INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – PROFMAT

A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO BÁSICO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Alex Fabiano Metello Silva

Rio de Janeiro, RJ
2015

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO BÁSICO

Alex Fabiano Metello Silva

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no IMPA como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Professor Eduardo Wagner

Rio de Janeiro
2015

AGRADECIMENTOS

Ao meu Deus pela vida, saúde e proteção.

A minha mãe e a meu pai pelo apoio mesmo que a distância.

A minha querida esposa pela paciência e amor incansável.

Aos meus filhos Daniel e Pedro pela compreensão nos momentos em que papai não podia brincar com eles.

Ao meu amigo e colega de profissão Rodrigo Fraga pelas idéias e sugestões.

Ao meu orientador Prof. M.e Eduardo Wagner pela orientação, e sugestões.

Ao IMPA pela excelência acadêmica, estrutura impecável e a todos os funcionários da secretaria, destacando a Ana Cristina.

Ao MEC e Capes pela oportunidade e pela bolsa financeira que foi fundamental

Aos professores do PROFMAT, prof. Dr. Paulo Cezar de Carvalho, Prof. Dr. Marcelo Vianna , Prof. Dr. Carlos Gustavo Tamm mais conhecido como “Gugu”, Prof. Dr. Moacyr Alvim Horta, Prof. Me. Carlos Nehab e Profa. Dra. Asla Medeiros e Sá bem como aos professores que atuaram como monitores.

EPÍGRAFE

No princípio criou Deus os céus e a terra....

...e foi tarde e a manhã, o dia primeiro.

(Gênesis 1:1-5)

Ele determina o número de estrelas e chama cada uma pelo nome.
(Salmos 147:4)

A matemática é o alfabeto com o qual DEUS escreveu o universo

(Pitágoras)

"Dinheiro é número, e números nunca acabam. Portanto, se você busca dinheiro para ser feliz, sua busca pela felicidade nunca acabará."

(Bob Marley)

RESUMO

A matemática financeira está presente na vida de todo cidadão brasileiro, mesmo que seja uma criança. Somos bombardeados com informações sobre juros, taxas e índices. Muitas vezes temos que tomar decisões financeiras que podem ter um grande impacto sobre a nossa vida e das pessoas que nos cercam. No entanto na prática percebemos que as pessoas especialmente os jovens, mesmo os concluintes da educação básica não conseguem decidir racionalmente se é mais vantajoso realizar uma compra à vista ou à prazo. A maioria da população brasileira desconhece o valor dos impostos que são cobrados em todos os produtos que compramos ou serviços que nos prestam ou prestamos. A educação financeira pode contribuir para a formação de cidadãos capazes de exercer sua cidadania, exigir que seu direito como cidadão e consumidor sejam respeitados, não esquecendo dos seus deveres. Este trabalho visa levantar a discussão sobre a necessidade emergencial de se introduzir a matemática financeira(ou educação financeira) no ensino básico logo nas séries inicias do fundamental. Com essa finalidade procuramos mostrar como as leis e as diretrizes sempre apontarem nessa direção. O trabalho também fornece uma revisão sobre os principais conceitos da matemática financeira utilizando as novas tecnologias como a calculadora financeira HP-12c e a planilha eletrônica Excel. Por fim damos sugestões aos professores de atividades que podem auxiliar na preparação das aulas.

Palavra-chave: Educação financeira; matemática financeira; calculadora HP-12c

ABSTRACT

The financial mathematics is present in the life of every Brazilian citizen, even a child. We are bombarded with information about interest rates and indices. We often have to make financial decisions that can have a big impact on our lives and those around us. However in practice we see that people especially young people, even graduates of basic education can not decide rationally whether it is more advantageous to make a purchase on approval or after term. Most of the population is unaware of the amount of taxes that are levied on all products we buy or services they provide in or provide. Financial education can contribute to the formation of citizens able to exercise their citizenship, require that their right as citizens and consumers are complied with, not forgetting their duties. This work aims to raise the discussion on the urgent need to introduce financial mathematics (or financial education) in primary school logo in the initial grades of primary. To this end we try to show how laws and guidelines always pointing in that direction. The paper also provides an overview of the key concepts of financial mathematics using new technologies like the HP-12C financial calculator and Excel spreadsheet. Finally we give suggestions to the activities of teachers who can assist in preparing the lessons.

Keyword: Financial education; financial math; HP-12C calculator

SUMÁRIO

1 – Introdução

1.1 – Considerações iniciais

O nosso país atravessa um momento de forte instabilidade econômica, politica e social. A inflação com seus índices crescentes e economia brasileira num ritmo lento. O número crescente de brasileiros endividados. O tema desse trabalho não poderia ser mais atual e ter vindo numa hora tão propícia. A imprensa nos entope com informações sobre economia, taxas percentuais e criação de novos impostos. As cotações das ações das empresas brasileiras principalmente da Petrobrás tomam lugar de destaque.

No dia 10 de novembro desse ano, durante a fase final desse trabalho assisti uma reportagem no Jornal das dezenove horas da Rede Bandeirantes. A reportagem mencionava o fato de que a maioria dos brasileiros com mais de 25 anos não conseguem resolver problemas simples de matemática mesmo envolvendo dinheiro. Isto só vem confirmar a atualidade e emergência de se discutir sobre educação financeira no país.

Nesse momento percebo quão grande é a necessidade dos nossos alunos de entender os assuntos relacionados com a matemática financeira. A importância de tais conhecimentos exerce nesse momento um papel fundamental na formação de um cidadão critico e consciente.

A lei de diretrizes e bases da Educação, lei 9394/96 no seu artigo 2º nos aponta que uma educação transformadora

> Almeja criar ambientes que possam preparar e educar cidadãos críticos, atuantes e livres, que liberem energia em atividades em grupo; no pensar e no fazer modernos, que sejam questionadores, que participem de uma educação mais humana e fraterna com o emotivo e o artístico presente; enfim, que os futuros cidadãos sejam atuantes e reflexivos em nossa sociedade (p. 15).

O motivo de ter escolhido este tema foi perceber que no ensino básico a matemática financeira tem sido colocada em segundo plano. A formação de um cidadão crítico, atuante começa pelo desenvolvimento de sua capacidade de lidar com seu dinheiro. Ser capaz de tomar decisões sobre o que comprar, como comprar, quando comprar; onde, quando e quanto investir; avaliar racionalmente sobre a necessidade de fazer ou não um empréstimo, são decisões cruciais na construção dos bens de uma pessoa. A matemática exerce um papel muito importante na construção e no pleno acesso à cidadania. A educação financeira adequadamente ensinada tem um grande poder formador.

A sociedade na qual vivemos é cada vez mais dependente e baseada nos avanços tecnológicos, sobretudo na informática e no acesso à informação. Nesse momento a matemática torna-se cada vez mais imprescindível a realização das tarefas das mais simples até às mais complexas, desde leitura de um simples jornal até construção de um edifício.

Tornar a matemática que é ensinada nas salas de aula em algo que possa ser percebido presente na sua vida é um dos maiores desafios impostos aos professores. A mera repetição mecânica de exercícios ou memorização excessiva de fórmulas fora de um contexto real tem criado uma barreira entre os alunos e uma aprendizagem significativa. Para que um estudante tenha sucesso em aprender matemática, tais conceitos devem fazer sentido para ele.

Dentre muitos campos da matemática escolhemos a matemática financeira por achar que ela pode contribuir diretamente na formação da cidadania. Isto porque seus conceitos e aplicações são diretamente ligadas à vida dos alunos e à realidade por tratar do dinheiro. Com isso percebo que a educação financeira tem intrinsicamente as condições de dar um sentido prático ao ensino. Afinal, ouvimos falar de dinheiro desde o momento em que nascemos até quando morremos.

Este trabalho é destinado a todos os docentes que como eu, consideram que a educação tem o poder de transformar a sociedade. Dentre muitas das suas finalidades destacam-se a preparação do educando para o exercício de uma profissão mas sobretudo a formação de um cidadão consciente, crítico e ativo na construção de uma sociedade mais justa e igualitária. A matemática tem uma importante contribuição a dar nesse sentido. Podemos sem exagerar afirmar que os números governam o mundo.

Ao redor do mundo pessoas são contratadas ou demitidas de uma empresa por que alguém interpretou um gráfico, uma tabela, um conjunto de números. Milhares de decisões sobre saúde, investimentos, emprego e política são baseadas nos números e gráficos. O resultado da bolsa de valores interfere diretamente na vida das pessoas, no valor que vão pagar para ir ao cinema, até quanto irão receber de salário no fim do mês.

Os valores encontrados num simples exame de sangue são determinantes sobre o tipo de diagnóstico de uma doença e o tratamento mais adequado. Enfim não nos faltariam exemplos para sustentar a afirmação anterior.

Nesse contexto surge a matemática financeira. Este é um assunto que faz parte do cotidiano das pessoas. Não importando de que pessoas estejamos falando no momento. Um engenheiro, um médico, um economista, um governante, pedreiro, ou uma dona de casa, um comerciante, todos precisam tomar decisões que envolvem algum aspecto financeiro quase que diariamente. Porém a escola tem preparado pessoas capazes de tomar decisões na área financeira? Decisões que deveriam ser simples, mas que demonstram a falta de preparo dos nossos alunos. Daí podemos perguntar? Como temos ensinado a matemática financeira? Aliás, temos ensinado? Se a resposta for sim, o conteúdo tem sido desenvolvido da maneira que o aluno perceba sua importância na sua vida? Ou nossos alunos apenas tem aprendido a memorizar fórmulas e resolver problemas que não refletem a vida real? Temos levado em conta o cotidiano do educando na preparação de nossas aulas? Ela tem alcançado seus objetivos de formar cidadãos críticos? Neste trabalho pretendo discutir tais assuntos bem como contribuir com a formação do docente nessa área.

A formação do professor no Brasil tem sido alvo de inúmeras pesquisas e numerosos trabalhos que apontam principalmente para formação incompleta ou inadequada para a função de lecionar matemática. Esta situação fica pior quando nos referimos a matemática financeira.

No currículo programático das principais universidades publicas e particulares do Estado do Rio de Janeiro a disciplina matemática financeira não é disciplina obrigatória. Na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) o aluno pode cursá-la como eletiva, mas na Universidade Federal Fluminense (UFF) nem isso. Tal fato se verifica também nos programas oficiais da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC- RJ) disponível em suas respectivas páginas na internet.

1.2 – Metodologia da pesquisa

A metodologia utilizada para realizar este trabalho foi a pesquisa bibliográfica na qual exploramos livros, periódicos, teses e monografias sobre matemática financeira , educação financeira e o uso de novas tecnologia aplicadas a área. A pesquisa se estendeu e também contou com a exploração de conteúdos encontrados em diversos sítios da internet. A consulta aos Parâmetros Curriculares Nacionais e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação completaram a busca por referencias.

A pesquisa bibliográfica tem a seu favor o fato de podermos ter acesso a várias fontes e pontos de vistas diferentes em curto espaço de tempo, podendo assim compará-los e extrair o melhor de cada contribuição.

1.3 – Objetivos

- Este trabalho tem a intenção de conscientizar os educadores sobre a importância do ensino da matemática financeira de forma contextualizada e atrelada a realidade e cotidiano das pessoas, desde o ensino fundamental.
- Apresentar atividades pedagógicas que sirvam para dar um sentido real e prático ao aprendizado propiciando a formação de cidadãos críticos, consumidores conscientes, profissionais mais responsáveis.
- Sugerir atividades e exemplos que possam auxiliar e enriquecer a prática pedagógica dos professores.
- Este trabalho também pode servir como texto de apoio a um curso de matemática financeira básica para educadores.
- Incentivar a inserção das novas tecnologias como as planilhas eletrônicas e calculadoras no ensino de matemática financeira.

1.4 – O Trabalho

O primeiro capítulo é a introdução do trabalho onde mostramos os motivos que nos levaram a escolher o tema. No segundo capítulo tratamos da educação financeira ressaltando os Parâmetros Curriculares Nacionais (P.C.N.) e Lei de diretrizes e Bases (L.D.B.) que apontam para um ensino crítico e contextualizado, fazendo uso da realidade do aluno e das novas tecnologias. O capítulo três os conceitos básicos e a simbologia usada no trabalho são mostrados. Nos capítulos quatro até oito tratamos de fundamentos de matemática financeira que todo professor da área deve conhecer, tais como juros simples e compostos, séries uniformes e taxas de juros.

No capítulo nove selecionamos e desenvolvemos algumas atividades que servem como exemplos para as aulas de educação financeira critica e fazendo uso do cotidiano dos alunos. onde mostramos as diretrizes e leis que procuramos mostrar as diretrizes curriculares e as leis que norteiam e estabelecem as bases do ensino, enfocando o ensino de matemática financeira.

No apêndice um deste trabalho esta uma pequena apostila sobre como utilizar os principais comandos e funções da calculadora HP-12c utilizado durante o texto para resolver alguns exercícios e exemplos. No apêndice dois damos uma breve noção inicias da planilha eletrônica Excel e indicamos alguns cursos online e apostilas disponíveis na internet.

2 – Educação Financeira no ensino básico : A formação do cidadão crítico

2.1 – A Matemática Moderna

Desde meados dos anos vinte (1920-1930) percebeu-se a necessidade de uma reorientação curricular no ensino da matemática procurando torna-la mais acessível para a sociedade em geral com vista nas mudanças sociais em cursos. Tais tentativas não tiveram força para mudar na prática o ensino de matemática no Brasil e no mundo. Nas décadas de 60/70 o ensino da matemática no Brasil assim como entre outras partes do mundo, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna.

A matemática moderna porém visava uma maior aproximação entre a matemática e a ciência, visando uma formação técnica para atender a demanda de mercado em larga expansão. Houve uma crescente adequação do ensino da matemática dando muita ênfase a linguagem dos conjuntos e álgebra distanciando-se das séries iniciais, por ficar muito formal. Ocorreu uma exagerada preocupação pelo formalismo e um distanciamento da vida prática. No Brasil a Matemática Moderna foi muito difundido pelos livros didáticos, no qual os excessos de simbologias e formalismo mostravam-se inadequados para as séries inicias e ensino fundamental.

Em 1980 o National Council of Theachers of Mathematics, NCTM, apresentou recomendações para o ensino de matemática no documento chamado "Agenda para Ação". Nele a resolução de problemas era o foco do ensino , levando também em consideração aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, didáticos dando novos rumos as discussões curriculares.

Em 1990 , o Brasil participou da Conferencia Mundial de Educação para Todos na Tailândia, na qual foram discutidos os rumos da educação no mundo. A partir da conferencia a sociedade brasileira percebe a necessidade de definir novas diretrizes para educação no Brasil acompanhando o mundo. Dessas discussões envolvendo muitos pesquisadores e especialistas envolvidos no ensino surgem os PCN, parâmetros curriculares nacionais e a LDB, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira.

2.2 – A LDB e os PCN : Os alicerces da novo ensino básico.

A formulação da LDB de 1996 pode ser visto como um divisor de águas, por definir qual os objetivos da educação básica. O artigo 1.º no 2.º parágrafo da Lei de diretrizes e bases declara:

“A educação escolar deve vincular-se ao mundo do trabalho e a prática social.”

O artigo 2.º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LBD Nº 9394/96, evidencia que uma nova educação:

> “Almeja criar ambientes que possam preparar e educar cidadãos críticos, atuantes e livres, que liberem energia em atividades em grupo; no pensar e no fazer modernos, que sejam questionadores, que participem de uma educação mais humana e fraterna com o emotivo e o artístico presente; enfim, que os futuros cidadãos sejam atuantes e reflexivos em nossa sociedade”. (p. 15)

Tendo como base a LDB foram formulados a partir da “Conferencia Mundial de Educação para todos” realizado na Tailândia em 1990 os PCNs, parâmetros curriculares nacionais.

Os PCN são diretrizes que apontam o caminho a ser percorrido pelo ensino no Brasil. Segundo o MEC (1998 p.14), além de propor os conteúdos, a LDB quer levar os educadores a reflexão sobre sua prática pedagógica, sobre o planejamento das suas aulas, a analise e seleção de materiais didáticos e de recursos tecnológicos que propiciem um melhor aproveitamento da disciplina em questão visando a formação de um cidadão crítico e preparado para o mercado de trabalho. Bastava adequá-los a realidade de cada região, respeitando as especificidades de cada região do Brasil.

Conforme Reis (2013 p.18), “Independente da localização e da condição sócio-econômica , a intenção dos PCNs é fornecer aos estudantes brasileiros meios de progredir no trabalho e para ter acesso igualitário ao conhecimento. Além disso, visam promover a autonomia da escola, a participação da comunidade na gestão escolar visando a descentralização das ações.”

Os PCNs foram divulgados a partir de 1995, gerando polêmica, pois alguns setores da sociedade temiam o engessamento da escola e o controle por parte do MEC dos professores em sua prática de sala de aula.

O documento final continha dez volumes divididos em Ensino Fundamental I (1ºaté o 5º ano); Ensino fundamental II (6º ao 9º ano) e Ensino Médio e temas transversais, além de justificativas. Algumas possibilidades de utilização são:

• rever objetivos, conteúdos, formas de encaminhamento das atividades, expectativas
de aprendizagem e maneiras de avaliar;

• refletir sobre a prática pedagógica, tendo em vista uma coerência com os objetivos propostos;

• preparar um planejamento que possa de fato orientar o trabalho em sala de aula;

• discutir com a equipe de trabalho as razões que levam os alunos a terem maior ou menor participação nas atividades escolares;

• identificar, produzir ou solicitar novos materiais que possibilitem contextos mais significativos de aprendizagem;

• subsidiar as discussões de temas educacionais com os pais e responsáveis.

Essas idéias vem sido discutidas e aparecem nas propostas curriculares por diversas secretarias se educação pelo Brasil. Apesar de relatos de experiências produtivas, que comprovam sua utilidade, percebe-se que ainda existem locais que insistem com a inserção da linguagem da teoria dos conjuntos nas séries iniciais, o predomínio da álgebra nos anos finais e a pouca aplicação prática no ensino fundamental .

Lemos no texto introdutório dos PCNs ensino fundamental (1998 p.21) que :

> *"Por outro lado, as propostas curriculares mais recentes são ainda bastante desconhecidas de parte considerável dos professores, que, por sua vez, não têm uma clara visão dos problemas que motivaram as reformas. O que se observa é que idéias ricas e inovadoras, veiculadas por essas propostas, não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente, ou ainda recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis."*

Para o Ensino Médio, segundo BRASIL (2000) a divisão dos PCN está proposta da seguinte forma: linguagens, códigos e suas tecnologias (que abrange língua portuguesa, língua estrangeira moderna, educação física, arte e informática), ciências da natureza, matemática e suas tecnologias (biologia, física, química, matemática) e ciências humanas e suas tecnologias (história, geografia, sociologia, antropologia, filosofia e política).

O novo Ensino Médio, segundo fomenta a lei, assume a responsabilidade de completar a educação básica. Seja o médio com formação geral, preparatório para o ensino superior ou profissionalizante, significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para a aprendizagem contínua e orientar para o prosseguimento dos estudos ou mesmo para o mundo do trabalho.

Deste modo, segundo BRASIL (2000) estar formado para a vida significa:

• Aprender a aprender ou seja, saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;

• Resolver problemas de diferentes naturezas;

• Ser ativo na sociedade, comunidade a qual se insere, de forma prática e solidária;

• ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e, adquirir a capacidade de aprender continuamente.

Os PCNs, parâmetros curriculares nacionais vem reforçar essa ideia, pois orienta que:

> *"O ensino da matemática deve ser desenvolvido de tal maneira que permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo*

> *a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem."*

Para atingir essas metas de excelência na educação é preciso investir pesado na formação dos professores. Fazer profundas modificações nos cursos de licenciatura, que atualmente não formam profissionais preparados para atuar conforme os PCNs orientam. Dar condições adequadas de trabalho e estudo continuo. Da mesma forma criar melhores condições de trabalho, com salas com menos alunos, laboratórios de informática com acesso a internet banda larga, para que os alunos aprendam a resolver problemas, a se envolver nos problemas da suas comunidade, a lidar com questões reais e ter prazer de estudar por entender que faz parte importante da sua vida real.

A formação do professor no Brasil tem sido alvo de inúmeras pesquisas e numerosos trabalhos que apontam principalmente para formação incompleta ou inadequada para a função de lecionar matemática. Esta situação fica pior quando nos referimos a matemática financeira.

No currículo programático das principais universidades publicas e particulares do Estado do Rio de Janeiro a disciplina matemática financeira não é disciplina obrigatória. Na UERJ o aluno pode cursa-la como eletiva, mas na UFF nem isso. Esta análise foi feita baseada nos atuais fluxogramas da UERJ, UFF, UFRJ e PUC- RJ disponível em suas respectivas páginas na internet.

Por isso esse tema nos despertou interesse e esperamos contribuir para enriquecer um pouco a formação do professor.

2.3 – A matemática financeira e os PCNs

A matemática financeira é brevemente abordada nos PCNs. No tema 1 : Algebra, números e funções, aponta que o caminho é atrelar o ensino de matemática financeira ao cotidiano dos alunos:

> *"O primeiro tema ou eixo estruturador, Álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral." (BRASIL, 2000, PCN+, p. 120).*

Em versões mais recentes dos PCNs , na área de Números e Operações

> *[...] proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do quotidiano,tais como:[...] operar com frações, em especial com porcentagens;[...] Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições*

previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários. (BRASIL, 2006, PCN, p. 71).

Os PCNs sugerem que o ensino de funções tenha como aplicação matemática financeira dentre outras

> *Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, Ph de substâncias e outras. (BRASIL, 2000, PCN+,p.121).*

Os parâmetros curriculares dos terceiro e quartos ciclos apontam a questão da seguinte maneira:

> *[...] com a criação permanente de novas necessidades transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo. O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida. É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria. É preciso mostrar que o objeto de consumo, seja um tênis ou uma roupa de marca, um produto alimentício ou aparelho eletrônico etc, é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. Quando se consegue comparar o custo da produção de cada um desses produtos com o preço de mercado é possível compreender que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho. Aspectos ligados aos direitos do consumidor também necessitam da Matemática para serem mais bem compreendidos. Por exemplo, para analisar a composição e a qualidade dos produtos e avaliar seu impacto sobre a saúde e o meio ambiente, ou para analisar a razão entre menor preço/maior quantidade. Nesse caso, situações de oferta como: compre 3 e pague 2, nem sempre são vantajosas, pois geralmente são feitas para produtos que não estão com muita saída – portanto, não há, muitas vezes, necessidade de aplica-los em grande quantidade – ou que estão com os prazos de validade próximos do vencimento. Habituar-se a analisar essas situações é fundamental para que os alunos possam reconhecer e criar formas de proteção contra a*

propaganda enganosa e contra os estratagemas de marketing que são submetidas os potenciais consumidores. (PCNs, 1998. p.35)

2.4 – Combatendo o analfabetismo financeiro

O consumismo é a mola propulsora do capitalismo: A sociedade de consumo. Até aí tudo bem. O problema é quando vemos famílias se afundando em dívidas, que crescem como bola de neve descendo a ladeira; jovens sendo ensinados que uma pessoa vale pelo que ela pode comprar e não pelo que ela é: "A crise do ser e do ter" de Caio Fábio D'araujo Filho nos evidenciava isso (Filho, 1994) . As pessoas são mais valorizadas pelo que tem do que pelo que são. Temos um problema pois isso constitui uma inversão de valores, ou seja um problema ético.

Contemporaneamente ao consumismo institucionalizado temos o analfabetismo financeiro que combinam como uma "mão na luva". O "analfabetismo financeiro" segundo Flavio Roberto Faciolla Theodoro (Theodoro, 2008), é uma variante do analfabetismo funcional , caracterizado pela falta de capacidade de tomar decisões financeiras de forma racional. O "analfabeto financeiro" não consegue decidir racionalmente (Morgado, 2002) sobre uma compra à vista ou uma parcelada; não sabe avaliar promoções e por isso se torna um cidadão despreparado e propício a adquirir dívidas e prestações.

O percentual de famílias endividadas subiu em abril pelo terceiro mês seguido, segundo o Conselho Nacional de Comércio (CNC). No mês o total de famílias endividadas chegou a 61,6% , ou seja, seis em cada dez famílias tem algum tipo de dívida entre cheque pré-datado, cartão de crédito, cheque especial, carnê de loja, empréstimo pessoal, prestação de carro e seguros. O cartão de crédito é o vilão por se tratar da principal dívida para 75% das famílias.

Com a conquista da estabilidade econômica a alguns anos ocorreu uma despreocupação das famílias com as taxas de juros

"[...] 75% dos brasileiros das classes C, D e E não se preocupam com ovalor dos juros. Uma pesquisa feita em seis capitais comprova que o consumidor de baixa renda não se preocupa se a prestação vai caber no bolso. Na média, as taxas para pessoa física estão em 7,28% ao mês, as mais baixas em 12 anos. Mesmo assim, o consumidor brasileiro ainda paga os juros mais altos do mundo[...] Rosana ainda não aprendeu a fazer essas contas. Por isso faz malabarismo para pagar o que deve. "Numa quinzena eu pago uma, na outra quinzena eu pago a outra. E sempre tem um atrasado ", diz".(Jornal Hoje, 25/08/2007).

Essa pesquisa de 2007 mostra que o problema não é novo e tende a se agravar com a atual crise financeira. Nesse contexto entra a educação financeira no ensino básico. A educação financeira pode e deve ser ensinada o mais cedo possível as crianças.

Alguns projetos para a inserção da Educação Financeira nos currículos escolares foram sugeridos em 2007 como ,por exemplo, o Projeto de Lei 306/07, do Deputado Federal João Rodovalho (DEM-DF), e o projeto de lei estadual número 834/2007, do Deputado Estadual André Soares (DEM-SP). Um projeto piloto para implantação da educação financeira foi testado em Tocantins em 2010/2013 com cerca de 891 escolas de ensino médio. Espera-se atingir 2962 escolas até o fim de 2015. Na nossa visão tal projeto poderia ser ampliado para as escolas de ensino fundamental.

Mas o que ensinar? Quais as metas e competências desejadas num ensino de educação financeira. O Ministério da Educação aponta como objetivos e competências a serem desenvolvidas na educação financeira no Brasil:

	Objetivos		**Competências**
OB1	Formar para cidadania	**CO1**	Debater direitos e deveres
OB2	Ensinar a consumir e a poupar de modo ético, consciente e responsável	**CO2** **CO3**	Tomar decisões financeiras social e ambientalmente responsáveis Harmonizar desejos e necessidades no planejamento financeiro da vida
OB3	Oferecer conceitos e ferramentas para tomada de decisão autônoma baseada em mudança de atitude	**CO4** **CO5** **CO6**	Ler e interpretar textos específicos de educação financeira Ler criticamente textos publicitários Tomar decisões financeiras autonomas de acordo com suas reais necessidades
OB4	Formar multiplicadores	**CO7**	Atuar como multiplicador
OB5	Ensinar a planejar em curto, médio e longo prazo	**CO8**	Elaborar planejamento financeiro
OB6	Desenvolver a cultura da prevenção	**CO9**	Analisar alternativas de prevenção a longo prazo
OB7	Proporcionar a possibilidade de mudança da condição atual	**CO10**	Analisar alternativas para superar dificuldades econômicas.

(Fonte: Ministério da Educação em 03/11/2015)

Educação Financeira na Escola

(Carlos Von Sohsten)

Decidir falar sobre dinheiro para crianças e adolescentes em sala de aula não é uma das decisões mais fáceis para uma escola tomar. A influência do meio familiar, as experiências de vida, a classe social, a religião, entre outros fatores, são determinantes no processo de formação desses indivíduos. Bem como, na constituição de seus conceitos, ou preconceitos, valores, idéias, crenças e atitudes. E, tudo isso junto pode se transformar em um caldo bastante indigesto para um professor ou para uma estrutura pedagógica despreparados.

Todavia, omitir-se diante da necessidade de transmitir um ensinamento tão importante é prestar um desserviço para o educando, para a família e para toda a sociedade.

Infelizmente, ainda há educadores que resistem. Preferem adotar a linha do "isso não é comigo" e manter um esquema educacional decadente, que privilegia conteúdos distantes da realidade, focados exclusivamente na necessidade da aprovação na prova do vestibular. Quem decorar mais entra na universidade. E não, quem está mais preparado para o exercício de uma profissão.

Sei que o tema da Educação Financeira é recheado de tabus, de cargas emocionais, de conteúdos culturais e religiosos. Falar de ganhar dinheiro, das diferenças entre ricos e pobres e de caridade, ainda deixa muita gente de cabelo em pé. Como se esses assuntos não estivessem estampados na face da nossa sociedade.

Ligue a televisão, acesse um site na internet, entre no game do seu filho, e lá estará o assunto sendo abordado. Nem sempre de maneira apropriada. Não seria melhor, então, contextualizá-lo, aplicá-lo, eliminar distorções, e transmiti-lo com cuidados e atenção em sala de aula? Aprender sobre os aspectos básicos do uso e controle do dinheiro pode ser uma das coisas mais importantes para o futuro de uma criança.

"Dinheiro não é tudo na vida." Não pode ser encarado como o objetivo final. A riqueza é uma idéia muito mais ampla. Reforçar alguns princípios é necessário:

a) Dinheiro não compra felicidade. Nem saúde. Nem amor. As coisas mais valiosas da vida não são conquistadas através do dinheiro.

b) Ser "rico" não é apenas "ter" dinheiro ou outras coisas materiais. Há pessoas que são "ricas" de família, de amigos, de valores nobres, de consciência limpa, de caráter, de alegria.

c) Aprender a lidar com dinheiro não significa acumular dinheiro; ficar milionário ou coisa do tipo.

d) Quando mal utilizado o dinheiro pode ser fonte de problemas e infelicidade.

e) Ter controle do dinheiro independe de ter muito ou pouco recursos financeiros. Educação financeira é uma questão de qualidade de vida.

f) Aprender mais sobre economia doméstica implica em aprender a dar valor ao que se tem.
Desenvolver disciplina financeira, controlar os gastos e evitar dívidas. Fazer um orçamento e gastar somente o que se ganha. Ser econômico e poupador.

g) Quem cuida bem das finanças pessoais também está cuidando do planeta.

h) Entender esse assunto é respeitar o próximo e compreender o significado das diferenças –
podendo agir para mudar o que não está bom para todos.

i) Jovens que desenvolvem consciência financeira pensam no futuro, planejam, tornam-se mais responsáveis, olham para o longo prazo de suas vidas. Fogem do consumismo, não valorizam o que é fútil, ficam longe de atividades que possam comprometer seus objetivos e futuro.

Isso é Educação Financeira na escola: contribuir para que o conhecimento ofereça aos estudantes uma visão realista do mundo, ampliando as possibilidades e chances de auto-realização. Autonomia e equilíbrio. Liberdade de escolhas. Solidariedade. Felicidade.

A escola que assumir essa responsabilidade receberá o reconhecimento de muitas gerações. E, terá colaborado efetivamente para uma sociedade mais justa e desenvolvida.

22 de julho de 2008

<Fonte: http://www.carlosvonsohsten.com/artigos/index.php?link=Ver&id=206>

2.5 – Os Quatro pontos principais quando o assunto são finanças

A especialista em educação financeira, professora Cássia D'Aquino, uma referência quase obrigatória quando o assunto é educação financeira nos indica os quatro pontos principais da educação financeira.

"A Educação Financeira não deve ser confundida com o ensino de técnicas ou macetes de bem administrar dinheiro. Tampouco deve funcionar como um manual de regrinhas moralistas fáceis – longe disso, aliás. O objetivo da Educação Financeira deve ser o de criar uma mentalidade adequada e saudável em relação ao dinheiro. Educação Financeira exige uma perspectiva de longo prazo, muito treino e persistência. Em linhas gerais, uma Educação Financeira apropriada deve abarcar 4 pontos:"

Nesse momento D'Aquino nos mostra os quatro pontos que segundo ela são os alicerces da educação financeira

“Como ganhar dinheiro

O grande desafio da educação não é educar para hoje, mas educar para que os resultados possam florescer em 15, 20, 30 anos. Nos dias atuais, em que ocorrem transformações tão abruptas e complexas, é preciso um grande esforço para educar as crianças não para este mercado de trabalho, tal como conhecemos e fomos educados para ele, mas para um mercado que mal podemos imaginar como será. Desenvolver o espírito empreendedor e estimular modos inovadores de raciocínio, por exemplo, são ferramentas essenciais à preparação de nossas crianças e jovens para o futuro.”

“Como gastar o dinheiro

Muito da habilidade em lidar com finanças, tanto na infância quanto na vida adulta, depende de sermos capazes de diferenciar o “eu quero” do “eu preciso”. Gastar em coisas que queremos é ótimo, divertido, saudável e é importante. Mas parte de nossas responsabilidades, como pais e educadores, é ensinar que, na vida, as necessidades vêem em primeiro lugar.”

“Como poupar

Existem várias razões para se aprender a poupar. A idéia mais imediata que ocorre é a da segurança. Embora seja uma idéia correta, é preciso levar em consideração algumas outras. Ter uma poupança – ou ser educado para isso – cria disciplina, dá limite e ensina auto respeito.”

“Como doar tempo, talento e dinheiro

O ato de doar deve ser ensinado como parcela da responsabilidade social que cabe a cada um de nós. É urgente que eduquemos futuros cidadãos para que compreendam que a solução de seus próprios problemas, ou para os problemas do país, não depende exclusivamente do governo.”

Acima de tudo, a Educação Financeira deve ensinar que a responsabilidade social e a ética precisam estar sempre presentes no ganho e uso do dinheiro.

2.6 - Matemática financeira no dia a dia

A matemática financeira está presente em muitas situações do nosso dia a dia. Muitas delas não são devidamente estudadas e explicadas para os alunos, pois ficam longe dos conteúdos das salas de aula convencionais. Dessa forma ao saírem das escolas após a conclusão dos estudos não é incomum estas pessoas não saberem decidir racionalmente sobre uma compra a vista ou parcelada. Da mesma forma grande parte da sociedade não sabe identificar os elementos principais de uma simples nota fiscal, ou boleto de pagamento de cartão de crédito.

