UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Para Gostar de Matemática: Uma Proposta de Atividades Destinada ao Professor no Nível Fundamental

Cláudio Roberto Agra Lima

Instituto de Matemática

Maceió, Novembro de 2015

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

CLAUDIO ROBERTO AGRA LIMA

PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES DESTINADA AO PROFESSOR NO NÍVEL FUNDAMENTAL

MACEIÓ

2015

CLAUDIO ROBERTO AGRA LIMA

PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES DESTINADA AO PROFESSOR NO NÍVEL FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) oferecido pela Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática, sob orientação do Professor Doutor Vanio Fragoso de Melo

MACEIÓ

2015

Catalogação na fonte

Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário Responsável: Valter dos Santos Andrade

L732p Lima, Claudio Roberto Agra.

Para gostar de matemática: uma proposta de atividades destinada ao professor no nível fundamental / Claudio Roberto Agra Lima. – 2015.
121 f. : il.

Orientador: Vanio Fragoso de Melo.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Maceió, 2015.

Bibliografia: f. 72-75.
Apêndices: f. 76-[121].

1. Matemática – Estudo ensino. 2. Professores de matemática – Guia de atividades. 3. Jogos matemáticos. 4. Ensino fundamental. I. Título.

CDU: 372.851-051

Folha de Aprovação

CLÁUDIO ROBERTO AGRA LIMA

PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES DESTINADA AO PROFESSOR NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 27 de novembro de 2015.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Vânio Fragoso de Melo - UFAL (Orientador)

Prof. Dr. José Carlos Almeida de Lima - UFAL

Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo - UnB

Dedico este trabalho aos meus pais e a todas as pessoas que estiveram acompanhando de perto esta trajetória e que privei da minha presença para me dedicar à conclusão desta jornada em busca de novos conhecimentos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos colegas que formaram a turma 2013 do PROFMAT-UFAL; mais especificamente, aqueles que alinharam durante dois anos no grupo de estudos- a mais sábia das decisões que tomamos- mesmo entre idas e vinda dos seus participantes e a rotatividade que obrigava nossos compromissos;

Também aos professores do curso, que compartilharam suas experiências e conhecimentos, cada um à sua forma, que ajudaram a romper a inércia dos anos afastados do estudo de alto rendimento. Foram estes mestres que trouxeram respostas a uma série de indagações e verdadeiros obstáculos epistemológicos, que separavam a curiosidade do autêntico conhecimento, e que modificaram minha prática em sala de aula.

Ao Professor-Doutor Vanio Fragoso de Melo, que durante seu período como professor do curso foi um modelo de organização, cobrança e método, razão pela qual o motivo de sua escolha como mentor deste trabalho, pela forma lúcida, direta, didática e objetiva de propor orientação.

“Se enxerguei mais longe foi porque eu estava sobre os ombros de gigantes.” (Isaac Newton)

RESUMO

A inspiração para este trabalho nasceu da constatação que o ensino da Matemática na rede pública tem apresentado resultados ruins nas avaliações nacionais, que pioram com o avanço do grau de escolaridade, particularmente em São Miguel dos Campos. Foi desenvolvido um projeto de extensão, com intervenções em duas turmas de 6º anos, numa escola da rede municipal, com o objetivo de apresentar em sala de aula atividades e jogos matemáticos que resgatassem o fascínio proporcionado pelo conhecimento matemático ao longo da história da humanidade, despertando um maior interesse nos alunos. As atividades selecionadas foram reunidas num guia destinado aos professores de ensino fundamental, como um legado deste projeto.

Palavras-chave: Matemática – estudo ensino. Guia de atividades para professores de Matemática. Jogos Matemáticos. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The inspiration for this work was born from the realization that mathematics teaching in public schools has shown poor results in national assessments, that worsen with the advancement of the level of education, particularly in Sao Miguel dos Campos. An extension project was developed with interventions in two groups of 6th grade of a Municipal School, with the aim of presenting in class activities room and mathematical games that rescued the fascination provided by the mathematical knowledge throughout the history of mankind, arousing greater interest in students. The selected activities were combined in guide for elementary school teachers, as a legacy of this project.

Key-words: Mathematics - study education. Guide activities for mathematics teachers. Mathematical games. Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS E TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNJM – Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos;

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística;

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica;

IDH – Índice de Desenvolvimento Humano;

IFAL – Instituto Federal de Alagoas;

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada;

INEP – Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira;

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas;

OCDE – Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico;

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais;

PIB - Produto Interno Bruto;

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes;

PNAD – Pesquisa Nacional por Amostras de Domicílios;

RPM – Revista do Professor de Matemática;

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SEPLANDE – Secretária do Estado do Planejamento e do Desenvolvimento Econômico;

SPM – Sociedade Portuguesa de Matemática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A vocação ancestral de concentração de riqueza e perversa distribuição de renda de Alagoas deixaram marcas profundas na formação de seu povo: cicatrizes, que o tempo não foi capaz de suavizar; verdadeiras feridas abertas, que produziram um legado de miséria, fome, pobreza e, acima de tudo, desigualdade. Esta visão é compartilhada pelo economista alagoano Cícero Péricles de Carvalho[1]:

> Alagoas é um Estado que tem características atrasadas na sua formação colonial, que não se modernizou e, portanto, pagamos o ônus a todo atraso. Não fizemos reforma agrária, não resolvemos as questões sociais, nossos indicadores são baixos, somos pobres economicamente e socialmente problemáticos, porque a renda é muito concentrada e todos os acessos aos bens públicos, como habitação, transporte, emprego, educação, saúde, apresentam déficits muito altos, portanto Alagoas é uma sociedade que não é moderna, ou seja, que não superou os seus problemas desde o tempo da colônia, do império.

De fato, alguns dos principais indicadores socioeconômicos do país avançaram nas últimas décadas, entre eles podem-se destacar[2]:

a) O índice de Gini – que mede a desigualdade e varia de 0 a 1 (quanto mais perto de zero, menos desigual), que em 2012 atingiu o menor valor desde 1960, quando passou a ser 0,498 contra 0,510 de 2011;

b) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – que correlaciona avanços na renda, educação e expectativa de vida e varia de 0 a 1 (quanto mais perto de um, maior o desenvolvimento), que em 2014, atingiu o valor de 0,744, o que situa o país na classificação de alto IDH, mas ainda numa longínqua 79ª posição entre 187 países[3].

Este panorama do país se reflete para a região Nordeste e, obviamente, para Alagoas. Mas os dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) -

---

[1] Raio X da Pobreza em Alagoas: 62% da população é considerada pobre. Disponível em: <http://cadaminuto.com.br/noticia/2011/04/04/raio-x-da-pobreza-em-alagoas62-da-populacao-e-considerada-pobre>.Acesso em 09/02/2015.

[2] Costa, F. Renda cresce em Alagoas, mas não muda a realidade. Disponível em < http://cadaminuto.com.br/noticia/2011/04/04/raio-x-da-pobreza-em-alagoas62-da-populacao-e-considerada-pobre.>. Acesso em 09/02/2015.

[3] BORGES, B & CALGARO,F. IDH do Brasil melhora e supera média da AL; país é o 79º em ranking mundial. Disponível em < http://noticias.uol.com.br/internacional/ultimas-noticias/2014/07/24/idh-do-brasil-sobe-supera-media-latinoamericana-mas-ainda-e-2-entre-brics.htm>.Acesso em 10/02/2015.

referentes a 2012, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) - revelam esta faceta em que o crescimento econômico não é suficiente para mudar a realidade do estado[4]:

> O Nordeste, região mais pobre, também se beneficia dessa onda de crescimento e apresenta resultados positivos na economia e nos seus indicadores sociais maiores que a média nacional. Em Alagoas, entretanto, esse crescimento se dá de forma bem mais lenta. (...) Alagoas continua amargando as últimas colocações em relação a indicadores sociais, sintetizados no Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), e ainda registra uma grande concentração de renda.

No que diz respeito à avaliação da educação, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) é um indicador de qualidade educacional que combina o resultado de provas padronizadas de Matemática e Português (tais como a Prova Brasil e o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB) com índice de evasão escolar, que é realizado bienalmente pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP)[5], sendo estabelecidas metas a serem alcançadas no decorrer do tempo.

Para Alagoas, os dados não são animadores: numa escala que vai de 0 a 10, o estado alcançou somente 2,8 na avaliação de 2013 do IDEB para os alunos concluintes do segundo ciclo da educação fundamental (8ª série, ou, atualmente, 9º ano), muito aquém da meta projetada do índice, para o Brasil, que era 5,0[6].

Corroborando este cenário pouco animador, os resultados brasileiros em 2012 da prova do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) - que se trata de uma avaliação trienal desenvolvida pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), aplicada em mais de sessenta países – que nesta edição deu ênfase à Matemática, apontou o Brasil como o país que mais avançou na proficiência desta disciplina, mas registrou que Alagoas teve o pior desempenho entre todas as unidades da federação.[7]

---

[4] COSTA, F., op. cit.

[5] Nota Técnica do Índice do Desenvolvimento da Educação Básica – Ideb. Disponível em < http://download.inep.gov.br/educacao_basica/portal_ideb/o_que_e_o_ideb/Nota_Tecnica_n1_concepcaoIDEB.pdf >. Acesso em 15/02/2015.

[6] IDEB – Resultados e Metas. Disponível em < http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=7739897 >. Acesso em 15/02/2015.

[7] Relatório Nacional PISA 2012 – Resultados brasileiros, 2013, p.23.

Os resultados de Alagoas são reproduzidos, sem grandes variações, para as unidades da rede pública de educação em nível municipal ou estadual, em particular, São Miguel dos Campos, onde este projeto foi desenvolvido.

A disparidade entre riqueza e falta de desenvolvimento social encontra em São Miguel dos Campos um terreno bastante fértil para crescer. Se por um lado a cidade é o quarto Produto Interno Bruto (PIB) do estado em 2012 - conforme dados divulgados, em 2014, pela Secretaria do Estado do Planejamento e do Desenvolvimento Econômico (SEPLANDE)[8]- o desempenho dos alunos da rede pública em matemática não parece acompanhar este indicador.

Para se ter uma noção do desempenho dos alunos da rede municipal local em matemática, pode-se usar como parâmetro os resultados obtidos nas últimas edições da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) promovidas entre 2005 e 2014 pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) em três níveis: o primeiro, que engloba alunos do 3º ciclo do fundamental (equivalente aos 6º e 7º anos); o segundo, que alcança os alunos do 4º ciclo do fundamental (8º e 9º anos); e o terceiro, em que concorrem os alunos do nível médio.

Alagoas recebeu cerca de 1% das medalhas distribuídas nacionalmente durante a competição e os alunos de São Miguel dos Campos obtiveram apenas 13 entre as 356 premiações concedidas, todas obtidas no nível fundamental, sendo perceptível que com o avanço da escolaridade, a quantidade – e qualidade- das medalhas diminuem[9].

Este levantamento considera que nos últimos anos, na rede municipal, as provas da OBMEP têm sido aplicadas em caráter 'compulsório' aos alunos presentes – muitas vezes sem aviso prévio – na data da prova da 1ª fase da competição. Isto garante um volume considerável de candidatos, mas não a qualidade.

---

[8] Disponível em <http://g1.globo.com/al/alagoas/noticia/2014/12/maceio-segue-com-maior-pib-de-al-registrando-4635-do-total-de-riqueza.html >. Acesso em 16/02/2015.
[9] Compilação do autor, disponível em <http://www.obmep.org.br/premiados.htm>. Acesso em 16/02/2015.

Este estágio do ensino de Matemática no município condiz com os resultados obtidos nas últimas avaliações do IDEB: uma queda no aproveitamento dos alunos com o aumento do nível de escolaridade[10].

A análise feita para Matemática de competição não é diferente para o ensino cotidiano desta disciplina que poderia ser lúdica, instigante e desafiadora ao invés do mecanicismo tradicional, que a transforma numa disciplina enfadonha, repetitiva e pouco atrativa. Afinal, conforme afirma SIMMONS (2007)[11]:

> O principal objetivo da educação deve ser: formar pessoas criativas, seguras, capazes de fazer coisas novas, e não apenas criar enciclopédias ambulantes. Importante é saber procurar informações numa enciclopédia, e não incorporá-la.

Os resultados do método atual de ensino na rede pública, cultivados desde o fundamental, se confirmam no fechamento do ciclo escolar do ensino médio, com resultados abaixo das expectativas nos concursos, vestibulares ou similares.

Esta situação sempre despertou muita atenção na ocasião da aplicação dos exames vestibulares de seleção para o Instituto Federal de Alagoas (IFAL) em São Miguel dos Campos.

Durante as provas - que versam sobre Português e Matemática, com 20 questões de cada – os candidatos não apresentam empenho proporcional ao conteúdo: os textos da prova de língua materna são lidos, interpretados e respondidos; por sua vez, a parte da prova de Matemática é bastante negligenciada: as provas são devolvidas com pouquíssimos cálculos elaborados, ou quando o candidato não passa direto da prova de Português para marcar o gabarito final; ou ainda, quando não faz a escolha aleatória de uma única alternativa para responder a todas as questões.

