Universidade Federal do Ceará

Centro de Ciências e Tecnologia

Departamento de Matemática

Curso de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

Damião Moreira dos Anjos

Aplicações das Funções Afim e Quadrática na Educação para o Trânsito

Juazeiro do Norte – CE

2015

Damião Moreira dos Anjos

Aplicações das Funções Afim e Quadrática na Educação para o Trânsito

Dra Maria Silvana Alcântara Costa

Juazeiro do Norte – CE

2015

Damião Moreira dos Anjos
Aplicações das Funções Afim e Quadrática na Educação para o Trânsito/ Damião Moreira dos Anjos. – Juazeiro do Norte – CE, 2015-
54 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.
Orientador: Dra Maria Silvana Alcântara Costa

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará
Centro de Ciências e Tecnologia
Departamento de Matemática
Curso de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, 2015.
1. Funções. 2. Trânsito. 3. Transversalidade.

DAMIÃO MOREIRA DOS ANJOS

APLICAÇÕES DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA NA EDUCAÇÃO PARA O TRÂNSITO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 27 / 11 / 2015.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Dra. Maria Silvana Alcântara Costa (Orientador)
Universidade Federal do Cariri (UFCA)

Prof. Dr. Plácido Francisco de Assis Andrade
Universidade Federal do Cariri (UFCA)

Prof. Dr. Juscelino Pereira Silva
Universidade Federal do Cariri (UFCA)

Dedico este trabalho primeiro à Deus, e depois a minha mãe(Terezinha) e a Tesouro(Jaqueline), pessoas muito importantes em minha vida..

Agradecimentos

À CAPES, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa.

A professora Dra. Maria Silvana Alcântara Costa pelas suas importantes intervenções.

A todos os colegas da turma de mestrado, em que as suas sugestões foram valiosas para a execução do mesmo.

"*A Matemática é a honra do espírito humano.*"

Leibniz

Resumo

Este trabalho de conclusão de curso (TCC), visa propor uma alternativa de ensino na área de matemática através de aplicações das funções afins e quadráticas na educação para o trânsito, ao mesmo tempo em que se adequa ao Projeto de Reforma do Ensino Médio, estabelecido pela Lei nº 9394/96. Trabalhando com disciplinas tradicionalmente pertencentes aos saberes escolares para os jovens advindos do Ensino Fundamental e contemplando tema transversal proveniente dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o referido trabalho visa contribuir com a melhoria da qualidade de ensino na referida disciplina através da contextualização e preparar o aluno para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), transformando o mesmo como parte do processo de construção do conhecimento, colocando a realidade e o cotidiano do aluno como elementos fundamentais, trazendo esse processo como elemento chave para o estudo da disciplina e do tema transversal envolvido nessa área.
Palavras-chave: Funções. Trânsito. Transversalidade. Ensino. Contextualização.

Abstract

This course conclusion work aims to propose an educational alternative in the field of mathematics through applications of quadratic functions and order in traffic education at the same time that suits the High School Reform Project by Law No. 9394/96. Working with traditionally belonging to the school knowledge disciplines for young people arising from the elementary school and contemplating cross-cutting issue from the National Curriculum Parameters, said work aims to contribute to improving the quality of education in that discipline through contextualization and prepare the student the National High School Exam, turning it as part of the knowledge construction process by putting reality and the daily life of the student as fundamental elements, bringing this process as a key element for the study of discipline and cross-cutting theme involved in this area.
Keywords: Function. Traffic. Transversality. Teaching. Contextualization.

Sumário

Introdução 10

1 A INTERDISCIPLINARIDADE E A TRANSVERSALIDADE COMO ASPECTO PEDAGÓGICO INOVADOR 12

1.1 A importância da Matemática e da Física na Educação para o Trânsito 12

1.2 Proposta de Estrutura e Organização Curricular para o Nível Médio 15

1.3 Alternativa metodológica para o ensino da Matemática através de problemas contextualizados 17

2 FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA 19

2.1 Função Afim 19

2.2 Função Quadrática 19

3 A IMPORTÂNCIA DAS APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA E DA FÍSICA NA EDUCAÇÃO PARA O TRÂNSITO 25

3.1 Tempo Médio de Reação Visual de uma Pessoa 25

3.2 Forças de Atrito e Coeficientes de Atrito de Veículos em Repouso e em Movimento 28

3.3 Modelagem de um Problema de Frenagem 30

3.4 Análise Geral da Situação de Frenagem e Parada Total de um Carro no Plano Horizontal 31

3.5 Perícia de um Acidente de Trânsito 40

3.6 Funções e Gráficos num Problema de Frenagem 43

3.7 A Regra do Guarda Rodoviário 44

3.8 Teste da Revista Quatro Rodas 45

3.9 Análise Geral da Situação de Frenagem e Parada Total de um Plano Inclinado: Carro Descendo 46

3.10 Análise Geral da Situação de Frenagem e Parada Total de um Plano Inclinado: Carro Subindo 49

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS 52

Referências 53

Introdução

O presente trabalho de conclusão de curso (TCC) vem mostrar aplicações práticas da matemática no nosso dia-a-dia, através das funções afim e quadrática na educação para o trânsito, amparada pela LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) e as Diretrizes Curriculares Nacionais, através da Lei 9394/96 que impulsionou o Projeto de Reforma do Ensino Médio nas escolas. A tudo isso, acrescenta-se a experiência que tivemos como professor das disciplinas de Matemática e Física da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Professor Crispim Coelho, através da formação continuada feita pelo estudo dos parâmetros em ação por áreas do conhecimento com a Secretaria de Educação do Estado da Paraíba.

O referido Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) teve início com a seleção de pesquisa bibliográfica, através de leitura de livros e revistas, onde o tema em discussão Educação para o Trânsito fosse abordado de maneira científica, técnica e metodológica, através das funções afim e quadrática, usando a distância de frenagem e de parada total como meio de contextualizar tal conteúdo; posteriormente foram construídos dois inclinômetros, sendo um de pêndulo e outro de nível, que em muito contribuiu para aumentar a nossa visão de distância de frenagem, quando se está em um plano inclinado(aclive ou declive). Inicialmente foram feitas as leituras dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), através da Lei 9394/96, onde se mostrou a importância de se ensinar matemática e física de maneira integrada (interdisciplinar), e contextualizada com a Educação para o Trânsito; logo em seguida propusemos uma proposta geométrica curricular de ensino que permite um acompanhamento por parte da equipe pedagógica e de outros colegas professores, de tudo que é condicionado com o Projeto de Reforma do Ensino Médio.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho, mostramos definições, conceitos, propriedades e exemplos das funções afim e quadrática, para logo em seguida apresentarmos as aplicações desses conteúdos no trânsito, distância de reação visual do motorista, frenagem e parada total de carros; os recursos utilizados para a realização do trabalho foram: revistas especializadas em carros (quatro rodas) , vídeo (telecurso 2000) e livros que abordassem o assunto. Foram feitas análises através do conhecimento científico utilizando-se da ficha técnica apresentada nas revistas, no que diz respeito a frenagem dos veículos, fazendo referência importante para seus gráficos. Finalmente exploramos o trânsito dentro de um tema transversal, dado ênfase ao novo modelo de ensino, que foi impulsionado pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Ao refletirmos sobre a Educação Matemática e especialmente sobre o ensino das funções afim e quadrática no ensino médio, nos deparamos com uma situação bastante complexa, pois observamos que o desenvolvimento dos conceitos ocorre pela linha tradicional, através de equações e fórmulas. Tudo isto deixa de lado a beleza, a fascinação e criatividade de como se devem trabalhar esses conteúdos para os nossos alunos em sala de aula, através de problemas propostos pelo professor envolvendo situações problemáticas, trabalhando o senso crítico e o potencial que os alunos poderão ter, de poder visualizar esses conteúdos na prática, principalmente na educação para o trânsito, tema desse trabalho de mestrado.

Na tentativa de mostrar algumas aplicações de Matemática, no que se refere à educação para o trânsito, o presente trabalho visa mostrar uma alternativa metodológica baseado nos parâmetros curriculares nacionais (PCNs) e no Regime do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) que no seu capítulo VIII – Trabalho de conclusão de curso, no seu artigo 25 diz que: O trabalho de conclusão de curso deve versar sobre temas específicos e pertinentes ao currículo de Matemática do Ensino Básico e que tenham impacto na prática didática em sala de aula, é nesse entendimento que procuramos buscar novas metodologias de ensino nesses conteúdos, para reverter o processo de antipatia por parte dos alunos nessa disciplina e reverter o processo de ensino-aprendizagem dessa importante ciência, que sempre ocupou um lugar de destaque para as outras ciências, e para a sociedade como um todo. É diante dessa explanação que o desafio da educação intensifica-se. É preciso aceitar esse desafio para que os outros colegas de mestrado que vierem depois de nós, possam também contribuir para a construção de um modelo de educação inovadora, e que atendam aos anseios da sociedade, bem como também os parâmetros curriculares nacionais (PCNs), construindo assim uma educação que possibilite novos olhares a respostas que frequentemente recebemos de nossos alunos em sala de aula, “pra que serve isso”, em particular em Matemática para os conteúdos das funções afim e quadrática. Vamos encontrar respostas para tais perguntas, quando na medida do possível concentrarmos esforços nos cursos de formação continuada de professores e de qualificação profissional, que tende a aprimorar a formação de nós professores da educação básica.

1 A Interdisciplinaridade e a Transversalidade como aspecto pedagógico inovador

A interdisciplinaridade e a transversalidade têm sido palavras muito usadas durante a realização de encontros pedagógicos, de início de ano escolar, feito pelas Secretarias Municipais e Estaduais de Educação. Mostraremos aqui de maneira clara, simples e sucinta, o significado dessas palavras para alguns educadores. Para Norberto Etges[1], o significado de interdisciplinaridade pode ser definido da seguinte forma:

> A interdisciplinaridade é, em primeiro lugar, uma ação de transposição do saber posto na exterioridade para as estruturas internas do indivíduo, constituindo o conhecimento.

Percebemos portanto que a interdisciplinaridade garante a construção do conhecimento entre as diversas disciplinas do currículo escolar, através do estabelecimento de diálogos com os saberes, por transposição do conhecimento, para aqueles que estão em estudo.

No livro "Temas Transversais em Busca de uma Nova Escola" de Rafael Yus, (1998, p.17), encontramos a seguinte a definição de temas transversais:

> Temas transversais são um conjunto de conteúdos educativos e eixos condutores da atividade escolar que, não estando ligados a nenhuma matéria particular, pode se considerar que são comuns a todos, de forma que, mais do que criar, novas disciplinas, acha-se conveniente que seu tratamento seja transversal num currículo global da escola.

Nessa perspectiva os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) sugerem como temas transversais os seguintes temas: Ética, Meio Ambiente, Educação Sexual, Pluralidade Cultural, Saúde, Trabalho e Consumo. Podendo ser incluídos também temas locais de interesse da sociedade em que a escola está inserida, como é o caso do nosso trabalho, a Educação para o Trânsito, que pode ser acrescido como Tema Transversal no Currículo da Escola.

1.1 A importância da Matemática e da Física na Educação para o Trânsito

Integrando conteúdos da Matemática como funções afim e quadrática com a Física, e contextualizado através do tema transversal Educação para o Trânsito; buscamos

[1] ETGES, Noberto. Ciência, interdisciplinaridade. In: JANTSCH, ARI Paulo, BIANCHETTI, Lucídio (orgs). Interdisciplinaridade: Para além da filosofia do sujeito, p. 72-73.

transformar, os envolvidos no aprendizado (alunos e professores), em sujeito do processo de construção do conhecimento, colocamos a realidade e o cotidiano do aluno como elemento fundamental para a melhoria da qualidade de ensino, trazendo assim a motivação como elemento primordial ao estudo do trânsito através da integração com a matemática, dentro deste mesmo pensamento é que existe a preocupação dos Órgãos de Trânsito da União, com respeito ao tema.

