



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT**

FÁBIO BAZANI DO NASCIMENTO

**MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE
ATIVIDADES QUE INCLUEM ÍNDICES DE INFLAÇÃO**

RIO DE JANEIRO/RJ

2015

FÁBIO BAZANI DO NASCIMENTO

**MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE
ATIVIDADES QUE INCLUEM ÍNDICES DE INFLAÇÃO**

Trabalho de conclusão de curso Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.
Orientador: Prof. Dr.Sc. Flávia Landim.

RIO DE JANEIRO / RJ

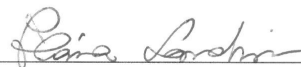
2015

FÁBIO BAZANI DO NASCIMENTO

**MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES QUE INCLUEM
ÍNDICES DE INFLAÇÃO**

Trabalho de conclusão de curso Pós-graduação stricto sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

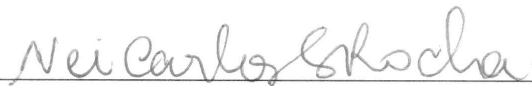
Banca Examinadora



Professora Flávia M. P. F. Landim (IM/UFRJ) - Orientadora
Dr.Sc. - Universidade Federal do Rio de Janeiro



Professora Lilian Nasser (SENAI)
PhD – University of London (UL)



Professor Nei Carlos dos Santos Rocha (IM/UFRJ)
Dr.Sc. – Universidade Federal do Rio de Janeiro

RIO DE JANEIRO

2015

SUMÁRIO

1. <i>Introdução</i>	1
2. <i>Breve Resumo da História Monetária no Brasil</i>	4
3. <i>Matemática Financeira</i>	16
3.1 <i>Análise de Livros Didáticos da Educação Básica</i>	16
3.2 <i>Alguns Resultados Básicos da Matemática Financeira</i>	23
4. <i>Atividades</i>	29
5. <i>Considerações Finais</i>	56
6. <i>Referências Bibliográficas</i>	59
 <i>Apêndice</i>	 64
A. <i>Medindo a Inflação</i>	65
B. <i>Glossário</i>	73

BN244m Bazani do Nascimento, Fábio
Matemática Financeira: Proposta de atividades
que incluem índices de inflação / Fábio Bazani do
Nascimento. -- Rio de Janeiro, 2015.
80 f.

Orientadora: Flávia Maria Pinto Ferreira
Landim.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal
do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática,
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática,
2015.

1. Matemática Financeira. 2. Deslocamento de
quantias no tempo. 3. Índices de inflação. 4.
Valor real . 5. Valor nominal. I. Landim, Flávia
Maria Pinto Ferreira, orient. II. Título.

“Deus, conceda-me serenidade, para aceitar as coisas que não posso modificar, coragem, para modificar aquelas que posso e sabedoria para reconhecer a diferença”.

Oração da Serenidade

Agradecimentos

A Deus, por me dar todos suportes físicos, mentais e espirituais para concluir este trabalho.

A minha querida mãe, Alcione Werneck Bazani, que me deu toda a bagagem necessária para ser o que sou hoje.

A minha maravilhosa esposa, Luzimar da Silva de Mattos do Nascimento, sem a qual nada disso seria possível.

Ao meu querido filho, Miguel de Mattos Bazani do Nascimento, por ter de certa forma, compreendido, dentro de suas limitações, minha ausência em momentos que deveria estar brincando com ele.

Ao meu irmão, Marcelo Bazani do Nascimento, que sempre me apoiou em todos os sentidos.

A todos os meus familiares, que hoje me vêem como um exemplo a ser seguido.

Aos meus companheiros e amigos, por me orientarem em meus momentos delicados e por compartilharem suas vitórias comigo.

A professora doutora Flávia Maria Pinto Ferreira Landim, responsável por todo direcionamento na construção dessa dissertação.

A todos os meus professores do Profmat.

Aos meus colegas de turma, sem os quais eu não seria um dos sete permanentes.

Aos meus alunos, que mostram a cada dia que vale a pena ser professor de Matemática.

A Universidade Federal do Rio de Janeiro, por ter sido a minha casa durante minha Graduação e meu Mestrado.

RESUMO

A ideia desse projeto é explicar aspectos da Matemática Financeira com foco no conceito de Valor Nominal e Valor Real usando índices de inflação.

Com problemas mais reais usando os índices de inflação, será necessário ter acesso à internet para buscar informações e mesmo aplicativos voltados para correção de valores com base em índices inflacionários.

Saindo do convencional, o aluno pode se sentir mais estimulado e, sabe-se que hoje, há um desinteresse gradual por parte dos discentes de um modo geral para os estudos, não só na área das Ciências Exatas.

Com base nesses argumentos, o objetivo principal desse projeto é propor atividades para os alunos da educação básica que estimulem a curiosidade de um modo geral e levem os alunos a compreender que o valor da moeda é variável, explorando os conceitos de inflação, valor nominal e valor real.

Além disso, pretende-se avaliar o rendimento real de uma aplicação financeira após um período de tempo, descontando a inflação desse período.

Observando os meios de comunicação, percebe-se a importância que os mesmos vêm dando para a situação econômica brasileira. Em geral, as notícias fazem uso de termos que somente economistas e outros especialistas entendem. Um outro fato em destaque é a alta nos preços enfrentada pela população e que, normalmente, é explicada de um modo que poucas pessoas conseguem entender.

ABSTRACT

The idea of this project is to explain aspects of financial mathematics with a focus on the concept of nominal and real value using inflation rates.

Since real problems with inflation indexes are going to be shown, an access to internet will be required in order to seek information and even to use applications aimed at correcting values based on current inflation rates. This way, avoiding the traditional methods, students may feel more stimulated because it is widely known nowadays that there is a gradual and general disinterest on their part not only in the area of Exact Sciences but also for other areas of study.

Based on these arguments, the main objective of this project is to propose students of basic education, activities that are likely to arouse their curiosity and make them understand that the value of money may vary, exploring the concepts of inflation, nominal and real value.

In addition, we intend to evaluate the current performance of a financial investment after a certain period of time, taking into account the inflation during that period.

Through the media, we realize the importance that it has been given to the Brazilian economic situation. In general, the news makes use of terms that only economists and other experts are able to understand. Another highlighted fact is the high prices faced by the population and it is usually explained in a way that few people can understand.

1. INTRODUÇÃO

Uma questão que sempre se coloca e que é sugerida enfaticamente pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) é a questão da contextualização dos problemas propostos em Matemática. Há ramos da Matemática em que é bastante difícil propor questões contextualizadas, tais como Números Complexos e Polinômios, mas também há setores nos quais isso é extremamente simples. A Matemática Financeira é um deles. Problemas que envolvam quantias em dinheiro que devem ser aplicadas ou que serão emprestadas ou mesmo que serão usadas para pagar um bem ou serviço, fazem sentido para qualquer estudante. Em geral, esses problemas envolvem deslocar quantias para o futuro e, mesmo em alguns contextos, deslocar uma quantia futura de volta ao tempo corrente.

No entanto, se olharmos como esse tópico é tratado nos livros didáticos, ainda encontramos maciçamente os problemas tradicionais envolvendo juros simples, juros compostos, entre outros, mas em geral são problemas repetitivos e artificiais. Percebe-se que são pouco exploradas questões que exemplificam por que é necessário deslocar quantias no tempo, por que o valor do dinheiro varia, por que com 50 reais hoje, se comprava mais no início do plano real.

Foi pensando nessas questões que surgiu a ideia desse projeto: explicar aspectos da Matemática Financeira com foco no conceito de Valor Nominal

(valor monetário de algo, expresso na moeda do dia) e Valor Real (valor de algo medido segundo a quantidade de bens ou serviços que se pode comprar), usando índices de inflação.

Dependendo da quantidade de meses a ser considerada, como os índices de inflação variam mensalmente, diferente das taxas de juros dos problemas usuais sob consideração que são constantes, alguns cálculos não são viáveis usando-se os recursos tradicionais de sala de aula: quadro e calculadora de mão. Com problemas mais reais usando os índices de inflação, será necessário ter acesso a internet para buscar informações e mesmo aplicativos voltados para correção de valores com base em índices inflacionários.

Saindo do convencional, o aluno pode se sentir mais estimulado e, sabe-se que hoje, há um desinteresse gradual por parte dos discentes de um modo geral para os estudos, não só na área das Ciências Exatas.

Com base nesses argumentos, o objetivo principal desse projeto é propor atividades para os alunos da educação básica que

- estimulem a curiosidade de um modo geral;
- levem os alunos a compreender que o valor da moeda é variável, explorando os conceitos de inflação, valor nominal e valor real.

Além disso, pretende-se avaliar o rendimento real de uma aplicação financeira após um período de tempo, descontando a inflação desse período.

Observando os meios de comunicação, percebe-se a importância que os mesmos vêm dando para a situação econômica brasileira. Em geral, as notícias fazem uso de termos que somente economistas e outros especialistas entendem. Um outro fato em destaque é a alta nos preços enfrentada pela

população e que, normalmente, é explicada de um modo que poucas pessoas conseguem entender.

Para alcançar os objetivos desse projeto, esse trabalho foi estruturado da seguinte forma: no capítulo 1, introdução e objetivos do trabalho são apresentados; no capítulo 2, um resumo da história do sistema monetário no Brasil é apresentado; o capítulo 3, apresentará resultados básicos da Matemática Financeira, além de uma análise abreviada de livros didáticos; as atividades propostas são apresentadas no capítulo 4; as considerações finais estão no capítulo 5. Ainda foram incluídos dois apêndices: o primeiro sobre como medir a inflação e, o segundo, usando proposta semelhante de KISHTAINY *et al.*,(2013), apresentando um glossário de termos usados na Economia selecionados por mim e que de alguma forma foram úteis no desenvolvimento desse trabalho.

2. BREVE RESUMO DA HISTÓRIA MONETÁRIA NO BRASIL

Este capítulo foi escrito baseado em sites da internet (<http://pt.wikipedia.org/wiki/Arroba>, <http://www.infoescola.com/curiosidades/historia-monetaria-do-brasil/>, www.dicionarioinformal.com.br/obsidional, www.moedasdobrasil.com.br/tostao.asp) e também no texto de Alexandre Versignassi: “CRASH Uma breve história da economia - Da Grécia antiga ao século XXI”.

O sistema monetário brasileiro já passou por muitas modificações ao longo do tempo e a maioria dessas alterações ocorreram juntamente com uma série de medidas para conter a inflação (aumento de preços).

Os primeiros regimes de troca de mercadorias na história das sociedades de que se tem conhecimento, foram sistemas de escambo. No Brasil, foi aplicado logo após a sua descoberta e durante a exploração dos colonizadores que aqui desembarcaram. Eram oferecidos aos indígenas objetos de pouco valor comercial em troca de informações privilegiadas, como por exemplo, a localização de jazidas de pedras e metais preciosos. Quase tudo servia como moeda de troca até mesmo o próprio ser humano, como é o caso das trocas realizadas envolvendo negros africanos e até mesmo indígenas brasileiros.

Outro produto que serviu como moeda de troca em 1614 adotado pelo então governador do Rio de Janeiro, Constantino Menelau, foi o açúcar. Ele era usado de forma que quinze quilos ou uma arroba (“ar-rub”, que

significa a quarta parte) do açúcar refinado era equivalente a mil réis, moeda portuguesa que circulava no nosso país na época; já o mascavo tinha sua arroba taxada em um valor inferior e que atualmente custa bem mais caro, pois, não passa pelo processo industrial de refino, fazendo parte do grupo de alimentos considerados integrais.

Além do açúcar, o fumo e o algodão também foram muito utilizados no século XVII e juntos com os réis portugueses, formaram durante muito tempo o sistema monetário brasileiro. As primeiras moedas cunhadas em terras brasileiras surgiram no nordeste durante a ocupação holandesa. Eram de ouro ou prata, quadrangulares, (conhecidas pelos pesquisadores como obsidionais) feitas nos anos de 1645, 1646 e 1654, e tinham o valor de III, VI e XII florins. Traziam de um lado seu valor em algarismos romanos e o símbolo da Companhia das Índias Ocidentais (GWC) e do outro, as palavras “ANNO”, “BRASIL” e um dos três anos de cunhagem já citados.



Figura 1: Primeiras moedas do Brasil

A moeda genuinamente brasileira só veio com a criação da primeira Casa da Moeda em Salvador em 1694, cujo nome foi justamente o que usamos

atualmente, o real, que é o singular de réis, e assim como os florins também foram cunhadas em prata e ouro, proveniente das minas de Minas Gerais. Tem-se neste momento a criação do primeiro Sistema Monetário Brasileiro, cuja unidade monetária foi o real, mas como as moedas produzidas foram em valores de 20, 40, 80, 160, 320 e 640 réis para as moedas de prata, e 1, 2 e 4 mil réis para as de ouro, a palavra réis no plural se sobressaiu mais que o real. Muitas dessas e outras quantias receberam alguns nomes especiais tais como os apresentados a seguir.

