impa

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL – PROFMAT

O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS COMO AUXILIARES NA COGNIÇÃO ESPACIAL

HELENA BEATRIZ WITTE CRUZ MACHADO

RIO DE JANEIRO
2015

HELENA BEATRIZ WITTE CRUZ MACHADO

O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS COMO AUXILIARES NA COGNIÇÃO ESPACIAL

Dissertação apresentada ao PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática Pura e Aplicada, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Professora Doutora
Asla Sá

RIO DE JANEIRO

2015

Este trabalho é dedicado aos meus pais e familiares.

Agradeço a Deus e a todos os amigos que me auxiliaram direta e indiretamente na realização deste trabalho.

SUMÁRIO

Página

LISTA DE FIGURAS

Página

RESUMO

A proposta deste trabalho é utilizar recursos tecnológicos que simulem uma visualização tridimensional com o intuito de que o aluno possa reconhecer objetos em diversos ângulos, interpretar informações visuais e criar imagens mentais a partir de informações textuais. Visando aos objetivos norteados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais quanto ao estudo da Geometria e o uso das Tecnologias, esta monografia apresenta um breve estudo sobre a percepção espacial e o indivíduo e como a visualização espacial e a geometria estão relacionadas. São apresentados simuladores 3D para computadores e celulares e algumas aplicações na resolução de problemas de Geometria Espacial.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Recursos Tecnológicos

ABSTRACT

The purpose of this work is to use technological resources that simulate a three-dimensional view with the intention that the student can recognize objects at various angles, interpreting visual information and create mental images from textual information. Targeting the objectives guided by the National Curriculum Standards as the study of Geometry and the use of Technologies, this monograph presents a brief study of spatial perception and of the individual, and as spatial visualization and geometry are related. 3D simulators are presented for computers and cell phones and some applications in solving spatial geometry problems.

Keywords: Spatial Geometry Technological Resources.

INTRODUÇÃO

Geometria é uma palavra que resulta dos termos gregos "*geo*" (terra) e "*métron*" (medir), cujo significado, em geral, é designar propriedades relacionadas com a posição e forma de objetos no espaço.

A Geometria é a área da Matemática que se dedica a questões relacionadas com forma, tamanho, posição relativa entre figuras ou propriedades do espaço, dividindo-se em várias subáreas, dependendo dos métodos utilizados para estudar os seus problemas. Este segmento da Matemática aborda as leis das figuras e as relações das medidas das superfícies e sólidos geométricos. São utilizadas relações de medidas como as amplitudes de ângulos, volumes de sólidos, comprimentos de linhas e áreas das superfícies. (1)

Com a popularização dos computadores e sua introdução nas escolas, foi necessária uma reflexão sobre o uso deles como recurso pedagógico, visando à interpretação do espaço que cerca o indivíduo e, particularmente, sua aplicação à geometria espacial.

Os alunos apresentam muita dificuldade no reconhecimento de figuras planas básicas e espaciais rotacionadas ou não e na diferenciação no enunciado entre área e volume, comprometendo a resolução de problemas de geometria espacial.

Estudos mostram que a geometria e a habilidade de interpretação do espaço estão estreitamente ligadas e que podem ser trabalhadas desde a mais tenra idade.

O surgimento dos softwares dinâmicos possibilitou a manipulação e a visualização de uma figura por vários ângulos apesar da tela bidimensional. A modernização dos aparelhos celulares bem como a tecnologia dos smartphones proporcionam o uso de diversos aplicativos e jogos relacionados à geometria espacial.

O objetivo desse trabalho é fazer uma explanação sobre o uso de alguns recursos tecnológicos aplicados à geometria espacial, visando a uma melhor assimilação desse conteúdo e ao desenvolvimento da capacidade espacial do indivíduo.

1 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - Geometria e Tecnologia

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN’s), tem-se que a Geometria deve proporcionar ao aluno a leitura e a interpretação do espaço que está a sua volta. (2)

De acordo com os PCN`s, a Geometria deve desenvolver:

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas, podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (PCN’s, 1999, p.89-91.)

Segundo os PCN's sobre Recursos Computacionais, temos:

[...] O uso dessas tecnologias traz significativas contribuições para se repensar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática à medida que: relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que, por meio de instrumentos, esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente; evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem; permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas frente ao seu estudo. (PCN’s, 1998, p. 43)

[...] Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de recursos didáticos, meios e estratégias que podem ser utilizados no ensino de Ciências e da Matemática. O uso dessa diversidade é de fundamental importância para o aprendizado porque tabelas, gráficos, desenhos, fotos, vídeos, câmaras, computadores e outros equipamentos não são só meios. Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias. Determinados aspectos exigem imagens e, mais vantajosamente, imagens dinâmicas. (PCN's,1999. p. 107).

[...] Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (PCN’s, 2000, p. 41) (3)

Uma das tarefas da Escola é preparar o indivíduo para a vida adulta e, cada vez mais presentes no cotidiano, estão as Tecnologias de Informação e Comunicação. Sendo assim, cabe ao professor proporcionar ao aluno a aquisição das competências necessárias para sua participação na sociedade, usando os Recursos Tecnológicos não só como ferramentas para cálculos, mas também como um recurso que desenvolva a investigação e que possibilite a interpretação e análise crítica nas várias formas de linguagem como gráficos e tabelas.

Para tal, é necessário que o professor crie situações em que o aluno possa participar da construção do conceito, que ele seja sujeito ativo e não receba as informações prontas como espectador, que seja capaz de, a partir de um conhecimento, ter ideias para resolução de outras situações propostas ao invés de ser mero repetidor de fórmulas.

O professor deve estar preparado para a utilização das Tecnologias, ter um bom domínio dos recursos que pretende explorar e saber a melhor maneira e momento para aplicá-los, além de preparar seus alunos para tal.

É fato que as novas gerações estão muito mais adaptadas ao uso das Tecnologias, mas quase nunca as utilizam para fins de aquisição de conhecimentos ou aprofundamento em qualquer disciplina escolar a não ser que seja pedido em algum trabalho específico. É preciso criar o hábito, despertar o interesse, mostrar o quão é útil se souberem os melhores caminhos a seguir, o quanto se ganha de informação e formação num breve teclar: a autonomia que se pode ter.

2 A Interpretação do Espaço

A Percepção Espacial é a habilidade de lidar com formas, tamanho, distância, volume e movimento e, a partir desse conhecimento, poder entendê-las, antecipando situações que venham ao encontro de nossas necessidades. Nos seres humanos, envolve sensibilidade para as cores, linhas, formas, espaços e as relações que existem entre esses elementos. Ela está relacionada com a capacidade de visualizar um objeto e criar imagens mentais. É a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço e, a partir do espaço, interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores. (4)

2.1 Os Primeiros Contatos

2.1.1 Piaget

As pesquisas e teorias de Piaget, entre outros, contribuíram para o que se conhece a respeito da concepção de que a criança tem de geometria espacial e de transformações geométricas (PIAGET e INHELDER, 1967). (5)

Figura 1: Progressão no domínio espacial

De acordo com o esquema acima, os adolescentes são capazes de formalizar matematicamente o que é visto espacialmente. Mas, na prática, isto não acontece. Os alunos apresentam dificuldade na identificação das figuras planas se estiverem rotacionadas, assim como nas figuras espaciais apesar de serem trabalhadas e manuseadas desde a infância, segundo o Currículo Mínimo determinado pelos PCN's.

2.1.2 J. Del Grande

Segundo J. Del Grande, as crianças chegam à Educação Infantil com muitas noções intuitivas de espaço. Grande parte do comportamento infantil inicial é essencialmente “espacial”, pois é pré-linguístico, uma vez que os primeiros contatos exploratórios da criança com o mundo ocorrem sem a ajuda da linguagem. Neste período, o pensamento das crianças é dominado pelas interpretações que fazem de suas experiências de ver, ouvir, tocar, mover, etc., isto é, de suas percepções de espaço. Duas habilidades são relevantes para o estudo da Matemática e, em particular, da Geometria: coordenação visual motora (habilidade de coordenar a visão com o movimento do corpo) e memória visual (habilidade de se lembrar com precisão de um objeto que não está mais à vista e relacionar suas características com outros objetos, estejam eles à vista ou não). (DEL GRANDE, 2005, p. 158-159). (6)

Ao que parece, a habilidade de percepção visual e os conceitos de geometria podem ser aprendidos simultaneamente, já que a geometria requer que o aluno reconheça figuras, suas relações e suas propriedades.

Figura 2: Habilidade de percepção visual

A própria natureza das atividades matemáticas envolvidas na geometria primária faz delas o veículo ideal para aquisição de experiências de percepção visual e dá aos professores uma excelente oportunidade de observar e detectar já desde cedo o percentual de crianças com problemas. Assim, uma compreensão clara das habilidades de percepção espacial tornará possível preparar os programas de geometria e selecionar atividades que irão melhorar a percepção visual dos alunos (DEL GRANDE, 1986).

2.1.3 Ana Kaleff

Para Ana Kaleff, as crianças percebem o espaço à sua volta por meio do conjunto de seus sentidos, isto é, o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com os mesmos. É a partir deste contato com as formas do objeto, a textura e as cores do material de que ele é composto, bem como da possibilidade de sua manipulação, que tem origem a construção de uma imagem mental, a qual permitirá evocar o objeto na sua ausência. Assim é que a criança vai formando um conjunto de imagens mentais que representam o objeto, as quais são envolvidas no raciocínio. A partir deste ponto, ela poderá vir a representar com sucesso o objeto observado, através da elaboração de um esboço gráfico ou de um modelo concreto. (KALEFF, 2008, p.16) (7)

Segundo os estudiosos, as crianças convivem com formas geométricas mesmo antes de entrarem na Escola e são capazes de perceber o espaço e construir imagens mentais.

Algumas questões surgem, entre outras várias:

- Por que então os alunos no Ensino Fundamental e mesmo no Ensino Médio têm dificuldade em reconhecer e classificar formas geométricas?
- A ementa da disciplina de Matemática permite que esses conteúdos sejam abordados em todos os anos escolares?
- Quais os recursos didáticos utilizados nesse processo?
- São usados Recursos Tecnológicos para abordar o estudo da Geometria no Ensino Básico?
- De que maneira são usados?

2.2 Teóricos

2.2.1 Howard Gardner e as Múltiplas Inteligências

De acordo com Howard Gardner, a inteligência é a habilidade de elaborar produtos que sejam valorizados em um ou mais ambientes culturais ou comunitários; um conjunto de habilidades que permitem que uma pessoa resolva problemas; o potencial de encontrar ou criar soluções

Gardner iniciou a formulação da ideia de "inteligências múltiplas" com a publicação da obra "The Shattered Mind" (1975). Mais tarde, conceituou a inteligência como "um potencial biopsicológico para processar informações que pode ser ativado num cenário cultural para solucionar problemas ou criar produtos que sejam valorizados numa cultura", o que envolve adquirir novos conhecimentos.

A pesquisa identificou e descreveu sete tipos de inteligência nos seres humanos, e, no início da década de 1980, obteve grande foco no campo da educação. São eles: lógico-matemática; linguística; musical; espacial; corporal-cinestésica; intrapessoal; interpessoal; naturalista e existencial, sendo as duas últimas acrescentadas posteriormente

Serão destacadas duas modalidades de inteligência: a espacial e a lógico-matemática.

A inteligência espacial está ligada fundamentalmente ao mundo concreto, ao mundo dos objetos e a sua localização no mundo. Como afirma Gardner: (5)

> *"Centrais à inteligência espacial estão as capacidades de perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações e modificações sobre as percepções iniciais e ser capaz de recriar aspectos da experiência visual, mesmo na ausência de estímulos físicos relevantes."*

Algumas habilidades da Inteligência Espacial: criar imagens mentais; comparação entre objetos; identificação de semelhanças e diferenças, às vezes sutis em diferentes formas; capacidade de mover objetos no espaço; resolver problemas usando a visualização.

Segundo Gardner, a inteligência espacial pode se desenvolver até mesmo num indivíduo cego que não possui acesso direto ao mundo visual, pois não está ligada a qualquer modalidade sensorial específica.

Estudos realizados com cegos por Bárbara Landau e colegas na Universidade da Pennsylvania mostram que as propriedades métricas do espaço podem ser inferidas na ausência de informações visuais.

Concluíram, com suas experiências, que os sistemas de representação espacial são igualmente acessíveis à experiência visual ou tátil e não há necessariamente um relacionamento privilegiado entre imput visual e inteligência espacial.

A inteligência lógico-matemática é a habilidade para explorar relações, categorias e padrões, através da manipulação de objetos ou símbolos, e para experimentar de forma controlada; é a habilidade para lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. (8)

Para o autor, quando um problema é proposto verbalmente, surge uma clara opção de tentar resolvê-lo algebricamente sem a criação da imagem mental.

Sobre Recursos Computacionais, Gardner diz:

[...] A invenção de vários auxílios tecnológicos pode, paradoxalmente, deixar um indivíduo menos bem-preparado para basear-se em suas próprias capacidades.

[...] o computador pode ser um facilitador vital no processo real da instrução, ajudando os indivíduos a negociar sequências no seu ritmo preferido, empregando uma variedade de técnicas educacionais.

[...] O computador não pode assumir determinados papéis de um tipo interpessoal e parece menos relevante para determinados domínios intelectuais do que para outros.

2.2.2 Gutiérrez e os níveis de Van Hiele para além das figuras no plano, estendo-os às figuras 3D e transformações geométricas

Para Gutiérrez, a visualização em Geometria é um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades.

De acordo com o autor:

[...] uma imagem mental é qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito matemático ou propriedade, por meio de elementos visuais ou espaciais;

[...] uma representação externa pertinente à visualização é qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades incluindo figuras, desenhos, diagramas, etc, que ajudam a criar ou transformar imagens mentais e produzir raciocínio visual;

[...] um processo de visualização é uma ação física ou mental, onde imagens mentais estão envolvidas. Existem dois processos realizados na visualização: a "interpretação visual de informações" para criar imagens mentais e a "interpretação de imagens mentais" para gerar informações (GUTIÉRREZ, 1996, p. 9-10)

Em relação às habilidades de visualização espacial, Gutiérrez (1996, p.10) define os diferentes segmentos: percepção de figura-base: habilidade de identificar uma figura específica, isolando-a de um fundo complexo; constância perceptual: habilidade de reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou em uma imagem mental) são independentes do tamanho, cor, textura ou posição, e permanecer não confuso quando um objeto ou figura são percebidos em diferentes orientações; rotação mental: habilidade de produzir imagens mentais dinâmicas para visualizar uma configuração em movimento; percepção de posições no espaço: habilidade de relacionar um objeto, figura ou imagem mental em relação a si mesmo; percepção de relações espaciais: habilidade de relacionar vários objetos, figuras e/ou imagens mentais uns com os outros ou simultaneamente consigo mesmo; discriminação visual: habilidade de comparar vários objetos, figuras e/ou imagens mentais para identificar semelhanças e diferenças entre eles. (9)

2.2.3 L. L. Thurstone

L. L. Thurstone foi um pioneiro nos campos da psicometria e da psicofísica. Dividiu a capacidade espacial em três componentes: reconhecer a identidade de um objeto quando ele é visto de diferentes ângulos, imaginar movimento ou deslocamento interno entre partes de uma configuração, pensar sobre as relações espaciais nas quais a orientação corporal do observador é uma parte essencial do problema. (10)

2.2.4 Reuven Feuerstein

Reuven Feuerstein foi um psicólogo que desenvolveu o Programa de Enriquecimento Instrumental em resposta a uma necessidade que observou nos anos quarenta durante o trabalho com crianças órfãs ou separadas dos pais pelo Holocausto. As falhas de percepção que Feuerstein observou incluíam uma inabilidade para fazer comparações entre objetos e eventos diferentes, pobre orientação espacial, e uma falha em unir causa e efeito. Ele desenvolveu uma intervenção chamada "experiência de aprendizagem mediada" que permite à criança perceber o sentido do mundo ao seu redor. O programa provê os conceitos, habilidades, estratégias, e operações necessárias para diagnosticar e corrigir deficiências habilidades de pensamento e ajudar indivíduos "a aprender a aprender". Assim, o PEI reforça as funções cognitivas que permitem ao estudante definir problemas sistematicamente, fazer conexões e ver relações, motivar-se, melhorar seus hábitos de estudo e desenvolver a habilidade para aplicar as funções cognitivas na solução de qualquer problema ou situação. (11)

3 Geometria plana - base para a geometria espacial

Não há dúvida de que o domínio dos conteúdos da geometria plana é essencial para cálculos em geometria espacial. Conceitos como Teorema de Pitágoras, razões trigonométricas no triângulo retângulo, áreas das figuras planas, do círculo e suas partes bem como semelhança devem estar totalmente internalizados para que sejam usados como ferramentas na resolução de problemas de geometria espacial.