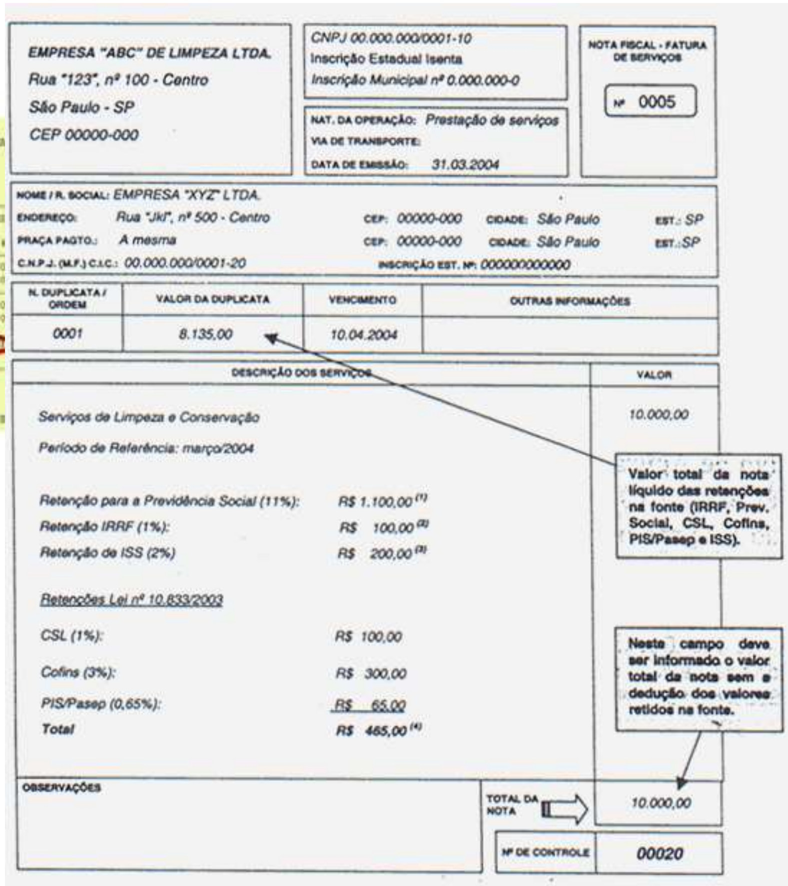
Na nossa concepção é função da escola e consequentemente do professor preparar o aluno para vida em primeiro lugar. É claro que uma função da escola é preparar para continuidade dos estudos, mas essa função da escola não pode anular a primeira, pois estudos mostram que esse tem sido exatamente o motivo do distanciamento dos alunos e do ensino.

2.6.1 - As Notas fiscais ou Cupom fiscal

O professor deve trazer o cotidiano dos alunos para dentro da sala de aula. Um aspecto básico por exemplo, é que aluno possa exercer seus direitos de cidadão e consumidor conhecendo uma os elementos de uma nota fiscal.

A nota fiscal é um comprovante fiscal emitido por vendedor ou prestador de serviço. Ela é obrigatória para compras e serviços. O cliente tem o direito de pedir e o vendedor tem o dever de emitir a nota fiscal ou cupom fiscal. Nesse momento o professor pode pedir aos alunos para trazerem notas fiscais para sala e ajudá-los a identidicar os elementos mais importantes de uma nota como os impostos cobrados, encarecendo e muito o preço final do produto. Deixe bem claro que segundo nova legislação as notas fiscais devem trazer essas informações.

Na ilustração abaixo temos duas notas fiscais; uma de venda e outra de serviços. Uma coisa importante a se destacar é que a nota fiscal deve constar CNPJ e/ou CPF do emissor no caso a loja ou profissional prestador do serviço.


EMPRESA "ABC" DE LIMPEZA LTDA.
Rua "123", nº 100 - Centro
São Paulo - SP
CEP 00000-000

CNPJ 00.000.000/0001-10
Inscrição Estadual Isenta
Inscrição Municipal nº 0.000.000-0

NAT. DA OPERAÇÃO: Prestação de serviços
VIA DE TRANSPORTE:
DATA DE EMISSÃO: 31.03.2004

NOTA FISCAL - FATURA DE SERVIÇOS
Nº 0005

NOME / R. SOCIAL: EMPRESA "XYZ" LTDA.
ENDEREÇO: Rua "Jkl", nº 500 - Centro CEP: 00000-000 CIDADE: São Paulo EST.: SP
PRAÇA PAGTO.: A mesma CEP: 00000-000 CIDADE: São Paulo EST.: SP
C.N.P.J. (M.F.) C.I.C.: 00.000.000/0001-20 INSCRIÇÃO EST. Nº: 00000000000

N. DUPLICATA / ORDEM	VALOR DA DUPLICATA	VENCIMENTO	OUTRAS INFORMAÇÕES
0001	8.135,00	10.04.2004	

DESCRIÇÃO DOS SERVIÇOS		VALOR
Serviços de Limpeza e Conservação		10.000,00
Período de Referência: março/2004		
Retenção para a Previdência Social (11%):	R\$ 1.100,00 (1)	
Retenção IRRF (1%):	R\$ 100,00 (2)	
Retenção de ISS (2%)	R\$ 200,00 (3)	
Retenções Lei nº 10.833/2003		
CSL (1%):	R\$ 100,00	
Cofins (3%):	R\$ 300,00	
PIS/Pasep (0,65%):	R\$ 65,00	
Total	R\$ 465,00 (4)	

Valor total da nota líquido das retenções na fonte (IRRF, Prev. Social, CSL, Cofins, PIS/Pasep e ISS).

Neste campo deve ser informado o valor total da nota sem a dedução dos valores retidos na fonte.

OBSERVAÇÕES

TOTAL DA NOTA 10.000,00

Nº DE CONTROLE 00020

2.6.2 – O Cartão de crédito

As informações dos órgãos de defesa do consumidor, Banco Central, mostram o crescente endividamento das famílias brasileiras. O papel do professor consciente é orientar os seus alunos a serem consumidores conscientes e críticos. Os dois grandes “vilões” do crescimento do endividamento são o cartão de crédito e o cheque especial. Pergunte aos seus o alunos o que eles sabem sobre ambos.

O uso de moedas e cédulas tem sido substituído gradativamente pelos cartões de crédito e débito. O cartão de crédito podia ser chamando de dinheiro de plástico. O cartão de crédito não é dinheiro real, mas permite ao cidadão comprar mesmo se não tiver dinheiro na conta naquele momento e as vezes, mesmo sem ter conta naquele banco.

Nesse caso, a administradora concede um crédito cujo valor utilizado deve ser pago no prazo estabelecido em contrato.

Se esse crédito não for quitado na data de vencimento, o titular automaticamente contrai um empréstimo junto a uma instituição financeira e é obrigado a pagar uma quantia a mais, além do valor total da dívida – são os juros, remuneração sobre o capital que as instituições financeiras recebem quando emprestam dinheiro.

Esta forma de pagamento pode ser solicitada a bancos, instituições financeiras e lojas e é oferecido a pessoas que tenham renda comprovada e nenhuma restrição financeira no mercado. O limite de crédito, ou seja, o valor que a pessoa pode gastar mensalmente é determinado pela instituição administradora do cartão, a fim de dificultar que o titular gaste mais do que o valor que pode pagar.

Como nasceu o cartão de crédito

O cartão de crédito surgiu nos Estados Unidos na década de 1920, quando postos de gasolina, hotéis e firmas começaram a aplica-los para seus clientes mais fiéis. Eles podiam abastecer o carro ou se hospedar em hotéis sem usar dinheiro ou cheque.

Em 1950, o Diners Club criou o primeiro cartão moderno. Era aceito inicialmente em 27 restaurantes norte-americanos e usado principalmente por homens de negócios, como uma maneira prática de pagar suas despesas de viagens a trabalho e de lazer. Confeccionado em papel cartão, trazia o nome do associado de um lado e dos estabelecimentos filiados em outro – somente em 1955 o Diners passou a usar o plástico em sua fabricação. Em 1958, foi a vez do American Express lançar o seu. No mesmo ano, o Bank of America introduziu o seu BankAmericard, e foi o primeiro banco a lançar um cartão de crédito próprio.

Este recurso se tornou popular em todo o mundo na década de 1990 e, hoje, ele pode ser oferecido até mesmo pelo comércio, que procura fidelizar os clientes ao facilitar a compra e eliminar a burocracia na abertura de crédito.

Como Fugir da Armadilha dos Juros

No quadro abaixo podemos perceber que os juros do cartão de crédito são compostos e podem se tornar devastadores se as dívidas forem prorrogadas por longo tempo.

Taxa Nominal	Taxa proporcional mensal	Taxa efetiva anual
96%	8%	151%
108%	9%	181%
120%	10%	213%
144%	12%	290%
168%	14%	381%

Um trabalhador que ganhe R$ 1.000,00 por mês e decida comprar um refrigerador a prazo, durante os 24 meses do financiamento, terá que trabalhar 10 dias apenas para pagar os juros.

Veja a simulação abaixo: Compra de um refrigerador de 300 litros.

À Vista = R$ 1.199,00

24 x R$ 63,74 = R$ 1.529,76

Juros Mensais = R$ 13,78

Juros Totais = R$ 330,76

Salário líquido = R$ 1.000,00

Comprometimento = 6,3% do salário

Comprometimento com os juros = 1,37% do salário

(Fonte: Ponto Frio/Outubro 2015)

O cartão de crédito faz parte do nosso dia a dia e pode ser muito útil se bem utilizado. Não sou contra cartões de crédito, mas é importante mostrar que quem não paga uma dívida de R$ 100,00 no cartão, com uma taxa de juros compostos efetiva mensal de 10%, transforma sua dívida em R$ 313,00 no final de um ano! Equivalendo a uma taxa anual efetiva de 213% conforme a tabela acima.

Vamos comparar os rendimentos da caderneta de poupança e os juros pagos no País: um depósito de R$ 100,00 feito na caderneta de poupança em 1/8/2015 se levaria aproximadamente 12 anos para se transformar em R$ 213,00, ou seja, por volta de 1/8/2027. Nesse mesmo período, um empréstimo de R$ 100,00, se transformaria em uma dívida de R$ 195 mil.

Portanto, é preciso estar sempre atento ao utilizarmos o cartão de crédito pois os juros podem se tornar verdadeiras armadilhas. Devemos resistir ao impulso de comprar e consumir desordenadamente. A nossa saúde financeira depende disso. Um estudo feito em São Paulo em 2015 pela Confederação Nacional do Comercio CNC, mostra que as pessoas que ganham de 1 a 5 salários mínimos gastam, em média, 35% de seus rendimentos com juros. Entre as pessoas que ganham acima de 50 salários mínimos, o gasto médio com juros é de 19%. Além disso na faixa de renda familiar acima de 10 salários mínimos o percentual de famílias endividadas era de 53% e crescente enquanto que na faixa de renda abaixo do limite de 10 salários mínimos o endividamento tem caído mas ainda é 58% das famílias.

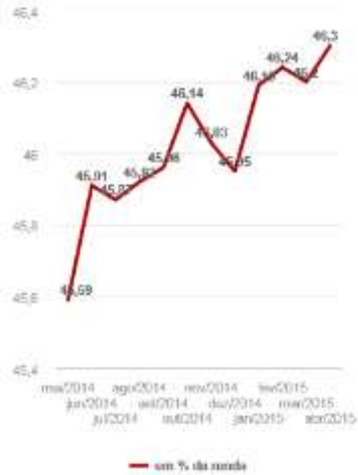
2.6.3 – Cheque especial e o Endividamento das famílias

O cheque especial nada mais é que um empréstimo que o banco concede a quem possui uma conta corrente. As pessoas são levadas a gastarem além de suas posses, pois mesmo com saldo negativo continuam sacando o dinheiro ou usando seus cartões de débitos normalmente até o limite estabelecido pelo banco. Esse limite depende dos valores movimentados na conta corrente. O bando cobra taxas altíssimas de juros nessa transação de empréstimo chegando a assustadores 400% ao ano.

A conta considera total das dívidas em relação à renda nos últimos 12 meses. Comprometimento da renda com as dívidas ficou em 21,98% em abril.

Quase metade da renda das famílias brasileiras está comprometida com dívidas, segundo dados do Banco Central. O endividamento das famílias chegou a 46,3% em abril, o maior percentual desde o início da pesquisa, em 2005. O Banco Central destaca, no entanto, que a série foi recalculada em março. A conta considera o total das dívidas das famílias em relação à renda acumulada nos últimos 12 meses. Um dos grandes vilões desse endividamento junto com o cartão de crédito é o chamado cheque especial.

ENDIV IDAMENTO DAS FAMÍLIAS



Tirando da conta o crédito habitacional, no entanto, essa parcela de endividamento cai para 27,61%, e vem recuando desde janeiro, quando estava em 27,94% – o que sugere que é a compra da casa própria que vem puxando o endividamento das famílias este ano. Sem essa fatia, o endividamento também é o menor desde 2009.

Os dados do Banco Central também mostram que as famílias comprometeram, em abril, 21,98% da renda para pagar as dívidas daquele período. O chamado comprometimento da renda das famílias está praticamente estável desde fevereiro.

(Fonte: BC)

Quase 40% da população adulta está inadimplente

Mais 2,4 milhões de consumidores tiveram os nomes incluídos em cadastro de devedores, entre janeiro e setembro, deste ano, de acordo com dados da Confederação Nacional dos Dirigentes Lojistas (CNDL) e do Serviço de Proteção ao Crédito (SPC) Brasil, divulgados hoje (9). No final de setembro, havia 57 milhões de consumidores registrados em cadastro de devedores. Esse total equivale a 38,9% da população adulta do país (faixa de 18 a 94 anos).

Em setembro, comparado a igual período de 2014, o número de consumidores com contas atrasadas subiu 5,45%. Na comparação com agosto deste ano, houve recuo de 0,59%.

Segundo a economista-chefe do SPC Brasil, Marcela Kawauti, é comum haver redução na inadimplência em setembro, na comparação com agosto. Isso porque em setembro há mais dinheiro circulando na economia com início de pagamento de abono de Natal a beneficiários da Previdência. Também nesse mês, há feirões de renegociação de dívidas. "As próprias empresas procuram renegociar", explicou a economista. Mas ela ressalta que em outubro e novembro volta a subir a inadimplência, com nova redução em dezembro, com a influência do 13º salário.

Os atrasos no pagamento de contas de serviços básicos, como água e luz, foram os que mais cresceram: 12,55%, na comparação entre setembro deste ano e o mesmo mês de 2014. As dívidas bancárias, incluídas pendências com cartão de crédito, empréstimos, financiamentos e seguros, subiram 10,32%.

As dívidas do setor de telecomunicações, atrasos no pagamento de telefone fixo, celular e TV por assinatura, cresceram 4,17%, enquanto as pendências no comércio tiveram alta de 0,85%. Segundo a CNDL, quase metade das dívidas em atraso são de bancos (48,17%). A segunda maior participação no total das dívidas é com o comércio (20,3%).

A economista destacou que a inadimplência está espalhada por todos os segmentos da economia, o que gera preocupação. Para ela, o cenário futuro também está ruim, com menos contratações no comércio no final do ano, aumento de desemprego, rendimentos menores e queda menor da inadimplência esperada para o final do ano. Segundo ela, não deve haver redução da inadimplência de 1% a 1,5% no final do ano, como geralmente acontece, devido à recessão econômica, com inflação alta.

Segundo Marcela, a inflação forte nos segmentos de alimentação, habitação e transporte dificultam a queda da inadimplência. “Não são itens específicos que a gente consegue trocar. É menos dinheiro sobrando para pagar dívidas e sair da inadimplência”, acrescentou.

Mesmo assim, a economista não acredita em descontrole da inadimplência porque os bancos estão emprestando menos. “O que limita a inadimplência é a base de crédito menor”, disse.

Para Marcela, a economia pode mostrar alguma melhora a partir do segundo semestre de 2016. Ressalta porém que é preciso que o governo resolva a crise política para a situação melhorar. “A luz no fim do túnel não está no começo do ano que vem. Está do meio para o final”, disse. Com informações da Agência Brasil.

(Fonte: Notícias ao minuto- MSN. Dinheiro)

Taxas de juros de crédito pessoal por instituição financeira

O chamado cheque especial tem suas taxas por instituição divulgadas pelo Banco Central. O professor deve instruir e alertar os alunos para o uso consciente do limite das contas correntes em bancos. O uso do cartão de débito, que facilita a vida sem dúvida, mas que deve ser usado com controle.

		Taxas De Juros	
Posição	Instituição	% A.m.	% A.a.
1	Bco Industrial E Comercial S.a	0,00	0,00
2	Bco Toyota Do Brasil S.A.	1,61	21,14
3	Bco Luso Brasileiro S.A.	1,70	22,48
4	Bco Tricury S.A.	1,80	23,89
5	Bco Volvo Brasil S.A.	1,93	25,74
6	Bco Guanabara S.A.	1,94	25,90
7	Bancoob	2,30	31,33

8	Senff S.A. – Cfi	2,30	31,39
9	Bco Da Amazonia S.A.	2,33	31,79
10	Bco Rendimento S.A.	2,54	35,15
11	Barigui S.A. Cfi	2,60	36,13
12	Bco Bmg S.A.	2,79	39,19
13	Brb – Bco De Brasilia S.A.	2,86	40,20
14	Socinal S.A. Cfi	3,07	43,80
15	Bco Maxinvest S.A.	3,10	44,33
16	Finansinos S.A. Cfi	3,30	47,71
17	Banco Pan	3,52	51,43
18	Bco Citibank S.A.	3,78	56,08
19	Santana S.A. – Cfi	3,87	57,78
20	Bco Safra S.A.	3,97	59,57
21	Bco Do Nordeste Do Brasil S.A.	4,02	60,55
22	Bco Do Est. De Se S.A.	4,08	61,64
23	Portoseg S.A. Cfi	4,20	63,90
24	Bco Banestes S.A.	4,32	66,20
25	Caixa Economica Federal	4,57	70,99
26	Bco Santander (brasil) S.A.	4,61	71,82
27	Bco Do Estado Do Rs S.A.	4,72	73,98
28	Bco Do Brasil S.A.	4,80	75,58

29	Hsbc Bank Brasil Sa Bco Multip	4,82	75,89
30	Omni Sa Cfi	5,02	80,06
31	Direcao S.A. Cfi	5,34	86,79
32	Bco Do Est. Do Pa S.A.	5,38	87,55
33	CreditÁ S.A. Cfi	5,41	88,28
34	ItaÚ Unibanco Bm S.A.	5,49	89,91
35	Sorocred Cfi S.A.	5,76	95,86
36	Bco Mercantil Do Brasil S.A.	6,38	109,98
37	Bco Bradesco S.A.	6,60	115,22
38	Bv Financeira S.A. Cfi	6,95	123,92
39	Becker Financeira Sa – Cfi	7,36	134,39
40	Bco A.j. Renner S.A.	7,54	139,16
41	Kredilig S.A. – Cfi	8,56	167,98
42	Finamax S.A. Cfi	8,73	172,92
43	Golcred S/a – Cfi	8,96	179,87
44	Banco Bradescard	9,01	181,45
45	Bco Losango S.A.	9,72	204,30
46	Grazziotin Financiadora Sa Cfi	10,06	215,90
47	Crediare Cfi S.A.	10,52	232,02
48	Banco Intermedium S/a	11,52	270,22
49	Agoracred S/a Scfi	11,55	271,35

50	Financ Alfa S.A. Cfi	11,95	287,51
51	Banco Semear	12,11	294,30
52	Estrela Mineira	12,57	314,17
53	Portocred S.A. – Cfi	13,02	334,39
54	Pernambucanas Financ S.A. Cfi	13,03	335,06
55	Negresco S.A. – Cfi	13,13	339,51
56	Sax S.A. Cfi	13,16	340,69
57	Via Certa Financiadora S.A. – Cfi	13,17	341,33
58	Midway S.A. – Scfi	13,78	370,89
59	Dacasa Financeira S/a – Scfi	14,28	396,23
60	Lecca Cfi S.A.	14,52	408,93
61	Bco Daycoval S.a	15,11	441,33
62	Banco Cbss	15,81	482,18
63	Agiplan Financeira S.A. – Cfi	19,91	783,74
64	Crefisa S.A. Cfi	20,88	873,61

05/10/2015 A 09/10/2015

Fonte: Banco Central

2.6.4 – O consumo consciente e a poupança

O professor tem um papel fundamental na formação dos consumidores do futuro (na verdade do presente). O docente deve mostrar que muitas vezes é melhor poupar o dinheiro para comprar alguma coisa ou realizar um sonho é melhor do que fazer dividas.

Será que é possível juntar R$ 1.000.000,00 ?

Questão motivadora: Hoje sou jovem, estudo, tenho boa saúde e trabalho para conseguir o que quero. Mas nem sempre será assim. E no futuro? Penso em um dia poder viajar, comprar um carro, ter minha própria casa, ter condições de dar conforto para minha família e uma velhice mais tranquila. Mas como conseguir realizar estes sonhos? Será que poupando R$ 50,00 eu consigo?

Será possível chegar aos 55 anos com R$ 1 milhão ?

(Fonte: Carolina Matos, Folha online3)

Aos 21 anos, Felippe Oliveira Bartalo já é um veterano em investimentos: começou a poupar aos dez anos, por iniciativa própria. "Pedi aos meus pais para abrir uma poupança. A partir daí, preferi sempre dinheiro a brinquedo de Natal ou aniversário", diz o estudante de engenharia mecânica, que dá aula particular de matemática e mora com a família.

Adolescente, Bartalo começou a pesquisar sobre finanças pessoais e abriu uma conta em uma corretora, mediante autorização dos pais. Desde então, diversifica os investimentos em ações e renda fixa e, principalmente, controla os gastos. O jovem crê que se aposentará com independência financeira – sonho de muitos e planejado por poucos.

A taxa real de juros, descontada a inflação projetada do período e que remunera o investimento, aumenta junto com a exposição ao risco. Assim, quanto mais agressiva a aplicação, menos dinheiro por mês o investidor precisa poupar em busca de seu objetivo, pois os recursos rendem mais. Mas vale lembrar que, em caso de crise financeira, como a de 2008, as aplicações mais conservadoras sofrem menos impacto.

Os cálculos mostram que quem começa o investimento mais conservador aos 45 anos, precisa aplicar por mês para atingir a meta aos 55 anos de idade, mais de três vezes o projetado para os 30 anos, e mais de sete vezes o estimado aos 18 anos.

"As pessoas, muitas vezes, não se propõem a poupar R$ 1 milhão porque acham o valor alto, mas é possível para qualquer um, principalmente se o planejamento tem início cedo", diz Mauro Calil, educador financeiro, que fez os cálculos para a Folha. "Uma estratégia é começar com metas menores, como R$ 20 mil e R$ 100 mil. Depois que bolo crescer fica mais fácil" Comenta.

2.6.5 – Taxas e Impostos

O Brasil tem a maior carga tributária do mundo. Você sabe o quanto de imposto paga por produto ? Veja e se surpreenda com a carga de impostos que pagamos todos os dias, sem contar o IR e outros impostos que já são retidos nos salários. Saiba o quanto você paga de impostos em cada produto :

Produtos Variados	**% De Tributos no valor final**
Passagens aéreas	8,65%
Transporte Aéreo de Cargas	8,65%
Transporte Rod. Interestadual	16,65%
Transporte Rod. Interestadual Cargas	21,65%
Transp. Urbano Passag. – Metropolitano	22,98%
Vassoura	26,25%
Conta de água	29,83%
Mesa de Madeira	30,57%
Cadeira de Madeira	30,57%
Armário de Madeira	30,57%
Cama de Madeira	30,57%
Sofá de Madeira/plástico	34,50%
Bicicleta	34,50%
Tapete	34,50%
MEDICAMENTOS	36%
Motocicleta de até 125 cc	44,40%
Conta de Luz	45,81%
Conta de Telefone	47,87%
Motocicleta acima de 125 cc	49,78%
Gasolina	57,03%
Mensalidade Escolar	37,68% (ISS DE 5%)
Cigarro	81,68%
PRODUTOS ALIMENTÍCIOS BÁSICOS	**Colunas1**
Carne bovina	18,63%
Frango	17,91%
Peixe	18,02%
Sal	29,48%
Trigo	34,47%
Arroz	18,00%
Óleo de soja	37,18%
Farinha	34,47%
Feijão	18,00%
Açúcar	40,40%
Leite	33,63%
Café	36,52%
Macarrão	35,20%
Margarina	37,18%
Molho de tomate	36,66%

Ervilha	35,86%
Milho Verde	37,37%
Biscoito	38,50%
Chocolate	32,00%
Achocolatado	37,84%
Ovos	21,79%
Frutas	22,98%
Álcool	43,28%
Detergente	40,50%
Saponáceo	40,50%
Sabão em barra	40,50%
Sabão em pó	42,27%
Desinfetante	37,84%
Água sanitária	37,84%
Esponja de aço	44,35%
PRODUTOS BÁSICOS DE HIGIENE	**Colunas1**
Sabonete	42%
Xampu	52,35%
Condicionador	47,01%
Desodorante	47,25%
Aparelho de barbear	41,98%
Papel Higiênico	40,50%
Pasta de Dente	42,00%
MATERIAL ESCOLAR	**Colunas1**
Caneta	48,69%
Lápis	36,19%
Borracha	44,39%
Estojo	41,53%
Pastas plásticas	41,17%
Agenda	44,39%
Papel sulfite	38,97%
Livros	13,18%
Papel	38,97%
Agenda	44,39%
Mochilas	40,82%
Régua	45,85%
Pincel	36,90%
Tinta plástica	37,42%
BEBIDAS	**Colunas1**
Refresco em pó	38,32%
Suco	37,84%
Água	45,11%
Cerveja	56,00%
Cachaça	83,07%
Refrigerante	47,00%
CD	47,25%

DVD	51,59%
Brinquedos	41,98%
LOUÇAS	**Colunas1**
Pratos	44,76%
Copos	45,60%
Garrafa térmica	43,16%
Talheres	42,70%
Panelas	44,47%
PRODUTOS DE CAMA, MESA E BANHO	**Colunas1**
Toalhas – (mesa e banho)	36,33%
Lençol	37,51%
Travesseiro	36,00%
Cobertor	37,42%
Automóvel	43,63%
ELETRODOMÉSTICOS	**Colunas1**
Sapatos	37,37%
Roupas	37,84%
Aparelho de som	38,00%
Computador	38,00%
Fogão	39,50%
Telefone Celular	41,00%
Ventilador	43,16%
Liquidificador	43,64%
Batedeira	43,64%
Ferro de Passar	44,35%
Refrigerador	47,06%
Vídeo-cassete	52,06%
Microondas	56,99%
MATERIAL DE CONSTRUÇÃO	**Colunas1**
Ferro	37,07%
Tijolo	34,23%
Telha	34,47%
Móveis (estantes, cama, armários)	37,56%
Vaso sanitário	44,11%
Tinta	45,77%
Casa popular	49,02%

O que se deseja no Brasil é mais agilidade e, principalmente, mais qualidade no que é ofertado, em troca de tanta carga tributária, ao povo em geral. O pior é que, como estamos no Brasil, os bons pagadores de impostos são, normalmente, os menos atendidos e premiados, pois sabem melhor servir e obedecer do que pleitear.

(Fonte: Portal Aciara)

Relação das taxas e impostos cobradas no Brasil nas três esferas Federal, Estadual e Municipal

FEDERAIS

1 – Contribuição à Direção de Portos e Costas (DPC)

2 – Contribuição ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) – "Salário Educação"

3 – Contribuição ao Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA)

4 – Contribuição ao Seguro Acidente de Trabalho (SAT)

5 – Contribuição ao Serviço Brasileiro de Apoio a Pequena Empresa (Sebrae)

6 – Contribuição ao Serviço Nacional de Aprendizado Comercial (SENAC)

7 – Contribuição ao Serviço Nacional de Aprendizado dos Transportes (SENAT)

8 – Contribuição ao Serviço Nacional de Aprendizado Industrial (SENAI)

9 – Contribuição ao Serviço Nacional de Aprendizado Rural (SENAR)

10 – Contribuição ao Serviço Social da Indústria (SESI)

11 – Contribuição ao Serviço Social do Comércio (SESC)

12 – Contribuição ao Serviço Social do Cooperativismo (SESCOOP)

13 – Contribuição ao Serviço Social dos Transportes (SEST)

14 – Contribuição Confederativa Laboral (dos empregados)

15 – Contribuição Confederativa Patronal (das empresas)

16 – Contribuição Sindical Laboral

17 – Contribuição Sindical Patronal

18 – Contribuição Social sobre o Faturamento (COFINS)

19 – Contribuição Social sobre o Lucro Líquido (CSLL)

20 – Contribuições aos Órgãos de Fiscalização profissional (OAB, CREA, CRECI, CRC, etc)

21 – Contribuições de Melhoria

22 – Fundo de Universalização dos Serviços de Telecomunicações – FUST

23 – Fundo Aeronáutico (FAER)

24 – Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS)

25 – Imposto de Renda (IR pessoa física e jurídica) – Federal

26 – Imposto sobre a Exportação (IE) – Federal

27 – Imposto sobre a Importação (II) – Federal

28 – Imposto sobre a propriedade Territorial Rural (ITR) – Federal

29 – Imposto sobre operações de Crédito (IOF) – Federal

30 – IPI – Imposto sobre Produtos Industrializados – Federal

31 – Contribuição Previdenciária - INSS: Empregados, Autônomos, Empresários e Patronal

32 – Fundo para o Desenvolvimento Tecnológico das Telecomunicações – FUNTTEL

33 – Fundo Nacional da Cultura

34 – Programa de Integração Social (PIS) e Programa de Formação do Patrimônio do Servidor Público (PASEP)

35 – Taxa Adicional de Frete para Renovação da Marinha Mercante (AFRMM)

36 – Taxa Ambiental

37 – Taxa de Autorização do Trabalho Estrangeiro

38 – Taxas ao Conselho Nacional de Petróleo (CNP)

39 – Taxas CVM (Comissão de Valores Mobiliários)

40 – Taxas de Outorgas (Radiodifusão, Telecomunicações, Transporte Rodoviário e Ferroviário, etc.)

41 – Taxas IBAMA (Instituto Brasileiro do Meio Ambiente)

42 – Contribuição ao Funrural

43 – Taxas de Fiscalização da Agência Nacional de Saúde Suplementar (ANS) Lei 9.961

44 – Taxa de Pesquisa Mineral DNPM (Portaria Ministerial 503/99)

45 – Contribuição de 10% sobre o montante do FGTS em caso de despedida sem justa causa (Lei Complementar nº 111/2001)

46 – Contribuição de Intervenção no Domínio Econômico – CIDE: sobre Combustíveis, Royalties e Energia Elétrica.

47 – Taxa de Fiscalização e Controle da Previdência Complementar (MP 235/04)

48 – FUNDAF – Fundo Especial de Desenvolvimento e Aperfeiçoamento das Atividades de Fiscalização

ESTADUAIS

1 – ICMS (Imposto s/Circulação de Mercadorias e Serviços) – Estadual

2 – Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) – Estadual

3 – Imposto sobre Transmissão Causa Mortis e Doação (ITCMD) – Estadual

4 – Contribuições de Melhoria

5 – Taxas do Registro do Comércio (Juntas Comerciais)

MUNICIPAIS

1 – Contribuições de Melhoria

2 – Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana (IPTU) – Municipal

3 – Imposto sobre Serviços (ISS) – Municipal

4 – Imposto sobre Transmissão Bens Intervivos (ITBI) – Municipal

5 – Taxa de Coleta de Lixo

6 – Taxa de Combate a Incêndios

7 – Taxa de Conservação e Limpeza Pública

8 – Taxa de Emissão de Documentos (níveis municipais, estaduais e federais)

9 – Taxa de Iluminação Pública

10 – Taxa de Licenciamento e Alvará Municipal

Algumas taxas federais como a contribuição para o SESI, são específicas para trabalhadores da indústria outras como a contribuição para o SENAC para trabalhadores do comercio.

Dentre as taxas e índices muito mencionados na imprensa convém destacar a taxa SELIC ou taxa básica da economia brasileira.

A Taxa SELIC

A **Taxa SELIC** é a taxa básica de juros da economia brasileira. Esta taxa básica é utilizada como referência para o cálculo das demais taxas de juros cobradas pelo mercado e para definição da política monetária praticada pelo Governo Federal do Brasil.

Criado em 1979, o Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (**SELIC**) é um sistema informatizado destinado ao registro, custódia e liquidação de títulos públicos federais.

Somente as instituições credenciadas no mercado financeiro têm acesso ao SELIC. Este sistema opera basicamente com títulos emitidos pelo Banco Central e pelo Tesouro Nacional, tais como: Letra do Tesouro Nacional e Nota do Tesouro Nacional.

Valor da Taxa SELIC

A taxa overnight representa a taxa média ponderada pelo volume das operações de financiamento por um dia no mercado interbancário brasileiro, lastreadas em títulos públicos federais e realizadas no SELIC, na forma de operações compromissadas. A taxa reflete o custo do dinheiro para empréstimos bancários, com base na remuneração dos títulos públicos.

Esta taxa é usada para operações de curtíssimo prazo entre os bancos, que, quando querem tomar recursos emprestados de outros bancos por um dia, oferecem títulos públicos como lastro (garantia), visando reduzir o risco, e, consequentemente, a remuneração da transação (juros).

A taxa é expressa na forma anual para 252 dias úteis. Esta taxa não é fixa e varia praticamente todos os dias, mas dentro de um intervalo muito pequeno, já que, na grande maioria das vezes, ela tende a se aproximar da meta da SELIC, que é determinada oito vezes por ano, consoante regulamentação datada de 2006.

A meta para a taxa SELIC é estabelecida pelo Comitê de Política Monetária (**COPOM)**.