- Tostão: equivalente a 100 réis, a palavra faz referência à imagem da cabeça (testone, em italiano) do rei.



Figura 2: Tostão

- Vintém: equivale a 20 réis, significa a vigésima parte do arcaico vinteno.
- Conto de réis: tratando-se do montante equivalente a um milhão de réis, ou mil mil-réis.
- Pataca: Moeda portuguesa de prata, com o valor de circulação de 320 réis, produzida até o século XIX. O nome teve origem no México. As patacas foram moedas que por mais tempo circularam no Brasil.

- Dobrão: No Brasil, foi cunhado inicialmente pela Casa da Moeda de Vila Rica, de Minas Gerais, entre 1724 e 1727, pesava cerca de 50 g de ouro puro. De valor facial de 20.000 réis, o valor real podia chegar a 24.000 réis. Foi a moeda de maior valor em circulação na sua época e representou a abundância de ouro de Minas Gerais.



Figura 3: Dobrão

Com a intenção de guardar as moedas de ouro e prata que eram negociadas, criaram-se os Bancos e estes emitiam recibos escritos, também conhecidos como papel moeda ou notas de banco, os quais descreviam as quantias que estavam guardadas.



Figura 4: Notas do Banco do Brasil

A quantidade de matéria (prata e ouro) usada para cunhar cada moeda correspondia aproximadamente ao seu valor de circulação em prata e ouro, com o passar do tempo, começaram a aparecer as falsificações. As moedas estavam sendo confeccionadas com outras matérias primas, principalmente com cobre, cujo valor de mercado é bem inferior, mas que passava facilmente despercebido pelas mãos da população, porém não passava pelas mãos dos banqueiros sem que os mesmos constatassem a fraude.

Uma solução encontrada pelo governo foi substituir todas as moedas por cédulas, fazendo assim o recolhimento de todas as moedas verdadeiras e falsas que estavam circulando no mercado. O problema foi que alguns bancos, autorizados pelo governo provisório republicano, emitiram uma quantidade maior que a devida, ou melhor, papéis com valores que não condiziam com as quantidades de ouro e de prata que havia em seus cofres, o que é chamado de dinheiro sem lastro. Com isso iniciou-se no Brasil um descontrole financeiro. De fato a criação da moeda sem lastro gerou problemas não só no Brasil (Roma Antiga, por exemplo). Diante deste problema houve a necessidade de

centralizar essas emissões no Tesouro Nacional.

A inflação nasce quando ocorre crescimento sem lastro na moeda e no crédito, mas a riqueza do país permanece estagnada. A inflação se torna visível alguns meses depois, quando todos os preços começam a subir sem parar. (Ubiratan Jorge Iorio é economista, Diretor Acadêmico do IMB(Instituto von Mises Brasil) e Professor Associado de Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ)).

Na figura 5 podemos observar três cédulas que equivalem ao mesmo valor, mas completamente distintas umas das outras.



Figura 5: Cédulas de 10 mil réis

Apesar da desvalorização da moeda gerada pela grande quantidade de cédulas emitidas pelas três Casas da Moeda do Brasil, e agravada pelo esvaziamento dos cofres públicos para manter o alto padrão de vida por parte da

família real e seus governantes, somente no ano de 1942, durante o Estado Novo, sob o comando do presidente Getúlio Vargas é que se alterou o Sistema Monetário para o Cruzeiro. Nessa alteração, cada unidade monetária do novo sistema econômico correspondia a exatamente a mil réis, fazendo dessa forma um truncamento de três zeros na antiga moeda visando reduzir as enormes quantidades de notas que circulavam no país até então. A figura a seguir ilustra a nota de um cruzeiro (CR\$ = 1,00) a qual contém uma imagem do Marquês de Tamandaré.



Figura 6: Nota de 1 cruzeiro

Vinte e cinco anos depois da reforma monetária do governo Getúlio Vargas, em 1967 sob o governo Costa e Silva, e novamente devido à inflação alta, utilizou-se a mesma fórmula de cortar três zeros, ou seja, uma desvalorização, que rendeu um novo nome para a moeda nacional: Cruzeiro Novo. O Cruzeiro Novo durou somente três anos para ser substituído, após o corte

de mais três zeros, pelo Cruzeiro, nome que já tinha sido usado na reforma do Governo Getúlio Vargas. O Cruzeiro “segundo” durou 16 anos, até 1986, quando sob o Governo Sarney, foi implantado o Plano Cruzado.

De 1986 a 1990 o Brasil teve mais duas modificações em seu Sistema Monetário com duas novas moedas o Cruzado e o Cruzado Novo acompanhadas de uma desvalorização e que novamente foram retirados três zeros, ambas no governo do presidente José Sarney. O descontrole financeiro imperava nessa ocasião, por mais que se tentasse controlar os preços. Era muito dinheiro circulando, tendo em vista que o Banco do Brasil também emitia cédulas. Diante disso era evidente a necessidade do governo intervir fazendo a implantação de políticas econômicas conjuntamente com a reforma monetária, cortando três zeros da moeda corrente e lhe dando uma nova/velha nomenclatura. Porém dessa vez novas atitudes foram tomadas: a proibição do Banco do Brasil de produzir moedas deixando esse papel apenas com a Casa da Moeda e a imposição de uma tabela de valores de salários e preços de mercadorias e serviços que deveria ser adotada, sob pena de fecharem os estabelecimentos que não obedecessem. Os responsáveis em fiscalizar o cumprimento da tabela eram chamados “fiscais do Sarney” e agiam sob o comando da Superintendência Nacional de Abastecimento (SUNAB), um órgão do governo federal do Brasil, criado em 1962 pelo presidente João Goulart. No entanto, tais medidas fracassaram, e esse período é conhecido como a “década perdida”.



Figura 7: Cédula de 1000 cruzados



Figura 8: Cédula de 200 cruzados novos



Figura 9: Estabelecimento fechado pela SUNAB

O próximo sistema monetário adotado, agora pelo presidente Fernando Collor de Mello, usou um nome já conhecido: o Cruzeiro. Embora novamente o país estivesse atolado pela inflação, herança deixada pelo governo anterior, não cortaram três zeros da moeda como de costume, mas como uma das soluções, foram tomadas várias medidas impopulares por meio dos Planos Collor I e II, o pacote determinava um forte ajuste fiscal. Segundo um artigo publicado pelo jornal o Globo em 16 de março de 2015, houve o aumento da tributação, fim de incentivos e subsídios, além do corte de cerca de cem mil servidores públicos. O chamado Plano Brasil Novo, elaborado pela equipe do “caçador de marajás” de Alagoas, mergulhou o país numa recessão histórica. Em 1990, a economia brasileira apresentou contração de 4,3%, a maior no pós-guerra, igualando-se a 1981. E a inflação alcançou incríveis 1.620% no acumulado dos 12 meses. No ano seguinte recuou para 472%, voltando a passar dos 1000% em 1992, para atingir inimagináveis 2477% em 1993, ano anterior ao lançamento do Plano Real, que veio a ser responsável, finalmente, em estabilizar a moeda.



Figura 10: Cédula de 10 mil cruzeiros

Após a renúncia do Collor, o vice presidente Itamar Franco assumiu a presidência e junto com ela a maior inflação registrada na história do país. No dia 28 de julho do ano de 1993 foi estabelecida uma nova moeda, o Cruzeiro Real, que além da troca do Cr\$ do Cruzeiro pelo CR\$ do Cruzeiro Real, ou seja do “r” minúsculo pelo “R” maiúsculo, houve também a conhecida divisão por 1000.



Figura 11: Moeda do cruzeiro real

No ano de 1994 ocorreu mais uma mudança no Sistema Monetário Brasileiro, o Plano Real que se deu ainda no governo de Itamar, sob os cuidados do então Ministro da Fazenda, Fernando Henrique Cardoso, que atrelou a

unidade monetária, denominada de URV (Unidade Real de Valor) ao dólar, que era uma moeda considerada valorizada e assim a qualquer alteração na moeda norte americana, a brasileira acompanhava. A mudança foi feita de forma bem tranquila, inicialmente somente o governo utilizava a URV no pagamento de empreiteiras e salários dos trabalhadores que embora recebessem em notas de Cruzeiros com grandes quantidades de cédulas, para a Fazenda os cálculos eram feitos em URV que não se alterava de maneira discrepante e aos poucos o comércio começou a tabelar seus preços em URV, o que fez com que os assalariados também fizessem seus orçamentos nesta mesma unidade deixando de lado o Cruzeiro Real e sua hiperinflação.

O próximo passo foi criar a própria cédula do URV, que ganhou o nome de Real, que substituiu as notas do Cruzeiro Real.

A tabela a seguir apresenta um resumo dos regimes monetários adotados no Brasil com os respectivos sistemas de governo da época.

Data	Símbolo	Moeda	Divisão	Presidente
01/01/1900	R\$	Réis	1,00	Governo Deodoro da Fonseca
05/10/1942	Cr\$	Cruzeiro	1000,00	Governo Getúlio Vargas
13/02/1967	NCr\$	Cruzeiro Novo	1000,00	Governo Costa e Silva
15/05/1970	Cr\$	Cruzeiro	1,00	Governo Médice
28/02/1986	Cz\$	Cruzado	1000,00	Governo Sarney
15/01/1989	NCz\$	Cruzado Novo	1000,00	Governo Sarney
15/03/1990	Cr\$	Cruzeiro	1,00	Governo Collor
01/08/1993	CR\$	Cruzeiro Real	1000,00	Governo Itamar
01/07/1994	R\$	Real	2750,00	Governo Itamar Franco

Tabela: Resumo das Moedas adotadas pelo Brasil

3. MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste capítulo, além de apresentar uma análise abreviada de livros didáticos, apresentarei alguns resultados básicos da Matemática Financeira.

3.1 *Análise de Livros Didáticos da Educação Básica*

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais da Matemática do Ensino Fundamental na página 25 tem-se que

A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc.

Interpretar gráficos nem sempre é uma tarefa que requer uma simples observação da imagem do mesmo. Gráficos com informações a respeito da economia acabam sendo ainda mais difíceis de serem analisados, pois tratam de conceitos pouco conhecidos pelos alunos. Após um levantamento feito em textos com edições atuais, adotados no ano de 2015 por algumas

escolas públicas de Ensino Médio do Estado do Rio de Janeiro, tais como o Novo Olhar Matemática (2013), o Conexões com a Matemática(2013), o Matemática Ensino Médio (2013), o Matemática Ciência e Aplicações(2013), Matemática-Paiva (2013) e o Matemática-Contexto & Aplicações (2013), e que ainda serão utilizados em 2016 e 2017, pois é o prazo de vigência dos mesmos, ficou comprovada a ausência desse assunto e, em raros casos, encontravam-se apêndices de no máximo uma página tratando desse tema. Na maioria das vezes a construção e a leitura de gráficos estão diretamente associadas ao momento de estudo das funções ou ao ensino de conceitos básicos de estatística e, quando o aluno se depara com gráficos que envolvam dados da economia, muita vezes, transmitidos pelos meios de comunicação, apresenta dificuldade para entender o gráfico.

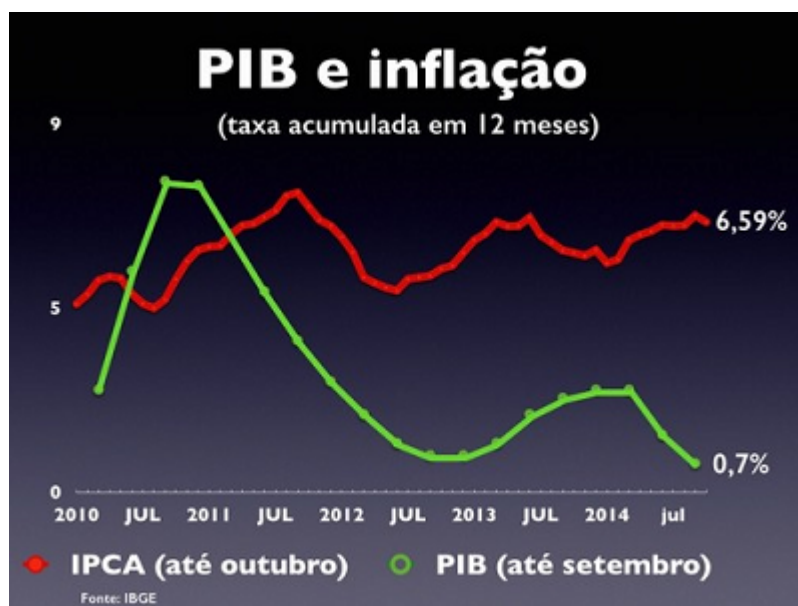


Figura 12 : Variações do PIB e do IPCA

O gráfico da figura 12, por exemplo, descreve um quadro da economia

brasileira no período de 2010 a 2014, porém se o leitor não tem conhecimento prévio do significado de IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo) e PIB (Produto Interno Bruto), dificilmente conseguirá entender que o país está, no intervalo citado, com um crescimento baixo e com uma inflação alta, acima da meta estipulada pelo Banco Central que é de até 4,5% em julho de 2014.