Nesse sentido o Código Nacional de Trânsito no seu artigo 76, afirma:

> A educação para o trânsito será promovida na pré-escola e nas escolas de 1º, 2º e 3º graus, por meio de planejamento e ações coordenadas entre os órgãos e entidades do Sistema Nacional de Trânsito e de Educação, da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, nas respectivas áreas de atuação. Para a finalidade prevista neste artigo, o Ministério da Educação e do Desporto, mediante proposta do CONTRAN e do Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras, diretamente ou mediante convênio, promoverá:
>
> I - a adoção, em todos os níveis de ensino, de um currículo interdisciplinar com conteúdo programático sobre segurança de trânsito;
>
> II - a adoção de conteúdos relativos à educação para o trânsito nas escolas de formação para o magistério e o treinamento de professores e multiplicadores;
>
> III - a criação de corpos técnicos interprofissionais para levantamento e análise de dados estatísticos relativos ao trânsito;
>
> IV - a elaboração de planos de redução de acidentes de trânsito junto aos núcleos interdisciplinares universitários de trânsito, com vistas à integração universidades-sociedade na área de trânsito.

Diante dessas circunstâncias, vivenciamos na prática que o desenvolvimento de conteúdos da matemática em especial a função afim e quadrática, tem pouca vinculação com a prática, sobretudo em Educação para o Trânsito, tema desse trabalho. Talvez isso aconteça, em grande parte, por se ministrarem conteúdos que foram consolidados e "solidificado" no tempo, sem se atentar para a realidade sempre em constante mudança dos alunos e dos professores, e nem em descobrir o que lhes seria mais familiar ou útil no seu dia-a-dia. Ou então, porque a preocupação maior seja única e exclusivamente organizarem os conteúdos com a finalidade única de preparar o aluno para o ingresso no ensino superior, através da avaliação tradicional (vestibular), ou outras formas tradicionais de avaliação, mudando completamente o foco e os objetivos do ensino, que é o conhecimento como acesso à cidadania, como forma de obter uma melhor visão do mundo.

É nesse sentido que temos a seguinte proposta de Ensino da Matemática, dentro dos conteúdos supracitados.

Acontecimento do dia-a-dia	Conceito de Matemática e Física relacionado ao trânsito
Tempo médio de reação visual do motorista	Função quadrática
Distância de reação visual	Função afim
Distância de frenagem e parada de carros e motos	Função quadrática e afim

Relação da Matemática e da Física (Interdisciplinaridade) com o Tema Transversal Educação para o Trânsito.

Matemática	Física	Trânsito
Função afim	Movimento Retilíneo Uniforme	Distância de reação visual do motorista
Função quadrática	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado	Distância de frenagem e parada de carros e motos

Portanto, diante desta proposta, tivemos a preocupação de mostrar na prática as aplicações da matemática relacionada ao trânsito, como ponto de partida de preparação dos alunos para a vida, uma vez que a matemática propicia eficientes ferramentas que permitem ao homem sintetizar, generalizar, modelar e submeter esses modelos a provas e verificações prévias, possibilitando ensaios, propiciando condições confiáveis de previsibilidade cujas aplicações e utilização cada vez mais frequente tornam a matemática imprescindível atualmente, principalmente usando as funções afim e quadrática na educação preventiva para o trânsito.

Nesse sentido a educação deve ter um compromisso na construção dos projetos individuais da vida de cada estudante em particular, pois os projetos educacionais de matemática, devem antes de tudo, integrar os estudantes na sociedade em que vive. Nessa mesma linha de pensamento Antônio Raimundo dos Santos afirma em [26] na página 50 que:

> "Deve estar claro para o pesquisador a relevância de um tema que possa dirigir-se genericamente a três beneficiários: a ciência, a sociedade e a escola."

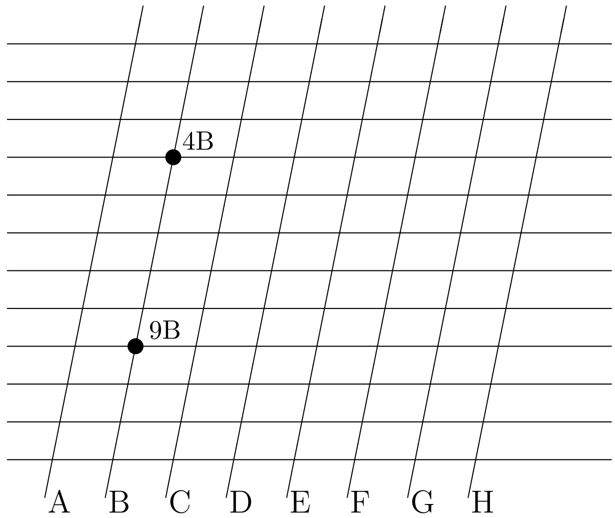
Dentro dessa mesma linha de raciocínio a Assembléia Geral da Organização das Nações Unidas no dia 02 de março de 2010, proclamou oficialmente o período de 2011 a 2020 como a Década Mundial de Ação pela Segurança no Trânsito, a fim de estimular esforços em todo o mundo para conter e reverter a tendência crescente de fatalidades e ferimentos graves em acidentes de trânsito no planeta.

Nesse mesmo sentido, o Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN) elegeu para a Semana Nacional de Trânsito no ano de 2012 o seguinte tema: "Não exceda a velocidade, preserve a vida".

1.2 Proposta de Estrutura e Organização Curricular para o Nível Médio

Representação Geométrica Curricular

1 - Biologia
2 - Educação Física
3 - Filosofia
4 - Física
5 - Geografia
6 - História
7 - Informática
8 - Lingua Estrangeira
9 - Matemática
10 - Português
11 - Química
12 - Sociologia



- Temas transversais;
  - (A) Consumo e Cidadania;
  - (B) Educação Para o Trânsito;
  - (C) Ética;
  - (D) Meio Ambiente;
  - (E) Orientação Sexual;
  - (F) Pluralidade Cultural;
  - (G) Saúde;
  - (H) Trabalho.
- Disciplinas Obrigatórias: Base Nacional Comum
  Representação: Retas horizontais paralelas
  Temas transversais: Currículo Flexível
  Representação: Retas transversais paralelas
- Interdisciplinaridade: Trabalhar conteúdos paralelamente

- Transdiciplinaridade: Pontos, que são interseções das disciplinas com os temas transversais.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o Ensino Médio, o estudo da Matemática e da Física deve ser pautado pela interdisciplinaridade e contextualização, portanto, o ensino em um novo modelo atual, deve ser objetivado primeiramente para tornar o aluno consciente de sua cidadania através de situações do seu cotidiano, transformando estes em multiplicadores de conhecimento, e em especial, como no nosso caso, usando a proposta citada, Educação para o Trânsito como Tema Transversal; lembrando que nem sempre o aluno do ensino médio, chegará ao ensino superior, optando por exemplo pelo acesso ao estudo técnico profissionalizante ou entrando no mercado de trabalho e cessando seus estudos.

Esta Proposta de Estrutura e Organização Curricular para o Nível Médio, proporciona conhecimentos sobre o trânsito através do estudo das funções afim e quadrática de forma contextualizada, interdisciplinar e transdisciplinar através do currículo escolar, já que fora elaborado para inserir uma boa seleção de conteúdos, que precisam ser enfatizados através da teoria e da prática. Pode ser que, como cidadãos comuns, nossos alunos não sejam necessariamente usuários práticos de conteúdos matemáticos em seus cotidianos, mas o processo de construção desses conhecimentos poderá no mínimo prepará-los para compreender melhor o mundo que o cerca, e assim contribuir para torná-los cidadãos conscientes de seus direitos, deveres e responsabilidades. Essa organização deve cuidar dos conteúdos mínimos da Base Nacional Comum, assim como fazer algumas indicações sobre possíveis temas transversais que podem compor a parte do currículo flexível, a ser organizado em cada unidade escolar, podendo ser de aprofundamento ou direcionar-se para as necessidades e interesses da escola e da comunidade em que está inserida.

A expressão “ Transversalidade ” contempla uma abordagem atravessada (transversal) nas disciplinas curriculares frente a temas de relevância social para a vida em sociedade, ou seja, devem estar diretamente relacionadas com processos vivenciados pelos alunos, professores e a sociedade como um todo. A tudo isso se destaca também que o ensino de Matemática esta passando por varias mudanças de caráter didático, metodológico e curricular, haja vista o pouco interesse dos alunos pela disciplina e as baixíssimas notas dos mesmos referente às avaliações de nível nacional, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Assim, os temas transversais já definidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e outros definidos pela comunidade escolar, entra como uma perspectiva de melhoria na qualidade de vida das pessoas.

1.3 Alternativa metodológica para o ensino da Matemática através de problemas contextualizados

Muitas vezes, nós professores de matemática, ouvimos a seguinte pergunta: " para que serve isto?", referente a algum conteúdo de matemática, o que gera constrangimento para o professor e certo desinteresse por parte do aluno, nesse sentido deve-se pensar a matemática com a tarefa de fazer com que os alunos encontrem desafios e soluções para problemas que encontramos em nossas vidas.

As dificuldades encontradas por nós professores de matemática da educação básica que é visível aos olhos de todos, vem sendo amplamente discutida, principalmente no que se refere a situações da vida cotidiana, uma vez que a matemática é considerada uma disciplina difícil para os alunos e de pouca aplicabilidade em suas vidas.

Adotando-se os valores e princípios que norteiam a proposta das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e a maneira como nossas práticas educativas devem ser desenvolvidas, principalmente no ensino da Matemática, foram elaboradas abordagens metodológicas que privilegiam a construção do conhecimento por meio de competências e habilidades para os alunos do ensino médio. Diante disso, nossa prática educativa deve ser elaborada na perspectiva do ensino de competências e habilidades e exige de nós professores, um repensar sobre a educação escolar. Em recente entrevista concedida à revista Nova Escola, o sociólogo suíço, Philippe PERRENOUD [2], ao responder à questão: O que o professor deve fazer para modificar sua prática? Disse:

> Para desenvolver competências é preciso, antes de tudo, trabalhar por resolução de problemas e por projetos, propor tarefas complexas e desafios que incitem os alunos a mobilizar seus conhecimentos e, em certa medida, completá-los. Isso pressupõe uma pedagogia ativa, cooperativa, aberta para a cidade ou para o bairro, seja na zona urbana ou rural. Os professores devem parar de pensar que dar o curso é o cerne da profissão. Ensinar, hoje, deveria ser conceber, encaixar e regular situações de aprendizagem, seguindo os princípios pedagógicos ativos construtivistas. Para os adeptos dessa visão interativa da aprendizagem, trabalhar no desenvolvimento de competências não é uma ruptura. O obstáculo está mais encima: como levar os professores, habituados a cumprir rotinas, a pensar sua profissão? Eles não desenvolverão competências se não se perceberem como organizadas de situações didáticas e de atividades que tenham sentido para os alunos, envolvendo-os e, ao mesmo tempo, gerando aprendizagens fundamentais.

Então diante do que foi dito, nossa preocupação com o ensino vem de encontro com o que diz PERRENOUD. Portanto é visível aos olhos de todos, que nossa prática de ensino atual que produzimos, não tem envolvido os nossos alunos, e muitas vezes até nós mesmos professores.

[2] Construindo competências. Nova Escola. São Paulo. P.18-20, set. 2000. P.19

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) constituem que há de novo na concepção de ensino para mudar a forma de como os conteúdos são ensinados em nossas escolas. Portanto, esses métodos de ensino propiciam um trabalho mais atrativo por parte do aluno, pois para que a matemática tenha significado para o mesmo, a contextualização do conhecimento cria condições para uma aprendizagem motivadora, que leva o aluno a superar o distanciamento entre os conteúdos estudados e a experiência vivida por eles através do dia-a-dia, estabelecendo portanto, relações entre a matemática e as outras disciplinas. Com este objetivo, é que tivemos a ideia de fazer um trabalho diferenciado, mostrando situações matemáticas na prática, como veremos mais adiante.

