



INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
HABILITAÇÃO: MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

UTILIZANDO CALCULADORAS GRÁFICAS NO ESTUDO DO
COMPORTAMENTO GRÁFICO DE FUNÇÕES NO ENSINO
FUNDAMENTAL E MÉDIO

ALEXANDRE AMANDULA BANDEIRA

RIO DE JANEIRO/RJ
2015

ALEXANDRE AMANDULA BANDEIRA

UTILIZANDO CALCULADORAS GRÁFICAS NO ESTUDO DO
COMPORTAMENTO GRÁFICO DE FUNÇÕES NO ENSINO
FUNDAMENTAL E MÉDIO

Dissertação apresentada como exigência
parcial para a obtenção do grau de Mestre em
Matemática.

Orientadora: Asla Medeiros e Sá

Rio de Janeiro
2015

Este trabalho, feito com muito zelo e empenho, não teria condições de ser concretizado sem a ajuda e compreensão de alguns.

Agradeço, primeiramente, ao meu amigo Daniel Santos, a quem eu conheci em uma Pós na UERJ, pois foi ele quem inicialmente me incentivou a continuar estudando e a fazer o mestrado; aos meus pais e aos meus irmãos pelo mesmo incentivo de sempre; aos meus colegas do mestrado, cujos esforços foram também recompensados no fim; aos amigos do mestrado, a saber: Rafael Ribeiro, Roberta Rebelo, Marcelo Kurt, Marcelo Candeias, Felipe e Suelen, a estes eu sou profundamente grato, pois estiveram dia a dia comigo nesse investimento; aos professores pela paciência e dedicação conosco; aos meus filhos, pela compreensão das muitas saídas para estudar; ao meu grande amigo de conclusão de TCC Adriano Dias Marinho, este foi mais que um amigo, foi um irmão, ajudando-me em todos os momentos; a minha esposa Adriana, pela compreensão das muitas vezes que eu tinha que estar ausente por causa dos estudos; e a Deus, nosso criador, pois foi Ele quem me deu forças e capacidade para concluir esse mestrado.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo propor uma sequência de atividades utilizando calculadoras gráficas como ferramentas de aprimoramento no ensino de funções quadráticas, considerando todo o contexto de atividades envolvendo Informática Educativa. Usei o programa *Geogebra* por já conhecer suas funções e por considerar sua interface de fácil utilização e em outros momentos utilizei o software *Desmos Graphing Calculator*, que por sua vez também apresenta uma interface intuitiva, podendo ser utilizado por meio de computadores de forma *on-line*, ou smartphones/tablets de forma *off-line* o que agrega muitas vantagens. Apliquei uma sequência de atividades a grupos de alunos, do 1º ano do ensino médio. Os alunos ao final do processo realizaram algumas atividades com relação aos conceitos estudados para verificar se houve crescimento e assimilação dos conteúdos, além disso, foram questionados com relação à importância da matemática e a utilização dos recursos tecnológicos como suporte para o aprendizado de conteúdos curriculares. Através desse trabalho pude observar a importância de um ambiente informatizado e da utilização de softwares educativos no processo formativo, pois os mesmos tornam as aulas mais dinâmicas, interativas e lúdicas, alcançando assim resultados significativos em relação aos encontrados inicialmente.

Palavras-chave: ensino, funções quadráticas, calculadoras gráficas, atividades interativas.

ABSTRACT

This paper aims to propose a sequence of activities using graphing calculators as enhancement tools in teaching quadratic functions, considering all the context of activities involving Educational Computing. I used the Geogebra program because they already know their duties and consider its user-friendly interface and at other times used the Desmos Graphing Calculator software, which in turn also has an intuitive interface and can be used via online form of computers or smartphones / offline form of tablets which adds many advantages. I applied a sequence of activities to groups of students, the 1st year of high school. Students at the end of the process carried out some activities in relation to the concepts studied to see if hears growth and assimilate the contents also were questioned regarding the importance of mathematics and the use of technological features such as support for learning curricula. Through this work I observed the importance of a computerized environment and use of educational software in the training process, as they become more dynamic, interactive and playful classes, thus achieving significant results in relation to those found initially.

SUMÁRIO

	Nº da página
1 – Introdução	8
1.1 – Justificativa	8
1.2 – Objetivos	10
1.2.1 – Objetivos Específicos	10
1.3 – Metodologia	10
1.4 – Organização do trabalho	12
2 – Pressupostos teóricos	13
2.1 – O livro didático na abordagem de funções	13
2.2 – O uso do computador ou smartphones na prática do ensino de Matemática	14
2.3 – Aplicação de sequências didáticas como ferramentas para o ensino de funções	16
2.4 – O programa de representação GeoGebra	17
2.5 – O programa de representação Desmos Calculator	19
2.6 – O papel do professor na utilização de programas educacionais livres	21
2.7 – O uso de programas geométricos em sala de aula	21
2.8 – O uso de programas geométricos auxiliando o ensino de funções quadráticas	22
3 – Resultados e Discussões	24
3.1 – Etapa 1: Explicação teórica do conteúdo para alunos do 1º ano do Ensino Médio	24
3.2 – Etapa 2: Construção de gráficos de função quadrática de forma tradicional com a utilização de papel milimetrado e lápis	26
3.3 – Etapa 3: Aula no laboratório de informática com o GeoGebra / Desmos	28
3.4 - Etapa 4: Aplicação de questionário avaliativo e subjetivo	30
3.5 - Etapa 5: Aplicação de questionário investigativo para análise da compreensão dos alunos nos exercícios aplicados.	31
4 – Conclusões	35

5 – Referências	37
ANEXO 1 – Gráficos de resultados	39
ANEXO 2 – ATIVIDADES APLICADAS NA SALA DE AULA	41
ANEXO 3 – ATIVIDADES APLICADAS NO LABORATÓRIO	42
ANEXO 4 – Questionário de avaliação (com base no SAERJINHO)	46
ANEXO 5 – QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO	49
ANEXO 6 – Respostas de alguns alunos em relação ao questionário investigativo (ANEXO 5)	50

1. INTRODUÇÃO ¹

Este trabalho foi motivado pelas observações feitas em sala de aula, através dos resultados encontrados em diferentes avaliações diagnósticas tais como a PROVA BRASIL e o SAERJ, por diferentes professores, referentes às dificuldades demonstradas pelos alunos em compreender o conceito das funções quadráticas, assim como analisar, interpretar e construir os seus gráficos.

Podemos visualizar melhor esses resultados observando os gráficos em anexo (ANEXO 1), que mostram resultados muito ruim do descritor D62 (Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau) que destaca uma média de 26,1% de acerto em relação a questões que envolvem esse descritor.

A partir das dificuldades observadas e relatadas em gráficos diagnósticos, foram realizadas várias pesquisas referentes ao uso de novas tecnologias para o estudo de funções que abordassem a opinião de alunos e professores, relativa aos resultados alcançados com esta forma de ensino. Foram encontradas pesquisas, relatadas neste trabalho, que tratam a construção dos gráficos de forma dinâmica, facilitando a visualização do comportamento dos gráficos pelos alunos e comparando o método utilizado com o método tradicional, verificando em qual método foi obtido melhor resultado na análise de gráficos da função quadrática.

O presente trabalho configura a conclusão do curso de mestrado profissional em matemática (PROFMAT). Este trabalho foi desenvolvido parcialmente em dupla, pois o autor desse trabalho desenvolveu o mesmo juntamente com Adriano Dias Marinho. Os participantes aplicaram o projeto em sala de aula e retiraram suas conclusões de acordo com a sua realidade e abordagem. A introdução e os pressupostos teóricos são partes comuns a ambos.

1.1 JUSTIFICATIVA

A definição do tema deu-se através de estudos que mostram a deficiência da aprendizagem matemática nas escolas brasileiras, sobretudo a abordagem deficiente dos

^{1 1} O capítulo 1 foi realizado de forma comum ao trabalho de mesmo nome desenvolvido por Adriano Dias Marinho.

conteúdos como defendem Perrenoud (2000, p. 125 apud BASSI, 2009, p.3) que diz “A escola não pode ignorar o que se passa no mundo. As novas tecnologias da informação e da comunicação transformam espetacularmente não só nossas maneiras de comunicar, mas também de trabalhar, de decidir, de pensar” e Druck, ex-presidente da Sociedade Brasileira de Matemática, que afirma “a qualidade do ensino da Matemática atingiu, talvez, seu mais baixo nível na história educacional do país” (DRUCK, 2003, p.1). Os novos paradigmas para a educação contemplam a inserção de novas tecnologias que valorizam a inovação como etapa fundamental do processo de aprendizagem, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), um aluno nessa etapa do ensino deve adquirir competências e habilidades como “Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...)”. (BRASIL, 1998, p.12).

Pesquisas, como as apresentadas por Farias (2012), Götzinger (2011), Gravina (2001) e Scano (2009), mostram que o uso de ferramentas tecnológicas, sobretudo softwares de geometria dinâmica, promovem uma nova forma de ensinar funções através da movimentação do gráfico gerado para observar as características apresentadas pela variação dos coeficientes da função. Micotti diz:

A aplicação dos aprendizados em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que a simples decoração ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração. Essas capacidades são necessárias em todas as áreas de estudo, mas a falta delas, em Matemática, chama a atenção. (MICOTTI, 1999, p.154 apud FERNANDES, 2011, p. 2).

O uso de novas tecnologias como o computador e os celulares, fornecem novos significados ao ensino-aprendizagem da Matemática, facilitando a ligação com o cotidiano e despertando o desejo de aprender, pois segundo Bruner (1960, apud BOCK, 1999) o ensino de um conteúdo deve ser organizado de forma eficaz e significativa para que o aluno possa desenvolver o pensamento lógico-matemático. De acordo com essa proposta, é preciso apresentar conteúdos de forma atrativa, levando o aluno a se apropriar desses novos conhecimentos com o objetivo de utilizá-los em diferentes situações de sua vida.

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo melhorar a compreensão geométrica, apurando a percepção dos alunos no que tange a Geometria Analítica em relação ao estudo da função quadrática.

Atualmente o estudo de função quadrática é introduzido no último ano do ensino fundamental (9º ano) e abordado de forma mais enfática no primeiro ano do ensino médio, sendo assim, esse trabalho tem como público-alvo alunos matriculados nesses anos de escolaridade, que em média encontram-se na faixa etária de 14 a 16 anos, pertencentes às redes Particular, Municipal e Estadual de educação.

Objetivos Específicos:

- Analisar o comportamento de uma função quadrática através de softwares de geometria dinâmica, como ferramenta para o estudo;
- Permitir investigações matemáticas e análise dos resultados obtidos com o auxílio do GeoGebra ou do Desmos;
- Mostrar aos alunos situações do cotidiano que possam ser representadas pelo gráfico de funções quadráticas;
- Colaborar para a identificação dos coeficientes de uma função quadrática a partir de um gráfico dado;
- Interpretar problemas matemáticos que envolvam função quadrática, localizando as principais características, utilizando para tal os gráficos construídos com o auxílio das calculadoras gráficas.

1.3 METODOLOGIA

A proposta apresentada será desenvolvida através da aplicação de exercícios envolvendo o conceito de função quadrática, a análise do comportamento gráfico em relação às variações de seus coeficientes e sua relação direta com situações-problema encontradas no cotidiano.

As atividades propostas serão aplicadas do 1º ano do Ensino Médio em que os pesquisadores desta proposta lecionam. Será realizado um roteiro de aula para aplicação desta proposta em um trabalho de campo. Tal roteiro definirá o número de aulas necessárias à aplicação das atividades propostas neste projeto. Para o desenvolvimento desta proposta será utilizada a Sala de Informática. Instalaremos nos computadores um software de geometria dinâmica, GeoGebra, ou utilizaremos o Desmos, que pode ser utilizado de forma on-line ou off-line, usaremos também folha milimetrada, régua, lápis e projetor multimídia.

