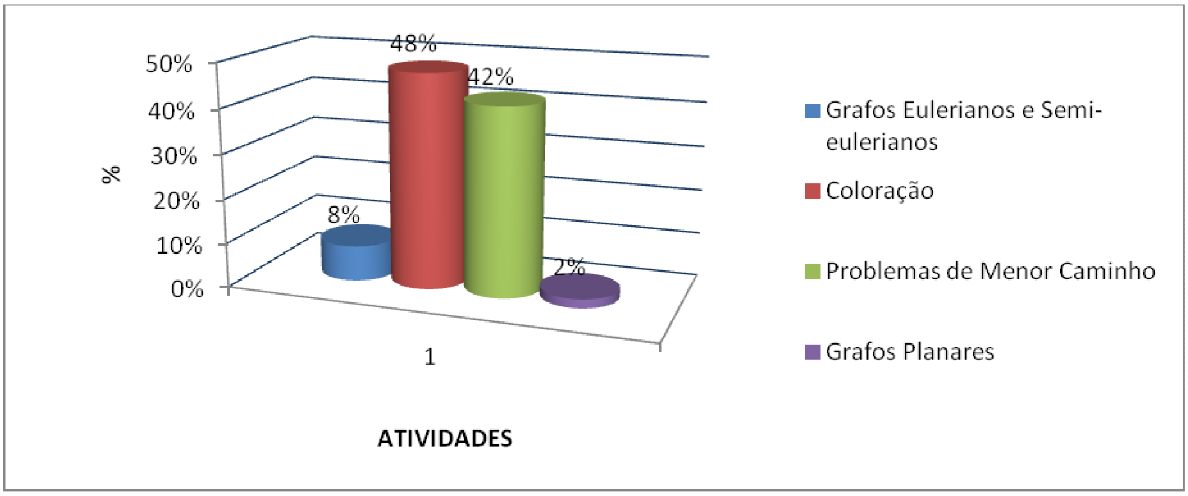
(c) Problemas de menor caminho

(d) Grafos planares

Justifique sua resposta.

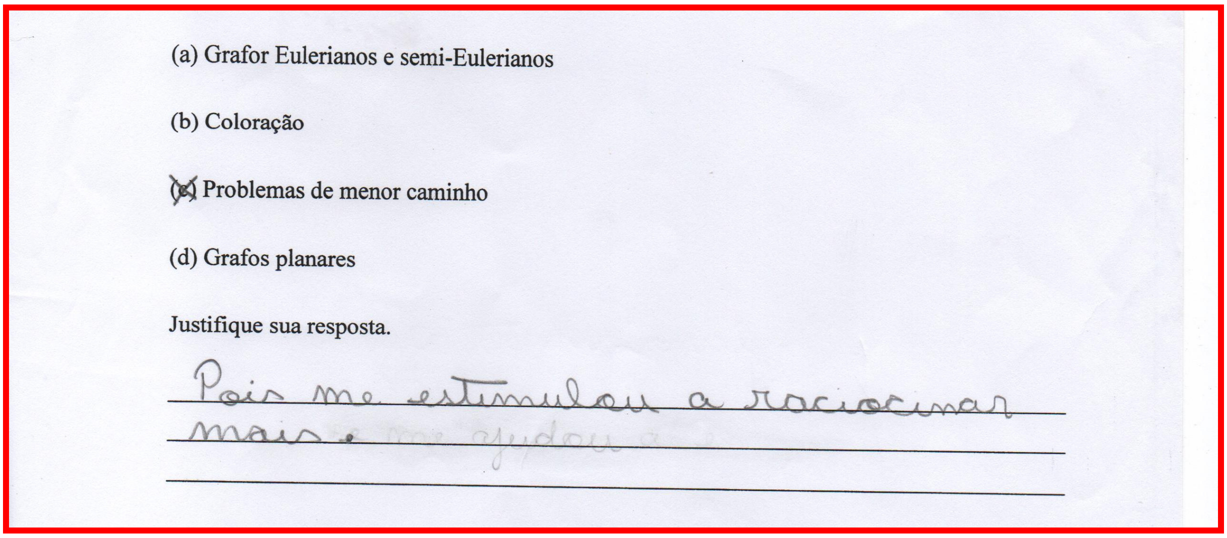
Objetivo: Identificar qual dos conteúdos abordados despertou mais interesse.