Com o passar do tempo o dinheiro perde seu valor de compra quando há inflação. Trabalhar a desvalorização ou a atualização da moeda pode demandar mais recursos do que uma calculadora simples.

A primeira noção básica nessa direção é que sempre será necessário fixar uma base que será o ponto de referência a partir do qual atualizaremos um valor no tempo “futuro” ou calcularemos um valor no tempo passado. Existem aplicativos para atualizar valores para épocas futuras escolhendo-se um índice de inflação. Os aplicativos encontrados não parecem oferecer a possibilidade de voltar no tempo.

A Matemática Financeira pela própria força da palavra trata da parte das finanças do dia a dia do universo. Ela se aplica nas mais variadas formas em que se possa imaginar e isso inclui o assunto central deste texto: fixado um valor em reais numa base (ponto de referência), como avaliar o seu valor levando em conta a inflação num tempo para frente ou num tempo para trás. De fato, a Matemática Financeira se resume a um simples deslocamento de quantias no tempo.

Fazendo uma análise detalhada em alguns dos principais livros didáticos adotados tanto no segundo segmento do Ensino Fundamental, (tais como *Descobrimo e Aplicando a Matemática* (2012), *Matemática Bianchini* (2011), *Matemática-Ideias e Desafios* (2012), *Matemática-Imenes e Lellis* (2012), Ma-

temática: Teoria e Contexto (2012), Praticando Matemática - Edição renovada (2012), Projeto Araribá Matemática (2010), Projeto Teláris-Matemática (2012), Projeto Velear-Matmática (2012) e Vontade de Saber Matemática (2012)), quanto no Ensino Médio, os quais já foram citados anteriormente, percebe-se que todos eles resumem a Matemática Financeira em problemas envolvendo porcentagem, juros simples e compostos e propõem como método de solução, quase sempre, uma mera aplicação de fórmula.

A maior parte dos exercícios encontrados nos livros didáticos é repetitiva e artificial e não aproveita ganchos para refletir situações reais que ocorrem no dia a dia das pessoas, envolvendo a questão da variação de preços. Somente no texto LIMA *et al.*,(2006) que é voltado para professores e alunos de graduação é que foi encontrado um problema de cunho financeiro que sugere uma aplicação voltada para entender por que o valor do dinheiro varia. No texto Matemática e Realidade do oitavo ano IEZZI *et al.*,(2013) foi observado um conjunto de tarefas que trabalham, além da questão da influência da inflação no dia a dia das pessoas, as definições dos principais nomes e siglas que aparecem nos meios de comunicação, quando transmitem informações a respeito da economia brasileira e ao final dessas tarefas são propostos dois itens para serem discutidos em grupo, como destacaremos a seguir.

Em Lima(2006):

Em um mês cuja inflação foi de 25%, Paulo Jorge investiu seu capital a juros de 30% ao mês. Evidentemente, isso não significa que Paulo Jorge tenha aumentado o seu poder de compra em 30%, pois, embora a quantidade de reais de Paulo Jorge tenha crescido 30%, o valor real sofreu uma redução. Dizemos nesse caso que 30% ao mês é a taxa nominal de juros mensais de

Paulo Jorge.

Suponhamos que, no início do referido mês, o capital C de Paulo Jorge pudesse comprar x artigos de preço unitário igual a p . No fim do mês, o capital passou a ser $1,3C$ e o preço unitário passou a ser $1,25p$. Logo, Paulo Jorge poderá agora comprar

$$\frac{1,3C}{1,25p} = 1,04x \quad (3.1)$$

artigos. O poder de compra de Paulo Jorge aumentou 4% ao mês. Essa taxa de 4% ao mês, à qual cresceu o poder de compra de Paulo Jorge, é chamada de taxa real de juros.

Em Iezzi (2013): ***Com ou sem inflação?***

O que é, afinal inflação? Faça as atividades a seguir, pesquisando na internet, quando necessário, e você descobrirá o que é inflação e entenderá como ela pode afetar sua vida.

- 1. Procure no dicionário o sinônimo para a palavra “inflar”.*
- 2. O que é inflação?*
- 3. Quais são as causas mais comuns para o crescimento da inflação?*
- 4. Pesquise: Quais são as principais armas de que dispõe o governo para combater a inflação?*
- 5. Como é avaliada a inflação média mensal no Brasil?*
- 6. Quais são os principais índices oficiais para medir a inflação média no Brasil?*

7. *Quais foram as taxas anuais de inflação no Brasil nos últimos dez anos?*
8. *Tomando como base o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), que é o índice utilizado oficialmente pelo governo para avaliar a inflação, o valor de R\$ 100,00 há dez anos ficou reduzido a quanto?*
9. *Suponha que a inflação mensal é de 1% e que um produto hoje custa R\$ 100,00, qual será o preço desse produto daqui a quatro meses, se ele fosse reajustado de acordo com a inflação?*
10. *Se a inflação mensal for de 2% e um cidadão tiver um salário de R\$ 1000,00, daqui a quatro meses o poder de compra de seu salário será reduzido em que percentual?*
11. *De que meios dispõe um comerciante para defender seu patrimônio contra a inflação?*
12. *De que meios dispõe um industrial para defender seu patrimônio contra a inflação?*
13. *Em épocas de inflação alta, como os assalariados (as pessoas que vivem de salário) fazem para remediar os danos causados pela inflação?*

Trabalho em grupo

- [A] *Tendo em vista a tarefa 13, discutam a questão: Um assalariado consegue recuperar integralmente as perdas causadas pela inflação?*

- [B] *Considerando as tarefas 11, 12 e 13, discutam a questão: Que segmentos sociais têm mais a perder com a inflação?*

É importante ressaltar que esta atividade foi sugerida pelo autor em uma seção separada da unidade em que se encontrava.

Um outro exemplo prático que se pode tomar é o da Caderneta de Poupança gerenciada pelas instituições bancárias públicas e privadas. Uma pessoa que deposita certa quantia em uma dessas contas de poupança, espera ver seu dinheiro render juros à medida que esta instituição guarda o seu dinheiro e com isso aumentar seu montante, e isso de fato ocorre, em termos de valores absolutos, mas a capacidade de compra dessa quantia depositada não é a mesma que possuía no início da aplicação financeira e isso se deve pelo fato da taxa combinada pelo banco com o cliente ser menor que a inflação acumulada no período acordado. Em outras palavras, o dinheiro diminuiu seu valor de compra ao invés de aumentar. Nessas circunstâncias muitas pessoas têm evitado esse tipo de aplicação e optado por outras formas de investimentos que lhe tragam algum benefício e não prejuízo.

Outra questão que vale a pena discutir e que também é observada nos livros didáticos, é a que trata do ensino dos conceitos de juros simples e juros compostos. Os juros simples são ensinados no segundo segmento do Ensino Fundamental e os juros compostos, no Ensino Médio. O problema é que o aluno ao aprender juros simples, pode acreditar que todas as aplicações envolvendo juros envolvam apenas juros simples, o que não é verdade, pelo contrário, a maioria das situações práticas do cotidiano fazem uso dos juros compostos, trazendo assim um embaraço desnecessário para o aluno. Dentre alguns dos livros do nono ano do Ensino Fundamental e do primeiro ano do Ensino Médio, observou-se que os autores tentaram reduzir essa dúvida,

colocando dois problemas resolvidos, um de cada tipo de juros, para amenizar a situação e facilitar para o aluno a identificação do tipo de juros em questão e qual a melhor estratégia a ser tomada.

3.2 Alguns Resultados Básicos da Matemática Financeira

Taxa Aparente Versus Taxa Real

Em geral, os juros compostos é que são usados na operações financeiras envolvendo compras a prazo e empréstimos. Essas transações são realizadas de modo que já se saiba, antecipadamente, qual o período de tempo e qual a taxa de juros que serão adotados. Para resolver problemas com essas características basta observar que os valores crescem ou decrescem a uma taxa de juros mensal constante i e, portanto formam uma progressão geométrica de razão $1 + i$. Assim, um capital inicial C_0 transforma-se-á após um período de n meses, em um montante $C_n = C_0(1 + i)^n$. Segundo LIMA *et al.*,(2006) a expressão $C_n = C_0(1 + i)^n$ pode ser lida de outra maneira em que C_0 é uma quantia hoje e transformar-se-á, depois de n meses, em uma quantia igual a $C_0(1 + i)^n$. Isto é, uma quantia, cujo valor atual é A , equivalerá no futuro, depois de n meses, a $F = A(1 + i)^n$. Assim, a taxa de rendimento do capital após n períodos pode ser calculada como

$$\frac{F}{A} - 1 = (1 + i)^n - 1. \quad (3.2)$$

No entanto, sabemos que essa é uma taxa aparente de rendimento dado que nesse período pode ter ocorrido inflação ou deflação. Se tiver ocorrido inflação, caso mais comum no Brasil, a taxa real de rendimentos desse capital deverá descontar a inflação acumulada nesse período.

Nesse caso a taxa real de rendimento do capital será inferior a $(1+i)^n - 1$. No caso de haver deflação no período, a taxa real será superior a $(1+i)^n - 1$.

A dificuldade que se coloca aqui é que índice de inflação devemos usar? Há vários índices mensais calculados por instituições como Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Fundação Getúlio Vargas (FGV) entre outros. Dependendo do tipo de problema, a escolha poderá ser diferente. Por exemplo, o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo) é usado para reajuste de aluguéis, o INPC (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) costuma ser usado para corrigir contratos em geral, assim como o IGPM (Índice Geral de Preços do Mercado), etc.

Outra dificuldade operacional é que esses índices variam de mês para mês de modo que as fórmulas não ficam tão simples quanto à Progressão Geométrica resultante de uma aplicação à taxa de juros constante ao mês.

Decidido qual o índice de inflação mais adequado a ser usado, temos que a inflação acumulada no período de n meses foi de

$$I_n = (1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_n) - 1 \quad (3.3)$$

em que i_j , é a taxa de inflação no j -ésimo mês.

Assim, a taxa real de rendimento do capital aplicado por n meses a uma taxa de juros i será

$$\frac{(1+i)^n}{(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_n)} - 1. \quad (3.4)$$

A seguir, apresentam-se esquemas e fórmulas da Matemática Financeira para atualizações de quantias no tempo.

Atualização de Quantias no Tempo

Sejam Q_0 uma quantia qualquer hoje, ou seja, no tempo zero, Q_1 igual a Q_0 movimentada um mês, Q_2 igual a Q_0 movimentada dois meses, e assim por diante até um Q_n igual a Q_0 movimentada n meses, tem-se que:

Caso 1: Aplicação de uma quantia Q_0 a uma taxa mensal de juros constante i por n meses.

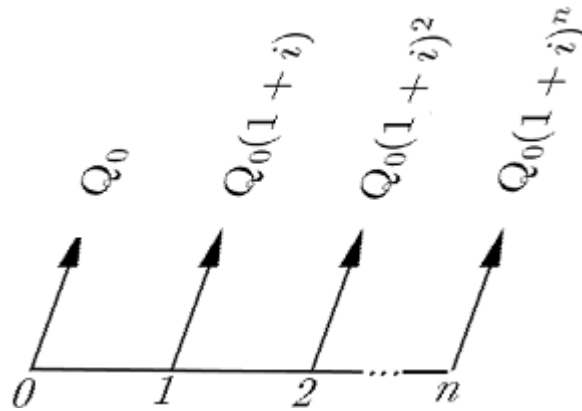


Figura 13: Esquema de deslocamento de quantia com taxa fixa

$$\begin{cases} Q_1 = Q_0(1+i) \\ Q_2 = Q_0(1+i)^2 \\ \vdots \\ Q_n = Q_0(1+i)^n \end{cases} \quad (3.5)$$

Caso 2: Correção monetária de uma quantia Q_0 após n meses em que a inflação foi i_j no j -ésimo mês, para $j = 1, 2, \dots, n$.