Além disso, o aluno deve ser capaz de planificar uma forma espacial simples e de visualizar figuras planas auxiliares determinadas por planos, retas e pontos em uma figura espacial.

4 Recursos tecnológicos que possibilitam a simulação em 3D

4.1 Desmos

Desmos é uma calculadora gráfica online grátis. Trata-se de uma calculadora gráfica que pode ser acessada pelo browser ou até mesmo fazer o download da aplicação gratuita para iOS, mais propriamente para o iPad. O melhor aspecto nesta integração, Browser e iPad, é o fato de todas as funcionalidades representadas serem as mesmas, não diferenciando o browser da aplicação. Apenas o fato de podermos acessar offline a aplicação quando não temos Internet por perto as distingue. Basta inserir um número ilimitado de expressões matemáticas e instantaneamente os resultados são representados graficamente na página. É possível a alteração para uma grande variedade de cores e diversas características que transformam os gráficos matemáticos em desenhos complexos e realistas. O design do Desmos é bastante apelativo, o que faz com que a interface também apresente grandes facilidades quando partimos para a ação. Ao digitarmos algumas funções na coluna da esquerda, o respectivo desenho gráfico é automaticamente representado à direita. Ao escolhermos uma cor para cada expressão, podemos distinguir facilmente as diferentes curvas traçadas. Ao criar conta no próprio Browser ou aplicação, é possível guardar uma lista de gráficos para mais tarde rever. Além disso, é possível imprimir e partilhar nas redes sociais, tais como o Facebook, Twitter e Google, os gráficos a partir da tela principal. (12)

Podemos desenhar sólidos em perspectiva e proporcionar movimentos simulando efeitos em 3D. Mas, para isso, são necessários conhecimentos sobre parametrização de curvas, entre outros conteúdos, que fogem aos assuntos estudados no Ensino Médio. Com isso, a credibilidade do que se quer mostrar pode ser questionada.

A figura a seguir mostra um tanque cilíndrico que foi programado usando parametrizações e funções, que permite a simulação do tanque enchendo e seu volume calculado de acordo com a altura em que um líquido se encontra no interior do cilindro. Visualmente interessante mas com pouco ganho cognitivo no sentido de que o aluno fica na posição apenas de espectador.

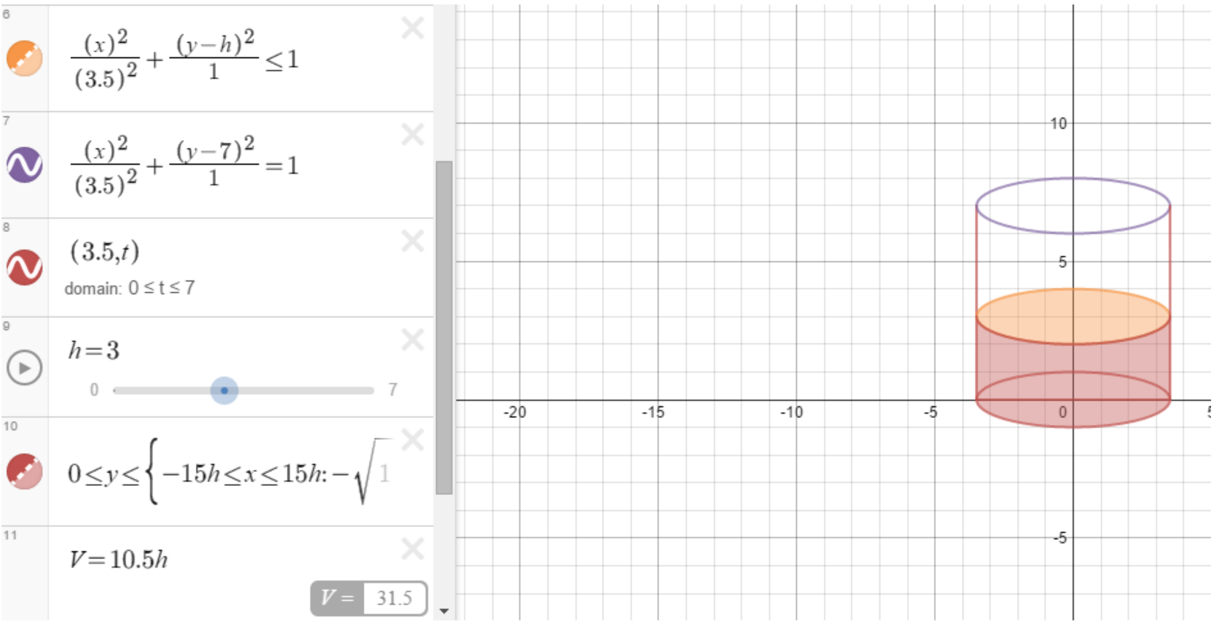

Figura 3: Tanque cilíndrico: h = 3

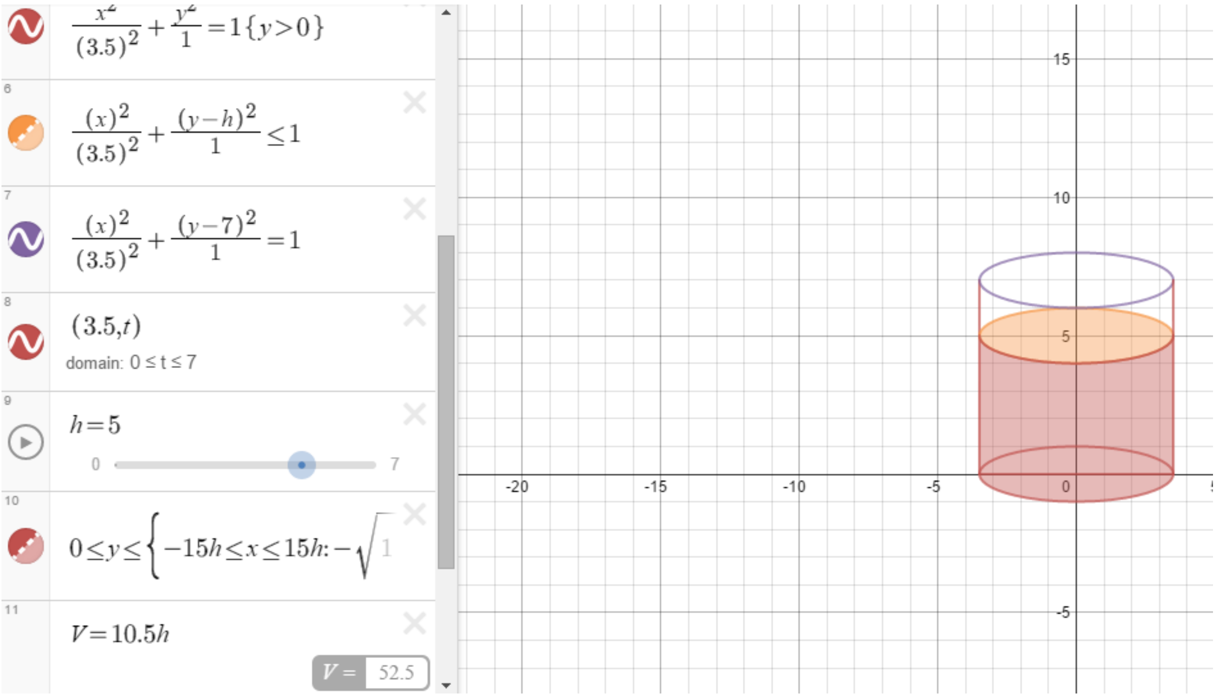

Figura 4: Tanque cilíndrico: h = 5

4.2 GeoGebra

GeoGebra é uma multiplataforma de software de Matemática que dá a todos a oportunidade de experimentar as percepções extraordinárias que a Matemática torna possível. GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculo em um pacote fácil de usar. GeoGebra é uma comunidade em rápida expansão de milhões de usuários localizados em praticamente todos os países. GeoGebra tornou-se líder no fornecimento de software de matemática dinâmica, apoiando a ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM) educação e inovações no ensino e aprendizagem em todo o mundo. (13)

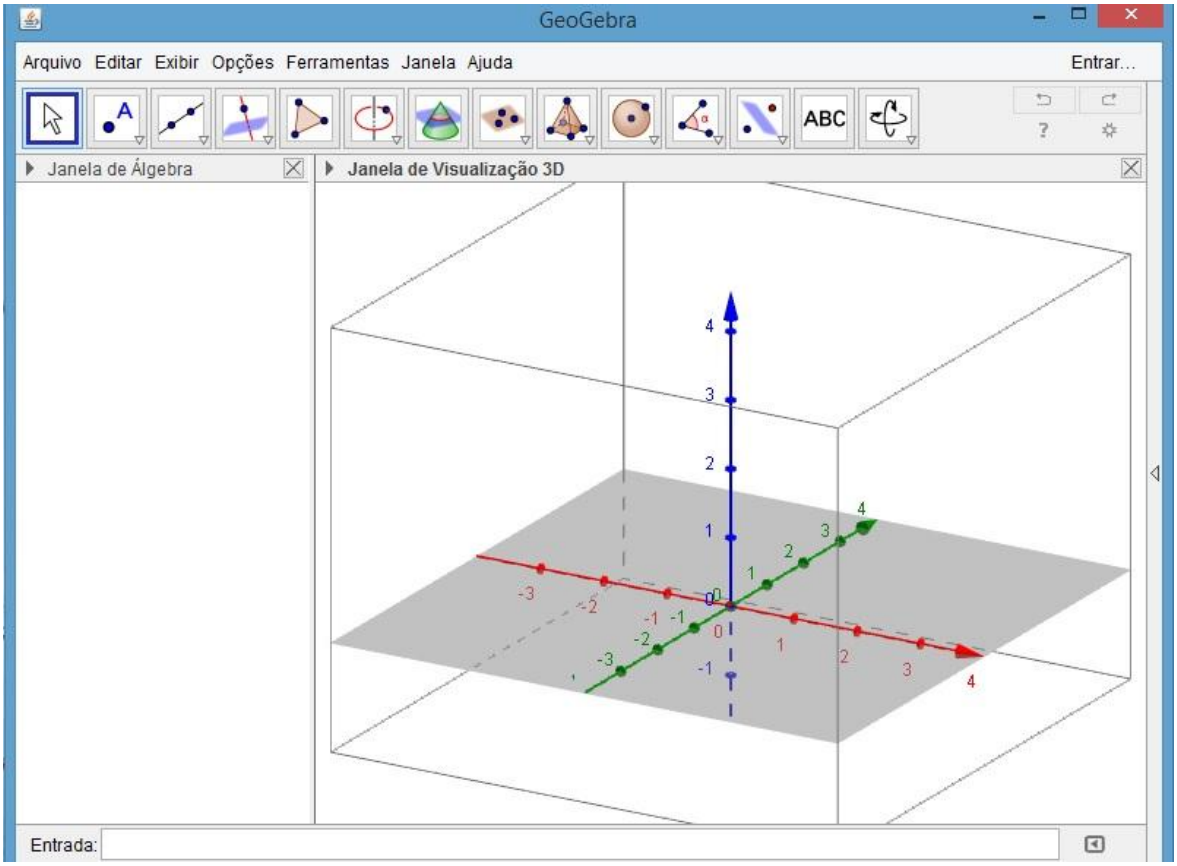

Figura 5: GeoGebra3D

4.3 Geometria

Geometria fornece uma interface gráfica para criar e resolver problemas de geometria sólida. Ele é executado em seu navegador web. Não é necessária a conexão com a Internet. Geometria é software livre. Com Geometria, pode-se desenhar e medir os segmentos e ângulos, calcular áreas e volumes, transformar, cortar e unir figuras. As figuras podem ser giradas e manipuladas tão facilmente como se as tivéssemos nas mãos. Geometria é embalado com um repositório de exemplos de problemas e suas soluções classificadas, de acordo com sua complexidade, em 4 categorias. Rótulos e variáveis convenientemente protegem o usuário de coordenadas numéricas e medições. As variáveis são utilizadas em cálculos e referenciada em desenhos. Possui versão em inglês e espanhol.

Abaixo temos um dos vários problemas propostos cujo enunciado é:

”Este tanque de água no formato de prisma regular reto está ocupado com 7/8 de sua capacidade total. São colocadas algumas esferas de metal, de diâmetro igual a um quarto da altura do tanque, dentro do mesmo, de modo que a água alcance a borda sem derramar. Quantas esferas foram colocadas no tanque?”

As medidas necessárias para a resolução são feitas na figura, usando os comandos da barra de ferramentas.