Admitindo-se que a prática educativa atual que produzimos, não tem evoluído e envolvido os nossos alunos, onde a educação básica (fundamental e média) está em constante crise, e onde mudanças que tornam os alunos ativos no processo de ensino e aprendizagem se faz necessário; é com isso que nossa metodologia está alicerçada e amparada, nas bases legais citadas.

É importante ressaltar que este trabalho consiste em analisar a importância de se educar para o trânsito, desde as séries iniciais do ensino médio, criando oportunidade de desenvolvimento da cidadania entre os jovens, sabendo que os mesmos podem ser multiplicadores desse conhecimento para toda a sociedade; nesse sentido devemos pensar a matemática como a tarefa de fazer com que os alunos encontrem desafios e soluções para problemas que encontramos em nossa vida. Nessa perspectiva é importante esclarecer também que, embora seja comum a ideia de que contextualizar é simplesmente utilizar exemplos do cotidiano do aluno para resolução de problemas, está equivocada a proposta de que todos os conteúdos devem ser necessariamente contextualizados no momento em que estão sendo ensinado e os que não são, sejam rotulados como não fazendo parte do dia e a dia do alunado.

2 Função Afim e Função Quadrática

2.1 Função Afim

Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se função afim quando existem constantes a e $b \in \mathbb{R}$, tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. O número a é chamado de coeficiente angular e o número b é chamado de coeficiente linear.

Chama-se zero da função afim $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, o número real x tal que $f(x) = 0$.

Temos:

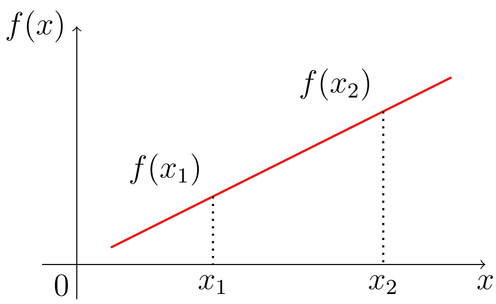
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = (-b)/a$$

Então, o zero da função$f(x) = ax + b$ é a solução da equação do 1° grau $ax + b = 0$, ou seja, $x = (-b)/a$.

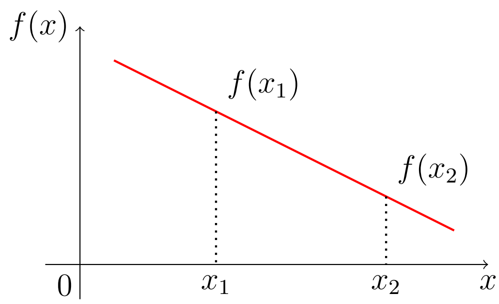
A função afim $f(x) = ax + b$ é crescente quando o coeficiente de x é positivo ($a > 0$); e decrescente quando o coeficiente de x é negativo ($a < 0$). Justificativa:

- Para $a > 0$: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$. Daí, $ax_1 + b < ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) < f(x_2)$;
- Para $a < 0$: se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$. Daí, $ax_1 + b > ax_2 + b$, de onde vem $f(x_1) > f(x_2)$.

Interpretação Geométrica



f é crescente quando $a > 0$



f é decrescente quando $a < 0$

2.2 Função Quadrática

Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se quadrática, quando existem números reais a, b e c com $a \neq 0$ tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

O gráfico de uma função quadrática, $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é uma curva chamada parábola.

Chama-se zeros da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c, \neq 0$, os números reais x tais que $f(x) = 0$. Então os zeros da função $f(x) = ax^2+bx+c$, são as soluções da equação do 2° grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada formula de Bháskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Temos:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

A fórmula de Bháskara é obtida da seguinte forma.

1° **passo:** multiplicar ambos os membros por $4a$

$$(4a) \cdot (ax^2 + bx + c) = (4a) \cdot 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

2° **passo:** somando-se $4ac$ aos dois membros

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac.$$

3° **passo:** adicionar b^2 aos dois membros

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac.$$

4° **passo:** fatorar o 1° membro

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac.$$

5° **passo:** extrair a raiz quadrada dos dois membros, obtemos

$$|2ax + b| = \sqrt{(b^2 - 4ac)}.$$

$$2ax + b = \pm\sqrt{(b^2 - 4ac)}.$$

6° **passo:** somando-se b aos dois membros

$$2ax = -b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}.$$

7° **passo:** dividir os dois membros por $2a$ $(a \neq 0)$

$$\frac{2ax}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}.$$

Assim, encontramos a fórmula resolutiva da equação do 2° grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Podemos representar as duas raízes reais por x' e x'', assim:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ e } x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4ac$, chamado discriminante. Como

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ \text{ou} \\ x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}. \end{cases}$$

Temos:

- quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando Δ é zero, há só uma raiz real (ou uma raiz dupla);
- quando Δ é negativo, não há raiz real.

Logo, a soma das raízes fica sendo:

$$x' + x'' = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right) + \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \frac{-2b}{2a} = \frac{(-b)}{a}.$$

E o produto:

$$\begin{aligned} x' \cdot x'' &= \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \\ &= \frac{(-b)^2 - \sqrt{\Delta}^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}. \end{aligned}$$

Coordenadas do vértice: Encontraremos agora as coordenadas do vértice da função. Seja a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$. Vamos colocar a em evidência.

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

Completamos o quadrado, somando e subtraindo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$.

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right)$$
$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$
$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2 + 4ac}{4a^2}\right]$$
$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

Como os valores que estão no interior dos colchetes, representa a soma de duas parcelas, e a primeira que depende somente de x, e é sempre maior que zero, temos que a função assume valor mínimo quando

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

Esse valor é justamente a abscissa do vértice.

Podemos também determinar a ordenada do vértice (y_v), determinando $f(-b/2a)$:

Assim:

$$y_v = ax_v^2 + bx_v + c$$
$$f(x_v) = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c$$
$$f(x_v) = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$
$$f(x_v) = \frac{ab^2 - 2ab^2 + 4a^2c}{4a^2}$$
$$f(x_v) = \frac{-ab^2 + 4a^2c}{4a^2}$$
$$f(x_v) = \frac{-a(b^2 - 4ac)}{4a^2}$$
$$f(x_v) = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$
$$f(x_v) = \frac{-\Delta}{4a}$$

Encontramos estas coordenadas supondo $a > 0$. O procedimento anterior é análogo para o caso em que $a < 0$, mas neste caso a função possui um máximo. Logo, o vértice V da parábola tem as seguintes coordenadas:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

Passamos a estudar o crescimento e decrescimento da função quadrática.

Crescimento: Como $a > 0$ mostraremos que f é crescente no intervalo $[-b/(2a), \infty)$. Sejam $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ com $x_1 < x_2$ e $x_1 > -b/(2a)$ e $x_2 > -b/(2a)$. Demonstraremos que $f(x_1) < f(x_2)$. Vamos somar $b/2a$ a ambos os membros da inequação $x_1 < x_2$:

$$x_1 + \frac{b}{2a} < x_2 + \frac{b}{2a}$$

Já que $x_1, x_2 > (-b)/2a$, então $x_1 + b/2a > 0$ e $x_2 + b/2a > 0$. Elevando ambos os membros da inequação ao quadrado,

$$\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 < \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2.$$

Subtraindo $(b^2 - 4ac)/4a^2$ a ambos os membros da inequação.

$$\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} < \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Multiplicando por a, com $a > 0$, ambos os membros da inequação.

$$a\left[\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] < a\left[\left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

Logo, f é crescente.

Decrescimento: Suponha agora que $x_1 < x_2$ e que $x_1 < -b/(2a)$ e $x_2 < -b/(2a)$. Demostraremos que $f(x_1) > f(x_2)$. Como

$$x_1 < x_2.$$

Somando $b/2a$ a ambos os membros da inequação.

$$x_1 + \frac{b}{2a} < x_2 + \frac{b}{2a}.$$

Como $x_1, x_2 < (-b)/2a$ então $x_1 + b/2a < 0$ e $x_2 + b/2a < 0$ Elevando ambos os membros da inequação ao quadrado.

$$\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 > \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2.$$

O sinal da desigualdade se inverteu, porque ambos os membros da desigualdade são negativos. Subtraindo $(b^2 - 4ac)/4a^2$, a ambos os membros da inequação, temos:

$$\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} > \left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

Como $a > 0$ multiplicando por a, ambos os membros da desigualdade acima. Obtemos:

$$a\left[\left(x_1 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] > a\left[\left(x_2 + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

$$f(x_1) > f(x_2).$$

Quando $a < 0$ a análise é análoga.

3 A Importância das Aplicações da Matemática e da Física na Educação para o Trânsito

A integração das disciplinas de Matemática e Física em torno de um tema comum (transversal) de Educação para o Trânsito, é necessário e visível aos olhos de todos. Diante disso, o conhecimento necessário para se realizar um trabalho interdisciplinar, assume seu objetivo central, de possibilitar ao aluno, a inter-ligação do que se estuda em sala de aula, e o mundo que está à sua volta. Um exemplo do que vamos mostrar nesse capítulo é a situação de se parar um carro numa situação de emergência, dando-se ênfase ao tempo médio de reação visual de uma pessoa, o coeficiente de atrito pneus/pavimento e consequentemente a desaceleração do carro.

Considerando que tanto as disciplinas de Matemática, quanto a de Física, são as que apresentam maior índice de rejeição e reprovação no currículo escolar, e também, pela experiência escolar que temos na formação continuada de professores, entendemos que os docentes encontram dificuldades de se trabalhar os conteúdos de forma contextualizada e interdisciplinar. Portanto é diante disso, que vamos mostrar uma alternativa metodológica de ensino que tem como tema: Aplicações das Funções Afim e Quadrática na Educação para o Trânsito, e nesse sentido vamos mostrar a importância das referidas disciplinas.

Hoje, é notório a visão dos Educadores Dewey e Anísio Teixeira, que "Educação é Vida". A Escola deve participar ativamente da vida social de uma comunidade. Assim sendo, considera-se a contínua e constante transformação social, o conceito de currículo não se poderia ater a uma listagem de matérias que, sendo fixa, não atenderia às novas e crescentes dificuldades que o homem precisa aprender a ultrapassar para viver melhor de acordo com as mudanças que se vão operando na nossa sociedade.

Antes de passarmos para os problemas práticos, faremos um breve estudo sobre alguns conceitos de física que serão utilizados.

3.1 Tempo Médio de Reação Visual de uma Pessoa

O tempo médio de reação visual de uma pessoa é descrito nos livros de física do Ensino Médio da seguinte forma: é o tempo que uma pessoa demora para reagir a um estimulo visual, ou seja, é o tempo que o cérebro necessita para processar as informações que está recebendo pelos olhos e definir uma ação.

Vamos examinar uma experiência, e construir uma função obtida a partir do movimento retilíneo uniformemente acelerado para a queda livre dos corpos, e mostrar que esta pode ser usada para calcular o tempo médio de reação visual de uma pessoa.

O Livro de Física de Máximo e Alvarenga (volume único), apresenta a maneira de se medir o tempo médio de reação visual de uma pessoa, com relativa facilidade, realizando a seguinte experiência:

Experiência

1. Mantenha uma régua (com cerca de 30cm) suspensa verticalmente, segurando-a entre os seus dedos pela extremidade superior, de modo que o zero da régua esteja situado na extremidade inferior.

2. Peça a seu colega para colocar os dados de sua mão próximos do zero da régua, sem tocá-la, mas pronto para segurá-la quando perceber que você abandonou a régua, deixando-a cair.