A análise dos fatores que dificultam o aprendizado dessas funções e suas representações gráficas será feita através da comparação entre a aplicação de uma sequência de estudos utilizando um software de geometria dinâmica e a aplicação de questões de forma tradicional de ensino utilizando lápis e papel. A análise dos resultados obtidos será feita através de gráficos de barra comparativos de “acertos versus erros” e relatórios qualitativos elaborados pelos professores envolvidos.

Foi realizado um roteiro de aula para aplicação desta proposta em um trabalho de campo. Tal roteiro, descrito abaixo, definirá o número de aulas necessárias à aplicação das atividades propostas neste projeto. Esta etapa será desenvolvida pelos dois componentes do grupo. Serão necessárias 8 horas/aula divididas em quatro etapas, para a aplicação:

- Explicação teórica do conteúdo para os alunos do 1º ano do Ensino Médio.
- Serão formados dois grupos de alunos, de uma mesma turma, de forma aleatória. Esses grupos passaram por dois momentos distintos de forma alternada, a saber:

1º momento: Aplicação de exercícios e problemas de função quadrática de forma tradicional com a utilização de papel milimetrado, régua e lápis.

2º momento: Utilização do laboratório para a aplicação de exercícios similares usando softwares de geometria dinâmica para a construção dos gráficos.

- Aplicação de exercícios com base no SAERJ e um questionário objetivo para análise da compreensão dos alunos nos exercícios aplicados.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho de conclusão de curso está dividido em 4 (quatro) capítulos estruturados da seguinte forma: o capítulo 1 introduz o tema abordando o enfoque, a extensão e a profundidade do assunto função quadrática, informando também os objetivos, a justificativa para a execução do tema e a metodologia escolhida para o trabalho. No capítulo 2 são expostos os pressupostos teóricos discutindo as teorias oferecidas por outros autores como o uso do livro didático, do computador e de softwares educativos. O capítulo 3 traz os resultados e discussões sobre a aplicação desta proposta através da representação dos dados em gráficos e avaliação qualitativa destes resultados. O capítulo 4 propõe sugestões para trabalhos futuros, oportunidades de melhoria no ensino e as considerações finais sobre o assunto em questão.

2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS²

2.1 O livro didático na abordagem de funções

A dificuldade apresentada pelos alunos quanto ao estudo de funções, para Silva (2007), pode ser relacionada à forma como a Álgebra é ensinada priorizando algoritmos e regras, impedindo a generalização por parte dos estudantes. Diante desse quadro, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) enfatizam que o estudo da álgebra é uma poderosa ferramenta para resolver problemas, porém, pesquisas têm evidenciado que os alunos não conseguem utilizar o conhecimento algébrico adquirido para resolver novas situações, evidenciando que a álgebra ensinada é desprovida de significado para parte dos alunos.

Frequentemente surgem pesquisas de campo e bibliográficas relacionadas ao estudo de funções, onde algumas levam em conta o estudo de teorias cognitivas distintas, novas metodologias, análise de material didático e novas tecnologias no ensino como o uso de softwares, por exemplo. Numa pesquisa em dois livros didáticos sobre a abordagem do estudo da Função Afim, realizada por Maggio e Soares (2009), foi constatado que, em um dos livros, o número de problemas “fechados”, que segundo os autores são problemas cujas soluções dependem exclusivamente de artifícios algébricos, é bem maior do que aqueles envolvendo situações-problema considerados não “fechados”. Além disso, os autores puderam também verificar que apenas um dos livros pesquisado utiliza mais de uma situação-problema contextualizada para fazer ligações a outros conteúdos, como por exemplo, inequação do primeiro grau.

Nesse contexto, Maggio e Soares relatam que:

A maioria dos alunos apresentava dificuldade em coordenar as várias representações da função afim, por exemplo, transformar o enunciado das questões que constava na língua natural para outras representações tais como: algébrica e gráfica, ou seja, o objeto representado, na maioria das vezes, não era identificado e/ou confundido em suas distintas formas de representação. Ao mesmo tempo, os alunos apresentavam dificuldade frente às conversões, principalmente quando a conversão abarcava os registros algébrico e gráfico. Além disso, a maior parte dos alunos utilizava análises pontuais em

² O capítulo 2 dos itens 2.1 ao 2.7 foram realizados de forma comum ao trabalho de mesmo nome desenvolvido por Adriano Dias Marinho

detrimento da identificação das variáveis visuais pertinentes. (MAGGIO; SOARES, 2009, p.5)

Apesar de a pesquisa (Maggio e Soares,2009) ter sido realizada num pequeno espaço amostral, tais observações podem ser estendidas para um universo maior, visto que tais conclusões podem ser verificadas facilmente nos principais livros didáticos utilizados nas escolas de hoje.

2.2 O uso do computador ou smartphones na prática do ensino de Matemática

A utilização de computadores ou smartphones como ferramentas de ensino ainda não são comuns em todas as escolas brasileiras, pois muitos profissionais ainda sentem dificuldades em utilizar essas ferramentas tecnológicas sem desviar-se do objetivo de ensino. As atividades profissionais das mais diversas áreas requerem atualização constante para acompanhar a evolução da sociedade e a educação não deve ficar retida no tempo com seu modelo estático de ensino. A escola deve atualizar-se e criar novas formas de promover a aprendizagem.

Segundo os autores do livro “Recursos Computacionais no Ensino de Matemática” (coleção PROFMAT) na introdução do capítulo 3 (Ambientes Gráficos) é feita uma observação de como damos uma grande importância a fórmulas e procedimentos algébricos que são executados rotineiramente e com poucas reflexões, fazendo com que os alunos atenham-se somente as fórmulas e substituições de variáveis, sem que os alunos observem por que fazem aquilo, importando somente o resultado para a construção de uma tabela e conseqüentemente um gráfico, como o próprio livro ilustra na figura 3.1 (Representação para funções na escola: relações limitadas) a seguir extraída desse livro.



Figura 3.1

Usando esta forma para construir um gráfico nos restringimos a quantidade finita de valores escolhidos para domínio, em geral são valores inteiros próximos do zero, tais como: 0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, -4 e 4, o que muitas vezes pode causar uma interpretação falha e “pobre” da função, diminuindo muitas vezes a qualidade em sua interpretação e consequentemente um gráfico que pode não representar a realidade.

Para solucionar isso o autor cita que “É um objetivo importante para o ensino de funções procurar “completar” o diagrama da figura 3.1, como mostra a figura 3.2 (Representações para funções na escola: completando articulações.) representada abaixo, enriquecendo a abordagem com atividades que promovam articulações múltiplas entre diferentes formas de representação e, desta forma, contribuindo para uma compreensão mais qualitativa sobre funções reais. Por exemplo, relacionar as características geométricas do gráfico de uma função diretamente com as características de sua representação algébrica, sem a intermediação de tabelas de valores”.

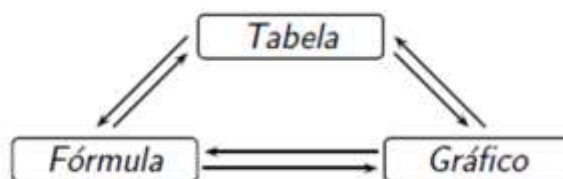


Figura 3.2

Esse processo pode melhorar a compreensão, facilitando o dia a dia do professor e do educando no estudo da construção de funções.

O livro citado acima oferece duas sugestões de softwares disponíveis no mercado, ambos gratuitos e de fácil manipulação e aquisição, a saber: o Graphmatica e o WinPlot, disponíveis na internet (<http://graphmatica.br.uptodown.com> e <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>, respectivamente). No entanto acreditamos que os softwares Geogebra e Desmos Calculator também apresentam estas características já mencionadas anteriormente, além disso, esse último pode ser baixado em celulares (sistema operacional IOS e ANDROID) para uso off line (sem internet – wifi - 3G/4G) e com isso vale a pena salientar que o seu uso em sala de aula pode ser de fácil aplicação, pois a utilização do laboratório passa a ser facultativo, tornando assim a sala de aula um grande laboratório.

As ferramentas tecnológicas utilizadas pelos alunos geram uma forma lúdica de aprendizado e interação social justificando seu uso em sala de aula para que os mesmos compartilhem seus conhecimentos com os colegas e descubram novas utilidades para o computador. Götzinger e Bean propõem que:

O computador pode se tornar um aliado dos professores nessa busca por novas metodologias e ferramentas educacionais que possibilitem maior interação e motivação dos estudantes para o estudo dos conteúdos escolares. É notável que o computador e tantos outros equipamentos eletrônicos são utilizados frequentemente pela maioria dos estudantes para sua comunicação e divertimento. Sendo assim, por que na escola não fazer uso dessa ferramenta para ensinar as múltiplas representações das funções? (GÖTZINGER E BEAN, 2011, p.3)

Os computadores e smartphones oferecem as escolas a modernização do tratamento das informações e une matemática e tecnologia através de objetos de aprendizagem, planilhas eletrônicas e softwares de acesso livre. O uso da tecnologia na sala de aula é sugerido pelos Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio, que diz:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 1998, p.41)

Desta maneira, esses equipamentos aliados ao ensino de matemática através de ferramentas diversas torna-se um meio importante para o estudo de funções.

2.3 Aplicação de sequências didáticas como ferramenta para o ensino de funções

Uma sequência didática é um conjunto de atividades interligadas, planejadas para oferecer um conteúdo passo a passo utilizando os conhecimentos prévios dos alunos. Segundo Scano (2009), é necessário que o professor organize o meio e as situações de ensino para que haja desenvolvimento da atividade e do processo de aquisição do conceito envolvido com eficiência. Scano diz que “o meio e as situações de ensino

devem comprometer-se com os saberes matemáticos que envolvem o processo de ensino e aprendizagem.” (SCANO, p.55)

A sequência didática envolve atividades que utilizem os conhecimentos prévios dos alunos concordando com a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel (1963). Segundo Pelizzari:

Quando o conteúdo escolar a ser aprendido não consegue ligar-se a algo já conhecido, ocorre o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica, ou seja, quando as novas informações são aprendidas sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Assim, a pessoa decora fórmulas, leis, mas esquece após a avaliação. (PELIZZARI, 2002, p.38)

Essa proposta envolve atividades de aprendizagem que incluem a apresentação do conteúdo, exercícios, pesquisas e avaliações, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar.

2.4 O programa de representação GeoGebra

O GeoGebra, de acordo Bortolossi (2011), coordenador do Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro, é um software de acesso livre com permissão para utilizar, copiar e distribuir o aplicativo para fins não comerciais que promove o ensino e a aprendizagem matemática na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), especialmente Geometria e Funções.

O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta e polígonos, além de inserir funções e alterar esses objetos após a construção ser finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas tornando o GeoGebra capaz de lidar com variáveis como números, pontos, vetores, derivar e integrar funções e possui comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. O programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras adequadas à álgebra trazendo a praticidade de representar na mesma janela de trabalho as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

A janela do programa é formada por uma área destinada aos trabalhos gráficos, algébricos e entrada de texto.

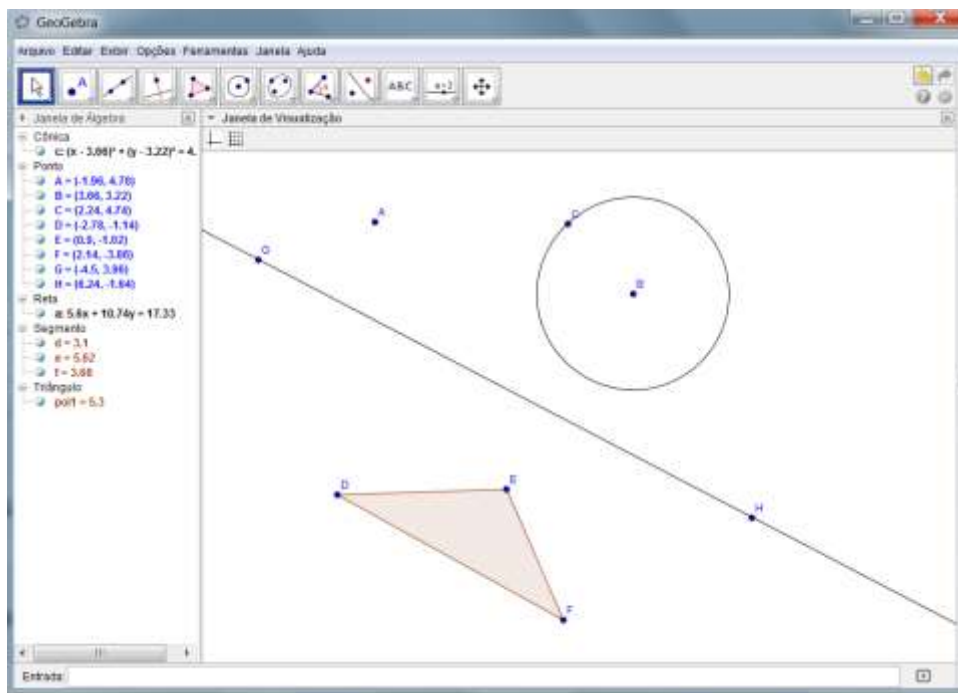


Figura 1 – Área de trabalho do GeoGebra

A barra de ferramentas apresenta menu de acesso rápido às principais funções do programa.