(14)

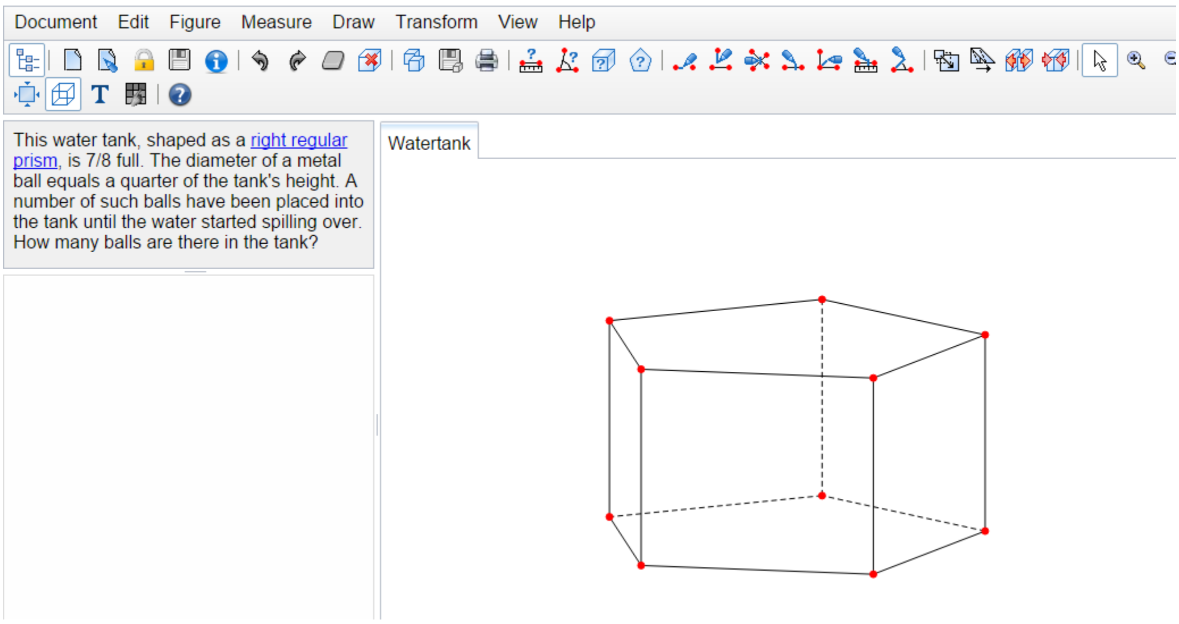

Figura 6: Geometria – problema proposto

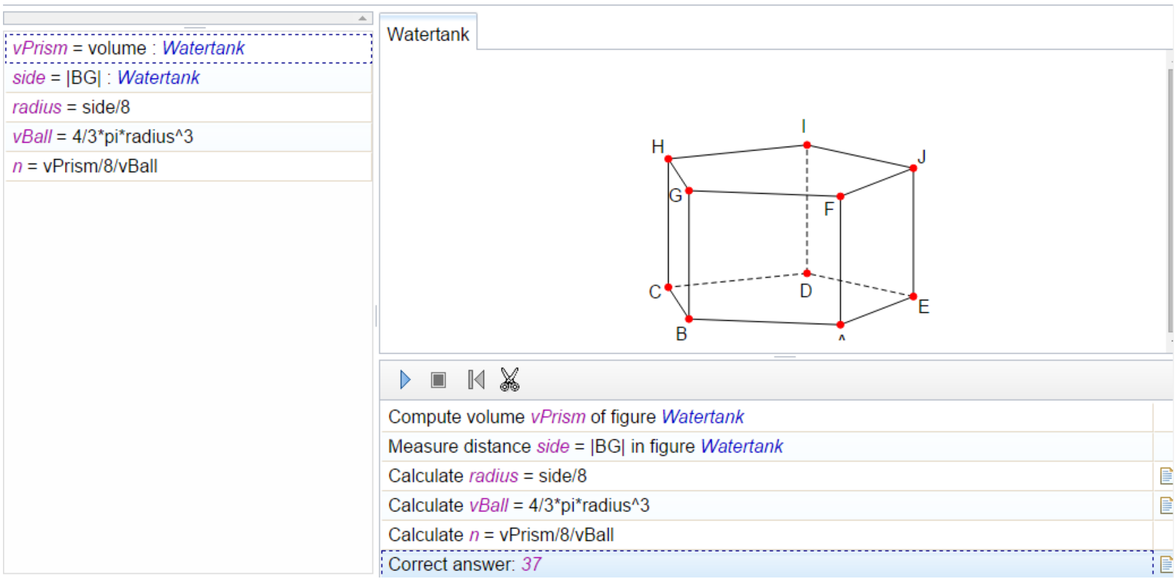

Figura 7: Geometria – problema resolvido

5 Aplicação de Recursos Computacionais na introdução de conteúdos

A turma 222 do Segundo Ano do Ensino Médio do Colégio Mallet Soares do ano de 2015 foi apresentada ao GeoGebra como recurso pedagógico para o estudo da Geometria Espacial. A apresentação foi feita em sala de aula, que conta com recursos como Data Show, quadro inteligente e laptop.

O objetivo era a verificação da Relação de Euler: V – A + F = 2 ou V + F = A + 2 .

Para este primeiro contato, foi escolhido o cubo para ser o poliedro observado pois o dado, que tem seu formato, é usado em vários jogos que certamente fizeram parte da infância dos alunos. Ficaram muito entusiasmados ao verem o cubo girando e depois, planificado e observado em diversos ângulos. Contaram faces, arestas e vértices com facilidade e verificaram a veracidade da Relação de Euler para a figura, com a “Janela de álgebra” fechada.

Na “Janela de álgebra” do GeoGebra ficam discriminados os vértices, arestas e faces dos poliedros estudados permitindo a confirmação da quantidade de cada um desses elementos bem como fornece as medidas das arestas, áreas das faces e volume do poliedro, além da localização dos vértices no $\mathbb{R}^3$. Podemos variar o tamanho da aresta e utilizar um número inteiro como medida para facilitar o cálculo das áreas e volume.

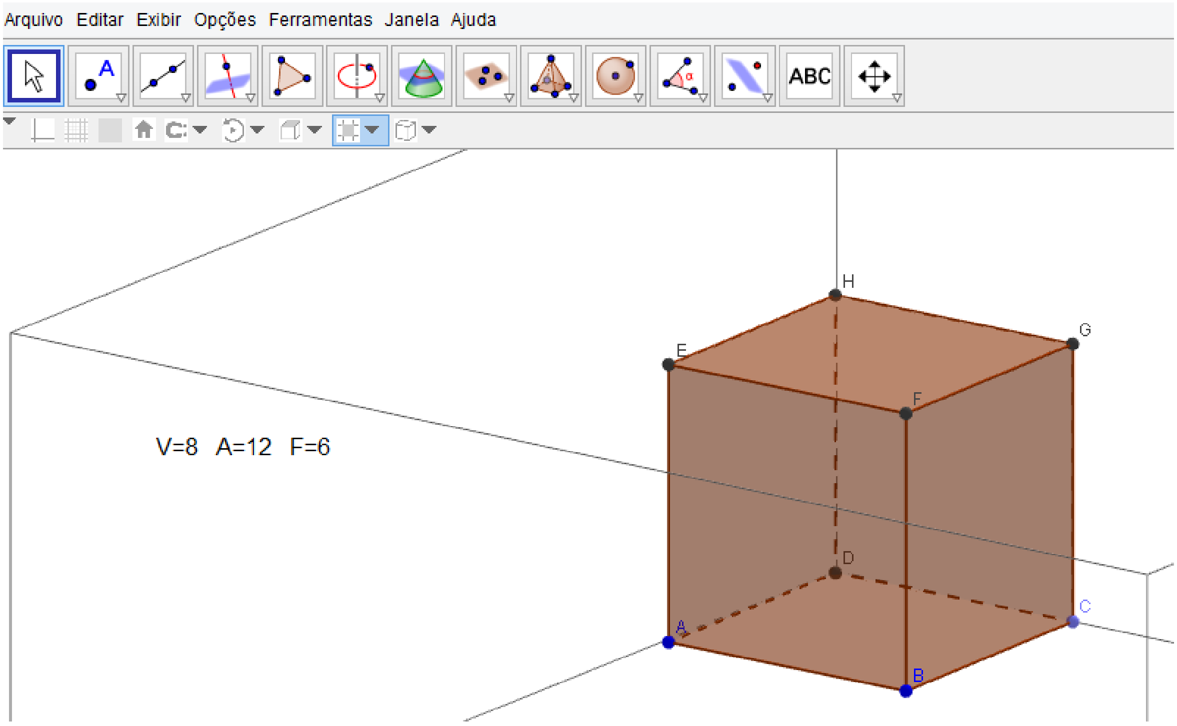

Figura 8: Cubo: Relação de Euler.

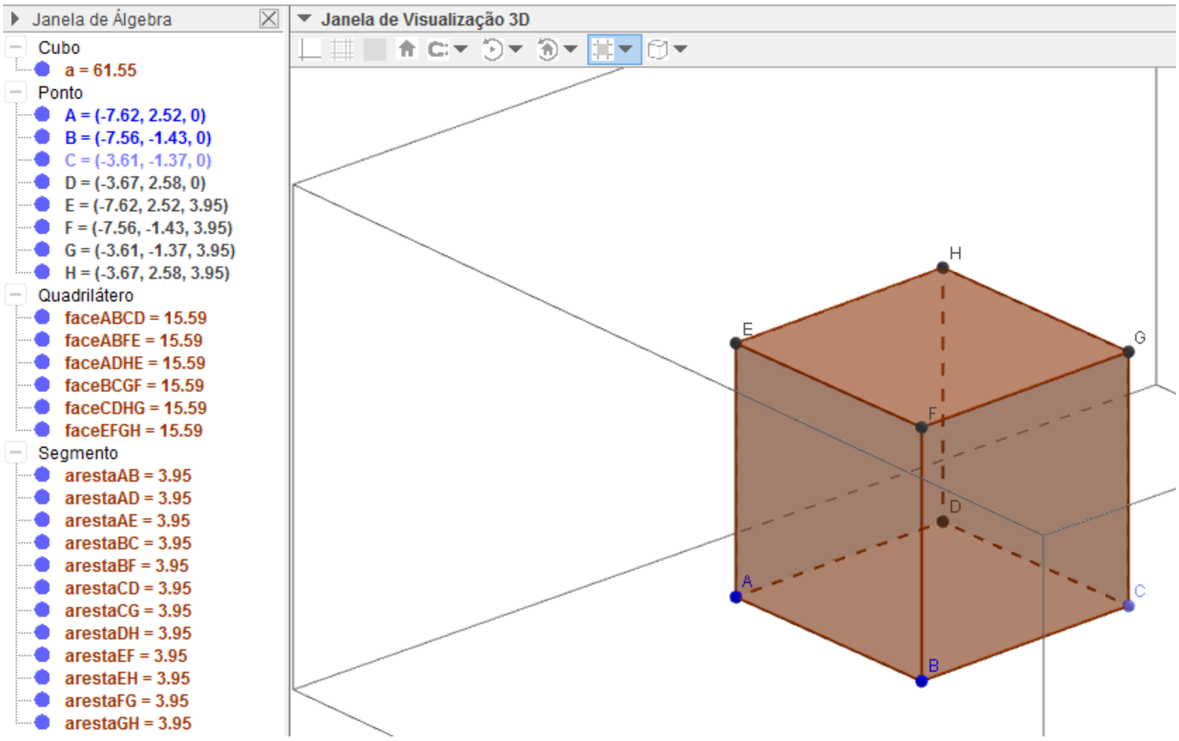

Figura 9: Cubo: Janela de Álgebra.

6 Aplicação de Recursos Computacionais na resolução de problemas

6.1 Problema 1

Uma casa de sucos naturais utiliza copos da forma tulipa (conforme figura abaixo), que possuem volume aproximado de 335 ml e altura interna de 20 cm. Qual a quantidade de suco contida no copo quando a altura do suco for a metade da total? Justifique sua resposta.

A) mais de 167 ml.

B) menos de 167 ml.

C) igual a 167 ml.

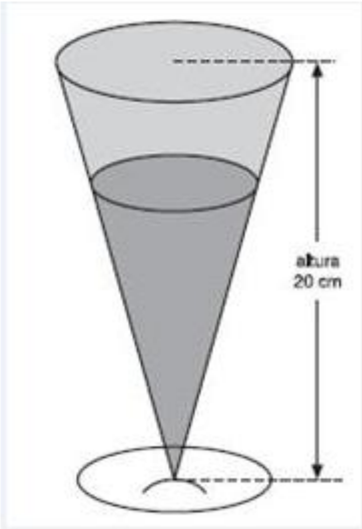

Figura 10: Copo – Problema 1.

Resolução Algébrica

Volume do cone: $V = \frac{1}{3}.\pi.R^2.h$

Usando o volume e a altura do copo podemos calcular, aproximadamente, a medida do raio:

$$335 = \frac{1}{3}.\pi.R^2.20 \qquad R = \sqrt{\frac{335.3}{3,14.20}} = \sqrt{\frac{1005}{62,8}} = \sqrt{16,003} \approx 4cm$$

h: altura do líquido em determinado instante

r: raio da superfície do líquido no mesmo instante k: razão de semelhança

$$k = \frac{h}{H} = \frac{r}{R}$$

Determinando uma expressão para o raio em função da altura em cada instante:

$$\frac{h}{20} = \frac{r}{4} \Leftrightarrow r = \frac{4.h}{20} \Leftrightarrow r = \frac{h}{5}$$

Substituindo na fórmula do volume obtemos a expressão $V = \frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{h}{5}\right)^2.h = \frac{\pi.h^3}{75}$ que nos dá o volume que resta no copo, conforme bebemos, em função da altura. Assim, sabendo que $1cm^3 \leftrightarrow 1ml$ podemos calcular o volume de líquido quando

$$h = 10cm \qquad V = \frac{3,14.10^3}{75} = \frac{3140}{75} \approx 41,87ml$$

Respondendo ao exercício: - Opção B. O volume encontrado é menor que 167ml.

6.2 Problema 2

Um aquário com a forma de cubo deverá conter água em seu interior, de modo que o tetraedro gerado pela inclinação do aquário até a posição em que a diagonal do cubo fica perpendicular ao plano do chão tenha vértices nos pontos médios das arestas desse cubo. Para que possa formar esse tetraedro, uma pessoa deve:

A) Encher com água, menos de 1% do aquário.

B) Encher com água, entre 1% e 5% do aquário.

C) Encher com água, entre 5% e 10% do aquário.

D) Encher com água, entre 10% e 15% do aquário.

E) Encher com água, mais de 15% do aquário.

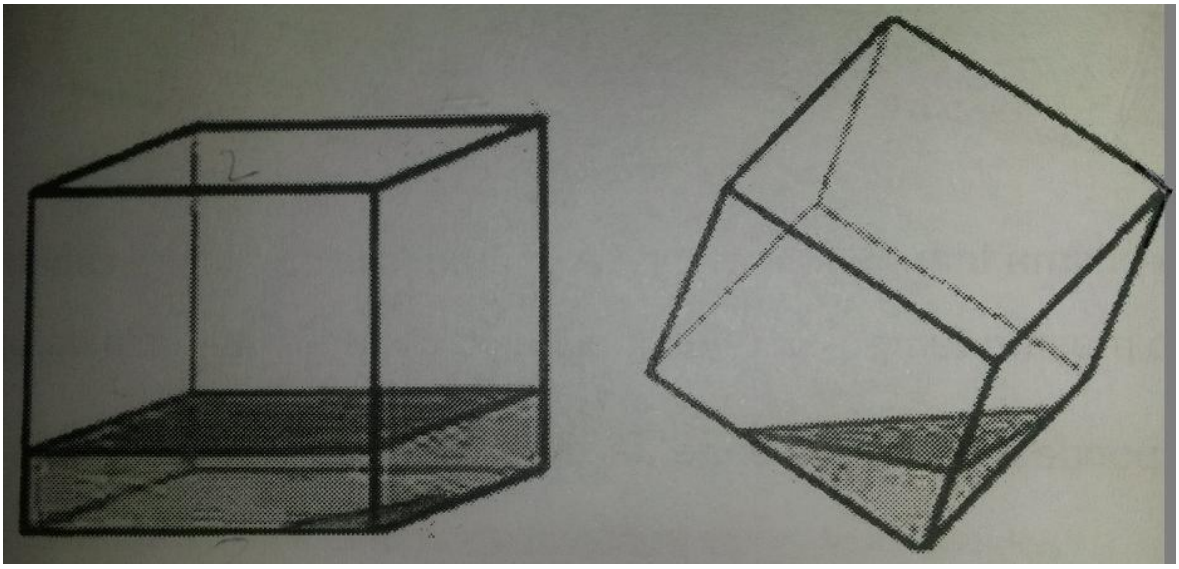

Figura 11: Aquário – Problema 2.