Valores Percentuais - Questão x Qualificação	
Qualificação	**Q06**
GrafosEulerianos e Semi-eulerianos	**8%**
Coloração	**48%**
Problemas de Menor Caminho	**42%**
GrafosPlanares	**2%**
TOTAL	100%



Comentários: De acordo com os resultados apresentados observa-se que 90% dos alunos tiveram maior interesse pelos conteúdos relacionados à Coloração ou Problemas de Menor Caminho, 8% Grafos Eulerianos e Semi-eulerianos e 2% conteúdos relacionados a Grafos Planares. Destacam-se as respostas a seguir relacionadas a essa questão:

Resposta do aluno A7



(a) Grafor Eulerianos e semi-Eulerianos

(b) Coloração

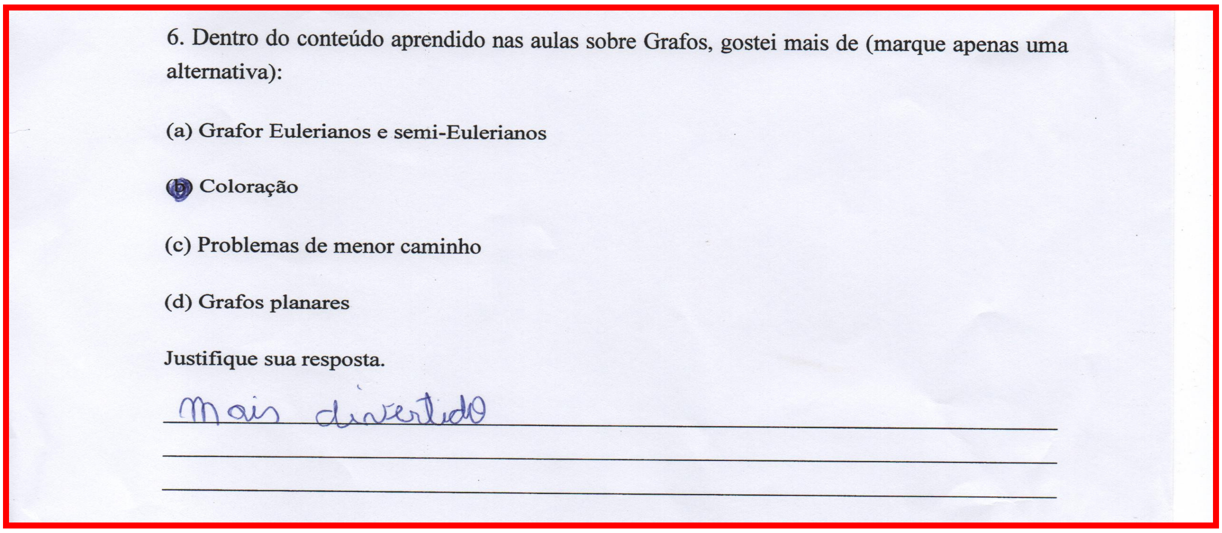
(c) Problemas de menor caminho

(d) Grafos planares

Justifique sua resposta.

Pois me estimulou a raciocinar mais e me ajudou a

Resposta do aluno A15



6. Dentro do conteúdo aprendido nas aulas sobre Grafos, gostei mais de (marque apenas uma alternativa):

(a) Grafor Eulerianos e semi-Eulerianos

(b) Coloração

(c) Problemas de menor caminho

(d) Grafos planares

Justifique sua resposta.

Mais divertido

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa teve como objetivo principal descrever uma experiência através da observação do avanço ou não de vinte e cinco alunos de uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, de um Colégio particular em Seropédica, na resolução de problemas relacionados ao cotidiano dos mesmos, antes e depois de aprenderem sobre Grafos. Dessa forma, a pesquisa foi desenvolvida com intuito de avaliar se a proposta de ensino apresentada melhorou ou não a motivação e o interesse deles pelo estudo. Buscou-se verificar uma forma de favorecer a motivação dos alunos na realização dessas atividades e consequentemente a contribuição para a melhoria do desempenho nessa disciplina. Através da comparação dos resultados obtidos nas pré-atividades, pós-atividades e no questionário final aplicado, observou-se uma melhora significativa na compreensão dos conceitos em relação ao método tradicional, com aplicação dos conceitos estudados sobre a teoria dos Grafos nas atividades desenvolvidas, no grupo de alunos participantes da pesquisa. Os resultados apresentados atenderam aos objetivos da pesquisa. No entanto, sendo apenas um grupo de 25 alunos, fica a dúvida se as conclusões seriam as mesmas em grupos maiores. Resultados melhores e mais objetivos poderiam ter sido encontrados se feitos em larga escala. Espera-se que os resultados apresentados nesse trabalho possam colaborar para propostas de trabalhos futuros a fim de melhorar o ensino de Matemática no Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio, vol. 3. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (SMET), Brasília, 1998.