Figura 2 – Barra de Menus e Barra de Ferramentas de Acesso Rápido

O GeoGebra apresenta recursos algébricos e geométricos. Destaca-se na tabela abaixo as principais funções para o desenvolvimento das atividades propostas nesse trabalho:

COMANDOS	FIGURAS	PROCEDIMENTOS
- Mover		Clique sobre o objeto construído e o movimento na área de trabalho
- Novo Ponto		Clique na área de trabalho e o ponto fica determinado
- Reta definida por dois pontos		Clique em dois pontos da área de trabalho e a reta é traçada
- Retas perpendiculares		Selecione uma reta e um ponto e a reta perpendicular fica determinada







- Retas paralelas		Selecione uma reta e um ponto e a reta paralela fica determinada
- Distância		Clique em cada objeto que se queira determinar a distância
- Ampliar		Clique sobre o objeto que se deseja ampliar
- Reduzir		Clique sobre o objeto que se deseja reduzir
- Exibir/esconder objeto		Clique sobre o objeto que se deseja esconder/exibir
- Apagar objetos		Clique sobre o objeto que se deseja apagar

Tabela 1- Comandos da Barra de Ferramentas

A figura 3 mostra o campo de entrada de texto utilizado para inserir coordenadas, equações, comandos e funções. Esta ferramenta permite a construção de um gráfico a partir de sua representação algébrica.



Figura 3 – Barra de Entrada de Texto

O uso do programa GeoGebra proporciona economia de tempo e praticidade na construção de tabelas e gráficos, possibilitando a análise detalhada, por parte dos alunos. As variações dos gráficos podem ser analisadas durante a construção.

O programa apresenta facilidade de aprender e manipular objetos gráficos e construções geométricas, estimula a capacidade de análise crítica e observação, orienta o usuário através da caixa de diálogo em linguagem clara favorecendo a construção do conhecimento.

2.5 O programa de representação Desmos Calculator

O Desmos Calculator é uma nova geração das calculadoras gráficas. Ela é gratuita, completamente online, utiliza cores para facilitar a identificação das operações, e você pode compartilhar qualquer gráfico com um simples link.

Essa calculadora interativa é capaz de transformar em gráficos as equações à medida que são digitadas, possui barras deslizantes para variáveis, suporte para coordenadas polares, linhas pontilhadas para discrepâncias e suporte para o nosso idioma.

O Desmos tem como pano de fundo a tecnologia HTML5 baseado em browser, com isso essa calculadora gráfica funciona em qualquer computador, tablet, ou smartphones sem a necessidade de downloads (on line: www.desmos.com), o usuário pode também utilizar o Desmos de forma off line fazendo o download utilizando o mesmo sem a necessidade de estar conectado. Sua utilização é de fácil manuseio, chegando a ser intuitivo apresentando uma interface agradável. O Desmos vem sendo usado por estudantes, professores, pesquisadores e entusiastas de matemática em geral.

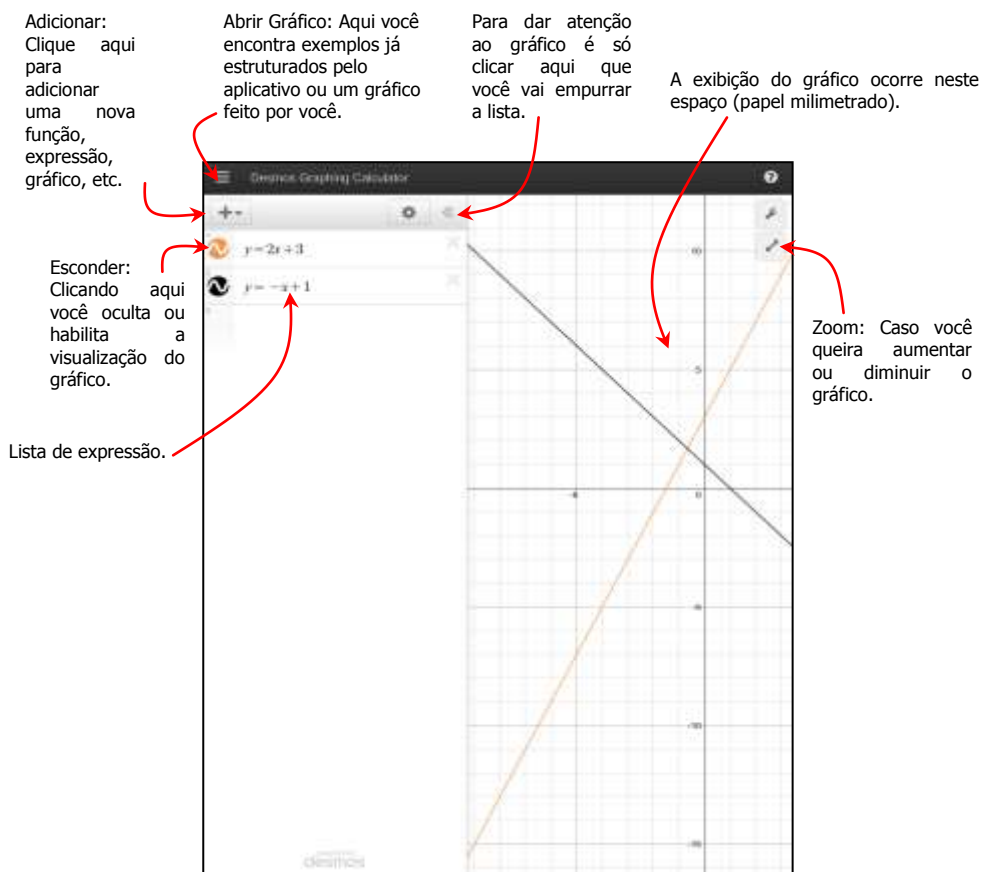


Figura 4 – Área de trabalho do Desmos

2.6 O papel do professor na utilização de programas educacionais livres.

Ao falar de novas tecnologias aliadas ao ensino dos conteúdos programáticos em sala de aula verificamos a variedade de opções para o uso dentro e fora do ambiente escolar como programas de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas, objetos de aprendizagem, dentre outros. A prática do professor varia de acordo com a estrutura da aula, devendo este analisar a escolha do programa a ser utilizado em sua aula de acordo com os objetivos a serem atingidos.

Segundo FARIAS (2012), ao utilizar tecnologias em sua aula, o professor assume o papel de mediador da aprendizagem em que deve oferecer suporte aos alunos para sanar suas dificuldades. Para desempenhar seu papel de maneira satisfatória, o professor deve atentar-se à escolha de atividades que permitam o aluno ser ativo na construção de seu conhecimento e proponha a ele atividades desafiadoras que despertem o desejo de resolver o problema oferecido. As atividades envolvidas devem respeitar o conhecimento prévio do aluno ao mesmo tempo em que permita a exploração e construção de novos conhecimentos a partir do desafio proposto.

Ao colocar-se como mediador, o professor deixa o papel de transmissor do conhecimento para ser participante do processo de aprendizagem, onde o estudante, nestes termos, passa a ser detentor de conhecimentos prévios e apresenta um caráter autônomo na construção da sua aprendizagem (FARIAS, 2012, p.10).

2.7 O uso de programas geométricos em sala de aula

O método de ensino das escolas brasileiras recebe muitas críticas, e de acordo com Druck (2003), o aprendizado matemático chegou ao estágio de maior dificuldade na história do país. Esta situação pode ser observada no estudo das funções com ênfase nos cálculos algébricos para construção de gráficos, onde podemos observar que os alunos demonstram dificuldade de compreensão e de análise dos gráficos da função.

A utilização do computador como ferramenta de ensino pode contribuir para a melhoria da aprendizagem, pois os gráficos construídos podem ser manipulados diretamente na tela do computador, permitindo a observação das características impressas na mudança dos coeficientes. Segundo Gravina,

O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos concreto-abstratos, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais características do pensar matemático — o estabelecer relações e conjecturar — e o faz de forma contundente, se comparado às possibilidades apresentadas pelo desenho, estático, em papel. (GRAVINA, 2001, p.6)

Desta maneira, o uso do software de geometria dinâmica, GeoGebra, é uma ferramenta que proporciona mudança na dinâmica atual das salas de aula favorecendo a aprendizagem das funções em geral e da geometria e proporcionando aos alunos a oportunidade de continuar as observações fora do ambiente escolar.

2.8 O uso do programas geométricos auxiliando o ensino de funções quadráticas

O uso de softwares de geometria dinâmica como o GeoGebra e o Desmos no ensino da Função Quadrática pode provocar mudanças significativas na compreensão do tema, pois, segundo Gravina (2001, p.89-90), “os ambientes de Geometria dinâmica também incentivam o espírito de investigação Matemática: sua interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, disponibiliza os experimentos de pensamento”. Para Götzinger e Bean (2011), a partir das inúmeras representações gráficas que esses softwares podem proporcionar no estudo da Função Quadrática, espera-se uma aprendizagem mais atraente diante do ensino tradicional baseado, na sua maioria, nas representações algébricas, evidenciando para os alunos, conforme o PCN, “a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de vários problemas”. (BRASIL, 1998, p.44).

Dentre as contribuições oferecidas por esses programas, aquela que toma maior destaque, refere-se às facilidades fornecidas se comparado aos métodos tradicionais (lápiz e papel), pois conforme o próprio PCN, o uso de ferramentas tecnológicas, neste caso o computador ou o smartphone, “relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio desse instrumento esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente”. (BRASIL, 1998, p.44)

Com a ajuda desses softwares, pode-se realizar comparações entre as características das funções em poucos minutos, pois alunos e professores podem reunir várias experiências em um mesmo plano, facilitando assim as comparações e conclusões que cercam o gráfico de uma função desse tipo. Tais justificativas são mencionadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio (PCNEM) onde é dito que “o aluno deve ser capaz de reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados a diferentes representações”. (BRASIL, 1998, p.254).

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.

A busca por novas práticas de ensino deve ser incessante para qualquer educador. De acordo com D'AMBRÓSIO (2001), “o grande desafio que nós, educadores matemáticos, encontramos é tornar a Matemática interessante, isto é, atrativa; relevante, isto é, útil; e atual, isto é, integrada no mundo de hoje” (p.15).

A apresentação da proposta do trabalho aconteceu no município de Nilópolis no Instituto Educacional Carlos Pasquale em uma turma do 1º ano, no início do segundo bimestre.

3.1 - Etapa 1: Explicação teórica do conteúdo para o 1º ano do Ensino Médio.

Explicação teórica da função quadrática:

Em três horas/aula, de 50 minutos cada, foi novamente apresentado aos alunos os conceitos de plano cartesiano, localização de pontos, função quadrática e construção de gráficos de funções quadráticas, para tal, com o intuito de dinamizar a apresentação desses conteúdos foi distribuído um material impresso com definições, conteúdos e exemplos, além de uma apresentação em slides para facilitar a visualização dos alunos, seguem alguns desses slides:

Função do 2.º grau

Chama-se **função quadrática** ou **função polinomial do 2.º grau**, qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

onde a , b e c são números reais e $a \neq 0$.