Resolução Algébrica

Volume do tetraedro: $V = \frac{1}{3}.Ab.h$

Ab: área da base

h: altura do pirâmide

a: aresta do cubo

Utilizando como base o triângulo equilátero de aresta $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ cuja área é dada por $Ab = \left(\frac{a.\sqrt{2}}{2}\right)^2 . \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$, foi preciso calcular a medida da altura da pirâmide que tem uma das extremidades no centro do triângulo e a outra no vértice do cubo. Foi usado o teorema de Pitágoras, onde a hipotenusa é a aresta lateral da pirâmide $\frac{a}{2}$ e, os catetos são a altura desejada h e a distância entre o centro do triângulo e o vértice do mesmo $\frac{2}{3}$ da altura do triângulo, isto é, $\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$, determinamos a altura $h^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2$

$h^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{6a^2}{36} = \frac{3a^2}{36} = \frac{a^2}{12}$ e assim, $h = \frac{a\sqrt{12}}{12} = \frac{2a\sqrt{3}}{12} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Finalmente temos $V = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{8}.\frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{3a^3}{144} = \frac{a^3}{48}$

Fazendo uma rotação conveniente onde uma das faces laterais da pirâmide passa ser a base, podemos ver que este tetraedro é um triedro trirretângulo cuja base é um triângulo retângulo isósceles de arestas iguais, medindo a metade da aresta do cubo e a altura também medindo metade da aresta do cubo, o que minimiza a quantidade de cálculos tornando o problema muito mais simples e de resolução rápida.

Calculando a área da base do tetraedro: $Ab = \frac{1}{2}.\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{8}$

Calculando o volume do tetraedro: $V_t = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{8}.\frac{a}{2} = \frac{a^3}{48}$

Calculando o volume do cubo: $V_c = a^3$

Comparando o volume do tetraedro com o volume do cubo:

$$V_t = \frac{1}{48}.V_c = 0{,}0208.\mathrm{V_c} \approx 2\%.V_c$$

Respondendo ao exercício: Opção B. Encher com água, entre 1% e 5% do aquário

7 Sequência didática

7.1 Problema 1

O problema foi proposto numa prova para os alunos da turma 222 do Segundo Ano do Ensino Médio do Colégio Mallet Soares no ano de 2014. A questão não necessita de cálculos precisos apenas da observação de uma situação do cotidiano para ser resolvida. Fica claro que, toda parte teórica relativa a cone e tronco de cone bem como exemplos de exercícios foram trabalhados em sala de aula, mas somente 20% dos alunos da turma acertaram a questão.

Em vista dessa dificuldade, foram buscadas alternativas didáticas que pudessem facilitar o entendimento da situação e a abstração para resolução de outros problemas.

7.1.1 Usando o Excel

Foi proposto aos alunos que construíssem uma tabela no Excel que fornecesse o volume, em ml, de suco no copo em função da altura, em cm, em que o suco se encontrava, até que o mesmo terminasse. Foi determinado o raio aproximado do copo em função dos dados do problema.

$$335 = \frac{1}{3}.\pi.r^2.20 \qquad r = \sqrt{\frac{335.3}{20.3,14}} \qquad r \approx 4cm$$

Usando a razão de semelhança nos triângulos semelhantes formados como mostra a figura abaixo, foi determinada uma expressão que dá a medida do raio em função da altura em que o suco se encontra:

$$\frac{h}{20} = \frac{r}{4} \Leftrightarrow r = \frac{4.h}{20} \Leftrightarrow r = \frac{h}{5}$$

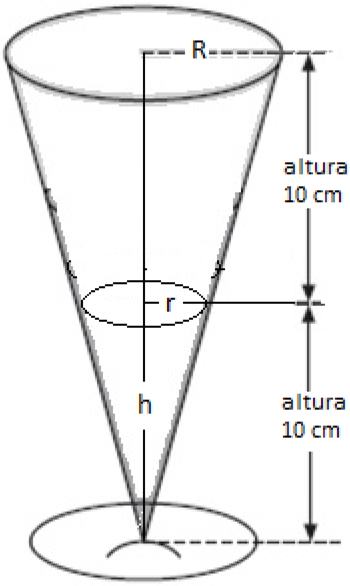

Figura 12: Copo - Semelhança.

C2 =(B2)/5

	A	B	C	E	F	G	H	I	J
1		h	r	V	K	K	V/Vinicial	K^3	V/Vinicial
2		20	4	334,93333	1,0000	1	1,000	1	1
3		19	3,8	287,16347	0,9500	19/20	0,857	529/617	529/617
4		18	3,6	244,16640	0,9000	9/10	0,729	460/631	460/631
5		17	3,4	205,69093	0,8500	17/20	0,614	600/977	600/977
6		16	3,2	171,48587	0,8000	4/5	0,512	64/125	64/125
7		15	3	141,30000	0,7500	3/4	0,422	27/64	27/64
8		14	2,8	114,88213	0,7000	7/10	0,343	71/207	71/207
9		13	2,6	91,98107	0,6500	13/20	0,275	92/335	92/335
10		12	2,4	72,34560	0,6000	3/5	0,216	27/125	27/125
11		11	2,2	55,72453	0,5500	11/20	0,166	95/571	95/571
12		10	2	41,86667	0,5000	1/2	0,125	1/8	1/8
13		9	1,8	30,52080	0,4500	9/20	0,091	77/845	77/845
14		8	1,6	21,43573	0,4000	2/5	0,064	8/125	8/125
15		7	1,4	14,36027	0,3500	7/20	0,043	34/793	34/793
16		6	1,2	9,04320	0,3000	3/10	0,027	26/963	26/963
17		5	1	5,23333	0,2500	1/4	0,016	1/64	1/64
18		4	0,8	2,67947	0,2000	1/5	0,008	1/125	1/125
19		3	0,6	1,13040	0,1500	3/20	0,003	3/889	3/889
20		2	0,4	0,33493	0,1000	1/10	0,001	0	0
21		1	0,2	0,04187	0,0500	1/20	0,000	0	0
22		0	0	0,00000	0,0000	0	-	0	0

Figura 13: Copo – Tabela Excel.

A tabela é composta das seguintes colunas: (B) altura do copo, em cm, com variação de um cm; (C) raio do copo de acordo com a altura $r = \frac{h}{5}$; (E) volume de suco a cada cm de altura; (F) a razão de semelhança *k* entre a altura do suco a cada cm e a altura inicial (copo cheio) na forma decimal; (G) a razão de semelhança *k* entre a altura do suco a cada cm e a altura inicial, na forma fracionária; (H) a razão entre o volume a cada cm e o volume inicial na forma decimal; (I) o cubo da razão de semelhança *k* da coluna F e (J) a razão entre o volume a cada cm e o volume inicial na forma fracionária.

Com o uso da tabela, foi possível observar o volume de suco no copo a cada centímetro de altura e com isso, o volume correspondente a altura 10 cm. Além de determinar a razão de semelhança *k* entre segmentos correspondentes nos triângulos desenhados no copo, verificou-se a igualdade $\frac{V}{V_i} = k^3$

7.1.2 Usando o GeoGebra

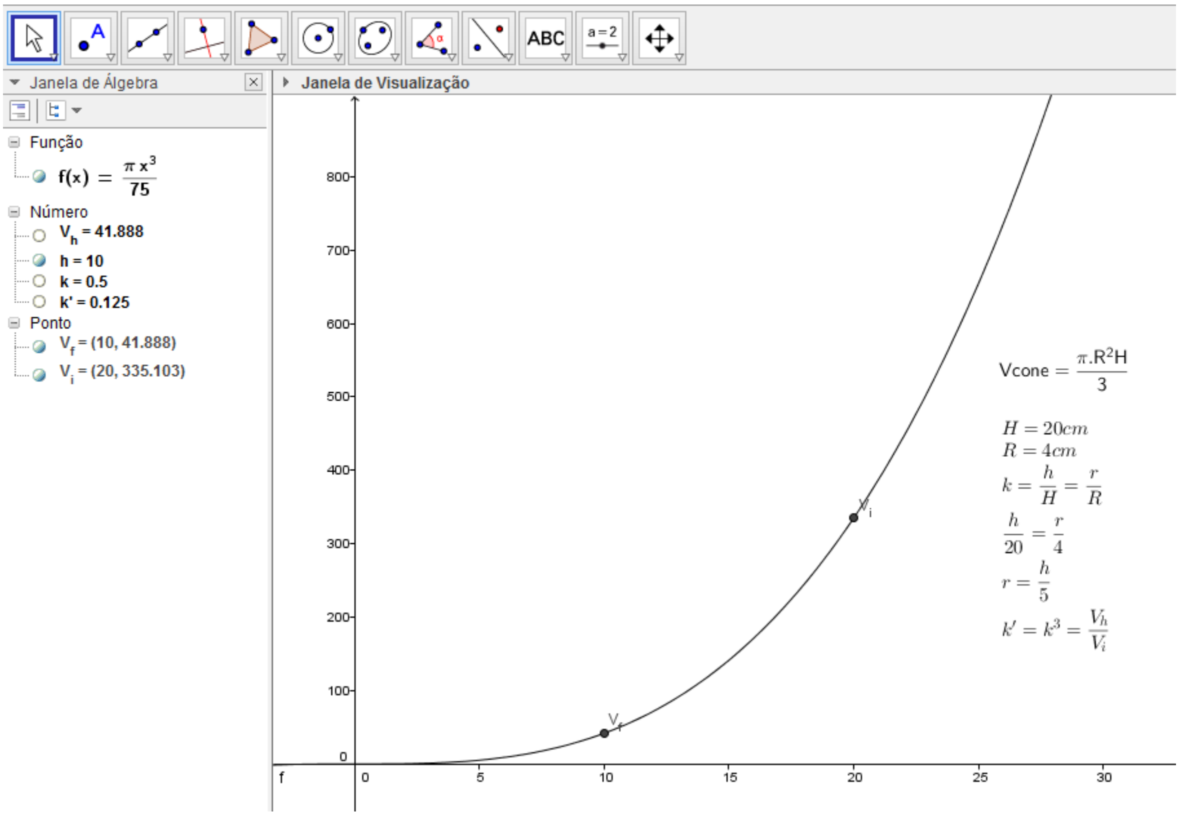

Figura 14: Copo – Gráfico Volume.

O gráfico mostra a variação do volume em função da altura do suco no copo. Verificou-se que o volume correspondente à metade da altura total é menor que a metade do volume total. O que já seria suficiente para responder a questão.

7.1.3 Usando o GeoGebra 3D

No GeoGebra 3D, existe a possibilidade de construir o objeto desejado com as medidas dadas no problema, usando poucos comandos. Variando a altura do cone menor, que representa o líquido dentro do copo, o programa fornece o volume em função dessa altura. Além disso, pode-se observar o objeto por diversos ângulos, permitindo novos questionamentos e conclusões.

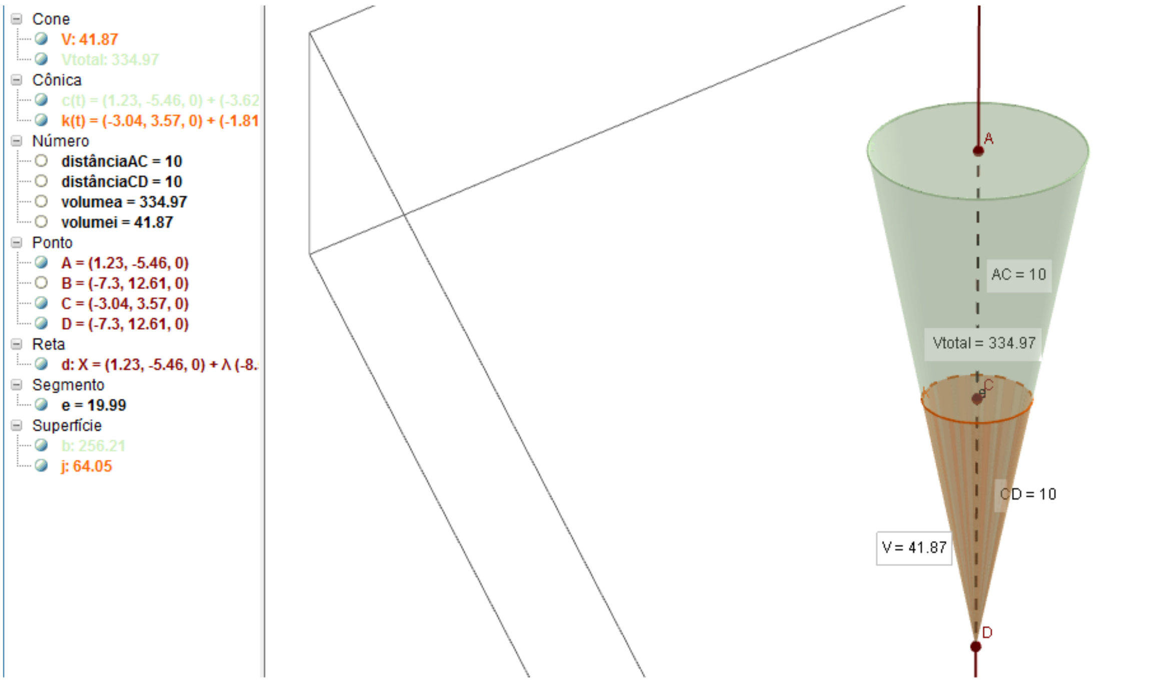

Figura 15: Copo – Visão em perspectiva.

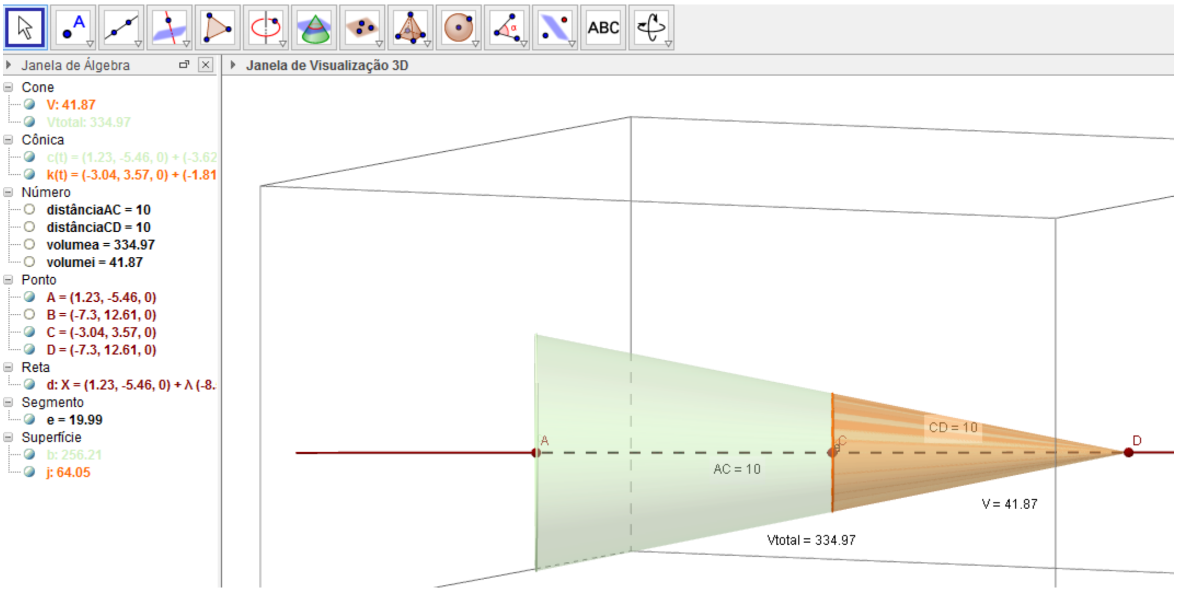

Figura 16: Copo – Visão lateral.