Taxa SELIC Anual

O Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil (**COPOM**) fixa periodicamente a meta para a Taxa SELIC para fins de Política Monetária. Nas tabelas abaixo você encontrará as taxas definidas pelo COPOM para um determinado período, compreendido entre as datas especificadas. A partir de 01 de Janeiro de 1998 as taxas de juros passaram a ser fixadas de forma anualizada (365 dias com a taxa de juros correndo dia a dia). Cabe salientar também que o BCB informa o fator mensal e não a taxa de juros mensal.

Meta da Taxa SELIC Atual (Taxa SELIC 2015)

Mês	Mensalizada	Anual Real	Acumulada no Ano	Acumulada em 12 Meses	Anual Oficial	Fator Diário
JAN	0,9604	11,91	0,96	11,10	11,65	1,00043739
FEV	0,8904	12,25	1,86	11,23	12,15	1,00045513
MAR	1,0195	12,75	2,90	11,40	12,15	1,00045513
ABR	0,9924	12,77	3,92	11,54	12,65	1,00047279
MAI	1,0624	13,25	5,02	11,73	13,15	1,00049037
JUN	1,0279	13,25	6,10	11,92	13,15	1,00049037
JUL	1,1026	13,78	7,31	12,19	13,65	1,00050788
AGO	1,1379	14,25	8,53	12,46	14,15	1,00052531
SET	1,1010	14,25	9,72	12,73	14,15	1,00052531
OUT	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00000000
NOV	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00000000
DEZ	0,0000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00000000

(Fonte: Banco Central)[1]

2.7 – Maioria dos brasileiros com mais de 25 anos não conseguem tomar decisões financeiras simples

Ao assistir essa reportagem no dia em que eu estava terminando de escrever este trabalho, me deu a certeza de estar no caminho certo e de ter escolhido um tema atual e de grande relevância para a sociedade brasileira. A reportagem mostra que os brasileiros não conseguem resolver problemas de matemática mesmo os mais simples envolvendo dinheiro.

Eu assisti essa reportagem e resolvi colocar o endereço na internet pois todos os professores de matemática deveriam ver e se posicionar.

<http://noticias.band.uol.com.br/jornaldaband/videos/2015/11/10/15673271-maioria-com-mais-de-25-anos-nao-consegue-fazer-contas-simples-de-matematica.html >

2.8 – Cálculos com Excel

2.8.1 – Empréstimo

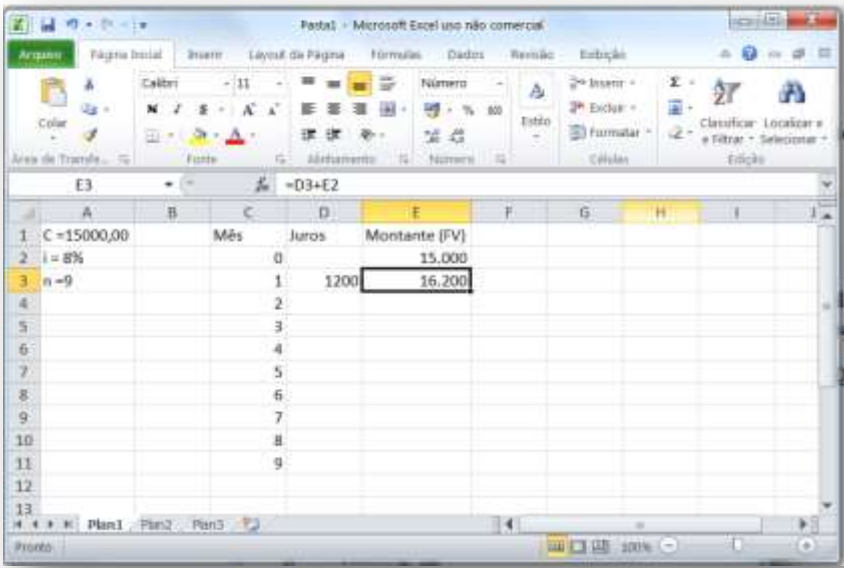
Uma pessoa faz um empréstimo de R$15.000,00 a uma taxa de juros de 8% ao mês pelo prazo de 9 meses. Qual o montante (valor total) a ser devolvido?

1ª solução: Sem conhecer a fórmula de juros compostos.

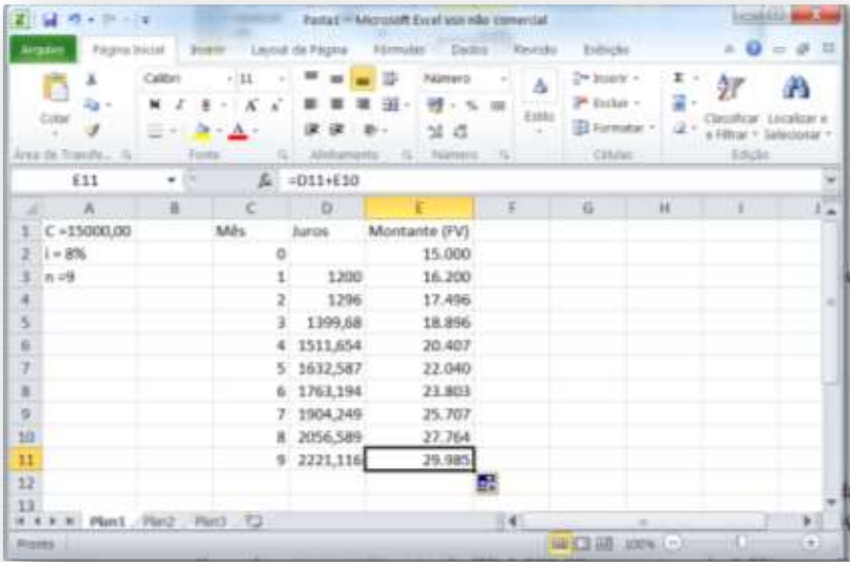
Primeiro introduza os dados em três colunas conforme o exemplo abaixo. Observe que o montante inicial (mês 0) é R$ 15.000,00

Após isso temos que calcular os juros do primeiro mês, ou seja, 8% de 15.000,00 e colocar esse resultado na célula D3. Proceda assim, na célula D3 digite “ = E2*0,08”

O próximo passo é somar os juros com o montante do mês anterior gerando do novo montante. Assim na célula E3 digite “ =D3+E2”



Agora basta usar a função de copiar a fórmula arrastando a célula D3 até D11 e a célula E2 até E11.



O montante a ser devolvido é o valor da célula E11 = R$29.985,00

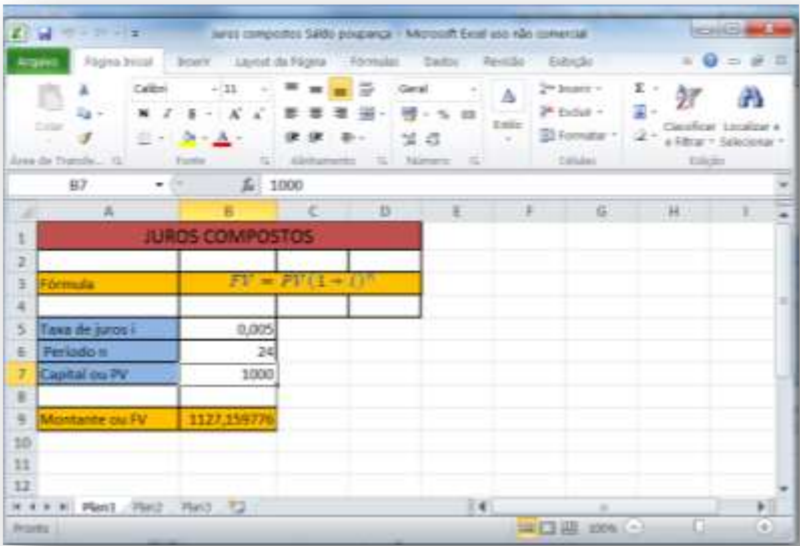
2ª solução: Conhecendo a fórmula de juros compostos

Numa célula, no caso A1 digitei a fórmula a título de informação. Introduzimos os valores de capital, taxa e prazo e na célula A7 montante (ou FV) na célula B7 “ = B3*(1+B4)^B5” que é a fórmula para o calculo do montante.

2.8.2 – Saldo da caderneta de poupança

O professor pode sugerir aos alunos construir uma tabela para fazer simulações de investimentos. O investimento mais utilizado no país é a caderneta de poupança.

Suponha um investimento de R$ 1.000,00 a uma taxa de 0,5% a.m.. Qual o montante (FV) daqui a dois anos?



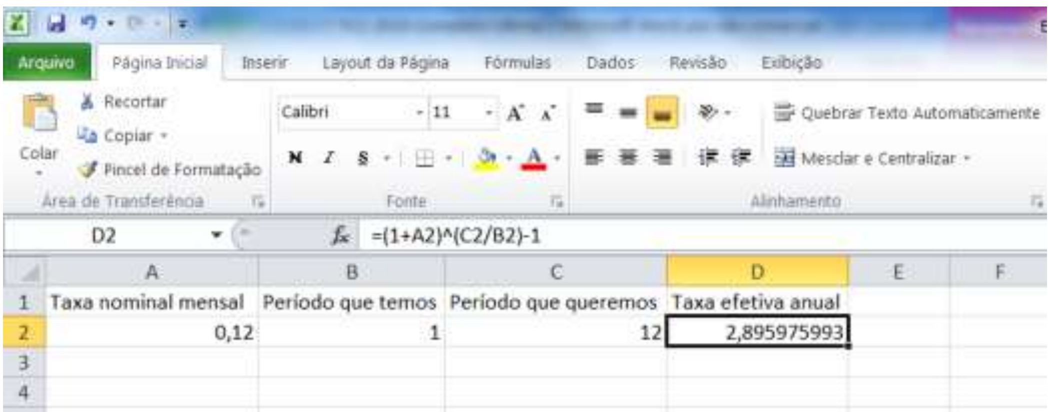
Mesclando as células A1 até D1, por exemplo, escrevemos um nome para a tabela, no caso “Juros compostos” ou “Saldo da poupança”. Nas células A3 escreva “fórmula”. Mescle as células B3 até D3 e escreva a fórmula do montante FV de juros compostos que é utilizado para calcular o saldo da poupança. Em A5 escrevi “Taxa de juros” e B5 “0,005”. Em A6 “Período n” e em B6 “24” pois são 24 meses e a taxa é de 0.5% ao mês. Em A7 “Capital PV” que é o Capital inicial ou Principal ou ainda Valor Atual. B7 “1000”. Em A9 “ digite “Montante FV” e em B9 temos que digitar uma função , que no caso é a fórmula do montante. então em B9 “ = B7*(1+B5)^B6” . E está pronto. Agora podemos variar os valores de PV, N e i para ver se a fórmula realmente funciona.

2.8.3 – Cálculo da taxa de juros efetiva

Imagine que uma pessoa use o cheque especial da sua conta corrente, que tem informado juros nominal de 144% ao ano. Vamos montar uma tabela para calcular a taxa anual efetiva.

Lembrando que a taxa nominal sempre é anual precisamos calcular a taxa mensal que lhe é proporcional. Para isso basta dividir a taxa anual por 12, ou seja, $i_m = \frac{144}{12} = 12\%$ e usando a relação que demonstraremos no capítulo 7,

$i_a = (1 + i_m)^{12} - 1$ cuja fórmula genérica é $i_q = (1 + i_t)^{\frac{q}{t}} - 1$ onde i_q é a taxa que queremos e i_t é a taxa que temos, no exemplo $i_{12} = (1 + i_1)^{\frac{12}{1}} - 1$



Basta digitar as colunas conforme o exemplo acima, e na célula D2 por exemplo, digitar a fórmula acima. Logo a taxa efetiva anual é 2,895975993 = 290 % ao ano.

3 - Conceitos Básicos e Simbologia

3.1 – Introdução

Neste capítulo introduziremos os conceitos básicos e os principais fundamentos que norteiam o estudo da Matemática Financeira. São apresentados os conceitos de Capital, juros, taxa, prazo, fluxo de caixa e ainda as simbologias e convenções adotadas em todo o trabalho.

O valor do dinheiro no tempo e a existência dos juros são elementos fundamentais e inter-relacionados, indispensáveis ao estudo da matemática financeira.

Segundo Franco[2], o problema econômico esta pautado na escassez de recursos, ou seja no fato de que a necessidade das pessoas para bens e serviços tem oferta limitada. Na idade média o escambo, ou seja a troca de mercadorias solucionava o problema. Porém devido as dificuldades surgidas houve a necessidade de se criar um elemento comum que foi a moeda.

A moeda sofreu desde sua concepção muitas transformações sendo inicialmente um lastro do metal precioso, ao papel moeda da atualidade.

3.2 – Conceito Elementares : Razões percentuais e porcentagem

Os conceitos fundamentais no estudo de matemática financeira são as razões percentuais, comumente conhecidas como porcentagem. Primeiramente o professor deve estar certo que seus alunos dominam esse assunto sem o qual não vão muito longe em finanças. Se não conhecem esse é o momento. Comece com razões e proporções chegando naturalmente nas razões percentuais e porcentagens. Procure trazer textos de jornais e revistas ou mesmo pesquisa na internet destacando a quantidade de vezes que as porcentagens são mencionadas.

3.2.1 – Porcentagem

Atualmente é muito comum nos meios de comunicação, o uso de porcentagens para representar aumentos ou reduções de preços, valores ou quantidades em geral.

- A gasolina teve um aumento de 15% . Significa que em cada R$100 houve um acréscimo de R$ 15,00

- O cliente recebeu um desconto de 8% em todas as mercadorias. Significa que em cada R$100 foi dado um desconto de R$ 8,00

- Dos jogadores que jogam no Palmeiras, 80% tem menos de 28 anos de idade. Significa que em cada 100 jogadores que jogam no Palmeiras, 80 tem menos de 28 anos de idade.

Taxa percentual é uma razão $\frac{a}{b}$ envolvendo denominador 100, ou seja tomando como base 100 unidades $\frac{a}{100}$ para a qual foi inventada uma maneira mais simples de escrever usando o símbolo %   logo $\frac{a}{100} = a\,\%$

Exemplos: a) $\frac{5}{100} = 5\%$ (lemos, cinco por cento)

b) $0{,}27 = \frac{27}{100} = 27\%$ (lemos, vinte e sete por cento)

As expressões 5% ; 27% são conhecidas tambem por taxas percentuais ou taxas centesimais.

O dicionário online do Google da o seguinte signficado para porcentagem

1.1. *s.f. proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a uma outra avaliada sobre a centena [símb.: %]; percentual.*

1.2. *s.f. fração da centena que equivale a uma determinada fração de outro número e é us. no lugar desta; p.ex., 50/100 (ou 50 %) equivale a 600/1200, a 70/140, a 4/8 etc. [Tem a vantagem de permitir a comparação de grandezas diferentes e de tornar mais fácil a manipulação de cifras muito grandes ou muito pequenas, em quadros, gráficos, tabelas etc.].*

Considere o seguinte problema:

Joca vendeu 50% dos seus 40 jogos. Quantos jogos ele vendeu?

50% de 40 = $\frac{50}{100} \times 40 = \frac{2000}{100} = 20$

Logo ele vendeu 20 jogos. (50% é a metade dos jogos)

Porcentagem é o valor obtido ao multiplicarmos a taxa percentual a um valor ou quantidade.

Por exemplo:

a) Calcular 10% de 500 .

10% de 500 = $\frac{10}{100} \times 500 = \frac{5000}{100} = 50$

b) 25% de 600kg .

25% de 600 = $\frac{25}{100} \times 600 = \frac{15000}{100} = 150$

Calculando o percentual de um aumento (ou redução) .

Considere o problema:

O preço do litro da gasolina era R$ 3,00 e aumentou para R$ 3,60. De quantos porcento foi o aumento?

Queremos encontrar uma razão de denominador 100 proporcional a razão obtida pela diferença dos preços sobre o preço antigo, ou seja,

$$\frac{3{,}60-3{,}00}{3{,}00} = \frac{0{,}60}{3{,}00} = \frac{x}{100}$$

Basta multiplicar cruzado as duas ultimas razões e obteremos x = 20 %

Logo em geral basta calcularmos a diferença e montar a razão com o preço (valor inicial) e igualar a razão centesimal com x no numerador.

Proponho alguns exercícios

1 – Calcule:
a) 20% de 30 b) 7% de $45,00 c) 12% de 800kg d) 1% de 380

2 – Uma bicicleta custava em março R$ 320,00. Se houve um aumento de 8% no mês seguinte, calcule o valor do aumento e o novo preço da bicicleta.

3 – Escreva na forma percentual
a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5}$ c) 0,005 d) 3

3.3 – Capital, juros e taxa.

3.3.1 – Capital C (ou do inglês Present Value PV)

O capital na matemática financeira é qualquer valor expresso em moeda e disponível no momento presente (ou no inglês presente value PV) , ou seja, momento em que se faz uma aplicação, momento em que se contrata um empréstimo ou o momento em que se adquire uma mercadoria. O Capital também é chamado de Principal em muitos textos financeiros.

3.3.2 - Juros j

Juros é uma compensação financeira paga a alguém ou a alguma instituição ou ainda empresa pelo uso do seu capital por um determinado período de tempo **n** a uma determinada taxa **i.** Pode ser definido como um aluguel pela quantia emprestada.

3.3.3 – Taxa i

A taxa de juros é uma razão entre os juros pagos (ou recebidos) e o capital, acordada entre os entes envolvimentos numa negociação que leva em conta os riscos envolvidos no negócio bem como outros fatores como tempo de duração do negócio. A taxa de juros sempre está relacionada com um período de tempo em dias, meses, anos, etc.

Exemplo: Qual é a taxa de juros cobrada por um empréstimo de R$ 180,00 a ser resgatado (devolvido) por R$ 199,80?

Capital inicial ou Principal (Present Value, PV, em inglês): R$ 180,00

Valor final (Future value, FV, em inglês) : R$199,80

Juros: $FV - PV = R\$19{,}80$

Taxa de juros = $\frac{juros}{PV} = \frac{19{,}80}{180{,}00} = 0{,}11 = 11\%$

As taxas de juros são apresentadas nos jornais, revistas e demais meios de comunicação na forma percentual. Na calculadora HP-12C essa também deve ser a forma usada.

Nas fórmulas envolvendo juros usamos a forma decimal também chamada de unitária.

3.3.4 – Prazo n

Prazo é um período de tempo que divide o inicio e o fim da atividade financeira em intervalos iguais e contíguos. Pode ser dado em dias, meses, anos e menos comumente em bimestres e trimestres.

Assim se A empresta uma quantia de R$100,00 a B por um ano, é comum que, ao final desse prazo, B devolva a A a importância de R$ 100,00 acrescida de algum valor digamos R$25,00 como uma compensação financeira. Os R$100,00 são o capital C (PV) e os R$25,00 são os juros j.

A taxa percentual nesse caso é determinada pela razão $\frac{j}{C} = \frac{25}{100} = 25\%\ ao\ ano$

Lembrando que 25% = 0,25 onde a primeira forma é a percentual e a segunda a unitária, ou seja, em cada R$ 1,00 emprestado será pago R$0,25 de juros.

A taxa de juros sempre estará relacionada a um período de tempo que chamaremos de período de capitalização ou período financeiro.

3.3.5 – Unidade de medida

Os juros são fixados por meio de uma taxa percentual referindo-se a uma unidade de tempo (anos, semestres, trimestre, mês, dia)

Exemplos: 14% ao ano =14% a.a.

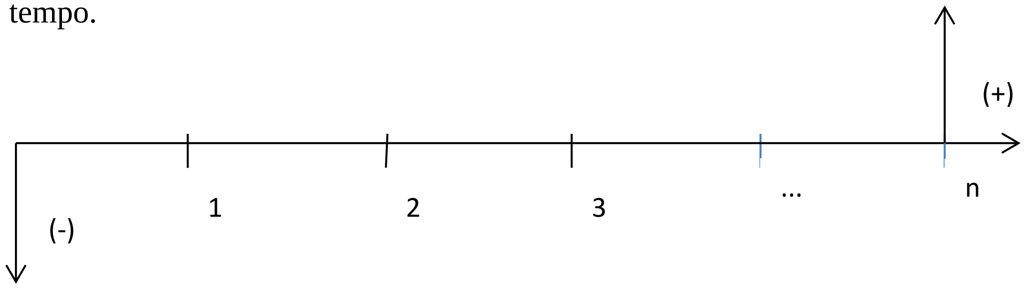
5% ao mês = 5% a.m.

O cálculo do valor dos juros do período é obtido, em unidades monetárias, é sempre feita aplicando a taxa percentual ao capital aplicado. Assim, por exemplo um capital de $100,00 aplicado a uma taxa de 6% a. m. gerará ao final de um mês os juros de :

$$6\% \times 100{,}00 = 0{,}06 \times 100{,}00 = \$6{,}00$$

3.4 – Fluxo de caixa – Conceitos e convenções básicas.

Denomina-se fluxo de caixa o conjunto de entradas e saídas de dinheiro ao longo do tempo.



(-) Pagamento ou Saida

(+) Recebimento ou Entrada

O esquema acima é pode ser usado para tornar mais fácil a visualização do fluxo de caixa.

As setas apontadas para baixo e o sinal de (-) serão associadas a pagamentos ou saídas de dinheiro e setas para cima e o sinal de (+) são entradas ou recebimento de alguma quantia.

Convenciona-se que a representação de um fluxo de caixa deve seguir as seguintes convenções:

a) A linha ou escala horizontal representa o tempo. Ela deve ser divida em períodos regulares e descontínuos dados em dias, semanas, meses, trimestres, semestres ou anos. Os pontos 0, 1, 2, ...,n substituem as datas representam o fim de um período e inicio do próximo. Assim o ponto 0 representa a data inicial, o ponto 1 o fim do primeiro período , o ponto 2 indica o fim do segundo e assim por diante.

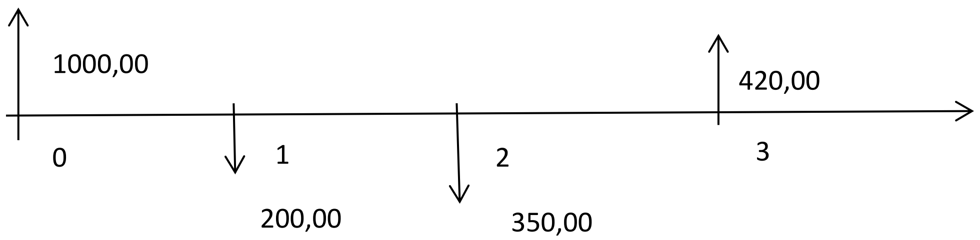
b) os intervalos de tempo de todos os períodos são iguais;

c) os valores monetários só podem ser colocados no início ou no final de cada período, dependendo da convenção adotada (antecipado ou postecipado). Nenhum valor pode ser colocado ao longo dos períodos, uma vez que eles não são contínuos. Assim, quando os períodos correspondem a semestres, não há condição de se indicar um valor ao longo do semestre. Uma solução possível, nesse caso, é diminuir a unidade de tempo dos períodos, por exemplo, para meses ou dias;

d) saídas de caixa correspondem aos pagamentos e são representadas por setas apontadas para baixo. Na calculadora financeira esta representação é feita com o sinal negativo;

e) entradas de caixa correspondem aos recebimentos e são representadas por setas apontadas para cima. Na calculadora financeira esta representação é feita com o sinal positivo.

Por exemplo no esquema abaixo ,



Temos uma entrada ou recebimento de $1000,00 no período 0 e outra de $420,00 no período 3 e duas saídas ou pagamentos de $200,00 e $350,00 nos períodos 1 e 2 respectivamente. Poderíamos simplesmente anotar: +1000,00, - 200,00 , – 350,00, +420,00.

3.5 – Regimes adotados

Existem dois tipos (regimes) de juros: Os juros simples e os juros compostos.

No regime de juros simples apenas o capital inicial, PV, também chamado de principal, rende juros. Os juros de cada período não são somados ao capital no momento do cálculo , ou seja os juros não são capitalizados. Os juros simples tem poucas aplicações práticas, por isso mesmo dedicaremos apenas um capítulo para 54plica-lo.

No regime de juros compostos soma-se ao capital inicial os juros de cada período para o cálculo dos juros nos períodos seguintes. Os juros são capitalizados e passam a render juros. O regime de juros compostos será apresentado na maioria dos capítulos por se tratar do principal regime de juros, largamente usado.

3.6 – O valor do dinheiro no tempo

Na matemática financeira \$1.000,00 hoje não tem o mesmo valor do que \$1.000,00 daqui a um mês. O que significa que \$1000,00 daqui a um mês não tem o mesmo poder de compra que hoje. Isto se deve ao fato da taxa de juros que faz com o dinheiro altere seu valor em qualquer período de tempo.

Dessa forma um capital de \$500,00 hoje aplicado a taxa de 6% a.m. renderá \$30,00 daqui a um período resultando num montante de \$530,00 no final de um mês.

Assim, do ponto de vista financeiro ter \$500,00 hoje ou \$530,00 daqui a um mês numa taxa de 6% a.m. é a mesma quantia.

Um capital de \$500,00 hoje somente seria igual a \$500,00 daqui a um mês na hipótese absurda de taxa de juros zero.

Vamos conhecer os mandamentos da matemática financeira que não podem ser ignorados:

a) Somente podemos somar e comparar valores de uma mesma data (período).

b) Valores de períodos diferentes tem que ser movidos para o mesmo período se quisermos soma-los ou compará-los.

3.7 – Moeda estável e inflação

3.7.1 – A Moeda

Nos primórdios do comércio havia apenas a troca de mercadorias. Uma pessoa **A** era produtor de uma mercadoria **a** e necessitado de uma outra mercadoria **b** produzida pelo individuo **B**, procurava este e fazia uma troca. Se houvesse concordância tudo bem , mas em caso contrario a pessoa **A** teria que encontrar outro produtor da mercadoria **b** que quisesse fazer a troca.

Com o desenvolvimento da atividade comercial houve a necessidade de se criar uma mercadoria que fosse comum a ambos os indivíduos, de fácil transporte e durável: foi o inicio da moeda, sendo então criado um padrão de troca e de comparação entre as mercadorias de uma dada região e posteriormente entre regiões e nações.

A escolha do metal pareceu ser a coisa mais sensata pois o mesmo atendia os requisitos necessários: durabilidade, fácil transporte e possibilidade de ser fracionado.

Com o passar do tempo, a moeda foi sofrendo um processo continuo de desvalorização: passou de moeda mercadoria para moeda metálica, e finalmente, para um valor simbólico, no num pedaço de papel (moeda papel: emissão com lastro metálico; papel-moeda: emissão sem lastro metálico; moeda bancária: cheque).

3.7.2 – Inflação

O valor ou poder aquisitivo de uma moeda é a quantidade de bens ou serviços que uma unidade monetária é capaz de adquirir.

Uma moeda é dita estável quando seu valor permanece constante no decorrer de um dado período.

A redução do poder aquisitivo da moeda(depreciação do seu valor) é chamado de inflação. No entanto, convém atentar que a variação de alguns preços pode ocorrer sazonalmente por questões de entressafra, por exemplo não caracterizam inflação. Um processo inflacionário ocorre quando temos um aumento generalizado, contínuo e persistente dos preços em geral.

Quando o processo inflacionário é mais limitado e fraco a inflação é chamada de rastejante, e é caracterizada por uma leve e quase imperceptível aumento dos preços e ocorre nos países do primeiro mundo. Quando o processo inflacionário é descontrolado e violento tendo variações até diárias nos preços temos uma hiperinflação ou inflação galopante.

3.8 – Os vários planos econômicos

Os países como o Brasil, e a India por exemplo tem uma economia ainda em fase de desenvolvimento, enfrentando dificuldades para se industrializar e diversificar seu parque industrial, sem deixar de lado os produtos agrícolas que sempre foram as principais fontes de exportação e divisas. Durante décadas governo após governo vem tentando medidas para fortalecer a economia e controlar a inflação. Estas medidas são os planos econômicos que mostraremos em seguida.

3.8.1 – O plano Cruzado

Foi um conjunto de medidas econômicas lançadas em 28 de fevereiro de 1986 pelo decreto-lei nº 2.283 e 2.284 durante o governo do presidente José Sarney, que teve forte impacto na economia. Suas principais características foram:

congelamento de preços de bens e serviços nos níveis do dia 27 de fevereiro de 1986;

Congelamento da Taxa de Câmbio por um ano em 13,84 Cruzados = 1 Dólar e 20,58 Cruzados = 1 Libra

- reforma monetária, com alteração da unidade do sistema monetário, que passou a denominar-se cruzado , cujo valor correspondia a mil unidades de cruzeiro;
- substituição da Obrigação Reajustável do Tesouro Nacional ORTN, título da dívida pública instituído em 1964, pela Obrigação do Tesouro Nacional (OTN), cujo valor foi fixada em Cz$106,40 e congelado por um ano;
- congelamento dos salários pela média de seu valor dos últimos seis meses e do salário mínimo em Cz$ 804,00, que era igual a Aproximadamente a US$ 67,00 de Salário Mínimo

- como a economia fora desindexada, institui-se uma tabela de conversão para transformar as dívidas contraídas numa economia com inflação muito alta em dívidas contraídas em uma economia de inflação praticamente nula;
- criação de uma espécie de seguro-desemprego para aqueles que fossem dispensados sem justa causa ou em virtude do fechamento de empresas;
- os reajustes salariais passaram a ser realizados por um dispositivo chamado "gatilho salarial" ou "seguro-inflação", que estabelecia o reajuste automático dos salários sempre que a inflação alcançasse 20%.

3.8.2 – O Plano Cruzado Novo ou Plano Verão

O decreto lei n^{o} 7.730 de 31 de janeiro de 1989 substitui o cruzado pelo cruzado novo(NCz$). O cruzado passou a corresponder a um milésimo do cruzado novo. As obrigações do Tesouro Nacional foram substituídas pelo Bônus do Tesouro Nacional (BTN).

3.8.3 – O Plano Collor

A lei n^{o} 8.024 de 12 de abril de 1990 institui o cruzeiro (Cr$) como moeda nacional , sendo um cruzeiro correspondente a um cruzado novo. O BTN foi mantido.

Principais diretrizes:

- 80% de todos os depósitos do *overnight*, das contas correntes ou das cadernetas de poupança que excedessem a NCz$50mil (Cruzado novo) foram congelados por 18 meses, recebendo durante esse período uma rentabilidade equivalente a taxa de inflação mais 6% ao ano.
- Substituição da moeda corrente, o *Cruzado Novo*, pelo *Cruzeiro* à razão de NCz$ 1,00 = Cr$ 1,00
- Criação do IOF, um imposto sobre as operações financeiras, sobre todos os ativos financeiros, transações com ouro e ações e sobre todas as retiradas das contas de poupança.

Foram congelados preços e salários, sendo determinado pelo governo, posteriormente, ajustes que eram baseados na inflação esperada.

Eliminação de vários tipos de incentivos fiscais: para importações, exportações, agricultura, os incentivos fiscais das regiões Norte e Nordeste, da indústria de computadores e a criação de um imposto sobre as grandes fortunas.

Indexação imediata dos impostos aplicados no dia posterior a transação, seguindo a inflação do período.

Aumento de preços dos serviços públicos, como gás, energia elétrica, serviços postais, etc.

Liberação do câmbio e várias medidas para promover uma gradual abertura na economia brasileira em relação à concorrência externa.

Extinção de vários institutos governamentais e anúncio de intenção do governo de demitir cerca de 360 mil funcionários públicos, para redução de mais de 300 milhões em gastos administrativos.

3.8.4 – O Plano real

Em 1 de agosto de 1993 foi criada uma nova moeda, o cruzeiro real(CR$) para substituir o cruzeiro. Um cruzeiro real correspondendo a mil cruzeiros. Esta moeda teve apenas 11 meses de vida, a vida mais curta de uma moeda na história do Brasil)

Segundo o site da Info escola em 30 de março de 2015 podemos resumir o plano real como:

"Plano Real foi o programa brasileiro de estabilização econômica que promoveu o fim da inflação elevada no Brasil, situação que já durava aproximadamente trinta anos. Até então, os pacotes econômicos eram marcados por medidas como congelamento de preços.

O Plano passou por três fases: O Programa de Ação Imediata, a criação da URV (Unidade Real de Valor) e a implementação da nova moeda, o Real.

O PAI – Programa de Ação Imediata – foi um conjunto de medidas econômicas elaborado em julho de 1993, que "preparou a casa" para o lançamento do Plano Real um ano depois. Nessa época, o presidente era Itamar Franco, sendo que Fernando Henrique Cardoso já era o Ministro da Fazenda.

O Programa de Ação Imediata apontou as seguintes necessidades:

- Corte de gastos públicos – de aproximadamente 6 bilhões de dólares no orçamento de 1993, em todos os ministérios.
- Recuperação da Receita – através do combate a evasão fiscal, inclusive das grandes empresas.
- Austeridade no relacionamento com Estados e Municípios – através do corte de repasses inconstitucionais, forçando Estados e Municípios a equilibrarem seus gastos através de cortes.
- Ajustes nos Bancos Estaduais – em alguns casos, através da intervenção do Banco Central, buscando cortes de gastos e punindo irregularidades com a Lei do Colarinho Branco.
- Redefinição das funções dos Bancos Federais – buscando o enxugamento da estrutura, evitar a concorrência recíproca e predatória, e punir irregularidades através da Lei do Colarinho Branco.

- Privatizações – De empresas dos setores siderúrgicos, petroquímico e de fertilizantes, por entender que as empresas públicas estarem reféns de interesses corporativos, políticos e econômicos.

A segunda etapa do Plano, a criação da URV ocorreu em 27 de maio de 1994, inicialmente convertendo os salários e os benefícios previdenciários, promovendo a neutralidade distributiva.

No dia 30 de junho de 1994, foi editada a Medida Provisória que implementou a nova moeda, o Real. Essa era a terceira fase do plano.
Todo o programa tinha como base as políticas cambial e monetária. A política monetária foi utilizada como instrumento de controle dos meios de pagamentos (saldo da balança comercial, de capital e de serviços), enquanto a política cambial regulou as relações comerciais do país com os demais países do mundo.