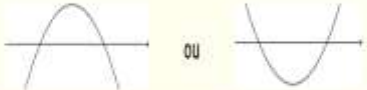
O gráfico de uma função do 2.º grau é uma curva chamada **parábola**.

Tipos de parábolas:




Concavidade para cima Concavidade para baixo

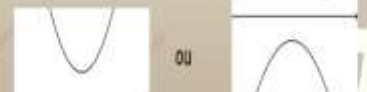
- Se $\Delta > 0$, a função tem duas raízes reais e a parábola intercepta o eixo x em dois pontos.



- Se $\Delta = 0$, a função tem duas raízes reais iguais e a parábola intercepta o eixo x em um único ponto.



- Se $\Delta < 0$, a função não tem raízes reais e a parábola não intercepta o eixo x .



Estudo da concavidade da parábola

Quando $a > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima.

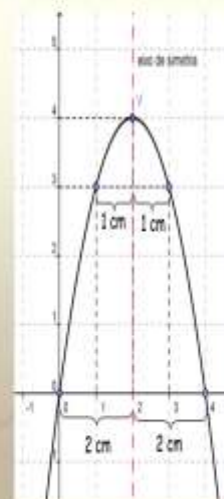


Quando $a < 0$, a concavidade da parábola é voltada para baixo.



Vértice da parábola

O vértice $V(x_v, y_v)$ é um ponto fundamental da parábola, o único ponto pertencente ao eixo de simetria.



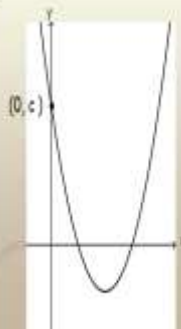
Outro ponto importante da parábola é o ponto de interseção da função com o eixo y.

Para determiná-lo, basta substituir $x = 0$ na função

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$$

$$f(0) = c$$



Construção do gráfico da função do 2.º grau Passo a passo

1º passo: determinar as raízes da função

2º passo: estudo da concavidade

3º passo: determinar o vértice da parábola

4º passo: ponto de interseção da função com o eixo y (quando $x=0$)

5º passo: esboço do gráfico

Ao final da apresentação dos conceitos os alunos foram instruídos a realizar algumas atividades envolvendo o comportamento do gráfico em função dos coeficientes e do discriminante.

Já ciente da dificuldade do aluno compreender o significado do sinal do coeficiente b , em função da má construção dos gráficos produzidos pelos alunos, deixei sua abordagem para a etapa 3, quando os gráficos foram construídos com o auxílio dos softwares geométricos.

3.2 - Etapa 2: Construção de gráficos de função quadrática de forma tradicional com a utilização de papel milimetrado e lápis.

Em duas horas/aula, de 50 minutos cada, foi distribuído aos alunos um material com alguns exemplos e atividades, além disso, os alunos receberam folhas especiais (ANEXO 2) (milimetradas) para que os mesmos pudessem construir os gráficos pedidos na atividade.

Notei que para o encontro dos pontos relevantes para a construção dos gráficos alguns alunos tiveram um pouco de dificuldade para encontrar as raízes e para encontrar as coordenadas do vértice. Contudo o ponto de interseção com o eixo y foi de fácil entendimento. Passada o momento dos cálculos eles partiram para o esboço dos gráficos. Percebi, então, que apesar dos pontos relevantes estarem marcados de forma correta, alguns gráficos estavam mal representados, devido à falta de capricho e coordenação motora, pois foram feitos a mão livre. Por isso alguns gráficos apresentavam distorções significativas de um aluno para o outro.

Na construção do gráfico da função que tinha uma raiz dupla, ou do gráfico da função que não tinha raiz real, eles tiveram um pouco mais de dificuldade, acarretando distorções indesejadas. Percebi que tal fato aconteceu por dois motivos, a saber: Pela falta de pontos para se referenciar; e pela falta de entendimento da simetria da parábola com o vértice. No entanto procurei interferir o mínimo possível, pois queria saber quais eram na verdade as suas dificuldades.

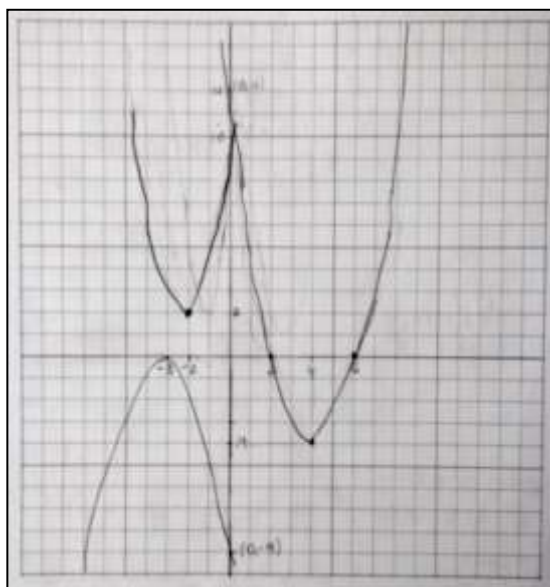
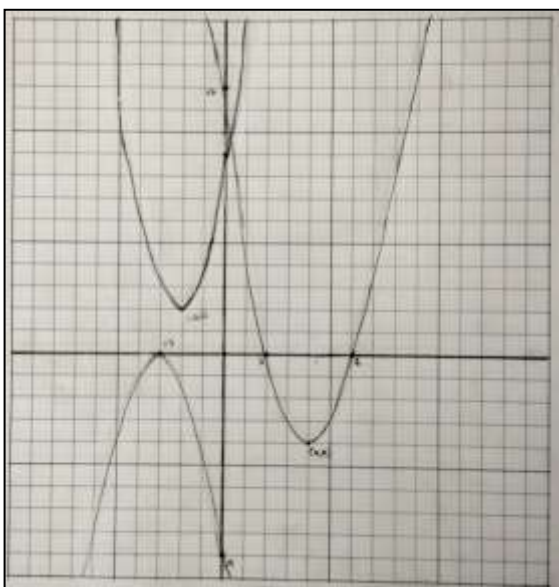
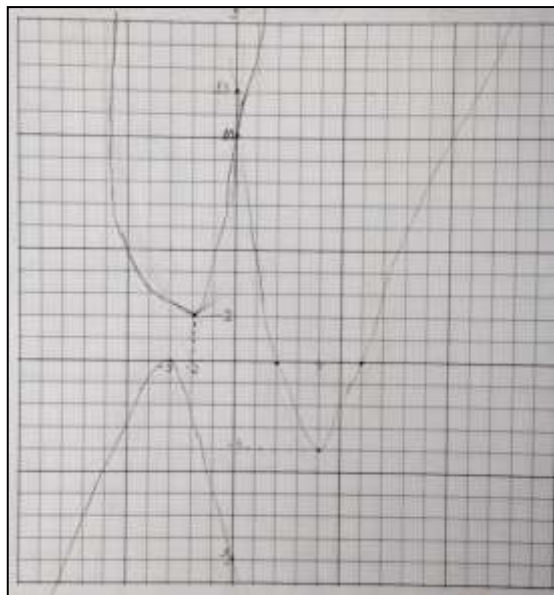
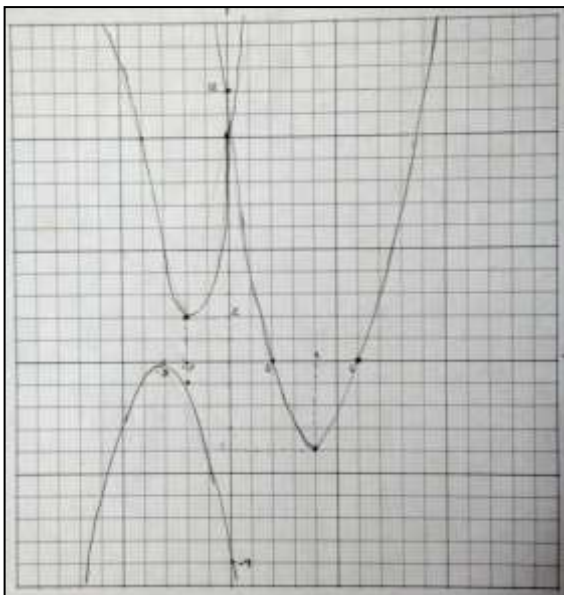
Seguem abaixo alguns exemplos dos gráficos desenvolvidos pelos alunos.

1 – Construa, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções de IR em IR dadas por:

a) $f(x) = x^2 - 8x + 12$

b) $f(x) = -x^2 - 6x - 9$

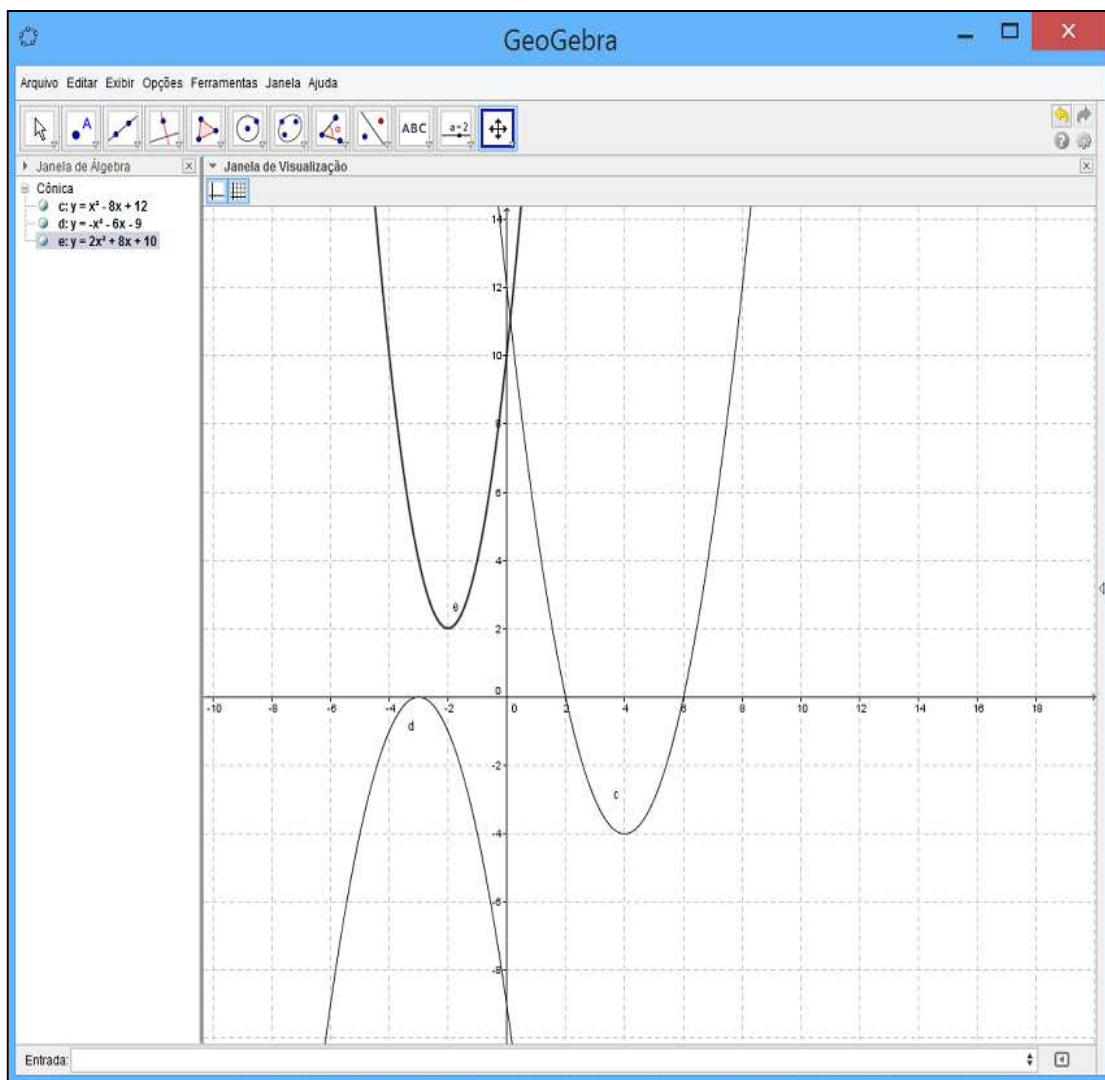
c) $f(x) = 2x^2 + 8x + 10$

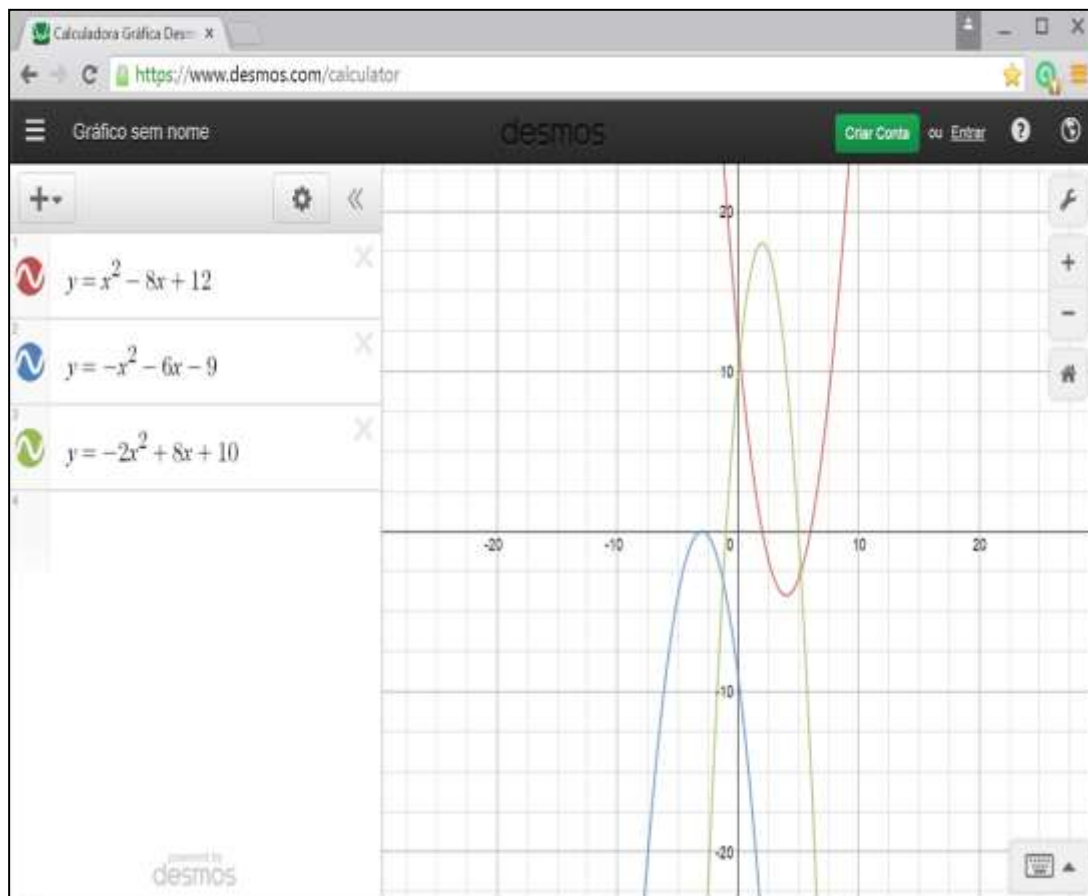


3.3 - Etapa 3: Divisão da turma em duplas para utilização do Laboratório de Informática com intuito de aplicação de exercícios similares utilizando softwares de geometria dinâmica para construção do gráfico.

Em três horas/aula, de 50 minutos cada, os alunos foram levados ao laboratório de informática onde juntamente com um projetor multimídia foram apresentados aos softwares geométricos *Desmos* e *Geogebra*, identificando os principais elementos de sua interface e suas principais ferramentas.

O início dessa etapa foi bem interessante, pois os alunos, assim que apresentados aos aplicativos, os mesmos começaram a comandar alguns passos, sem muita intervenção de minha parte. Inicialmente construíram os gráficos das funções pedidas na sala de aula (etapa 2).





Após a realização dessas construções eles compararam com os gráficos que tinham feito à mão.

Observei durante essa etapa que os alunos interagiam constantemente retirando as dúvidas uns dos outros e assim assimilaram com muita facilidade o manuseio dos softwares, o que comprova a facilidade com que eles lidam com a tecnologia.

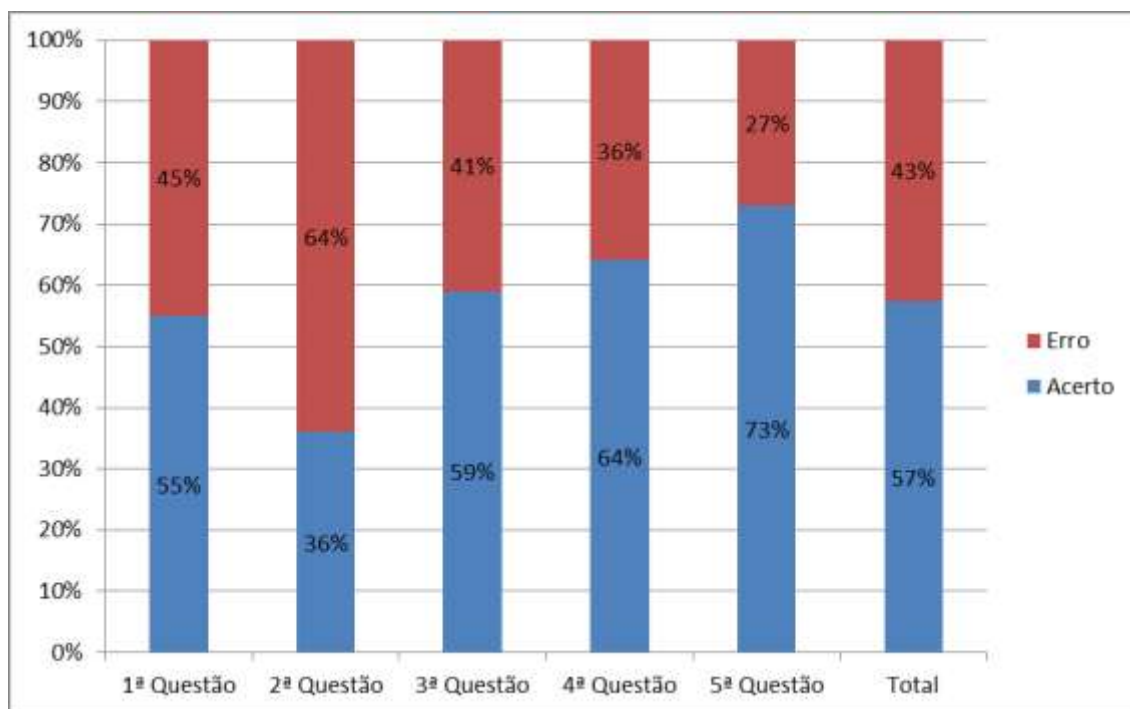
Passado esse momento inicial solicitei que eles fizessem uma lista de exercícios (ANEXO 3), com a intenção de que houvesse um norteamento ao objetivo do estudo dos coeficientes da função quadrática, bem como o comportamento do gráfico quando alterado um desses coeficientes. Nesta lista, ao final de cada atividade, tem um pequeno questionário que foi incluso com o objetivo de analisar o que os alunos observaram a respeito do coeficiente tratado.

Finalmente com o auxílio desses aplicativos expliquei de modo bem prático/básico, através de exemplos dinâmicos, como podemos compreender o sinal do

coeficiente b. O resultado foi bem satisfatório, embora poucos alunos continuaram com certa dificuldade nesse tópico.

3.4 - Etapa 4: Aplicação de um questionário com questões retiradas de provas anteriores do SAERJ/SAERJINHO para análise da compreensão dos alunos com relação aos conteúdos aplicados.

Após passarmos por todo o processo a que me referi nas etapas 1, 2 e 3, os alunos fizeram uma prova (ANEXO 4) só com questões do SAERJ/SAERJINHO de anos anteriores que envolviam o descritor D62 (Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial do 2º grau) e o resultado de acerto e erro segue:



	Acerto	Erro
1ª Questão	55%	45%
2ª Questão	36%	64%
3ª Questão	59%	41%
4ª Questão	64%	36%
5ª Questão	73%	27%

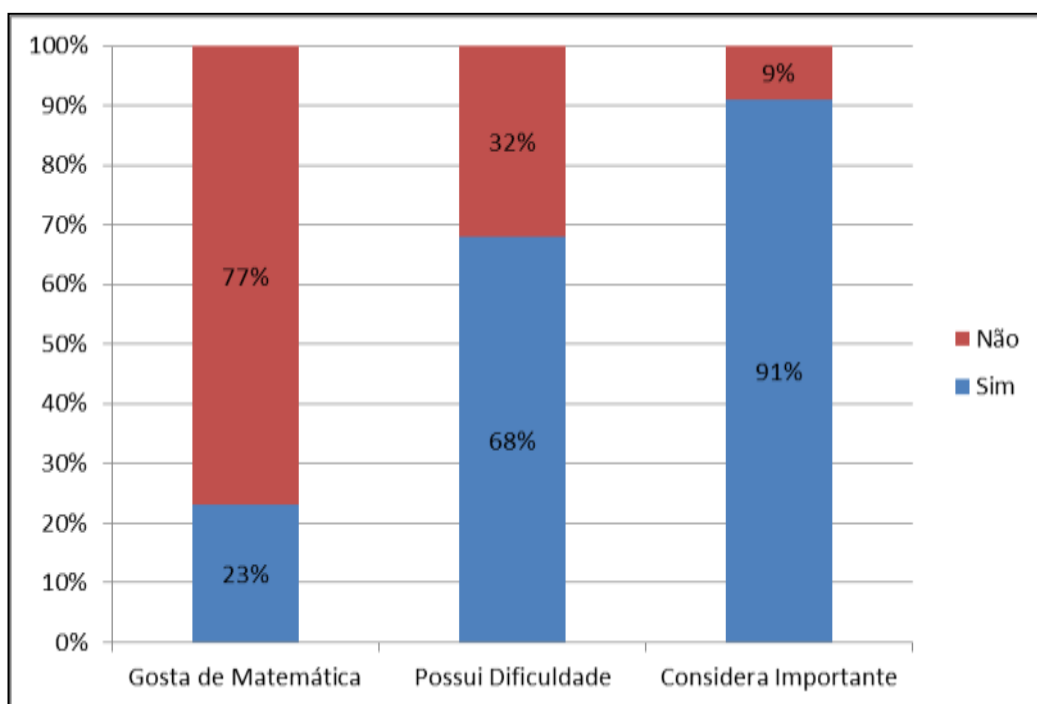
De posse dessas informações, é incontestável afirmar que houve uma melhora significativa em relação aos resultados obtidos anteriormente: 26,1% de acerto contra 57,4% (média de acerto após o processo).

3.5 - Etapa 5 - Aplicação de questionário investigativo para análise da compreensão dos alunos nos exercícios aplicados.

Ao final do trabalho desenvolvido, os alunos foram orientados a responder um questionário (ANEXO 5) com o objetivo de identificar pontos positivos, negativos e se foi significativo o aprendizado com a utilização dos softwares geométricos:

1ª Questão: Qual a sua opinião a respeito da disciplina matemática?