Na divulgação dos resultados, por sua vez, percebe-se que a cada exame os candidatos locais perdem espaço para os das cidades circunvizinhas[12] e que os

---

[10] IDEB – Resultados e Metas, op. cit.
[11] SIMMONS, U.M. Blocos Lógicos: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio, p.48, 2007.
[12] Dados do Autor, a partir de levantamento feito na Coordenação de Registro Acadêmico do câmpus IFAL- São Miguel dos Campos.

aprovados, em média, possuem bem menos de 25% da pontuação da prova de Matemática.

Diante deste problema, que atinge a qualidade da seleção e dificulta a aprendizagem no ensino técnico, nasceu a centelha que seria possível e necessário criar uma alternativa para modificar o *status quo* atual, conforme preconizam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs):[13]

> Fruto da criação e invenção humanas, a Matemática não evoluiu de forma linear e logicamente organizada. Desenvolveu-se com movimentos de idas e vindas, com rupturas de paradigmas. Frequentemente um conhecimento foi amplamente utilizado na ciência ou na tecnologia antes de ser incorporado a um dos sistemas lógicos formais do corpo da Matemática.

O ponto de partida não poderia ser na preparação para o exame vestibular do IFAL, mas um estágio bem anterior que possibilitasse a ruptura de paradigmas sugerida nos PCNs.

Aproveitando do fato do IFAL compartilhar das mesmas instalações físicas de uma escola da rede municipal de ensino - e com anuência de sua direção - foi proposto um projeto de extensão do Instituto, voltado aos alunos da escola, com o título de 'Jogos Matemáticos em sala de aula' visando buscar uma maior identificação com o aprendizado desta disciplina.

A base do projeto originou-se da experiência acumulada em mais de 15 anos de ensino de Matemática na rede particular de Maceió com uso de jogos, atividades lúdicas e realização de treinamentos para olimpíada do conhecimento, quando mais do que procurar níveis de excelência para competição havia o objetivo de atrair para esta ciência novos aficionados: um trabalho artesanal, de médio a longo prazo, para tentar germinar essa semente do conhecimento por mais inóspito que seja o ambiente.

Outro pilar importante na elaboração das atividades está na influência de grandes divulgadores da Matemática no Brasil e no mundo, tais como: Malba

[13] Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática, 1998, p.25

Tahan[14], Samuel Loyd, Martin Gardner e Ian Stewart, que são fontes garantidas de inspiração para estimular a procura pelo conhecimento.

Assim, o presente trabalho tem o próximo capítulo dedicado levantamento com conceitos e definições colhidos da literatura, mostrando à associação entre jogos e Matemática desde os tempos mais remotos da civilização.

No capítulo seguinte está exposta a proposta de trabalho em que o projeto de extensão foi baseado: criar um guia de atividades para o professor aplicar em sala de aula no ensino fundamental (O protótipo usado em sala de aula está no apêndice A e a versão final, após correções e editoração, está no apêndice B, em mídia digital).

Como há sempre divergências entre planejamento e execução, assim como teoria e prática, o projeto sofreu correções de rumos que estão apontadas no capítulo de resultados a partir das interações em sala de aula com os professores e estudantes participantes do projeto durante a realização das atividades.

Finalmente, em seguida, são apresentadas as conclusões obtidas e referências que foram utilizadas na elaboração deste documento.

---

[14] Malba Tahan é o heterônimo do professor Júlio César de Mello e Souza (1895-1974) um dos precursores da Educação Matemática no Brasil.

2. REVISÃO DE LITERATURA

No princípio, não há dúvida que a primeira aplicação da Matemática foi contar e separar quantidades. Depois vieram os números e os sistemas numéricos desenvolvidos por cada civilização baseado em suas culturas e tradições.

O desenvolvimento dos números, quase sempre é confundido com a própria evolução da Matemática, a ponto de Pitágoras apud DELGADO & VILLELA(2007)[15] ter forjado a célebre frase: “Os números governam o mundo”.

Os números representam um segmento importante da Matemática, mas não são menos considerados segundo STEWART (1996)[16]:

> Mas os próprios números constituem apenas uma pequena parte da matemática. Disse anteriormente que vivemos em um mundo intensamente matemático, mas sempre que possível a matemática é escondida com sensatez, embaixo do tapete para tornar nosso mundo “amigo do usuário”. Entretanto, algumas ideias matemáticas são tão básicas para o nosso mundo que não podem permanecer escondidas, e os números são particularmente proeminentes.

Independentemente do peso que se creditem aos números, eles se incorporaram, de fato, desde os primórdios, às mais diversas civilizações, qualquer que seja a forma de sua representação ou organização e carregados de simbolismo. ROONEY (2012)[17] descreve essa influência:

> Há muito tempo, algumas das primeiras civilizações humanas descobriram a estranha e fascinante qualidade de alguns números e as adicionaram às suas superstições e religiões. Os números têm sempre encantado as pessoas, e ainda têm o poder de abrir o universo para nós, fornecendo uma chave para os segredos da ciência.

Numa retrospectiva bem sintética, a assimilação da Matemática – no caso de atividades que fossem além da contagem - no princípio dos tempos ocorreu há cerca de 4000 anos oriundas das regiões dos deltas do rio Nilo e da Mesopotâmia (atual Iraque), sem, no entanto, haver registros individuais de matemáticos da época[18].

---

[15] DELGADO & VILLELA, Pré-Cálculo, v.1: Conjuntos Numéricos, p.7, 2007.
[16] STEWART, Ian. Os números da natureza, p.33, 1996.
[17] ROONEY, Anne. A História da Matemática – Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito, p.10, 2012.
[18] Idem, pp.10-11.

Em seguida, por volta de 600 a.C., os gregos superaram os conhecimentos já adquiridos e sistematizaram a Matemática procurando elaborar regras que pudessem ser aplicadas para resolver problemas similares. Desenvolveram conceitos que foram pilares para construções imediatas do conhecimento e plataformas para impulsionar às gerações futuras. Neste período alguns dos maiores matemáticos de todos os tempos viveram e atuaram na Grécia ou em Alexandria no Egito, que era um centro difusor da cultura helenística.

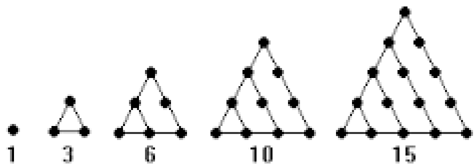
O ocaso da civilização grega estagnou o desenvolvimento da Matemática por centenas de anos. Por volta do ano 750, a construção de Bagdá promoveu uma reunião de intelectuais islâmicos que reuniram os conhecimentos desenvolvidos pelos gregos e hindus. Houve a assimilação do sistema de numeração indo-arábico, que perdura até hoje, que promoveram grandes avanços na astronomia.

Neste lapso de tempo está inserido um dos nomes mais célebres da Matemática: Pitágoras, o homem por trás do não menos famoso teorema e envolto por tantas lendas, uma vez que não escreveu nenhum livro e o que se sabe sobre ele foi escrito posteriormente à sua morte, por seus seguidores.

Pitágoras enxergou padrões nos números e deu a eles uma aura de misticismo e idolatria, como por exemplo, os números triangulares e quadrados. Sem avançar demasiadamente neste tema, mas na intenção de esclarecê-lo, estes referidos padrões implicavam em obter números que obedeciam a modelos recursivos ou interativos, exclusivamente advindo da engenhosidade e perspicácia de Pitágoras, pois não existia o advento da álgebra à época.

Os números triangulares são aqueles que, numa linguagem leiga, podem ser ‘escritos’ na forma de triângulos. A figura 1, a seguir, descreve os cinco primeiros números que obedecem a este padrão.

Figura 1: Números triangulares



Fonte: Autor, 2015

Mais do que números ‘geométricos’, há uma série de propriedades e teoremas que relacionam esta sequência de números.

Os números triangulares podem ser obtidos através da aplicação de uma forma recursiva, quando a obtenção de um número triangular é possível a partir de seu predecessor:

$T_1 = 1$

$T_2 = T_1 + 2 = 3$

$T_3 = T_2 + 3 = 6$

$T_4 = T_3 + 4 = 10$

$T_5 = T_4 + 5 = 15$

Resumindo, tem-se que:

$T_1 = 1$ e $T_{(n+1)} = T_n + n+1$ (Equação I)

Pode-se chegar a uma forma iterativa de se obter o n-ésimo número triangular, com vantagem em relação à forma recursiva:

$T_1 = 1$

$T_2 = 1+ 2 = 3$

$T_3 = 1 + 2 + 3 = 6$

$T_4 = 1+ 2+ 3+4 = 10$

$T_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

De tal forma que se tem a expressão a seguir, qu determina qualquer dos termos desta sequência:

$T_n = 1 + 2 + 3 +...+ n$ (Equação II)

Pitágoras demonstrou o teorema T1 que permitia a obtenção de forma mais imediata de qualquer termo da sequência dos números triangulares. O resultado obtido por ele remete a uma célebre história atribuída a Gauss[19], quando criança:

> Um professor, para manter seus alunos ocupados, mandou que somassem todos os números de um a cem. Esperava que eles passassem bastante tempo executando a tarefa. Para sua surpresa, em poucos instantes um aluno de sete ou oito anos chamado Gauss deu a resposta correta: 5.050. Como ele fez a conta tão rápido? Gauss observou que se somasse o primeiro número com o último, 1 + 100, obtinha 101. Se somasse o segundo com o penúltimo, 2 + 99, também obtinha 101. Somando o terceiro número com o antepenúltimo, 3 + 98, o resultado também era 101. Percebeu então que, na verdade, somar todos os números de 1 a 100 correspondia a somar 50 vezes o número 101, o que resulta em 5.050. E assim, ainda criança Gauss inventou a fórmula da soma de progressões aritméticas[20].

Não desmerecendo a precoce genialidade de Gauss, ele fez uso de um dos resultados mais antigos da Matemática, conhecido dos antigos gregos, conforme RODRIGUES & MIRANDA (1999)[21]:

$2.T_n = n.(n+1)$. (Equação III)

Uma demonstração aritmética do supracitado teorema T1 é mostrada a seguir:

Sejam os números naturais 1 ,2, 3, ..., n-2, n-1, n. Promovam-se as somas entre o primeiro e o último, o segundo e o penúltimo, e assim sucessivamente, tal que:

$$\begin{aligned} n + 1 &= n + 1 \\ (n-1) + 2 &= n + 1 \\ (n-2) + 3 &= n + 1 \\ &\ldots\ldots\ldots \\ 2 + (n-1) &= n + 1 \\ \underline{1 + n} &\underline{= n + 1} \end{aligned}$$

[19] Carl Friedrich Gauss (1777-1855) recebeu a alcunha de 'Príncipe da Matemática' e desenvolveu importantes trabalhos também nas áreas de Estatística, Geodésia e Astronomia.

[20] GOMES, Anne Michelle Dysman. Gauss, o príncipe da Matemática, disponível em <http://www.uff.br/sintoniamatematica/curiosidadesmatematicas/curiosidadesmatematicas-html/audio-gauss-br.html>, acessado em 17/10/2015.

[21] RODRIGUES, R. & MIRANDA, E. As formas e os números. Disponível em <http://www.atractor.pt/mat/numeros/triangulares/index.html>, acessado em 21/08/2015.

Somando-se membro a membro e usando o resultado apresentado pela equação II, tem-se que: no lado esquerdo 2. (1 + 2 + 3 +...n-2 + n-1 + n) = 2. $T_{n.}$ Do lado direito, o produto (n+1). n.

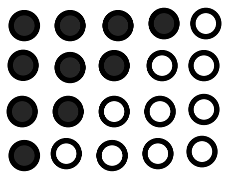
Tal que obtém-se a equação III:

$2.T_n = n.(n+1),$

A figura abaixo, exemplifica a aplicação do Teorema T1, para n =4:

2. T_4 = 4.(4+1) = 4.5 = 20

Fig. 2 - Exemplo da aplicação do teorema T1.