Foi estabelecida a paridade nos valores de reais e dólares, defendida através da política de intervenção, na qual o governo promoveu a venda de dólares e o aumento das taxas de juros nos momentos de pressão econômica.
O capital especulativo internacional foi atraído pelas altas taxas de juros, o que aumentou as reservas cambiais, mas causou certa dependência da política cambial a esses investimentos não confiáveis em caso de oscilações econômicas.

As políticas econômicas neoliberais originadas no governo Collor foram reforçadas, através de políticas públicas como: a privatização de empresas estatais, a abertura do mercado, da livre negociação salarial e da liberação de capital, entre outras. Tais medidas alteraram o padrão de acumulação de capital do Brasil.

O Plano Real possibilitou a vitória de Fernando Henrique Cardoso nas eleições para a Presidência em 1994, sendo reeleito nas eleições seguintes.

Após algumas crises internacionais, as políticas econômicas foram revistas e modificadas, mas a estabilidade da moeda permaneceu, comparando com as décadas em que a realidade era a hiperinflação."

4 - Juros

4.1 - Introdução

Uma dos principais elementos em finanças são os juros. Juro é o valor pago (recebido) por alguém pelo empréstimo de uma determinada quantia por um período de tempo.

“ O **juro** é a remuneração pelo empréstimo do dinheiro. Ele existe porque a maioria das pessoas prefere o consumo imediato, e está disposta a pagar um preço por isto. Por outro lado, quem for capaz de esperar até possuir a quantia suficiente para adquirir seu desejo, e neste ínterim estiver disposta a emprestar esta quantia a alguém, menos paciente, deve ser recompensado por esta abstinência na proporção do **tempo** e **risco**, que a operação envolver.” [1]

Existem dois tipos de capitalização de juros: simples ou compostos. Na realidade o regime de juros simples tem pouquissimas aplicações práticas, sendo o regime de juros compostos o único aceito universalmente como correto, e no qual estão baseados todos os conceitos de matemática financeira.

Dedicaremos uma parte pequena aos juros simples e descorremos sobre juros compostos em todo o resto do trabalho dada a sua importancia teórica e prática.

4.2 – Capital, taxa

Capital é o valor aplicado numa aplicação financeira, investimento ou ainda o valor à vista de um bem de consumo. Também é conhecido por principal, valor atual, valor presente ou ainda pelo termo em inglês present value (Indicado como PV em calculadoras científicas).

Taxa

Mas como determinar, na prática, o valor do juro a ser cobrado ou recebido? A resposta é simples: o tempo, o risco e a quantidade de dinheiro disponível no mercado para empréstimos definem qual deverá ser a remuneração (**taxa percentual**), mais conhecida como **taxa de juros** (indicado pela tecla **i** nas calculadoras financeiras).

Tomando o como exemplo em que a importância de $ 100 aplicado por um ano tenha acrescido o juro de $ 40 a título de compensação financeira, teremos:

$\frac{\$40}{\$100}$ ao ano = $\frac{40}{100}$ ao ano = 40% ao ano

Lembrando que:

40% = 0,4 (em taxa unitária)

Podemos dizer que a taxa de juro também pode ser representada por duas formas equivalentes:

40% ao ano = 0,4 ao ano

A primeira representação recebe o nome de **forma percentual** e a segunda, de **forma unitária**

4.3 – Juros simples

Os juros são ditos simples quando a taxa de juros incide somente o principal (capital inicial, valor atual, valor presente ou do inglês present valuePV).

O regime de juros simples é pouco utilizado na prática. São mais utilizados nas operações de curto prazo, em função da simplicidade de cálculo e também para reduzir ou aumentar ficticiamente a verdadeira taxa de juros embutida nas operações, dando uma falsa impressão ao investidor ou comprador.

Vamos analizar um exemplo numérico:

4.3.1 - Exemplo Numérico

Imagine um investidor que aplicou R$ 1000,00 em um banco no regime de juros simples (o que na prática não ocorre como exposto) por um período de 5 anos pela taxa de 6% ao ano. Vamos determinar o saldo no final desse período.

Ano	Saldo no Início do ano	Juros do ano	Saldo no final do ano
1	1.000,00	6% x 1.000,00 = 60,00	1.060,00
2	1.060,00	6% x 1.000,00 = 60,00	1.120,00
3	1.120,00	6% x 1.000,00 = 60,00	1.180,00
4	1.180,00	6% x 1.000,00 = 60,00	1.240,00

Tabela 2.3.1 – Investimento de $1.000,00 a juros simples de 6% a.a.

A representação gráfica abaixo nos mostra que o crescimento é linear.

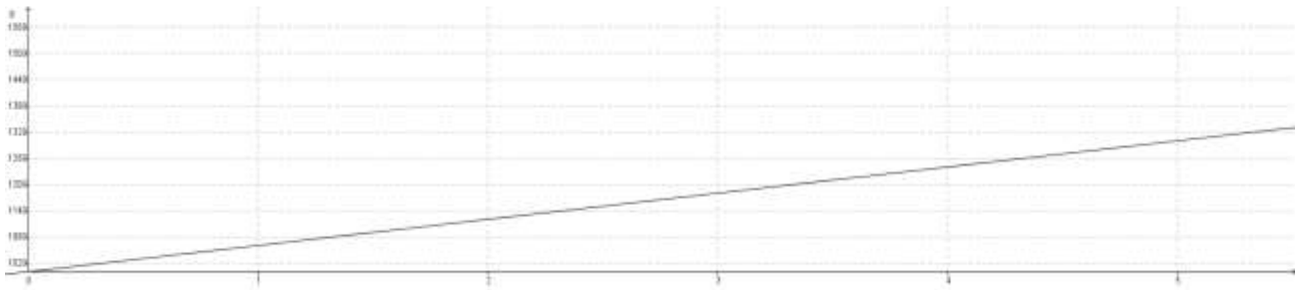


Figura 2.3.1 – Crescimento a juros simples de $1.000,00 a taxa de 6% a.a.

Em relação a fig 2.3.1 destacamos:

a) Os valores no eixo horizontal representam o final de um ano e o inicio do subsequente; assim o valor 2 significa fim do 2º ano e inicio do 3º ano.

b) Os valores dos saldos formam uma progressão aritmética de razão $60,00.

4.3.2 - Analisemos outro cenário:

Ao invés de manter a quantia aplicada por quatro anos o investidor saca o dinheiro no final de dois anos e faz novo investimento por mais dois anos com a mesma taxa. Será que o saldo final será igual nos dois cenários?

No primeiro caso o saldo final seria o quinto termo da progressão aritmética $1.000, $1.060,..., ou seja $1.240,00. No segundo caso, ao reinvestir a quantia , teriamos como capital inicial $1.120,00 o que geraria um juros de $67,20 e no final de dois anos o montante acumulado FV seria igual a:

$$FV = 1.120{,}00 + 2 \times 67{,}20 = 1.254{,}40$$

A diferença se explica no fato de que o capital inicial no segundo cenário ter mudado no segundo ano gerando um juros maior nos ultimos dois anos.

4.4 - Juros Compostos

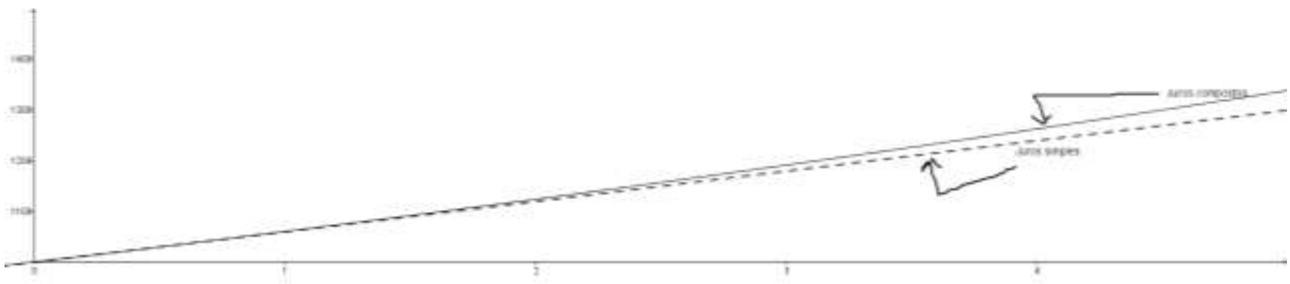
No regime de juros compostos os juros de cada período são somados ao capital , tornando-se o principal do novo período, ou seja , os juros também passam a render juros. Os juros são calculados sobre o saldo existente no final do período anterior e não sobre o capital inicial.

Vamos analizar alguns exemplos numéricos

4.4.1 – Um investimento de 4 anos

Vamos supor que o investidor do exemplo anterior tivesse aplicado a mesma quantia $1.000,00 à taxa de 6% ao ano no regime de juros compostos por quatro anos. Vamos analisar o saldo no final de cada um dos quatro anos. Observe a tabela:

Ano	Saldo no inicio do ano	Juros do ano	Saldo no final do ano
1	1.000,00	6%x1.000,00 =60,00	1060,00
2	1.060,00	6%x1.060,00 =63,60	1.123,60
3	1.123,60	6%x1123,60 = 67,42	1.191,02
4	1191,02	6%x1.191,02 = 71,46	1.262,48



Em relação a esse gráfico convem comentar:

a) O dinheiro cresce mais rápido a juros compostos que a juros simples.

b) Os valores dos saldos nos finais dos quatro anos 1.000,00, 1060,00 , 1.123,60, 1.191,02, 1.262,48 representam um crescimento exponencial pois cada um é igual ao anterior vezes 1,06.

c) Podemos concluir que no regime de juros compostos o dinheiro cresce em progressão geométrica.

Vamos fazer o mesmo experimento que fizemos com os juros simples. Vamos aplicar $1000,00 por um período de dois anos a juros compostos. E após esse período sacar tudo e reaplicá-lo por mais dois anos com a mesma taxa.

Ao final de dois anos o saldo final será de $1.123,60 bastando observar a tabela no caso anterior nos dois primeiros anos. Vamos fazer um outro investimento por mais dois anos.

Basta considerarmos as duas ultimas linhas da mesma tabela. E observamos que dois investimentos de 2 anos consecutivos,equivalem a um investimento de quatro anos ininterruptos.

Isto mostra que o regime de juros simples é totalmente incorreto tendo aplicações extremamente limitadas. Em praticamente todas as situaçoes envolvendo matemática financeira o regime de juros compostos é o regime usado por ser o único realmente coerente.

5 Juros Simples: Fórmulas Básicas

5.1 – Introdução

Neste capítulo vamos deduzir as fórmulas básicas de juros simples e mostrar algumas de suas aplicações por meio de exemplos numéricos.

Os juros simples são utilizados principalmente em operações de curto prazo, muito em função da praticidade dos cálculos, pois vimos no capítulo anterior que para períodos longos os juros simples não são adequados. Outra razão para utilização dos juros simples é tentar encobrir a verdadeira taxa de juros embutida num determinado negócio.

Conforme mencionado no capítulo anterior somente o regime de juros compostos calcula de forma correta os fluxos de caixa das operações financeiras. Dessa forma, a utilização dos juros simples deve ser feita com objetivos específicos a curto prazo.

5.2 – Capitalização Simples

Na realidade a palavra capitalização deveria ser usada somente no regime de juros compostos, onde realmente ocorre uma capitalização propriamente dita, pois os juros se transformam em capital e passam a render juros.

No entanto é comum o uso da expressão "capitalização simples" para se referir ao crescimento do dinheiro no regime de juros simples.

5.2.1 – Dedução da Fórmula Básica

Na maioria dos livros didáticos de ensino médio o Valor Futuro (FV) é chamado de montante, bem como o valor presente (PV) é chamado de capital inicial ou principal. Conforme mencionado nos capítulos anteriores estamos utilizando a notação usada na calculadora HP-12C e também empregada na maioria dos livros de matemática financeira.

No regime de juros simples, os juros de cada período são obtidos multiplicando a taxa de juros i pelo principal PV, fazendo que o valor dos juros seja o mesmo em todos os períodos. Dessa forma temos:

- juros de cada período: $PV \times i$ ou com a notação usada em muitos livros do ensino básico C$\times$ i ou simplesmente $C.i$
- juros de n períodos: $PV \times i \times n$ ou $C.i.n$

O valor futuro FV, ou montante M , resultado de uma aplicação de um principal PV, durante n períodos, com uma taxa de juros i por período, no regime de juros simples é obtido pela expressão:

$$FV = principal + juros = PV + PV \times i \times n$$

ou seja,

$$FV = PV(1 + i \times n) \qquad (5.1)$$

ou como é encontrada em muitos livros didáticos do ensino médio

$$M = C(1 + in)$$

onde a unidade de tempo da taxa de juros i deve coincidir com a unidade de tempo utilizada para definir o número de períodos.

Em muitas casos a incógnita é a taxa de juros, logo convém a isolarmos essa variável obtendo

a relação $$i = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} \qquad (5.2)$$

5.3 – Exemplos:

1 – Um principal de R$ 800,00 foi aplicado por um período de 4 meses à taxa de juros de 3% ao mês. Qual o montante no final desse período?

Resolução:

Dados:

$PV = \$800{,}00$

n = 4 meses

i = 3% a.m. = 0,03

Queremos FV, valor futuro ou montante.

$$FV = 800(1 + 0{,}03\,.\,4) = 896{,}00$$

2 – Determinar o valor do principal que deve ser aplicado com uma taxa de juros de 2,5% ao mês , para produzir um montante de $8.000,00 no prazo de dois semestres, no regime de juros simples.

Resolução:

$n = 2\ semestres = 12\ meses$

$FV = \$8.000,00$

$i = 2,5\%\ ao\ mês = 0,025$

$PV = ?$

Usando a fórmula obtida em (5.5) obtemos

$$PV = \frac{FV}{1 + i \times n} = \frac{8.000,00}{1 + 0,025 \times 12} = 6.153,85$$

3 – Determinar o tempo necessário para que um capital dobrar de valor no regime de juros simples a uma taxa de juros de 0,6% ao mês.

Resolução:

Suponha um valor para PV por exemplo $PV = \$100,00$

daí queremos um $FV = \$200,00$

para $i = 0,6\% = 0,006\ ao\ mês$

determinemos o valor de n

Pela fórmula (5.1)

$$200 = 100(1 + 0,006 \times n)$$

$$200 = 100 + 0,6n$$

$$n = 166,67$$

ou seja precisaríamos de 166 meses e 20 dias para dobrar a quantia.

4 – Determinar o valor da rentabilidade (taxa de juros) que faz um principal de \$1000,00 se transformar num montante de \$ 1200,00, num prazo de 18 meses.

Resolução:

Dados do problemas;

$PV = \$1.000.00$

$FV = \$1.200,00$

$n = 18\ meses$

$i = ?\ (\%\ ao\ mês)$

Pela relação (5.2) temos:

$$i = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} = \left(\frac{1200}{1000} - 1\right) \times \frac{1}{18} = 0,012$$

ou ainda 1,2% ao mês.

5 – Uma concessionária vende um automóvel por $18.000,00 á vista. Se for a prazo o valor sobe para $19.540,00 sendo cobrado $4.000,00 de entrada e o restante após 4 meses. Qual a taxa de juros utilizada?

Resolução:

Valor financiado foi $14.000,00 ($18.000,00 - $ 4.000,00). A operação financeira então tem como base ou seja, valor presente $14.000,00 e valor futuro $15.540,00 ($19540,00 - $14.000,00). Sendo portanto o valor dos juros de $1540,00. O negocio funciona como se a concessionária emprestasse $14.000,00 ao cliente e este se comprometesse a depois de quatro meses devolver $15.540,00. Um juros de $1540,00.

Dados:

$FV = \$15.540{,}00$

$PV = \$14.000{,}00$

$n = 4$

$i = ?\,(\%\ ao\ mês)$

Pela relação (5.2) temos

$$i = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} = \left(\frac{15.540{,}00}{14.000{,}00} - 1\right) \times \frac{1}{4} = 0{,}0275$$

6 – Um loja de eletrodomésticos vende um aparelho de televisão por $600,00 à vista ou a prazo do seguinte modo: $200,00 na hora da compra e $600,00 daqui a um mês. Qual a taxa de juros usada na compra a prazo?

Resolução:

Dados:

$juros = \$800{,}00 - \$600{,}00 = \$200{,}00$

$PV = \$400{,}00\ (\$600{,}00 - \$200{,}00)$

$FV = \$600{,}00\ (\$800{,}00 - \$600{,}00)$

$n = 1\ mês$

$i = ?\,(\ ao\ mês)$

Pela relação (5.2) temos

$$i = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} = \left(\frac{600{,}00}{400{,}00} - 1\right) \times \frac{1}{1} = 0{,}50 = 50\%\ a.m.$$

Observações:

- O cálculo não pode considerar $600,00 como PV pois $200,00 foi pago na hora. A operação ocorreu como se o comercio tivesse emprestado $400,00 ao comprador que daqui a um mês devolveria $600,00, logo pagando um juros de $200,00 que equivale a 50%.
- Muitos comerciantes deixam os clientes serem enganados com a idéia de considerar o PV como $600,00 pois nesse teríamos uma taxa de juros de 33,3% bem menor que a taxa real aplicada.

5.4 – Desconto simples

O desconto, pode ser entendido como um abatimento dado sobre um valor monetário em determinadas situações de compra e venda. Na compra de um produto no comércio , é muito comum se oferecer um desconto para o pagamento à vista ou se o cliente compra em grande quantidade, chamado de "compra no atacado".

No mercado financeiro quando uma pessoa ou empresa deve uma quantia é normal que esta entregue ao credor um comprovante dessa dívida. Este comprovante é chamado de título de crédito. Um título é portanto um documento que representa uma obrigação e concede direito ao credor de receber na data ou na forma estabelecida a quantia emprestada com os juros.

Essa situação pode ser exemplificada quando uma loja vende um produto e emite uma duplicata que lhe dá o direito de receber do comprador, na data estipulada, o valor do produto ou serviço. É comum o comerciante ir a um banco e efetuar o desconto da duplicata. O banco assume a divida e paga o valor descontado ao comerciante.

A maioria dos títulos de crédito tem uma data de vencimento. Se o devedor paga-lo antes dessa data então faz juz ao abatimento no valor nominal do título que chamamos de desconto. O desconto é uma compensação financeira proporcional ao tempo e ao valor do título. O mesmo ocorre se o credor precisar da quantia antes do prazo estipulado.

Existem basicamente dois tipos de desconto: O desconto racional ou "por dentro" e o desconto comercial ou "por fora". Na prática o desconto comercial é o normalmente usado, a importância do desconto racional é teórica.

5.4.1 – Desconto racional ou "por dentro".

Chamamos de desconto racional ou "por dentro" o equivalente ao juro produzido pelo valor atual do título numa taxa fixada e durante o tempo correspondente.

O valor do desconto, expresso em $, corresponde aos juros acumulados no tempo. Assim, ele pode ser obtido pela diferença entre o valor futuro FV, ou montante, e o valor presente PV, ou seja:

$$\text{Desconto} = FV - PV$$

O Valor do desconto "por dentro" (D_d) é obtido multiplicando-se o valor presente PV pela taxa de desconto i. e esse produto pelo prazo da operação n, ou seja:

$$(D_d) = PV \times i \times n \qquad (5.3)$$

Em muitos problemas, na prática a incógnita é o valor presente PV, sendo normalmente conhecidos o valor futuro FV, o prazo n e a taxa de desconto i.

Vamos então deduzir uma fórmula para calcular o desconto "por dentro".

Como vimos o desconto também pode ser calculado por

$$(D_d) = FV - PV \qquad (5.4)$$

Agora reescrevendo a expressão (5.1) em função de PV

$$PV = \frac{FV}{1+i\times n} \qquad (5.5)$$

e substituindo PV na expressão (5.4) pela expressão (5.5)

$$D_d = FV - \frac{FV}{1+i\times n} = FV\left(1 - \frac{1}{1+i\times n}\right)$$

e finalmente

$$D_d = FV \times \frac{i\times n}{1+i\times n} \qquad (5.6)$$

A taxa de juros i é também chamada de taxa de rentabilidade ou ainda de taxa de desconto "por dentro". Ela pode ser obtida a partir da expressão (5.1) bastando para isso isolar a variável i.

$$i = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} \qquad (5.7)$$

Exemplos:

1 – Determinar o valor da taxa mensal de desconto "por dentro" usada numa operação de desconto de 90 dias de um título cujo valor de resgate é $10.000,00 e cujo valor do principal é $ 9.650,00.

Resolução:

Lembrando que taxa mensal de desconto "por dentro" é o mesmo taxa de juros e o valor de resgate é o valor futuro.

Dados do problema:

$PV = \$9.650,00$

$FV = \$10.000,00$

$n = 90\ dias = 3\ meses$

$i = ?\ (\%\ ao\ mês)$

Pela relação (5.7) temos:

$$i = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right) \times \frac{1}{n} = \left(\frac{10.000,00}{9.650,00} - 1\right) \times \frac{1}{3} = 0,012089$$

ou seja, 1,20% ao mês.

2 – Um título de \$8.000,00 vai ser descontado à taxa de 2,7% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do mesmo, determine:

a) O valor do desconto "por dentro"

b) O valor atual (PV)

Dados :

$FV = 8.000,00$

$n = 45\ d$

$i = 2,7\%\ a.m. = 0,027\ a.m. = 0,0009\ a.d.$

$PV = ?$

Resolução:

a) Pela relação (5.7) temos, $D_d = FV \times \frac{i \times n}{1 + i \times n}$

$$D_d = 8.000,00 \times \frac{0,0009 \times 45}{1 + 0,009 \times 45} = 2.306,05$$

5.4.2 – Desconto comercial, bancário ou "por fora".

Chamamos de desconto comercial, bancário ou "por fora" o equivalente ao juros simples, produzido pelo valor nominal do título (*FV*) sendo saldado n períodos antes do prazo estabelecido e proporcional á taxa fixada.

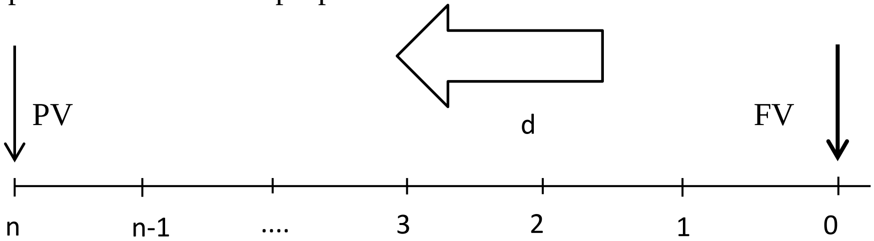


Figura (5.1)

Podemos nos basear no fluxo de caixa acima para deduzir uma expressão para o cálculo do desconto comercial.

No regime de juros simples os descontos de cada período são obtidos pela aplicação da taxa de desconto d sempre sobre o valor futuro FV, ou montante, fazendo que os descontos tenham o mesmo valor em todos os períodos. Dessa forma:

desconto de cada período: $FV \times d$

desconto de n períodos: $n \times FV \times d$

Vale ressaltar que a taxa de desconto d ("por fora") é aplicada sobre valor futuro FV para produzir o valor presente(ou atual) PV, em quanto que a taxa de desconto ou taxa de rentabilidade i ("por dentro") é aplicada sobre o valor presente PV para produzir o valor futuro FV.

Dessa forma o valor do desconto "por fora" (D_f) ,ou comercial, é obtido multiplicando-se o valor futuro, também chamado de montante, pela taxa de desconto d por período, e esse produto pelo número de períodos de desconto n, ou seja:

$$D_f = FV \times d \times n$$

(5.8)

O valor presente, também chamado de Atual, ou ainda principal, resultante do desconto "por fora" sobre o montante FV, durante n períodos, com uma taxa de desconto d por períodos, é obtido, no regime de juros simples simplesmente pela expressão:

$$PV = montante - descontos = FV - FV \times d \times n$$

ou melhor,

$$PV = FV(1 - d \times n) \qquad (5.9)$$

lembrando que a unidade de tempo da taxa de desconto deve ser a mesma da unidade usada para definir o número de períodos.

Pela relação (5.9) podemos obter a seguinte expressão para calcular a taxa de desconto d "por fora", ou comercial:

$$d = \left(1 - \frac{PV}{FV}\right) \times \frac{1}{n} \qquad (5.10)$$

Exemplos:

1 – Uma duplicata cujo valor nominal ou valor de face é $ 900,00 foi resgatado 3 meses antes do vencimento através do desconto bancário, à taxa de 25% ao ano. Qual o valor do desconto?

Resolução:

$FV = 900{,}00$

$n = 3\ meses = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}\ de\ ano$

$d = 0{,}25\ a.a.$

Pela relação (5.8) temos:

$D_f = FV \times d \times n$, assim $D_f = 900 \times 0{,}25 \times \frac{1}{4} = 56{,}25$

Logo o desconto será de $ 56,25

2 – Uma loja de eletrodomésticos faz uma “promoção” na qual o cliente pode comprar um eletrodoméstico e pagar somente daqui a um mês. Suponha que uma televisão custe $ 1600,00 nessa “promoção”. Se a taxa de desconto utilizada pelos bancos é de 4% a.m. qual é o preço que a televisão custava à vista?

$FV = \$1.600{,}00$

$n = 1\ mês$

$d = 0{,}04\ a.m.$

Pela relação (5.8) temos:

$D_f = FV \times d \times n = 1.600 \times 0{,}04 \times 1 = 64{,}00$

$PV = FV - d = 1.600{,}00 - 64{,}00 = 1.536{,}00$

ou usando a relação (5.9)

$PV = FV(1 - d \times n) = 1.600(1 - 0{,}04 \times 1) = 1.600 \times 0{,}96 = 1.536{,}00$

Logo o valor à vista da televisão é $ 1.536,00

3 – Uma pessoa deve pagar um empréstimo cujo valor acordado era de $ 10.000,00 Se for paga com 60 dias de antecedência, fazendo então jus a um desconto, o valor cai para $9.750,00. Qual a taxa de desconto usada pela financeira?

$PV = \$10.000{,}00$

$FV = \$9.650{,}00$

$n = 90\ dias = 3\ meses$

$d =?\ (\%\ ao\ mês)$

Usando a expressão obtida em (5.10)

$$d = \left(1 - \frac{PV}{FV}\right) \times \frac{1}{n} = \left(1 - \frac{9.650}{10.000}\right) \times \frac{1}{3} = 0{,}0116$$

ou seja, 1,16% ao mês.

5.4.3 – Comparação entre desconto "por dentro" e "por fora"

As expressões (5.1) e (5.9) permitem escrever a relação:

$$\frac{FV}{1 + i \times n} = FV(1 - d \times n)$$

Ao simplificar podemos fazer as relações entre as taxas i e d

$$i = \frac{d}{1-d\times n} \quad \text{e} \quad d = \frac{i}{1+i\times n}$$

Ressaltamos que no regime de juros simples, a taxa de desconto d (por fora ou comercial) é mais conhecida como taxa de desconto e a taxa de juros i (desconto por dentro ou racional) é conhecida como taxa de rentabilidade.

5.5 – Taxas proporcionais

Duas taxas são proporcionais quando seus valores formam uma proporção com os tempos a elas referidos, reduzidos à mesma unidade. Por exemplo 1% ao mês; 3% ao trimestre; 12% ao ano são taxas proporcionais.

No regime de juros simples, duas taxas proporcionais quando aplicadas a um mesmo capital durante um período de tempo igual produzem o mesmo montante. Taxas que possuem essa propriedade são chamadas de equivalentes. Logo no regime de juros simples duas taxas proporcionais são equivalentes. Veremos no capítulo de juros compostos que a recíproca não é verdadeira.

5.6 – Exemplo Numérico

1 – Vamos calcular o montante da aplicação de $100,00 por 3 anos, com as seguintes taxas de juros:

a) 12% ao ano

b) 6% ao semestre

c)1% ao mês

Resolução:

Usando a expressão obtida em (5.1) e considerando PV = $100,00 temos

$a)\ FV = PV(1 + i \times n) = 100(1 + 0{,}12 \times 3) = 136{,}00$

$b)\ FV = PV(1 + i \times n) = 100(1 + 0{,}06 \times 6) = 136{,}00$

$c)\ FV = PV(1 + i \times n) = 100(1 + 0{,}01 \times 36) = 136{,}00$

Podemos então concluir que como o montante foi igual nos três casos as taxas são proporcionais no regime de juros simples.

Podemos nos perguntar. Como obter uma taxa proporcional a outra taxa dada?

5.7 – Relacionando taxas proporcionais

Vamos demonstrar como relacionar as taxas proporcionais mensal (i_m) e anual (i_a). Para facilitar a visualização começamos utilizando o modelo de fluxo de caixa .

Taxa mensal

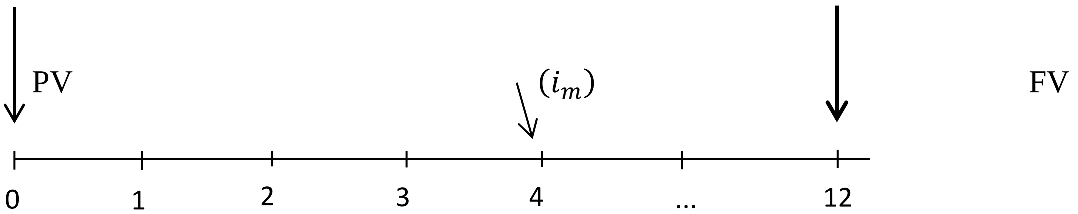


Figura (5.2)

Taxa anual

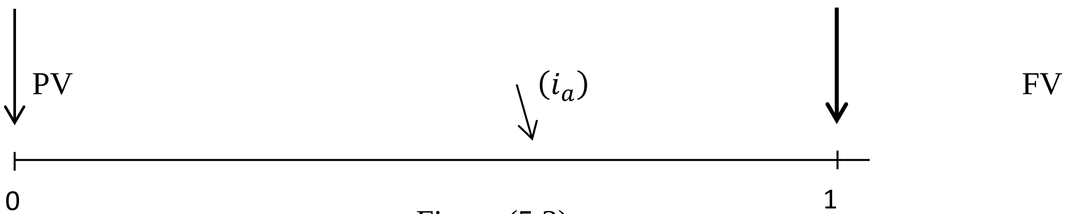


Figura (5.3)

A figura (5.2) nos fornece $FV = PV(1 + i_m \times 12)$

e a figura (5.3) por sua vez $FV = PV(1 + i_a)$

Supondo que as taxas são proporcionais então os montantes FV são iguais nos dois esquemas. Daí igualando as duas ultimas expressões temos:

$$PV(1 + i_a) = PV(1 + i_m \times 12)$$

fazendo as devidas simplificações obtemos

$$i_a = i_m \times 12 \qquad (5.11)$$

Usando um raciocínio análogo podemos obter as relações entre a taxa anual com as proporcionais semestral, trimestral e diária. Considerando o ano comercial com 360 dias , as relações ficam

$$i_a = i_s \times 2 = i_t \times 4 = i_m \times 12 = i_d \times 360 \qquad (5.12)$$

Exemplos:

1 – Vamos determinar a taxa mensal proporcional a 30% ao ano.

Utilizando a relação (5.11) onde $i_a = 30\%$

$i_a = i_m \times 12$

$30 = i_m \times 12 \quad \Longrightarrow \quad i_m = 2{,}5\%$

logo 2,5 % ao mês é proporcional a 30% ao ano.

2 – Calculemos a taxa mensal proporcional a 0,08% ao dia.

Resolução:

Dados: $i_d = 0{,}08\%$ onde i_d é a taxa diária.

Pela relação (5.12) temos $i_m \times 12 = i_d \times 360$

E daí $i_m = i_d \times 30 \Longrightarrow i_m = 0{,}08 \times 30 = 2{,}4\%$

Logo a taxa mensal proporcional a 0,08% ao dia é de 2,4% .

3 – Calculemos a taxa anual proporcional a 9% ao trimestre.

Resolução:

Dados: $i_t = 9\%$ onde i_t é a taxa trimestral e i_a é a taxa anual.

Pela relação (5.12) temos $i_a = i_t \times 4$

E daí $i_a = 9 \times 4 = 36\%$

Logo a taxa anual proporcional a 9% ao trimestre é de 36% .

6 – Juros e descontos compostos : Fórmulas Básicas

6.1 – Introdução

Nesse capítulo vamos mostrar as expressões que nos permitem calcular juros compostos. Como já vimos, no capítulo 3, nos juros compostos calculamos os juros não apenas sobre o Capital inicial como no regime de juros simples ,mas somamos os juros do período anterior para formar o novo PV. Por isso mesmo, os juros compostos podem ser chamado de “juros sobre juros”.

Estudaremos as situações de capitalização composta, quando o dinheiro cresce no regime de juros compostos. Uma sequencia de valores capitalizados no regime de juros compostos formam uma Progressão geométrica de razão $(1+i)^n$ Posteriormente veremos , a situação oposta onde o dinheiro diminui através da operação de desconto composto.

Usaremos a calculadora HP-12C e o esquema padrão para resolver inúmeros exemplos numéricos e as principais aplicações financeiras que envolvem os juros compostos.

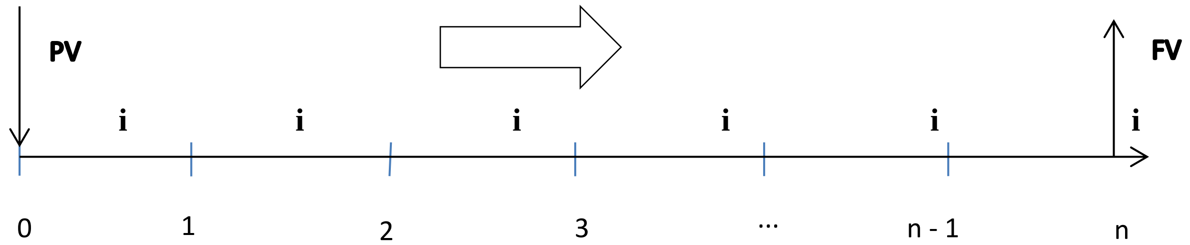
6.2 – Capitalização composta

No regime de juros compostos os juros no final de cada período são somados ao montante ou FV do período formando o Capital ou PV onde incidirá a taxa percentual de juros, ou seja o cálculo levará em conta não apenas o capital inicial PV mas, também os juros de cada período. Daí o nome juros sobre juros.