De acordo com as respostas encontradas destaquei três itens que considerei relevante:

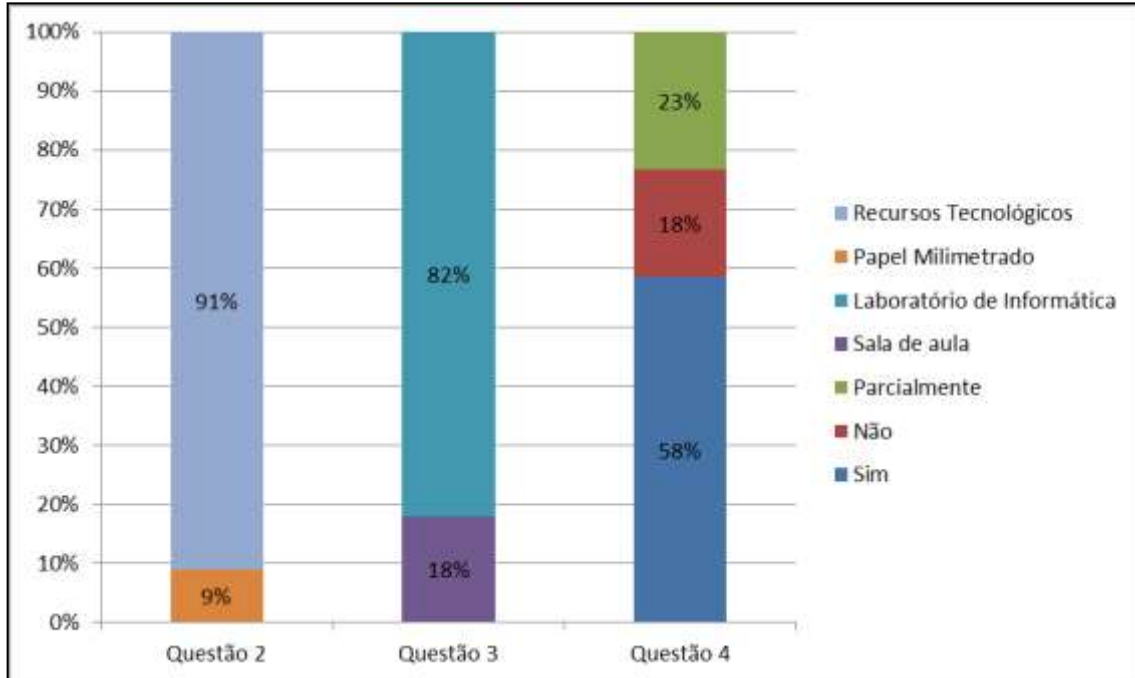


Muitos alunos gostaram das aulas apresentadas, porém dentro de um contexto geral dizem não gostar da matemática (77%), muitos relatam ter dificuldade em compreender e aplicar os conceitos (68%), no entanto, a grande maioria reconhece a importância dessa disciplina em nossa vida. (91%).

2ª Questão: Em sua opinião, em qual momento a aula foi mais produtiva, a desenvolvida em sala de aula utilizando papel milimetrado e lápis, ou a realizada no laboratório de informática com o auxílio recursos tecnológicos? Justifique:

3ª Questão: Em qual situação: sala de aula ou laboratório de informática, você considerou o aprendizado mais significativo e relevante para uma melhor compreensão do gráfico de uma função quadrática?

4ª Questão: De acordo com as atividades desenvolvidas, você se considera capaz de compreender o significado de cada variável de uma Função Quadrática?



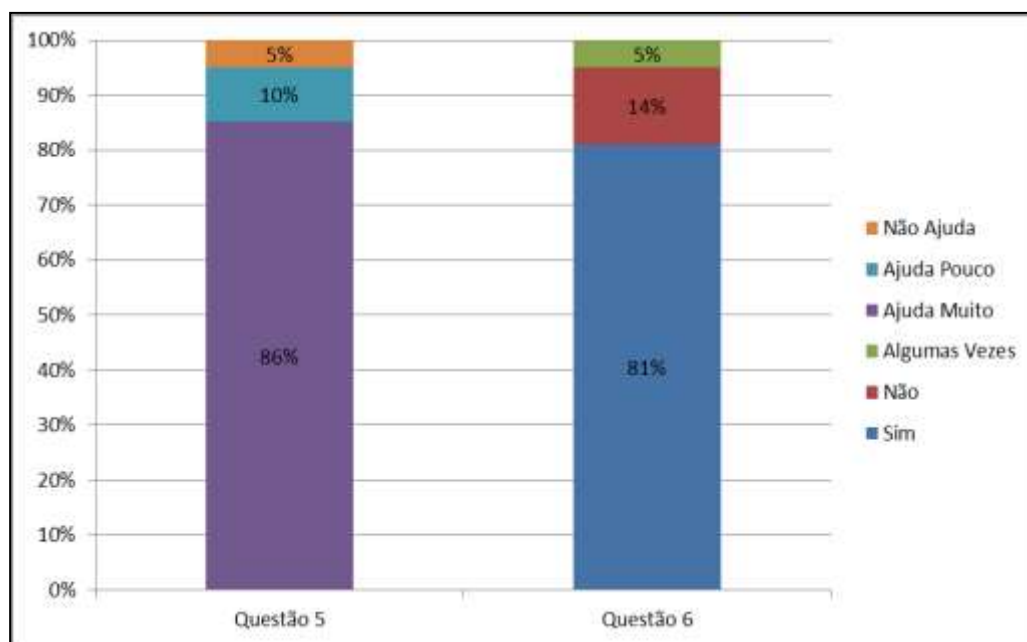
Na 2ª Questão, quase que a totalidade dos alunos (91%) considerou o uso dos recursos tecnológicos bem mais atrativo e ágil. Contudo, uma pequena parte (9%) considerou que não há como descartar a aprendizagem em sala de aula, e que o laboratório deve funcionar como uma ferramenta de apoio na construção do conhecimento.

Na 3ª Questão, houve novamente uma larga vantagem para as atividades executadas no laboratório (82%). Pelo mesmo motivo da pergunta anterior, os alunos atribuíram essa vantagem à facilidade e a agilidade em se executar as tarefas pedidas. Vale a pena salientar o depoimento de uma aluna que relatou: *“No laboratório é mais fácil de compreender, pois os gráficos são montados perfeitamente”* destacando a perfeição com que os gráficos são construídos e como esse fato facilitou o entendimento.

Na 4ª Questão, 59% dos alunos afirmaram que a aula no laboratório foi imprescindível para um entendimento claro de como cada coeficiente pode interferir na construção de uma parábola, no entanto não houve unanimidade, pois alguns alunos (18%) permaneceram com dúvidas e outros (23%) disseram que tanto faz, fazendo menção da importância das duas aulas (na sala e no laboratório). Estes afirmaram que o ideal era a realização dos dois momentos, pois as dúvidas ou incertezas que tiveram na sala de aula foram sanadas e esclarecidas depois que tiveram a aula no laboratório.

5ª Questão: Qual a sua opinião a respeito do uso de recursos tecnológicos (como o computador, celular ou tablet) no aprendizado da Matemática?

6ª Questão: Você acredita que softwares geométricos contribuem de forma relevante para a melhoria do aprendizado sobre a Função Quadrática? Por quê?



Na 5ª Questão, após colher os dados a respeito dessa pergunta, não foi surpresa da minha parte ver os números (86%) indicando que com a ajuda dos recursos tecnológicos a aprendizagem da matemática fica melhor. Observei que algumas palavras apareciam com certa frequência, tais como: divertida, diferente, produtiva e fácil. Um dos alunos relatou algo que me edificou, a saber: “... é melhor, mais interessante e atrai a nossa atenção...”. Pois atualmente o que mais buscamos é dar aulas atrativas e motivadoras, que possam atrair a atenção e despertar o interesse dos alunos pela matemática.

Na 6ª Questão, o gráfico foi quase uma repetição do anterior, cerca de 81% dos alunos acreditam que sim, isto é, foi relevante a introdução desses softwares, trazendo maior agilidade e dinamismo a aula. É óbvio que eles questionaram a razão pelo qual esses recursos tecnológicos são tão pouco explorados durante as aulas, e que a utilização dos mesmos poderiam facilitar em muito o aprendizado em diversas áreas do conhecimento.

4. CONCLUSÃO

Nossos jovens fazem parte de uma geração voltada para novos desafios, sobretudo no campo da tecnologia, eles não aceitam mais a simples explicação de um livro ou de um professor em sala de aula, que usa somente o quadro como ferramenta de aprendizado. São seres tecnológicos que usam os computadores, tabletes, celulares para estarem conectados com todos e com o mundo. Necessitam de novas tecnologias e novos desafios para que alcancem seu pleno desenvolvimento.

As diretrizes da Educação, no contexto brasileiro, confirmaram que mudanças de inegável importância têm permeado e determinado formas de trabalho junto às crianças e adolescentes. São desafios ainda em processo de superação, principalmente quando há constatação de que apesar da Educação Básica constituir-se em um direito de cidadania das crianças e jovens, milhares delas continuam sem acesso à mesma. E, além disso, a qualidade do trabalho oferecido em muitas dessas instituições permanecem aquém dos parâmetros considerados satisfatórios pelo atual arcabouço legal, político e pedagógico.

Essa situação merece uma atenção muito grande, pois podemos mudar nossa maneira de compreender nossos jovens, e inserir de maneira satisfatória uma tecnologia de grande magnitude no que tange o desenvolvimento das diferentes aprendizagens necessárias para que se tornem cidadãos em seus mais distintos âmbitos.

Podemos inserir no contexto educacional novas formas de ensinar, utilizando os mais diversos conteúdos e artifícios pedagógicos, como por exemplo, todo o estudo elaborado por este trabalho, onde os resultados das pesquisas mostraram um avanço no aprendizado e aplicação das funções do 2º grau pelos alunos avaliados pelo processo habitual (quadro, explicação e exercícios), bem como o trabalho elaborado e utilizado com recursos de informática, utilizando computador, projeção, tabletes e celulares. O segundo mostrou uma evolução significativa nas respostas obtidas quando os mesmos resolveram as questões propostas na avaliação do SAERJ.

Penso que é de grande relevância o ensino de funções usando situações/problemas que realcem o nosso cotidiano. Ensinar sem esses exemplos é algo extremamente desconexo da realidade, embora usando todos os recursos tecnológicos disponíveis ao nosso alcance. Por isso, além de se trabalhar a proposta apresentada neste trabalho, é

necessário inserir o aluno em situações que retratem o seu dia a dia, para que aja uma compreensão mais sólida e útil como diz D'AMBRÓSIO (2001).

Fica aqui uma proposta de extrema relevância no processo ensino-aprendizagem: por que ainda relutamos tanto entre o habitual e o moderno? Devemos nos esforçar mais em entender como facilitar os ensinamentos de nossos jovens, e deixar de praticar a licenciatura da maneira antiga de como nos foi ensinado, pois nossos jovens são muito mais críticos e possuem uma enorme vontade de anexar conhecimentos com uma rapidez espantosa.

5. REFERÊNCIAS:

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Matemática v.3**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

S. DE OLIVEIRA, ANGELA MARIA. **O uso do Geogebra no ensino de funções do primeiro grau e segundo grau**. Disponível em <http://www.lvsouza.ufpa.br/index.php>.

GÖTZINGER, H.; BEAN, S. **Atividades Matemáticas sobre o uso do GeoGebra**. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/910>. Acesso: 18 jun. 2015.

GRAVINA, A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese (doutorado em Educação Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/2545/000321616.pdf?sequence=1>. Acesso em 18 jun. 2015.

PELLIZZARI, A. et.al. **Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel**. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf>. Acessado em 18 jun. 2015

CHICON, Thays Roberta¹ ; FERNANDES, Ivania Maria Librelotto² ; LIMA, Cláudia Santos¹; MELO, Jéssica Fernanda¹; MORAES, Maria Christina Shettert³ ; NEDEL, Vera Lúcia¹; WILSMANN, Leomir¹. **Geogebra e o estudo da função Quadrática**. Disponível em: <http://www.unicruz.edu.br/seminario/artigos/agrarias/GEOGEBRA%20E%20O%20TUDO%20DA%20FUN%20C3%87%20C3%83O%20QUADR%20C3%81TICA.pdf>

DESMOS USER GUIDE. Disponível em:

<https://s3.amazonaws.com/desmos/Desmos_Calculator_User_Guide.pdf>. Acesso em 24 jun, 2015

Rodrigues, Bruno **EXPLORA A MATEMÁTICA COM DESMOS.** Disponível em: <http://pplware.sapo.pt/apple/explora-a-matematica-com-desmos/>. Acesso em 10 de jul. de 2015.