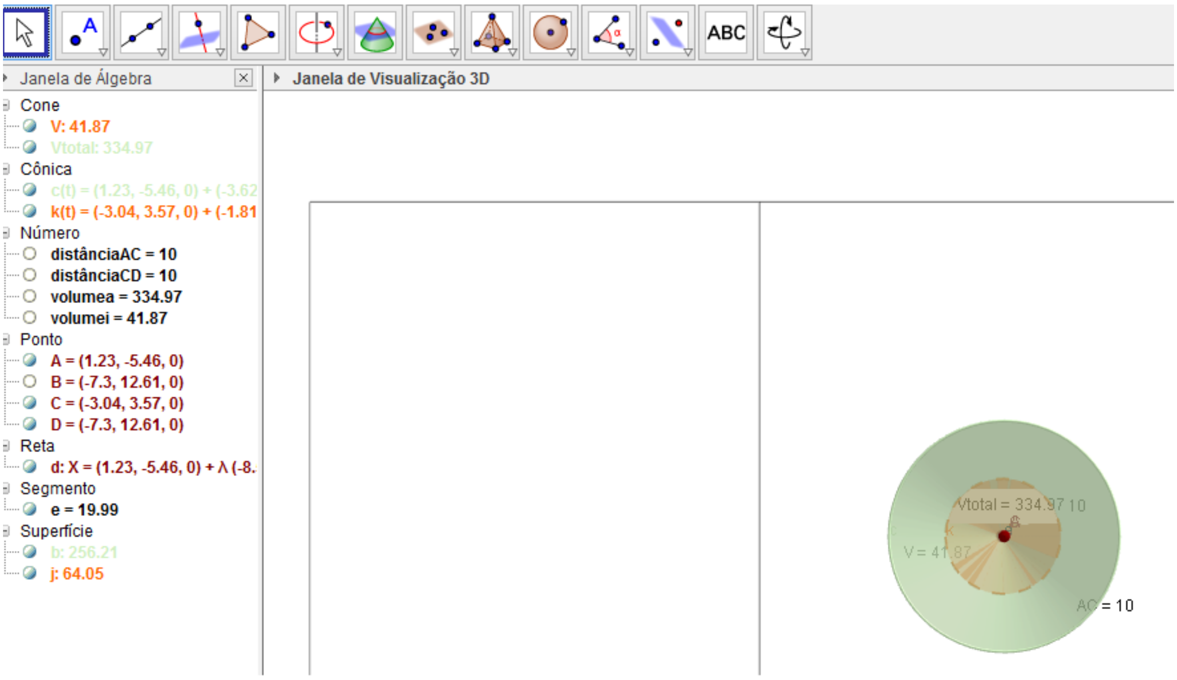

Figura 17: Copo – Visão superior.

7.1.4 Usando o Desmos

No Desmos, pode-se simular o esvaziamento ou enchimento do copo usando funções e parametrizações, além de calcular o volume de suco em seu interior em função da altura que o mesmo se encontra.

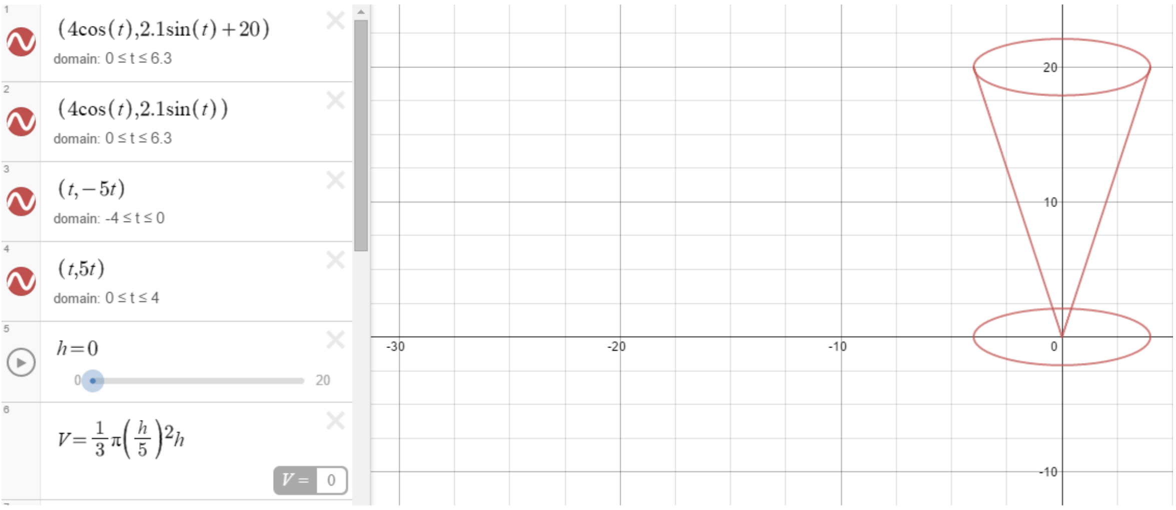

Figura 18: Copo vazio.

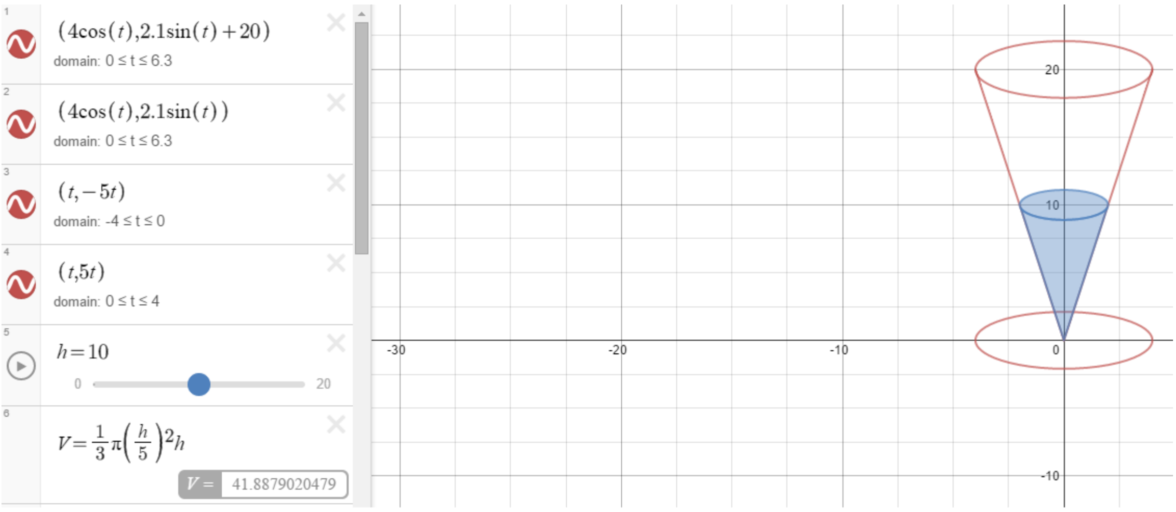

Figura 19: Copo metade.

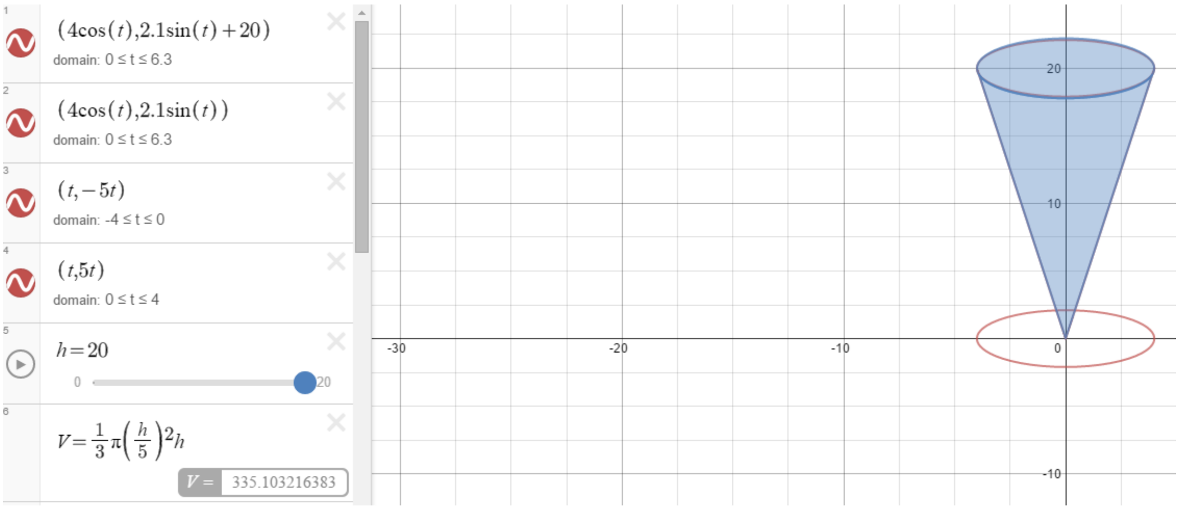

Figura 20: Copo cheio.

7.2 Problema 2

O problema 2 foi proposto em sala de aula para a turma 232 do Terceiro Ano do Ensino Médio do Colégio Mallet Soares no ano de 2015, tendo como objetivo rever o conteúdo de Geometria Espacial. Na proposta, a figura foi omitida e o enunciado original foi modificado.

"Um aquário com a forma de cubo de aresta medindo ***a*** deverá conter água em seu interior, de modo que ao inclinarmos o aquário até a posição em que a diagonal do cubo fique perpendicular ao plano do chão, a superfície da água tenha contato com os pontos médios das arestas desse cubo. Qual a porcentagem de água contida no aquário em relação ao volume total do mesmo?"

Como o principal objetivo era analisar a percepção espacial, não foi dito no enunciado que, ao inclinar o aquário, o líquido tomaria a forma de uma pirâmide. Assim, o primeiro passo para os alunos foi conseguir imaginar a situação descrita. Alguns, mais habilidosos, tentaram desenhar. Outros conseguiram visualizar, mas não conseguiram representar no papel. E um outro grupo, apresentou dificuldades em perceber que figura a água formaria. Após esse contato inicial com o problema, além da ajuda dos próprios colegas e das discussões surgidas, os alunos perceberam que a água formaria uma pirâmide num dos cantos do aquário representado pelo cubo. Nesse momento, foi apresentada a figura dada no enunciado original, o que proporcionou uma mistura de confiança e alívio ao verem que estavam entendendo a situação proposta. O segundo passo foi calcular o volume dessa pirâmide. A maioria lembrou da fórmula e outras perguntas surgiram: Qual o polígono que é base dessa pirâmide? Qual a altura da pirâmide? Os alunos viram que a base era um triângulo e precisavam saber quais eram os dados disponíveis para poder calcular a área desse triângulo. Novos debates aconteceram e concluíram, observando cada uma das três faces laterais separadamente, que era um triângulo equilátero e que sabiam calcular a medida da aresta. Faltava então a medida da altura da pirâmide para que pudessem determinar o volume de água. Sugestões como $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$ da diagonal do cubo foram dadas. Novamente a percepção visual foi exigida dos alunos para que conseguissem observar elementos da geometria plana e usá-los para o cálculo da altura. Foi dada a seguinte sugestão: “Pensem em Pitágoras.” Ou seja, “tentem ver um triângulo retângulo onde vocês conheçam dois lados e que o outro seja a altura desejada.” Os alunos tiveram duas opções como mostra a figura a seguir.

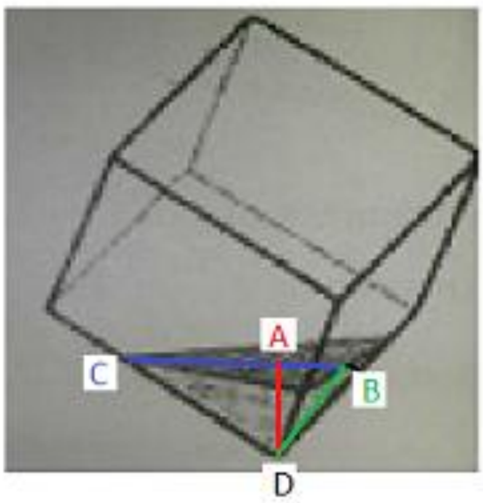

Figura 21: Triângulo Retângulo.

O triângulo ACD e o triângulo ABD, ambos retângulos em A. Os alunos identificaram os elementos desses triângulos:

AD é a altura h desejada,

BC é a altura do triângulo equilátero base da pirâmide,

CD é a aresta lateral da pirâmide,

BD é geratriz da pirâmide ou altura do triângulo da face lateral,

A é o centro do triângulo base da pirâmide.

Outros conhecimentos foram necessários: A é o baricentro do triângulo base então $AC = \frac{2}{3}BC$ ou ainda, $AB = \frac{1}{3}BC$.

A turma foi dividida em dois grupos e foi pedido a cada um que determinasse a altura, usando um dos triângulos e assim, calcularam o volume.

Como nenhum dos alunos sugeriu rotação da figura, foi proposto que girassem imaginariamente o cubo de modo que uma das faces laterais passasse a ser base da pirâmide. Ao perceberem o quão mais fácil se tornou o problema, ficaram extasiados. Foi pedido que resolvessem novamente o problema nessa posição e, com os cálculos mais fáceis, rapidamente chegaram ao valor encontrado anteriormente.

7.2.1 Construindo a figura no GeoGebra 3D

No GeoGebra 3D com o comando cubo.

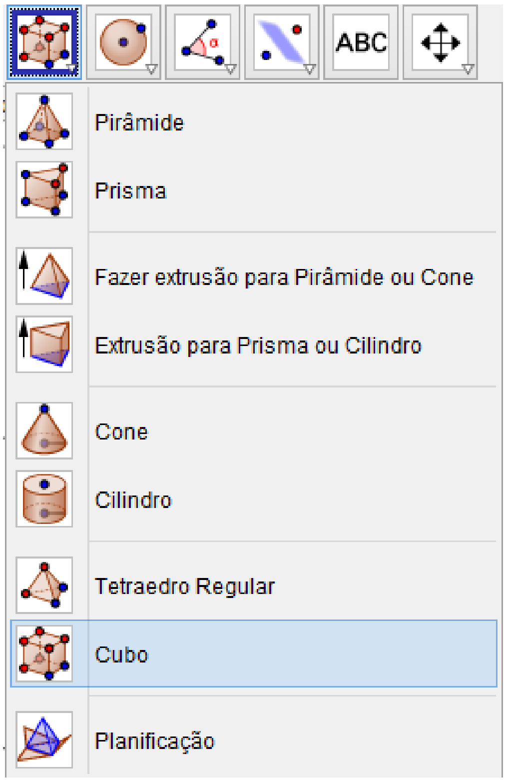

Figura 22: Comando.cubo

Com o comando PONTO MÉDIO, determinar os pontos médios das arestas e com o comando SEGMENTO traçar segmentos unindo os pontos médios, formando a pirâmide determinada pelo líquido no interior do cubo.

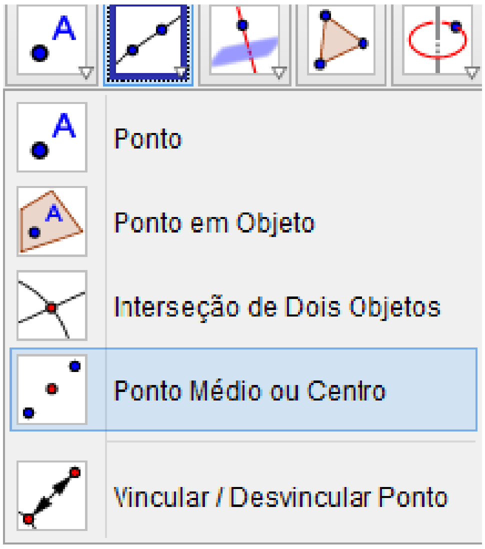

Figura 23: Comando ponto médio.