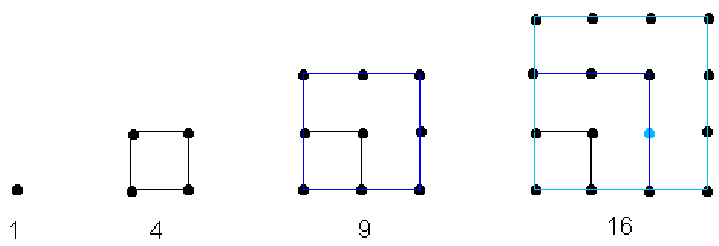
Fonte: Autor, 2015

Com um ligeiro rearranjo, pode-se obter a consagrada fórmula da soma dos n primeiros termos de uma Progressão Aritmética:

$T_n = \frac{n.(n+1)}{2}$

Fato similar ocorre para os números quadrados, que se caracterizam por representarem quadrados de números inteiros que podem ser representados de uma forma geral por: $Q_n = n^2$, conforme a ilustração abaixo:

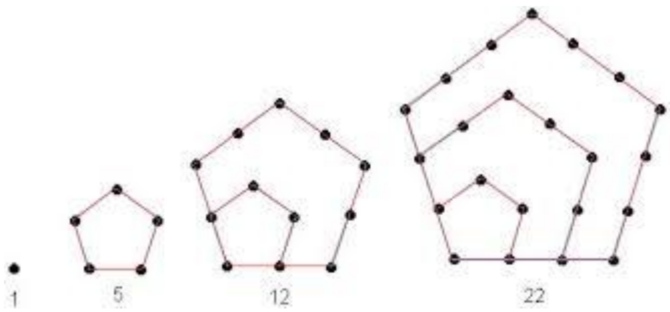
Fig.3 - Representação dos quatro primeiros números quadrados



Fonte: Autor, 2015

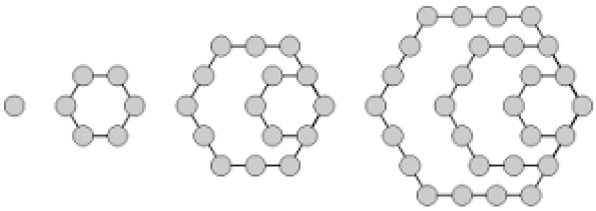
Construções semelhantes permitem formar outros números figurados, tais como: números pentagonais ou números hexagonais, conforme as figuras 4 e 5, respectivamente, a seguir:

Fig.4 – Primeiros números pentagonais



Fonte: Autor, 2015

Fig.5- Primeiros números hexagonais



Fonte: Autor, 2015

BELLOS (2010) assim descreveu essa busca constante pelos padrões da natureza que impelia Pitágoras[22]:

> Pitágoras ficou muito entusiasmado com os padrões numéricos que encontrou na natureza, e acreditou que os segredos do Universo só poderiam ser compreendidos através da matemática. Mas em vez de ver a matemática apenas como um instrumento para descrever a natureza, ele via os números como a essência da natureza - e ensinou seu rebanho a reverenciá-los. Pitágoras não era apenas um acadêmico, era o líder carismático de uma seita mística dedicada à contemplação filosófica e à matemática, a Irmandade Pitagórica. (...) O brasão da irmandade era o pentagrama, ou estrela de cinco pontas. Embora possa parecer algo bizarro, a ideia de venerar números talvez reflita a escala de admiração diante da descoberta dos primeiros fragmentos de conhecimento matemático abstrato. O entusiasmo em perceber que existe uma ordem na natureza, quando antes pensava-se que não havia nenhuma, deve ter sido vivenciado como uma revelação religiosa.

O tradicional jogo de xadrez, bastante praticado atualmente no mundo, tem sua origem histórica incerta, atribuída a várias civilizações, mas há uma

[22] BELLOS, A. Alex no país dos números- uma viagem ao mundo maravilhoso da Matemática, p.89-90, 2010.

convergência para a Índia no século VI d.C, numa versão mais primitiva denominada *chatarunga*[23].

Mas se há falta de precisão histórica, sobram lendas sobre a origem do xadrez. Uma das mais conhecidas versões foi atribuída a Malba Tahan, em sua obra *Lendas do oásis* de 1933. Segundo o referido autor, na Índia, o jovem Lahur Sessa criou o jogo para entreter ao rei Iadava, abalado pela morte do filho em combate. Encantado e agradecido, o soberano ofereceu ao jovem qualquer tesouro que quisesse e ficou surpreso ao escutar como o inventor gostaria de ser recompensado[24]:

> Dar-me-ei um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro; dois, pela segunda; quatro pela terceira, oito, pela quarta; e, assim, dobrando sucessivamente até a sexagésima quarta e última casa do tabuleiro. Peço-vos, ó rei, de acordo com a vossa magnânima oferta, que autorizeis o pagamento em grãos de trigo, e assim como indiquei!

Entre atônito e injuriado, o soberano condena o desapego do jovem pela fortuna e incube seus sábios matemáticos a calcular tal irrisória recompensa. Sem perceber da astúcia do jovem, que se utilizou da armadilha do crescimento exponencial, o rei Iadava foi surpreendido com a informação que não havia como efetuar tal pagamento que implicava na astronômica quantia de 18.446.744.073.709.551.615 grãos!

A História se repete em ciclos e - assim como ocorre nos dias atuais - a severidade da aplicação da teologia do Islã sufocou o crescimento da Matemática (e das demais ciências), pois se acreditava que a difusão do pensamento poderia colocar em dúvida os dogmas sobre os quais se alicerçava a fé.

Então, somente após a ocupação da parte meridional da Europa pelos árabes, a partir do século XI, foi que todo este conhecimento chegou ao velho continente após traduções dos textos em grego e árabe para o latim.

A Idade Média na Europa se notabilizou mais pelo surto da Peste Negra (1347-50) - que devastou boa parte da população do continente - do que pelos

---

[23] História do xadrez, disponível em http://www.tabuleirodexadrez.com.br/historia-do-xadrez.html, acessado em 22/08/2015.

[24] MALBA TAHAN, Matemática Divertida e Curiosa, p.126-7, 1991.

avanços da Matemática, que se concentrou na maior parte deste período em desenvolver atividades bancárias e comerciais.

Ao fim do século XV e no nascimento do século XVI, o mundo conhecido teve suas fronteiras redefinidas, com a era das Grandes Navegações e descobertas que recolocaram a Europa na vanguarda do conhecimento com grandes avanços não só em Matemática, mas também nas artes, ciências, música e filosofia[25].

Deste período ocorre mais uma associação entre os jogos e a Matemática, na figura controversa do italiano Girolamo Cardano (1501-1576), que foi médico, astrólogo, filósofo e matemático. Sempre envolvido em polêmicas de natureza pessoal, profissional, acadêmica ou religiosa, foi o pioneiro no campo das probabilidades ao estudar a aleatoriedade envolvida nos resultados prováveis em jogos de azar. BELLOS (2010) retrata esse aspecto[26]:

> Raramente, porém, uma descoberta matemática surgiu de tanto desprezo por si mesmo. "Assim, por meu vício imoderado no tabuleiro de xadrez e no jogo de dados, sei que sou merecedor da mais severa censura", escreveu ele. Seu hábito rendeu-lhe um pequeno tratado chamado *O livro dos jogos de azar*[27], a primeira análise científica da probabilidade. Estava tão à frente de seu tempo, entretanto, que só foi publicado um século depois da morte do autor.

Neste breve resumo histórico, fica estabelecida a ligação entre: o simbolismo que os números representam, o fascínio que causam, a associação com jogos e a curiosidade que, reunidos, podem despertar no dia a dia.

Por que não pensar em tentar transferir todo este encantamento, provocado pela Matemática e pelos jogos, para as salas de aula? Seria uma proposta de romper com a forma mais mecânica e tradicional do ensino, ainda muito presente no Brasil, que apresenta o professor como emissor do conhecimento e deixa os alunos como seres passivos e meros reprodutores do discurso docente. Este rompimento é apoiado pelos PCNs.[28]

Há nos PCNs uma redefinição esperada do papel do professor para o processo de ensino-aprendizagem. A proposta é de deslocar o protagonismo da

---

[25] ROONEY, A. op.cit.,p.11
[26] BELLOS, A., op. cit., p.326
[27] No original, *Liber de ludo alae*.
[28] Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e quarto ciclos: Matemática, op. cit., p.37.

aprendizagem para o aluno. Por sua vez, o docente é responsável pela organização e a facilitação, orientando o aluno com as informações que ele não é capaz, fornecendo materiais auxiliares.

Os PCNs especificam mais um pouco das atribuições do professor[29]:

> Outra de suas funções é como mediador, ao promover a análise das propostas dos alunos e sua comparação, ao disciplinar as condições em que cada aluno pode intervir para expor sua solução, questionar, contestar. Nesse papel, o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas.

Cabe ao professor também incentivar a interação entre os alunos e a execução do trabalho de forma coletiva a partir da tentativa de tomar decisões de maneira consensual, postura cooperativa, saber explicitar seu pensamento e, principalmente, saber escutar o colega.

Neste cenário, o professor tem a missão de proporcionar um ambiente adequado para promover o estímulo necessário aos seus alunos.

Estímulo e desafio podem ser duas palavras bastante próximas no universo do estudante. Particularmente, no caso dos desafios, o professor precisa dosar o seu nível: nem tão simples, a ponto de não gerar interesse; nem tão difícil, que desestimule a tentativa de solucioná-lo.

A proposição de um problema em sala pode ser considerada o ponto de partida para desafiar o aluno a adotar esta postura mais ativa, crítica e participativa. Se for bem apresentado, tem a capacidade de provocar discussão; se bem contextualizado, tem a possibilidade de ser significativo ao ponto de, mesmo solucionado, instigar a polêmica e o debate de uma aula para outra.

Este pensamento libertário aparece no prefácio à primeira tiragem, em 1944, da aclamada obra de George Polya, *A arte de resolver problemas – um novo aspecto do método matemático*[30]:

> Uma grande descoberta, resolve um grande problema, mas sempre há uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode

[29] Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e quarto ciclos: Matemática, op. cit., p.38.
[30] POLYA, G., A arte de resolver problemas – um novo aspecto do método matemático, 1995.

> ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Outro fragmento do pensamento de Polya, que faz parte de sua obra *Mathematics and plausible reasoning,* publicado na Revista do Professor de Matemática (RPM)[31] que novamente alerta da necessidade de colocar o aluno no protagonismo do processo de ensino-aprendizagem:

> Para aprender eficazmente, o aluno deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas às circunstâncias". Prefiro esta formulação do "princípio da aprendizagem ativa" que é o princípio educativo mais antigo (pode ser encontrado em Sócrates) e o menos controverso. A Matemática não é um esporte para espectadores: não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa, de modo que o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, matemáticos professores, tanto mais se tivermos como objetivo principal, ou como um dos objetivos mais importantes, ensinar as crianças a pensar.

Alinhado com o pensamento de Polya, há nos PCNs uma manifestação contrária às ações tradicionais comumente empregadas nas salas de aulas de matemática, que privilegiam a transferência unilateral de conhecimentos e excesso de informações. Sinalizam ao emprego da metodologia de resolução de problemas como uma alternativa inicial de abordagem do ensino desta disciplina[32]: "Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução".

No entanto, há de ser muito cuidadoso na forma como esta proposta deve ser planejada e colocada em prática para não se perder de vista seu alcance pedagógico.

Muitas vezes o problema é lançado tão somente para condicionar o aluno a praticar um conhecimento recém-adquirido e fechar o ciclo exposição – aplicação:

> A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo o que o

[31] POLYA, G. O ensino por meio de problemas, p. 6, 1984.
[32] Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos: Matemática, op. Cit., pp.39-40

> professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações[33].

Dessa forma o saber matemático fica desfragmentado, pois o aluno não percebe as inter-relações que existem entre as variáveis e informações e que são tão úteis para elaborar estratégias de resoluções de problemas. O papel do aluno é subdimensionado e o aprendizado passa a ser uma questão de reprodução ou imitação do modelo fornecido pelo professor.

POLYA (2006) foi o precursor desta opinião[34]:

> A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os.

O ensino com a metodologia de problemas tem a possibilidade de aumentar os horizontes dos alunos, à medida que criam conexões entre as informações contidas neles e as experiências e saberes já incorporados. Os PCNs (1998) citam o pensamento de A.H.SHOENFELD(1985) como testemunha disso[35]:

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão a oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

A utilização da metodologia de resolução de problemas pode ser norteada pelos princípios a seguir, conforme os PCNs (1998)[36]:

- A situação-problema é vista como ponto de partida da atividade matemática e não a definição. À medida que os alunos montam suas estratégias de resolução, ideias e métodos matemáticos são abordados;

---

[33] Idem, p.40
[34] POLYA, G. A arte de resolver problemas – um novo aspecto do método matemático, p.3
[35] Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos: Matemática, op. Cit., p.40

[36] Idem, pp.40-1

- Contra aplicação de fórmulas e repetições mecânicas, só existe um problema se ele leva o aluno a interpretar o enunciado e estruturar uma possibilidade de resolução;

- São feitas aproximações sucessivas de um conceito na tentativa de resolução de um certo tipo de problema; pode acontecer do aluno utilizar conhecimentos anteriores para resolver outros problemas; as idas e vindas, erros e acertos são também presenças constantes no processo evolutivo da própria história da Matemática;

- Um conceito matemático é construído articulado com outros conceitos, através de correções e generalizações. Esse tipo de pensamento ajuda a criar soluções gerais e não restritas a situações particulares;

- A resolução de problemas não deve ser uma aplicação da aprendizagem, mas uma ferramenta que permite a partir do contexto apresentado, aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Utilizar-se de jogos em sala de aula pode ser uma forma de apresentar os problemas aos alunos de maneira lúdica e atrativa.

Segundo, DINIZ et al (2007)[37], o trabalho com jogos em sala de aula também altera o modelo tradicional de ensino:

> O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico.