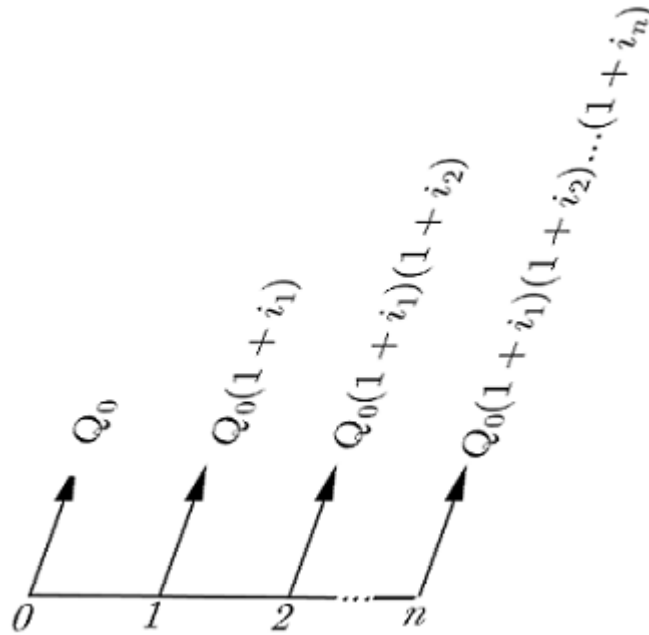


Figura 14: Esquema de correção de valores com taxa inflacionária

$$Q_n = Q_0(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3)\dots(1 + i_n) \quad (3.6)$$

em que i_1, i_2, \dots, i_n são as taxas de inflação dos meses 1, 2, ..., n e n é o número de meses envolvidos nos cálculos.

Caso 3: Deslocamento para o passado considerando apenas uma taxa fixa qualquer.

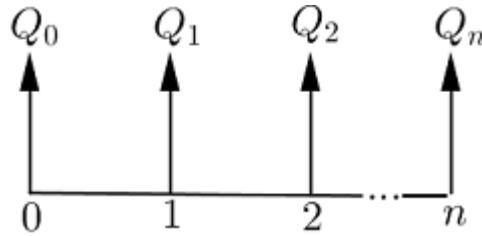


Figura 15: Esquema de deslocamento de quantia para o passado, considerando uma taxa i qualquer

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_0 = \frac{Q_1}{(1+i)} \\ Q_0 = \frac{Q_2}{(1+i)^2} \\ \vdots \\ Q_0 = \frac{Q_n}{(1+i)^n} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Dessa forma é possível verificar, conforme condições consideradas, qual o valor das parcelas de uma compra submetidas a uma taxa i fixa, caso esta seja antecipada de um ou mais meses.

Caso 4: Deslocamento para o passado considerando a taxa de inflação mensal para comparar valores.

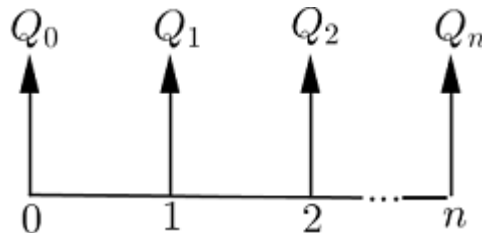


Figura 16: Esquema de deslocamento de quantia para o passado, considerando uma taxa mensal i_j qualquer

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_0 = \frac{Q_1}{(1 + i_1)} \\ Q_0 = \frac{Q_2}{(1 + i_1)(1 + i_2)} \\ \vdots \\ Q_0 = \frac{Q_n}{(1 + i_1)(1 + i_2)\dots(1 + i_n)} \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Nos casos 2 e 4 encontram-se as equações adequadas para compararmos o poder de compra de uma quantia fixada num tempo dado com meses passados e meses futuros.

4. ATIVIDADES

Neste capítulo serão propostas quatro atividades para introduzir os conceitos de inflação/deflação, valor real/valor nominal de uma forma simples e ao mesmo tempo com o objetivo de despertar o interesse do aluno pela Matemática Financeira.

ATIVIDADE PROPOSTA I

“Introdução de como medir a inflação”

Trabalho em grupo para introduzir noção básica do cálculo de inflação/deflação.

- Objetivo geral.

Fazer os alunos perceberem na prática que mesmo em curtos períodos de tempo pode existir uma variação nos preços e essa variação é de alguma forma incorporada nos índices de inflação.

Nessa atividade os alunos deverão estar familiarizados com o cálculo da variação percentual de um valor fixado na base. Por exemplo, se V_0 é o valor no tempo 0 e V_n é o valor n meses depois, a variação percentual em relação a V_0 será de

$$\left(\frac{V_n}{V_0} - 1 \right) \times 100. \quad (4.1)$$

- Objetivos secundários.

Calcular a variação de preços em produtos de um supermercado, por exemplo, e transformar esta variação em porcentagem. Com isso praticar as operações de subtração, multiplicação e divisão com números decimais, trabalhar o processo de aproximação numérica e reforçar a ideia de descontos e acréscimos percentuais.

- Materiais necessários.

Encartes promocionais de um estabelecimento comercial de períodos diferentes e calculadora/telefone celular para confirmação dos cálculos.

- Tempo de duração.

Em torno de 100 minutos.

- Público alvo.

Nono ano do Ensino Fundamental.

METODOLOGIA EMPREGADA

- 1- Separar os grupos;
- 2- pedir para construir uma tabela com seis colunas;
- 3- distribuir os encartes de um dos períodos no primeiro momento;
- 4- solicitar que escolham pelo menos quinze produtos;

5- colocar na primeira coluna o nome e se for o caso a marca de cada um sendo um abaixo do outro;

6- na segunda coluna colocar os respectivos preços, obedecendo o alinhamento de cada produto escolhido anteriormente;

7- recolher os encartes utilizados;

8- proceder da mesma forma com os cartazes do segundo período considerado na ordem cronológica pedindo agora para procurarem os mesmos objetos no novo encarte;

9- colocar os preços encontrados na terceira coluna, novamente na mesma direção dos preços encontrados no primeiro encarte;

10- caso não seja encontrado o mesmo produto já observado no primeiro momento, que se busque um similar no segundo momento e se mesmo assim não encontrar, esse produto deverá ser desconsiderado;

11- na quarta coluna pedir para os alunos calcular a diferença entre preços praticados da terceira e segunda coluna e preencher a mesma com essas variações. Cabe lembrar que neste momento é importante explicar os resultados encontrados que poderão ser positivos, negativos e nulos;

12- na quinta coluna solicitar que calculem o quociente entre as diferenças encontradas na coluna anterior e os preços iniciais da coluna 2;

13- para finalizar na sexta coluna, transformar os quocientes em taxas percentuais e completar a mesma.

DESCRIÇÃO DA PRÁTICA

Esta prática foi realizada em duas turmas, uma de cada turno, com cerca de trinta alunos de nono ano da Escola Municipal Professor Vieira Fazenda, localizada na zona oeste do Município do Rio de Janeiro no bairro Barra de Guaratiba, especificamente dentro da Restinga da Marambaia, uma área de controle militar. A maioria dos alunos são filhos de militares e de pescadores da região.

Inicialmente foi dada uma breve explicação do que é e o que significa inflação/deflação, como ele é medida e quem são os responsáveis por essa mensuração. Também foi explicado que no cálculo da inflação são usados vários grupos de preços, a saber; alimentação e bebidas, habitação, ... e comunicação, e não apenas produtos do grupo de alimentação. Após a distribuição dos cartazes com anúncios promocionais de um supermercado popular e de todas as normas inerentes à atividade foi observada uma grande empolgação dos alunos na execução das tarefas. Parte desse entusiasmo foi devido ao fato do exercício estar valendo nota. Um grupo de alunos demonstrou interesse, pois naquele momento iriam escolher produtos, não os seus pais.

Ao iniciarem os cálculos, alguns estranharam o fato de a maioria das variações serem nulas, e neste instante foi respondido que o normal seria exatamente aquilo, pois os preços não deveriam subir mensalmente, pois os salários dos trabalhadores não aumentam todo mês.

Cálculos envolvendo números decimais revelaram dificuldades para a maioria dos grupos e houve a necessidade de fazer uma revisão dessas operações matemáticas.

O simples fato de se fazer uma aula diferenciada, contagiou a turma. Alguns alunos, ao final da aula, disseram que gostavam desse tipo de abordagem.

Seguem agora duas ilustrações das tabelas construídas pelos alunos.

Prof. Fábio Bazani

Nome: Fernanda Siqueira, Dandara Maria e Allamis Victoria T. 1901

PRODUTOS	PREÇO DE FEV. (BASE)	PREÇO EM MAR	DIFERENÇA	ÍNDICE	%
LEITE MOÇA	R\$ 3,79	R\$ 3,79	0	0	0%
MANTEIGA	R\$ 3,99	R\$ 4,49	R\$ +0,50	0,325	12,5%
SUCO ADES	R\$ 2,99	R\$ 2,99	0	0	0%
PIPOCA	R\$ 1,99	R\$ 1,99	0	0	0%
PÃO DE FORMA	R\$ 6,99	R\$ 3,85	R\$ -3,14	-0,449	-44,9%
NESCAU CEREAL	R\$ 10,99	R\$ 10,99	0	0	0%
PRESUNTO	R\$ 18,99	R\$ 17,99	R\$ -1,00	-0,053	5,3%
OVO DE CODORNA	R\$ 2,99	R\$ 2,99	0	0	0%
REFRIGERANTE	R\$ 4,99	R\$ 4,49	R\$ -0,50	-0,100	-10,0%
BATATA PALHA	R\$ 5,69	R\$ 5,69	0	0	0%
CONDICIONADOR	R\$ 10,99	R\$ 10,99	0	0	0%
BARRA DE CHOCOLATE	R\$ 4,49	R\$ 4,49	0	0	0%
SALMÃO	R\$ 29,98	R\$ 29,98	0	0	0%
TOTAL	R\$ 108,86	R\$ 104,72	R\$ -4,14	-0,038	-3,8%

Figura 17: Esboço da tabela produzida pelos alunos da turma 1901

É interessante notar que nesse caso a variação total foi negativa.

Produto	Pago (R\$)	Pago (R\$)	Variação	Variação	%
laninha	8,98	9,59	0,61	0,068	0,8
patata frita	3,99	3,99	0	0	0
cevêda	16,98	16,98	0	0	0
donerme	2,49	2,79	0,30	0,120	12
donette	8,59	8,59	0	0	0
cherry 20	3,99	3,99	0	0	0
forneliquen	8,99	9,98	0,99	0,110	11
frango	9,98	10,98	1,00	0,100	10
pizza	9,98	10,98	1,00	0,100	10
chifonites	4,99	4,99	0	0	0
quilacomp	0,69	0,69	0	0	0
quebora	4,49	4,49	0	0	0
linguiça	10,98	11,99	1,01	0,092	9,2
presunto	18,99	17,99	-1,00	-0,052	-5,2
rosmãozinho	9,98	9,59	-0,39	-0,039	-3,9
Total	124,09	127,61	3,52	0,028	2,8

nome: Yonamin Adren, Júlia Roque
Turma: 1904

Figura 18: Esboço da tabela produzida pelos alunos da turma 1904

Nota-se que nesse caso a variação total foi positiva.

ALGUMAS VARIANTES PARA A ATIVIDADE PROPOSTA I

Essa atividade pode ser modificada de várias formas: uma delas seria levar a turma até o estabelecimento e fazer o levantamento de preços, uma outra, seria solicitar que eles se encaminhassem até a mesma rede de mercado por conta própria, pelo menos duas vezes, para apurarem os preços em meses diferentes.

Os produtos também poderiam ser separados por setores tipo: carnes, bebidas, cereais, etc, para depois fazer os cálculos das variações em cada um dos setores.

Também poderia ser utilizada uma planilha eletrônica na realização dessa atividade, o que facilitaria muito os cálculos.

ATIVIDADE PROPOSTA II**OBJETIVO PRINCIPAL**

Explorar de forma lúdica os conceitos de valor real versus valor nominal.
Essa atividade envolve um jogo que será descrito a seguir.

O jogo do salário mínimo

Período:

- De janeiro de 2005 a dezembro de 2014.