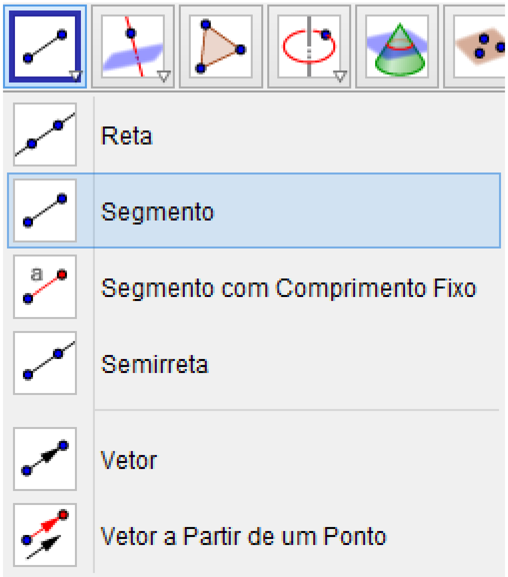

Figura 24: Comando.segmento

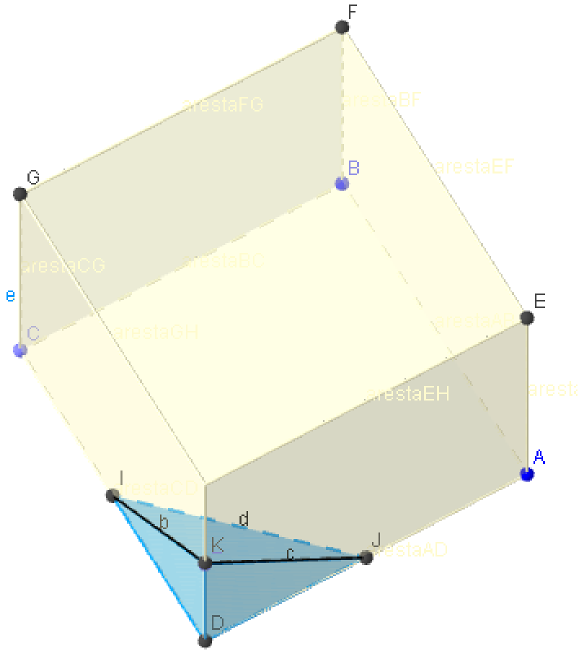

Figura 25: Pirâmide de água

A vantagem do software é a possibilidade de girarmos a figura e com um novo ângulo de visão observar que a pirâmide é um triedro trirretângulo, facilitando muito o cálculo do volume necessário para a solução do problema. Com este ângulo de visão, fica claro que a superfície do líquido na posição determinada pelo problema é um triângulo equilátero.

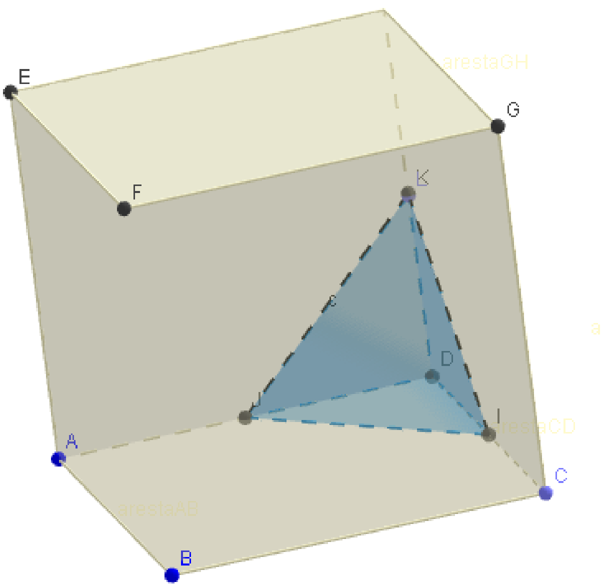

Figura 26: Pirâmide de água rotacionada

8 O celular como aliado do professor

8.1 A proibição do celular em sala de aula

No Brasil, o uso de aparelhos celulares em sala de aula, pelos alunos, é proibido como mostra o texto da Lei Nº 4.131/2008, do Distrito Federal.

Art. 1º Fica proibida a utilização de aparelhos celulares, bem como de aparelhos eletrônicos capazes de armazenar e reproduzir arquivos de áudio do tipo MP3, CDs e jogos, pelos alunos das escolas públicas e privadas de Educação Básica do Distrito Federal.

Parágrafo único. A utilização dos aparelhos previstos no caput somente será permitida nos intervalos e horários de recreio, fora da sala de aula.

Art. 2º A Secretaria de Estado de Educação divulgará a proibição de que trata esta Lei.

Art. 3º Caberá ao professor encaminhar à direção da instituição de ensino o aluno que descumprir o disposto nesta Lei.

Art. 4º O Governo do Distrito Federal, por meio da Secretaria de Estado de Educação, regulamentará esta Lei no prazo de 90 (noventa) dias, a contar de sua vigência.

Art. 5º Esta Lei entra em vigor na data de sua publicação.

Art. 6º Revogam-se as disposições em contrário.

Brasília, 02 de maio de 2008

120º da República e 49º de Brasília

JOSÉ ROBERTO ARRUDA

LEI Nº 4.132, DE 02 DE MAIO DE 2008

(Autoria do Projeto: Deputado Raad Massouh)

“O projeto de lei que originou a norma diz que o uso do telefone pode desviar a atenção dos alunos, possibilitar fraudes durante as avaliações e provocar conflitos entre professores e alunos e alunos entre si, influenciando o rendimento escolar. Se por um lado, a tecnologia serve de apoio às ações educacionais, por outro o seu uso exacerbado se torna um empecilho. Há diferenças entre a discussão das formas e dos modos de fazer uso de tecnologias em espaços coletivos e sua exclusão. A escola tem o dever de humanizar e educar cidadãos, posicionando-se por vezes no fio da navalha entre exercer a autoridade e ser autoritária. Não é imprescindível criar uma lei para disciplinar o uso desses aparelhos nas escolas, pois as determinações sobre essa questão podem constar do regimento interno e do projeto político-pedagógico.” (15)

8.2 O uso do celular em sala de aula como recurso pedagógico

Em 2007, a Apple lançou o seu primeiro smartphone, o iPhone e em 2008 a Google lançou o Android, sistema operacional gratuito que é atualmente o mais usado nos smartphones. Nessa época, esses aparelhos eram pouco acessíveis à grande maioria da população devido aos altos preços. No segundo trimestre de 2013, os smartphones superaram em vendas pela primeira vez na história os celulares tradicionais. (16)

Segundo Moura (2012):

> *"O acesso a conteúdos multimídia deixou de estar limitado a um computador pessoal (PC) e estendeu-se também às tecnologias móveis (telemóvel, PDA, Pocket PC, Tablet PC, Netbook), proporcionando um novo paradigma educacional, o mobile learning ou aprendizagem móvel, através de dispositivos móveis. O mobile learning, uma extensão do e-learning, tem vindo a desenvolver-se desde há alguns anos, resultando em vários projetos de investigação". (17)*

Criada em 1945, a UNESCO se empenha em uma visão holística e humanística da educação de qualidade a nível mundial, a realização do direito de todos à educação, e a crença de que a educação desempenha um papel fundamental no desenvolvimento humano, social e econômico. Em 2013, a Organização publicou um guia com 10 recomendações para governos implantarem políticas públicas que utilizem celulares como recurso nas salas de aula. O guia, apresentado em Paris durante a Mobile Learning Week, traz 13 bons motivos para ter esse aliado na educação. (18)

As 10 recomendações da UNESCO aos governos:

- Criar ou atualizar políticas ligadas ao aprendizado móvel;
- Conscientizar sobre sua importância;
- Expandir e melhorar opções de conexão;
- Ter acesso igualitário;
- Garantir equidade de gênero;
- Criar e otimizar conteúdo educacional;

– Treinar professores;
– Capacitar educadores usando tecnologias móveis;
– Promover o uso seguro, saudável e responsável de tecnologias móveis;
– Usar tecnologia para melhorar a comunicação e a gestão educacional.

Treze motivos para tornar o celular ferramenta pedagógica:

– Amplia o alcance e a equidade em educação;
– Melhora a educação em áreas de conflito ou que sofreram desastres naturais;
– Assiste alunos com deficiência;
– Otimiza o tempo na sala de aula;
– Permite que se aprenda em qualquer hora e lugar;
– Constrói novas comunidades de aprendizado;
– Dá suporte a aprendizagem in loco;
– Aproxima o aprendizado formal do informal;
– Provê avaliação e feedback imediatos;
– Facilita o aprendizado personalizado;
– Melhora a aprendizagem contínua;
– Melhora a comunicação;
– Maximiza a relação custo-benefício.

“As diretrizes políticas relacionadas ao aprendizado móvel que forem criadas devem estar em harmonia com as que já existirem no campo das TIC (Tecnologia de Informação e Comunicação)”, afirma a UNESCO no documento. (19)

“No Brasil, os professores têm certa resistência em incorporar novas tecnologias. A sala de aula ainda é o lugar de desligar o celular”, afirma Rebeca Otero, coordenadora de Educação da UNESCO no Brasil. “Isso faz com que muitas oportunidades educacionais se percam, especialmente no ensino médio, época em que o aluno já está ligado e nas redes.”

Sem dúvida, os jovens de hoje carregam os celulares por onde vão e dominam os recursos que um smartphone proporciona enquanto rádio, câmera fotográfica, filmadora, uso de redes sociais, entre outros. E os professores sabem a dificuldade que é mantê-los nas mochilas dos alunos, para que não sejam usados para esses fins, durante a aula. Então, por que não usá-los de maneira pedagógica? Inúmeros são os aplicativos gratuitos compatíveis a celulares e tablets que podem facilitar a compreensão dos conteúdos na sala de aula.

A introdução do celular como recurso pedagógico em sala de aula não se dará de um dia para outro, visto que temos escolas e também professores que ainda são bem tradicionais. Além disso, os alunos precisam ser trabalhados para que percebam o quão o celular pode servir de facilitador na compreensão e aprendizagem de um conteúdo. O professor dever se preparar, em primeiro lugar, planejando a atividade na qual utilizará o celular, dominando bem o aplicativo que será trabalhado e explicando aos alunos as regras, etapas e objetivos da atividade. Essas regras podem ser, preferencialmente, discutidas e elaboradas juntamente com os alunos para que estes se sintam comprometidos e, caso haja necessidade, serem reformuladas. O professor também deve se preparar para lidar com situações adversas que possam ocorrer pois é muito fácil o aluno se desconcentrar e entrar em sites de variedades ou redes sociais e isso pode tirar o foco da atividade proposta e diminuir os resultados esperados. Perceber quando isso acontecer e reverter a situação dará trabalho, mas sendo a atividade estimulante, essa ocorrência será mínima.

8.3 Explorando aplicativos com foco em geometria espacial

Muitos são os aplicativos disponíveis relacionados à geometria espacial gratuitos ou não, dinâmicos ou não, que podem promover um ganho cognitivo considerável e os que servem apenas como resumo de fórmulas.

8.3.1 Geometria de Bolso AD 2.2.5

Aplicativo simples que permite o cálculo do perímetro, da área e do volume de várias formas geométricas. Em 2D incluem as formas: quadrado, retângulo, círculo, triângulo, trapezoide e paralelogramo e em 3D, cone, pirâmide de base quadrada, esfera, cubo, cilindro e prisma retangular. Para os cálculos, basta que sejam atribuídos às variáveis das fórmulas, já prontas, de área e volume, valores numéricos e tocar na calculadora na barra de ferramentas para que as respostas apareçam. (20) Para cálculos das áreas e volume dos corpos redondos, o aplicativo mostra na tela *π = Constante de Ludolph*. Ludolph van Ceulen, no final do século XVI, calculou em 1596 um valor de π com 35 casas decimais, começando com um polígono de 15 lados, dobrando o número de lados 37 vezes, e, logo em seguida, aumentando o número de lados. O resultado foi o número 3,14159265358979323846264338327950288. (21)

Desenvolvedor: halmi.sk

Compatibilidade: Android 2.3 ou superior

Categoria: Ferramentas

Custo: Não exige pagamento pelo uso

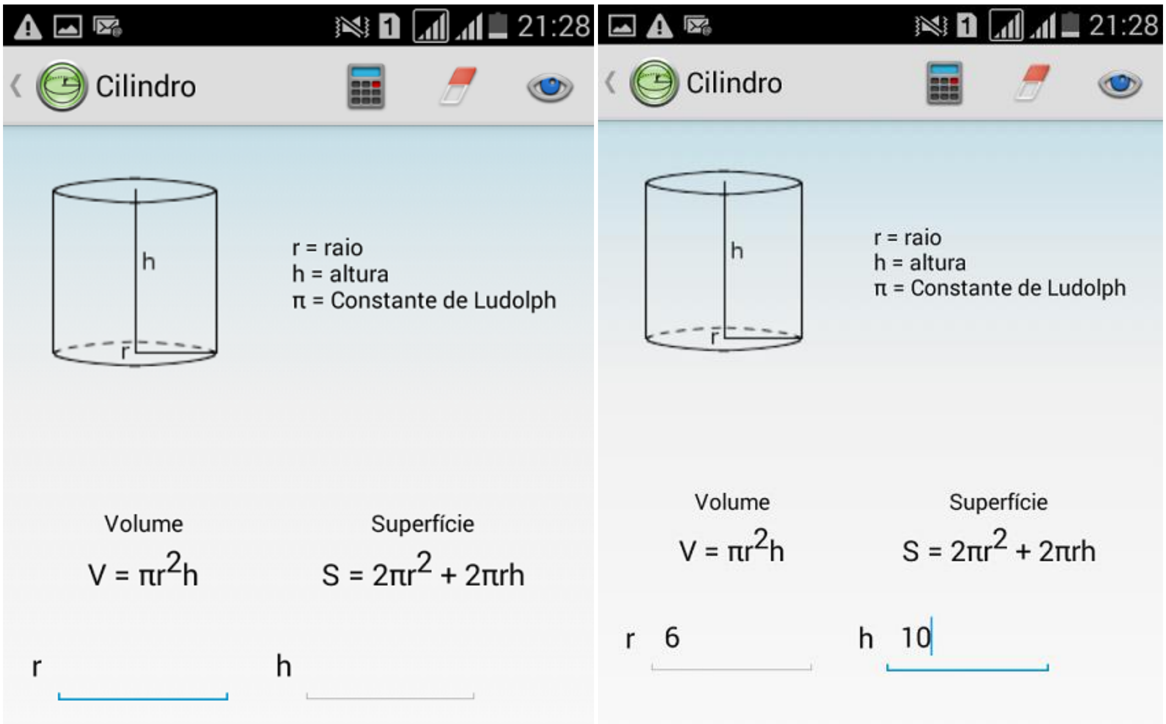

Figura 27: AD 2.2.5 – Inserindo os valores do raio e altura.

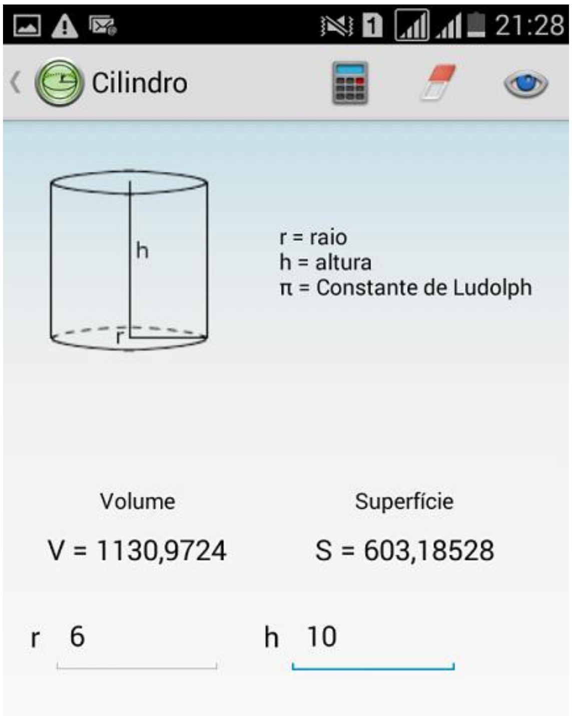

Figura 28: AD 2.2.5 - Cálculo do volume e área total do cilindro.