Umas das características mais instigantes dos jogos é que eles podem reordenar os valores estabelecidos pela avaliação formal: não há garantias que, durante a sua aplicação, os alunos com maior rendimento escolar sejam os mais aptos a vencê-los, quando - não chega a ser surpreendente - são batidos pelos colegas com menor rendimento na disciplina.

[37] DINIZ et al. Jogos Matemáticos do 6º aos 9º anos, p.9, 2007

Os jogos, além da observação e raciocínio lógico, exigem a manifestação de habilidades que não seriam percebidas ou captadas por meio de uma avaliação tradicional.

Os resultados, quando inesperados, atingem de forma diferente os vencidos e os vencedores: os primeiros podem superar sua frustação com o resultado e reconstruir suas hipóteses e premissas iniciais utilizadas até então; aos últimos cabe saborear a vitória e o resgate da autoestima por provar suas qualidades subestimadas em classe. Essa faceta sobre erros e derrotas é destacada por DINIZ et al (2007)[38]:

> Hoje já sabemos que, associada à dimensão lúdica, está a dimensão educativa do jogo. Umas das interfaces mais promissoras dessa associação diz respeito à consideração dos erros. O jogo reduz a consequência dos erros e dos fracassos do jogador, permitindo que ele desenvolva iniciativa, autoconfiança e autonomia. No fundo, o jogo é uma atividade séria que não tem consequências frustrantes para quem joga, no sentido de ver o erro como algo definitivo ou insuperável.

Os PCNs (1998) descrevem como o recurso dos jogos pode ajudar no ensino da Matemática[39]:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações. Possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas.
>
> Na situação de jogo, muitas vezes, o critério de certo ou errado é decidido pelo grupo. Assim, a prática do debate permite o exercício da argumentação e a organização do pensamento.

Ao aplicar um jogo em sala de aula, o professor tem a possibilidade de analisar seus alunos pelos seguintes parâmetros, segundo os PCNs (1998)[40]:

- Pela compreensão: facilidade de entender a mecânica do jogo, cultivar o autocontrole e o respeito próprio;

---

[38] DINIZ et al, op. cit., p.10

[39] Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos: Matemática, op. Cit., p.46

[40] Idem, p.47

- Facilidade: advinda da capacidade de construir uma estratégia vencedora;
- Descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e a forma de conduzir o jogo;
- Nível de estratégia: capacidade de comparar situações com premissas ou hipóteses iniciais.

Algumas das características que o jogo matemático deve ter para ser aplicado em sala de aula e contribuir com o processo de ensino-aprendizagem são defendidas por Kamii(1991) e Krulik (1993) apud DINIZ et al (2007)[41]:

- O jogo deve ser para dois ou mais jogadores, logo uma atividade para os alunos realizarem juntos;
- O jogo deve ter um objetivo a ser alcançado e determinar um vencedor;
- O jogo deve permitir que os alunos assumam papéis interdependentes, opostos e cooperativos, ou seja, os jogadores devem perceber: a importância de cada um para alcançar os objetivos do jogo, como são realizadas as jogadas, observar a aplicação das regras e aceitar suas consequências;
- O jogo precisa ter regras preestabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer da partida, exceto pela aceitação de todos, mediante prévia discussão;
- No jogo deve haver a possibilidade de se utilizar estratégias, elaborar planos, executar jogadas e permitir a verificação da efetividade dessas ações.

A defesa da presença de jogos na sala de aula é bem anterior ao advento dos PCNs, conforme LORENZATO (2004)[42]:

---

[41] DINIZ et al, op. Cit., p.11-2

[42] LORENZATO, S. Malba Tahan – um precursor, disponível em http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_sergio_lorenzato_2.pdf, acessado em 27/08/2015.

> Já há 50 anos, em seu livro "Didática da Matemática", o professor Júlio César *Malba Tahan* recomendava: o jogo como situação de aprendizagem; a montagem do Laboratório de Ensino da Matemática, fornecendo mais de 70 sugestões de materiais didáticos; a utilização de paradoxos, falácias e recreações em salas de aula, com a apresentação de problemas interessantes, a narração de histórias e a integração da língua materna com a linguagem matemática.

A antevisão do professor Júlio César de Mello e Souza o fizera propor em 1959 que, ainda no ensino fundamental, fossem introduzidas noções de probabilidade, topologia, estatística e cálculo estimativo, assim como o uso das calculadoras em sala de aula, conforme descrito em LORENZATO (2004)[43]:

> Em 1989, 30 anos depois, nos EUA, essas recomendações são lançadas oficialmente aos professores; no Brasil, 8 anos mais tarde, os nossos PCNs vêm a contemplá-las. Enfim, Malba Tahan distingue-se, em suas concepções, por sua atualidade, onde nela entrevemos o arauto, o portador de uma nova mensagem.

Júlio César de Mello e Souza, como professor de matemática, destacou-se por ser um contumaz crítico das estruturas ultrapassadas de ensino. "O professor de Matemática em geral é um sádico. — Denunciava ele — Ele sente prazer em complicar tudo."[44]

A despeito das contribuições à didática, Malba Tahan deixou um amplo legado na popularização e divulgação da Matemática tanto para os apreciadores, quanto aos leigos, que por suas obras tiveram contato com o lado mais prazeroso e lúdico desta ciência. Como ler e não se deixar assombrar com a sagacidade de *Beremiz Samir*, o protagonista de *O Homem que Calculava*, na resolução dos mais intricados desafios que surgiam em sua jornada?

Sobre a obra supracitada, escreveu Monteiro Lobato ao autor: "... obra que ficará a salvo das vassouradas do tempo como a melhor expressão do binômio 'ciência-imaginação' ..."[45]. No Brasil, a data de seu nascimento, 6 de maio, é considerada o Dia da Matemática, numa escolha feita em 2004 pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

---

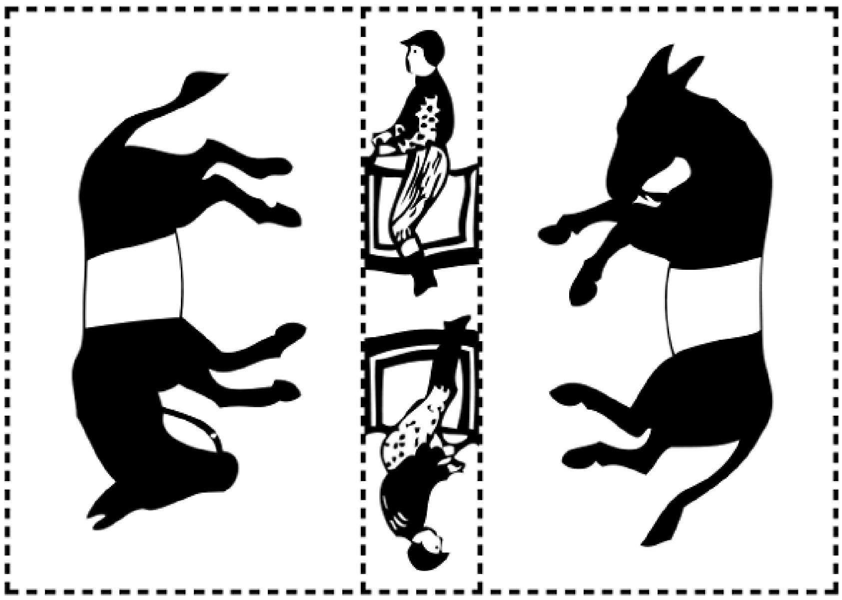
[43] LORENZATO, S. Malba Tahan – um precursor, disponível em http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_sergio_lorenzato_2.pdf, acessado em 27/08/2015.
[44] VILLAMEA, L.. "Malba Tahan – o genial ator da sala de aula", p. 9, 1995.
[45] 'Carta de Monteiro Lobato' IN: Mil histórias sem fim, v.2, p.223, 1957.

Se Malba Tahan é o precursor e maior expoente da divulgação da Matemática no Brasil, há de se citar alguns nomes estrangeiros que influenciaram bastante na elaboração deste projeto, na apresentação em sala de aula e na seleção de atividades aplicadas.

O norte-americano Samuel *"Sam" Loyd* (1841-1911) foi um grande autor de quebra-cabeças, gênio de seu tempo, responsável por milhares de charadas, a maioria com conteúdo matemático. Iniciou a publicar colunas em jornais lançando intrincados e pitorescos desafios sobre xadrez, um de seus grandes talentos, mas abandonado no início de sua vida adulta.

A charada '*trick donkeys*[46]' (vide a fig.6, a seguir) rendeu-lhe fortuna e provoca até hoje muita controvérsia (este foi um dos problemas escolhidos para ser apresentado no projeto): consiste em recortar a figura ao longo das linhas pontilhadas, obtendo-se três retângulos que devem ser reorganizados para que os jóqueis cavalguem os dois cavalos[47].

Fig.6 – Trick donkeys de Sam Loyd



Fonte: Dave Richeson, 2015.

[46] Truque dos burros
[47] GARDNER, M. Divertimentos matemáticos, pp.97-8, 1998.

Outro quebra-cabeça de inegável sucesso de Loyd - que é reeditado até hoje - é conhecido por 14-15, ou jogo das 15 pastilhas (*Sliding block puzzles),* conforme a fig.7 a seguir:

Fig.7 – Jogo das 15 pastilhas

Fonte: www.murderousmaths.co.uk, 2015.

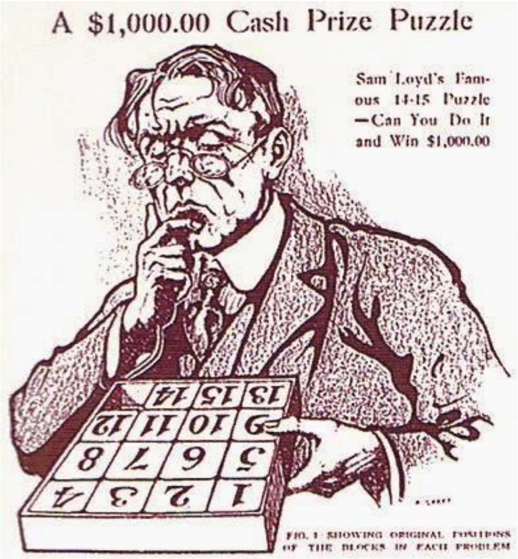
As pastilhas podem deslizar dentro da caixa e permite reorganizar os números; em algumas versões, os números impressos são substituídos por letras e formam palavras.

Sam Loyd lançou um desafio intrigante: inverteu a posição dos números 14 e 15 e ofereceu um prêmio de mil dólares (quantia altíssima à época, em 1870) para quem retornasse à disposição original. Centenas de cartas chegavam diariamente à redação do jornal em que mantinha sua coluna, mostrando o interesse que conseguia despertar[48].

O prêmio nunca precisou ser pago, pois o problema, naquelas condições, ele o sabia ser insolúvel; a reputação de Loyd não foi abalada por esse pequeno estratagema de propaganda: a sinalização ao público que o problema parecia ser simples, que havia uma recompensa atraente e que bastava arregaçar as mangas e tentar. A figura a seguir mostra o lançamento do desafio:

[48] GARDNER, M. Op. Cit, pp.97-8.

Fig.8 – O desafio 14-15



Fonte: Marcelo de Souza Alves, 2015[49].

Sua produção foi extensa e continuada por seu filho (Sam Loyd Jr.), após sua morte, mas sem o mesmo brilho. Postumamente foi publicado em 1914, um compêndio de mais de 5000 quebra-cabeças, que é uma referência na literatura do gênero que sofreu algumas compilações ao longo do tempo. Duas dessas compilações são organizadas por outro grande divulgador da Matemática: o também norte-americano Martin Gardner (1914-2010).

Gardner, entre outros méritos, manteve por 25 anos, a partir de 1952, a coluna *Mathematical Games* - que teve 300 edições - na conceituada revista norte-americana *Scientific American* (com várias edições em outros idiomas).

Sobre a influência de Gardner, o não menos talentoso matemático inglês Ian Stewart assim descreveu no prefácio de seu livro Mania de Matemática (2004)[50]:

> Quando eu tinha cerca de 16 anos, um dos pontos altos do mês para mim era a leitura da coluna *“Mathematical Games”*, de Martin Gardner, publicada na revista *Scientific American*. Cada artigo continha alguma coisa nova para atrair minha atenção – era matemático, e era divertido. Como tive a sorte de possuir alguns excelentes professores da disciplina, já sabia que a matemática podia dar prazer e não era algo pronto e acabado. A coluna de Martin Gardner reforçava essas mensagens. E embora tratasse de jogos

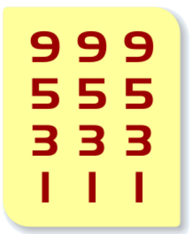
[49] Disponível em < http://araposapreppie.blogspot.com.br/2015/01/a-historia-de-sam-loyd-e-o-quebra.html>, acessado em 28/08/2015.
[50] STEWART, I. Mania de Matemática, p.7, 2005.