Bibliografia Complementar do item 2.1:

SILVA, U. (2007) **Análise da Abordagem de Função Adotada em Livros Didáticos de Matemática da Educação Básica.** (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). PUC-SP. Disponível em:

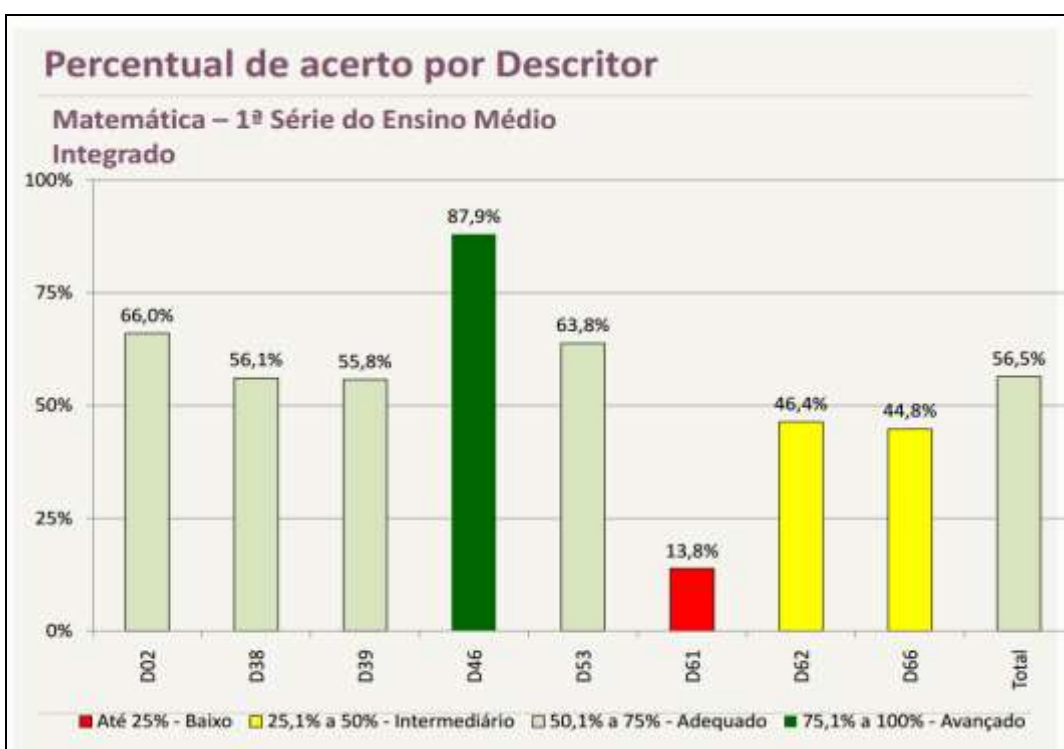
< http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/umberto_almeida_silva.pd>. Acesso: 18 jun. 2015.

Bibliografia Complementar do item 2.4:

BORTOLOSSI, H.; REZENDE, W.; PESCO, D. **GeoGebra: Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro.** Disponível em:< <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>>. Acesso em 24 jun. 2015

ANEXO 1

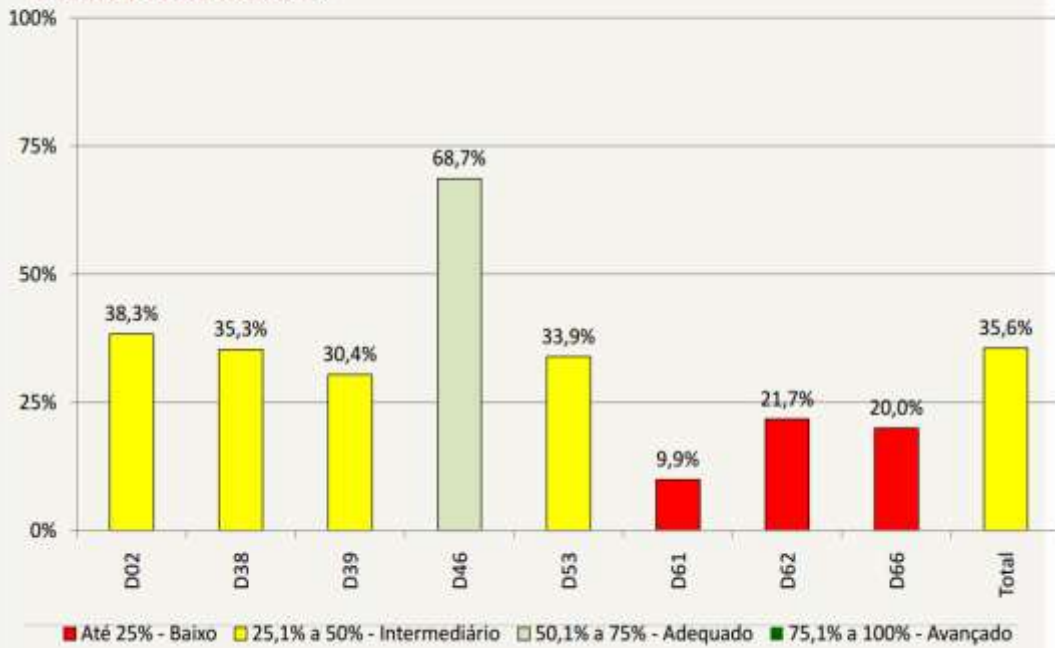
Gráficos de Resultados



Percentual de acerto por Descritor

Matemática – 1ª Série do Ensino Médio

Ensino Médio Inovador



ANEXO 2
ATIVIDADES APLICADAS

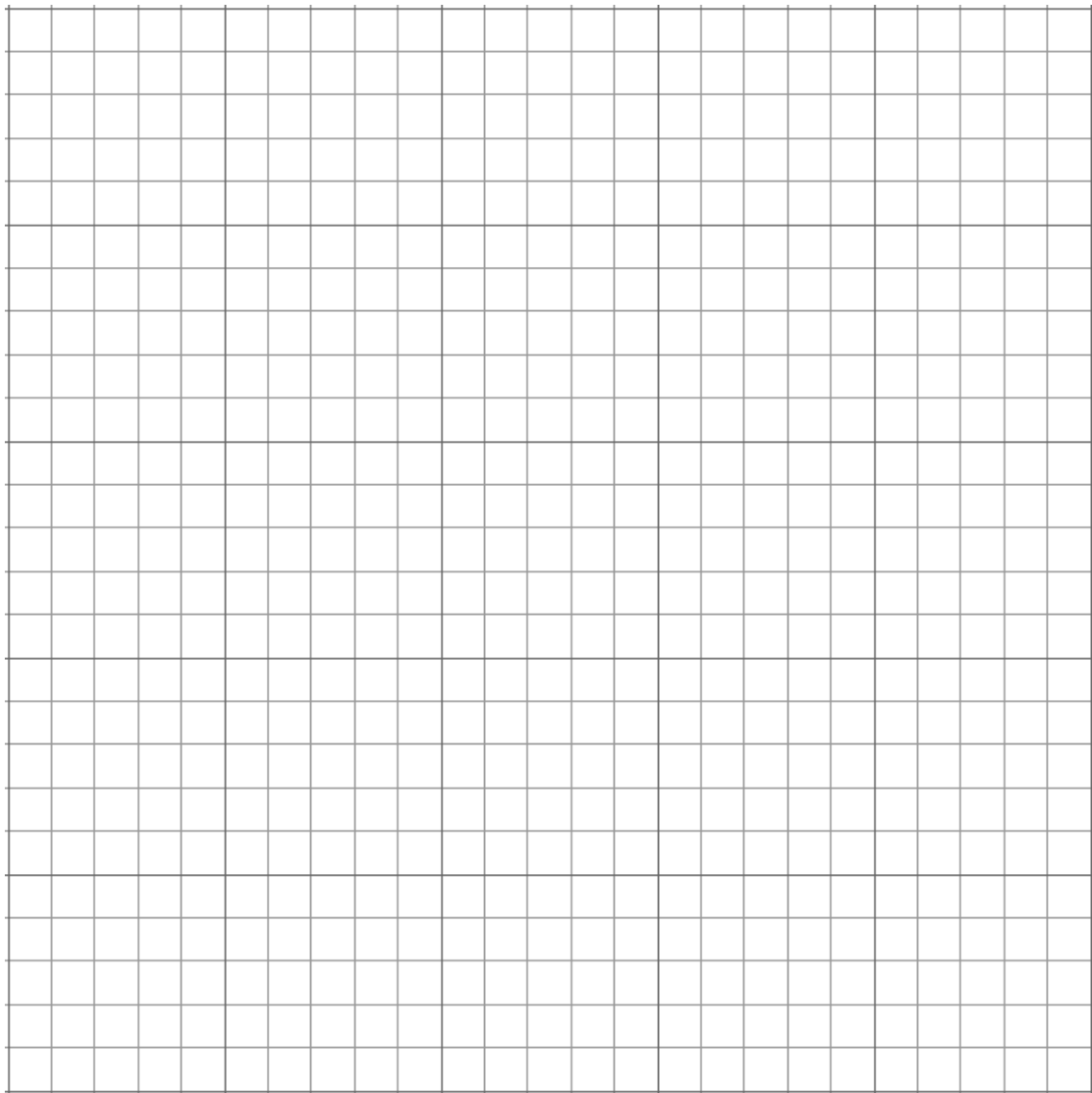
Estudo de Funções Quadráticas.

1 – Construa, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} dadas por:

a) $f(x) = x^2 - 8x + 12$

b) $f(x) = -x^2 - 6x - 9$

c) $f(x) = 2x^2 + 8x + 10$



ANEXO 3

ATIVIDADES APLICADAS NO LABORATÓRIO

Estudo de Funções Quadráticas.

1) Usando o software Desmos Calculator/Geogebra construa, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções a seguir:

a) $y = x^2 - 4x - 5$

b) $y = x^2 - 4x - 4$

c) $y = x^2 - 4x - 3$

d) $y = x^2 - 4x - 2$

e) $y = x^2 - 4x - 1$

f) $y = x^2 - 4x$

g) $y = x^2 - 4x + 1$

h) $y = x^2 - 4x + 2$

i) $y = x^2 - 4x + 3$

j) $y = x^2 - 4x + 4$

k) $y = x^2 - 4x + 5$

Comparando os gráficos de cada função responda:

a) O que você observou?

b) Você poderia identificar o pôr que?

c) O que acontece com a parábola conforme aumentamos ou diminuimos o valor do coeficiente c ?

2) Usando o software Desmos Calculator/Geogebra construa, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções a seguir:

a) $y = -4x^2$

b) $y = -3x^2$

c) $y = -2x^2$

d) $y = -x^2$

e) $y = x^2$

f) $y = 2x^2$

g) $y = 3x^2$

h) $y = 4x^2$

Comparando os gráficos de cada função responda:

a) O que você observou?

b) Você poderia identificar o p^or que?

c) O que acontece com a concavidade da parábola quando o coeficiente a é positivo?

d) O que acontece com a concavidade da parábola quando o coeficiente a é negativo?