Material:

- 12 cartões meses e 10 cartões ano;

Os cartões podem ser da seguinte forma:

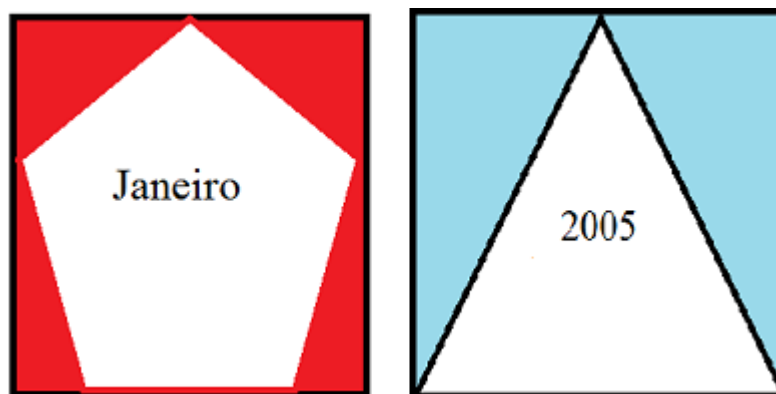


Figura 19: Modelo de cartões

- relação do salário mínimo do período;

Tabela de valores nominais do salário mínimo Federal

Data	Salário mínimo
01.01.2014 a 31.12.2014	R\$ 724,00
01.01.2013 a 31.12.2013	R\$ 628,00
01.01.2012 a 31.12.2012	R\$ 622,00
01.03.2011 a 31.12.2011	R\$ 545,00
01.01.2011 a 28.02.2011	R\$ 540,00
01.01.2010 a 31.12.2010	R\$ 510,00
01.02.2009 a 31.12.2009	R\$ 465,00
01.03.2008 a 31.01.2009	R\$ 415,00
01.04.2007 a 28.02.2008	R\$ 380,00
01.04.2006 a 31.03.2007	R\$ 350,00
01.05.2005 a 31.03.2006	R\$ 300,00
01.01.2005 a 30.04.2005	R\$ 260,00

Fonte: <http://www.guiatrabalhista.com.br/guia/salario-minimo.htm>

- Tabela de preços de pelo menos dois produtos fixados no período;

Por exemplo: o preço médio nacional da arroba do boi gordo (15kg) e o preço do quilo do frango.

Tabela de valores médio nacional do boi gordo 15Kg
praticados em São Paulo

ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD
2014	12	128,66	2013	12	101,3	2012	12	88,18	2011	12	90,85	2010	12	90,37
2014	11	125,83	2013	11	97,43	2012	11	88,71	2011	11	90,87	2010	11	94,93
2014	10	117,86	2013	10	96,78	2012	10	87,61	2011	10	87,8	2010	10	84,06
2014	9	115,14	2013	9	93,05	2012	9	85,77	2011	9	89,74	2010	9	80,78
2014	8	110,08	2013	8	92,39	2012	8	81,9	2011	8	91,52	2010	8	76,5
2014	7	108,66	2013	7	91,39	2012	7	81,49	2011	7	86,89	2010	7	71,55
2014	6	107,83	2013	6	88,89	2012	6	81,86	2011	6	85,59	2010	6	69,41
2014	5	108,48	2013	5	88,93	2012	5	82,81	2011	5	89,06	2010	5	70,23
2014	4	109,97	2013	4	90,15	2012	4	83,39	2011	4	90,45	2010	4	70,48
2014	3	108,95	2013	3	89,32	2012	3	84,57	2011	3	91,2	2010	3	68,48
2014	2	105,15	2013	2	89,03	2012	2	87,77	2011	2	90,64	2010	2	67,28
2014	1	104,7	2013	1	88,55	2012	1	88,83	2011	1	89,88	2010	1	67,19
ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD
2009	12	66,51	2008	12	72,51	2007	12	62,82	2006	12	49	2005	12	44,75
2009	11	67,04	2008	11	78,6	2007	11	60,08	2006	11	50,9	2005	11	45,97
2009	10	69,76	2008	10	80,09	2007	10	55,09	2006	10	56,52	2005	10	45,16
2009	9	69,61	2008	9	79,53	2007	9	54,81	2006	9	47,79	2005	9	43,21
2009	8	70,47	2008	8	80,35	2007	8	55,38	2006	8	45,73	2005	8	43,63
2009	7	70,19	2008	7	80,69	2007	7	47,82	2006	7	43,76	2005	7	43,87
2009	6	68,44	2008	6	77,06	2007	6	47,82	2006	6	42,75	2005	6	43,68
2009	5	65,93	2008	5	67,24	2007	5	43	2006	5	41,25	2005	5	44,15
2009	4	67,08	2008	4	64,31	2007	4	50,62	2006	4	40,75	2005	4	45,24
2009	3	67,97	2008	3	63,24	2007	3	50	2006	3	41,08	2005	3	46,52
2009	2	71,55	2008	2	62,5	2007	2	49,76	2006	2	42,1	2005	2	47,96
2009	1	72,01	2008	1	62,3	2007	1	42,61	2006	1	43,32	2005	1	50,08

FONTI: <http://www.agrolink.com.br/>

Figura 20: Preço do boi

Tabela de valores médio nacional do quilo do frango praticados em São Paulo

ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD
2014	12	2,38	2013	12	2,5	2012	12	2,93	2011	12	2,13	2010	12	2,06
2014	11	2,72	2013	11	2,51	2012	11	2,56	2011	11	2,06	2010	11	1,81
2014	10	2,76	2013	10	2,88	2012	10	2,5	2011	10	1,97	2010	10	1,86
2014	9	2,61	2013	9	2,87	2012	9	2,44	2011	9	1,97	2010	9	1,89
2014	8	2,36	2013	8	2,36	2012	8	2,24	2011	8	2,07	2010	8	1,6
2014	7	2,21	2013	7	2,13	2012	7	1,86	2011	7	1,73	2010	7	1,52
2014	6	2,16	2013	6	1,85	2012	6	1,83	2011	6	1,6	2010	6	1,36
2014	5	2,19	2013	5	1,8	2012	5	1,7	2011	5	1,62	2010	5	1,39
2014	4	2,41	2013	4	2,2	2012	4	1,79	2011	4	1,82	2010	4	1,42
2014	3	2,52	2013	3	2,72	2012	3	1,8	2011	3	2,05	2010	3	1,54
2014	2	2,31	2013	2	2,88	2012	2	1,56	2011	2	1,98	2010	2	1,63
2014	1	2,46	2013	1	2,95	2012	1	1,63	2011	1	2	2010	1	1,58
ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD	ANO	MÊS	PREÇ. MÉD
2009	12	1,63	2008	12	1,63	2007	12	1,65	2006	12	1,15	2005	12	1,15
2009	11	1,52	2008	11	1,76	2007	11	1,56	2006	11	1,31	2005	11	1,33
2009	10	1,51	2008	10	1,64	2007	10	1,6	2006	10	1,79	2005	10	1,45
2009	9	1,36	2008	9	1,88	2007	9	1,7	2006	9	1,49	2005	9	1,58
2009	8	1,53	2008	8	1,94	2007	8	1,85	2006	8	1,14	2005	8	1,51
2009	7	1,83	2008	7	1,88	2007	7	1,64	2006	7	0,99	2005	7	1,39
2009	6	1,86	2008	6	1,75	2007	6	1,38	2006	6	1,19	2005	6	1,39
2009	5	1,59	2008	5	1,59	2007	5	1,19	2006	5	1,24	2005	5	1,32
2009	4	1,6	2008	4	1,3	2007	4	1,38	2006	4	1,11	2005	4	1,22
2009	3	1,7	2008	3	1,25	2007	3	1,61	2006	3	1,07	2005	3	1,26
2009	2	1,79	2008	2	1,43	2007	2	1,76	2006	2	1,05	2005	2	1,4
2009	1	1,67	2008	1	1,54	2007	1	1,31	2006	1	1,05	2005	1	1,42

FONTI: <http://www.agrolink.com.br/>

Figura 21: Preço do frango

- Calculadora/telefone celular;
- Tabela para anotar os resultados.

Rodadas	Ano	Mês	Salário Mínimo	Quantidade de Kg de frango	Quantidade acumulada de frango	Quantidade de Kg de boi	Quantidade acumulada de boi	Total
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
Final								

Essa tabela foi alterada em relação à original, tendo em vista que no ato da aplicação foi observada a necessidade de incluir duas colunas para registrar a quantidade acumulada de boi e de frango ao longo das rodadas.

- Tempo de duração:

100 minutos.

- Público alvo:

Terceiro ano do Ensino Médio.

Como jogar:

1º) Fixa-se o número de rodadas: no mínimo uma e, depois decide-se a ordem dos jogadores em cada rodada.

2º) O jogador da vez sorteia um cartão mês e um cartão ano. Com o salário mínimo do mês/ano sorteado ele calcula a quantidade do tipo de

produto que gostaria de comprar. Esses serão os seus pontos. Ele deve gastar todo o seu salário: pode ser em um único produto ou escolher quantidades dos dois produtos.

3º) O jogo procede até completarem-se o número de rodadas.

4º) Ao fim da última rodada, será feito um sorteio de um cartão mês/ano para calcular o quanto cada um dos jogadores teria em reais, ao venderem seus produtos adquiridos pelo preço de mercado vigente neste sorteio final.

Ganha o jogador com maior “riqueza” medida em reais.

Em caso de empate, basta realizar rodadas adicionais entre os empatados até sair um vencedor.

⇒ Objetivos Específicos.

Verificar que o poder de compra é variável: com um mesmo salário, há épocas em que se compra mais e outras em que se compra menos, com um salário aparentemente maior pode-se comprar menos e vice-versa.

⇒ Objetivos Gerais.

Estimular a criatividade do aluno sugerindo que ele altere o jogo:

- escolhendo períodos diferentes;
- escolhendo outros produtos;
- escolhendo outros valores diferentes do salário mínimo.

DESCRIÇÃO DA PRÁTICA

A atividade foi empregada em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Caldeira de Alvarenga com 15 alunos no dia 07 de maio de 2015 por volta das 20 horas, localizado no Conjunto Habitacional Urucânia, que fica no bairro de Paciência zona oeste do Rio de Janeiro.

Após todos os passos necessários para execução da tarefa, o jogo foi iniciado pelas duplas, sendo apenas um grupo com três alunos. No início, houve alguns problemas pontuais do tipo: colocar o preço da arroba do boi ou do quilo do frango ao invés da quantidade comprada com o salário mínimo do mês e do ano sorteados, comprar tudo de frango e em seguida tudo de boi, não levando em conta que já haviam gastado todo o dinheiro na primeira compra efetuada, dificuldade na leitura da tabela de salários, pois a mesma se encontrava com os períodos que os salários estavam vigorando e não mês a mês como a exposta acima e também ao final das rodadas individuais, alguns compararam os valores em épocas distintas.

Nem todos tinham calculadoras e isso atrasou um pouco, porém a atividade transcorreu com tranquilidade.

Alguns alunos teceram comentários assim descritos: “ à primeira vista parece que comprar frango é a melhor opção pois passa a ideia que temos uma quantidade maior que a da arroba do boi”, “poxa em 2005 o salário mínimo era só isso R\$ 300,00”, neste momento pude fazer o seguinte comentário: mas veja quanto de frango você conseguia comprar naquela época por exemplo, e quanto compra com o salário de hoje.

No final, quando foram me entregar a ficha de resultados, trouxeram

também as tabelas de preços e de salários além dos cartões, neste instante disse que podiam ficar com as tabelas e os cartões e alguns alunos mostraram-se super contentes dizendo que iriam usar o jogo em outros ambientes me pedindo tabelas de resultados em branco para tirar cópias e aplicar.

A seguir, duas tabelas preenchidas por uma das duplas da turma são apresentadas:

Aluno(a) Adriana Quirós da Silva Gomes n° 07 Turma: 3002

Tabelas de resultados

Rodadas	Ano	Mês	Salário Mínimo	Quantidade de Kg de frango	Quantidade de arrobas de boi	Valor final em R\$
1	2009	AGO	415,00	$200 \div 1,94 = 103,09$	$215 \div 80,35 = 2,67$	
2	2009	Mar	465,00	$250 \div 1,7 = 147,05$	$215 \div 67,97 = 3,16$	
3	2014	FeV	724,00	$450 \div 2,31 = 194,80$	$274 \div 105,13 = 2,60$	
4	2009	AGO	465,00	$260 \div 1,53 = 169,93$	$205 \div 70,19 = 2,93$	
5	2011	FeV	540,00	$300 \div 1,98 = 151,51$	$240 \div 90,64 = 2,64$	
6	2013	Mar	628,00	$300 \div 2,72 = 110,29$	$328 \div 69,32 = 4,73$	
7	2005	OUT	300,00	$150 \div 1,45 = 103,44$	$150 \div 45,16 = 3,32$	
8	2006	Dez	350,00	$150 \div 1,65 = 90,90$	$100 \div 49 = 2,04$	
9	2010	JUL	510,00	$200 \div 1,52 = 131,57$	$210 \div 71,55 = 2,93$	
10	2014	Set	724,00	$524 \div 2,61 = 200,76$	$200 \div 115,14 = 1,73$	
FINAL	2013	Dez		$1.489,15 \times 2,5 = 3.672,82$	$30,70 \times 101,3 = 3.110,01$	6.790,83

Figura 22: Tabela do jogador 1

Aluno(a) Ishticia do Nascimento Teixeira n° 28 Turma: 902

Tabelas de resultados

Rodadas	Ano	Mês	Salário Mínimo	Quantidade de Kg de frango	Quantidade de arrobas de boi	Valor final em R\$
1	2006	Março	R\$ 350,00	$150 \div 3,04 = 49,34$	$150 \div 41,06 = 3,65$	
2	2007	Junho	R\$ 350,00	$100 \div 1,93 = 51,81$	$250 \div 49,63 = 5,04$	
3	2009	Novembro	R\$ 465,00		$1165 \div 67,04 = 17,39$	
4	2012	Junho	R\$ 622,00	$522 \div 1,83 = 285,24$	$400 \div 81,86 = 4,89$	
5	2014	Setembro	R\$ 329,00	$300 \div 2,63 = 114,07$	$94 \div 11,14 = 8,43$	
6	2005	Dezembro	R\$ 300,00		$200 \div 45,16 = 4,43$	
7	2007	Novembro	R\$ 380,00	$265 \div 1,56 = 169,87$	$135 \div 60,08 = 2,25$	
8	2013	Junho	R\$ 549,00	$545 \div 1,6 = 340,62$		
9	2008	Setembro	R\$ 330,00	$350 \div 1,43 = 244,79$	$20 \div 62,5 = 0,32$	
10	2014	Março	R\$ 424,00	$362 \div 2,19 = 165,29$	$362 \div 108,48 = 3,33$	
FINAL	2013	Novembro		$1655,51 \times 2,5 = 4138,77$	$33,02 \times 101,9 = 3362,82$	6.501,59

Figura 23: Tabela do jogador 2

ATIVIDADE PROPOSTA III**Correção de valores usando tabela pronta do jornal O Globo.**

As tabelas a seguir disponibilizadas no jornal O Globo quase todos os dias (exceto às segundas-feiras) apresentam informações sobre três índices de inflação: **IPCA (IBGE)**, **IGP-M (FGV)** e **IGP-DI (FGV)**.