> (mais tarde, não sei por quê, o nome mudou para "Mathematical Recreations", o que soa mais maçante), havia muita matemática "séria" misturada com as brincadeiras.
>
> Acho justo dizer que a coluna de Martin Gardner foi uma das razões por que acabei me tornando matemático. Ela me mantinha interessado e deixava claro que havia lugar de sobra para novas ideias e pensamento criativo nesse campo. Além disso, ao contrário de muitos de meus colegas de profissão, nunca me preocupei em separar os aspectos "sérios" da matemática dos divertidos. Não que não visse a diferença; simplesmente não a considerava lá muito muito importante. Para mim, o que interessava era matemática, e eu gostava tanto de trabalho matemático quanto de brincadeira matemática, sem sentir qualquer necessidade de separá-los.

Martin Gardner publicou dezenas de obras de diversas temáticas diferentes: truques mágicos, sofismas, lógica, puzzles, matemática recreativa, etc., incluindo *The Anotatted Alice (1960)*, que se dedica a analisar os diversos problemas de matemática e lógica oculto nos dois volumes da obra de Lewis Carroll[51]: Alice no país das Maravilhas (1865) e Alice no país do espelho (1871).

Como uma amostra do talento provocativo de Gardner, a fig.9, a seguir, revela um dos seus típicos problemas propostos: 'Seis números'[52].

Fig.9 – Desafio dos seis números



Fonte: Peter Grabarchuk, 2015.

Neste puzzle, o leitor é desafiado a selecionar da cartela exatamente seis números de modo que a soma deles seja igual a 21. A priori, não se precisa pensar muito para se constatar que a soma de seis números ímpares é sempre igual a um número par, o que tornaria impossível obter a solução pedida por Gardner.

[51] Pseudônimo do matemático inglês Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898)
[52] Disponível em http://www.puzzles.com/puzzleplayground/SixNumbers/SixNumbers.htm, acessado em 28/08/2015.

Mas é neste momento que ele incita a flexibilização do pensamento, à recusa aos paradigmas já estabelecidos e o incentivo à criatividade. Na fig.10, a seguir, seguem duas soluções para o desafio proposto[53]:

Fig.10 – Soluções do desafio dos seis números

Fonte: Peter Grabarchuk, 2015

Na primeira solução, Gardner dá uma amostra de seu lado engraçado e faz uma piada ao inverter a cartela e formar um trio de seis a partir dos algarismos noves originais, mas assim possibilita cumprir a tarefa proposta; na segunda solução, ao reunir os dois algarismos 1's e formar o número 11 tornando possível determinar o que foi solicitado, uma vez que passam a haver cinco números ímpares que resultarão, com certeza, num valor ímpar e na soma desejada.

O já citado matemático (autor também de obras de ciências e de ficção científica também!) inglês Ian Stewart, admirador confesso do trabalho de Martin Gardner, inclusive substituindo-o na coluna dedicada à Matemática, *Mathematical Recreations*, na revista *Scientific American*, propiciou ensinamentos muito importante.

Em sua obra *Almanaque das curiosidades matemáticas* ele assim define o sentido de seu trabalho[54]:

> Quando tinha 14 anos, comecei a fazer um caderno de anotações. Anotações sobre matemática. Antes que você me considere um caso perdido, apresso-me em dizer que não eram notas sobre matemática escolar. Mas sobre tudo que eu pudesse encontrar de interessante em relação à matemática que *não* era ensinado na escola. (...) *A matemática não se resume ao que você aprendeu na escola*. Melhor ainda: *a matemática que você não aprendeu na escola é interessante.* Na verdade, boa parte dela é divertida – especialmente se você não precisar fazer uma prova ou acertar cálculos. (...) Este Almanaque é um apanhado daquele,

---

[53] Six number solution, disponível em http://www.puzzles.com/puzzleplayground/SixNumbers/SixNumbersSol.htm, acessado em 28/08/2015.

[54] STEWART, Ian. Manual das Curiosidades Matemáticas, p.9, 2009.

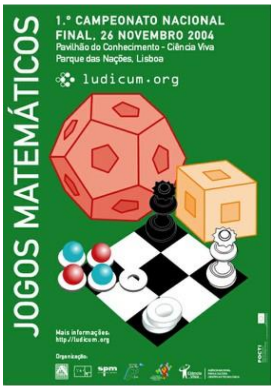
uma miscelânea de jogos, quebra-cabeças, histórias e curiosidades matemáticas que atraíram minha atenção.

Essa mesma atitude de coleção, pesquisa e seleção foi o norte adotado na elaboração do material destinado ao uso neste projeto.

Outra fonte de inspiração para trazer os jogos matemáticos em sala de aula foi uma competição nascida em Portugal em 2004: o Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos (CNJM), administrado pela associação *Ludus*, com apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), dentre outras instituições.

A ideia da competição é a seguinte: os alunos são divididos em quatro categorias correspondendo aos três ciclos do ensino fundamental e o ensino médio. São definidos os jogos – comuns ou não – para cada categoria e organizados um período de treinamentos preparatórios para professores e alunos. As etapas regionais apontam os campeões de cada jogo, em cada categoria, que são reunidos, posteriormente, para uma grande final nacional, numa cidade pré-determinada, com grande repercussão[55]. Abaixo segue o cartaz de divulgação desta edição:

Fig.11- Cartaz de divulgação do 1º CNJM



Fonte: Associação Ludus, 2015.

Os jogos são anunciados e parcialmente modificados a cada nova edição e divididos por categorias:

- Combinatórios: jogo do Nim, Northcott, etc;

[55] Disponível em http://ludicum.org/cnjm/1, acessado em 28/08/2015.

- Abstratos: Hex, Amazonas, Y (variante do Hex), etc.;

- Geométricos: jogos de montagem de poliedros;

- Aritméticos: Ouri (de origem africana, jogado com sementes);

- Antigos: Senet (jogo milenar egípcio);

Além do aspecto matemático envolvido na competição, cabe dizer que a escolha dos jogos atende também a um critério de facilitação de acesso a eles: muitos exigem tão somente o uso de lápis e papel e outros são adaptados para serem jogados sobre tabuleiros de xadrez.

A partir da 8ª edição em 2011/2012 houve o acréscimo de uma nova modalidade de disputa: o concurso *Inventa o teu jogo*. Nele, os participantes são convocados a criar um jogo matemático obedecendo as seguintes regras: não pode haver influência do fator sorte (como o lançamento de dados) e nem haver assimetria de informação como jogos de cartas ou batalha naval, que permitem ao jogador ocultar seu jogo.

3. METODOLOGIA DO PROJETO

Anualmente, no Instituto Federal de Alagoas (IFAL) é aberto o edital de projeto de extensões nas modalidades: servidor e aluno. Em sua última edição, houve a proposta de aplicar um projeto de matemática com os alunos de uma escola municipal de São Miguel dos Campos.

A partir da aprovação do projeto, tratou-se de realizar uma coletânea de atividades a partir do uso anterior em sala de aula e/ou pesquisa na literatura.

As atividades escolhidas nessa primeira triagem foram testadas na prática quanto a sua funcionalidade, interatividade e compreensão ao serem submetidos aos monitores selecionados para participarem do projeto.

Esta fase de ensaio procurou detectar as possibilidades e/ou limitações de cada atividade e a sua interligação com habilidades e saberes matemáticos exigidos dos aprendizes em seu nível de ensino. Foi demonstrado o que os monitores deveriam explorar durante a exposição de cada uma delas em sala de aula.

Os contatos iniciais com a direção e a coordenação de Matemática da escola de ensino fundamental da rede municipal foram conclusivos para indicar quais as turmas que iriam participar do projeto devido a alguns critérios específicos: nível de dificuldade detectado até o momento e a potencialidade de efeitos positivos que possam ser gerados, além da possível melhor receptividade e adesão ao trabalho.

A escolha recaiu para turmas que são novas na escola: os 6º anos, sendo escolhidas uma turma no turno matutino e outra no turno vespertino. Os PCNs (1998) destacam vários aspectos relevantes sobre este primeiro ano do aluno nesta nova etapa (o 3º ciclo do ensino fundamental, correspondente aos 6º e 7º anos) uma vez que há um novo modelo de organização, com horário compartilhado por várias disciplinas, variedade de professores e mais exigências quanto à organização do trabalho[56]:

---

[56] Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e quarto ciclos: Matemática, op. Cit., p.61.

Foi elaborada uma programação de intervenções, num total de oito momentos semanais em cada turma, equivalente a uma hora aula (45 a 50 minutos, dependendo do turno), com a presença do professor da escola e a equipe do IFAL com professor e/ou monitores, cobrindo em sua totalidade quatro meses, entre preparação e finalização.

A apostila guia (vide o apêndice A) foi elaborada e distribuída aos monitores e professores da escola envolvidos com o projeto, com a perspectiva de receber supressões, contribuições ou críticas, que poderiam ser realizadas durante o período do projeto ou ao seu final.

Este material seria composto de atividades introdutórias e preparatórias para alcançar o objetivo do projeto de utilizar jogos matemáticos em sala de aula, afinal a proposta de uma forma geral visava romper com a forma de ensino e tornar a disciplina bem mais intrigante e atrativa. Esta gradação se fazia necessário para que os alunos não participassem dos jogos tão somente pelo espírito de competição – ou o que seria pior: jogar por jogar, mecanicamente - mas que os permitissem associá-los ao aprendizado da Matemática e seu uso em sala de aula como facilitador de aprendizagem.

O material foi dividido em seções que, com exceção da introdução, poderiam ser trabalhadas em qualquer ordem, sem abrir qualquer lacuna que pudesse atrapalhar a compreensão. Esta forma de organizar o material foi espelhada no *modus operandi* dos autores divulgadores da matemática que foram citados no capítulo anterior como Ian Stewart e Martin Gardner. Isto também possibilita aos facilitadores do projeto dispor de opções que mais se adequem ao perfil da turma, uma vez que a dinâmica da sala de aula se altera muito rapidamente.

A proposição dos jogos matemáticos dar-se-ia de forma diluída, destinando algum período da intervenção, para lançá-los, explicar as suas regras e fazer demonstrações *in loco* com os alunos, incentivando-os a continuarem a praticar em casa com os parentes ou nos intervalos, com os demais colegas.

A escolha dos jogos apresentados, face às limitações de recursos financeiros de seus participantes (escolas públicas e alunos), privilegiou aqueles que exigem pouco mais de que lápis e papel ou - num ambiente fora da sala de aula - material reciclado.

A partir do início do projeto e mediante a receptividade observada por parte dos alunos envolvidos a forma de finalização do projeto ficou em aberto. Havia a opção de encerrá-lo fazendo uma disputa entre os alunos – numa singela inspiração do CNJM e de proporções mais modestas – com uma premiação simbólica, utilizando os jogos mais simples e aceitos.

Outra proposta de encerramento seria um pouco mais ambiciosa: através de uma ação de interdisciplinaridade agregar a participação dos professores de Educação Artística e Ciências da turma e envolver os alunos numa ação ambiental de reciclagem para reaproveitar materiais, que seriam descartados de maneira inadequada, tais como: garrafas pet e suas tampinhas, papelão, etc.

A partir desta coleta, seriam oferecidas oficinas no horário invertido, aproveitando-se da proposta de educação integral da escola, confeccionando os jogos que seriam utilizados na competição. Os jogos poderiam ficar com os alunos que o fizeram ou passarem para guarda da escola e serem usados pelos professores em outros momentos.

O maior legado palpável do projeto será a disponibilização desta apostila guia revisada e corrigida; impressa, respondida e comentada para ser oferecida aos professores de Matemática das 14 escolas da rede pública municipal da cidade.

Após a realização do campeonato de jogos matemático, o projeto retorna à sala de aula na manifestação dos alunos e suas novas habilidades, que foram potencializadas e/ou descobertas, na expectativa que tenha provocado uma mudança na maneira de lidar com a Matemática.

4. CONSTRUÇÃO DA APOSTILA GUIA

O material destinado ao uso dos professores e monitores durante a execução do projeto apresentava somente as questões, sem soluções, uma vez que alguns dos problemas admitiam mais de uma maneira de resolver.

A divisão do material foi assim realizada, envolvendo aproximadamente 40 atividades:

- Contando histórias;

- Brincando de Aritmética;

- Figuras Mágicas;

- Contagem de figuras;

A seguir algumas das atividades de cada grupo serão apresentadas:

4.1. Contando histórias

Trata-se de uma seleção de problemas polêmicos, com o objetivo de atrair a atenção dos alunos e aproximá-los do projeto. Problemas envolvendo histórias que poderiam até mesmo ser representadas por eles em salas de aula, principalmente envolvendo dinheiro em situações contextualizadas; problema de lógica e desafios para reverem suas hipóteses iniciais ou provocar a mudança de seus paradigmas.

Duas das atividades mais interessantes, do ponto de vista da interatividade que despertam e da discussão que geram, estão reproduzidas a seguir, com comentários e resoluções.

4.1.1. Como ser honesto

No início da manhã, mal a papelaria do Agenor abriu, um cliente adentrou e pediu para comprar o livro mais vendido do momento: “Como ser honesto”, que custava R$ 30,00. Para pagar, ele entregou uma nota de R$ 100,00. Agenor não tinha dinheiro trocado para passar o troco e foi pedir na loja vizinha, a sapataria Chulé, para trocar aquela nota de R$ 100,00 por dez notas de R$ 10,00. Margarida, a vendedora, fez a troca.