A esse processo dá-se o nome de capitalização de juros, e no caso capitalização composta por estarmos trabalhando com juros compostos.

6.2.1 – Fórmulas básicas de juros compostos

O cálculo do montante ou Valor futuro (VF) em função dos parâmetros n, i e PV, se baseia no fluxo de caixa e utiliza as convenções estabelecidas no capítulo 2.



No regime de juros compostos os juros de cada período são obtidos pela aplicação da taxa de juros $\boldsymbol{i}$ sobre o capital aplicado no início do período de capitalização. Assim temos:

- No 1º período de capitalização (n = 1)
  capital no início do período $= PV$
  juros do período $= PV \times i$
  capital no final do período $= FV = PV + PV \times i = PV(1 + i)$
- No 2º período de capitalização (n = 2)
  capital no início do período $= PV(1 + i)$
  juros do período $= PV(1 + i) \times i$
  capital no final do período $= FV = PV(1 + i) + PV(1 + i) \times i =$
  $= PV(1 + i) \times (1 + i)$
  $e\ chegamos\ a$
  $$FV = PV(1 + i)^2$$
- No 3º período de capitalização (n = 3)
  Analogamente a expressão para o valor futuro , ou montante no final do 3º período de capitalização pode ser deduzida obtendo:
  $$FV = PV(1 + i)^3$$
- No enésimo período de capitalização
  Finalmente a expressão para o cálculo do valor futuro FV, ou montante, resultante da aplicação de um capital ou principal PV, durante n períodos de capitalização composta, à uma taxa de juros i por período, é :

$$FV = PV(1 + i)^n \qquad (6.1)$$

Lembrando que a unidade referencial da taxa de juros e o tempo da aplicação devem coincidir (se o tempo for dado em meses , devemos usar a taxa percentual ao mês , e assim por diante).

Vale ressaltar que nos livros didáticos de ensino fundamental e médio é comum chamar o FV de M(montante) e o PV de C (capital inicial ou principal). Dessa forma a expressão equivalente a (6.1) fica

$$M = C(1 + i)^n$$

6.2.2 – Verificando a expressão genérica

Vamos verificar se a expressão (6.1) obtida acima está realmente calculando os juros compostos usando o exemplo do capítulo 2, no qual tínhamos os seguintes parâmetros:

$n = 4$
$PV = 1.000{,}00$
$i = 6\% = 0{,}06$

$FV = PV(1+i)^n = 1.000(1+0{,}04)^6 = 1.262{,}48$

Valor que confere com o obtido no capítulo 2 quando introduzimos a noção de juros compostos. Logo concluímos que a expressão está correta.

6.2.3 – Capitalização contínua

Considere um capital de $1.000,00 à taxa de 12% a.a. com capitalização:

Capitalização	**taxa efetiva**	**Montante**
anual	12%	$C(1{,}12) = 1.120{,}00$
semestral	$\frac{12\%}{2} = 6\%$ a.s.	$C(1{,}06)^2 = 1.123{,}60$
trimestral	$\frac{12\%}{4} = 3\%$ a.t.	$C(1{,}03)^4 = 1.125{,}51$
mensal	$\frac{12\%}{12} = 1\%$ a.m.	$C(1{,}01)^{12} = 1.126{,}82$
diária	$\frac{12\%}{360}$=0,03333 a.d.	$C(1{,}0003333)^{360} = 1.127{,}47$

Podemos verificar que quanto maior o número de capitalizações, maior o montante. Vejamos por hora $\frac{12\%}{8640} = 0{,}000013\overline{8}$ e $C(1{,}0000138888)^{8640} = 1.127{,}49$

Em geral podemos considerar que haja n capitalizações ao longo do ano, portanto o montante será dado por:

$$M = C\left(1+\frac{0{,}12}{n}\right)^n$$

e tomando o limite da expressão $\lim_{n\to\infty} C\left(1+\frac{0{,}12}{n}\right)^n = C.e^{0{,}12}$

considerando os dados do problema o montante tenderia para $M = 1.127{,}50$

De uma maneira geral, se um capital C for aplicado à taxa nominal *i* % a.a. e o número de capitalizações n tender ao infinito, o montante será dado por:

$$M = C.e^{i} \qquad (6.2)$$

6.3 – Desconto “por dentro” ou Racional

Podemos usar a expressão genérica para determinar PV, conhecendo os outros termos da expressão (6.1) bastando para isso isolar PV

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \qquad (6.3)$$

O valor do desconto ”por dentro” (D_d),ou racional, expresso em $ pode ser obtida utilizando a noção de desconto e a relação (6.2):

$$(D_d) = FV - PV = FV - \frac{FV}{(1+i)^n} = \frac{FV[(1+i)^n - 1]}{(1+i)^n}$$

ou seja,

$$(D_d) = \frac{FV[(1+i)^n - 1]}{(1+i)^n} \qquad (6.4)$$

6.4 – Utilização da calculadora HP-12C e da planilha Excel

Utilizaremos a tabela abaixo para simular a calculadora HP-12C e a planilha Excel. Em ambas as ferramentas as simbologias utilizadas são iguais. Com esse esquema vamos resolver os problemas de juros compostos. Vamos usar a tabela abaixo para representar os parâmetros envolvidos nos cálculos com juros compostos semelhante a calculadora HP-12C e a planilha Excel.

- Cada parâmetro estará representado em uma célula
- Os seus respectivos valores estarão na célula respectivamente abaixo .
- O parâmetro que for a incógnita do problema terá uma cor diferente dos outros parâmetros.
- Vale destacar a convenção de sinal adotada pela HP-12C e pelo Excell no registro dos valores monetários PV, FV e PMT: entradas de caixa com sinal positivo $(+)$ e saídas de caixa com sinal negativo $(-)$.
- Lembrando que em todos os exemplos consideramos a calculadora HP-12C e a planilha Excell estão preparadas para trabalhar com série postecipada PMT.

No exemplo abaixo , o parâmetro em destaque era a prestação mensal PMT.

n	i	PV	PMT	FV
x	x,xx	xx.xxx,xx	xx.xxx,xx	xx.xxx,xx

6.4.1 – Exemplos

1 – Determinar o valor acumulado no final de 5 anos, no regime de juros compostos, com uma taxa de juros efetiva de 10% ao ano sendo o capital inicial (principal ou PV) de $ 2.000,00.

Resolução:

$PV = 2.000{,}00$

$n = 5$

$i = 10\%\ ao\ ano = 0{,}10$

$PMT = 0{,}00$

$FV = ?$

Utilizando a expressão (6.10) temos,

$FV = PV(1 + i)^n$

$FV = 2.000(1 + 0{,}10)^5 = 3.221{,}00$

Solução com a HP-12C

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
5	0,10	2.000,00	0,00	xx.xxx,xx

Podemos entrar com os dados em qualquer ordem , lembrando que devido ao fluxo de caixa um dos valores PV ou FV deve ser inserido com sinal negativo.

Obtemos
$FV = \$\ 3.221{,}00$

2 – Uma loja de eletrodomésticos vende uma aparelho de televisão por $ 1.200,00 a vista ou $ 1450,00 a prazo em dez pagamentos de $145,00. Qual o percentual de juros cobrado?

Resolução: Os juros utilizados numa situação de venda a prazo são juros compostos.

Vamos utilizar o esquema para simular a HP-12C acima para resolver o problema.

n	i	PV	PMT	FV
10	xx,xx	1.200,00	0,00	1.450,00

Obtemos

$i = 1{,}91\ \%\ ao\ mês$

3 – Uma pessoa toma $3.000,00 emprestados , a uma taxa de juros de 3% ao mês, pelo prazo de 10 meses, com capitalização composta. Qual o montante a ser devolvido?

Resolução:

$PV = \$\ 3.000{,}00$

$n = 10$

$i = \ 3\%\ ao\ mês = 0{,}03$

$FV = ?$

Desejamos obter o FV também chamado de Montante

Podemos utilizar a expressão (6.1)
$FV = PV(1 + i)^n$

$FV = 3.000(1 + 0{,}03)^{10}$ = 4.031,75

Utilizando a HP-12C ou Excell temos

n	i	PV	PMT	FV
10	3,00	3.000,00	0,00	xx.xxx,xx

Obtendo $FV = \$\ 4.031{,}75$

4 – Uma pessoa deseja adquiriu um determinado bem que custa $500,00. Para isso faz um investimento de $100,00 numa caderneta de poupança que rende 0,5% ao mês. Durante quanto tempo o dinheiro deve ficar aplicado para que ela consiga atingir seu objetivo?

Resolução:

$$\left\{\begin{array}{l} FV = 500{,}00 \\ PV = 100{,}00 \\ i = 0{,}5\% a.m. \end{array}\right|$$

$n = ?$
$FV = PV(1 + i)^n$

$$500 = 100(1{,}005)^n$$
$$5 = (1{,}005)^n$$
$$n = 323$$

Utilizando os logaritmos ou uma tabela financeira obtemos n =322,69 e como n está em meses arredondamos n = 323 sendo necessários quase 27 anos para que o montante almejado seja atingido.

Utilizando o esquema para representar a HP-12C (Excel).

n	i	PV	PMT	FV
323	0,50	100,00	0,00	500,00

6.5 – Desconto composto

Desconto é o abatimento que obtemos ao saldar um compromisso antes de seu vencimento. O conceito de desconto composto se diferencia do desconto simples pois nesse último consideramos apenas o capital inicial(ou montante) nos cálculos do abatimento .

Em operações a longo prazo empregamos o desconto composto por ser mais adequado, visto que o desconto simples comercial , nesses casos, pode levar-nos a resultados sem nexo.

Da mesma forma como no desconto simples, temos dois tipos de desconto composto: O racional ou "por dentro" e o comercial ou "por fora".

O desconto comercial praticamente não é utilizado por apresentar valor maior que o racional.

6.5.1 – Cálculo do valor presente (PV) também chamado de valor atual(A)

No momento do desconto a primeira pergunta que temos a fazer é quanto vamos pagar, ou quanto será o abatimento. O valor a ser pago em uma determinada data é chamado de valor atual ou valor presente (Present Value , PV).

Valor presente (PV), no regime de juros compostos, de um capital FV disponível no fim de n períodos, à taxa i relativa a esse período, é o capital (PV) o qual, aplicado a juros compostos à taxa i, produz no fim de n períodos o montante FV.

Assim e pela definição de juros compostos , temos:

$$PV(1+i)^n = FV$$

Logo:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \qquad (6.5)$$

ou ainda,

$$PV = FV(1+i)^{-n}$$

6.5.2 – Exemplos

1 – Determine o valor atual (PV) de um título de R$ 800,00 , quitado 4 meses antes de seu vencimento, à taxa de desconto (composto) de 2% ao mês.

Dados: $\begin{cases} FV = 800{,}00 \\ n = 4 \\ i = 2\% a.m. = 0{,}02 \end{cases}$

Aplicando a expressão (7.1)

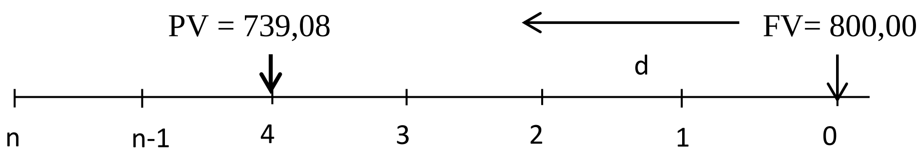
$$PV = \frac{800}{(1+0{,}02)^4} = \frac{800}{(1{,}02)^4} = \frac{800}{1{,}082432} = 739{,}08$$

o valor atual ou PV do título é 739,08

e resolvendo com a HP-12C

n	i	PV	PMT	FV
4	2,00	?	0,00	800,00

Obtendo como esperado PV = 739,08



2 – Uma pessoa quer quitar um empréstimo de $ 5.000,00 três meses antes do seu vencimento. Se a taxa de desconto é de 2,5% a.m. qual o valor do desconto(composto) a ser dado?

Dados: $\begin{cases} FV = 5.000{,}00 \\ n = 3 \\ i = 2{,}5\% a.m. = 0{,}025 \end{cases}$

Ora sabemos que desconto é calculado por $D = FV - PV$

Precisamos calcular PV semelhante ao exemplo anterior

$$PV = \frac{5.000}{(1+0{,}025)^3} = \frac{5.000}{(1{,}025)^3} = \frac{5.000}{1{,}07689} = 4.642{,}99 = 4.643{,}00$$

ou com HP-12C

n	i	PV	PMT	FV
3	2,5	?	0,00	5.000,00

Obtendo PV = 4.643,00

Logo o desconto concedido será $D = 5.000{,}00 - 4.643{,}00 = 357$

isto é, o desconto será de $ 357,00.

3 – Uma loja varejista que vende eletrodomésticos anuncia um aparelho celular cujo preço à vista é de $ 1274,00 e pode ser pago em 10 prestações iguais totalizando $ 1394,00. Qual a taxa de desconto aplicada?

Resolução:

Utilizando a HP-12C

n	i	PV	PMT	FV
10	?	1274,00	0,00	1394,00

Dando como resultado i = 0,90 ,ou seja, 0,9% a. m.

Podendo ser dividido em 10 prestações iguais de $ 139,40.

6.6 – Equivalência de capitais

A questão fundamental em matemática financeira é transportar o dinheiro ao longo do tempo. O valor de uma quantia depende da época à qual ela está referida. Se por exemplo o dinheiro está rendendo 10% ao mês , então R$ 100,00 agora vale o mesmo que R$ 110,00 daqui a um mês. Logo pagar R$ 109,00 daqui a um mês é mais vantajoso que pagar R$ 100,00 hoje. É financeiramente, mais vantajoso pagar R$ 100,00 agora que R$ 111,00 daqui a um mês.

Conforme muitos autores[1] ressaltam o problema fundamental em matemática financeira é deslocar quantias no tempo.

Assim a fórmula para o cálculo dos juros compostos pode ser lida da seguinte forma: Uma quantia PV hoje, será transformada numa quantia $PV(1+i)^n$. Isto é, uma quantia cujo valor atual é A equivalerá no futuro, depois de n períodos de tempo a $F = A(1+i)^n$.

[1] Lages, A matemática no ensino médio vol.2

Então como fazer a equivalência de capitais? A resposta para essa questão é: Devemos iguala-las no mesmo período de tempo. É importante termos em mente o fluxo de capitais, para que possamos não cometer erros.

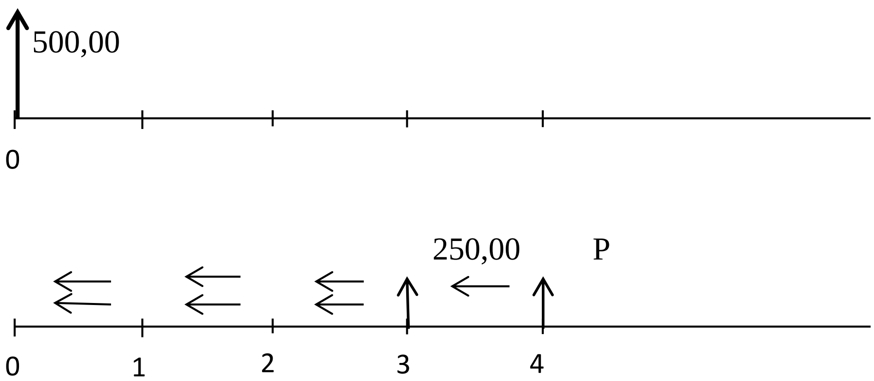
Para obter o valor futuro FV basta multiplicar o Atual PV por $(1+i)^n$. Para obter o valor atual PV, basta dividir FV por $(1+i)^n$.

6.6.1 – Exemplos

A título de simplificação, podemos resumir todos os problemas de matemática financeira ao próximo exemplo.

1 – Marcos fez um empréstimo de R$ 500,00, a juros de 8% ao mês . Depois de três meses Marcos pagou R$ 250,00 e o liquidou o empréstimo um mês após esse pagamento. Qual o valor desse último pagamento?

Resolução: Os fluxos de caixa abaixo são equivalentes. O que significa que R$ 500,00 na data 0 tem o mesmo valor que R$ 250,00 na data 3, ou seja daqui a três meses, mais um pagamento igual a P, na data 4.



Igualando os valores em uma mesma época (0, por exemplo), dos pagamentos nos dois esquemas , obtemos

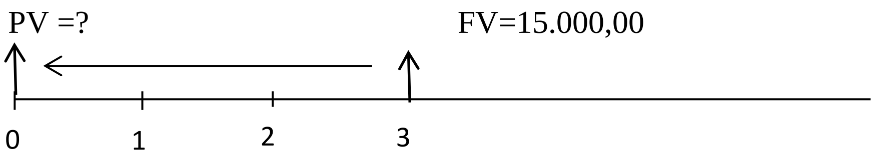
$$500 = \frac{250}{(1+0{,}08)^3} + \frac{P}{(1+0{,}08)^4}$$

Obtendo P = R$ 410,25

O pagamento para liquidar o empréstimo foi no valor de R$ 410,25

2 – Um capital de R$ 15.000,00 obtidos daqui a 3 meses a uma taxa de 2% a.m. equivale a quanto hoje?

Resolução:



Sabemos que $PV = \frac{FV}{(1+i)^n} = \frac{15.000}{(1,02)^3} = 14.134,83$

Podemos fazer os cálculos usando a calculadora HP-12C digitando:

1) f 4 (fixar quatro casas decimais)
2) 1,02 ENTER
3) 3 Y^X (obtendo 1,0612)
4) 15.000 ENTER
5) $x \leftrightarrows y$ $\div$ (Obtendo PV= 14.134,83)

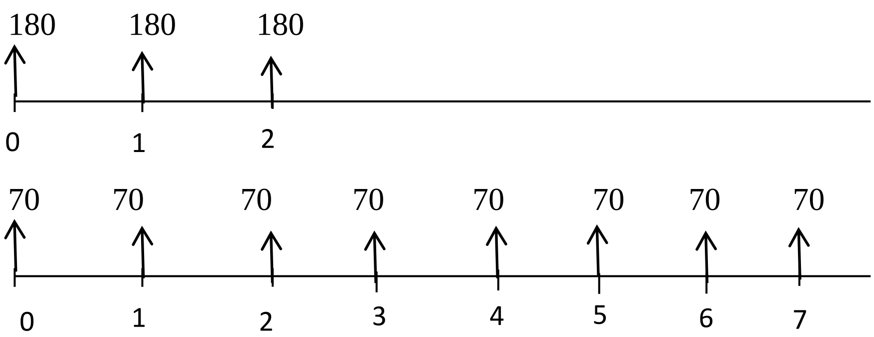
Obs. Poderíamos também usar a função $1/x$ após o passo 3, bastando após isso multiplicar por R$ 15.000,00.

3 – Paulo tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:
a) três prestações mensais de R$ 180,00 sendo a primeira no ato da compra.
b) oito prestações mensais de R$ 70,00, sendo a primeira no ato da compra.

Se o dinheiro pode ser aplicado à uma taxa de 2 % ao mês, qual a melhor opção?

Resolução:

Temos que igualar os valores das duas formas de pagamento numa mesma época, por exemplo na época 2. Os esquemas de pagamentos são os seguintes:



$a = 180(1,02)^2 + 180(1,02) + 180 = 550,87$

$$b = 70(1,02)^2 + 70(1,02)^1 + 70 + \frac{70}{(1,02)^1} + \frac{70}{(1,02)^2} + \frac{70}{(1,02)^3} + \frac{70}{(1,02)^4} + \frac{70}{(1,02)^5} =$$
$$= 544,14$$

Portanto o melhor esquema é o segundo em oito vezes. Perceba que no primeiro esquema, desconsiderando o fato da valorização de 2% ao mês, pagamos R$ 540,00 enquanto que no segundo esquema R$ 560,00. Não podemos esquecer que o valor dinheiro varia no tempo.

7 - Taxas de juros

7.1 – Introdução

Os meios de comunicação frequentemente noticiam informações econômicas exemplificando diversas taxas de juros que são utilizadas no mercado financeiro. A Taxa Selic é a taxa de juros básica da economia no Brasil. Ela serve de referencia para todas as outras taxas. Influencia portanto, toda politica econômica incluindo, inflação, preço dos alugueis, taxas de empréstimos, e outras. Além disso, serve como parâmetro no cálculo dos indexadores da economia como IGPM, IPCA que envolvem determinados setores da economia, ou seja, os valores de serviços e produtos são calculados em função dessas taxas. As taxas que servem de indexadores também influenciam outras taxas como por exemplo, a taxa de rendimento da caderneta de poupança. Portanto o assunto taxas de juros é de extrema importância em matemática financeira e economia.

As calculadoras financeiras como a HP-12C trabalham considerando que a unidade referencial de tempo de capitalização e a unidade referencial de tempo da taxa de juros é a mesma. Por exemplo uma operação envolvendo uma taxa de 4% pode ser interpretada como sendo : a) 4% ao ano , e nesse caso os períodos de capitalização são anos; b) 4% ao mês, e nesse caso os períodos de capitalização são em meses e assim por diante;

No entanto nos problemas práticos nem sempre as duas unidades de tempo referenciais são iguais. Neste capítulos vamos mostrar como tais taxas são apresentadas nas situações financeiras e como adequa-las as condições de uso padrão da HP-12C e do Excell.

7.2 – Taxa efetiva

Taxa efetiva é aquela na qual a unidade referencial de tempo de capitalização coincide com a que ela se refere. Por exemplo:

- 3% ao mês, capitalizados mensalmente
- 4% ao bimestre, capitalizados bimestralmente
- 7% ao ano, capitalizados anualmente.

Normalmente , quando nos referimos a uma taxa efetiva dizemos simplesmente:

- 3% ao mês
- 4% ao bimestre
- 7% ao ano

A taxa efetiva é utilizada nas calculadoras financeiras, nas planilhas eletrônicas e nas tabelas financeiras.

7.3 – Taxas Equivalentes

Taxas equivalentes são aquelas que produzem o mesmo Montante acumulado ao serem aplicadas ao mesmo capital pelo mesmo prazo, no regime de juros compostos.

Portanto o conceito de taxas equivalentes está para o regime de juros compostos, assim como o conceito de taxas proporcionais está para o regime de juros simples.

7.3.1 – Exemplo Numérico

Vamos determinar os montantes no final de quatro anos, de um principal de R$ 1.000,00, no regime de juros compostos, com as seguintes taxas de juros:

a) $12{,}6825\%\ ao\ ano$

b) $6{,}1520\%\ ao\ semestre$

c) $1{,}00\%\ ao\ mês$

Resolução:

Pela relação (6.1) temos $FV = PV(1+i)^n$

a) $FV = 1000(1+0{,}126835)^4$=$1000.(1{,}126825)^4$ = $1000 \times 1{,}6122 = 1612{,}20$

Podemos resolver usando a HP-12 C ou com a Planilha Excell

n	i	PV	PMT	FV
4	12,6825	1.000,00	0,00	1612,20

b) $FV = 1000(1+0{,}061520)^8$=$1000.(1{,}061520)^8$ = $1000 \times 1{,}6122 = 1612{,}20$

Podemos resolver usando a HP-12 C ou com a Planilha Excell

n	i	PV	PMT	FV
8	6,1520	-1.000,00	0,00	1612,20

c) $FV = 1000(1+0{,}01)^{48}$=$1000.(1{,}01)^{48}$ = $1000 \times 1{,}6122 = 1612{,}20$

Podemos resolver usando a HP-12 C ou com a Planilha Excell

n	i	PV	PMT	FV
48	1,00	-1.000,00	0,00	1612,20

Como o montante obtido no final do prazo de quatro anos, pelo mesmo capital de R$ 1.000,00 foi sempre igual a R$ 1.612,20 , podemos concluir que as taxas de 12,6825% $a.a.$, $6,1520\%$ $a.s.$ e 1,00% a.m. são equivalentes.

Da mesma forma que fizemos com as taxas proporcionais, podemos encontrar uma relação que nos permita determinar uma taxa equivalente a uma taxa dada.

Taxa mensal

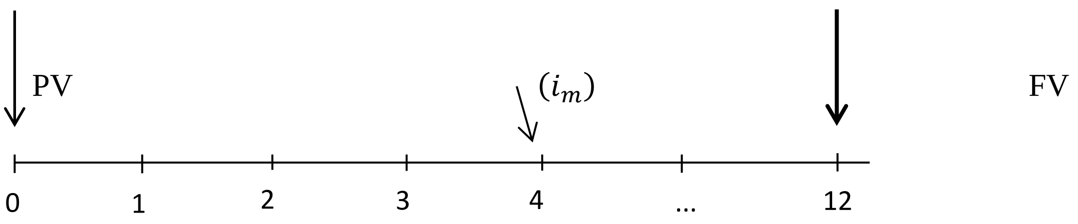


Figura (7.1)

Taxa anual

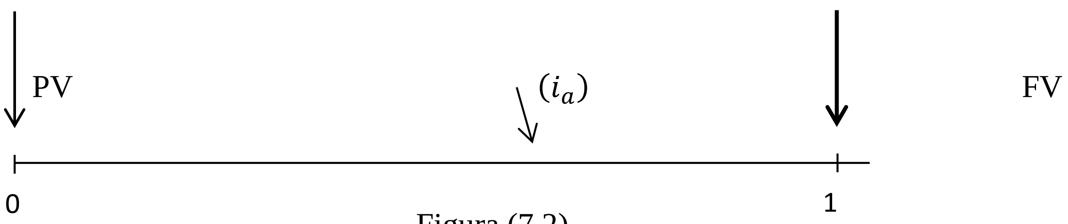


Figura (7.2)

No regime de juros compostos o esquema da figura (8.1) nos fornece

$FV = PV(1 + i_m)^{12}$ e a figura (8.2) nos fornece $FV = PV(1 + i_a)^1$

Para que essas taxas sejam equivalentes temos que ter montantes iguais, logo

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} \qquad (7.1)$$

As demais relações relacionando a taxa anual com a semestral, trimestral e diária, são obtidas do modo análogo.

$$(1 + i_a) = (1 + i_s)^2 = (1 + i_t)^4 = (1 + i_m)^{12} = (1 + i_d)^{360} \qquad (7.2)$$

Podemos resumir a todas as igualdades em (7.2) por

$$1 + I = (1 + i)^n \qquad (7.3)$$

onde i é a taxa de um determinado período de tempo e I é a taxa de n períodos a relação (7.3) pode ser encontrada na forma $i_Q = (1 + i_T)^{\frac{Q}{T}} - 1$ onde Q é período que queremos expressar a taxa e T é o período que temos a taxa dada.

7.3.2 – Exemplos

1 – Determinar a taxa mensal que é equivalente a 10% ao ano.

Resolução:

Sabemos que $i_a = 10\%$ e pela relação (8.1) temos $(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12}$

$(1 + i_m)^{12} = (1 + 10\%) = (1 + 0{,}10) = 1{,}10$

e daí

$i_m = (1{,}10)^{1/12} - 1 = 1{,}007974 - 1 = 0{,}007974$

ou ainda 0,7974%

Com a calculadora HP-12C ou a planilha excell podemos obter o mesmo resultado

n	i	PV	PMT	FV
12	0,7974	-100,00	0,00	110,00

Acima usamos o fato de que 10% a.a .aplicados num principal de R$100,00 rende R$10,00 gerando um montante FV de R$ 110,00. Quando introduzimos o valor 12 para o período n , HP-12C determina a taxa equivalente a anual , que no caso é a mensal.

2 – Determinar a taxa anual que é equivalente 1% ao mês.

Resolução:

$i_m = 1\% = 0{,}01$

$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} \Longrightarrow i_a = (1 + 0{,}01)^{12} - 1 \Longrightarrow i_a = (1{,}01)^{12} - 1 = 0{,}126825$

ou seja , $i_a = 12{,}6825\%$

Podemos resolver com a Calculadora HP-12C

n	i	PV	PMT	FV
12	1,00	-100,00	0,00	112,6825

Observamos que o montante FV de R$ 112,6825 é equivalente a aplicação de uma taxa de 12,6825 % por um ano sobre o capital de R$ 100,00.

3 - Determinar as taxas anual e semestral que são equivalentes à taxa de 3% ao trimestre.

Resolução:

a) Taxa anual i_a

$i_t = 3$ %

Pela relação (8.2) temos

$(1 + i_a) = (1 + i_t)^4 = (1 + 3\%)^4 = (1 + 0{,}03)^4 = (1{,}03)^4$

Logo,

$i_a = (1{,}03)^4 - 1 = 1{,}125509 - 1 = 0{,}125509$

ou ainda, i_a=12,5509 % ou 12,5509 % ao ano.

b) Taxa semestral i_s

$(1 + i_s)^2 = (1 + i_t)^4 \implies (1 + i_s) = (1 + i_t)^2 = (1 + 3\%)^2$

$i_s = (1{,}03)^2 - 1 = 1{,}060900 - 1 = 0{,}060900$

ou seja,   6,09 % ao semestre

Agora usando a HP-12C

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
2	3,00	-100,00	0,00	106,0900

valor que equivale a uma taxa de 6,09% em um semestre.

4 – Determinar a taxa diária que é equivalente à taxa de 1,5 % ao mês.

Resolução:

i_m=1,5 %   e pela relação (8.2) $(1 + i_d)^{360} = (1 + i_m)^{12} \implies (1 + i_d)^{30} = (1 + i_m)$

$i_d = (1{,}015)^{1/30} - 1 = 1{,}000496 - 1 = 0{,}000496$

ou seja, 0,0496 % ao dia.

Com auxílio da HP-12C a solução seria

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
30	0,0496	-100,00	0,00	101,50

conferindo com o resultado obtido acima.

7.4 – Taxa Nominal

Chamamos de taxa nominal a taxa de juros na qual a sua unidade referencial de tempo não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. A taxa nominal é sempre fornecida em termos anuais , e os períodos de capitalização podem ser semestrais, trimestrais, mensais ou diários. Representaremos a taxa nominal por i_N. São exemplos de taxas nominais:

- 12 % ao ano, capitalizados mensalmente
- 24 % ao ano, capitalizados semestralmente
- 10 % ao ano, capitalizados trimestralmente
- 18 % ao ano, capitalizados diariamente

Apesar de muito utilizada no mercado a taxa anual, não representa uma taxa efetiva, sendo utilizada muitas vezes para mascarar uma taxa efetiva maior. A taxa nominal não deve ser usada nos cálculos financeiros, no regime de juros compostos.

Toda taxa nominal traz implícita uma taxa efetiva, a qual deve ser usada nos cálculos financeiros em questão. Essa taxa efetiva implícita é sempre calculada de forma proporcional no regime de juros simples.

Então, ao nos depararmos com uma taxa nominal numa negociação devemos primeiro determinar a taxa proporcional no regime de juros simples, e daí se necessário calcular as taxas equivalentes no período de juros compostos. Vejamos alguns exemplos.

Nos exemplos anteriores as taxas efetivas que estão implícitas nos enunciados das taxas nominais são calculadas como já dissemos no regime de juros simples e são as seguintes:

- 12% ao ano, capitalizados mensalmente:
$$\frac{12\% a.a.}{12\ meses} = 1\%\ ao\ mês$$
- 24% ao ano , capitalizados semestralmente:
$$\frac{24\% a.a.}{2\ semestres} = 12\%\ ao\ semestre$$
- 10% ao ano, capitalizados trimestralmente:
$$\frac{10\% a.a.}{4\ trimestres} = 2{,}5\%\ ao\ trimestre$$
- 18% ao ano, capitalizados diariamente:
$$\frac{18\% a.a.}{360\ dias} = 1\%\ ao\ mês$$

A partir daí devemos utilizar essas taxas proporcionais nos cálculos com juros compostos. As taxas anuais efetivas são sempre maiores que as taxas nominais pois estamos trabalhando com juros compostos. Essa taxa anual equivalente será tanto maior quanto forem os períodos de capitalização.

7.4.1 – Exemplos numéricos

1 – Determinar as taxas efetivas anuais que são equivalentes a uma taxa nominal de 9% ao ano, com os seguintes períodos de capitalização:

a) mensal b) trimestral c)semestral.

Resolução:

$$i_N = 9\%$$

a) Taxa efetiva mensal : $i_m = \frac{i_N}{12} = \frac{9\%}{12} = 0{,}75\%$ ao mês

Pela relação (8.2) temos:

$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} = (1 + 0{,}75\%)^{12} = (1{,}0075)^{12}$

$i_a = (1{,}0075)^{12} - 1 = 1{,}093807 - 1 = 0{,}093807$

ou seja , 9,3807% ao ano.

Vamos fazer esse calculo com a calculadora HP-12C ou com a Planilha Excell:

n	i	PV	PMT	FV
12	0.75	-100,00	0,00	109,3807

A célula em destaque FV mostra o montante acumulado de R$ 109,3807, que em relação ao valor aplicado PV indica uma taxa anual de 9,3807%.

b) Taxa efetiva trimestral : $i_t = \frac{i_N}{4} = \frac{9\%}{4} = 2{,}25\%\ ao\ trimestre$

Pela relação (8.2) temos:

$(1 + i_a) = (1 + i_t)^4 = (1 + 2{,}25\%)^4 = (1{,}0225)^4$

$i_a = (1{,}0225)^4 - 1 = 1{,}093083 - 1 = 0{,}093083$

ou seja, 9,3083% ao ano

Com a calculadora HP-12C os cálculos são os seguintes

n	i	PV	PMT	FV
4	2,25	-100,00	0,00	109,3083

Pela mesma argumentação do exemplo anterior concluímos.

c) Taxa efetiva semestral : $i_s = \frac{i_N}{2} = \frac{9\%}{2} = 4{,}5\%\ ao\ semestre$

Pela relação (8.2) temos:

$(1 + i_a) = (1 + i_s)^2 = (1 + 4{,}5\%)^2 = (1{,}045)^4$

$i_a = (1{,}045)^2 - 1 = 1{,}092025 - 1 = 0{,}092025$

ou seja, 9,2025% ao ano.

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
2	4,5	-100,00	0,00	109,2025

o que confirma a taxa anual.

Vamos construir uma tabela fazendo o mesmo exercício para as taxas de 12%a.a.; 24%a.a.; 36%a.a.