COSTA, P. P. **Teoria dos Grafose suas Aplicações.** 2011. 77 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2011. Disponível em: < http://www.rc.unesp.br/tmelo/diss-polyanna.pdf>. Acesso em: 14 Jan. 2015, 21:28:20.

MUNIZ JUNIOR, I. **Encontrando, Minimizando e Planejando Percursos:** Uma Introdução à Teoria dos Grafosno Ensino Médio. 2007. 134 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Programa de Pós-Graduação em ensino de Ciências e Matemática, Rio de Janeiro, 2007. Disponível em : <http://www.livrosgratis.com.br/arquivos_livros/cp083547.pdf>. Acesso em: 14 Jan. 2015, 21:48:41.

BIBLIOGRAFIAS CONSULTADAS

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos:** Teoria, Modelos, Algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Blucher, 2001. 405p.

BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. **Graphy Teory with Applications.** Elsevier Science Publishing Co., Inc. 1976.

BRIA, J. **Grafos no Ensino Fundamental e Médio:** Matemática, Interdisciplinaridade e Realidade. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Rio de Janeiro, 2001.

LIMA, E. L. **Alguns problemas clássicos sobre Grafos.** Revista do professor de Matemática, n. 12. São Paulo: SBM, 1988.

MALTA, G. H. S. **Grafos no Ensino Médio: Uma Inserção Possível**. 2008. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação Em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/14829/000668628.pdf?sequence=1>. Acesso em: 14 Jan. 2015, 21:40:32

PEZETA, J. P. **Resolução de Problemas em contexto de Ensino de Matemática:** uma abordagem por meio da Teoria dos Grafos. 2013. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=16552> Acesso em: 14 Jan. 2015, 21:56:29.

.

APÊNDICES:

APÊNDICE A: PRÉ-ATIVIDADES USADAS NAS AULAS 1 E 2

ATIVIDADE: 01

Percorra as Figuras abaixo sem tirar o lápis do papel, indo de ponto a ponto, passando por todos os lados uma única vez, podendo repetir pontos se necessário, e retornando ao ponto de partida.

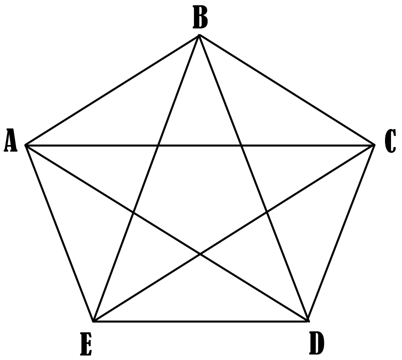


FIGURA I

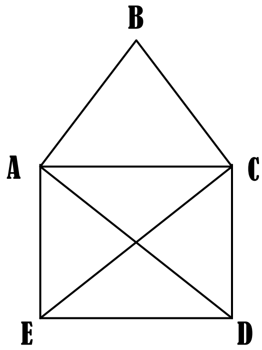


FIGURA II

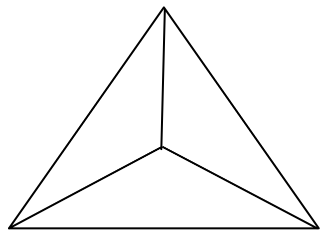


FIGURA III

Caso tenha conseguido realizar a atividade, descreva o caminho que percorreu. O que você acha que deve acontecer com o número de lados que sai de cada ponto para que esta tarefa seja possível?

ATIVIDADE: 02

Preencha os quadros a seguir para cada uma das Figuras da atividade 0I.