Agenor, de volta a loja, deu o troco ao comprador, que até pediu para que ele não embrulhasse o livro, pois já o leria de imediato.

Poucos minutos depois, Margarida, entra nervosa na loja e avisa a Agenor que aquela nota de R$ 100,00 era falsa! Agenor, para evitar o escândalo, troca a nota falsa por uma verdadeira e Margarida retorna à sapataria satisfeita.

Você concorda que o Agenor teve um prejuízo? Qual o total que ele perdeu?

O problema precisa ser narrado sem pressa e pontuado em seus momentos chaves, ou seja, as ações efetuadas pelos personagens. Após uma segunda narrativa é hora de questionar aos alunos, um a um, sobre sua opinião quanto à segunda indagação. A interatividade aumenta ainda mais quando se solicita que ele apresente a sua justificativa para a resposta. Ao final, revela-se a resposta correta e caso a explicação não os convença, por exigir algum grau de abstração, resta ainda a alternativa de montar uma representação mais concreta.

Na versão final do material – diferente da apostila guia inicial - há um espaço destinado ao professor com a solução e sugestões para a aplicação:

Sugestão ao professor: *pode-se encenar a situação e fazê-la de forma concreta, utilizando fotocópias de cédulas.*

Fig.12 – Dinheiro cenográfico

Fonte: Autor, 2015.

O único prejuízo do livreiro é pela troca da nota falsa por uma verdadeira, com a vizinha. O livro foi comprado honestamente e como dinheiro recebido. O troco dado ao golpista veio do dinheiro trocado com a vizinha.

A maneira mais fácil de analisar o problema é do ponto de vista contábil: a vizinha perde R$ 100,00 e recupera em seguida, logo não ganha nem perde nada; o golpista entrega uma nota falsa e ganha R$ 70,00 de troco e um livro no valor de R$ 30,00, logo lucrou R$ 100,00, que é o prejuízo do livreiro.

Professor, perceba que a presença da dona da sapataria é dispensável ao problema, pois ela não perde nem ganha nada, sendo mais um fator de diversionismo para tirar o foco do problema.

4.1.2. Os jóqueis e os burros

Utilizando como base a figura 6, da página 35, é proposto o célebre desafio trick donkeys de Sam Loyd.

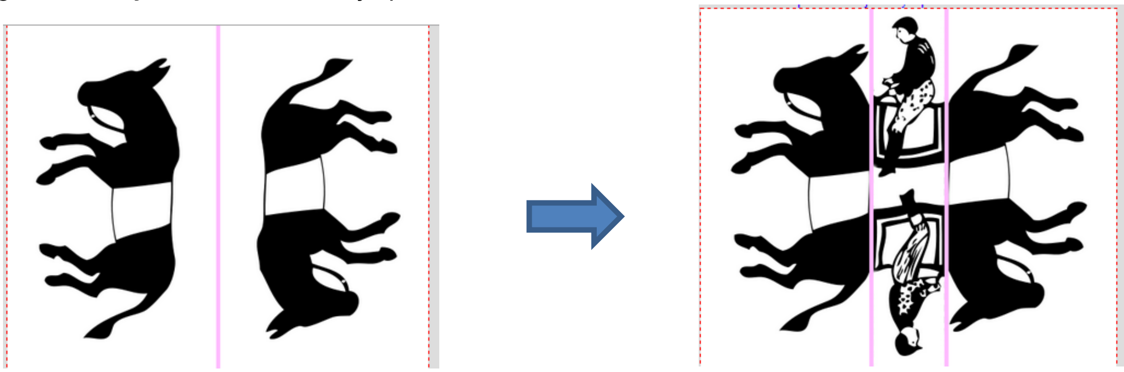
Recorte a figura abaixo, nas linhas pontilhadas, e coloque os jóqueis para montar nos burros de modo a formar a figura de cavalos velozes.

O facilitador precisa estar atento para atender às solicitações dos alunos para legitimar as respostas apresentadas e responder sobre as mais variadas perguntas sobre como o desafio pode ser completado. Uma boa pista para oferecer aos alunos diante de uma solução errada é: “Se você não está conseguindo responder deste jeito, tente fazer de uma forma diferente!”.

A solução apontada para o professor está exibida na figura abaixo: os cavalos devem ser unidos de costas e invertidos. A seguir, coloca-se o retângulo contendo os jóqueis, cobrindo a parte branca do desenho dos cavalos[57].

[57] Disponível em < http://mesosyn.com/mental1-8.html>, acessado em 29/08/2015.

Fig.13 – Solução do desafio 'Os jóqueis e os burros'



Fonte: http://mesosyn.com/mental1-8.html, 2015.

4.2. Brincando de Aritmética

Esta seção é destinada às atividades envolvendo as operações matemáticas, expressões numéricas e cálculo mental. Há de se perceber a possibilidade de existir mais de uma solução para cada problema o que permite continuar explorando a questão.

4.2.1. Tudo seis

Como no exemplo resolvido, você deve usar todos os recursos matemáticos para fazer com que os resultados de cada sequência de números seja sempre "6":

2+2+2 = 6
3 3 3 = 6
4 4 4 = 6
5 5 5 = 6
6 6 6 = 6
7 7 7 = 6
8 8 8 = 6
9 9 9 = 6

Solução: *Professor vale a pena recordar aos alunos que a ordem das operações é importante. Existe -para a mesma sentença- a possibilidade de mais de uma solução, explore isso. A resposta da sentença dos 8's é um pouco pesada para o nível dos alunos, mas é uma alternativa caso não tenha sido ensinado as raízes cúbicas.*

$2+2+2 = 6$

$3 \times 3-3 = 6$

$\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4} = 6$

$5 + 5 \div 5 = 6$

$6 + 6 - 6 = 6$

$7 - 7 \div 7 = 6$

$8 - \sqrt{\sqrt{8+8}} = 6$

$\sqrt{9} x \sqrt{9} - \sqrt{9} = 6$

4.3. Figuras mágicas

Neste momento são propostas atividades que envolvem a participação dos alunos de forma cooperativa para se alcançar os objetivos solicitados.

Aqui há uma sequência natural do tópico anterior *Brincando de Aritmética*, quando se deve distribuir uma série de números em certas posições, seguindo as operações indicadas.

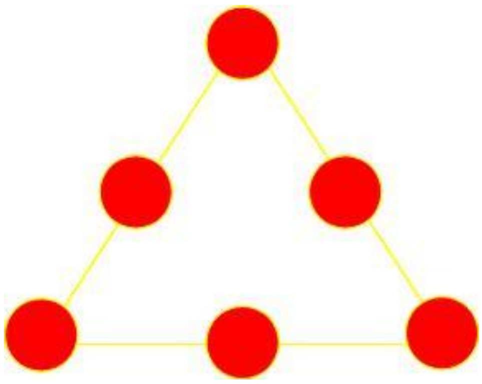
O objetivo é praticar cálculos numéricos com operações básicas e utilizar o jogo como um meio de aprendizagem através do uso lúdico da matemática. Os jogos podem envolver somas, subtrações, multiplicações ou divisões[58].

4.3.1. Triângulos mágicos

Usando os números de 1 a 6, inclusive, sem repetir, coloque-os nos círculos existentes no triângulo da figura abaixo, de modo que se obtenha a mesma soma em cada um dos três lados desta figura, nas seguintes situações:

[58]Disponível em http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/figuras_magicas/index.htm, acessado em 01/03/2015.

Fig.14 – Triângulo Mágico



A) SOMA 9;
B) SOMA 10;
C) SOMA 11;
D) SOMA 12.

Fonte: Eduardo Barbero Corral, 2015.

Sugestão ao professor: *passado as dificuldades iniciais, a cada comando de mudar a soma para um novo valor, o aluno perceberá que as hipóteses iniciais precisam ser ajustadas de acordo com a estratégia escolhida.*

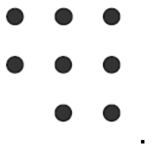
4.4. Contagem de figura

Neste momento é trabalhada a possibilidade de dividir um problema em partes menores e criar um método de organização para 'atacá-lo' de forma mais eficiente. Por envolver, usualmente, figuras geométricas abre-se uma 'brecha' para explorar suas definições e propriedades num ambiente lúdico mas não menos efetivo de aprendizagem.

4.4.1. Encontrando quadrados

Quantos quadrados podem ser desenhados unindo os pontos da figura abaixo com segmentos de reta?

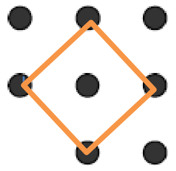
Fig.15-Encontrando quadrados



Fonte: Autor, 2015.

***Sugestão ao professor**: além dos 3 quadrados facilmente visíveis, há mais um inclinado, no centro da figura. Os alunos vão questionar que se trata de um losango, mas um losango pode ser um quadrado com ângulos internos de 90º.*

Fig.16 – Solução do problema Encontrando quadrados



Fonte: Autor, 2015

5. ATIVIDADES EM SALA DE AULA

Após elencadas uma série de iniciativas preliminares, que envolviam a impressão de material a ser usado em sala de aula, treinamento dos monitores, seleção das atividades, contato com os professores das turmas de sextos anos (que serão designados durante este texto como professores A e B, dos turnos matutino e vespertino, respectivamente) que sofreriam intervenção do projeto e agendamento das datas disponíveis, o projeto estava pronto para iniciar, no início de abril de 2015.

A direção da escola solicitou que o projeto fosse socializado em uma reunião com o grupo de professores de Matemática da rede municipal. Este momento acabou não acontecendo, pois a data escolhida coincidiu com uma paralisação nacional da educação. Este foi o primeiro dos adiamentos, pois as datas seguintes no mês de abril coincidiram com feriados letivos e realização de provas bimestrais.

Efetivamente, o projeto se iniciou em 05 de maio de 2015, em ambos os turnos. No turno matutino, o professor A adotou uma postura omissa e retirou-se da sala sem participar da atividade (o que se repetiu em todo o projeto), o que gerou um impacto negativo no projeto, pois se tratava de uma turma com cerca de 40 alunos e com graves problemas de disciplina.

No contraponto, no turno vespertino, o professor B esteve presente em todos os momentos das intervenções bem como adotou em suas aulas regulares algumas atividades da apostila-guia. No vespertino, além da ajuda do professor B no controle da disciplina havia também um outro fator que ajudou no desenvolvimento do projeto: tratava-se de um grupo menor, com cerca de 25 alunos.

O primeiro encontro com cada uma das turmas significava muito, pois seriam estabelecidas normas de conduta e comportamento para a continuidade das apresentações do projeto.

Logo, foram escolhidas atividades que propusessem a maior participação possível dos alunos e que os fizessem agentes ativos durante a apresentação. Foram testadas 24 atividades diferentes, incluindo jogos, para determinar o conteúdo final da apostila que formaria um guia para ser usado em sala de aula pelos professores de Matemática da escola.

A seguir, há a descrição de algumas delas, que geraram maior repercussão entre os alunos, de acordo com o depoimento do professor B.

5.1. O jogo do nim

De origem chinesa, o jogo de nim – sem entrar muito em detalhes – é baseado em estabelecer uma estratégia para deixar o adversário numa posição perdedora. Ele é jogado com a retirada de uma quantidade variável de palitos de um monte com total previamente conhecido. Para melhor visualização os palitos foram desenhados no quadro e eram apagados de acordo com a ação dos jogadores.

Com muitas versões conhecidas, foi adotada a proposta por MELO (1984)[59], levando-se em conta a faixa etária dos alunos do projeto (entre 10 e 13 anos), bastante simplificada, baseada em três regras que foram explicitadas aos alunos:

- A quantidade de palitos deve ser um número ímpar;
- Cada jogador retira, alternadamente, uma quantidade de palitos compreendida entre um limite mínimo e um máximo;
- Perde o jogador que retirar, na sua vez, o(s) último(s) palito(s).

Foi estabelecido que a quantidade de palitos que poderiam ser retirados era entre 1 e 4. Após a explicação das regras, um aluno era convidado para fazer uma demonstração enfrentando um dos facilitadores do projeto. Toda partida era precedida de uma disputa de par ou ímpar para indicar a ordem dos jogadores.

Após esta etapa, os demais alunos eram convidados a jogar. Enquanto as partidas se sucediam, a turma recebia questionamentos sobre: ‘Há vantagem em começar o jogo ou ser o segundo jogador?’, ‘Qual a tática que deve ser usada para vencer?’, ‘O que esse jogo tem de Matemática?’.

Ao longo das partidas – quase a totalidade da sala conseguia jogar - havia a sinalização da resposta para algumas das perguntas acima, mas nada era revelado

[59] MELO, C.A.V de. O jogo do nim: um problema de divisão, p., 1984.

até a apresentação da semana seguinte. Apenas havia a recomendação que praticassem em casa ou com os colegas de sala.

Cabe ressaltar, a partir da conduta adotada neste projeto para aplicar o jogo de nim, mas que é válida para qualquer outro, é que o jogo deve ser repetido várias vezes, em mais de uma aula, para ser compreendido pelo aluno.