Taxa nominal anual (%)	**Taxas efetivas anuais equivalentes (em %) quando o período de capitalização for**			
	Anual	**Semestral**	**Trimestral**	**Mensal**
9,0	9,0	9,20	9,31	9,38
12,0	12,0	12,36	12,55	12,68
24,0	24,0	25,44	26,25	26,82
36,0	36,0	39,24	41,16	42,58

Ao analisar essa tabela podemos tirar seguintes conclusões:

a) a taxa efetiva anual sempre é maior que a taxa nominal anual correspondente;

b) a diferença entre essas taxas aumenta quando:

- aumenta o número de períodos de capitalização;
- aumenta o valor da taxa nominal.

2 – Determinar a taxa efetiva trimestral que é equivalente a uma taxa nominal de 15% ao ano, capitalizados mensalmente.

Resolução:

$i_N = 15\%$

Taxa efetiva mensal: $i_m = \frac{i_N}{12} = \frac{15\%}{12} = 1{,}25\%$

Pela relação (8.2) temos:

$(1 + i_t)^4 = (1 + i_m)^{12} \Longrightarrow (1 + i_t) = (1 + i_m)^3$

$(1 + i_t) = (1 + 1{,}25\%)^3 = (1{,}025\%)^3$

$i_t = (1{,}025\%)^3 - 1 = 1{,}037971 - 1 = 0{,}037971$

ou seja, 3,7971% ao trimestre.

Fazendo os cálculos com a calculadora HP-12C temos:

n	i	PV	PMT	FV
3	1,25	-100,00	0,00	103,7971

3 – Uma empresa de cartão de crédito trabalha com uma taxa nominal de juros de 124% em caso pagamento parcelado ou rotativo. Determinar a taxa de juros efetiva anual .

Resolução:

$i_N = 124\%$

Taxa efetiva mensal: $i_m = \frac{i_N}{12} = \frac{124\%}{12} = 10{,}3333\%$

Pela relação (8.2) temos:

$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} = (1 + 10{,}3333\%)^{12} = (1{,}103333)^{12}$

$i_a = (1{,}103333)^{12} - 1 = 3{,}254463 - 1 = 2{,}254463$

ou seja , 225,4463 % ao ano.

Como podemos perceber a taxa efetiva de juros é bem mais alta que a taxa nominal o que leva o usuário do cartão uma falsa sensação de estar pagando menos juros.

Resolvendo com a calculadora HP-12C

n	i	PV	PMT	FV
12	10,3333	-100,00	0,00	325,4463

8 - Séries Uniformes

8.1 – Introdução

O financiamento de imóveis é uma modalidade de empréstimo muito conhecida no mundo. A conquista da moradia digna sempre foi uma preocupação dos cidadãos brasileiros. A constante migração da área rural para a urbana, principalmente com o processo de modernização agrícola e industrialização, fez com que o Governo Federal, por meio da Lei 4.380, de 21 de agosto de 1964, criasse o Sistema Financeiro de Habitação (SFH).

Foi por meio desta lei que foram criados o Banco Nacional de Habitação (BNH) e deu respaldo jurídico para a criação das Companhias de Habitação como forma de dar assistência na elaboração e execução de planos diretores, projetos e orçamentos para a solução do problema habitacional. No Brasil, atualmente, a Caixa Econômica Federal que é um banco do governo federal tem financiado imóveis para milhões de pessoas.

Existem vários modelos de empréstimos habitacionais, dentre os quais destacamos o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o modelo Price, também, conhecido como Tabela Price. No primeiro modelo a amortização é constante, como o próprio nome sugere, enquanto no segundo as prestações é que são constantes. Uma série é uma sequencia de pagamentos ou recebimentos no regime de juros compostos. Se os pagamentos (recebimentos) são iguais a série é dita uniforme.

O objetivo deste capítulo é desenvolver as fórmulas básicas nas soluções de problemas envolvendo uma Série Uniforme e mostrar suas aplicações por meio de exemplos.

8.2 - Dado o valor da prestação PMT achar o Montante FV

Sabendo o valor da prestação constante PMT queremos calcular o montante acumulado FV, no final de n períodos, com uma taxa de juros i por período no regime de juros compostos. Convém lembrar que estamos considerando a série postecipada, ou seja, os pagamentos ocorrem no final dos períodos.

O montante FV , no final do período de ordem n, é o acumulado por essas prestações corresponde a soma dos montantes calculados para cada prestação até esse mesmo período. Dessa forma:

Vamos calcular todos os pagamentos no tempo n do fluxo de tempo

- a 1^a prestação capitalizada por (n – 1) períodos tem seu valor futuro no final do período n igual a $PMT(1+i)^{n-1}$

- a 2ª prestação capitalizada por (n – 2) períodos tem seu valor futuro no final do período n igual a $PMT(1+i)^{n-2}$
- a penúltima prestação capitalizada por 1 período tem seu valor futuro no final do período n igual a $PMT(1+i)$
- a última prestação não é capitalizada logo tem seu valor futuro igual a PMT

O montante FV é o resultado da soma dessas parcelas, isto é:

$$FV = PMT[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i) + 1]$$

Os termos entre colchetes correspondem à soma dos termos de uma progressão geométrica, cuja fórmula pode ser obtida multiplicando-se ambos os lados da Expressão acima por $(1+i)$. Obtemos:

$$FV(1+i) = PMT[(1+i)^{n} + (1+i)^{n-1} + \cdots + (1+i)^{2} + (1+i)]$$

Subtraindo a segunda da primeira obtemos

$$FV \times i = PMT[(1+i)^{n} - 1]$$

e finalmente:

$$FV = \frac{PMT[(1+i)^{n}-1]}{i} \qquad (8.1)$$

Esta relação resolve os problemas do tipo " Dado PMT achar FV", ou seja determinar o valor do montante sabendo o valor das prestações PMT de uma série uniforme, e constante.

8.2.1 – Utilização da Calculadora HP-12C e da Planilha Excel

Usamos o mesmo esquema para simular tanto a calculadora HP-12C como a Planilha Excel . O esquema assume a seguinte forma:

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
x	x,xx	0,00	xx.xxx,xx	xx.xxx,xx

Estamos considerando a série postecipada ao utilizar o esquema acima. No caso da série antecipada, quando as prestações ocorrem no inicio dos períodos, temos que ativar a função BEG na calculadora HP-12C.

O registro os valores monetários PV, FV, PMT deve obedecer à convenção de sinal, na qual as entradas de caixa tem sinal positivo (+) e as saídas de caixa tem sinal negativo (-).

8.2.2 – Exemplos

1 – Determinar o valor do montante FV do fluxo de caixa que se segue, com uma taxa de 10% ao ano, no regime de juros compostos, com uma prestação anual constante de \$1.000,00 por 5 anos.

Resolução:

Dados:

$n = 5$
$i = 10\%\ ao\ ano$
$PMT = \$1.000,00$
$PV = \$0,00$
$FV = ?$

n	i	PV	PMT	FV
5	10,00	0,00	-1.000,00	6.105,10

Logo concluímos que o montante FV no final de 5 anos, após a efetivação do último depósito é \$ 6.105,10.

2 – Se um cidadão aplicar mensalmente R\$ 2.000,00 em um fundo de investimento que remunera à taxa de 2% a.m. , após 7 aplicações qual será o montante?

Resolução:

$n = 7$
$i = 2\%\ ao\ mês$
$PMT = \$\ 2.000,00$
$PV = \$0,00$
$FV = ?$

Pela relação (9.1) temos $FV = \frac{PMT[(1+i)^n - 1]}{i}$

$$FV = \frac{2000[(1,02)^7 - 1]}{0,02} = 14.668,57$$

E fazendo os cálculos na calculadora HP-12C ou Planilha Excel

n	i	PV	PMT	FV
7	2,00	0,00	-2.000,00	14.668,57

3 – Um eletrodoméstico foi vendido em 10 prestações iguais de $120,00. Se a taxa de juros da loja que vendeu foi de 4% ao mês, qual o valor do eletrodoméstico após as 10 prestações, ou seja, qual o valor à prazo ?

Resolução:

Esta situação muito comum no cotidiano do brasileiro , representa uma série uniforme, da qual queremos determinar o montante FV.

Dados:

$n = 10$
$i = 4\%\ ao\ mês$
$PMT = \$120{,}00$
$PV = \$0{,}00$
$FV = ?$

Pela relação (9.1) temos $FV = \frac{PMT[(1+i)^n - 1]}{i}$. Substituindo os valores

$$FV = \frac{120[(1{,}04)^{10} - 1]}{0{,}04} = 1.440{,}73$$

E fazendo os cálculos na calculadora HP-12C ou Planilha Excel.

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
10	4,00	0,00	-120,00	1.440,73

Muitas vezes o montante de um série uniforme pode surpreender uma pessoa com pouco conhecimento de séries uniformes. Vejamos um exemplo.

3 – Um investidor depositou $1.500,00 semestralmente para formar um pecúlio durante 10 anos. Calcule o montante para uma taxa de 8% ao semestre.

Resolução:

$n = 20$
$i = 8\%\ ao\ semestre$
$PMT = \$1.500{,}00$
$PV = \$0{,}00$
$FV = ?$

$$FV = \frac{1.500[(1{,}3)^{20} - 1]}{0{,}3} = 68.642{,}95$$

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
20	8,00	0,00	-1.500,00	68.642,95

8.3 – Problema do tipo “dado FV determinara PMT”

Um determinado bem está sendo vendido à prazo em 6 prestações , com uma taxa de 3% ao mês. Se o valor do bem no final será R$2.400,00, quanto deve ser as prestações mensais, sabendo que a primeira para a um mês após a venda?

Este problema é do tipo “dado FV determinara PMT”, pois temos o valor final do total de prestações e queremos o valor de cada prestação.

Obviamente a situação o inversa ao caso anterior , bastando para isso colocar a expressão (9.1) em função de PMT.

Assim obtemos

$$PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1} \qquad (8.2)$$

Podemos utilizar a calculadora HP-12C ou a Planilha Excel para resolver esse tipo de problema.

8.3.1 – Exemplos

1 – Vamos resolver o problema sugerido no inicio desta parte.

Dados:

$n = 6$
$i = 3\%\ ao\ semestre$
$PMT = ?$
$PV = \$0{,}00$
$FV = \$2.400{,}00$

Pela expressão (9.2) temos

$$PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 2.400 \frac{0{,}03}{(1{,}03)^6 - 1} = 371{,}03$$

e com a calculadora

n	i	PV	PMT	FV
6	3,00	0,00	- 371,03	2.400,00

2 – Um pequeno investidor faz uma aplicação financeira, que consiste numa quantia constante que é retirada do seu pagamento direto da folha de pagamento e aplicado num fundo de poupança com rendimento de 5% ao semestre . Se após 8 meses ele tem acumulado $900,00 , qual o valor da quantia mensal aplicada?

Resolução:

Dados:

$n = 8\ meses$
$i_s = 5\%\ ao\ semestre$
$PMT = ?$
$PV = \$0,00$
$FV = \$900,00$

Como a taxa de juros foi dada ao semestre e o período em meses , primeiro vamos determinar a taxa mensal equivalente a 5% ao semestre. Pela relação (8.2) temos

$$(1 + i_s)^2 = (1 + i_m)^{12} \implies (1 + i_s) = (1 + i_m)^6$$

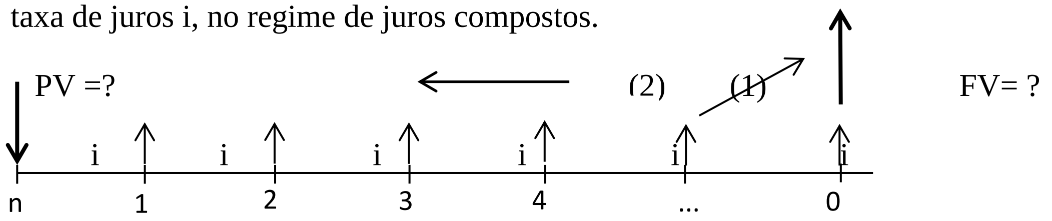
$$(1 + 0{,}05) = (1 + i_m)^6 \implies i_m = 0{,}00816$$

Agora usando a relação (9.2)

$$PMT = FV\frac{i}{(1+i)^n - 1} = 900\frac{0{,}00816}{(1{,}00816)^8 - 1} = 109{,}32$$

8.4 – Dado o valor da prestação PMT determinar o principal PV

Queremos agora determinar o valor do principal PV a partir do valor das n prestações de uma série uniforme, todas com mesmo valor e igual a PMT, com uma taxa de juros i, no regime de juros compostos.



Vamos encontrar uma expressão que nos permita resolver a questões do tipo mencionado. Conforme indica o diagrama acima, sabemos calculamos o montante FV com a expressão (9.1) em função da prestação PMT. Da mesma forma sabemos calcular o montante conhecendo o principal PV com a relação (6.1) $FV = PV(1 + i)^n$. Substituindo a segunda na primeira e isolando o principal PV obtemos

$$PV = PMT\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad (8.3)$$

8.4.1 – Exemplos

1 – Uma geladeira é vendida a prazo em 4 prestações mensais e iguais de R$560,00 vencendo a primeira um mês após a compra. Se a taxa interna de retorno 5% ao mês. Qual seu preço a vista?

Resolução:

$n = 4$
$i = 5\%\ ao\ mês$
$PMT = \$560{,}00$
$PV = ?$
$FV = \$0{,}00$

Pela relação (9.3) temos

$$PV = PMT\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 560\frac{1-(1+0{,}05)^{-4}}{0{,}05} = 560\frac{1-(1{,}05)^{-4}}{0{,}05} = 1985{,}73$$

ou seja, o preço a vista é R$ 1985,73

Resolvendo com a HP-12C temos,

n	i	PV	PMT	FV
4	5,00	1985,73	-560,00	0,00

2 - Um imóvel é vendido em 5 parcelas de $ 180.000,00 sendo a primeira paga como entrada. Se a taxa do financiamento for 3% ao mês. Qual o preço a vista?

Resolução:

A série em questão é chamada de antecipada devido ao pagamento da entrada, o que faz com os pagamentos seguintes sejam no inicio do período. Para utilizarmos a mesma fórmula (9.3) basta separarmos o valor da entrada e considerar a série de pagamentos como postecipados.

Resolução:

$Entrada = \$180.000{,}00$

$n = 5 - 1 = 4$
$i = 3\%\ ao\ mês$
$PMT = \$180.000{,}00$
$PV = ?$
$FV = \$0{,}00$

$$PV = PMT\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 180.000\frac{1-(1+0{,}03)^{-4}}{0{,}03} = 180.000\frac{1-(1{,}03)^{-4}}{0{,}03} =$$
$$= 669.077{,}71$$

Logo o preço a vista será $669.077,73+$180.000,00 = $849.077,71

8.5 - Problema do tipo “dado valor a vista PV determinar a prestação PMT”

Um determinado bem está sendo vendido à prazo em 6 prestações , com uma taxa de 3% ao mês. Se o preço a vista do bem no final é R$2.400,00, quanto deve ser as prestações mensais, sabendo que a primeira para a um mês após a venda?

Este problema é do tipo “dado PV determinara PMT”, pois temos o valor principal ou atual e queremos o valor de cada prestação.

Obviamente a situação o inversa ao caso anterior , bastando para isso colocar a expressão (9.3) em função de PMT.

Assim obtemos

$$PMT = PV\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad (8.4)$$

Resolução:

$$PMT = PV\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 2.400\frac{0{,}03}{1-(1{,}03)^{-6}} = 443{,}03$$

E com a HP-12C ou Excel,

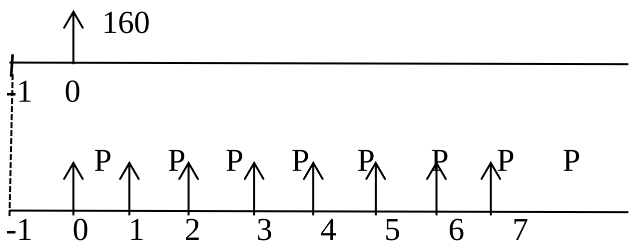
n	i	PV	PMT	FV
6	3,00	-2400	443,03	0,00

onde encontramos a prestação PMT= $ 443,03

1 – Um bem, cujo preço a vista é R$160,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, antecipadas (isto é, a primeira é paga no ato da compra). Se os juros são de 10% ao mês, determine o valor das prestações.

Resolução:

Nesse caso vamos igualar os valores no período -1 (esta é uma escolha que pode parecer estranha, mas que possibilita o uso da fórmula para resolver o problema)



$$\frac{160}{1+0{,}1} = PMT\frac{1-(1+0{,}1)^{-8}}{0{,}1} \implies PMT = 775{,}98$$

8.6 – Rendas Perpétuas ou perpetuidades.

Rendas perpétuas aparecem em locações. Quando se aluga um imóvel, por exemplo, cede-se a posse desse imóvel em troca de um aluguel, normalmente mensal. O conjunto de aluguéis constitui um renda perpétua ou perpetuidade. Podemos pensar que seria uma série de pagamentos infinitos.

Fazendo **n** tender ao infinito na relação (9.3) obtemos a fórmula para o cálculo de rendas infinitas

$$PV = \frac{PMT}{i} \qquad (8.5)$$

Exemplos:

1 – Se o dinheiro vale 2% ao mês , quanto deve ser o aluguel de um imóvel que vale 60 mil reais?

Resolução:

O problema consiste na cessão de um imóvel em troca do aluguel , que é uma renda perpétua. O valor do aluguel pode ser obtido pela formula (9.5)

$$PV = \frac{PMT}{i} \implies PMT = PV \times i \implies PMT = 60.000 \times 0{,}02 = 1.200$$

O valor do aluguel deve ser de R$ 1.200,00.

2 – Uma pessoa deseja ter uma renda perpétua de R$ 2.000,00 Quanto deverá aplicar hoje em uma caderneta de poupança que rende 0,5% ao mês?

Resolução:

Como o próprio enunciado menciona temos um problema de perpetuidade.

Dados:

$PMT = 2.000{,}00$

$i = 0{,}5\% = 0{,}005$

$$PV = \frac{PMT}{i} = \frac{2.000}{0{,}005} = 400.000$$

Tal pessoa deve aplicar R$ 400.00,00 hoje para ter uma renda perpétua de R$ 2.000,00, mantidas as condições do problema.

8.7 - Sistemas de Amortização

Amortização é um processo de pagamento de uma divida de forma programada. Numa divida devem ser considerados três fatores básicos: A prestação , a amortização e os juros de cada período. Existem várias formas de quitar a dívida adquirida. Cada forma é um dos tipos de sistema de amortização. Uma parte da prestação quita os juros em quanto outra parte abate (amortiza) a dívida.

Exemplo: Paulo fez um empréstimo de R$ 200,00, a juros mensais de 10% . Ele quitou a dívida em três meses, pagando a cada mês os juros e amortizando 20% da dívida no primeiro mês e 30% e 50% nos dois meses seguintes.

Com auxílio de uma planilha podemos acompanhar os esquemas de pagamento, mês a mês. Usaremos A_k ,J_k, P_k, D_k são, respectivamente, o valor da amortização, o valor dos juros do mês, o valor da prestação e o valor da dívida restante.

k	J_k	A_k	P_k	D_k
0	--	--	--	200
1	20	40	60	160
2	16	60	76	100
3	10	100	110	--

Os principais sistemas de amortização são:

1. Sistema de pagamento único: Um único pagamento no final

2. Sistema de pagamentos variáveis: Vários pagamentos diferenciados

3. Sistema Americano: Pagamento no final com juros calculados período a período

4. Sistema de Amortização Constante (SAC): A amortização da dívida é constante e igual em cada período.

5. Sistema Francês ou Tabela Price: Os pagamentos (prestações) são iguais.

6. Sistema Misto: Os pagamentos são as médias dos sistemas SAC e Price.

Em todos os sistemas os pagamentos são soma dos juros com a amortização da dívida.

Os sistemas mais utilizados no Brasil são SAC e a Tabela Price.

9.6.1 – Exemplos

Em todos os exemplos , utilizaremos um financiamento simulado de R$ 30.000,00 que será pago ao final de 5 meses, à taxa de 4% ao mês.

Em todos dos exemplos usaremos uma tabela semelhante a tabela abaixo, onde constam os principais elementos envolvidos no planejamento dos sistemas de amortização.

Sistema de Pagamento				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00			
2				
3				
4				
5		30.000,00		0
Totais		30.000,00		0

1 – Sistema de pagamento único

Usado comumente em Letras de cambio, títulos descontados em bancos, certificados a prazo fixo com renda fixa.

O devedor paga o montante M = Capital + juros em um único pagamento ao final dos 5 meses . O montante pode ser calculado pela fórmula $M = C(1+i)^n$.

Sistema de Pagamento Único				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00	0	0	31.200,00
2	1.248,00	0	0	32.448,00
3	1.297,92	0	0	33.745,92
4	1.349,83	0	0	35.095,75
5	1.403,83	30.000,00	36.499,58	0
Totais	6.499,58	30.000,00	36.499,58	0

2 – Sistema de pagamentos variáveis

Usado comumente nos pagamentos de dívidas em cartões de crédito.

O devedor paga periodicamente valores variáveis conforme acordado com a instituição financeira baseado nas suas condições financeiras. O pagamento consta dos juros 108plica108 a amortização no final de cada período.

Suponha o seguinte acordo: O devedor pagará a dívida da seguinte forma:

- No final do 1º.mês: R$ 3.000,00 + juros
- No final do 2º.mês: R$ 4.500,00 + juros
- No final do 3º.mês: R$ 6.000,00 + juros
- No final do 4º.mês: R$ 7.500,00 + juros
- No final do 5º.mês: R$ 9.000,00 + juros

Sistema de Pagamentos Variáveis				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00	3.000,00	4.200,00	27.000,00
2	1.080,00	4.500,00	5580,00	22.500,00
3	900,00	6.000,00	6900,00	16.500,00
4	660,00	7.500,00	8160,00	9.000,00
5	360,00	9.000,00	9.360,00	0
Totais	4.200,00	30.000,00	34.200,00	0

3 – Sistema Americano

O devedor paga o Principal em um único pagamento no final. No final de cada período, realiza o pagamento dos juros do Saldo devedor do período. No final dos cinco períodos, o devedor paga também os juros do 5º. período.

Sistema Americano				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00		1.200,00	30.000,00
2	1.200,00		1.200,00	30.000,00
3	1.200,00		1.200,00	30.000,00
4	1.200,00		1.200,00	30.000,00
5	1.200,00	30.000,00	31.200,00	0
Totais	6.000,00	30.000,00	36.000,00	0

4 – Sistema de Amortização Constante – SAC

O devedor paga a dívida em cinco pagamentos, porém a amortização sempre é igual ao mesmo valor ou seja a amortização é constante.

A amortização $\boldsymbol{A}$ que é constante como dito acima é calculada simplesmente dividindo o principal C (ou PV) por n: $A = \frac{C}{n}$. Os juros do período $j_n = \{C - (n-1).A\}.i$ e o pagamento P_n é igual a amortização mais os juros do período n : $P_n = A + j_n$.

O uso do SAC é muito comum em sistema financeiros de habitação. Vamos ao exemplo.

Sistema de Amortização Constante				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00	6.000,00	7.200,00	24.000,00
2	960,00	6.000,00	6.960 ,00	18.000,00
3	720,00	6.000,00	6.720,00	12.000,00
4	480,00	6.000,00	6.480 ,00	6.000,00
5	240,00	6.000,00	6.240,00	0
Totais	3.600,00	30.000,00	33.600,00	0

5 – Sistema Francês (Tabela Price)

Nesse sistema as prestações (pagamentos) são iguais. O uso mais comum é no financiamento de bens de consumo em geral.

Como as prestações são iguais temos um sistema de série uniforme de pagamentos, assunto já estudado nesse trabalho.

As prestações PMT são calculados pela fórmula (8.4)

$$PMT = PV \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

onde PV é obviamente o valor tomado como empréstimo e financiado.

O valor da amortização é a diferença entre a prestação PMT e os juros do período:

$$A_k = P_k - J_k$$

No nosso exemplo $PV = 30.000{,}00$ e logo $PMT = 30.000\frac{0{,}04}{1-(1{,}04)^{-5}} = 6.738{,}81$

Sistema de Amortização Francês(Price)				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00	5.538,81	6.738,81	24.461,19
2	978,44	5.760,37	6.738,81	18.700,82
3	748,03	5.990,77	6.738,81	12.710,04
4	508,40	6.230,40	6.738,81	6.479,63
5	259,18	6.479,63	6.738,81	0
Totais	3.694,05	30.000,00	33.694,05	0

6 – Sistema de amortização misto (SAM)

Cada pagamento (prestação) é a média aritmética entre os sistemas Price e o sistema de amortização constante (SAC).

Logo $P_{SAM} = \frac{P_{SAC}+P_{Price}}{2}$

n	P_{SAC}	P_{Price}	P_{SAM}
1	7.200,00	6.738,81	6.969,40
2	6.960,00	6.738,81	6.849,40
3	6.720,00	6.738,81	6.729,40
4	6.480,00	6.738,81	6.609,40
5	6.240,00	6.738,81	6.489,40

Sistema de Amortização Misto				
n	Juros	Amortização do Saldo devedor	Pagamento	Saldo devedor
0	0	0	0	30.000,00
1	1.200,00	5.769,40	6.969,40	24.230,60
2	969,22	5.880,17	6.849,40	18.350,42
3	734,01	5.995,38	6.729,40	12.355,03
4	494,20	6.115,19	6.609,40	6.239,83
5	249,59	6.239,83	6.489,40	0
Totais	3.647,02	30.000,00	33.647,00	0

Na comparação entre os sistemas SAC e PRICE os dois mais utilizados para financiamentos de imóveis e bens no Brasil percebemos que os juros do sistema SAC foram menores que o da tabela Price.

Comparação	SAC	PRICE
Prestação	Decrescente	Constante
Amortização	Constante	Crescente
Juros	Decrescente	Decrescente
Vantagem	Menor juros, logo saldo devedor diminui mais rápido	Prestações inicias menores e constantes
Desvantagem	Prestações iniciais maiores	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação ao SAC

9 - Sugestões de atividades

Na intenção de enriquecer a atividade docente na sua prática de sala de aula, selecionamos algumas atividades que podem auxiliar e servir de exemplos para elaboração de outras atividades. Nosso desejo é que tais sugestões possam tornar as aulas de matemática financeira uma experiência gratificante e cheia de significado tanto para os alunos quanto para os professores além de contribuir para a construção de uma consciência cidadã crítica. Dessa forma estaremos colaborando para formação integral dos alunos e ajudando a tomar decisões de forma consciente em suas vidas financeiras.

Os conceitos básicos necessários para aprender as noções da educação financeira são razão, proporção e porcentagem. O professor deve ter trabalhado com suas turmas tais conceitos fundamentais antes de aplicar as atividades sugeridas abaixo.

Atividade 1 : Retirando informações financeiras de em texto

Leia as notícias atentamente e relacione os valores percentuais que aparecerem com seu significado no texto.

Poupança: Ela deixou de ser uma opção até mesmo para proteger seu patrimônio

Primeiro investimento da maioria absoluta dos brasileiros, a poupança é de longe a aplicação mais popular do país. Na última (e distante) atualização do Banco Central, nada menos que 125 milhões de brasileiros aplicavam na modalidade em meados de 2013 – cerca de 60%, portanto, da população.

Facilidade de aplicação, liquidez diária e isenção de Imposto de Renda são algumas das características que fazem da poupança o investimento preferido no país. O pulo do gato, no entanto, é que já há algum tempo quem opta por investir na caderneta acaba perdendo dinheiro.

Com o juro básico brasileiro (Selic) em 12,75% ao ano, tanto faz se sua caderneta de poupança é nova ou anterior à mudança no cálculo de remuneração feita pelo BC em 2012 .

A conta é simples: as duas têm um rendimento de 0,5% ao mês, mais a módica variação da Taxa Referencial (calculada e divulgada diariamente pelo BC), o que deixa o retorno acumulado em um ano em pouco mais de 6%.

Isto pode parecer bom para os mais leigos, que não levam em conta o aumento da inflação. Em fevereiro, por exemplo, o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo) subiu 1,22%, deixando a inflação oficial do Brasil acumulada nos últimos doze meses em 7,70%.

Ou seja, o aumento dos preços no país comeu todo o rendimento da caderneta de poupança, gerando inclusive um pequeno "prejuízo" dado que ela não remunera nem a ponto de preservar o poder de compra do investidor.

Ironicamente, um dos objetivos da poupança é justamente atuar como um mecanismo de proteção contra a inflação. No entanto, diante desta inflação gigantesca, ela deixou de ser até mesmo uma opção para proteger seu patrimônio. Em outras palavras, embora fácil e prática, hoje quem coloca o dinheiro na poupança não só não ganha, como também perde, o que nos leva ao próximo tópico…

(Fonte: Tribuna União Press)

Problema 1 : Preencha a tabela com as porcentagens e sobre o que representam

Porcentagem	**Sobre o que o texto falava?**

Problema 2: Calcule.
a) 12% de 200
b) 30% de 40kg

Problema 3 : Um bombeiro no Rio de Janeiro recebe no inicio de carreira um salário de R$1.200,00, considerado o mais baixo entre todos os estados do Brasil. Suponha que eles façam uma greve e peçam uma aumento de 35% . Qual será o novo piso salarial dos bombeiros?

Atividade 2 – Alimentação Saudável

Problema 1: Faça uma pesquisa e descubra quantos quilos uma pessoa deve pesar de acordo com sua altura. Meça seu peso numa balança e verifique se você está dentro do esperado.

Quantos porcento você deve emagrecer ou engordar para atingir o peso ideal? Quais as mudanças fazer na sua alimentação? E na sua rotina diária?

Pesquise o preço dos alimentos considerados mais saudáveis? Aliás o que é alimentação saudável?

Problema 2 : **Excesso de peso atinge 52% dos brasileiros, aponta Ministério da Saúde** (Fonte: Revista Veja/Ministério da Saúde).

Uma pessoa de 43 anos e 1,60m de altura está pesando 140kg o que não é saudável, por aumentar os riscos de doenças cardiovasculares. Se ela emagrecer 42kg , calcule o percentual que ela perdeu de massa?

Atividade 3 – Tome a decisão certa

Veja o preço de alguns celulares na Loja mais famosa do bairro.

 Samsung galaxy sii a vista R$ 1.300,00 ou 9 x de R$ 180,00	 Iphone A vista R$1.500,00 ou 8 x de R$ 190,00	 Nokia A vista R$ 1220,00 ou 6 x de R$ 230,00

a) Qual o celular mais barato pagando a prazo?

b) Qual o mais caro a prazo?

c) Qual a diferença percentual entre o preço a vista e a prazo do mais barato á prazo?

d) Qual a diferença entre o mais caro e o mais barato no pagamento a prazo?

d) Qual dos três você escolheria? Qual a diferença do preço a vista e a prazo de celular escolhido

Atividade 4 – Pequenas escolhas, grandes negócios

Numa lanchonete havia a seguinte propaganda:
Hoje um copo de suco 200 ml por R$ 3,00 ou um copo de suco 300 ml por R$4,00.
Qual é a opção mas econômica?

Considerações: O professor deve deixar os alunos discutirem sobre o assunto e darem suas opiniões, sempre com justificativas. O copo de 300ml custa R$ 1,00 a mais, logo uma pessoa sem conhecimento de matemática poderia julgar não ser a melhor opção. No entanto no primeiro caso cada 100 ml custa R$ 1,50 daí 300ml custariam R$4,50. Portanto o copo de 300 ml a R$ 4,00 é o mais vantajoso economicamente.

Atividade 5 – Aumentos e descontos

1) Leia as notícias abaixo e calcule os aumentos percentuais

Gás de cozinha terá aumento de 15% a partir de terça, diz Petrobras
Segundo a Petrobras, este é o primeiro aumento desde dezembro de 2002.
Será reajustado o preço do gás liquefeito de petróleo para uso residencial.

Petrobras divulgou comunicado à imprensa informando sobre o aumento (Foto: Reprodução/RPC TV)

A Petrobrás informou nesta segunda-feira (31) que reajustará os preços de gás liquefeito de petróleo para uso residencial, envasado em botijões de até 13 kg (GLP P-13).

Segundo nota enviada à imprensa, a alta média será de 15% e entra em vigência a partir de desta terça (1).

Segundo a Petrobras, este é o primeiro aumento do preço do gás de cozinha desde dezembro de 2002.

Em nota divulgada na sexta-feira (28), o Sindicato Nacional das Empresas Distribuidoras de Gás Liquefeito de Petróleo (Sindigás) havia informado que haveria o aumento, sem precisar de quanto seria.

De acordo com o Sindigás, o presidente da Sergás (sindicato das revendedoras), Robson Carneiro dos Santos, afirma que o reajuste será repassado ao consumidor. "Não tem como segurar o preço final por muito tempo porque os nossos custos também subiram muito", afirmou, segundo nota divulgada no site do sindicato.

(G1-SP-08.09.2015))

Resolva os problemas

Problema 1: Suponha que o preço do botijão de 13kg gás custa R$ 40,00. Calcule qual será o novo preço após o aumento lido na notícia.

Problema 2: Numa cidade o botijão de 13 kg custava R$42,00 e foi reajustado para R$49,00. Essa cidade fez certo? Esse aumento obedece o estabelecido pela Petrobrás ?

Problema 3 : O salário dos bombeiros do Rio de Janeiro são os mais baixos do Brasil. Se o atual salário de R$ 1200,00 aumentar para R$1440,00, qual terá sido o percentual?

Atividade 6 – Mesada X Preço do biscoito

Era uma vez um menino chamado Tales . Tudo ia bem na sua vida até que o preço do seu lanche preferido aumentou de R$ 2,00 para R$ 2,60. Seu pai lhe dava uma mesada, de R$ 24,00 e resolveu aumentar para R$30,00. Mas algo dizia para o Tales que ele tinha ficado no prejuízo. Será que Tales está certo?