FIGURA I	
Vértice	Grau
A	
B	
C	
D	
E	
Soma dos Graus	
Total de Arestas	

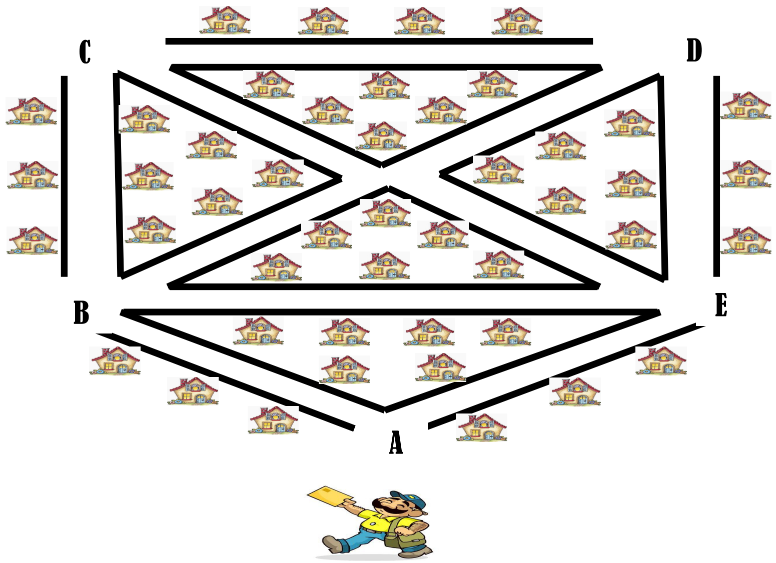
FIGURA II	
Vértice	Grau
A	
B	
C	
D	
E	
Soma dos Graus	
Total de Arestas	

FIGURA III	
Vértice	Grau
A	
B	
C	
D	
Soma dos Graus	
Total de Arestas	

O que podemos concluir em relação a soma dos graus e o total de arestas? Você poderia explicar por que isto ocorre?

ATIVIDADE: 03

Ajude nosso amigo Carteiro a entregar as correspondências traçando um caminho pelo qual ele percorrerá uma única vez por todas as ruas, de modo a economizar tempo e distância.

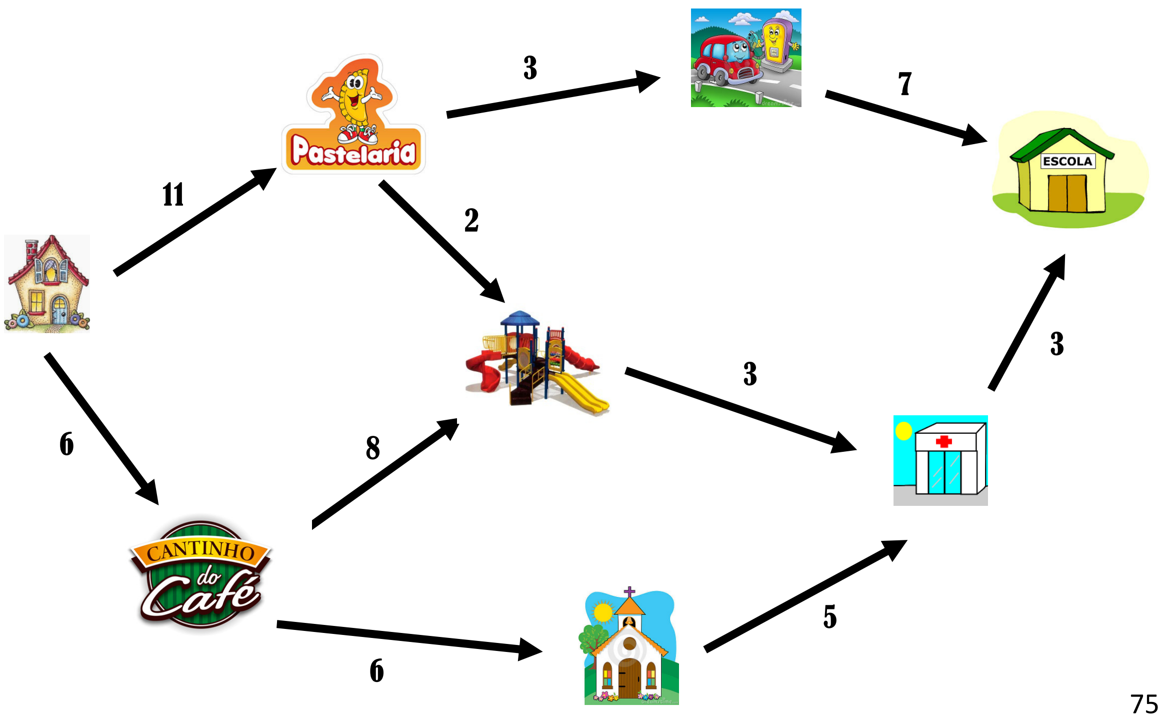


Caso tenha conseguido realizar a atividade, descreva o caminho encontrado.