8.3.2 iCrosss Lite

O iCrosss Lite é uma versão gratuita de populares e originais iCrosss aplicativos educacionais que irão ajudar a aprender geometria sólida de uma forma fácil e divertida. iCrosss permite que se construa uma secção transversal dos poliedros disponíveis definidos por um plano que pode ser definido por três pontos nas faces do poliedro. A aplicação suporta vários tipos de poliedros como poliedros regulares (sólidos platônicos), pirâmides, prismas, antiprismas, sólidos de Arquimedes e duais. Poliedros são exibidos na representação em 3D, permitindo giro em qualquer direção. É apresentado no estilo de quadro negro e desenho. Para construir uma secção transversal, tem-se que colocar três pontos na face do poliedro, a fim de definir um plano de corte. Há dois modos de visualização que podem ser usados para uma melhor experiência de seção transversal: o modo 3D e modo de corte 3D. O modo de corte 3D está disponível apenas quando já se construiu a secção transversal. Neste modo, existe a opção de escolher uma das duas peças sólidas de poliedro inicial para continuar o trabalho. Há a opção disponível para impressão e envio por e-mail do poliedro ou a respectiva secção.

Estão disponíveis informações a respeito do sólido selecionado, que inclui em breve descrição, número de faces, vértices, arestas, web-link para mais informações e fórmulas úteis. (21)

Atualizado: 2 de abril de 2015

Tamanho: 3,4M

Autor: Oleh Yudin (E-mail) yudin_oleh@ukr.net 21000 Ukraine, Vinnitsa, Keletska 126A/143

Compatibilidade: Android 4.0 ou superior

Idioma: Inglês

Custo : Não exige pagamento pelo uso

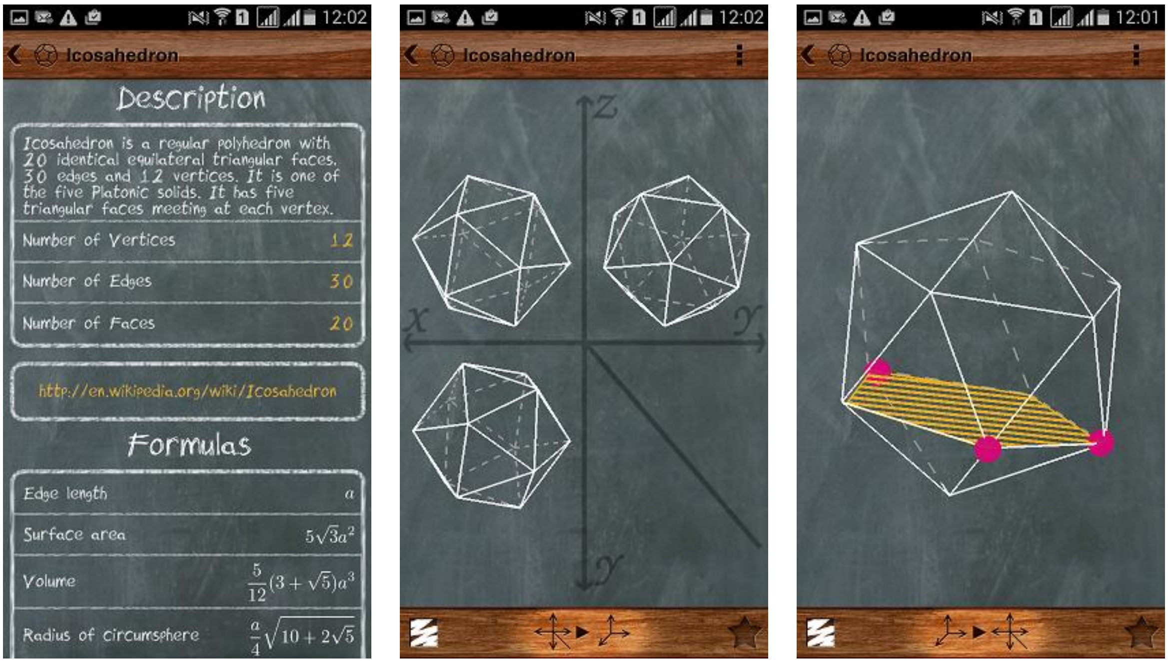

Figura 29: iCrosss Lite – Descrição, visão nos quadrantes e secção.

8.3.3 GeoEspacial

Formulário com imagens das principais figuras que são abordadas nos vestibulares e no ENEM. (22)

Compatibilidade: Android 2.2 ou superior

Oferecido por GRUPO KATSU - FRED TAVARES

Desenvolvedor: nordesttino@hotmail.com

Custo: Não exige pagamento pelo uso

Figura 30: GeoEspacial

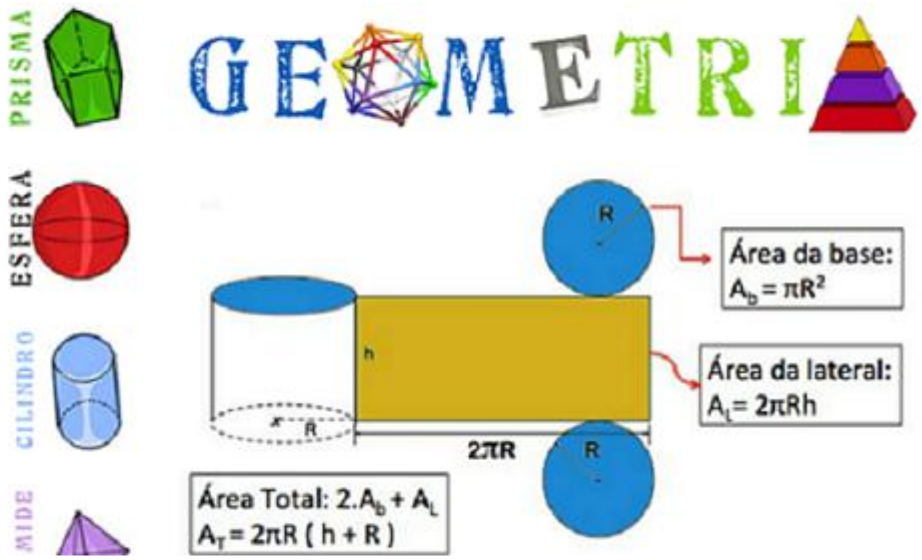

Figura 31: GeoEspacial - Formulário.

8.3.4 Slice Them All

Traduzindo tem-se Fatie-os todos! aplicativo que permite girar e cortar o sólido. Feito especialmente para o Android, é uma enciclopédia interativa 3D original de uma geometria sólida. Contém um banco de dados constantemente atualizado de poliedros e os vários órgãos de rotação, um sistema de interação com objetos de referência, rápido. A interface intuitiva do aplicativo ficará claro para qualquer aluno. Apoia qualquer formato, celulares e tablets e possibilita o uso em telões e projetores na escola. (23)

Tamanho: 3,9M

Versão atual: 1.0

Compatibilidade: Android 4.0 ou superior

Idioma: Inglês

Desenvolvedor: (E-mail) Kirill.Olenyov@gmail.com

Custo: Não exige pagamento pelo uso

\newcommand*\LyXZeroWidthSpace{\hspace{0pt}}

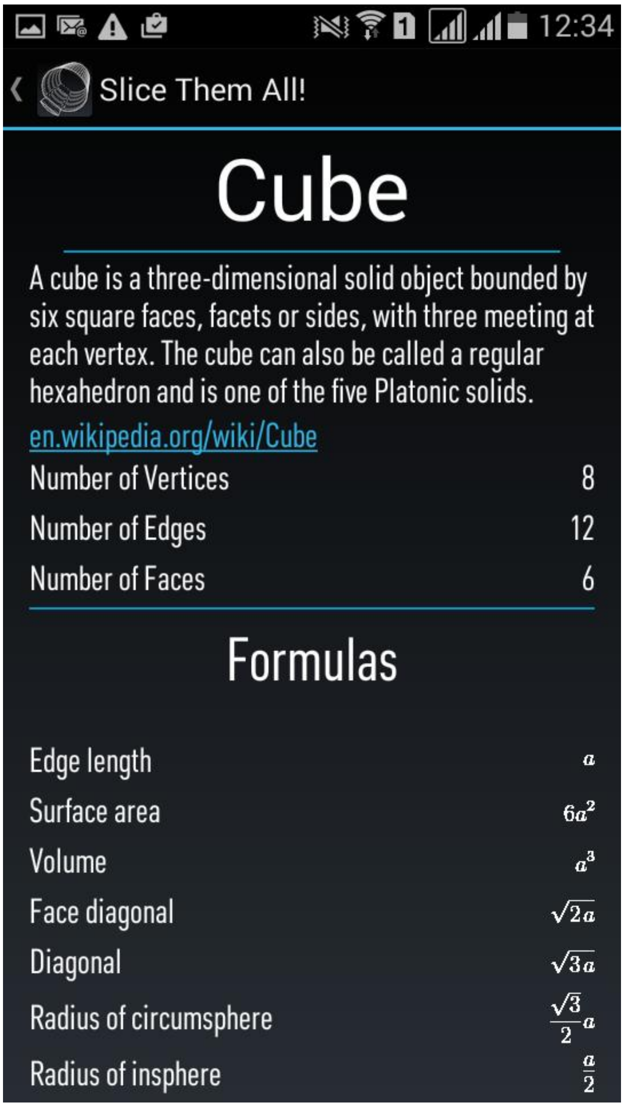

Figura 32: Slice Them All – Descrição e formulário.

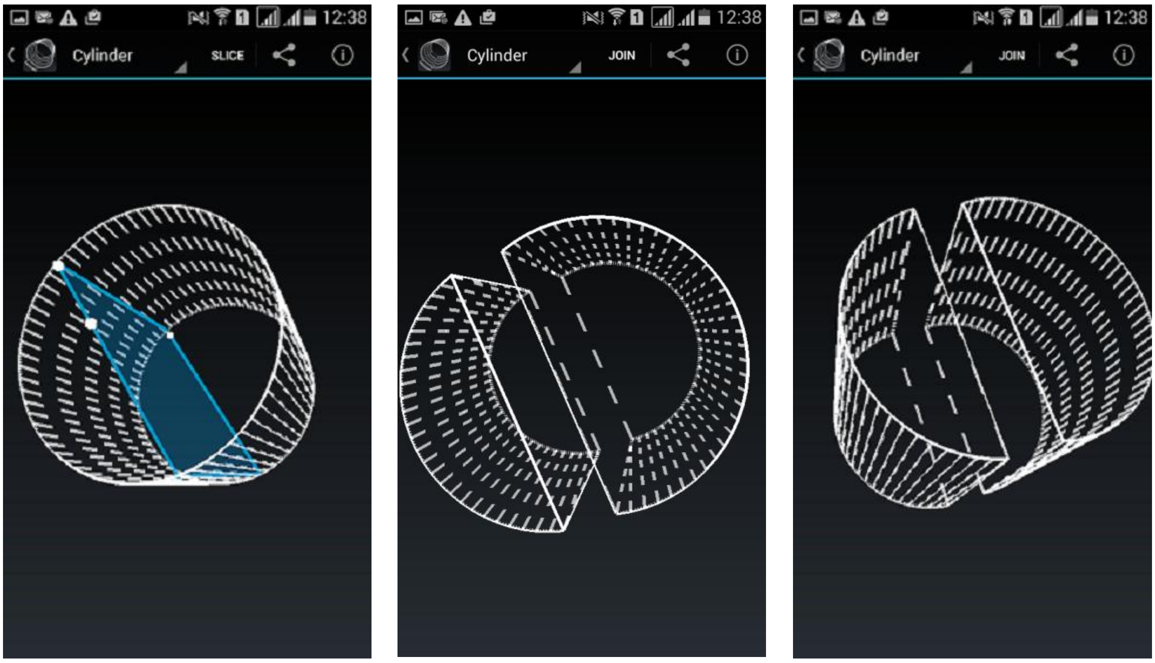

Figura 33: Slice Them All – Secção no cilindro.

8.3.5 Polyhedra

Polyhedra é um guia gráfico para o conhecimento do poliedros e suas curiosidades . O estudo dos poliedros é um dos temas mais sugestivos da geometria por suas conotações estéticas inegáveis. Ao mesmo tempo, a geometria é uma das disciplinas mais formativas da matemática, embora às vezes, erroneamente, considerada como inútil. No entanto, um efeito pode ser para melhorar o nosso desempenho mental em outras atividades. Com Polyhedra, buscamos um acesso simples e visual para o mundo dos poliedros . Sem especializações ou técnicos excessivos, mas se afastando de aspectos convencionais. Certamente, ele pode ser um começo para maior aprofundamento. (24)

Atualizado: 11 de dezembro de 2013

Tamanho: 830k

Versão atual: 2.3

Compatibilidade: Android 1.6 ou superior

Idioma: Inglês

Oferecido por J. J. Vidal

Desenvolvedor: (E-mail) org.jjvr@gmail.com Juan Jose Vidal Plaza de Portugal 2 5º Coruña Coruña 15011 España

Custo: Não exige pagamento pelo uso

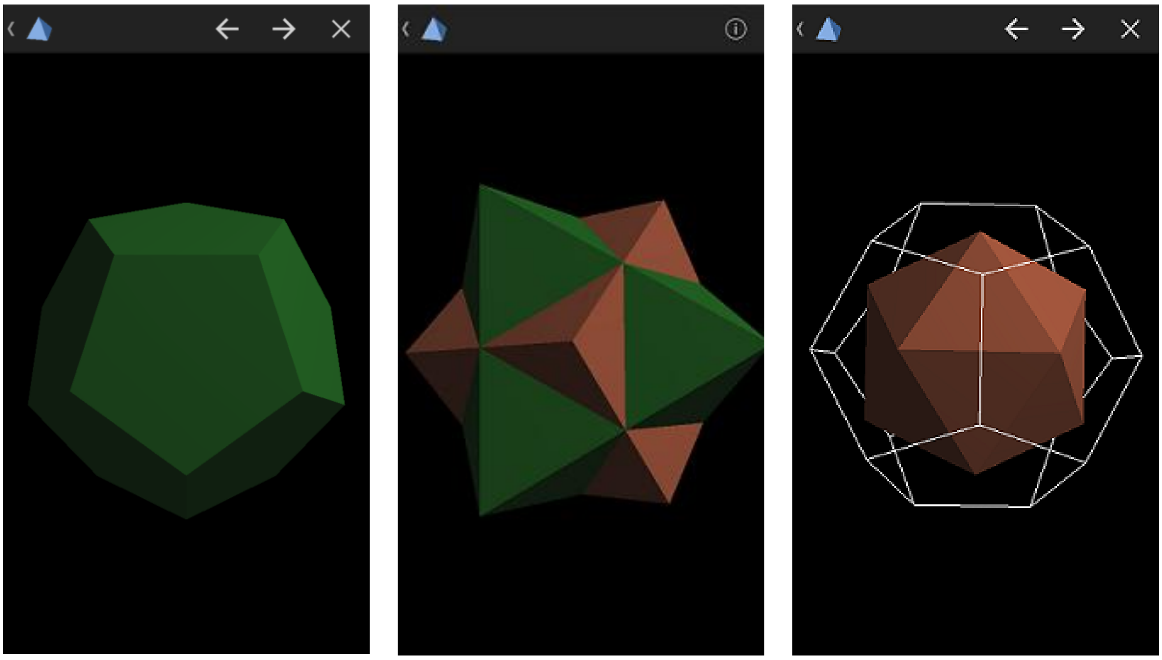

Figura 34: Polyhedra – Dodecaedro regular, tetraedro e dual (cubo) e dodecaedro e dual (icosaedro)

8.4 Explorando jogos dinâmicos em 3D

8.4.1 TETROCRATE 3D

O jogo consiste em arrastar os blocos ao redor da placa em 3D de 10x10x1, tocar e encaixá-los num lugar vazio, com o objetivo de completar linhas ou colunas. Quando uma fila de blocos é concluída, ela desaparece. Apresenta duas versões: uma com possibilidade de rotação das pedras (Revolver) e outra sem (Challenge). (25)

Idioma: Inglês

Oferecido por AppDeko ltd

Desenvolvedor: (E-mail) support@appdeko.com

Custo: Não exige pagamento pelo uso

Figura 35: Tetrocrate – Tela inicial e tabuleiro

8.5 Experiências pedagógicas com o celular em sala de aula

8.5.1 Introdução à geometria espacial posicional

Em 2012, foi proposto um trabalho para a turma 222 do Segundo Ano do Ensino Médio do Colégio Mallet Soares onde os alunos utilizariam o celular como câmera fotográfica, que é um dos recursos mais usados e que todos da turma possuíam em seus aparelhos.