IPCA (IBGE)

Meses	Índices Variações percentuais			
	(12/93=100)	No mês	No ano	Últ. 12 meses
Dezembro	4059,86	0,78%	6,41%	6,41%
Janeiro	4110,20	1,24%	1,24%	7,14%
Fevereiro	4160,34	1,22%	2,48%	7,70%
Março	4215,26	1,32%	3,83%	8,13%
Abril	4245,19	0,71%	4,56%	8,17%
Maio	4276,60	0,74%	5,34%	8,47%

IGP-M (FGV)

Meses	Índices Variações percentuais			
	(8/94=100)	No mês	No ano	Últ. 12 meses
Dezembro	558,213	0,62%	3,69%	3,69%
Janeiro	562,482	0,76%	0,76%	3,98%
Fevereiro	564,004	0,27%	1,04%	3,86%
Março	569,536	0,98%	2,03%	3,16%
Abril	576,175	1,17%	3,22%	3,55%
Maio	578,516	0,41%	3,64%	4,11%

IGP-DI(FGV)

Meses	Índices Variações percentuais			
	(12/93=100)	No mês	No ano	Últ. 12 meses
Dezembro	551,149	0,38%	3,78%	3,78%
Janeiro	554,835	0,67%	0,67%	4,06%
Fevereiro	557,803	0,53%	1,21%	3,74%
Março	564,568	1,21%	2,43%	3,46%
Abril	569,738	0,92%	3,37%	3,94%
Mai	572,034	0,40%	3,79%	4,83%

Em cada um deles a segunda coluna fixa uma base $12/93 = 100$ para IPCA e IGP-DI e $08/94 = 100$ para IGP-M e depois apresenta os valores de correção para os últimos 6 meses, a saber

Dez/14

Jan/15

Fev/15

Mar/15

Abr/15

Mai/15

ou seja, $\prod_{j=1}^n (1 + i_j)$ em que i_j são os índices apurados dos meses do período.

A tabela apresenta na terceira coluna o índice apurado no mês, na quarta coluna, o índice acumulado no ano referente ao mês, e na quinta coluna, o índice acumulado nos últimos 12 meses.

Considere os dados sobre o IPCA, e responda às seguintes questões.

(1)

- Em 2014 a inflação acumulada pelo IPCA foi de quanto?
- Em 2015 a inflação acumulada pelo IPCA de janeiro a maio está em quanto?
- Compare os dois índices encontrados anteriormente?
- O que você observou?

(2) Olhando a última coluna da tabela do IPCA percebe-se que de dezembro de 2014 a maio de 2015 o índice acumulado nos últimos 12 meses só aumentou. O mesmo também ocorre para os outros índices IGP-M e IGP-DI? Qual é a definição de cada um desses índices?

(3) Corrija o valor do salário mínimo de R\$ 788,00 em primeiro de janeiro de 2015 pelo índice IPCA para primeiro de junho de 2015.

Uma solução:

$$\begin{aligned} & 788(1 + 0,0124)(1 + 0,0122)(1 + 0,0132)(0,0071)(1 + 0,0074) = \\ & = 788(1 + 0,0534) \\ & = 830,0792. \end{aligned}$$

Outra solução:

Identificar o índice acumulado na tabela e calcular.

$$788(1 + 0,0534) = 830,0792$$

Resposta esperada: R\$ 830,08

(4) João emprestou em 01 de dezembro de 2014, R\$ 500,00 a um amigo e disse que não cobraria juros, apenas a correção monetária devido à inflação no período do empréstimo até ser quitado de uma vez só. Se o amigo quitou a dívida no primeiro dia de junho de 2015, qual foi o valor da correção monetária?

Uma solução:

$$500 [(1 + 0,0078)(1 + 0,0124)(1 + 0,0122)(1 + 0,0132)(1 + 0,0071)(1 + 0,0074) - 1] =$$

$$= 500 [(1 + 0,0078)(1 + 0,0534) - 1]$$

$$= 500 [1,0616 - 1]$$

$$= 500 \times 0,0616$$

$$= 30,8.$$

Resposta esperada: R\$ 30,80

1) Tempo de duração:

100 minutos.

2) Público alvo:

Nono ano do Ensino Fundamental.

⇒ Objetivos Específicos.

- Permitir que o aluno tenha contato com os principais índices que são utilizados pelo governo para analisar a situação econômica do País;

- Fazer com que saibam, por meio dos dados reais fornecidos em tabelas dos meios de comunicação, corrigir quantias, como por exemplo, o salário vigente.

⇒ Objetivos Gerais.

- Estimular o aluno a dar importância para temas que envolvam dados de economia;

- Estimular o aluno a escolher outros valores diferentes do salário mínimo e corrigi-los fazendo uso das três tabelas.

DESCRIÇÃO DA PRÁTICA

Esta atividade foi aplicada no dia 07 de julho de 2015 em uma das turmas do nono ano, a qual já havia participado da aplicação da primeira atividade.

Esta decisão de repetir a turma para a aplicação desta atividade foi tomada pelo motivo deles já terem tido um contato preliminar com cálculos

de índices na primeira atividade, estando assim, mais familiarizados com o assunto.

Antes da prática, elaborei folhas avulsas contendo as três tabelas e as questões a serem respondidas para serem distribuídas às duplas, e com isso ganhar tempo.

Em seguida, expliquei a composição da cada tabela e paralelamente perguntei se já haviam escutado alguma vez falar sobre tais índices ou se tinham o costume de assistir telejornais.

A maioria já tinha escutado falar sobre os índices, mas nenhum sabia o que eram e qual sua utilidade e pouquíssimos responderam que assistiam ao jornal na televisão.

Não tiveram dificuldades para responder as questões que envolviam uma mera leitura das tabelas e por falta de fonte de consulta, não responderam a pergunta sobre o significado de cada um dos índices.

As questões de cálculo de correções deram um pouco mais de trabalho, mas para minha surpresa, conseguiram chegar na resposta da questão 3 da maneira mais rápida e fácil, lançando mão do índice acumulado. Em seguida, foi mostrado que pegando as taxas mês a mês também era possível chegar ao mesmo resultado.

O fato das questões 3 e 4 pedirem a correção até o dia primeiro de junho gerou dúvida para os alunos e houve a necessidade de mostrar que se tratava de tomar o mês de maio por completo.

Na última questão, talvez por estarem embalados, pela questão 3, alguns não consideraram o índice observado em dezembro de 2014 e outros acharam que os 0,78% de dezembro de 2014 já estavam incluídos nos 5,34% do acumulado de 2015. E mais uma vez fizeram uso da maneira sintética de resolver

a última questão, consideraram apenas o índice de dezembro e o acumulado de 2015. Ou seja:

$$\begin{aligned} & 500 [(1 + 0,0078)(1 + 0,0534) - 1] = \\ & = 500 [1,0616 - 1] \\ & = 500 \times 0,0616 \\ & = 30,8. \end{aligned}$$

Um das coisas que chamou a atenção é que todos se empenharam com afinco na execução da tarefa, sem que fosse oferecido qualquer tipo de bonificação.

Embora tenham ocorrido momentos confusos na interpretação, mas por não estarem familiarizados com os significados e nomenclaturas dos índices, a aplicação foi bem sucedida.

ATIVIDADE PROPOSTA IV

A atividade apresentada a seguir foi pensada como uma atividade que levará o aluno, fazendo o uso do Excel ou programa semelhante, a movimentar valores no tempo fixando uma base e escolhendo um índice específico, porém por falta recursos adequados não foi possível aplicá-la.

Atividade proposta: Correção de valores

1) Escolher um índice, tais como IPCA, INPC, IGP-DI ou IGP-M que pode ser encontrado facilmente nos sites das instituições responsáveis por suas aferições, as quais podemos citar o IBGE, FGV, entre outros.

Por exemplo: INPC.

2) Definir um período de pelo menos 10 anos.

Por exemplo: março de 2000 a março de 2015

3) Contruir uma planilha e inserir os índices correspondentes ao período definido em 2).

Para construção desse planilha pode ser usado o Excel, Geogebra, entre outros programas que permitam efetuar cálculos em suas células.

4) Fixar uma base:

Por exemplo: março de 2014

5) Pesquisar valores da base

- salário mínimo federal

R\$ 724,00

- salário mínimo do Rio de Janeiro

R\$ 874,75

- 1 litro de leite

R\$ 1,10

- 1 litro de gasolina

Média nacional R\$ 3,097

- cesta básica

No Rio de Janeiro R\$ 345,11

- dólar

Comercial R\$ 2,351

- 1 Kg de alho nacional

Média nacional R\$ 6,60

- 1 saco de 50Kg cimento

No Rio de Janeiro em média custava R\$ 17,90.

6) Com base no índice escolhido, corrigir os valores em 5) até março de 2015 e compará-los com os preços atuais. Verificar se todos aumentaram mais que a inflação considerada ou menos. Quais, entre os itens pesquisados, que aumentaram mais?

- 7) E se voltássemos no tempo?

Voltando a março de 2012 apenas deflacionando os valores da base. Corrigir os valores em 5) e compará-los.

8) Comparar os valores obtidos com o de algum aplicativo que calcule esses valores.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por estarem sendo debatidos constantemente nos meios de comunicação e pela sociedade, temas envolvendo política econômica e política monetária são ótimos para elaboração de aulas diferenciadas e atrativas para os alunos. A ideia desse trabalho caminha nesse sentido, o de ser mais uma opção na tentativa de montar uma aula menos tradicional.

No dia 01 de junho de 2015, foi publicado pelo jornal O Globo, um artigo na coluna do Antônio Góis que trazia uma pesquisa realizada pelo IBGE que aponta a principal causa do afastamento dos jovens da sala de aula: a falta de vontade de estudar. Esse desinteresse pelos estudos denota a necessidade de buscar alternativas para tornar a escola um lugar agradável. Uma aula que transponha a simples exposição do conteúdo no quadro já é um bom começo. Conforme esse mesmo artigo, o Governo, por meio do PNE (Plano Nacional de Educação) pretende ampliar a carga horária das escolas, porém se esta ampliação não tiver uma proposta diferenciada do que já se tem, provavelmente o desinteresse continuará, pois ficar mais tempo fazendo a mesma coisa que antes, não significa que vai tornar o aluno mais interessado, combatendo assim a evasão escolar.

Recentemente, no dia 15 de junho de 2015, foi transmitida uma reportagem pelo Jornal Nacional, que demonstrava como as escolas do Japão trabalham essa questão de ampliação da carga diária de estudos. As escolas

oferecem no contra-turno oficinas extracurriculares, de modo que os alunos não sintam vontade de ir para casa, de tanto gostarem desse modelo adotado.

A Prefeitura do Rio de Janeiro criou o chamado GEC (Ginásio Experimental Carioca) que tem como finalidade funcionar mais ou menos como as escolas japonesas, com uma diferença, o professor era generalista, ou seja, o mesmo educador ensinava várias disciplinas, mesmo sem a devida formação. A ideia é que isso ocorra gradativamente em todas as escolas municipais da rede em escolas de turno único.