ATIVIDADE: 04

Determine a menor distância para irmos da Casa de Davi até a Escola. Explique o que você fez para chegar a esta conclusão.

Obs. Um GPS de carro faz isso a todo o momento.



ATIVIDADE: 05

Pinte os Mapas abaixo usando o mínimo de cores possíveis de forma que as regiões vizinhas não tenham a mesma cor. Em seguida responda qual a quantidade mínima de cores possíveis.

1.

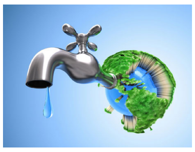
2.

ATIVIDADE: 06

Você tem que levar água, luz e telefone para três casas de uma cidade. As fornecedoras de água, luz e telefone permitem que os canos distribuidores não sejam retos... São canos flexíveis e podem ser arrumados da forma que você desejar.

Os canos ***JAMAIS*** podem se cruzar e/ou invadir a região interna de qualquer casa e de qualquer fornecedora.

A profundidade de encanamentos sob os terrenos da cidade que a prefeitura tolera é única. Ou seja, assuma no esquema que todos os canos são como linhas no mesmo plano.




CASA 1


CASA 2


CASA 3

Você acha que é possível ou impossível? Justifique.

ATIVIDADE: 07

A tabela abaixo mostra a alocação de 16 alunos nas atividades realizadas no Colégio Fernando Costa, turno da tarde, que eles devem participar.

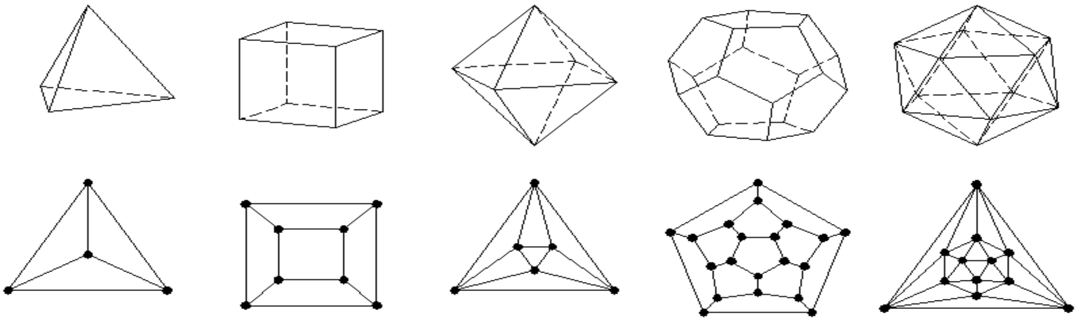
ALUNOS	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
JUDÔ	X							X				X			X	
FUTEBOL	X			X							X					X
NATAÇÃO						X	X			X					X	
TEATRO				X	X		X		X							
MÚSICA			X							X				X		X
BANDA			X		X							X	X			
XADREZ		X						X	X					X		
REFORÇO		X				X					X		X			

Sabendo que duas atividades só podem ocorrer simultaneamente se não houver alunos comuns, construa um esquema associando as iniciais de cada uma das atividades {J, F, N, T, M, B, X, R} de forma que duas delas fiquem ligadas somente se tiverem um aluno em comum. Em seguida monte grupos com todas as atividades que não tem ligação em comum. Quantos grupos no mínimo podem ser formados?

APÊNDICE B: PÓS-ATIVIDADES USADAS NAS AULAS 6 E 7

ATIVIDADE: 01

1. Quais dos Grafos Platônicos a seguir são Eulerianos?



(A) (B) (C) (D) (E)