8.5.1.1 Objetivo do trabalho

Introduzir conceitos de Geometria Espacial Posicional no $\mathbb{R}^3$ e produzir um documento usando o Power Point com as fotografias tiradas com os celulares e a teoria abordada.

8.5.1.2 Material utilizado

Computador, câmera fotográfica do celular, placa de isopor reutilizada, varetas coloridas, alfinetes de mapa, folhas de papel colorido, régua e canetas coloridas.

8.5.1.3 Dinâmica do trabalho

A turma foi dividida em grupos. Cada grupo construiu um diedro com as placas de isopor. Os alfinetes serviam como pontos, as varetas como retas e as folhas de papel colorido como planos. A cada conceito debatido, eles faziam a construção no isopor e fotografavam. Abaixo temos alguns slides produzidos por um dos grupos.

Figura 36: Tela de capa do trabalho.

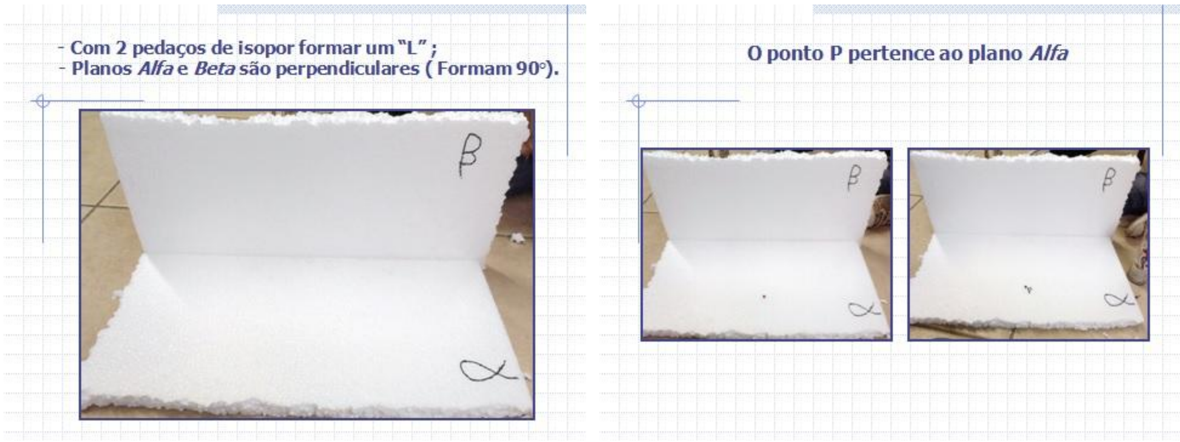

Figura 37: Construção do diedro e marcação de ponto

Figura 38: Retas reversas e cálculo da distância entre dois pontos

8.5.1.4 Ganho cognitivo

Além dos alunos ficarem entusiasmados com a proposta de poder usar o celular na aula, foi observado o quanto se dedicaram para o preparo do material que serviria de base teórica para os estudos da turma. De certo modo, foi uma experiência de aprendizagem mediada. Nas avaliações, ficou claro que o trabalho fez a diferença na aquisição dos novos conhecimentos. Os resultados foram bem melhores dos que os obtidos trabalhando com os conceitos prontos do livro didático. Outras situações foram propostas e os alunos foram capazes de resolver problemas que envolviam movimentação espacial de retas e planos.

Maddux et al. (1996) afirmam que a interação e participação dos estudantes nos ambientes de simulação é essencial e o seu “envolvimento no processo de aprendizagem é crucial para o sucesso”. O que também é defendido pelos teóricos John Dewey, Jean Piaget, Jerome Bruner, e Lev Vygotsky.
(MADDUX, 1997) (26)

8.5.2 Resolução do problema 2

Foram apresentados aos alunos do Segundo Ano do Ensino Médio do Colégio Mallet Soares do ano de 2015 os aplicativos para Android citados acima e suas possibilidades. Os que possuem iphone procuraram algo similar ou se juntaram com os colegas que tinham Android. Feito isso, foi proposto o problema 2 para ser resolvido no iCrosss Lite que permite a separação das secções obtidas após marcados os três pontos que determinam o plano de corte. Os pontos usados são os pontos médios de três arestas concorrentes num mesmo vértice. Não há muita precisão nessa marcação, mas se for feita com capricho fica muito próximo do que se quer ver: a separação do cubo em dois poliedros sendo um deles o triedro tirretângulo. O aplicativo permite que o triedro trirretângulo fique sozinho na tela do celular, além de possibilitar o giro. Os alunos observaram que a “superfície da água” é representada por um triângulo equilátero e as outras três faces são triângulos retângulos isósceles com dois lados medindo a metade da aresta do cubo. A aresta do triângulo eqüilátero foi calculada de duas maneiras: Teorema de Pitágoras e usando a diagonal de um quadrado, cuja aresta é metade da aresta do cubo. O problema foi complementado com o GeoGebra 3D, como foi mostrado acima, por sugestão de um dos alunos da turma. Usando os comandos, foi determinado o volume do cubo e o do tetraedro representado pela “água”. Foi concluído que o volume do tetraedro é aproximadamente igual a 2% do volume do cubo.

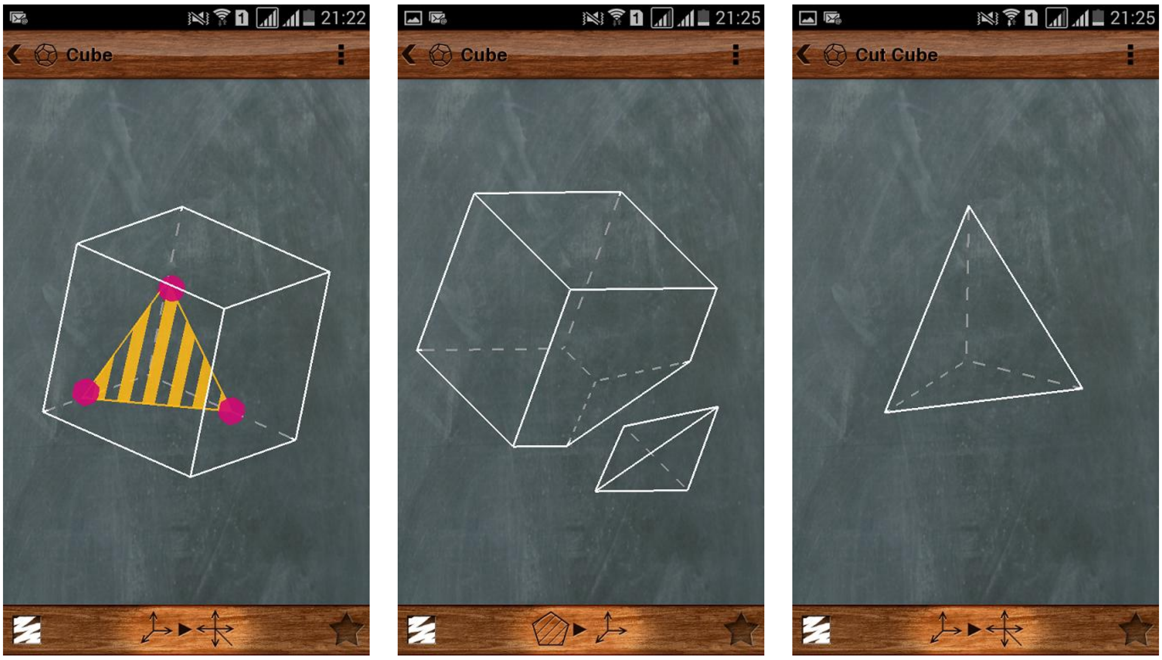

Figura 39: Seccionando o cubo, separando a secção, triedro trirretângulo

8.5.3 O uso do celular para atividade lúdica

De acordo com o autor Vygotsky (1989), os jogos propiciam o desenvolvimento da linguagem, do pensamento e da concentração.

As preocupações didáticas levam à busca de novas metodologias facilitadoras da abstração e à análise de algumas estruturas matemáticas. É nesse contexto que os jogos educacionais se constituem em atividade de formato instrucional ou de aprendizagem que envolva competição, baseados em regras, e são funcionalmente próximos de outros métodos construtivistas de aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo do sujeito. (BOTELHO, 2004) (27)

Os alunos podem jogar sozinhos ou ajudarem uns aos outros em pequenos grupos. Na turma 222 do Segundo Ano do Ensino Médio do Colégio Mallet Soares do ano de 2015 inicialmente, foi trabalhada a versão Challenge, que exige mais reflexão e controle do bloco, uma vez que nenhuma rotação é possível. É estipulado um tempo, o qual a dupla que faz o maior número de pontos ganha a partida no dia. O jogo requer concentração e estratégia para a escolha de uma das duas peças disponíveis e o melhor local para encaixá-la, visando à continuidade do jogo que termina quando não há mais possibilidade de encaixe das duas peças disponíveis. Depois foi usada a versão Revolver que possui rotação dos blocos, novas formas e vários níveis.

9 Conclusão

A turma na qual foram trabalhados os conceitos de geometria espacial posicional, através da construção de slides fotografados, apresentou uma melhora da percepção espacial, refletindo positivamente na resolução dos problemas sobre sólidos geométricos, diferentemente das turmas onde esses conceitos foram trabalhados apenas com o uso do livro didático.

Com a escolha do GeoGebra 3D como recurso tecnológico aplicado à resolução de problemas que requerem a observação por vários ângulos, foi obtido um resultado positivo quanto ao interesse e à participação dos alunos nas duas turmas nas quais o Problema 2 foi aplicado.

Em termos de percepção espacial, os alunos da turma 222 do ano letivo de 2015 que, desde o mês de maio, estão usando o GeoGebra 3D aliado ao aplicativo iCrosss já apresentam um pequeno ganho em relação à turma do ano anterior que não os usava e os alunos mais interessados que utilizam também em casa conseguem ter uma maior abstração nas situações propostas.

O uso do jogo Tetrocrate como atividade lúdica na sala de aula possibilitou uma maior interação entre os alunos e uma disputa saudável entre os grupos. No início, foi difícil conseguir a concentração necessária, mas nas aulas subsequentes foi possível perceber que nos grupos havia um diálogo, buscando a melhor opção para a jogada que é decisiva para o próximo passo. Ou seja, há uma melhora na percepção visual do “tabuleiro” que permite uma tomada de decisão mais acertada.

O ambiente virtual é muito atrativo para a geração contemporânea que apresenta grande habilidade no uso de computadores e celulares. A aquisição do conhecimento acontecerá de forma natural com a utilização orientada de recursos tecnológicos que estimulem nos alunos a investigação, a percepção, a atenção, a associação, a memória, a imaginação, o raciocínio e a análise crítica.

10 Bibliografia

1. http://www.significados.com.br. *http://www.significados.com.br/geometria/.* [Online]

2. http://portal.mec.gov.br. *http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf.* [Online]

3. **SMTE, BRASIL. MEC.** *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.* Brasília : s.n., 2000. p.43.

4. *A Percepção Espacial e o Ensino de Desenho Técnico.* **de Souza, G. J. A.**

5. **Gardner, Howard.** *Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas.* Porto Alegre : Ed Artes Médicas Sul, 1994.

6. **Del Grande, J. J.** *Percepção espacial e Geometria primária. In: LINDIQUIST, MaryM.; SHULTE, Albert P. (Org.). Aprendendo e ensinando geometria.* São Paulo : Atual, 2005.

7. **Kallef, Ana Maria.** *Tópicos em Ensino de Geometria.* 2008.

8. *O Conjunto de Habilidades Humanas.* **Gardner, Howard.** Setembro, São Paulo : s.n., 1997, Vol. n.105.

9. **Gutiérrez, A.** *Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework," in L. Puig and A. Guttierez (eds.) Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education (vol. 1, pp. 3-19).* Valencia : s.n., 1996.

10. https://en.wikipedia.org/wiki/Louis_Leon_Thurstone. [Online]

11. *www.ampei.org.br.* [Online]

12. https://www.desmos.com. [Online]

13. **https://www.geogebra.org.** [Online]

14. http://geocentral.net/geometria. *www.geocentral.net.* [Online]

15. **Gil, Juca.** *http://gestaoescolar.abril.com.br/politicas-publicas/lei-proibe-uso-celular-sala-aula-739266.shtml.* Rio Grande do Sul : s.n.

16. **http://pt.wikipedia.org/wiki/Smartphone.**

17. **Moura, Adelina. adelinamouravitae.com.sapo.pt/gpolegar.pdf.** *Geração Móvel: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a "Geração Polegar.*

18. www.ultimosegundo.ig.com.br/educacao/2013-03-03/unesco-recomenda-o-uso-de-celulares-como-ferramenta-de-aprendizado.html. [Online]

19. **www.unesco.org.** en.unesco.org/events/mobile-learning-week-2015. [Online]

20. **halmi.sk.** www.androidpit.com.br/app/sk.halmi.geometryad. [Online]

21. https://pt.wikipedia.org. *https://pt.wikipedia.org/wiki/Ludolph_van_Ceulen.* [Online]

22. *play.google.com/store/apps/details?id=com.olehyudin.icrosss.* [Online]

23. *play.google.com/store/apps/details?id=br.fred.geoespacial&hl=pt_BR.* [Online]

24. *play.google.com/store/apps/details?id=com.slice3d&hl=pt_BR.* [Online]

25. *play.google.com/store/apps/details?id=org.jjvr.polyhedra_L&hl=pt_BR.* [Online]

26. *play.google.com/store/apps/details?id=com.beyondinfinity.tetrocrate&hl=pt_BR.* [Online]

27. **Maddux, C.D., Johnson,D.L., Willis,J.W.** *www.viannajr.edu.br/files/uploads/20140313_151334.pdf - MADEducational computing: learning with to-morrow's tecnologies. Ed. Needham Heigths, MA: Allyn & Bacon.* 1997.

28. **Botelho.** www.psicolatina.org/09/jogar.html . [Online] 2004.