Outra motivação para escrever essa dissertação foi perceber que muitas pessoas, incluindo eu mesmo, tinha pouco conhecimento sobre conceitos básicos de economia. Ao deparar com reportagens desse tema, a impressão era que se tratava de um assunto fora de minha realidade ou não fazia parte da minha vida. De certa forma, acredito que seja verdade para alguns pontos, pois existem diversos índices apurados que não dizem respeito a todas as pessoas, mas sim a alguns segmentos da sociedade, logo não é necessário saber tudo, porém é importante conhecer aspectos da economia que dizem respeito ao seu cotidiano.

Com esse trabalho, pretendi trazer aos problemas de Matemática Financeira um pouco da realidade usando índices de inflação e trabalhando com correção monetária. As atividades escolares nessa área em geral, são feitas com simulações do comércio, se atendo apenas às questões de cálculo de prestações e de parcelas de empréstimos fixada a taxa de juros mensal. Acredito que incorporando dados dessa natureza e saindo da rotina os alunos podem se sentir mais motivados. Fato este que foi comprovado durante a aplicação das atividades. O ânimo e o entusiasmo dos alunos em relação ao comportamento durante as aulas tradicionais foi completamente diferente,

eles ficaram mais animados e empolgados, aparentando vontade de aprender. Diante dos resultados apresentados na aplicação da Atividade Proposta III, fica evidente que é possível, sem algebrizar, ensinar Juros Compostos no segundo segmento do Ensino Fundamental.

Durante a redação dessa dissertação, buscamos aplicativos que atualizassem valores no tempo e observamos que existem muitos desses aplicativos, porém todos os aplicativos encontrados nessa pesquisa só atualizam valores para o futuro, ou seja, dada uma certa quantia em uma data base qualquer qual seria seu poder de compra corrigido por um índice em um tempo à frente? Mas aplicativos com a finalidade de deslocar quantias para o passado não foram encontrados, por mais que seja uma tarefa relativamente fácil de se executar dispendo-se de uma planilha eletrônica.

Como professor da Rede de Ensino Municipal e Estadual do Estado do Rio de Janeiro durante alguns anos, percebo a carência que existe em relação à abordagem da Matemática Financeira, e conversando com outros profissionais das redes e da área, vejo que os mesmos também concordam com essa percepção. Foi também buscando atender essa demanda que essa dissertação foi escrita, não com a intenção de sanar todo o problema, mas para contribuir com mais uma opção na abordagem da Matemática Financeira, enriquecendo ainda mais o leque de possibilidades que já existe. Além disso, espero que esse trabalho possa contribuir de alguma forma em estudos futuros para outras pessoas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BIANCHINI E. R. *MATEMÁTICA-BIANCHINI*, Nono ano. São Paulo: Editora Moderna, 2011.
- [2] BRASIL, Ministério da Educação *Parâmetros Curriculares Nacionais*, 1988.
- [3] CENTURION, M. R; JAKUBOVIC, J. *MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO*, Nono ano. São Paulo: Editora Saraiva, 2012
- [4] DANTE,L.R.*Matemática, Contextos & Aplicações*,Volumes 1, 2 e 3. São Paulo: Editora Ática , 2013.
- [5] DANTE, L.R. *PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA*, Nono ano. São Paulo: Editora Ática, 2012.
- [6] ENDO, S. K. *NÚMEROS ÍNDICES*. São Paulo: Editora Atual, 1986.
- [7] GIRALDO, V; CAETANO, P; MATTOS, F. *RECURSOS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA*, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013, Coleção PROFMAT.
- [8] GONÇALVES, C. B. Revista “Canal Aberto ESPECIAL” , Edição 4, O Banco Central, a Casa da Moeda e o Meio Circulante Brasileiro, Rio de Janeiro: Coordenação de Comunicação Social da Casa da Moeda do Brasil, 2009.

-
- [9] IEZZI, G; DULCE, O; MACHADO, A. *Matemática e Realidade*, Oitavo ano. São Paulo: Editora Atual, 2013.
- [10] IEZZI, G; DULCE, O; PERIGO, R; DEGENSZAJIN, D; ALMEIDA, N. *MATEMÁTICA Ciência e Aplicações*, Volume 1; 2 e 3. São Paulo: Editora Saraiva, 2013.
- [11] IEZZI, G; EGENSZAJIN, D. *Fundamentos de Matemática Elementar*, Volume 11. São Paulo: Editora Atual, 2004.
- [12] IMENES, L. M. P; LELLIS, M. C. T. *MATEMÁTICA-IMENES & LELLIS*, Nono ano. São Paulo: Editora Moderna, 2012.
- [13] KISHTAINY, N; ABBOT, G. *O LIVRO DA ECONOMIA*. São Paulo: Editora Globo, 2013.
- [14] LEONARDO, F. M. *Conexões com a Matemática*, Volumes 1; 2 e 3. São Paulo: Editora Moderna, 2013.
- [15] LEONARDO, F. M. *PROJETO ARARIBA MATEMÁTICA*, Nono ano. São Paulo: Editora Moderna, 2010.
- [16] LOPES, A. J. *PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA*, Nono ano. São Paulo: Editora Scipione, 2012.
- [17] LIMA, E, L; CARVALHO, P.C; WAGNER, E.; MORGADO, A.C. *A Matemática do Ensino Médio*, Volume 2, ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira da Matemática, 1998, Coleção do Professor de Matemática.
- [18] MAZZIEIRO, A. S; MACHADO, P. A. F. *DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA*, Nono ano. Minas Gerais: Editora Dimensão, 2012.

-
- [19] MERCHEDE, A; MOREIRA, F. O. *Matemática Financeira para Advogados*. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2003.
- [20] NAME, M. A; ZAMPIROLO, M. J. C. V. *PRATICANDO MATEMÁTICA-Edição renovada*, Nono ano. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
- [21] NASSER, L. *Matemática financeira para a educação básica: Uma abordagem prática e visual*, Rio de Janeiro, IM-UFRJ, 2012.
- [22] NOVAES, Rosa C. N.: Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRJ, 2009.
- [23] ONAGA, D. S; MORI, I. *MATEMÁTICA-IDEIAS E DESFIOS*, Nono ano. São Paulo: Editora Saraiva, 2012.
- [24] PAIVA, M. *MATEMÁTICA PAIVA*, Volume 1; 2 e 3. São Paulo: Editora Moderna, 2013.
- [25] PATARO, P. R. N; SOUZA, J. R. *VONTADE DE SABER MATEMÁTICA*, Nono ano. São Paulo: Editora FTD, 2012.
- [26] SMOLLE, K.C.S; DINIZ, M.I.S.V. *Matemática Ensino Médio*, Volumes 1, 2 e 3. São Paulo: Editora Saraiva, 2013.
- [27] SOUZA, J. *NOVO OLHAR: MATEMÁTICA*, Volumes 1, 2 e 3. São Paulo: Editora FTD, 2013.

-
- [28] VERSIGNASSI A. *CRASH Uma breve história da economia - Da Grécia antiga ao século XXI*- São Paulo: Editora Leya, 2011.
- [29] <http://ecen.com/eee41/eee41p/indices-de-inflacao-para-internet.htm>
- [30] <http://g1.globo.com/economia/noticia/2014/07/real-completa-20-anos-em-circulacao-com-perda-de-80-de-seu-valor.html>
- [31] <http://m.noticias.ne10.uol.com.br/economia/noticia/2015/03/31/consumidor-vai-diminuir-gasto-com-lazer-para-compensar-alta-da-inflacao-diz-pesquisa-539733.php>
- [32] <http://noticias.r7.com/economia/noticias/entenda-o-que-e-a-divida-publica-20100126.html>
- [33] <http://pt.wikipedia.org/wiki/Arroba>
- [34] <http://www.agrolink.com.br>
- [35] <http://www.calculador.com.br/tabela/indice/IPCA>
- [36] <http://www.dicionarioinformal.com.br/obsidional>
- [37] <http://www.ibge.gov.br/>
- [38] <http://www.infoescola.com/curiosidades/historia-monetaria-do-brasil>
- [39] <http://www.ipeadata.gov.br>
- [40] <http://www.mises.org.br/Article.aspx?id=1444>
- [41] <http://www.moedasdobrasil.com.br/tostao.asp>
- [42] http://www.guiatrabalhista.com.br/guia/salario_minimo.htm

APÊNDICE

A. MEDINDO A INFLAÇÃO

A inflação começou a ser observada, historicamente, durante o período em que os estabelecimentos responsáveis em guardar os metais preciosos começaram a emitir recibos para garantir aos seus respectivos donos os saldos de suas riquezas e também quando esses recibos começaram a servir como moeda de troca. O problema se deu à medida que os emissores de recibos perceberam que poderiam negociar bilhetes com valores expressos em seu teor que não condiziam com a relidade do que tinha guardado nos cofres. O que se viu foi um enorme número de recibos circulando, mas sem o lastro, ou seja, sem estarem atrelados à riqueza alguma. Com isso os recibos ficaram desvalorizados.

Em tempos atuais, o que foi dito acima, também pode ocorrer, pois se um país emitir mais dinheiro que o necessário para cobrir sua riqueza e seus bens produzidos, vai existir uma quantidade maior de notas no mercado, desta forma o dinheiro fica sem lastro e a moeda desvalorizada.

Praticamente em todo momento de mudança na moeda brasileira, verificava-se a necessidade de fazer-se um ajuste na unidade monetária, devido à existência de inflação no país, conforme relatado anteriormente. Contudo há duas perguntas a serem respondidas: o que é inflação e porque ela ocorre?

A palavra inflação tem origem no latim *inflatione* e significa hábito ou efeito de inflar (Dicionário online Michaelis). A taxa de inflação utilizada na

economia pode ser definida como o aumento no nível de preços e serviços e a deflação como sendo o fenômeno de queda persistente de preços de bens e serviços conforme IEZZI *et al.*,(2004). Ou seja, é a média do crescimento/decrescimento dos preços de um conjunto de bens e serviços em um determinado período. Conforme os numerosos casos de descontrole econômico observados ao longo dos anos no Brasil, foram criados alguns índices para medir a inflação/deflação. Um índice é uma medida utilizada para comparar variáveis relacionadas, tais como preços, quantidades e valores. E para chegar-se ao índice é necessária a realização do cálculo da razão entre o preço atual e o preço antigo de determinado produto. O IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo) é o índice mais utilizado para medir a inflação nas principais regiões brasileiras, sendo o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o órgão responsável por esse índice.

Como é calculada a inflação/deflação?

Há várias formas de se chegar à inflação/deflação, uma delas é por meio do IPCA que é obtido através de agregação dos Índices de Preço ao Consumidor(IPC) das regiões metropolitanas e que o seu processo de cálculo foge do objetivo desse trabalho.

Tomando como base o IPCA acumulado de um período qualquer, e procedendo com essa mesma ideia para um período posterior, o IBGE compara os índices do período final com o do período inicial realizando a razão entre estes e em seguida subtrai uma unidade do quociente encontrado. Se o resultado obtido for positivo, tem-se inflação ou taxa de inflação que é uma taxa unitária do período considerado, e se negativo, deflação. E caso o resultado for nulo, significa que não houve alteração nos preços dentro do

período estipulado. Para transformar essa taxa em termos percentuais basta multiplicá-la por cem. Ou seja

$$J = \left(\frac{ipca_t}{ipca_{t-1}} - 1 \right) \times 100. \quad (\text{A.1})$$

J = é a taxa inflação ou deflação unitária relativa aos períodos $t - 1$ e t ;

$ipca_t$ = IPCA medido no período t ;

$ipca_{t-1}$ = IPCA medido no período $t - 1$.

Fonte: Adaptado do Fundamentos da Matemática Elementar(IEZZI *et al.*,2004).

No Brasil, cerca de duzentos e sessenta pesquisadores do IBGE verificam preços de vinte e dois mil e quinhentos produtos para chegar à taxa média de cada mês.



Figura 21: Passo a passo da coleta de dados para o cálculo da inflação

Do dia primeiro até o último dia do mês é feito um levantamento diário dos valores cobrados por serviços e alguns utensílios e observa-se assim, a variação nos valores cobrados. São considerados nove grupos de produtos e serviços: alimentação e bebidas; artigos de residência; comunicação; despesas pessoais; educação; habitação; saúde e cuidados pessoais; transportes e vestuário.