Inicialmente deixar os alunos discutirem a situação. Perguntar que tipo de conta eles fariam para dar uma resposta ao Tales? Se a turma não conseguir sair desse ponto sugiro um direcionamento com a pergunta:

Quantos lanches ele comprava antes dos aumentos? E depois?

Com esse problema podemos trabalhar razão, porcentagem, aumentos, custo de vida e assuntos relacionados.

Os alunos podem abordar o problema usando razão e devem concluir que com R$24,00 ele podia comprar $\frac{24,00}{2,00} = 12$ lanches custando R$ 2,00 cada. E com R$ 30,00 ele podia comprar $\frac{30,00}{2,60} = 11,53$, que na prática são 11 lanches. Logo o Tales tinha razão em reclamar.

Podíamos resolver o problema calculando os percentuais de aumento do lanche e da mesada e comparando.

Calculando o percentual de aumento do lanche e da mesada percebemos o que ocorreu.

O lanche aumentou 2,60 – 2,00 = 0,60 então percentualmente isso equivale a $\frac{0,60}{2,00} = 0,3 = 30\%$.

A mesada por sua vez 30,00 – 24,00 = 6,00 então percentualmente isso equivale a $\frac{6,00}{24,00} = 0,25 = 25\%$.

Logo a intuição de Tales estava certa, e ele saiu perdendo.

Atividade 7 – Compras, compras, compras

Peça aos alunos para fazerem uma pesquisa

1º Faça uma pesquisa em encartes de 3 supermercados diferentes e anote na tabela os preços dos produtos.

Produto	Preço R$/Kg supermercado1	Preço R$/Kg supermercado 2	Preço R$/Kg supermercado 3	Menor preço
Arroz				
Feijão				
Batata				

2º O que você percebeu comparando os preços dos produtos? Todos tem o mesmo preço nas lojas ?

Monte uma tabela no Excel com as seguintes funções:

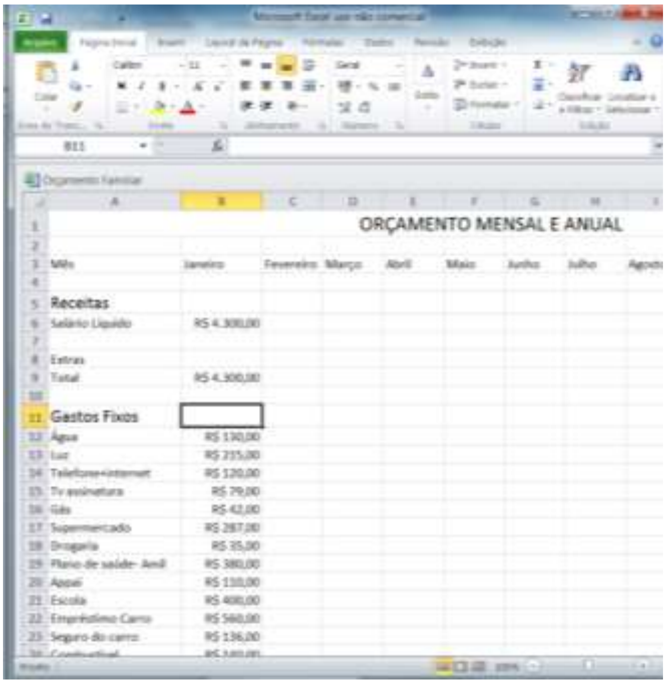
- Calcule o preço total de cada produto em cada mercado
- Selecione o menor preço de cada produto
- Apresente a soma total das compras
- Calcule a diferença percentual entre os preços mais caro e mais barato de cada produto.

Escolher três produtos e escolher três lojas para visitar e

Atividade 8: Orçamento doméstico

Vamos preparar o orçamento doméstico para auxiliar seus pais na administração do dinheiro? A nossa tarefa é calcular o orçamento doméstico da sua casa. O orçamento doméstico é a previsão de tudo que vamos gastar numa casa como comida, roupas, conta de luz e assim por diante.

Peça ajuda aos seus pais ou irmão mais velho e preencha uma planilha do Excell . Veja um exemplo:



1 – Abra uma planilha do Excel

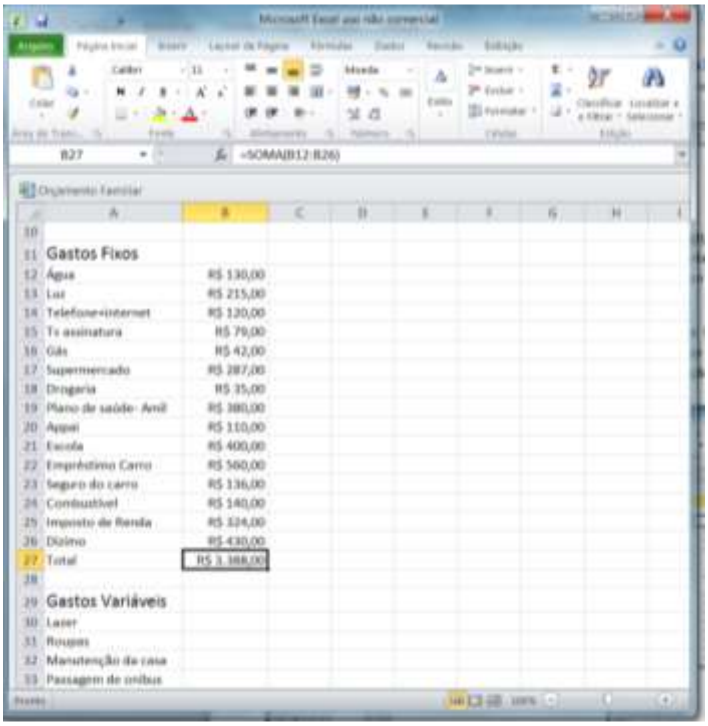
2 – Na primeira linha digite “OR ÇAMENTO MENSAL E ANUAL”

3 – Na segunda linha digite em cada coluna a partir da primeira: “Mês” , “Janeiro”, “Fevereiro” , ..., até “Dezembro”

4 – Na terceira linha , primeira coluna digite: “ Receitas”

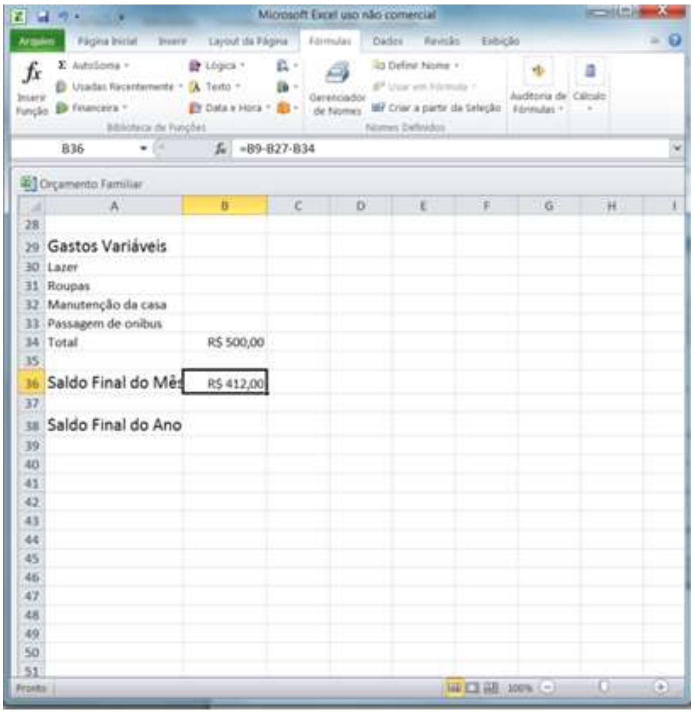
5 – Na quarta digite : ”Salário Líquido” e se houver outra receita extra digite na próxima linha :”Extras” e na próxima linha digite : “total”

6 – Agora vamos digitar os Gastos. Na próxima linha digite:” Gastos Fixos”. Converse com seus pais para descobrir os gastos fixos da sua família. A lista abaixo é bastante comum , diferenciando em alguns pontos. Não esqueça do total: Para isso use a função auto soma. No exemplo abaixo na célula B27 temos o conteúdo =SOMA(B12;B26) que soma os valores que estão na coluna B desde a linha 12 até a linha 26. Podemos digitar essa linha de comando na célula de destino ou usar a função auto soma bastando clicar na Barra de Menu em Fórmulas e escolher AUTO SOMA. Depois basta selecionar as células onde estão os valores, no exemplo de B12 até B26.



7 – Agora é a vez dos gastos variáveis. Digite na próxima linha “Gastos variáveis”. Converse com sua família para descobrir quais são os gastos que não são fixos, ou seja que ocorrem ocasionalmente, tais como comprar roupas, manutenção em casa e assim por diante. Não esqueça o total.

8 – Por fim temos que calcular o saldo final do mês. O saldo final será a diferença entre a receita total e os totais dos gastos fixo e variável somados. Veja o exemplo:



Atividade 9: Poupar é o melhor caminho para conquistar seus sonhos.

Será que é possível juntar R$ 1.000.000,00 ?

Questão motivadora: Hoje sou jovem, estudo, tenho boa saúde e trabalho para conseguir o que quero. Mas nem sempre será assim. E no futuro? Penso em um dia poder viajar, comprar um carro, ter minha própria casa, ter condições de dar conforto para minha família e uma velhice mais tranquila. Mas como conseguir realizar estes sonhos? Será que poupando R$ 50,00 eu consigo?

Será possível chegar aos 55 anos com R$ 1 milhão ?

(texto adaptado)

Carolina Matos, Folha online3
16/04/2012

Aos 21 anos, Felippe Oliveira Bartalo já é um veterano em investimentos: começou a poupar aos dez anos, por iniciativa própria. “Pedi aos meus pais para abrir uma poupança. A partir daí, preferi sempre dinheiro a brinquedo de Natal ou aniversário”, diz o estudante de engenharia mecânica, que dá aula particular de matemática e mora com a família.

Adolescente, Bartalo começou a pesquisar sobre finanças pessoais e abriu uma conta em uma corretora, mediante autorização dos pais. Desde então, diversifica os investimentos em ações e renda fixa e, principalmente, controla os gastos. O jovem crê que se aposentará com independência financeira – sonho de muitos e planejado por poucos.

A taxa real de juros, descontada a inflação projetada do período e que remunera o investimento, aumenta junto com a exposição ao risco. Assim, quanto mais agressiva a aplicação, menos dinheiro por mês o investidor precisa poupar em busca de seu objetivo, pois os recursos rendem mais. Mas vale lembrar que, em caso de crise financeira, como a de 2008, as aplicações mais conservadoras sofrem menos impacto.

Os cálculos mostram que quem começa o investimento mais conservador aos 45 anos, precisa aplicar por mês para atingir a meta aos 55 anos de idade, mais de três vezes o projetado para os 30 anos, e mais de sete vezes o estimado aos 18 anos.

"As pessoas, muitas vezes, não se propõem a poupar R$ 1 milhão porque acham o valor alto, mas é possível para qualquer um, principalmente se o planejamento tem início cedo", diz Mauro Calil, educador financeiro, que fez os cálculos para a Folha. "Uma estratégia é começar com metas menores, como R$ 20 mil e R$ 100 mil. Depois que bolo crescer fica mais fácil" Comenta.

Questões:

a) Será possível realmente juntar R$ 1.000.000,00 ?

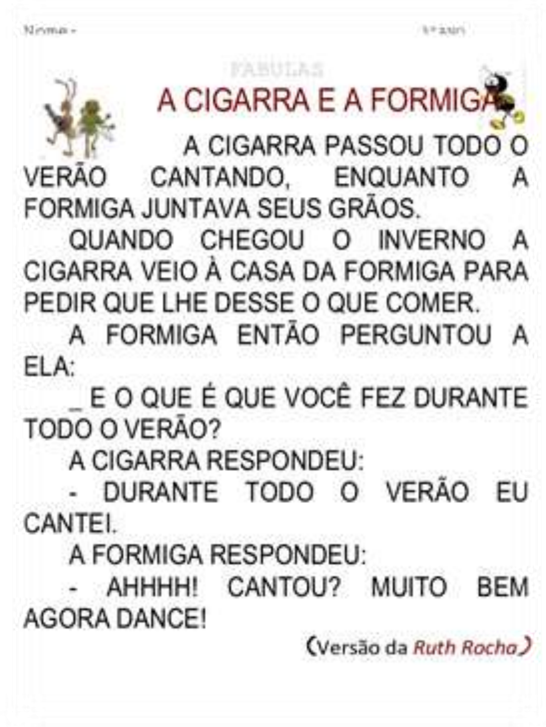
b) Com auxílio de uma planilha eletrônica e o conhecimento de series uniformes monte uma tabela com valores depositados crescentes começando com R$ 50,00 até descobrir qual valor deve ser depositado mensalmente numa aplicação que rende 0,5% a.m. começando aos:

- 18 anos
- 30 anos
- 45 anos

c) Qual valor devemos depositar para que começando aos 18 anos tenhamos juntado R$ 1 milhão aos 55 anos.

Atividade 10: Leitura e dramatização de uma Fábula

1 – Leia a fábula abaixo com os alunos.



A CIGARRA E A FORMIGA

A CIGARRA PASSOU TODO O VERÃO CANTANDO, ENQUANTO A FORMIGA JUNTAVA SEUS GRÃOS.

QUANDO CHEGOU O INVERNO A CIGARRA VEIO À CASA DA FORMIGA PARA PEDIR QUE LHE DESSE O QUE COMER.

A FORMIGA ENTÃO PERGUNTOU A ELA:

_ E O QUE É QUE VOCÊ FEZ DURANTE TODO O VERÃO?

A CIGARRA RESPONDEU:

- DURANTE TODO O VERÃO EU CANTEI.

A FORMIGA RESPONDEU:

- AHHHH! CANTOU? MUITO BEM AGORA DANCE!

(Versão da *Ruth Rocha*)

(Fonte: <www.pt.slideshare.com> em 29/10/2015)

2 – Peça para os alunos prepararem uma dramatização sobre a fábula

3 – Redação relatando o que eles entenderam da fábula e o que pretendem fazer na suas vidas a partir desse conhecimento.

Atividade 11 : Impacto dos gastos eventuais no orçamento

O objetivo é fazer uma estimativa dos gastos que muitas vezes passam desapercebidos na hora dos nossos orçamentos.

a) Suponha que você compre 3 balas por dia(substitui por um pacote de balas ou similar se for o seu caso). Coloque os valores nas colunas correspondentes e faça as contas.

b) Suponha que você vai ao cinema uma duas vezes por mês.(se você for menor de 15 anos não esqueça de contar os gastos do responsável acompanhante).

c) Se você toma café calcule o impacto mensal e anual. Se não substitua por refrigerante ou similar.

d) Faça o mesmo para lanche.

e) Lembre de algum gasto eventual além desses e faça as contas na linha em branco.

f) Calcule quanto esses gastos no total representam percentualmente do orçamento familiar.

Produtos	Valor unitário	gasto mensal	gasto anual
balas			
cinema			
cafezinho			
lanche			

Atividade 12 – Propagandas suspeitas e consumismo (comprar o necessário)

a) Você já viu propagandas do tipo acima? Por que você acha que uma loja ou supermercado faz tal tipo de "promoção"?

b) Faça uma pesquisa em jornais, revistas ou na internet e encontre uma propaganda desse tipo. Faça as contas e veja quanto você pagaria por cada produto. Qual era o preço do produto um mês antes?

Atividade 13 : Comparando preços

a) Faça uma pesquisa em 3 lojas pela internet e anote os preços dos produtos numa tabela.

b) Os preços são iguais nas três lojas?

c) Em qual loja cada produto está mais barato?

Atividade 14: Impostos e taxas

"Segundo o IBPT (Instituto Brasileiro de Planejamento e Tributação), o brasileiro gasta uma média de 150 dias por ano, cerca de 5 meses, trabalhando só para pagar impostos. Em 2013, os tributos comprometeram cerca de 41% da renda do trabalhador. Entre os impostos que mais pesaram sobre os contribuintes, o campeão foi o ICMS, responsável por 21% do total, seguido por INSS e IR, com 18% e 17%, respectivamente."

Pesquise e preencha a tabela abaixo com o nome, o valor percentual e a finalidade dos 5 principais impostos e taxas que os brasileiros pagam ao longo do ano, tais como IPVA, IPTU, IRPF, dentre muitos outros.

Imposto	Valor percentual	Definição

Atividade 15: Conhecendo as Notas fiscais

A nota fiscal é um documento que uma loja, supermercado, ou profissional liberal como dentista por exemplo, fornece a um cliente para comprovar a venda de produto ou a prestação de um serviço. Se precisarmos trocar, devolver ou consertar o produto durante a garantia a nota é pedida como prova da compra. A nota serve também para que os governos (Federal, estadual ou municipal) possam cobrar impostos.

Problema 1: Procure uma nota fiscal que você ou alguém da sua família recebeu , cole no seu caderno e identifique:

- Nome da loja ou estabelecimento
- Produto comprado ou serviço prestado
- Data da compra
- Valor do produto ou serviço sem impostos
- Valor e tipo dos impostos que foram pagos
- Valor total da nota: preço + imposto

Veja onde encontrar


CUPOM FISCAL

ATUAL

```
AFRAC - ASSOCIAÇÃO BRAS. DE AUTOMAÇÃO COMERCIAL
Rua Silvia, 110 - 10º andar - São Paulo - SP
CNPJ:99.999.999/0001-01
IE:999.999.999
IM:99.999.999
-----------------------------------------------
27/02/2013 15:14:08V  CCF:000025      CDO:000280
      CUPOM FISCAL
ITEM CÓDIGO DESCRIÇÃO QTD.UN.VL UNIT( R$) ST VL ITEM( R$)
-----------------------------------------------
1     2   chocolate 1 UN 10,00      T1     10,00G
2     2   Bolo      2 UN  7,50      T2     15,00G
                                 --------------
TOTAL  R$                                 25,00
Dinheiro                                  25,00
T1=01T05,00% T2=02T10,00%
VOLTE SEMPRE!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
-----------------------------------------------
AFRAC ECF-IF
VERSÃO:01.00.02 ECF:001 LJ:0002
QQQQQQQQQQQQQRTEIU 18/06/2012 17:14:10V
FAB:AF0910101000110000004                   BR
```

COM A LEI

```
AFRAC - ASSOCIAÇÃO BRAS. DE AUTOMAÇÃO COMERCIAL
Rua Silvia, 110 - 10º andar - São Paulo - SP
CNPJ:99.999.999/0001-01
IE:999.999.999
IM:99.999.999
-----------------------------------------------
27/02/2013 15:14:08V  CCF:000025      CDO:000280
      CUPOM FISCAL
ITEM CÓDIGO DESCRIÇÃO QTD.UN.VL UNIT( R$) ST VL ITEM( R$)
-----------------------------------------------
1     2   chocolate 1 UN 10,00      T1     10,00G
2     2   Bolo      2 UN  7,50      T2     15,00G
                                 --------------
TOTAL  R$                                 25,00
Dinheiro                                  25,00
Total de Impostos Pagos - R$99.999,99 (99,99%)
-----------------------------------------------
AFRAC ECF-IF
VERSÃO:01.00.02 ECF:001 LJ:0002
QQQQQQQQQQQQQRTEIU 18/06/2012 17:14:10V
FAB:AF0910101000110000004                   BR
```

Os objetivos dessa atividade são:

- Conhecer uma nota fiscal.
- Localizar informações em uma nota fiscal.
- Identificar e entender os impostos cobrados.
- Relacionar a matemática com o cotidiano das pessoas.
- Perceber o uso da porcentagem nos cálculos
- Estimular atitudes de cidadania consciente e critica.

Atividade 16: O cartão de crédito e débito: amigo ou inimigo?

O cartão de crédito é largamente utilizado no Brasil para comprar de quase tudo. Faça uma pesquisa e procure descobrir:

- O que é um cartão de crédito?

- A história e os tipos de cartão de crédito e débito.
- Os juros cobrados mensal anualmente pelos três principais bandeiras de cartão de crédito.
- Os tipos de pagamento possíveis.
- O que é um cartão de débito?

Atividade 17 : Boleto de cartão de crédito

Ao utilizarmos o cartão de crédito a instituição financeira responsável pela administração do cartão recebe as informações sobre valores, datas e local de compra, bem como tipo de forma de pagamento.

A imagem abaixo é um boleto de cobrança também chamado de fatura de uma instituição financeira muito conhecida até por sua natureza pública privada.

Localize no boleto as seguintes informações

Valor total	
Data de vencimento	
Juros mensal	
Juros Anual	


seu cartão
fatura

Cliente	Total desta fatura - R$	Pagamento mínimo - R$	Vencimento
	1.126,75	169,01	20.12.2010
Cartão: OUROCARD VISA GOLD	Número do Cartão: 4 34.****.****.5 1		Página: Única

Demonstrativo

Data	Transações	País	Valor - R$	Valor - US$
	Pagamentos			
22/11/10	PGTO DEBITO CONTA	BR	-1.334,37	0,00
	Compras a vista			
10/11/10	RESTAUR	BR	17,30	0,00
11/11/10	GALGRIN INTERNET GROUP DUQUE DE CAXI	BR	81,90	0,00
12/11/10	POSTO	BR	60,00	0,00
13/11/10		BR	36,00	0,00
13/11/10	LOJAS AMERICANAS	BR	32,98	0,00
13/11/10		BR	30,00	0,00
15/11/10	POSTO	BR	50,00	0,00
17/11/10		BR	18,57	0,00
21/11/10	POSTO	BR	60,00	0,00
01/12/10	TICKETS FOR FUN SAO PAULO	BR	562,00	0,00
01/12/10		BR	175,00	0,00
	Debitos diversos			
08/12/10	PROTECAO OURO DEZ/2010 (SUSEP - 15414.004663/2004-41)	BR	3,00	0,00
	Subtotal		1.126,75	0,00
	Total		1.126,75	0,00

Limites - R$

Limite Único	4.402
Deste Cartão	4.402
Saque (Incluido no limite único)	4.402
Parcelado	0
Saldo Parcelado	101
Limite Extra	0

Encargos Financeiros	1	2
Crédito Rotativo	8,29	13,62
Crédito Parcelado	2,63	4,52
Permanência	13,52	13,62
Multa	2,00	2,00

1.Para o período %am
2.Máximos próximo período %am

Programa de Relacionamento BB

Saldo anterior	5.714
(+) Adquiridos	917
(-) Utilizados/Transferidos	0
(-) Prescritos	0
(-) Acertos (*)	0
Pontos a prescrever Em 31.12.2010	0
Pontos Intransferíveis	0
Pontuação acumulada Até 07.12.2010	6.631

Atividade 18 : Qual a melhor opção de pagamento?

Utilizando o mesmo exemplo de fatura da atividade anterior, existem três modos de pagar essa fatura:

1º modo: R$ 1169 à vista;

2º modo: pagamento mínino com um juros de 8,29% sobre o saldo devedor.

Construa uma tabela na planilha Excell (ou outra similar) supondo que a cada mês sejam pagos apenas os valores mínimos. A tabela deve constar os juros cobrados.

3º modo: Empréstimo no mesmo banco á taxa de 2,63% ao mês.

a) Faça o cálculo da prestação mensal(parcelas iguais) em 10 meses . Use a fórmula de série uniformes.

b) Use um simulador da calculadora HP-12c para calcular o valor das prestações.

Atividade 19: Endividamento das famílias

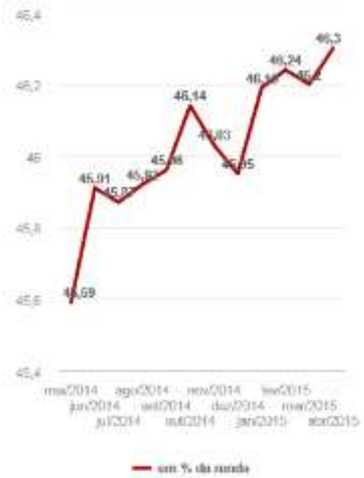
Leia o texto abaixo e faça uma redação sobre o tema.

Endividamento das famílias chega a 46,3%, o maior em 10 anos, mostra BC

Conta considera total das dívidas em relação à renda nos últimos 12 meses. Comprometimento da renda com as dívidas ficou em 21,98% em abril.

Quase metade da renda das famílias brasileiras está comprometida com dívidas, segundo dados do Banco Central. O endividamento das famílias chegou a 46,3% em abril, o maior percentual desde o início da pesquisa, em 2005. O BC destaca, no entanto, que a série foi recalculada em março. A conta considera o total das dívidas das famílias em relação à renda acumulada nos últimos 12 meses.

ENDIV IDAMENTO DAS FAMÍLIAS



Tirando da conta o crédito habitacional, no entanto, essa parcela de endividamento cai para 27,61%, e vem recuando desde janeiro, quando estava em 27,94% – o que sugere que é a compra da casa própria que vem puxando o endividamento das famílias este ano. Sem essa fatia, o endividamento também é o menor desde 2009.

Os dados do Banco Central também mostram que as famílias comprometeram, em abril, 21,98% da renda para pagar as dívidas daquele período. O chamado comprometimento da renda das famílias está praticamente estável desde fevereiro.

Fonte>: BC

Quase 40% da população adulta está inadimplente

Mais 2,4 milhões de consumidores tiveram os nomes incluídos em cadastro de devedores, entre janeiro e setembro, deste ano, de acordo com dados da Confederação Nacional dos Dirigentes Lojistas (CNDL) e do Serviço de Proteção ao Crédito (SPC) Brasil, divulgados hoje (9). No final de setembro, havia 57 milhões de consumidores registrados em cadastro de devedores. Esse total equivale a 38,9% da população adulta do país (faixa de 18 a 94 anos).

Em setembro, comparado a igual período de 2014, o número de consumidores com contas atrasadas subiu 5,45%. Na comparação com agosto deste ano, houve recuo de 0,59%.

Segundo a economista-chefe do SPC Brasil, Marcela Kawauti, é comum haver redução na inadimplência em setembro, na comparação com agosto. Isso porque em setembro há mais dinheiro circulando na economia com início de pagamento de abono de Natal a beneficiários da Previdência. Também nesse mês, há feirões de renegociação de dívidas. "As próprias empresas procuram renegociar", explicou a economista. Mas ela ressalta que em outubro e novembro volta a subir a inadimplência, com nova redução em dezembro, com a influência do 13º salário.

Os atrasos no pagamento de contas de serviços básicos, como água e luz, foram os que mais cresceram: 12,55%, na comparação entre setembro deste ano e o mesmo mês de 2014. As dívidas bancárias, incluídas pendências com cartão de crédito, empréstimos, financiamentos e seguros, subiram 10,32%.

As dívidas do setor de telecomunicações, atrasos no pagamento de telefone fixo, celular e TV por assinatura, cresceram 4,17%, enquanto as pendências no comércio tiveram alta de 0,85%. Segundo a CNDL, quase metade das dívidas em atraso são de bancos (48,17%). A segunda maior participação no total das dívidas é com o comércio (20,3%).

A economista destacou que a inadimplência está espalhada por todos os segmentos da economia, o que gera preocupação. Para ela, o cenário futuro também está ruim, com menos contratações no comércio no final do ano, aumento de desemprego, rendimentos menores e queda menor da inadimplência esperada para o final do ano. Segundo ela, não deve haver redução da inadimplência de 1% a 1,5% no final do ano, como geralmente acontece, devido à recessão econômica, com inflação alta.

Segundo Marcela, a inflação forte nos segmentos de alimentação, habitação e transporte dificultam a queda da inadimplência. "Não são itens específicos que a gente consegue trocar. É menos dinheiro sobrando para pagar dívidas e sair da inadimplência", acrescentou.

Mesmo assim, a economista não acredita em descontrole da inadimplência porque os bancos estão emprestando menos. "O que limita a inadimplência é a base de crédito menor", disse.

Para Marcela, a economia pode mostrar alguma melhora a partir do segundo semestre de 2016. Ressalta porém que é preciso que o governo resolva a crise política para a situação melhorar. "A luz no fim do túnel não está no começo do ano que vem. Está do meio para o final", disse. Com informações da Agência Brasil.

(Fonte: Notícias ao minuto- MSN. Dinheiro)

Atividade 20: Juros do cartão de crédito

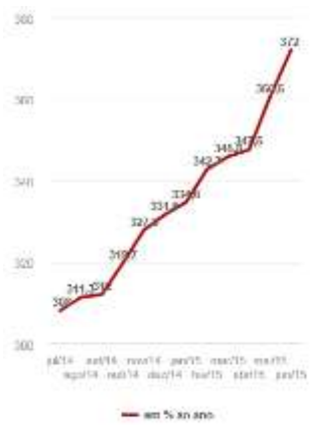
O texto abaixo foi retirado do site do Banco Central do Brasil.

a) Leia o texto atentamente

b) Se a operadora do cartão de crédito informa um juros nominal de 290% (ao ano) qual a taxa de juros efetiva?

Juros do Cartão de crédito

Juros do Cartão de crédito



Segundo o BC, os juros do cartão de crédito rotativo, que incidem quando os clientes não pagam a totalidade de sua fatura, atingiram expressivos 372% ao ano em junho – a mais alta de todas as modalidades de crédito. Em maio, estavam em 360,5% ao ano.

O patamar de maio é maior desde o início da série histórica, em março de 2011. O BC tem recomendado que os clientes bancários evitem essa linha de crédito.

Juntamente com o cheque especial, os juros do cartão de crédito rotativo são os mais caros do mercado e, segundo especialistas, Em % ao ano devem ser evitados pelos consumidores, ou utilizados somente por um período curto de tempo.

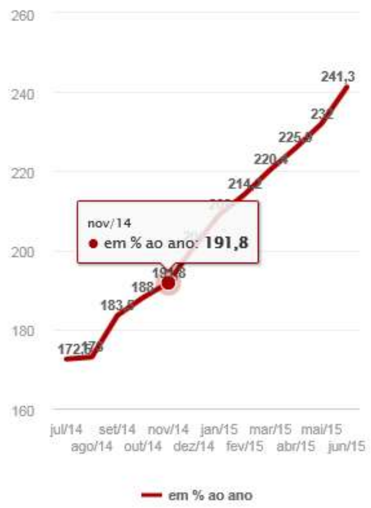
A sugestão agora é que os professores possam explicar o que é e como funciona um cartão de crédito, enfatizando que as maiores taxas de juros estão no uso dos cartões de credito.

Juro do cheque é o maior desde 1995 e o do cartão sobe para 372% ao ano

Taxa dos bancos no cheque especial somou 241,3% ao ano em junho. Juro do cartão de crédito é maior da série, que começa em março de 2011.

Os juros do cheque especial tiveram nova alta em junho, e alcançaram 241,3% ao ano. É o maior patamar desde dezembro de 1995, em quase 20 anos, segundo dados divulgados pelo Banco Central nesta quinta-feira (30). Em maio, a taxa estava em 232% ao ano.

Juros do Cheque especial
Em % ao ano



Isso significa que o consumidor que fizer uma dívida de R$ 1.000 no cheque agora vai dever ao banco, daqui a 12 meses, incríveis R$ 3.413.

Os juros cobrados pelos bancos nesta linha de crédito tiveram forte aumento nos últimos meses. No fim de 2013, estavam em 148,1% ao ano. O crescimento, portanto, foi de 93,2 pontos percentuais nos últimos 18 meses.

Fonte: BC

Atividade 21 : Financiamentos PRICE SAC

a) Construa uma tabela simulando um empréstimo de R$10.000,00 para pagamento mensal em 5 anos pelo sistema PRICE.

b) Faça o mesmo pelo sistema SAC

c) Compare os juros pagos, o valor das prestações de cada sistema.

Atividade 22 : Tomando decisões

i) Paulo tem três opções de pagamento na compra de roupas.

a) à vista, com 5% de desconto.

b) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

c) em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Se o dinheiro vale para ele, 3% ao mês , qual a melhor opção?

ii) Joana quer comprar um eletrodoméstico que custa R$ 1200,00. A loja deu a ela duas opções de pagamento:

a) à vista com 10% de desconto.

b) em duas prestações de iguais, sem desconto, sendo a primeira um mês após a compra.

Se o dinheiro vale para ela 8% ao mês, qual opção é melhor?

Atividade 23 : Lista de exercícios 1

Lista A

1) Você tem hoje R$ 2.000,00 e deseja aplica-los para obter o valor da entrada de um carro, no valor de R$ 6.000,00. Assim, pretendendo ter um montante (juros mais principal) equivalente a esse valor, em uma aplicação que paga uma taxa de juros compostos de 1,2% ao mês. Quanto tempo você deve deixar seu dinheiro aplicado para obter a entrada do automóvel?

Resposta: 92 meses ou 7anos e 8 meses aproximadamente.

2) D. Irene estava precisando de uma geladeira nova. Ela viu a geladeira na loja por R$1800,00. Ela tem R$ 1400,00 numa aplicação que rende 1,4% ao mês. Quanto tempo ela precisa esperar para comprar a geladeira à vista? Ela pode dar essa quantia de entrada e parcelar o restante em 6 prestações de R$ 95,00. Qual a taxa de juros aplicada pela loja ?

Resposta: D. Irene terá que esperar 18 meses. A taxa de juros da loja foi de 1,57% a.m.

3) Quanto dinheiro você terá daqui a 10 anos se aplicar R$ 200,00 dinheiro na caderneta de poupança do Brasil que hoje rende apenas 0,5% a. m.?

Resposta: Você terá R$ 363,87.

4) Suponha que você não consiga pagar o valor total do cartão de crédito. Seu saldo devedor é de R$ 200,00. A instituição financeira que administra o cartão cobra uma absurda taxa de juros de 12% a.m. Qual sua dívida daqui a 10 anos?

Resposta: R$161.136.051,00 (assustado?)

5) Se uma operadora de cartão de crédito cobra uma taxa nominal de 180% , qual será a taxa efetivamente cobrada pela operadora?

Resposta: 435%

Atividade 24 : Lista de exercícios 2

1) Uma pessoa pretende juntar \$24.000,00 ao final de 5 anos. Ela deposita mensalmente \$ 120,00 num investimento e tem hoje um saldo de \$9.000,00. Qual deve ser a taxa de juros do investimento para atingir seus objetivos?