3. Sem aviso prévio, abandone a régua. Seu colega deve procurar segurá-lo o mais rapidamente possível. Observando a posição onde ele conseguiu segurar a régua, você terá a distância que ela percorreu durante a queda, correspondente ao tempo de reação de seu colega. Usando essa medida e a tabela abaixo determine o tempo de reação do colega. Compare o resultado com os tempos de reação de outras pessoas. Este tempo varia muito de uma pessoa para outra? (Os valores da tabela foram obtidos usando-se a equação $d = gt^2/2$)

Distância percorrida em queda livre	5cm	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm
Tempo de queda	0,10s	0,14s	0,17s	0,20s	0,22s	0,24s

Demonstração (Análise Física)

A Função Horária de $S = f(t)$, para o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), e em especial para a Queda Livre dos Corpos é:

$$s(t) = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2.$$

Chamando $s(t) = d(t)$ e $s_0 = d_0$ teremos:

$$d(t) = d_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2.$$

Como $g = 9,8m/s^2 = 980cm/s^2$, então a função fica sendo:

$$d(t) = d_0 + v_0t + \frac{1}{2}980t^2 \tag{3.1}$$

$$d(t) = d_0 + v_0t + 490t^2 \tag{3.2}$$

Como a régua encontra-se inicialmente parada, devemos ter $v_0 = 0$, ou seja, velocidade inicial da régua igual a zero. Logo,

$$d(t) = d_0 + 490t^2.$$

Como os dedos da mão do garoto se encontram próximos do zero da régua, devemos ter, $d_0 = 0$.

$$d(t) = 490t^2.$$

Vamos agora retirar o valor de t, em função de d.

$$\begin{aligned} d(t) &= 490t^2 \therefore \\ t^2 &= \frac{d(t)}{490} \therefore \\ t(d) &= \sqrt{\frac{d}{490}}. \end{aligned}$$

$t(d)$: Tempo que a pessoa reage e segura a régua (Tempo de Reação Visual da Pessoa em Segundos);

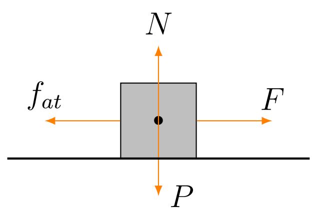
d: Espaço percorrido pela régua em centímetros.

Em [11] é citado que a distância de reação visual do motorista é dada por $d = v/10$, onde v é a velocidade que o veículo está em quilômetros por hora e d a distância percorrida em metros. Ou seja, os autores supra citados estão considerando o tempo médio de reação visual de uma pessoa em $0,36$s, pois, a distância de reação visual do motorista é dada por $d = vt$, onde t é o tempo de reação em segundo e v é a velocidade do veículo em m/s. Dividindo por 3,6 a velocidade nesta equação, encontramos $d = \frac{vt}{3{,}6}$, mas agora com a distância em metros e a velocidade em quilômetros por hora. Igualando as duas equações temos:

$$\begin{aligned} \frac{vt}{3,6} &= \frac{v}{10} \therefore \\ \frac{t}{3,6} &= \frac{1}{10} \therefore \\ t &= \frac{3,6}{10} \therefore \\ t &= 0,36s. \end{aligned}$$

3.2 Forças de Atrito e Coeficientes de Atrito de Veículos em Repouso e em Movimento

Um corpo de massa m se encontra parado sobre um plano horizontal. Quando aplicamos uma força F paralela ao plano, verificamos a existência de uma força de resistência ao movimento que se dá devido a rugosidades entre as superfícies de contato. Esta força atua em sentido contrário ao deslocamento do corpo, conforme ilustra a figura abaixo.



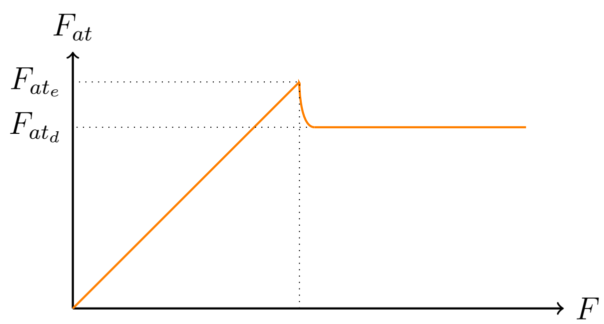
N : Reação Normal ao Plano de Apoio;

P : Força Peso;

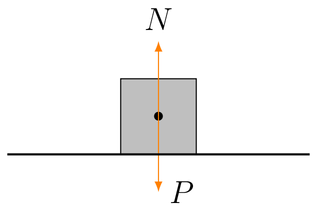
F : Força Aplicada ao Plano;

f_{at} : Força de Atrito.

Se aumentarmos gradativamente o valor da força F, verificamos que em um determinado instante o corpo vai começar a se movimentar, e a força de resistência é superada, sendo reduzida logo em seguida; a essa força de resistência que age sobre o corpo quando o mesmo está parado, chamamos de *força de atrito estático*, e a força de resistência que atua no corpo quando ele está em movimento, chamamos de *força de atrito dinâmico*, conforme ilustra o gráfico abaixo.



Se o corpo estiver parado sobre o plano horizontal, e não existir movimento do mesmo, não haverá atrito entre o corpo e a superfície de contato, ou seja, $f_{at} = 0$. Figura Ilustrativa



Coeficiente de Atrito Estático

Vamos analisar agora, essa constante de proporcionalidade entre as grandezas, força de atrito e reação normal ao plano de apoio, chamado coeficiente de atrito.

Em [1] verificou-se experimentalmente que a força de atrito estática é proporcional ao módulo da reação normal de superfície sobre o bloco ($f_{at_e} \propto N$). Este resultado indica que, quanto mais comprimido estiver o bloco sobre a superfície (maior valor de N), maior será o valor de f_{at_e} (força de atrito estática).

A relação $f_{at_e} \propto N$, pode ser transformada numa igualdade, introduzindo uma constante de proporcionalidade, denominada coeficiente de atrito estático, representada pela letra grega mi(μ). Então, temos:

$$f_{at_e} = \mu_e N$$

O valor do coeficiente de atrito é adimensional, ou seja, não tem unidade, depende da característica dos corpos que estão em contato, dependendo de suas rugosidades, da existência de líquidos entre as superfícies, lubrificação, temperatura, etc.

Coeficiente de Atrito Dinâmico

A força de atrito dinâmico, que atua sobre um corpo em movimento também é proporcional ao módulo da reação normal.

$$f_{atd} = \mu_d N$$

A constante de proporcionalidade μ_d, chama-se coeficiente de atrito dinâmico, o valor desse coeficiente de atrito também depende da existência de rugosidades dos corpos em contato, da existência de líquidos entre as superfícies, lubrificação, temperatura, etc; portanto, tem as mesmas características do coeficiente de atrito dinâmico. Para as mesmas superfícies, temos $\mu_e > \mu_d$.

A tabela abaixo obtida em [18], apresenta alguns valores de coeficiente de atrito estáticos e dinâmicos, no que diz respeito ao contato dos pneus da moto com as diferentes superfícies de contato.

ALGUNS COEFICIENTES DE ATRITO		
Superfícies	Estático	Dinâmico
Asfalto Rugoso (seco)	0,9	0,7
Asfalto Rugoso (molhado)	0,7	0,5
Asfalto Liso (seco)	0,8	0,6
Asfalto Liso (molhado)	0,6	0,4
Concreto (seco)	0,8	0,5
Concreto (molhado)	0,3	0,25
Terra	0,5	0,3
Gelo	0,1	0,03

Estes valores de coeficientes de atrito, são obtidos de maneira experimental, em condições de testes que a própria revista especifica, como: temperatura média da pista, pressão atmosférica, altitude, umidade relativa do ar e hodômetro do veículo.

3.3 Modelagem de um Problema de Frenagem

Nas Revistas Especializadas em Carros como Quatro Rodas e 0 km, geralmente trazem, quando do lançamento de veículos, o teste de frenagem que relaciona a velocidade instantânea do veículo em quilômetros por hora (km/h), com a sua distância de frenagem em metros (m).

Esses testes são realizados em condições próximas às ideais, ou seja, os veículos estão em bom estado de conservação dos seus freios e pneus, o pavimento é do tipo asfalto liso, a pista é seca e o local onde o teste é feito é um plano horizontal.

O quadro abaixo mostra o teste de frenagem feito pela Revista Quatro Rodas para o Ford Fiesta CLX 1.3, obtido da Revista Quatro Rodas - Agosto de 1996.

FRENAGEM	
VELOCIDADE (km/h)	DISTÂNCIA(m)
60 a 0	$d_1 = 16,5$
80 a 0	$d_2 = 29,4$
100 a 0	$d_3 = 46,1$
120 a 0	$d_4 = 66,3$

Como a variação de velocidade na tabela acima é sempre de 20 km/h, se a função afim modelasse o problema, deveríamos ter uma mesma variação entre as distâncias. Observe que $\Delta_1 = d_2 - d_1 = 29,4 - 16,5 = 12,9$, enquanto $\Delta_2 = d_3 - d_2 = 46,1 - 29,4 = 16,7$ e $\Delta_3 = d_4 - d_3 = 66,3 - 46,1 = 20,2$. Como estas variação não são constantes, podemos concluir que esses valores não podem ser modelados por uma função afim.

Vamos encontrar as diferenças entre estas variações: $\Delta_2 - \Delta_1$ e $\Delta_3 - \Delta_2$, e verificar se é sempre constante. Temos que: $\Delta_2 - \Delta_1 = 16,7 - 12,9 = 3,8$ e $\Delta_3 - \Delta_2 = 20,2 - 16,7 = 3,5$.

Como estas variações são muito próximas, esse problema pode ser modelado por uma função quadrática. Encontraremos essa função usando os três primeiros pontos da tabela inicial, ou seja, (60; 16,5), (80; 29,4) e (100; 46,1) e substituir esses pontos no valor da função $d(v) = av^2 + bv + c$. Em seguida, construindo e resolvendo o sistema, determinamos as soluções: $a = 0,00475$; $b = -0,02$ e $c = 0,6$. Portanto, a função quadrática que modela esta situação fica sendo:

$$d(v) = 0,00475v^2 - 0,02v + 0,6.$$

Reescrevendo temos:

$$d(v) = \frac{v^2}{210} - \frac{v}{50} + \frac{3}{5}$$

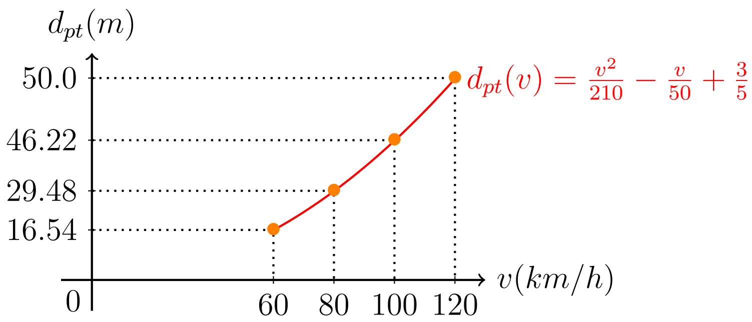
Encontraremos os valores da distância de frenagem a partir da função d para comparar com os valores reais, obtidos do quadro inicial.

Velocidade (km/h)	60	80	100	120
$d(v) = \frac{v^2}{210} - \frac{v}{50} + \frac{3}{5}$	16,54	29,48	46,22	66,77

Verificamos portanto, que esses valores de distância de frenagem para a função modelada estão muitos próximos do valor de distância da tabela inicial.