Eles são subdivididos em outros itens. Ao todo, são consideradas as variações de preços de quatrocentos e sessenta e cinco subitens e com esses

dados se obtém a taxa média de inflação daquele mês corrente que pode ser calculada com base nos índices encontrados sucessivamente. A taxa de inflação acumulada é obtida por meio da seguinte fórmula

$$J_{ac} = [(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n)] - 1 \quad (\text{A.2})$$

em que J_{ac} é a taxa de inflação acumulada, j_1, j_2, \dots, j_n são as taxas de inflação dos meses 1, 2, ..., n e n é o número de meses envolvidos nos cálculos.

Uma demonstração:

Indicando por $V_0, V_1, V_2, \dots, V_n$ os valores da grandeza nas datas $0, t_1, t_2, t_3, \dots, t_{n-1}, t_n$, poderemos escrever:

- $j_1 = \frac{V_1}{V_0} - 1 \Rightarrow V_1 = V_0(1 + j_1)$
- $j_2 = \frac{V_2}{V_1} - 1 \Rightarrow V_2 = V_1(1 + j_2) = V_0(1 + j_1)(1 + j_2)$
- $j_3 = \frac{V_3}{V_2} - 1 \Rightarrow V_3 = V_2(1 + j_3) = V_0(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)$

Assim, conclui-se que:

$$V_n = V_0(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n) \quad (\text{A.3})$$

Sabe-se que a variação acumulada entre as datas 0 e t_n , denotada por j_{ac} também pode ser expressa por:

$$j_{ac} = \frac{V_n}{V_0} - 1. \quad (\text{A.4})$$

Substituindo o numerador, temos:

$$j_{ac} = \frac{V_0(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n)}{V_0} - 1 \quad (\text{A.5})$$

Logo

$$j_{ac} = [(1 + j_1)(1 + j_2)(1 + j_3)\dots(1 + j_n)] - 1. \quad (\text{A.6})$$

Fonte: (IEZZI *et al.*,2004).

No dia oito de junho de 2015 foi liberado pelo IBGE o IPCA de junho deste ano, foi publicado também o do acumulado no ano de 2015 e dos últimos 12 meses.

Tabela do IPCA mensal/acumulado

Período	Taxa
Junho 2015	0,79%
Mai 2015	0,74%
Junho 2014	0,40%
Acumulado no ano	6,17%
Acumulado 12 meses	8,89%

Fonte: www.ibge.gov.br

O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA do mês de junho apresentou variação de 0,79% e ficou acima da taxa de 0,74% registrada no mês de maio. Com este resultado o primeiro semestre do ano fechou em 6,17%, bem mais do que os 3,75% do primeiro semestre de 2014, registrando a taxa mais elevada para o período de janeiro a junho desde 2003 (6,64%). O acumulado dos últimos 12 meses atingiu 8,89%, mais do que nos 12 meses

imediatamente anteriores (8,47%) chegando ao mais elevado índice acumulado em 12 meses desde dezembro de 2003 (9,30%). Em junho de 2014 o IPCA havia registrado taxa de 0,40%.

Em junho, conforme mostra a tabela seguinte, as Despesas Pessoais, com alta de 1,63%, lideraram as variações de grupo. Na última coluna a abreviação (p.p.) significa **ponto percentual**.

Grupo	Variação (%)		Impacto (p.p.)	
	Mai	Jun	Mai	Jun
Índice Geral	0,74	0,79	0,74	0,79
Alimentação e Bebidas	1,37	0,63	0,34	0,16
Habitação	1,22	0,86	0,19	0,13
Artigos de Residência	0,36	0,72	0,01	0,03
Vestuário	0,61	0,58	0,04	0,04
Transportes	-0,29	0,70	-0,05	0,13
Saúde e Cuidados Pessoais	1,10	0,91	0,12	0,10
Despesas Pessoais	0,74	1,63	0,08	0,18
Educação	0,06	0,20	0,00	0,01
Comunicação	0,17	0,34	0,01	0,01

Fonte: www.ibge.org.br

O **IPCA**, calculado pelo IBGE desde 1980, se refere às famílias com rendimento monetário de 01 a 40 salários mínimos, qualquer que seja a fonte, e abrange dez regiões metropolitanas do país, além dos municípios de Goiânia, Campo Grande e de Brasília.

Para cálculo do índice do mês foram comparados os preços coletados no período de 28 de maio a 29 de junho de 2015 (referência) com os preços vigentes no período de 30 de abril a 27 de maio de 2015 (base).

Existem diversos outros índices que também são usados para calcular a inflação, tais como IGP-DI (Índice Geral de Preços - Disponibilidade Interna), calculado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), que apura os preços mensais de todo o processo produtivo: matérias primas-agrícolas e industriais, produtos intermediários, bens e serviços finais e preços de construção. Ele contribui no reajuste dos preços da telefonia. O IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado), semelhante ao IGP-DI, verifica os preços do comércio no atacado, e no varejo e na construção civil, pesquisados entre os dias 21 do mês anterior e 20 do mês de referência. É usado na correção de contratos e tarifas de serviços públicos, porém o índice utilizado para o cálculo da inflação nos principais estados brasileiros é o IPCA.

B. GLOSSÁRIO

Alta Elevação no preço ou no valor de um produto.

Assalariado Pessoa que recebe salário pelo trabalho que realiza.

Banco Central Instituição que administra a moeda de um país, altera a oferta de moeda e determina as taxas de juros. Também pode servir de emprestador para bancos em última instância.

Contração de economia É uma fase de contração no ciclo econômico, isto é, de retração geral na atividade econômica por um certo período de tempo, com queda no nível da produção (medida pelo produto interno bruto), aumento do desemprego, queda na renda familiar, redução da taxa de lucro, aumento do número de falências e concordatas, aumento da capacidade ociosa e queda do nível de investimento.

Deflação Queda no preço dos produtos e serviços num período.
A deflação está associada a períodos de estagnação econômica.

Dívida pública É quanto o governo deve para entidades e para a soci-

idade. O governo toma dinheiro emprestado para financiar parte dos seus gastos que não são cobertos com a arrecadação de impostos, ou para a gestão financeira ou para alcançar e controlar o nível de atividade, o crédito ou o consumo ou para captar dólares no exterior.

Economia Sistema total da atividade econômica em certo país ou área, abrangendo toda produção, mão de obra, o comércio e o consumo que ali ocorrem.

Empréstimos Quantia de dinheiro cedida (à pessoa física ou jurídica), mediante o compromisso de devolução com pagamento de juros.

Hiperinflação Índice de inflação muito alto.

Índice Valor numérico que indica a variação de uma grandeza (preços, aluguéis, salários etc.) entre um período tomado como base e um período determinado: *índice de preços ao consumidor*.

Índice de Preços ao Consumidor (IPC) Coletado entre os dias 1 e 30 de cada mês, exclusivamente nas cidades de São Paulo e Rio de Janeiro para pessoas que recebam entre 1 e 33 salários mínimos. Apurado pelo IBGE.

Índice Geral de Preços (IGP) Captado entre os dias 1 e 30 de cada mês, para a faixa de 1 a 33 salários mínimos, em 11 capitais brasileiras. Em

São Paulo e Rio de Janeiro são coletados apenas os preços ao consumidor. Nas demais capitais, só preços no atacado e da construção civil. Usado para atualização de contratos em geral. São calculados pela FGV.

Índice Geral de Preços(IGP-10) Captados entre o dia 11 do mês anterior e o dia 10 do mês de referência, é dirigido exclusivamente destinado as instituições financeiras. São calculados pela FGV.

Índice Geral de Preços - disponibilidade interna(IGP-DI) Caracteriza-se como o mais tradicional. Começou a ser divulgado 1947, retroagindo sua série histórica a 1944. Esse índice é uma média ponderada de três outros índices: o Índice de Preços por Atacado(IPA), que representa 60% do IGP-DI; o Índice Nacional de Construção Civil(INCC), que tem o peso de 10% e o Índice de Preços ao Consumidor(IPC), que representa 30% restantes. É determinado por uma pesquisa com 388 produtos e calculado entre os dias 1 e 30 de cada mês. São calculados pela FGV.

Índice Geral de Preços do Mercado(IGP-M) (uma variante do IGP-DI). Importante referencial de variação de preços do país, ao lado do IPC-Fipe. É apurado entre os dias 21 do mês anterior e 20 do mês de referência, sendo previstas duas ou três prévias mensais. Foi projetado para atender às expectativas do mercado financeiro, inseguro, na época diante das sucessivas mudanças na economia. São calculados pela FGV.

Índice de Preços no Atacado do IGP-DI(IPA) Apurado entre os

dias 1 e 30 de cada mês e reflete a variação de preços 431 produtos usados nas indústrias de todo o país. Apurado pelo IBGE.

Índice Nacional de Preços ao Consumidor(INPC) Apurados entre os dias 1 e 30 de cada mês, em 11 capitais brasileiras, mede a variação do custo de vida para pessoas que recebem de 1 a 8 salários mínimos. É usado para corrigir contratos em geral. Apurado pelo IBGE.

Índice de Preços ao Consumidor Amplo(IPCA) Apurados entre os dias 1 e 30 de cada mês, em 11 capitais brasileiras, mede a inflação para faixa de 1 a 40 salários mínimos. É bastante usado para reajuste de aluguéis. Apurado pelo IBGE.

Índice de Preços ao Consumidor Amplo - Série Especial (IPCA-E) Apurados entre os dias 16 do mês anterior e 15 do mês de referência, em 11 capitais brasileiras. Mede a variação da inflação para pessoas que recebem entre 1 e 40 salários mínimos. A diferença em relação ao anterior é que o IPCA - E corrige a Unidade Fiscal de Referência(Ufir), usada para atualização de impostos federais. O IBGE divulga o IPCA - E trimestralmente. Sua abrangência geográfica alcança: Regiões Metropolitanas do Rio de Janeiro, Porto Alegre, Belo Horizonte, Recife, São Paulo, Belém, Fortaleza, Salvador, Curitiba, além de Brasília e o Município de Goiânia. Foi criado em 1991 com o objetivo de restaurar a Ufir. Foi utilizado para cálculo do URV(Unidade Real de Valores), na implantação do Plano Real. Apurado pelo IBGE.

IPC/Fipe Este índice, ao lado do IGP-M, é bastante utilizado para atualização de contratos. É apurado exclusivamente no município de São Paulo, entre os dias 1 e 30 de cada mês, sendo divulgado três prévias pessoais quadrissemanais. Ele reflete a variação de preços para um universo de pessoas que recebem entre 2 e 6 salários mínimos. O governo paulista usa o IPC-Fipe para corrigir a Ufesp (Unidade Fiscal do Estado de São Paulo) e UFM (Unidade Fiscal do Município), indexadores básicos para contratos com os governos Estadual e Municipal. Apurado pelo IBGE.

Índice Nacional de Preços da Construção Civil (INCC) Indicador de Variação de Preços usado pelo setor de construção civil para correção de valores de matérias-primas e contratos. É apurado entre os dias 1 e 30 de cada mês pela USP.

Inflação Situação em que preços de bens e serviços numa economia mantêm tendência de alta.

Investimento Injeção de capital a fim de aumentar a produção futura, como uma nova máquina ou treinamento da força de trabalho.

Macroeconomia Estudo da economia como um todo, com a análise de fatores que atingem, como taxa de juros, inflação, crescimento e desemprego.

Microeconomia Estudo do comportamento econômico de indivíduos e

empresas.

Montante É a soma do capital emprestado mais o juros.

Oferta Quantidade de um produto disponível para compra.

Política Fiscal Diretrizes do governo sobre impostos e gastos.

Política Monetária Diretrizes do governo que visam mudar a oferta de moeda ou as taxas de juros, a fim de estimular ou refrear a economia.

Preço Quanto se paga em dinheiro ou bens a um vendedor em troca de bens ou serviços.

Prestações Parcelas de pagamento de uma compra feita a prazo.

Produto Interno Bruto(PIB) Medida da renda nacional em um ano. O PIB é calculado pela soma da produção total anual do país e costuma ser usado para medir sua atividade econômica e sua riqueza.

Produto Nacional Bruto (PNB) Valor total dos bens e serviços produzidos em um ano por empresas nacionais, operem elas no país ou no exterior.

Recessão Período em que cai a produção total da economia.

Taxa de câmbio Relação de troca de uma moeda por outra. A taxa de câmbio é o preço de uma moeda em relação ao das outras.

Taxa de juro Preço do empréstimo de dinheiro. A taxa de juro de um empréstimo costuma ser um percentual da quantia anual que deve ser devolvida somada ao valor emprestado.

Valor Nominal Valor monetário de algo, expresso na moeda do dia.

Os preços ou salários nominais mudam conforme a inflação e, portanto, não podem ser comparadas em períodos diferentes (um salário de R\$ 50 não compraria o mesmo em 1980 e 2000).

Valor Real Valor de algo medido segundo a quantidade de bens ou serviços que se pode comprar.

Vencimento Ordenado, rendimento, proventos de um cargo, de um emprego; salário.