Na intervenção seguinte, o jogo era retomado e era feito seu fechamento. Para esta versão do nim apresentada, a lição para os alunos foi que usassem a operação de divisão e o cálculo mental para se sagrarem vencedores.

Para fazer a demonstração da estratégia vencedora foi dado o seguinte exemplo:

Supondo que o jogo se inicie com 23 palitos. O primeiro jogador tem a chance de vencê-lo se fizer a seguinte operação: dividir 23 por 5 e verificar o resto. O divisor corresponde à soma dos limites mínimo e máximo para retirada dos palitos. O resultado pode ser visualizado da seguinte maneira, conforme o esquema abaixo:

II IIIII IIIII IIIII IIIII **I**

Do resto de três palitos, separa-se um (o afastado, à direita, no fim da sequência) e o primeiro jogador retira os palitos sublinhados (no início à esquerda).

A partir daí, cada retirada do outro jogador deve ser respondida com a retirada dos palitos restantes em cada grupo completo de cinco (ver o quadro 1 abaixo). Ao fim da partida, o segundo jogador retirará o último palito.

Quadro 1: Marcação das jogadas

Retirada do 2º jogador	Retirada do 1ºjogador
1	4
2	3
3	2
4	1

Fonte: Autor, 2015.

Findo o 'mistério', continuar a jogar o nim – e vencê-lo - com os colegas de turma passa a ser uma questão de sorte de ser o primeiro jogador. Então houve a sugestão para que fossem mudadas as regras, como por exemplo: começar com uma quantidade par, alterar a quantidade de palitos que os jogadores podem retirar numa jogada ou, ainda, definir que a retirada do(s) último(s) palito(s) passa a ser a condição de vitória. Cada nova regra ou a combinação de duas ou mais delas teriam o poder de renovar o jogo, trazendo outros desafios para os alunos.

5.2. Quadrados e triângulos mágicos

Após sondagem sobre a tradicional atividade quadrado mágico 3x3[60], que alguns alunos já haviam respondido em séries anteriores, porém, como forma de promover um aquecimento para o próximo problema, o quadrado foi desenhado e coletivamente foi sendo preenchido, por tentativas e erros, e pela lembrança dos alunos:

- O número no centro é 5!

- A soma de cada lado é 15!

Fig.17 – Quadrado mágico 3x3

15	15	15	15	15
15	2	9	4	15
15	7	5	3	15
15	6	1	8	15
15	15	15	15	15

Fonte: Autor, 2015.

Foi comentado com os alunos sobre a Matemática por trás da brincadeira, ressalvando sua validade para quadrados de ordem ímpar:

[60] Consiste em preencher as noves casas com algarismos de 1 a 9, sem repetir, de modo que a soma de cada linha, coluna e as duas diagonais tenham o mesmo valor, que é chamado de 'soma mágica'.

- A soma de todos os algarismos é igual a 45;
- Dividindo-se 45 pelo total de casas, temos o número central (em outras palavras, seria a média e mediana): 45 ÷ **9** = **5**;
- Dividindo-se 45 pela quantidade de linhas ou colunas, estabelece-se a soma mágica: 45 ÷ **3** = **15.**

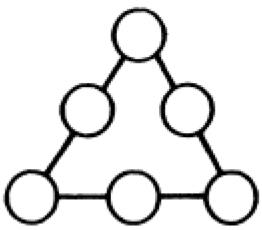
Foi comentado também que as rotações do quadrado representavam a mesma solução apresentada. Sugestão deixada aos alunos é que poderiam tentar montar novos quadrados mágicos, utilizando nove números sequenciais diferentes dos escolhidos para esta atividade.

A atividade com o quadrado mágico foi tão somente a ‘entrada’ que antecedia ao prato principal da intervenção: os triângulos mágicos, que apresentava bastante espaço para interação e investigação com os alunos.

A condução desta atividade foi inspirada no trabalho de DINIZ (1991)[61] que procurou explorar os aspectos possíveis de utilização de um problema em sala de aula.

A atividade proposta é a seguinte: colocar, sem repetir, os números de 1 a 6, nos círculos da figura abaixo de modo que a soma de cada lado do triangulo seja igual a uma determinada soma. Inicialmente, a soma escolhida foi 9.

Fig.18- Triângulo mágico proposto



Fonte: Autor, 2015.

Após a fase de tentativas e erros, com os alunos se atropelando para responder e dificultando a compreensão do raciocínio deles, a resposta foi obtida:

[61] DINIZ, M.I.S.V, Metodologia: ”Resolução de Problemas”, p. 15, 1991.

Fig.19 – Soma 9

		1		
	6		5	
2		4		3

Fonte: Autor, 2015.

Cabe questionar neste momento se havia outras soluções distintas e se era possível identificar algum padrão na resolução.

Os alunos encontram ‘soluções novas’ obtidas pela rotação da resposta original e quando lembraram-se do que houve com o quadrado mágico perceberam que se tratava da mesma resposta.

Fig.20 – Soma 9: ‘soluções novas’

		2						3		
	4		6		ou		4		5	
3		5		1		2		6		1

Fonte: Autor, 2015.

Houve dois efeitos pedagógicos: o primeiro foi reconhecer que os menores números estão nas ‘quinas’ do triângulo; o segundo foi rebatizar as ‘quinas’ para vértices, como manda a geometria.

Em seguida, foi solicitado que deveriam fazer a mesma tarefa, desta vez, obtendo a soma 10. Alguns alunos acharam estranho repetir a tarefa utilizando os mesmos números e após o mesmo processo de tentativas e erros, mas num tempo menor chegaram a essa resposta e também as de somas 11 e 12 (uma delas já tinha sida proposta pelo professor B, durante a aula regular).

Fig.21- Resolução das somas 10, 11 e 12.

		1						2							4	
	6		4				5		3		e			3		2
3		2		5		4		1		6			5		1		6

Fonte: Autor, 2015.

No caso da soma 12, os alunos perceberam a necessidade de colocar os números maiores nos vértices do triângulo.

Fig.22 – Alunos em ação

Fonte: Autor, 2015.

Para o arremate da apresentação foram feitas duas perguntas a mais:

- Pode-se obter a soma 8? Por quê?
- Pode-se obter a soma 13? Por quê?

Após algumas tentativas, as quais, no máximo, as somas de dois dos lados são obtidas, chega-se à conclusão que não é possível responder ao desafio. Em seguida, buscam-se os culpados: na soma 8, o vilão é o 6, que onde for colocado impede a obtenção do resultado; no caso da soma 13, o culpado é o 1, que impede a resolução.

5.3. Problemas envolvendo dinheiro

Um dos chamarizes para capitalizar a atenção dos alunos foi destacar que, no cotidiano deles, a Matemática está presente em muitas situações, incluindo as transações envolvendo dinheiro, para não serem enganados.

Inicialmente, foi proposto o clássico problema do dinheiro que sumiu:

Três amigos vão a uma lanchonete e ao pedirem a conta, recebem uma fatura de R$ 30,00. Cada um deu R$ 10,00. Já se preparavam para ir embora, quando o proprietário ofereceu um desconto de R$ 5,00 e mandou o garçom devolver. O garçom, guardou R$ 2,00 para si e devolveu apenas R$ 1,00 a cada amigo. Se cada amigo pagou R$ 9,00 (3 x 9 = 27) e o garçom ficou com dois reais (27 + 2 =29 reais). Para aonde foi o R$ 1,00 que está faltando?

Por se tratar de um sofisma, não há erro; apenas a indução dos alunos ao erro, que foi o tema de abertura da apresentação: ter atenção. Um dos alunos chegou ao resultado, reconstruindo a história e explicando aos colegas o tamanho da farsa.

Na atividade *Como ser honesto* (ver o item 4.1.1) tentou-se fazer a encenação da história, com os alunos do matutino, com impressão de cédulas de dinheiro e caracterização dos alunos que interpretariam os personagens. O resultado não foi satisfatório, pois não foi possível assegurar a ordem na sala com 40 alunos.

Abre-se um parêntese para ressaltar que a tentativa frustrada de representação já tinha sido precedida de uma série de tentativas de conseguir manter a ordem e a proposta de trabalho, principalmente na turma maior do matutino. Na ausência do professor da escola, havia troca de agressões verbais e físicas entre os alunos; intromissão de elementos estranhos à turma, por falta de controle disciplinar da escola, que ao serem descobertos provocavam interrupção das atividades para serem recambiados às suas turmas de origem.

Foi tentado transferir as apresentações para o lado do prédio administrado pelo IFAL, ao invés da escola municipal, mas isso não surtiu efeito. Na verdade, a sensação foi que a indisciplina foi ainda pior, pois não se contava com os monitores de disciplina nos corredores e ainda havia atos de vandalismo às instalações e mobiliário do Instituto.

Para o período vespertino, por garantia, foi cancelada a encenação do problema e feito de forma mais simples e direta.

Os objetivos do projeto - de investir em jogos matemáticos - começaram a ser repensados, pois as atividades perdiam muito de seu objetivo no meio da desorganização das turmas.

Para tentar uma correção de rumo, foi preparada a inclusão de uma nova atividade que exigisse muita interação e concentração dos alunos, que provocasse a adoção de um planejamento antes da execução: refletir antes de agir.

5.4. Colorindo mapas

Esta atividade, baseado no teorema das 4 cores, que determina que qualquer mapa pode ser pintado utilizando somente essa quantidade de tonalidades.

Segundo SOUSA (2012)[62], o problema nasceu das indagações do britânico Francis Guthrie em 1852, que conjecturou que 4 seria a menor quantidade de cores necessárias para pintar os condados existentes no mapa da Inglaterra.

Numa breve síntese deste problema, Francis Guthrie apresentou o problema a seu irmão mais novo, Frederick Guthrie, que era aluno de Augustus De Morgan[63], que o divulgou no meio da sociedade matemática londrina de sua época. A partir daí, muitas tentativas frustradas de transformar a conjectura em teorema ocorreram. Somente em 1976, com ajuda computacional (mais de mil horas de computação de alta velocidade), Kenneth Appel e Wolfang Haken, em Illinois, Estados Unidos, encerraram esta procura, ainda que, posteriormente, trabalhos

[62] SOUSA, L. O Teorema das quatro cores, pp.132-4, disponível em http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/12.pdf, acessado em 31/08/2015.
[63] Augustus De Morgan (1806-1871), matemático e lógico britânico que formulou as Leis de Morgan e introduziu o termo e a ideia da indução matemática.

fossem desenvolvidos para obter a prova da conjectura usando menos recursos computacionais.

Obviamente, não há uma relação direta entre este fato e os conteúdos abordados no 6º ano, mas poderia proporcionar alguns ganhos para o projeto: a necessidade de interpretar enunciados, seguir regras e pensar antes de executar.

Foi escolhido o mapa do Brasil (ver atividade reproduzida no apêndice A) e passada as seguintes regras:

- Só podem ser usadas quatro cores;
- Estados vizinhos não podem ter a mesma cor;
- Consideram-se vizinhos – para esta atividade- os estados que possuam um lado em comum. Por exemplo, Alagoas e a Bahia, no mapa, se unem por um ponto. Logo, não são considerados vizinhos. O mesmo vale para Acre e Rondônia e Maranhão e Bahia.

Em cada turma, em torno de três alunos responderam corretamente. A correção precisava ser muito eficiente pela demanda desordenada que os alunos promoviam.

O resultado geral novamente deixou a desejar porque os alunos não cumpriram o protocolo estabelecido: não seguiram as orientações da atividade, não planejaram o preenchimento do mapa (o que provocava repetidas rasuras até não poder mais tentar responder na mesma folha) e criaram um ambiente de hostilidade e animosidade contra a equipe do projeto, pois queriam que os monitores aceitassem como certas atividades que não seguiam as três regras pré-estabelecidas.

Fig.23 – Aluna verificando a solução da atividade

Fonte: Autor, 2015.

A maior importância desta atividade foi comprovar que os alunos ao desrespeitarem as regras das atividades - e também as regras mínimas de respeito e convivência num ambiente coletivo - não estavam aptos para atividades com jogos matemáticos.

Em conversas com o professor B, percebeu-se que seria mais importante que as atividades realizadas reforçassem as deficiências mais presentes na sua turma, que eram sobre operações matemáticas de uma forma geral.

Assim, o foco do projeto foi alterado para tentar melhorar as carências identificadas pelo professor da sala de aula, agindo diretamente no desenvolvimento dessas habilidades exigidas.

No entanto, sempre que uma atividade programada era executada antes do previsto a equipe do projeto utilizava o tempo restante para fazer a demonstração de um novo jogo matemático.

Cabe salientar que um encadeamento de eventos não previstos acabou diminuindo o número de oito apresentações semanais previstas inicialmente: cinco para o turno matutino e seis para o vespertino. Os motivos para os cancelamentos foram: paralisação da rede pública de ensino para eventos patrocinados pela secretaria municipal de educação, realização da festa junina da escola, início da reforma da escola, falta de professores da escola e a consequente liberação da(s) turma(s), mudança da grade de horário das aulas por parte da escola, sem prévio aviso, o que ocasionou da equipe do projeto estar presente na escola fora do horário e/ou dos dias das aulas de matemática, como tinha sido programado com a direção da escola.