Gráfico de Função Modelada no Intervalo de [60, 120]

Figura 1 – Gráfico referente ao quadro acima



3.4 Análise Geral da Situação de Frenagem e Parada Total de um Carro no Plano Horizontal

Vamos analisar a situação em que um motorista precisa parar um carro numa situação de emergência, considerando que o carro se encontra em bom estado de conservação e com boa qualidade no sistema de freios. Sabemos que a distância de parada total é igual à soma da distância de reação visual do motorista, com a distância de frenagem.

$$d_{pt} = d_1 + d_2$$

Onde:

d_{pt} : distância de parada total do carro;

d_1 : distância de reação visual do motorista;

d_2 : distância de frenagem do carro.

Primeira Situação: Distância de Reação Visual do Motorista.

A distância de reação visual do motorista, é aquela que o veículo percorre desde o instante em que o motorista vê um obstáculo ou uma situação de perigo, até o momento em que efetivamente pisa no freio. O tempo médio de reação visual de uma pessoa com bom estado de saúde, físico, mental e psicológico, pode variar de 0,2 a 0,7s; ou seja, durante esse tempo, o veículo se movimenta com velocidade praticamente constante. Assumiremos que uma pessoa que tem uma reação visual média de 0,36s. Vamos encontrar através da função do movimento retilíneo uniforme (MRU), o valor da distância de reação visual do motorista (d_1) em metros em função da velocidade instantânea do carro em quilômetros por hora. A Função do Movimento Retilíneo Uniforme é: $s = s_0 + vt$. Denotando $s = d_1$ e observando que $s_0 = 0$; temos

$$d_1 = v \cdot t \therefore d_1 = v \cdot 0,36 \therefore v = \frac{d_1}{0,36}.$$

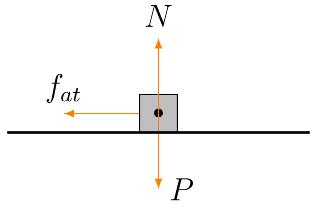
Como queremos o valor da velocidade em km/h, devemos multiplicar o segundo membro da equação por 3,6.

$$v = \frac{d_1}{0,36} \times 3,6 \therefore v = 10d_1 \therefore d_1 = \frac{v}{10}.$$

Segunda Situação: Distância de Frenagem do Veículo

A distância de frenagem é aquela que o veículo percorre a partir do momento que o motorista pisa no freio, até a sua parada. Consideramos que o carro tenha coeficiente de atrito pneus/pavimento (μ) e que a aceleração da gravidade (g) seja de 9,8m/s^2. Vamos encontrar através da Segunda Lei de Newton, o valor da desaceleração, que denotaremos por a, em função do coeficiente de atrito (μ). Logo em seguida, através da Equação de Torricelli, encontraremos o valor da distância de frenagem (d_2) em metros, em função da velocidade instantânea do carro em quilômetros por hora e do coeficiente de atrito μ.

Forças que atuam no carro durante a frenagem:



Do diagrama, verificamos que a força normal e a força peso possuem o mesmo módulo($N = P$), e que a força de atrito atua em sentido contrário ao movimento do corpo no plano horizontal, sendo a única que atua nesse sentido. Portanto, durante a frenagem do carro no plano horizontal, a força de atrito é a resultante das forças do sistema. Daí, pela 2ª Lei de Newton, temos:

$$-f_{at} = ma$$

Substituindo $f_{at} = \mu N$ e $N = P$, temos:

$$\begin{aligned} -\mu N &= ma \\ -\mu P &= ma \\ -\mu mg &= ma \\ a &= -9,8\mu m/s^2 \end{aligned}$$

A Equação de Torricelli, para o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) é $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$.

Chamando $\Delta S = d_2$, temos: $v^2 = v_0^2 + 2ad_2$.
Como $v = 0$ e $a = -9,8\mu m/s^2$, teremos

$$\begin{aligned} 0^2 &= v_0^2 + 2(-9,8\mu)d_2 \\ 19,6\mu d_2 &= v_0^2 \\ v_0 &= \sqrt{19,6\mu d_2} \end{aligned}$$

Multiplicaremos o segundo membro da equação por 3,6, pois queremos a velocidade em km/h:

$$\begin{aligned} v_0 &= 3,6\sqrt{19,6\mu d_2} \therefore \\ v_0^2 &= 12,96 \times 19,6\mu d_2 \\ d_2 &= \frac{v_0^2}{254\mu} \end{aligned}$$

Portanto, a distância de parada total será:

$$d_{pt} = d_1 + d_2$$

$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v_0^2}{254\mu}$$

Como $v_0 = v$, pois a velocidade inicial no movimento retilíneo uniformemente variado é igual à velocidade no movimento retilíneo uniforme, temos finalmente que:

$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v^2}{254\mu}$$

d_{pt}: distância de parada total do carro em metros (m);

v: velocidade instantânea do carro em quilômetros por hora (km/h) ;

μ: coeficiente de atrito dos pneus com o pavimento.

Portanto, a distância de parada total do carro, é função quadrática da sua velocidade instantânea, uma vez que o coeficiente de atrito pneus/pavimento deve ser dado de forma direta ou indireta no problema.

Resumiremos na tabela abaixo, os conteúdos entrelaçados através de uma ação interdisciplinar entre a matemática e a física, contextualizado através do Tema Transversal Educação para o Trânsito, com relação ao caso geral de parada total de carros.

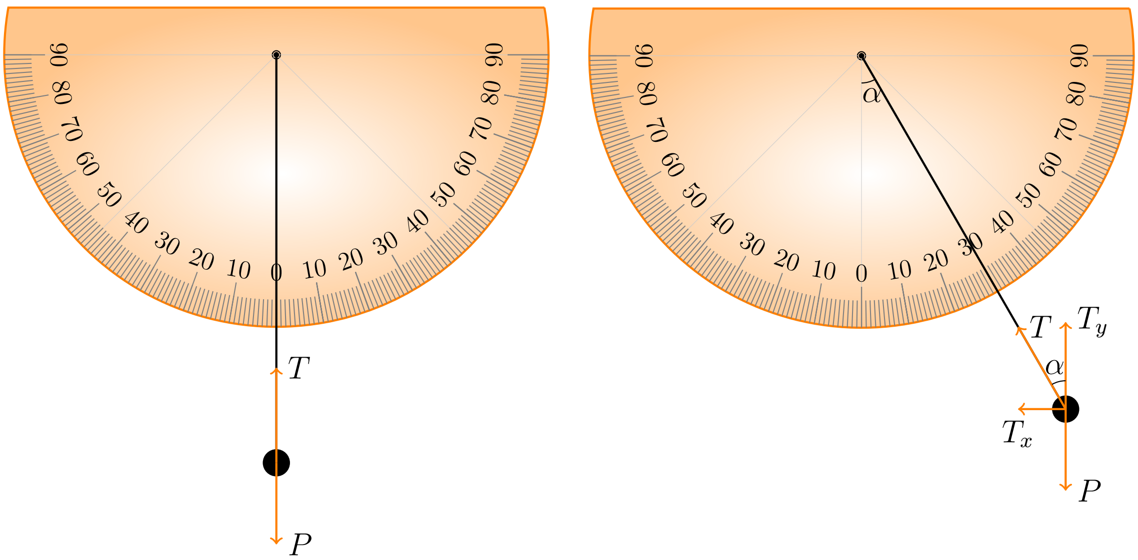
Acontecimento do Cotidiano Ligado ao Trânsito	Conteúdo Matemático a Ser Abordado	Conteúdo Físico a Ser Abordado
Tempo Médio de Reação Visual do Motorista	Função Quadrática	Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado e Queda Livre dos Corpos
Distância de Reação Visual do Motorista	Função Afim	Movimento Retilíneo Uniforme
Frenagem do Veículo até a sua Parada	Função Quadrática	2ª lei de Newton e Equação de Torricelli
Distância de Parada Total de um Veículo	Função Afim e Função Quadrática	Movimento Retilíneo Uniforme, 2ª Lei de Newton e Equação de Torricelli

Uso do Inclinômetro de Pêndulo na Frenagem no Plano Horizontal

O Inclinômetro de Pêndulo é um instrumento que serve para medir ângulos em planos inclinados. Dentro de um carro durante uma frenagem, ele pode ser usado como um acelerômetro, ou seja, pode-se determinar a desaceleração do carro e consequentemente o coeficiente de atrito dos pneus do carro com o pavimento.

Em um veículo que se encontra em movimento retilíneo uniforme (MRU), o pêndulo sofre as forças descritas na figura 1. Ao aplicarmos uma força de desaceleração ao veículo (frenagem) no momento inicial a esfera tende a continuar em movimento retilíneo uniforme (MRU), no entanto, o ponto de apoio do pêndulo onde se encontra o prego que sustenta o fio, inicia o movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), ao mesmo tempo que o veículo, provocando um pequeno deslocamento relativo entre o ponto de apoio onde se localiza o prego e a esfera, gera um ângulo de medida alfa (α) entre o fio do pêndulo e o eixo vertical conforme a figura 2. Não iremos analisar a trajetória, e as forças que atuam na esfera, entre o instante inicial da frenagem e o momento em que o fio faz o ângulo alfa (α), pois o tempo em que isto ocorre é desprezível, ou seja, muito pequeno.

Diagrama de Forças Atuando no Pêndulo, durante o movimento retilíneo uniforme (MRU), e durante uma frenagem até a parada, para um referencial inercial.



T : Representa o Módulo da Força de Tração em Newton (N);

T_x :Representa o Módulo da Componente de Tração no Eixo x em Newton (N);

T_y : Representa o Módulo da Componente de Tração no Eixo y em Newton (N);

P : Representa o Módulo da Força Peso em Newton (N).

A figura 2 mostra o inclinômetro dentro do carro que se desloca para a direita e que sofre uma desaceleração a, num local onde a gravidade vale g. No seu interior, o pêndulo do inclinômetro se mantém em repouso em relação ao carro, com uma inclinação alfa (α) com relação a vertical.

Assim do ponto de vista de um referencial inicial fixo ao solo, a esfera do pêndulo descreve uma trajetória retilínea horizontal, compartilhando da mesma desaceleração do carro, graças à componente T_x da tração que age sobre ela.

Vamos inicialmente decompor na figura 2, a força de Tração nos eixos x e y.

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{T_x}{T} \Rightarrow T_x = T\operatorname{sen}\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{T_y}{T} \Rightarrow T_y = T\cos\alpha$$

Como na horizontal à componente de Tração T_x é a própria resultante das forças que atua no pêndulo; temos pela segunda Lei de Newton que $F_r = ma \Rightarrow -T_x = ma$. Assim:

$$T\operatorname{sen}\alpha = ma \tag{3.3}$$

Como a esfera não apresenta aceleração vertical, as forças devem se equilibrar mutuamente nessa direção, ou seja, haverá um equilíbrio na vertical, portanto teremos que $T_y = P$ e daí:

$$T\cos\alpha = mg \tag{3.4}$$

Dividindo-se a 3.3 pela 3.4; temos:

$$\frac{-T\operatorname{sen}\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{-a}{g}$$

Verificando atenciosamente, observamos:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-a}{g} = \mu.$$

Obs.: Para um ângulo de medida alfa (α) máximo, implicará um coeficiente de atrito máximo.

A tangente do ângulo formado pelo inclinômetro, corresponde ao próprio coeficiente de atrito dos pneus do carro com o pavimento. Reescrevendo a equação, temos também que:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-a}{g} \Rightarrow a = -g\operatorname{tg}\alpha.$$

Portanto, podemos obter o valor da desaceleração do carro, multiplicando o valor da tangente do ângulo alfa (α) encontrado no inclinômetro, pela aceleração da gravidade, logo a desaceleração do carro vai depender única e exclusivamente do ângulo formado no inclinômetro, uma vez que a aceleração da gravidade é constante; isso significa que o ângulo independe da massa da esfera do pêndulo.