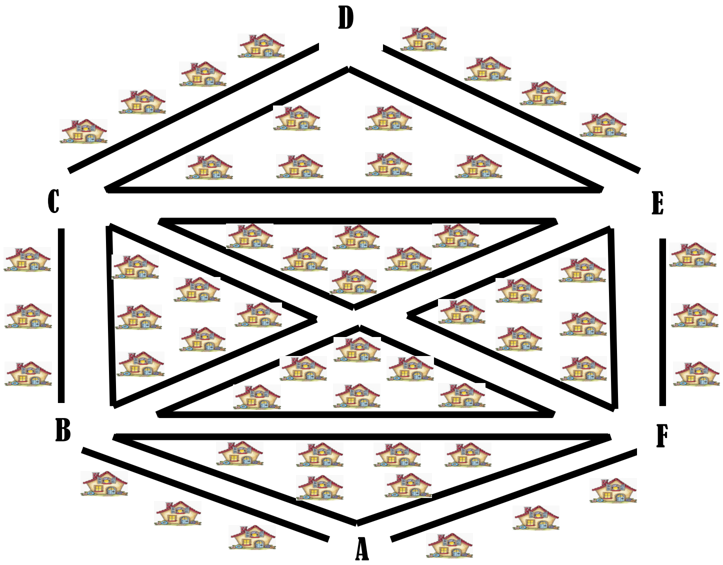
Justifique sua resposta.

ATIVIDADE: 02

Quantas arestas têm um Grafo com vértices de graus 5, 2, 2, 2, 2, 1? Desenhe um possível Grafo.

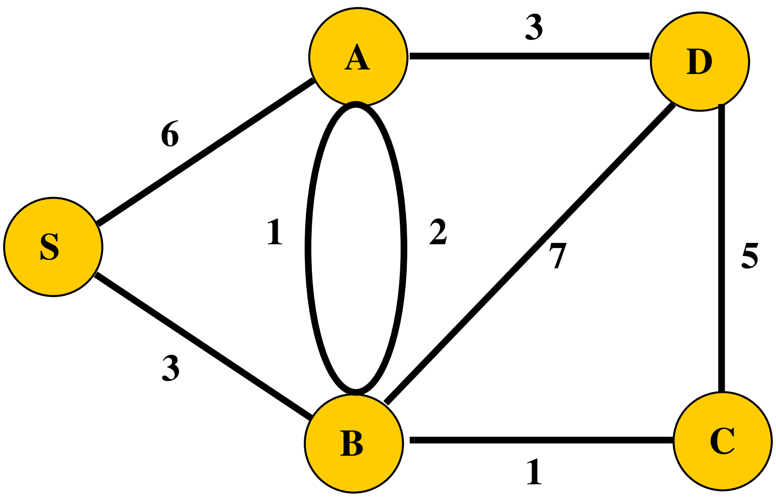
ATIVIDADE: 03

Ajude nosso amigo Lixeiro a realizar a coleta de lixo, no bairro representando pelo Grafo a seguir, traçando um caminho pelo qual percorrerá uma única vez todas as ruas, de modo a economizar tempo, distância e combustível. Descreva o trajeto que conseguiu encontrar.



ATIVIDADE: 04

No Grafo a seguir, aplique o algoritmo de Dijkstra para determinar a menor distância do vértice **S** a todos os outros vértices.



ATIVIDADE: 05

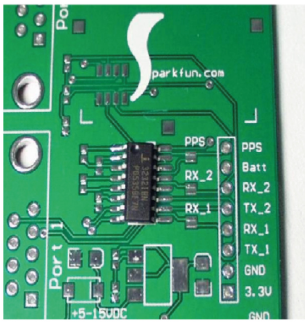
Pinte o Mapa do Brasil a seguir usando o mínimo de cores possíveis de forma que os estados que fazem divisas não fiquem com a mesma cor. Em seguida responda qual a quantidade de cores utilizadas.

____

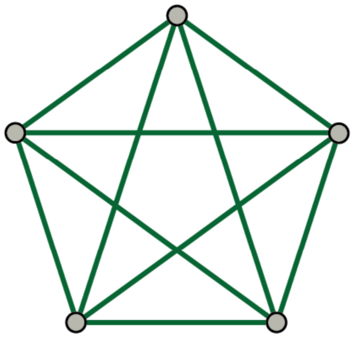
____

ATIVIDADE: 06

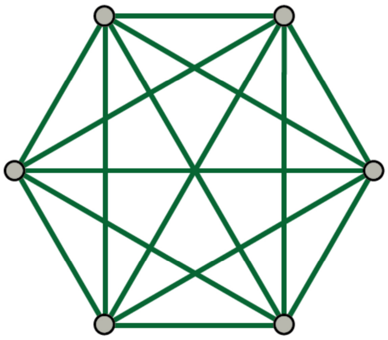
Numa placa de circuito integrado de computador com uma camada não pode haver cruzamentos dos caminhos entre os pontos. Veja um exemplo real em (a).