3) Usando o software Desmos Calculator/Geogebra construa os gráficos das funções a seguir e observe a reta tangente ao gráfico no ponto $(0, c)$, isto é, no ponto de interseção do gráfico com o eixo y :

a) $y = x^2 + 4x + 1$

b) $y = x^2 + 3x + 1$

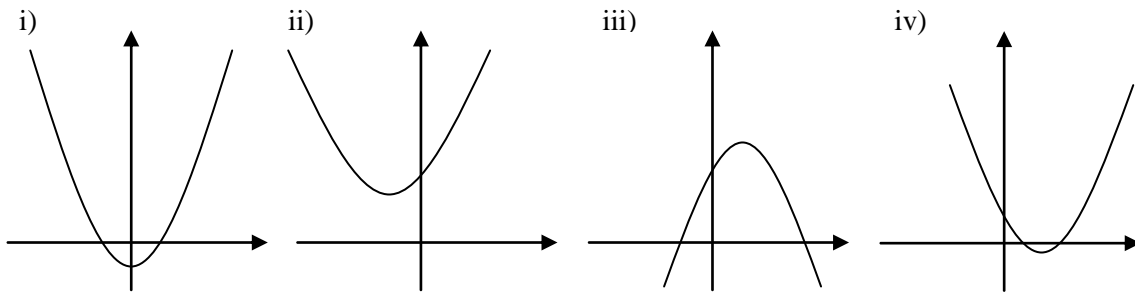
- c) $y = x^2 + 2x + 1$
- d) $y = x^2 + x + 1$
- e) $y = x^2 + 1$
- f) $y = x^2 - x + 1$
- g) $y = x^2 - 2x + 1$
- h) $y = x^2 - 3x + 1$
- i) $y = x^2 - 4x + 1$

Comparando os gráficos de cada função responda:

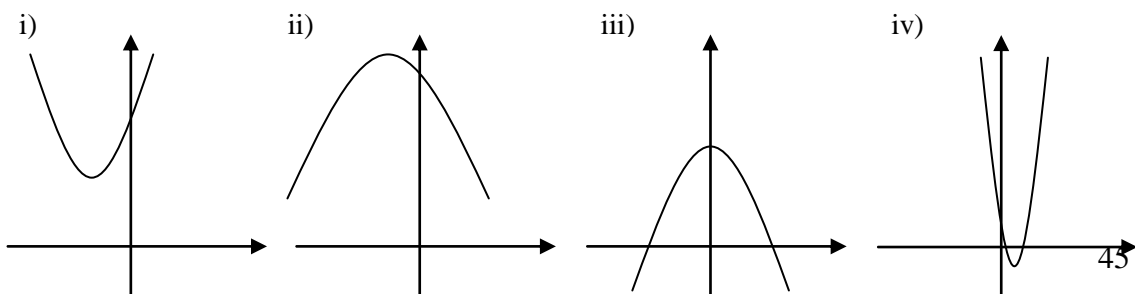
a) O que você observou?

b) Você poderia identificar o pôr que?

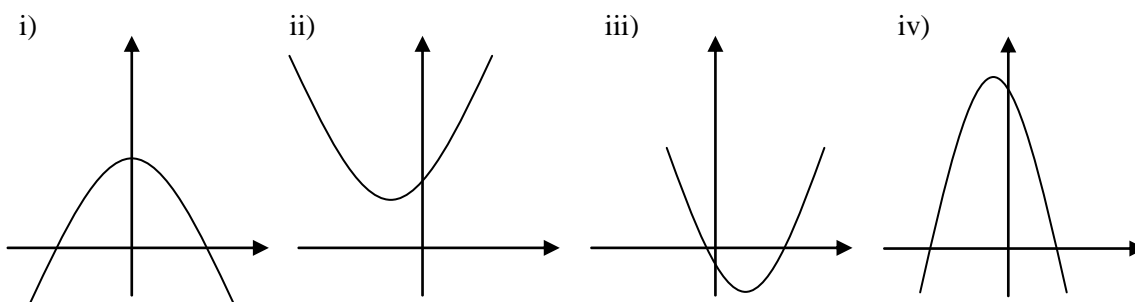
c) Sendo $y = ax^2 + bx + c$ uma função quadrática, em qual dos gráficos abaixo o coeficiente b é negativo?



d) Sendo $y = ax^2 + bx + c$ uma função quadrática, em qual dos gráficos abaixo o coeficiente b é nulo?



e) Sendo $y = ax^2 + bx + c$ uma função quadrática, em qual dos gráficos abaixo o coeficiente b é positivo?



ANEXO 4

ATIVIDADES APLICADAS

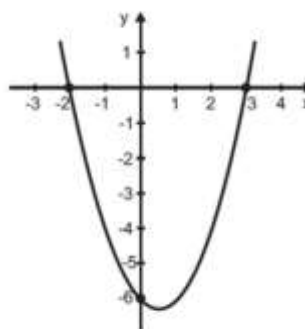
Questionário de Avaliação (Funções Quadráticas)

Aluno(a): _____

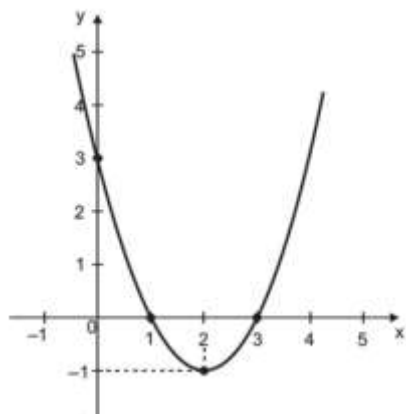
1ª Questão: O gráfico abaixo representa uma função da forma $y = ax^2 + bx + c$, com a , b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

A função representada nesse gráfico é:

- A) $y = x^2 - x - 6$
- B) $y = x^2 - 2x - 2$
- C) $y = -x^2 - x + 6$
- D) $y = 2x^2 + 4x - 6$
- E) $y = -x^2 + 2x + 3$



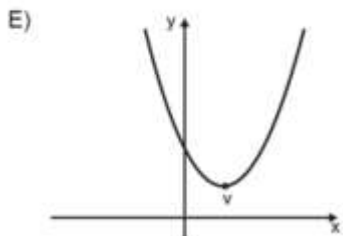
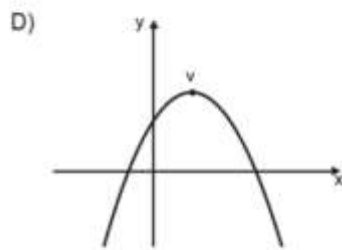
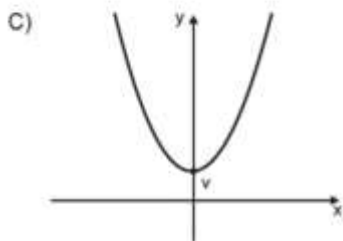
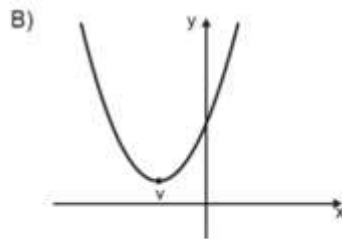
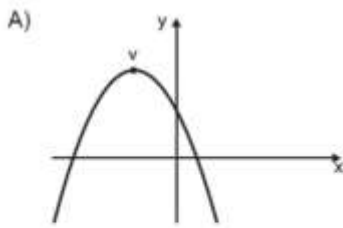
2ª Questão: Uma função de domínio e contradomínio real cuja representação algébrica é dada por $y = x^2 + bx + c$, com b e c reais, foi representada no plano cartesiano abaixo:



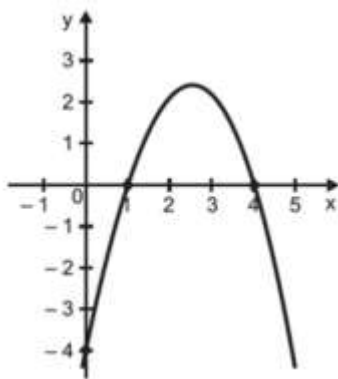
Qual é o valor dos coeficientes b e c da função representada nesse plano cartesiano.

- A) $b = -4$ e $c = 3$
- B) $b = -2$ e $c = 3$
- C) $b = 0$ e $c = 2$
- D) $b = 2$ e $c = 2$
- E) $b = 4$ e $c = -1$

3ª Questão: Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, expressa algebricamente pela equação $y = ax^2 + bx + c$, em que $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$, foi representada em um plano cartesiano. Qual é o gráfico que representa uma função com essas características?



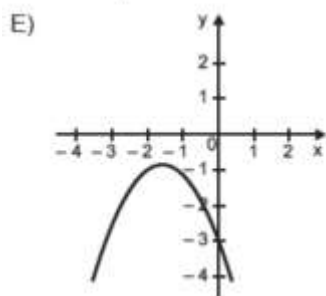
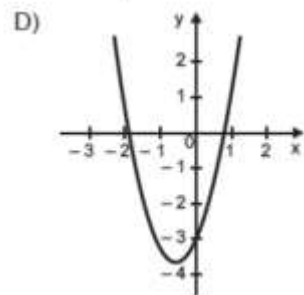
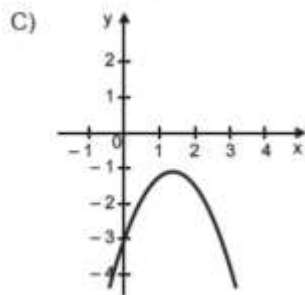
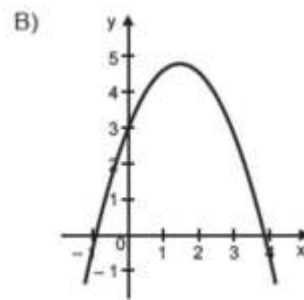
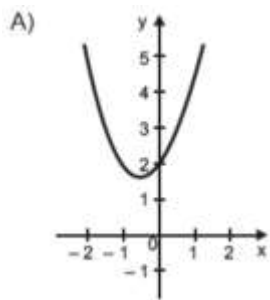
4ª Questão: Observe abaixo o gráfico de uma função polinomial do 2º grau.



Qual é a representação algébrica dessa função?

- A) $f(x) = x^2 + 5x + 4$
- B) $f(x) = x^2 + 5x - 4$
- C) $f(x) = -x^2 + 5x + 4$
- D) $f(x) = -x^2 + 5x - 4$
- E) $f(x) = -x^2 - 5x - 4$

5ª Questão: Qual é o gráfico que representa uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com os coeficientes a , b e c negativos?



ANEXO 5

QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO

- 1) Qual sua opinião a respeito da disciplina Matemática?

- 2) Em sua opinião, em qual momento a aula foi mais produtiva: a desenvolvida em sala de aula (com papel milimetrado, lápis, régua e borracha), ou a realizada no laboratório de informática com o auxílio do computador? Justifique.

- 3) Em qual situação: sala de aula ou laboratório de informática, você considerou o aprendizado mais significativo e relevante para uma melhor compreensão do gráfico de uma função quadrática?

- 4) De acordo com as atividades desenvolvidas no laboratório, você se considera capaz de compreender o significado de cada coeficiente de uma função quadrática?

- 5) Qual a sua opinião a respeito do uso de recursos tecnológicos (como o computador, celular, ou tablet) no aprendizado da Matemática?

- 6) Você acredita que softwares geométricos contribuem de forma relevante para a melhoria do aprendizado sobre a função quadrática? Justifique.

ANEXO 6

Respostas de alguns alunos em relação ao questionário (ANEXO 5)

1) Qual sua opinião a respeito da disciplina Matemática?

Não é a disciplina que eu mais gosto, porém me esforcei para tentar entender e fazer todas as questões. Por enquanto, a aula de matemática tem fluído bem, eu tenho entendido e acho formas legais de estudar matemática.

2) Em sua opinião, em qual momento a aula foi mais produtiva: a desenvolvida em sala de aula (com papel milimetrado, lápis, régua e borracha), ou a realizada no laboratório de informática com o auxílio do computador? Justifique.

A realizada no laboratório, pois, quando aprendemos utilizando a tecnologia, tudo se torna mais prático e divertido, facilitando o aprendizado.

3) Em qual situação: sala de aula ou laboratório de informática, você considerou o aprendizado mais significativo e relevante para uma melhor compreensão do gráfico de uma função quadrática?

Na sala e um bom lugar para entender a matéria. Já no laboratório para reproduzir e ver como funciona.

4) De acordo com as atividades desenvolvidas no laboratório, você se considera capaz de compreender o significado de cada coeficiente de uma função quadrática?

Com a última aula sobre o assunto no laboratório, com certeza. Pois teve objetividade, foi direto e de fácil compreensão com o auxílio do material tecnológico.

5) Qual a sua opinião a respeito do uso de recursos tecnológicos (como o computador, celular, ou tablet) no aprendizado da Matemática?

Quando usufruirmos da tecnologia para aprender, tudo se torna mais fácil e divertido.

- 6) Você acredita que softwares geométricos contribuem de forma relevante para a melhoria do aprendizado sobre a função quadrática? Justifique.

Sim, pois sem eles ficaria mais difícil realizar as atividades.