Analisaremos agora o seguinte problema que se encontra em [11]. Frear um carro numa situação de emergência, citando as boas condições do automóvel e do motorista como primordiais para parar um veículo de forma segura e eficiente. Colocando a seguinte função quadrática de parada total do veículo.

$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v^2}{250}$$

Observamos que a distância de reação visual do motorista é a mesma da seção 3.3, ou seja, o motorista tem um tempo de reação visual médio de 0,36s. Para que a distância de frenagem seja a mesma nos dois casos, devemos ter o coeficiente de atrito pneus/pavimento (μ) de aproximadamente 0,984. Substituindo-se o valor do coeficiente de atrito (μ), no caso geral, para a distância de frenagem dos carros, temos que:

Caso Geral de Distância de Frenagem dos Carros

$$d_2 = \frac{v^2}{254\mu}.$$

Substituindo o valor de μ por 0,984; temos que:

$$d_2 = \frac{v^2}{254 \cdot 0,984} \therefore$$
$$d_{2t} = \frac{v^2}{250}$$

As tabelas abaixo nos mostram as distâncias percorridas pelo carro, na reação visual e na frenagem para diferentes valores de velocidade.

Reação Visual	Distância: $\frac{v}{10}$
40km/h	4m
60km/h	6m
80km/h	8m
100km/h	10m
120km/h	12m

Frenagem	Distância: $\frac{v^2}{250}$
40 a 0 km/h	6,4m
60 a 0 km/h	14,4m
80 a 0 km/h	25,6m
100 a 0 km/h	40,0m
120 a 0 km/h	57,6m

Portanto, a distância de parada total será.

$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v^2}{250},$$

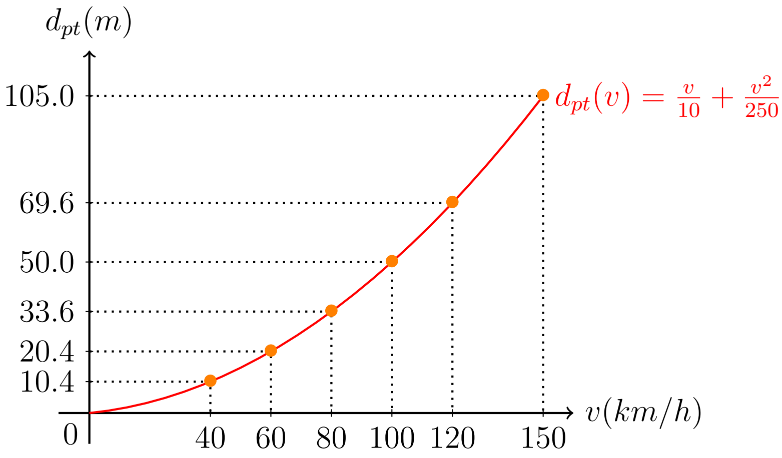
d_{pt}**:** distância de parada total em metros (m);

v**:** velocidade instantânea do carro em quilômetros por hora (km/h).

Portanto a distância de parada total do veículo é função quadrática da velocidade instantânea do veículo. A tabela abaixo nos mostrará a distância de parada total percorrida pelo carro, para diferentes valores de velocidade.

Parada Total: $d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v^2}{250}$	Distância:
40 a 0 km/h	10,4m
60 a 0 km/h	20,4m
80 a 0 km/h	33,6m
100 a 0 km/h	50,0m
120 a 0 km/h	69,6m
150 a 0 km/h	105,0m

Figura 2 – Gráfico referente a tabela acima



Se tivesse um inclinômetro de pêndulo, dentro do carro, qual ângulo o mesmo marcaria?

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \mu \\ \operatorname{tg} \alpha &= 0,984 \\ \alpha &= \arctan 0,984 \\ \alpha &= 44,5°. \end{aligned}$$

A tabela abaixo nos mostra as possibilidades de aprendizagem, através da contextualização e interdisciplinaridade referente aos conteúdos citados:

Conteúdos	Possibilidades da Aprendizagem	
	Contextualizada	Interdisciplinar
Função Afim	Compreender a distância de reação visual, como uma função afim que pode ser abordada na educação para o trânsito	Estabelecimento de diálogos por transposição de conhecimento entre os saberes matemáticos e físicos
Função Quadrática	Compreender a distância de frenagem e de parada total de carros e motos como função quadrática que pode ser abordada na educação para o trânsito	Estabelecimentos de diálogos por transposição dos conhecimentos entre os saberes matemáticos e físicos

Portanto diante do que foi mostrado podemos verificar que a Matemática e a Física podem ajudar os alunos na conscientização da educação para o trânsito, e despertar o interesse dos alunos pelas disciplinas citadas, através dos conteúdos das funções afim e quadrática. Neste ponto de vista Elon Lages Lima afirma que:

> As aplicações podem variar de emprego na vida real até as conexões com outros tópicos matemáticos. Por exemplo, o estudo das funções afim e quadrática podem ser ilustradas com aplicações físicas ou por meio de problemas geométricos.

Assim, não é preciso ir muito longe para se criar uma prática educativa de noções de educação para o trânsito, mais atuante e presente ao cotidiano do aluno. Partindo do meio em que vive, buscando situações problemas que envolvem os conteúdos de funções afim e quadrática dentro do tema transversal em questão, empolgando os alunos que se encontram inertes a tais tipos de mudanças, em virtude do longo período escolar tradicional vivido por eles na escola. Nessa mesma linha pensamento o professor Morris Kline afirma:

> Poder-se-iam ensinar as formas de racionar comumente usadas recorrendo a problemas sociais ou legais simples cuja relevância para a vida sejam mais visíveis aos estudantes.

Outra forma de melhoria da qualidade do ensino seria o professor adotar um livro didático que ajudasse na construção da nova proposta pedagógica da escola através da conceituação, manipulação e principalmente aplicações relacionadas à vida dos estudantes.

Distância de Frenagem para Alguns Veículos Conhecidos

Na tabela abaixo, apresentaremos a distância de frenagem $d_f = \frac{v^2}{254\mu}$ para alguns veículos conhecidos de épocas diferentes e veículos de mesma época, mas com sistemas de freios distintos(com e sem ABS), tendo como fonte a Revista Quatro Rodas.

Veículo	Edição	μ	Distância de Frenagem
Volkswagen Brasília LS	224	0,756	$d_f = \frac{v^2}{192}$
Ford Del Rey	553	0,787	$d_f = \frac{v^2}{200}$
Ford Eco Sport Freestyle (Sem ABS)	608	0,795	$d_f = \frac{v^2}{202}$
Volkswagen CrossFox (com ABS)	608	0,921	$d_f = \frac{v^2}{234}$

3.5 Perícia de um Acidente de Trânsito

Na aula 18 do telecurso 2000 de Matemática do segundo grau, traz um problema que foi periciado através das marcas de frenagem, quando um Fiat Uno, atropelou uma criança que distraidamente jogava bola na rua, e que o mesmo deixou uma marca de frenagem de 43 metros. Sabendo-se que o limite de velocidade na rua era de 80 quilômetros por hora, descobriu-se através da equação, que foi encontrada experimentalmente, que $v = 14,6\sqrt{c}$, na qual v representa a velocidade instantânea do veículo em quilômetros por hora, e c o comprimento das marcas de frenagem em metros. Aplicando-se o valor de c na equação, descobriu-se que o veículo vinha a uma velocidade de aproximadamente 96 quilômetros por hora, e que portanto o motorista deveria ser multado.

Demonstração da equação pericial

Caso Geral da Distância de Frenagem de um Carro:

$$d_2 = \frac{v^2}{254\mu}$$

O coeficiente de atrito médio dos pneus do Fiat Uno com o pavimento é: $\mu = 0,843$.

$$\begin{aligned} d_2 =& \frac{v^2}{254 \times 0,843} \\ d_2 =& \frac{v^2}{214,122}. \end{aligned}$$

Temos então que:

$$\begin{aligned} v^2 =& 214,122 d_2 \\ v =& 14,6\sqrt{d_2}. \end{aligned}$$

Chame d_2 de c:

$$v = 14,6\sqrt{c}$$

v : velocidade instantânea do carro em quilômetros por hora (km/h);

c : comprimento das marcas de frenagem em metros (m).

Como o comprimento das marcas de frenagem do carro foi de 43 m, obtemos:

$$v = 14,6\sqrt{c} \Rightarrow v = 14,6 \cdot \sqrt{43} \Rightarrow v \approx 96\,\text{km/h}.$$

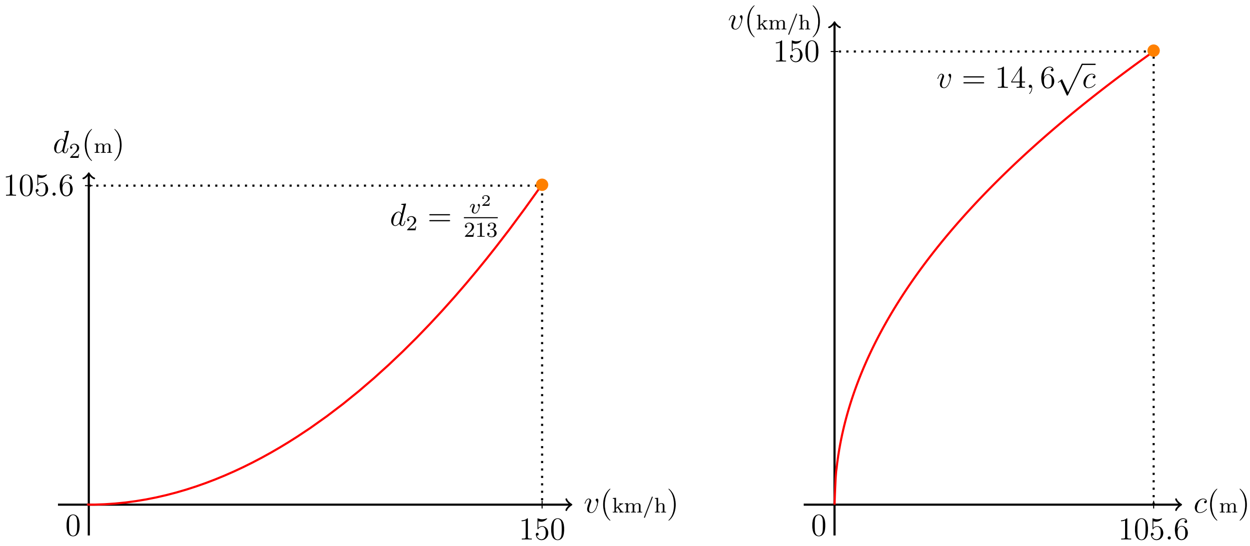
Se trocarmos o valor de c por d_2, temos que:

$$v = 14,6\sqrt{d_2} \Rightarrow v^2 = (14,6 \cdot \sqrt{d_2})^2 \Rightarrow v^2 = 213d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{v^2}{213}.$$

Observações:

- pelo valor do coeficiente de atrito médio, os pneus do carro estavam em bom estado de conservação;
- a frenagem se dá no plano horizontal;
- o carro não possui freios ABS, pois houve travamento dos pneus.

Figura 3 – Gráfico



Observação:
Os gráficos são limitados porque a velocidade do carro é finita no plano horizontal.

O gráfico 1 representa a distância de frenagem (d_2) em metros (m), em função da velocidade (v) em quilômetros por hora (km/h).

O gráfico 2 representa a velocidade (v) em quilômetros por hora (km/h) em função da distância de frenagem (d_2) em metros (m).