Resposta: A taxa mensal deve ser de 2,26%

2) O Sr. Lucio pretende quitar uma dívida de R\$6.000,00 com um banco 30 dias antes do vencimento. Quanto irá pagar se o desconto é composto e a taxa de juros é de 1% ao mês.

Resposta: O valor da dívida cairá para R\$ 5.940,59.

3) Marcos tem \$120.000,00 e pretende investir em um fundo de renda fixa. Durante os próximos 3 anos Marcos vai depositar mais \$500,00 mensais neste fundo. Marcos gostaria de ter ao final dos 3 anos um saldo de \$142.000,00 no fundo. Qual deve ser a taxa de juros composta do fundo para que Marcos possa atingir seu objetivo?

Resposta: A taxa deve ser 1,12 % ao ano

4) Você se interessou por um smartphone que se encontrava em "promoção" na vitrine de uma loja de eletrodomésticos. Junto ao preço do aparelho, a loja anunciava uma taxa de juros de 2% ao mês para financiamento em prestações mensais. Qual é a taxa anual de juros, para o calculo de prestações anuais, equivalente a 2% ao mês, cobrada pela loja?

Resposta: A taxa anual de juros da loja e que é equivalente a 2% ao mês é 26,824% a.a.

5) Um equipamento cujo valor à vista é de R\$25.000,00 está sendo financiado a juros compostos de 12% ao ano, capitalizados mensalmente, no prazo de um ano. Determine o valor que deve ser dado de sinal, a título de entrada, para que o valor das 12 prestações mensais, iguais e sucessivas seja limitado a R\$1.700,00. Considere que a 1ª prestação ocorre um mês após a compra.

Resposta: O valor da entrada deve ser de R\$3.372,45

10 - Conclusão

Os educadores brasileiros, principalmente os professores de matemática, tem em suas mãos um grande desafio: Transformar montes de fórmulas e problemas repetitivos mecanicamente em conhecimento com significado. A educação financeira dos jovens e crianças é essencial para que elas se tornem cidadãos críticos e conscientes, senhores de sua história. O consumismo desacerbado tem transformado nosso povo numa sociedade que valoriza as pessoas pelo que tem e não pelo que são, uma verdadeira inversão de valores. Um cidadão é alguém consciente dos seus direitos e deveres, capaz de escolher racionalmente o que fazer com seu dinheiro. Um cidadão pode decidir onde investir seu dinheiro. Um cidadão pode escolher a forma que vai pagar suas compras.

Nesse trabalho discutimos sobre a urgência da inclusão do ensino de matemática financeira e educação financeira o mais cedo possível no currículo da educação básica. Sugerimos algumas atividades de trabalho. Apresentamos algumas formas de utilizar as novas tecnologias na sala de aula. Fizemos uma abordagem dos conceitos básicos de matemática financeira com uso da calculadora HP-12c e da planilha Excel(existem outras ferramentas similares).

Esperamos que este trabalho sirva de inspiração a muitos outros na área, e que possa ter contribuído um pouco com nossos colegas docentes e estudantes de matemática e áreas afins.

Bibliografia e Referências

BRADESCO, Fundação. **Apostila de Matemática Financeira**. Disponível em <http://www.ev.org.br/Paginas/Home.aspx> Acesso em março de 2015.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática :** 3º e 4º ciclos do ensino fundamental; Brasília, MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática :** Ensino Médio; Brasília, MEC, 1999.

CRESPO, António Arnot . **Matemática comercial e financeira fácil**; São Paulo: Editora Saraiva, 12ª ed., 1997.

D'AQUINO, Cássia. **Educação Financeira**. Disponível em: <http://www.educacaofinanceira.com.br/ > Acesso em Julho de 2015.

D'ARAÚJO, Caio Fábio. **A crise do ser e ter**. Rio de Janeiro: Vinde editora, 1994.

LIMA, Elon Lages.; CARVALHO, Paulo César Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio,. vol2.** Rio de Janeiro: SBM, 6ª ed, 2006.

MATHIAS, Washington Franco; GOMES, José Maria. **Matemática Financeira**. São Paulo: Editora Atlas, 2ª ed, 1996.

MORGADO, A. César. **Matemática financeira**. Palestra IMPA, 2002. Rio de Janeiro

PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática Financeira** ; São Paulo: Editora Saraiva, 6ª ed., 2001.

REIS, Simone Regina. **Matemática Financeira Crítica**. Dissertação de Mestrado. Santa Maria, 2013. Disponível em < http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/373> Acesso em Junho de 2015.

SOHSTEN, Carlos Von. **Dicas sobre educação financeira**. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/economia-e-emprego/2011/08/especialistas-dao-dicas-sobre-como-regularizar-as-financas> Acesso em outubro de 2015.

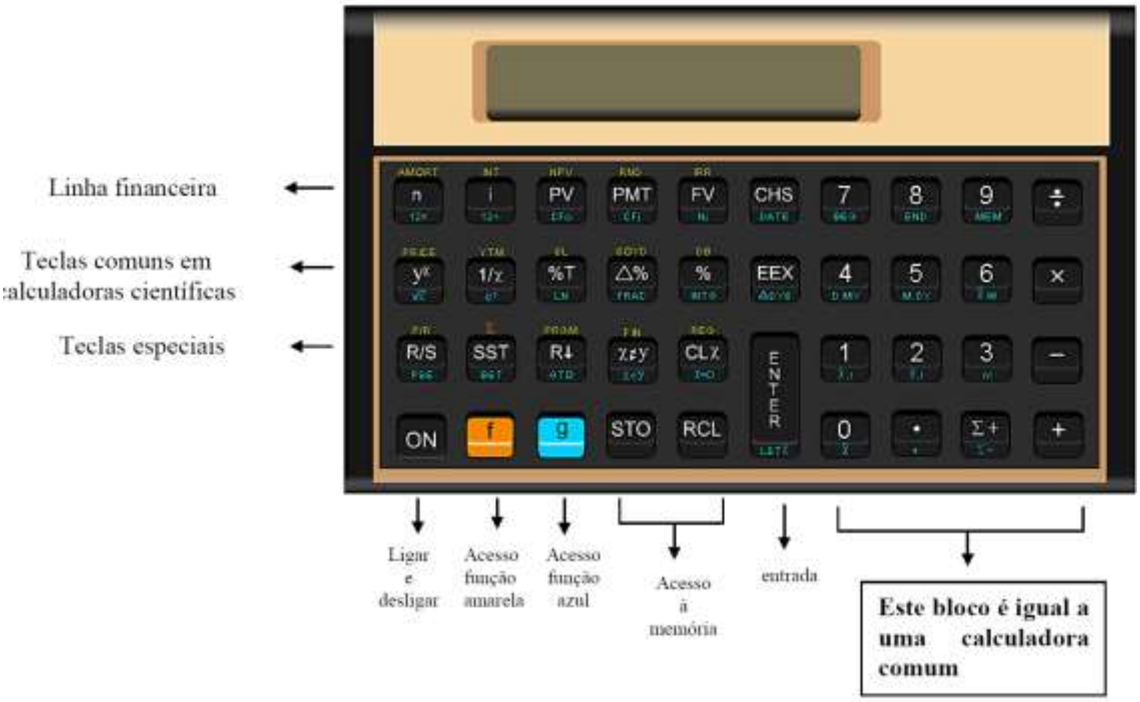
THEODORO, Flavio Roberto Faciolla. **O uso da matemática para educação financeira a partir do ensino fundamental**. T.C.C. para obtenção de grau licenciado em matemática apresentado na UNESP. São Paulo: UNESP, 2007.

VASCONCELLOS, Carlos Frederico. **Matemática Financeira**. Curso de extensão para professores de matemática. Rio de Janeiro: Cederj, 2005.

Anexo 1 – Principais Funções da HP-12C

A calculadora HP-12C é considerada por muitos como um instrumento fundamental nos cálculos financeiros. Ela se tornou um aparelho padrão pela sua simplicidade e poder de cálculo. Vamos aprender para que serve cada tecla para podermos acompanhar os capítulos seguintes, onde o uso dela será importante ferramenta na realização dos cálculos . Podemos fazer uso de simuladores virtuais da HP-12C.[2]

Abaixo temos a imagem de uma calculadora HP-12C.



2.1 - Ligando e Desligando a Calculadora

Para começar a usar a sua HP-12C, pressione a tecla **ON** . Se você pressionar novamente a mesma tecla a calculadora será desligada.

2.2 – O Teclado

A maioria das teclas da HP-12C realiza duas ou até mesmo três funções, observe:

[2] https://epxx.co/ctb/hp12c.php

. Para usar a função primária, impressa em branco, basta pressioná-la.

. Para usar a função impressa em amarelo, pressione a tecla amarela , de prefixo f e, em seguida, pressione a tecla da função desejada.

. Para usar a função impressa em azul, pressione a tecla azul, de prefixo g , e então, pressione a tecla da função desejada.

2.3 – Trocando o ponto decimal pela vírgula.

Se, ao ligar sua HP, você perceber que a parte inteira está separada da parte decimal por ponto (0.00), significa que está preparada para cálculo em US$. Para adaptá-la a cálculos em R$, ou seja (0,00), basta, com a máquina desligada, pressionar ao mesmo tempo as teclas . e ON e soltando primeiro a tecla ON e, em seguida, a tecla .

2.4 – As memórias transitórias (X, Y, Z e T)

A calculadora HP-12c dispõe de quatro memórias temporárias (X, Y, Z e T) que trabalham como se fossem uma pilha de quatro valores, com as seguintes características:

a) a memória X é aquela cujo conteúdo é igual ao do visor;

b) as demais memórias, Y, Z e T estão "empilhadas" em cima da memória X, seguindo essa ordem sequencial;

c) todas as operações aritméticas são efetuadas com os conteúdos das memórias X e Y;

d) os conteúdos dessas quatros memórias temporárias são movimentados na ordem da sequencia sempre que:

- a tecla ENTER é acionada;
- são efetuadas operações aritméticas ($+, -, \times, \div$);
- são acionadas as teclas R↓ , ou X >< Y.

e) o conteúdo de cada memória só é destruído quando um novo valor é colocado em seu lugar. Assim, quando o conteúdo da memória X é transferido para a memória Y, temos:

- a memória Y passa a conter o valor que anteriormente estava na memória X;
- a memória X continua com seu valor inalterado.

2.5 – A tecla ENTER

Quando um número é digitado, ele passa a memória X, a qual é a única cujo conteúdo aparece no visor.

Ao se acionar a tecla ENTER repetidas vezes ocorrem as seguintes transferências de valores entre as memórias transitórias ou voláteis:

a) O conteúdo da memória X é transferido para a memória Y, mas permanece também na memória X;

b) o conteúdo da memória Y é transferido para memória Z;

c) o conteúdo da memória Z é transferido para a memória T;

d) o conteúdo da memória T é perdido.

Todos os valores armazenados na pilha de memórias sobem um nível, sendo que o conteúdo da ultima memória (T) é perdido. Acionada a tecla ENTER, o valor inicialmente digitado no visor (memória X) passa a ser o conteúdo das memórias X e Y, onde são realizadas todas as operações aritméticas.

2.6 – A tecla X ⪋ Y

Essa tecla faz uma troca entre os conteúdos das memórias X e Y, permanecendo os conteúdos das memórias Z e T sem nenhuma alteração.

2.7 – As teclas CHS e CLX

A tecla CHS (do inglês Change Signal) troca o sinal do valor da memória X, ou seja, do valor mostrado no visor, assim um número positivo passa a negativo e vice-versa.

A tecla CLX (Clear X) limpa o conteúdo da memória X. Se porém for pressionada a tecla f juntamente com CLX todos os conteúdos da quatro memórias serão apagados.

2.8 – A tecla *R* ↓

Essa tecla permite uma troca nos conteúdos das quatro memórias transitórias, da seguinte forma:

- conteúdo da memória Y é transferido para a memoria X;
- conteúdo da memória X é transferido para a memoria T;
- conteúdo da memória T é transferido para a memoria Z;
- conteúdo da memória Z é transferido para a memoria Y.

Logo ao se pressionar essa tecla quatro vezes pode-se conhecer o conteúdo das quatro memorias

X, Y, Z e T (ao passarem pelo visor) e devolver a pilha de memorias para sua posição inicial.

2.9 - Introduzindo Números

Pressione as teclas dos dígitos em sequência. A tecla do ponto $\boxed{.}$ deverá ser pressionada se o número possuir dígitos na parte decimal; se o número for inteiro, o ponto é irrelevante.

2.10 – Cálculos Aritméticos Simples

Para realizar os cálculos, os números devem ser informados na ordem. Após a introdução do primeiro número, pressione a tecla $\boxed{\text{ENTER}}$ e, em seguida, o segundo número e a operação a ser realizada ($\boxed{+}$, $\boxed{-}$, $\boxed{X}$ ou $\boxed{\div}$); a resposta aparecerá no visor.

Exemplo:

a) 15 + 27 = 42

Pressione		**Visor**
15	$\boxed{\text{ENTER}}$	15,00
27	$\boxed{+}$	42,00

2.11 - Fixando o número de Casas Decimais

Para fixar um número distinto de casas decimais, pressione a tecla $\boxed{f}$ seguida da tecla de número correspondente à quantidade desejada de casas decimais (de 0 a 9 casas).

Exemplo*: Acionando* $\boxed{f}$ *4, aparecerá no visor: 0,0000.*

Durante o curso, você perceberá que nem sempre utilizamos 2 casas decimais (0,00).

Você poderá determinar o número de casas que pretende usar: geralmente 2 casas decimais. Para ter um resultado mais preciso será necessário aumentar o número de casas.

Importante:

À medida que reduzimos o número de casas decimais, o valor que aparece no visor será automaticamente arredondado, usando a seguinte convenção:

Se o número seguinte for:

- 0 a 4, mantém-se

- 5 a 9, arredonda-se

Exemplo: 200 ÷ 17

200 ENTER (o valor aparece no visor/memória X)

17 ÷ (resultado apresentado no visor 11,76)

Se pressionarmos $\boxed{f}$ $\boxed{3}$ a resposta será 11,765

Se pressionarmos $\boxed{f}$ $\boxed{5}$ a resposta será 11,76471

Se pressionarmos $\boxed{f}$ $\boxed{9}$ a resposta será 11,76470588

Se pressionarmos $\boxed{f}$ $\boxed{0}$ a resposta será 12

Qual é a resposta correta?

Todas estão corretas. Porém, convém observar o número de casas decimais que se deseja a cada exercício.

Obs.: *Perceba que estando com este resultado no visor (12) se multiplicarmos por 5, a HP-12C lhe trará como resultado 59, se pressionarmos* f 2 *o resultado será 58,82. Isso quer dizer que a HP-12C não multiplicou o número arredondado que aparecia no seu visor (12), mas sim, o resultado da divisão com todas as casas decimais (11,76470588). Isso significa que internamente o numero de casas decimais é o maior possível independente do que mostra o visor.*

2.12 – Resolvendo uma operação de potenciação e de radiciação.

Para resolver uma potenciação usamos a tecla Y^X . Se a operação for de radiciação precisamos antes pressionar a tecla azul g e em seguida a tecla com a função azul $\sqrt{x}$.

Exemplo: Calcule o valor 5^4 .

5 **ENTER** (o valor 5 é armazenado na memória X e aparece no visor)

4 $\mathbf{Y^X}$ (calcula a potência desejada onde Y = 5 e X = 4)

Obs. Quando o expoente for uma fração deve-se resolver primeiro a fração e depois calcular a potência.

Exemplo: Calcule o valor de $3^{\frac{1}{4}}$.

3 **ENTER**

1 **ENTER**

4 ÷

Y^X (fornece como resposta 1,32)

Obs. Quando o expoente for negativo usamos a tecla CHS.

Exemplo: Calcule o valor de 2^{-5} .

2 **ENTER**

5 **CHS** (troca o sinal de 5 para -5)

Y^X (fornece como resposta 0,0313)

Exemplo: Calcule o valor de $\sqrt{5}$ com três casas decimais.

f 3 (fixa três casas decimais 0,000)

5 ENTER (visor mostra 5,000)

g $\sqrt{x}$ (fornece como resposta 2,236)

2.13 – O inverso de um número

O inverso de um número x é o número $1/x$ e vice-versa.

Para obter o inverso de um número basta digitá-lo e pressionar a tecla $1/x$.

3 – A Função RND

A função da tecla amarela RND nos permite eliminar as casas decimais da memória X, e que não são mostradas no visor, mediante o critério do arredondamento matemático.

Exemplo: Efetuar a divisão 8/3 com duas casas decimais.

A operação é realizada pela seguinte sequencia teclas:

f **2** (fixando duas casas decimais)

8 **ENTER** (8 nas memórias X e Y)

3 (3 nas memorias X – visor)

÷ (efetua a divisão Y/X)

Que fornece 2,67 como resposta. Entretanto, conforme mostrado anteriormente, a HP-12C mantém internamente essa resposta com um número muito maior de casas decimais 2,66666667. Vamos agora usar a função RND pressionando as teclas:

f **RND**

O visor continua indicando 2,67, entretanto as demais casas decimais foram transformadas em zeros. Para verificarmos isso, basta aumentar o número de casas decimais a serem mostradas no visor. Por exemplo, se pressionarmos as teclas f e 4 o visor apresentará o número 2,6700.

4 - Limpando os Registros

4.1 – A tecla **CLX** é utilizada somente para limpar o visor, porém, ao se pressionar **f CLX** todos os registros serão apagados. **f** **CLX**

4.2 – A tecla com função amarela FIN limpa apenas as cinco memórias financeiras (n, i, PV, PMT, FV)

4.3 – A tecla com a função amarela REG limpa , de uma vez, as seguintes memórias:

- memórias transitórias : X, Y, Z e T;
- memórias fixas: 0 a 9 e .0 a .9;
- memórias financeiras: n, i, PV, PMT, FV

4.4 – A tecla com função amarela PRGM limpa os programas que estão gravados na calculadora. Para que essa limpeza tenha efeito é indispensável que a HP-12C seja previamente colocada em fase de programação, com o acionamento da função amarela P/R.

5 - Troca de Sinais

A tecla **CHS** que, em inglês, quer dizer "troca sinal", isto é, trocar o sinal do número que está no visor, transformando-o, se positivo, em negativo e vice-versa.

Exemplo:

8 **CHS**

- 8 (resultado no visor)

6 - Cálculos em Cadeia

Toda vez que o resultado de um cálculo estiver no visor, e, se desejar armazená-lo para efetuar outro cálculo em seguida, não será necessário pressionar **Enter** , pois o resultado será armazenado automaticamente. Isto ocorre porque a HP-12C possui quatro registradores, os quais são usados para armazenamento de números durante os cálculos.

Esses registradores (conhecidos por memórias de pilha operacional) são designados por X, Y, Z e T.

Exemplos:

a) 1 + 2 + 3 + 4 = 10

	X	Y	Z	T
Digitar 1	1,			
ENTER	1,00	1,00		
Digitar 2	2,	1,00		
ENTER	2,00	2,00	1,00	
Digitar 3	3,	2,00	1,00	
ENTER	3,00	3,00	2,00	1,00
Digitar 4	4,	3,00	2,00	1,00
+	7,00	2,00	1,00	
+	9,00	1,00		
+	10,00	1,00		

b) $\left\{\frac{18}{[24-(15+3)]}\right\} = 3{,}00$

Teclado		Visor	Memória
18	ENTER	18,00	(visor-memória X e Y)
24	ENTER	24,00	(24,00 no visor-memória X e 18,00 na memória Y)
15	ENTER	15,00	(15,00 no visor-memória X, 24,00 na Y e 18,00 na Z)
3	+	18,00	(3 em X mais o 15,00 em Y, armazenando 18,00 na X)
	–	6,00	(24,00 na memória Y subtrai o resultado 18,00 na X)
	÷	3,00	(18,00 em Y div. por 6,00 em X, resultado 3,00 em X)

Exercício:

Calcule:

a) $\left\{\frac{(2400+630)}{2312}\right\} = 1{,}31$

2400 ENTER

630 +

2312 ÷ 1,31

b) $\left\{\frac{(4621-2730)}{(6230+1723)}\right\} = 0,24$

4621 $\boxed{\text{ENTER}}$

2730 $\boxed{-}$

623 $\boxed{\text{ENTER}}$

1723 $\boxed{+}$

$\boxed{\div}$ 0,24

7 - Funções de porcentagem

7.1 - Para calcular o valor correspondente à porcentagem de um número, introduza a base, pressione $\boxed{\text{ENTER}}$, introduza a porcentagem e pressione %.

Exemplo: *14 % de 300*

300 $\boxed{\text{ENTER}}$ 14 $\boxed{\%}$ → 42,00

Se após $\boxed{\%}$ pressionar-se o $\boxed{+}$ (-)o valor da porcentagem será somado(subtraído) do número ***Exemplo:*** 300 $\boxed{\text{ENTER}}$ 14 $\boxed{\%}$ $\boxed{+}$ → 342,00

7.2 – Para calcular aumentos (reduções) sucessivos digita-se as porcentagens seguidas de $\boxed{+}$ ($\boxed{-}$) **.**

Exemplo: O preço de um eletrodoméstico sofreu três reajustes nos meses seguintes de 3%, 5% e redução de 6%. Se o eletrodoméstico custava R$ 420,00 calcule o valor final.

420 $\boxed{\text{ENTER}}$ 3 $\boxed{\%}$ $\boxed{+}$ 5 $\boxed{\%}$ $\boxed{+}$ 6 $\boxed{\%}$ $\boxed{-}$ → 426,98

7.3 – Para calcular a variação percentual entre dois números, introduza, como base, o valor mais antigo da operação, seguido da tecla ENTER , introduza o segundo número e pressione $\boxed{\Delta\%}$.

Exemplo:
No pregão de ontem, as ações da Cia. MIX S.A. subiram de R$ 5,37 para R$ 5,90. Qual foi a variação percentual?

5,37 $\boxed{\text{ENTER}}$ 5,90 $\boxed{\Delta\%}$ = 9,87

7.4 – Para calcular a porcentagem de um valor em relação a um total, introduza o valor correspondente ao total, digite o valor da porcentagem e pressione $\boxed{\%\ \mathbf{T}}$

Exemplo:

No mês passado as despesas de uma indústria foram assim distribuídas:

- salários e encargos	R$ 35.000,00
- conservação e manutenção	R$ 5.000,00
- utilidades (luz, água, telefone etc.)	R$ 7.000,00
- gerais e diversas	R$ 3.000,00
Total das despesas	**R$ 50.000,00**

Qual é o percentual que os salários e encargos representam do total das despesas da fábrica?

50.000,00 $\boxed{\text{ENTER}}$ 35.000,00 $\boxed{\%\text{ T}}$ = 70

8 - Funções de Calendário ΔDYS e DATE

Essas funções de cor azul possibilitam as seguintes operações com datas de calendário:

8.1 - A função ΔDYS permite o cálculo do número exato de dias entre duas datas de calendário;

8.2 - A função DATE permite somar algebricamente uma data de calendário com um número de dias.

As datas podem informadas nas sequencias dia-mês- ano ou mês-dia-ano. Para entrar com as datas no formato dia-mês-ano (comum no Brasil na maioria dos países), é preciso executar a função **azul** D.MY (dia, mês e ano em inglês) teclando g D.MY e estará fixando esta informação na sua calculadora sendo essas letras mostradas no visor. Portanto, não será necessário repeti-la a cada operação. Caso se queira entrar com as datas no formato mês-dia-ano é necessário, previamente, executar a função azul M.DY.

Obs.: Lembre-se que, ao acionar a tecla $\boxed{\textbf{g}}$, a função em azul passa a ser utilizada.

Para que o visor mostre a data digitadas de forma completa, é necessário fixar em seis o número de casas decimais, mediante o acionamento sucessivo das teclas f e 6.

a) Datas futuras

Para utilizar o calendário, introduza a data conhecida, separando o dia e o mês pela tecla $\boxed{\bullet}$ e pressione a tecla $\boxed{\textbf{ENTER}}$. Digite o número de dias correspondente ao intervalo de tempo e pressione as teclas $\boxed{g}$ $\boxed{DATE}$. Você estará calculando uma nova data.

Exemplo: Qual é a data de vencimento de uma compra feita no dia 25.03.2007 para pagamento em 48 dias?
Entrando com a data no formato dia-mês-ano

f	6	(fixando seis casas decimais)
g	D.MY	(D.MY indicado no visor)
25.032007	ENTER	(data inicial nas memórias X e Y)
48		(número de dias para o pagamento)
g	DATE	(Resposta: 12.052007 6)

ou simplesmente,
25.032007 $\boxed{ENTER}$ 48 $\boxed{g}$ $\boxed{DATE}$ 12.052007 6

Resposta: Vencimento em 12.05.2007. Observe, no visor, um número que aparece à direita do resultado. Ele representa o dia da semana em que esta data ocorrerá. Neste exemplo, sábado, conforme o quadro seguinte.

Dias da semana

1	segunda-feira
2	terça-feira
3	quarta-feira
4	quinta-feira
5	sexta-feira
6	sábado
7	domingo

b) Data Passada

No exemplo anterior vimos que o vencimento foi no dia 09.05.2007. Se a compra foi feita para pagamento em 45 dias, qual a data da compra?

f 6 (Fixa seis casas decimais)
09.052007 ENTER
45 CHS (Troca o sinal indicando data passada)
g DATE (Resposta: 25.032007 7)

ou simplesmente

09.052007 $\boxed{\textbf{ENTER}}$ 45 CHS g DATE 25.032007 7

Resp.: A data da compra foi 25.03.2007, um domingo.

Obs.: *O* $\boxed{\textit{CHS}}$ *serve para indicar que se trata de data passada.*

c) Variação de Dias entre Datas

Para calcular o número de dias existentes entre duas datas, introduza a data mais antiga e pressione $\boxed{\textbf{ENTER}}$ **,** em seguida, introduza a data mais recente e pressione as teclas $\boxed{\textbf{g}}$ **ΔDYS**

Exemplo:

Calcule o número de dias decorridos entre as datas 01.03.2007 e 31.10.2007

f **6** (fixar seis casas decimais)

01.032007 **ENTER** (entrar com a data no formato dia-mês-ano)

31.102007 **g** ΔDYS (Resposta: 244 dias)

ou simplesmente,

01.032007 $\boxed{\textbf{ENTER}}$ **31.102007** **g** ΔDYS → **244**

Resp.: *O número de dias entre as duas datas é 244.*

9 – As teclas STO e RCL : Usando a Memória – Armazenando e Recuperando Valores

- A HP-12C possui 20 memórias para armazenamento de valores, que vão de 0 a 9 e de .0 a .9

- Para armazenar um valor, deve-se digitá-lo e, em seguida, pressionar a tecla **STO** seguida do número da memória desejada.
- Para recuperar a informação contida na memória é necessário pressionar a tecla **RCL** seguida do número da memória.

Exemplos:

1 – Armazenar o número 25 na memória 0.

Digitar:
25 **STO** **0** o número continua no visor, porém já está armazenado. Quando você for utilizar o número armazenado basta pressionar **RCL** **0**, que ele retornará ao visor, podendo ser utilizado para qualquer cálculo.

2 – Somar 80 ao conteúdo previamente armazenado na memória 3

80 **STO + 3** (Soma 80 ao conteúdo da memória 3)

Como mencionado acima a tecla RCL serve para chamar (recall) os valores das 20 memórias fixas (0 a 9 e .0 a .9) para o visor da calculadora.

3 – Usando a tecla **RCL**
RCL 1 (coloca no visor o conteúdo da memória 1)
RCL i (coloca no visor o conteúdo da taxa de juros i)*

4 – Resolver a expressão $\frac{(5+4)^2}{(2+1)^2}$

5 ENTER
4 +
2 Y^X
STO 1 (Resultado do numerador armazenado na memória 1)

ENTER
1 +
2 Y^X
STO 2 (resultado do denominador armazenado na memória 2)
RCL 1 (chama o conteúdo da memória 1, no caso o numerador para o visor, memória X)
RCL 2 (chama o conteúdo da memória 2, no caso o denominador para o visor e coloca o numerador na memória Y)
÷ (efetua a divisão)

*A tecla **RCL** é também usada para mostrar no visor o conteúdo contido nas teclas financeiras (n, i, FV, PV, PMT) as quais veremos as funções mais a frente do texto. Esta visualização permite uma revisão dos parâmetros usados na solução de um problema.

Exercícios

1 – Calcule o valor de 21 + 35 ÷ 3 com 4 casas decimais.

2 – Calcule o valor de $8^{\frac{1}{4}}$ com 5 casas decimais.

3 – Calcule o valor de $\sqrt[1,6]{2^{3,41}}$

4 – Calcule o valor de *log*2 com 4 casas decimais

5 - Calcule o valor da expressão $\left(\frac{23+45}{5}\right)$

6 – Se um aluguel varia de R$520,00 para R$590,00 qual o percentual de aumento?

6- Calcule a data e o dia da semana em que vencerá uma aplicação efetuada em 07.06.2007 pelo prazo de 36 dias.

Com isso encerramos as teclas e as funções básicas da calculadora HP-12C. Vamos agora apresentar as cinco teclas financeiras que terão maiores aplicações com o desenvolvimento do conteúdo do decorrer do trabalho.

9 – As Teclas Financeiras

As cinco teclas financeiras (**n, i, PV, PMT, FV**) obedecem as seguintes definições:

N número de períodos de capitalização de juros, expresso em anos, semestres, trimestres, meses ou dias

i taxa de juros por período de capitalização, expressa em porcentagem

PV Valor presente (PV – *Present Value*), ou seja, valor do capital inicial aplicado.

PMT valor de cada prestação da série uniforme (*Periodic PayMenT*) que ocorre no final de cada período (Série postecipada), ou no início de cada período (Série antecipada).

FV Valor futuro (FV – *Future Value*), ou valor do montante acumulado no final de *n* períodos de capitalização, com a taxa de juros **i** por período.

No caso da série uniforme postecipada é necessário ativar a função azul END . O visor não indica que essa função está ativa. Conforme a convenção adotada os valores que ocorrem em cada período devem ser representados no final de cada período.

No caso das séries antecipada é necessário ativar a função azul BEG. O visor indica que essa função está ativa .Conforme a convenção adotada os valores que ocorrem em cada período devem ser representados no ínicio de cada período.

É importante ressaltar que:

a) as funções BEG ou END só tem interferência na série uniforme PMT, não causando alteração nas relações entre PV e FV;
b) a calculadora HP-12C sempre interliga os cinco elementos financeiros (n, i, PV, PMT e FV). No caso do PV, por exemplo temos : PV=valor presente de FV + valor presente da série uniforme PMT;
c) os problemas que envolvem apenas quatro elementos devem ser resolvidos com a anulação do quinto elemento, que não participa do problema;
d) os valores monetários (PV, FV e PMT) devem ser registrados na calculadora obedecendo a convenção de sinal, isto é, as entradas(recebimentos) tem sinal positivo (+), e por sua vez as saídas (pagamentos) devem ter sinal negativo (-);
e) a unidade de tempo do período *n* deve ser igual a unidade de tempo da taxa de juros *i* ;
f) uma taxa de juros de 7% pode representar, por exemplo 7% ao mês , se a o período for dado em meses. Ela deve ser registrada com colocação do 7 na tecla correspondente à taxa de juros i. A calculadora transforma automaticamente para $7/100$ = 0,07;
g) os valores relativos ao número de períodos n podem ser inteiros ou fracionários. Por exemplo, n pode ser registrado em anos, fração de ano, fração de mês etc.

Tabela usada para simular a HP-12C – Convenções adotadas

Durante este trabalho vamos assumir que a calculadora HP-12C está sempre preparada para Série Postecipada, ou seja, está com a função azul END ativada. Logo no visor não estará mostrando a palavra BEGIN.

Vamos representar a HP-12C usando uma tabela como indicado a seguir:

n	i	PV	PMT	FV
x	x,xx	xx.xxx,xx	xx.xxx,xx	xx.xxx,xx

- Na parte inferior registramos os valores do respectivo parâmetro.
- os parâmetros financeiros que não fizerem parte do problema em questão deve ter seu valor registrado como zero.
- A célula em destaque deve ser a última a ser pressionada e é a célula que apresenta a solução do problema. No exemplo acima o problema pedia o valor da prestação da série em questão, parâmetro PMT.

Deixaremos os exemplos numéricos para os capítulos de juros simples, juros compostos e séries uniformes.

10 – Utilização de n fracionário

A calculadora HP-12C trabalha com valores fracionários de tempo ***n***(fração de ano, fração de mês, etc.). Para que a calculadora aceite e opere com n fracionário devemos ativar a função C (adotando juros compostos) bastando para isso pressionar as teclas **STO** e **EEX** sucessivamente.

Ao pressionar as teclas STO e EEX sucessivamente aparecerá um C no visor indicando que o modo de juros compostos está ativado possibilitando trabalhar com valores e fracionários.

Dessa forma podemos adequar a unidade de tempo do período com a unidade referencial da taxa de juros , como por exemplo se a taxa de juros for dado em anos podemos usar um período de $1/2$ ano.

11 – Conclusão

Este pequeno manual apresenta apenas as principais funções da calculadora financeira HP-12c, longe de ter esgotado o assunto. Foi resultado de várias buscas, dois minicursos e pesquisas bibliográficas. Aconselhamos aos interessados em aprofundar os conhecimentos a procurarem bibliografia técnica especializada ou mesmo cursos online.

Anexo 2 – A planilha eletrônica Excel

Uma planilha eletrônica é um programa que trabalha com tabelas e possibilita a automatização de contas e criação de gráficos, simplificando muito trabalhosos cálculos.

Um minicurso de Excel extrapolaria os objetivos desse trabalho, por isso vamos indicar alguns cursos online e gratuitos sobre a planilha eletrônica Excel. Lembrando que existem outras planilhas semelhantes como por exemplo o Calc que funciona de modo similar com a vantagem de ser gratuita.

1) http://www.ev.org.br/

2) http://www.cursou.com.br/informatica/curso-de-excel-avancado/

3) http://canaldoensino.com.br/blog/9-cursos-online-gratis-de-excel-com-certificado

4) https://www.youtube.com/watch?v=nLflg9pwG3E