(a)



(b)



(c)

Imagine que você trabalha numa empresa que quer fazer uma placa em que há a necessidade de fazer todas as ligações possíveis entre 5 pontos (b). É possível? Por quê?

____

____

____

E se fossem 6 pontos, como em (c)?

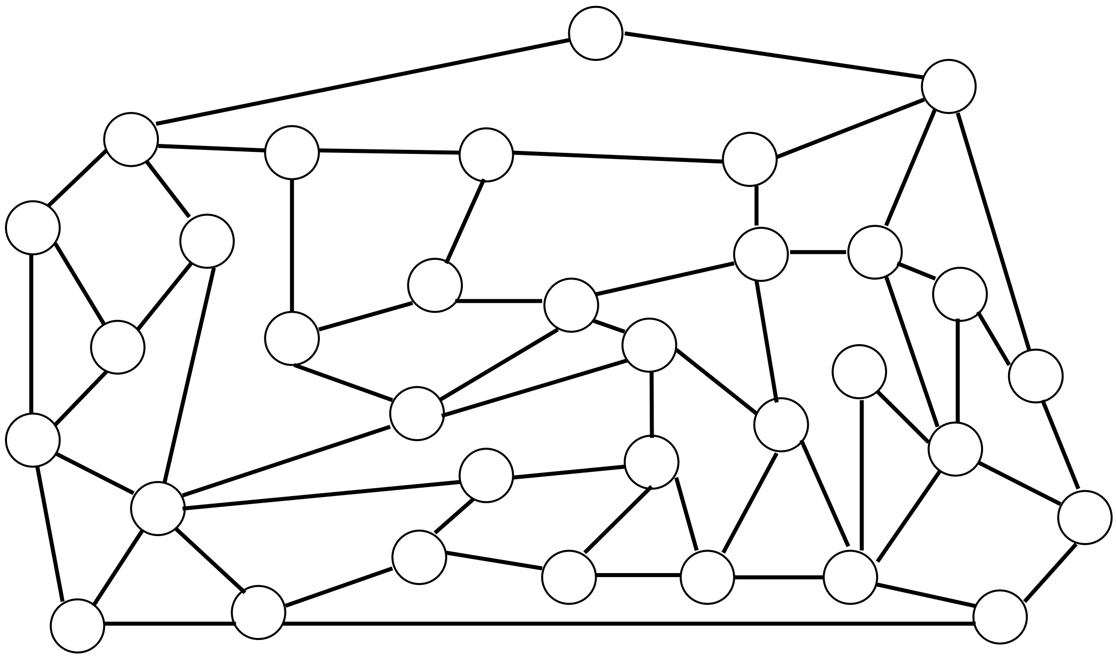
____

____

____

ATIVIDADE: 07

Um Parque é representado pelo Grafo a seguir e desejamos instalar barracas de soverte, pipocas, cachorro-quente, etc. Cada barraca deve ser localizada em uma esquina (vértice) e esquinas próximas (vértices adjacentes) só podem admitir barracas com serviços diferentes. Por motivos comerciais, queremos evitar a diversificação excessiva de serviços. Qual o menor número de serviços que poderíamos usar?



APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO FINAL APLICADO NA AULA 8

Prezados alunos este questionário faz parte da nossa pesquisa com o intuito de apurarmos a relação de interesse e motivação pelo estudo da Matemática. Respondam com a maior exatidão possível, o sentimento que você expressa em relação a cada questão.

1. Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

____

____

____

2. Achei fácil estudar os conteúdos sobre Grafos.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

____

____

____

3. Achei mais interessante resolver problemas de Matemática utilizando Grafos do que da maneira tradicional.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

____

____

____

4. Depois das aulas, busquei mais informações sobre Grafos na internet.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

____

____

5. Fiquei mais motivado para estudar Matemática após descobrir que Grafo pode ser usado para resolver problemas do cotidiano, como os problemas do carteiro, do GPS (menor caminho), das placas de computador, etc.

(   ) Concordo Totalmente   (   ) Concordo   (   ) Discordo   (   ) Discordo Totalmente

Justifique sua resposta.

____

____

____

6. Dentro do conteúdo aprendido nas aulas sobre Grafos, gostei mais de (marque apenas uma alternativa):

(a) Grafos Eulerianos e semi-Eulerianos

(b) Coloração

(c) Problemas de menor caminho

(d) Grafos planares

Justifique sua resposta.

____

____

____