Se tivesse um inclinômetro de pêndulo, dentro do carro, qual ângulo o mesmo marcaria?

$$
\begin{aligned}
\operatorname{tg}\alpha &= \mu \therefore \\
\operatorname{tg}\alpha &= 0,843 \\
\alpha &= \arctan 0,843 \\
\alpha &\approx 40^\circ
\end{aligned}
$$

O Freio ABS

O fato de o coeficiente de atrito estático (μ_e) ser maior que o dinâmico (μ_d) implica num fator de segurança para os veículos. Imagine que um automóvel, deslocando-se com velocidade v_0 numa pista horizontal, seja freado. Se as quatro rodas forem travadas o coeficiente de atrito é o dinâmico. A força resultante que age no veículo é a força de atrito dinâmico que o chão exerce nos pneus.

$$
\begin{aligned}
f_{\text{at}} &= \mu_d N \\
-ma &= \mu_d . mg \\
a &= -\mu_d g
\end{aligned}
$$

Considerando a Equação de Torricelli, podemos calcular a distância d_1 que o veículo percorre, com as rodas travadas até parar: $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$; Como: $v = 0, \Delta S = d_1$ e $a = -\mu_d g$; Temos que:

$$
\begin{aligned}
0^2 &= v_0^2 + 2.(-\mu_d \cdot g)d_1 \\
0 &= v_0^2 - 2\mu_d g d_1 \\
d_1 &= \frac{v_0^2}{2\mu_d g}
\end{aligned}
$$

Se, entretanto, o veículo possuir Freios ABS (Anti-lockBraking System), as rodas continuam girando durante o frenagem, sem derrapar e na iminência de escorregamento. O coeficiente de atrito é o estático e a distância percorrida será:

$$d_2 = \frac{v_0^2}{2\mu_e g}$$

Como $\mu_e > \mu_d$, vamos mostrar que implica em $d_2 < d_1$.

Demonstração:

$$\mu_e > \mu_d \Rightarrow \frac{v_0^2}{2gd_2} > \frac{v_0^2}{2gd_1} \Rightarrow \frac{1}{d_2} > \frac{1}{d_1} \Rightarrow d_2 < d_1$$

Portanto, o carro com freios ABS, percorre uma distância menor.

3.6 Funções e Gráficos num Problema de Frenagem

No volume 3 do livro de Matemática da coleção Explorando o Ensino, é citado o artigo adaptado de Geraldo Ávila, onde fala de funções e gráficos num problema de frenagem.

Começa com a formulação de uma questão simples: um automóvel a 30km/h, é freado e pára depois de percorrer 8 metros. Se freado a 60km/h, quantos metros percorrerá até parar?

O problema proposto dessa forma dá a entender principalmente para o alunado do Ensino Fundamental, que as grandezas, velocidade e distância de frenagem, são grandezas diretamente proporcionais, onde na verdade só é direta, e não proporcional, uma vez que a distância varia com o quadrado da velocidade instantânea do carro, dentro de determinados limites:

$$\frac{d_1}{v_1^2} = \frac{d_2}{v_2^2} \Rightarrow \frac{8}{30^2} = \frac{d_2}{60^2} \Rightarrow \frac{8}{900} = \frac{d_2}{3600} \Rightarrow d_2 = 8 \cdot \frac{3600}{900} \Rightarrow d_2 = 8 \cdot 4 \Rightarrow d_2 = 32m$$

Vale a pena reparar no aumento da distância de frenagem, que passou de 8 para 32 metros - quadruplicou - quando a velocidade foi de 30 para 60 km/h - duplicou.

Podemos construir uma tabela numérica de velocidades de distâncias correspondentes e uma representação gráfica, marcando as velocidades num eixo horizontal e as distâncias num eixo vertical. Isso permitirá compreender melhor o que está acontecendo com a distância de frenagem, à medida que a velocidade aumenta.

O procedimento que propomos - de repetir cálculo após cálculo, com diferentes valores de velocidade - é um passo no sentido de "variar" a velocidade v e observar os valores correspondentes da distância de frenagem d. Melhor que todos os cálculos, porém, é contemplar, em sua plenitude, a relação de dependência dessas duas grandezas v e d, pois só estaremos permitindo que v assuma qualquer valor numérico (positivo) e, em consequência, só assim poderemos examinar a maneira como d varia em função de v, ou seja, d varia com o quadrado da velocidade.

$$d = Kv^2$$

Sejam $v = v_0 = 30$km/h e $d = d_0 = 8$m. Observe agora o que acontece quando multiplicamos v_0 por um número qualquer c. Obtemos um valor correspondente D, tal que, $d = K(cv_0)^2 = c^2 \cdot K \cdot v_0^2$.

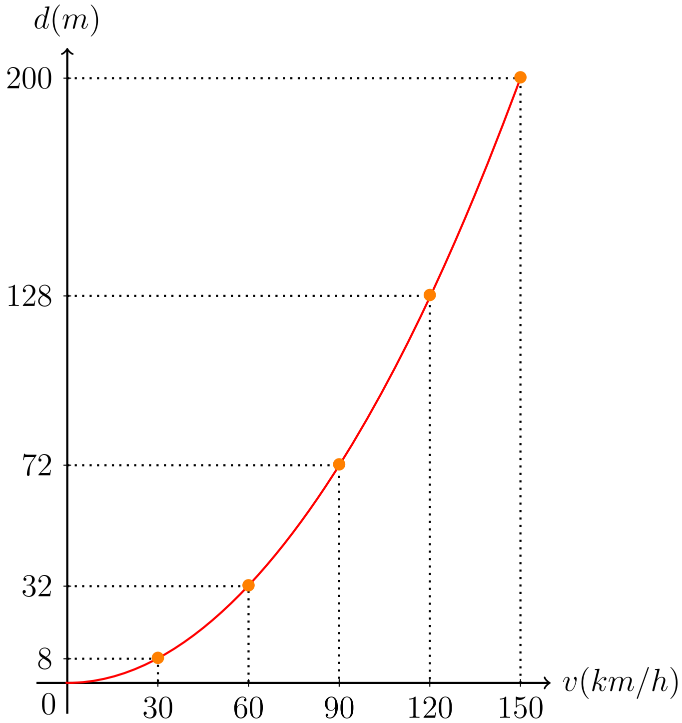
Mas $Kv_0^2 = d_0$, de sorte que $d = c^2 d_0$. Vemos assim que multiplicando-se v_0 por c, d_0 deverá ser multiplicado por c^2. Por exemplo, se multiplicarmos v_0 por 2, 3, 4, 5, etc, d_0 será multiplicado por 4, 9 ,16, 25, etc, respectivamente. Indicamos isso no quadro seguinte:

v	v_0	$2v_0$	$3v_0$	$4v_0$	$5v_0$
d	d_0	$4d_0$	$9d_0$	$16d_0$	$25d_0$

Vamos fazer um gráfico, marcando os valores de v num eixo horizontal e os correspondentes valores de d num eixo vertical. A curva assim obtida é uma parábola. Com $v_0 = 30\text{km/h}$ e $d_0 = 8\text{m}$, o quadrado de valores acima passa a ser o seguinte:

v	30	60	90	120	150
d	8	32	72	128	200

Colocando os pontos no plano cartesiano observamos que o gráfico de uma função quadrática, contem todos eles. Conforme a figura abaixo mostra.



Quando a velocidade duplica, triplica, quadruplica, etc., a distância de frenagem fica multiplicada por 4, 9, 16, etc., o que mostra o perigo da alta velocidade.

3.7 A Regra do Guarda Rodoviário

O artigo cita a experiência de um professor de Campinas, SP, que já exerceu a profissão de guarda rodoviário antes de se tornar professor de Matemática, e que segundo ele, adotava uma regra prática para calcular a distância de frenagem de um veículo, que era a seguinte: elevava-se a velocidade ao quadrado e dividia-se o resultado por 100. Assim, um carro a 80km/h necessitaria de $80^2 \div 100 = 64$ metros para parar. É claro que essa regra do guarda rodoviário corresponderia a tomar $K = \frac{1}{100}$, ou seja, $d = \frac{v^2}{100}$. Vamos

verificar agora o que está por trás da equação acima:
A distancia de frenagem (d_2) demonstrada na seção 3.4, é igual a: $d_2 = \frac{v^2}{254\mu}$. Igualando as duas equações, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{v^2}{254\mu} &= \frac{v^2}{100} \\ 254\mu &= 100 \\ \mu &= \frac{100}{254} \\ \mu &= 0,394 \end{aligned}$$

Na frenagem no plano horizontal, temos que:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{-a}{g} \\ a &= -g\mu \\ a &= -9,8 \times 0,394 \\ a &= -3,86 m/s^2 \end{aligned}$$

Observamos que esse valor usado pelo guarda é aproximadamente a metade do encontrado nos testes da Revista Quatro Rodas, como veremos a seguir. Portanto esse valor usado não podia servir de referência para uma eventual fiscalização de velocidade.

3.8 Teste da Revista Quatro Rodas

Tabela referente ao Fiat Uno, quando do seu lançamento:

v	40	60	80	100	120
d	8,2	18,2	31,8	50,3	71,4

Isso equivale, praticamente, a tomar $K = \frac{1}{200}$, aí então, obteríamos a seguinte tabela, que é muito próxima da anterior:

v	40	60	80	100	120
d	8	18	32	50	72

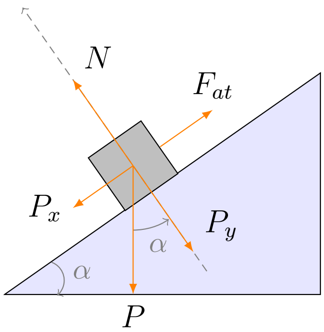
Com isso, usando o mesmo procedimento que foi usado para encontrar a desaceleração da regra do guarda rodoviário, temos que:

$$\frac{v^2}{254\mu} = \frac{v^2}{200}$$
$$254\mu = 200$$
$$\mu = \frac{200}{254}$$
$$\mu = 0,787$$

Na frenagem no plano horizontal, temos que:

$$\mu = \frac{-a}{g}$$
$$a = -g\mu$$
$$a = -9,8 \times 0,787$$
$$a = -7,71 m/s^2$$

3.9 Análise Geral da Situação de Frenagem e Parada Total de um Plano Inclinado: Carro Descendo



Vamos decompor a força peso (P) nos eixos x e y.

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow P_x = P \operatorname{sen}\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow P_y = P\cos\alpha$$

Pela 2ª Lei de Newton, temos que:

$$\begin{aligned} m.a &= F_r \\ ma &= P_x - F_{at} \\ ma &= P \operatorname{sen}\alpha - \mu N \\ ma &= mg \operatorname{sen}\alpha - \mu P_y \\ ma &= mg \operatorname{sen}\alpha - \mu P \cos\alpha \\ ma &= mg \operatorname{sen}\alpha - \mu mg \cos\alpha \\ a &= g(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha) \\ a &= 9,8(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)(m/s^2) \end{aligned}$$

Vamos encontrar a distância de frenagem (d_2) pela Equação de Torricelli.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

Chamando: $\Delta S = d_2$, temos que:

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2ad_2 \\ 0^2 &= v_0^2 + 2.[9,8(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)].d_2 \\ 0 &= v_0^2 + 19,6(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2 \\ -v_0^2 &= 19,6(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2 \\ v_0^2 &= -19,6(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2 \\ v_0 &= \sqrt{(-19,6(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2)} \end{aligned}$$

Vamos multiplicar o segundo membro da equação por 3,6; para transformar o valor da velocidade de m/s para km/h.

$$\begin{aligned} v_0 &= 3,6\sqrt{(-19,6(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2)} \\ v_0^2 &= 12,96 \times (-19,6)(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2 \\ v_0^2 &= -254.(\operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha)d_2 \\ d_2 &= \frac{v_0^2}{254(\mu \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)} \end{aligned}$$

Distância de Parada Total

Como a distância de reação visual do motorista é a mesma do plano horizontal, temos:

$$d_1 = \frac{v}{10}$$

Então a distância de parada total será igual a

$$d_{pt} = d_1 + d_2,$$
$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v_0^2}{254(\mu \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)}.$$

Como a velocidade inicial do movimento retilíneo uniformemente retardado, é igual a velocidade do movimento retilíneo uniforme, ou seja, $v_0 = v$; temos finalmente que:

$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v^2}{254(\mu \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)}$$

Observações:

- O ângulo de inclinação alfa (α) deve está no intervalo: $0 < \alpha < \pi/2$.
- No caso de frenagem na descida (declive), o valor da desaceleração (a), tem que ser necessariamente menor do que zero.

Condição para o carro parar

Como: $a = g \operatorname{sen}\alpha - \mu g \cos\alpha$ e $a < 0$; Temos:

$$a < 0 \therefore$$
$$g \operatorname{sen}\alpha - \mu g \cos\alpha < 0 \therefore$$
$$\mu g \cos\alpha > g \operatorname{sen}\alpha.$$

Dividindo-se ambos os membros da inequação por $g \cos\alpha$, temos que:

$$\frac{\mu g \cos\alpha}{g \cos\alpha} > \frac{g \operatorname{sen}\alpha}{g \cos\alpha}$$
$$\mu > \operatorname{tg}\alpha$$

Condição para o carro descer com velocidade constante

Como, $a = g \operatorname{sen}\alpha - \mu \cos\alpha$ e $a = 0$, temos

$$a = 0 \therefore$$
$$g \operatorname{sen}\alpha - \mu g \cos\alpha = 0 \therefore$$
$$g \operatorname{sen}\alpha = \mu g \cos\alpha$$

Dividindo-se ambos os membros por $g \cos\alpha$, temos:

$$\frac{g \operatorname{sen}\alpha}{g \cos\alpha} = \frac{\mu g \cos\alpha}{g \cos\alpha}$$
$$\mu = \operatorname{tg}\alpha.$$

Condição para o carro não conseguir parar, e não descer com velocidade constante

Como, $a = g \operatorname{sen} \alpha - \mu g \cos \alpha$ e $a > 0$, temos:

$$\begin{aligned} a &> 0 \therefore \\ g \operatorname{sen} \alpha - \mu g \cos \alpha &> 0 \therefore \\ g \operatorname{sen} \alpha &> \mu g \cos \alpha \end{aligned}$$

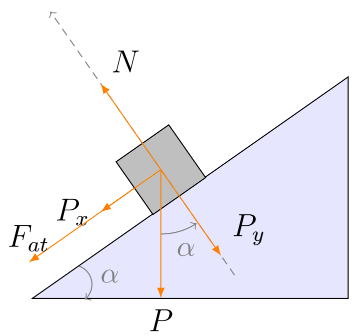
Dividindo-se ambos os membros da inequação por $g \cos \alpha$, temos:

$$\frac{g \operatorname{sen} \alpha}{g \cos \alpha} > \frac{\mu g \cos \alpha}{g \cos \alpha}$$
$$\operatorname{tg} \alpha > \mu$$

O Uso do Inclinômetro:

- O ângulo de inclinação (α) do plano inclinado, pode ser facilmente determinado pelo inclinômetro, através da Geometria Euclidiana.
- Como o coeficiente de atrito pneus/pavimento do plano inclinado, é o mesmo do plano horizontal, pode-se usar o inclinômetro para encontrálo, como mostrado na seção 3.4.1.

3.10 Análise Geral da Situação de Frenagem e Parada Total de um Plano Inclinado: Carro Subindo



Vamos decompor a força peso (P) nos eixos x e y.

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow P_x = P \operatorname{sen} \alpha$$
$$\cos \alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow P_y = P \cos \alpha$$

Pela 2ª Lei de Newton, temos que:

$$\begin{aligned}
m.a &= F_r \\
ma &= -(P_x + F_{at}) \\
ma &= -(P \operatorname{sen} \alpha + \mu N) \\
ma &= -(mg \operatorname{sen} \alpha + \mu P_y) \\
ma &= -(mg \operatorname{sen} \alpha + \mu P \cos \alpha) \\
ma &= -(mg \operatorname{sen} \alpha + \mu mg \cos \alpha) \\
a &= -(g \operatorname{sen} \alpha + \mu g \cos \alpha) \\
a &= -9,8(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha)(m/s^2)
\end{aligned}$$

Vamos encontrar a distância de frenagem (d_2) pela Equação de Torricelli.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

Chamando: $\Delta S = d_2$, temos que:

$$\begin{aligned}
v^2 &= v_0^2 + 2ad_2 \\
0^2 &= v_0^2 + 2.[-9,8(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha)].d_2 \\
-v_0^2 &= -19,6(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha)d_2 \\
v_0 &= \sqrt{(19,6(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha)d_2)}
\end{aligned}$$

Vamos multiplicar o segundo membro da equação por 3,6; para transformar o valor da velocidade de m/s para km/h.

$$\begin{aligned}
v_0 &= 3,6\sqrt{(19,6(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha)d_2)} \\
v_0^2 &= 12,96 \times (19,6)(\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha)d_2 \\
d_2 &= \frac{v_0^2}{254(\mu \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha)}
\end{aligned}$$

Distância de Parada Total

Como a distância de reação visual do motorista é a mesma do plano horizontal, temos:

$$d_1 = \frac{v}{10}$$

Então a distância de parada total será igual a:

$$\begin{aligned}
d_{pt} &= d_1 + d_2 \\
d_{pt} &= \frac{v}{10} + \frac{v_0^2}{254(\mu \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha)}
\end{aligned}$$

Como a velocidade inicial do movimento retilíneo uniformemente retardado, é igual a velocidade do movimento retilíneo uniforme, ou seja, $v_0 = v$; temos finalmente:

$$d_{pt} = \frac{v}{10} + \frac{v^2}{254(\mu \cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha)}.$$

O Uso do Inclinômetro:

1. O ângulo de inclinação (α) do plano inclinado, pode ser facilmente determinado pelo inclinômetro, através da Geometria Euclidiana.

2. Como o coeficiente de atrito pneus/pavimento do plano inclinado, é o mesmo do plano horizontal, pode-se usar o inclinômetro para encontrá-lo, como mostrado na seção 3.4.1.

4 Considerações Finais

Ao concluirmos a respectiva dissertação de mestrado, reconhecemos que a mesma representou esforços de professores da Universidade Federal do Ceará (UFC) e de alguns colegas da segunda turma de mestrado em Matemática do PROFMAT, turma de Juazeiro do Norte, onde obtivemos boas intervenções no referido Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), durante os encontros semanais, que em muito contribuiu para sua elaboração sob o enfoque contextual, transversal e multidisciplinar, que tem na área de trânsito através das funções afim e quadrática, pontos que foram trabalhados no nosso cotidiano, e que em muito contribui para uma nova proposta metodológica desenvolvida e amparada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) através da Lei 9394/96 do Ministério da Educação, que fixa novas diretrizes, bases e organização para o Ensino Médio e que tem como objetivo final, a preparação dos alunos para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

O primeiro passo para o desenvolvimento do respectivo trabalho, foi demonstrarmos a função geral da distância de frenagem, exemplificada na Revista Moto Max, e adequarmos aos casos particulares da Revista Pra Que Serve Matemática, e do video do Telecurso 2000 da aula 18 de Matemática do 2º Grau.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho, conseguimos adquirir algumas Revistas Quatro Rodas antigas e novas, as quais serviram de parâmetro para analisarmos a distância de frenagem de carros novos e antigos, bem como com diferentes sistemas de freios(com e sem ABS); logo em seguida propusemos uma maneira prática de encontrarmos a desaceleração e o coeficiente de atrito pneus/pavimento através do uso do inclinômetro, e em última análise modelamos através de uma função quadrática, a distância de frenagem de um veículo no intervalo considerado no teste, exibindo o seu gráfico onde tudo foi abordado no tema transversal Educação para o Trânsito.

Referências

[1] ALVARENGA, Beatriz, MÁXIMO, Antônio. **Física. Vol. Único** - São Paulo: Scipione, 1997.

[2] ALVARENGA, Beatriz, MÁXIMO, Antônio. **Curso de Física**. 5^a Ed. - São Paulo: Scipione, 2000.

[3] ANDRADE, Márcia Margarida de. **Como propor trabalhos de pós-graduação: Noções Práticas**. 4^a Ed. São Paulo: Atlas, 2001.

[4] BRASIL, Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução n° 3, 26 de junho de 1998. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1998.

[5] BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei 9394, 20 de dezembro de 1996.

[6] BRASIL. MEC. INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio: Documento Básico Brasília**, 1998.

[7] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio**. Brasília, 1999.

[8] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Coleção Explorando o ensino, volume 3**, Brasília 2004.

[9] BRASIL, **Código de Trânsito Brasileiro**: Lei N° 9.503, de 23 de setembro DE 1997.

[10] BUSQUETS, Maria Dolores et al. **Temas Transversais em Educação: bases para uma formação integral**. Trad> Claúdia Schinlling. São Paulo: Ática, 2000.

[11] JAKUBOVIC, José, IMENES, Luiz Márcio Pereira, LELLIS, Marcelo Cestari Terra. **Pra que serve Matemática? Equações do Segundo Grau**. São Paulo: 1992.

[12] JANTSCH, A.P., BIANCHETTI(Orgs) **Interdisciplinaridade: para além da filosofia do sujeito**. 2^{ed}. Petropolis: Vozes, 1997.

[13] LIMA, Elon Lages, CARVALHO, Paulo Cezar Pinto, WAGNER, Eduardo, MORGADO, Augusto César. **A matemática do ensino médio - Vol. 1** - 9 ed. Rio de Janeiro: SBM: 2006.

[14] LIMA, Elon Lages. **Exame de textos. Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio**.

[15] PEIXOTO, Cláudia Monteiro, HELLMEISTER, Ana Catarina. Brasília. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. Ensino Médio / Organização Suely Druck. Seleção de Textos. Coleção Explorando o Ensino, Vol. 3.

[16] PITOMBEIRA, J.B.(Coordenador), **TELECURSO 2000: Matemática** 2° **Vol 1, Editora Globo**. São Paulo , 1995.

[17] RAMALHO, F., FERRARO N.G., TOLEDO,P.A. **Os fundamentos da Física**. 7^a ed. rev e ampl. São Paulo: Moderna. 1999.

[18] REVISTA MOTO MAX: A Revista dos Apaixonados por Motocicletas. São Paulo: Europa, Ano 1, n° 1, 2006.

[19] REVISTA QUATRO RODAS: As Fotos do Sucessor do Fusca. São Paulo: Abril, ano 19, n° 224, 1979.

[20] REVISTA QUATRO RODAS: Flagramos o Palio Sedã. São Paulo: Abril, Ano 36, n° 433, 1996.

[21] REVISTA QUATRO RODAS: Salão do Automóvel. São Paulo: Abril, Ano 38, n° 459, 1998.

[22] REVISTA QUATRO RODAS: De cara com o futuro. São Paulo: Abril, Ano 38, n° 460, 1998.

[23] REVISTA QUATRO RODAS: Melhor de 3. São Paulo: Abril, Ano 44, n° 533, 2004.

[24] REVISTA QUATRO RODAS: Hyundai Sonata. São Paulo: Abril, Ano 50, n° 608, 2010.

[25] REVISTA 0KM: Desfile de Estrelas em Paris. Rio de Janeiro: Globo, Ano 2, n° 20, 1996.

[26] SANTOS, Antônio Raimundo dos. **Metodologia Científica: a construção do conhecimento**. Rio de Janeiro. DPGA Editora, 1999.

[27] KUENZER, Acácia (org.). **Ensino Médio: construindo uma proposta para os que vivem do trabalho**. São Paulo: Cortez, 2000.

[28] KLINE, Morris. **O fracasso da Matemática Moderna**. Editora: Ibrasa, São Paulo 1973.

[29] YUS, Rafael. **Temas Transversais: em busca de uma nova escola**. Trad. Ernani F. da R. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.