As atividades relatadas a seguir foram baseadas neste redirecionamento do projeto. Um capítulo da apostila-guia foi abandonado pelo projeto, em que pese a sua riqueza: atividades com tangram. Foi uma medida preventiva, uma vez que estava previsto a construção de um quebra-cabeça para cada aluno em material emborrachado, mas isso necessitaria do uso de tesouras e/ou estiletes e não havia convicção mínima de haver condições de segurança para isso.

5.5. O jogo do feche a caixa

Um jogo de origem normanda, praticado com apostas em dinheiro por marinheiros no norte da Europa desde meados do século XVIII, ‘Feche a caixa’ (*Shut the box*, no original) foge um pouco do conceito de jogo matemático por haver o lançamento de dois dados antes de cada ação do jogador, o que introduz os princípios de sorte ou azar nas partidas.

Basicamente, a sequência do jogo é: cada jogador recebe 45 pontos e jogam alternadamente; há caixas numeradas de 1 a 9 que devem ser fechadas (1 ou 2 por lançamento) a partir do resultado do lançamento de dois dados. Em cada turno de um jogador, ele repete os lançamentos até que fechem todas as caixas ou que não possa mais fazê-lo.

As caixas que não foram fechadas devem ser somadas e abatidas da pontuação do jogador. Passa-se a vez ao oponente e o jogo continua até que um deles não tenha mais pontos de jogar

Lançado comercialmente como jogo de tabuleiro nos anos 70 do século passado, *Feche a Caixa* é oferecido como recurso pedagógico em lojas especializadas ou pode ser construído facilmente com uso de material reciclado.

A versão utilizada em sala de aula foi um software, que pode ser baixado gratuitamente no sítio eletrônico da Revista Nova Escola[64], não necessitando da conexão à internet para ser jogado.

Descartando o fator sorte, que pode ser determinante para o resultado final do jogo, há uma série de ações que o aluno precisa decidir em seu turno de jogador, com vários aspectos relevantes:

- Ao verificar os resultados dos dados, ele pode ter mais de uma opção de fechar as caixas e precisa avaliar qual representaria a melhor jogada;
- Quando as caixas maiores (7,8 e 9) já se encontram fechadas, o jogador precisa decidir se continua lançando os dois dados ou apenas um;
- Ao encerrar seu turno há a necessidade de calcular a soma dos valores das caixas não fechadas e abatê-la do seu escore de pontos. O computador alerta caso as operações não sejam efetuadas corretamente;
- O jogador pode ser 'apresentado' no final do jogo ao desconhecido universo dos números inteiros, caso perca mais pontos do que seu escore atual. Ponto obrigatório de debate sobre o que fazer e aproveita-se para introduzir os negativos com a noção de dívida.

Fig.24-Apresentação eletrônica do Feche a Caixa

Fonte: Autor, 2015.

64 Disponível em http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/feche-caixa-428064.shtml, acessado em 31/08/2015.

Infelizmente, o jogo acabou não sendo aplicado em larga escala em virtude do laboratório de informática da escola municipal estar fora de uso por problemas estruturais e/ou elétricos.

Fig.25 – Feche a caixa em sala de aula

Fonte: Autor, 2015.

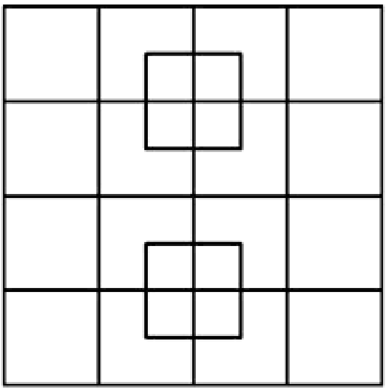
5.6. Contando figuras

Estas atividades foram incluídas no projeto pelo reforço pedagógico que proporcionam:

- A necessidade de interpretar corretamente e compreender o que se pede;
- Procurar ser metódico e organizado para conseguir alcançar o objetivo desejado;
- Dividir um problema em partes menores e resolvê-las separadamente;
- Trabalhar conceitos geométricos básicos: pontos, retas, ângulos e polígonos;
- Provocar os alunos a interagirem com a disciplina e entre eles, visto que muitas soluções encontradas foram fruto do esforço coletivo em sala de aula.

A atividade a seguir serviu para dirimir uma dificuldade conceitual bem comum dos alunos: a diferenciação entre quadrado e retângulo. Dada a figura abaixo foi questionado: quantos quadrados existem na figura?

Figura 26- Contando quadrados



Fonte: Autor, 2015.

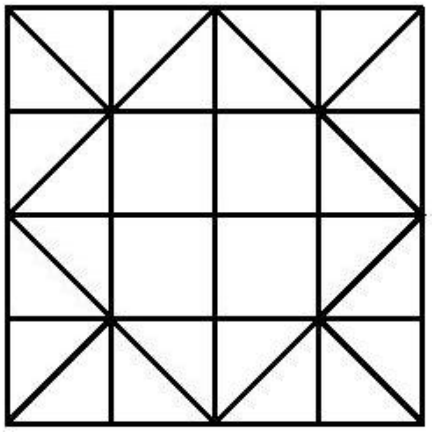
O interessante foi perceber a impetuosidade dos alunos: ao se convidar um aluno para mostrar a sua resolução no quadro, os colegas vão chegando e construindo coletivamente – com alguma desordem e confusão de ideias- a solução do problema. O mosaico abaixo demonstra este fato.

Fig.27- A união faz a força

Fonte: Autor, 2015.

Outra atividade proposta exigia a contagem de triângulos, que ficou facilitada pelas estratégias praticadas no problema anterior, ainda que fosse mais complexa, conforme a figura abaixo:

Fig.28- Contagem dos triângulos



Fonte: Autor, 2015.

A atitude dos alunos continuou a mesma, cooperando para solucionar o problema, conforme a figura 28 a seguir.

Fig.29- Cooperação em busca do resultado

Fonte: Autor, 2015.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A primeira sensação ao finalizar o projeto na escola parceira foi de alívio. Alívio por ter finalizado as atividades, sem maiores rusgas ou constrangimentos, diante de um público-alvo formado por adolescentes oriundos de ambientes de vulnerabilidade social, vivendo imersos às problemáticas da violência urbana e drogas. Não é incomum a presença da força policial na escola à procura de suspeitos por furtos e/ou consumo e venda de drogas, ou sendo chamados para intervir em situações envolvendo os discentes.

As experiências anteriores na implantação de projetos maiores e mais ambiciosos, como gincanas de Matemática ou Campeonato de Jogos matemáticos realizados em instituições privadas poderiam ter fornecido um suporte adicional na organização e condução destas atividades. Mas houve um duro choque de realidade ao fazê-lo numa escola pública, com sérios problemas de indisciplina que reduziam a efetividade das intervenções realizadas em sala, por se perder bom tempo na organização do espaço de aula e controlar os problemas de convivência interpessoal. Nisto, inclui-se a omissão do professor A em não auxiliar na implantação do projeto na turma matutina, algo impensável de ocorrer de forma tão cristalina numa escola da rede privada.

A impressão seguinte é o de ter atingido – ainda que parcialmente - o objetivo geral do projeto: revelar a Matemática como sendo bem mais do que uma das disciplinas do universo escolar, numa proposta desafiadora, menos mecânica e mais reflexiva. Este pensamento se sustenta ainda que houvesse sido necessário executar correções de rumo que modificaram a proposição inicial de encerrar o projeto com um campeonato de jogos matemáticos e finalizá-lo no ambiente de sala de aula com atividades que foram sugeridas pelo professor B para combater as fragilidades apresentadas pelos seus alunos.

De uma forma geral o projeto foi concebido para atender, a priori, à clientela interna da escola municipal, seus professores de Matemática e, principalmente, seus alunos, cumprindo assim os objetivos da proposta de extensão do IFAL: produzir interação com a comunidade além de seus muros.

Há convicção de ter sido feita a provocação necessária aos alunos, pois houve cobrança da parte deles por novas intervenções no segundo semestre; a parceria com o professor B fez com que ele incorporasse atividades da apostila-guia nas suas próprias aulas. Tanto que foi preciso abortar a realização de algumas atividades guia já antecipadas por ele. Após o projeto finalizado, ele foi questionado sobre a percepção de mudanças na sala de aula

Procurou-se, espelhado pelos PCNs, fazer com que os alunos tomassem uma atitude mais ativa diante a Matemática, dando voz aos seus pensamentos, escutando – quando possível - um a um, garantindo o direito de se expressar, mesmo diante de momentos mais conturbados.

Foi incentivada, muitas vezes, a estratégia de desenvolver as atividades em equipe e de forma solidária.

Conceitos geométricos e operações aritméticas foram pontuados e reforçados de forma lúdica com as mais de duas dezenas de atividades aplicadas.

Houve um tratamento – ainda que breve – diferenciado diante da resolução de um problema, com algumas sinalizações aos alunos como: ler e entender o que foi pedido; separar as informações importantes para resolução dos problemas; dividir problemas grandes, em partes menores; ter capacidade de rever sua maneira de raciocinar diante de um insucesso.

Apesar da dificuldade de manter os alunos ocupados com Matemática durante as apresentações e de toda sorte de dificuldade de gerenciar as relações interpessoais, houve uma contribuição significativa dos alunos: foi percebido que algumas das atividades não possuíam enunciados bem elaborados e geravam dúvidas quanto à sua resolução, como as que envolviam expressões numéricas.

Essas informações foram decisivas para montagem do guia intitulado ‘Para gostar de Matemática’, destinado aos professores da disciplina da rede municipal de ensino, que se constitui no legado tangível e material que o projeto deixou. Este material, disponível em mídia digital no apêndice B, foi enriquecido com mais atividades (supera 50 atividades) do que as que foram pensadas e postas em prática com os alunos, tentando aprofundar mais um determinado tema ou elevar o nível do desafio para os alunos, exigindo ainda mais empenho e esforço de sua parte.

Mas, talvez, a maior intenção e desejo é que haja uma realização de caráter imaterial: uma mudança da postura dos alunos em relação a disciplina; potencialização de interesses e habilidades matemáticas; mudança de paradigmas na forma de agir e pensar como discente em sala de aula.

Ao fim do projeto, houve uma avaliação interna da Pró-reitoria de Extensão do IFAL que se restringiu a investigar a atuação dos alunos e docente do Instituto na ação.

Havendo a continuidade do projeto (uma possibilidade institucional, mediante justificativa junto ao IFAL), um passo interessante seria prever a mensuração do grau de satisfação dos envolvidos na escola municipal; particularmente, seria uma verificação se o projeto foi capaz de provocar mudanças nos entes envolvidos. Do lado dos alunos, se houve um ganho no rendimento em sala de aula; do lado do professor B, se o projeto modificou sua forma de pensar e/ou prática de ensinar Matemática. Afinal, como escreveu Cora Coralina: “Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina”.

REFERÊNCIAS

ALVES, Marcelo de Souza. O desafio 14-15, disponível em < http://araposapreppie.blogspot.com.br/2015/01/a-historia-de-sam-loyd-e-o-quebra.html>, acessado em 28/08/2015.

ASSOCIAÇÃO LUDUS. Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, disponível em <http://ludicum.org/>, acessado em 28/08/2015.

BELLOS, Alex. **Alex no país dos números- uma viagem ao mundo maravilhoso da Matemática**. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.

BORGES, Bruna & CALGARO, Fernanda. IDH do Brasil melhora e supera média da AL; país é o 79º em ranking mundial. Disponível em < http://noticias.uol.com.br/internacional/ultimas-noticias/2014/07/24/idh-do-brasil-sobe-supera-media-latinoamericana-mas-ainda-e-2-entre-brics.htm >.Acesso em 10/02/2015;

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1998.

CORRAL, Eduardo Barbero. Figuras mágicas, disponível em http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/figuras_magicas/index.htm, acessado em 01/03/2015.

COSTA, Fábio. Renda cresce em Alagoas, mas não muda a realidade. **Jornal Gazeta de Alagoas,** Maceió, 06 de outubro de 2013.Disponível em < *http://gazetaweb.globo.com/gazetadealagoas/noticia.php?c=231480>.* Acesso em 09/02/2015;

DELGADO, Jorge & VILLELA, Maria Lúcia Torres. **Pré-Cálculo, v.1: Conjuntos Numéricos**. Rio de Janeiro: UFF, 2007.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. "**Metodologia 'Resolução de Problemas'**". IN:Revista do Professor de Matemática, ano X, nº 18. Rio de Janeiro:SBM,1991.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira, SMOLE, Kátia Stocco & MILANI, Estela. **Jogos Matemáticos de 6º a 9º anos**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

Feche a caixa, disponível em < http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/feche-caixa-428064.shtml>, acessado em 31/08/2015.

GARDNER, Martin. **Divertimentos Matemáticos**. São Paulo: Ibrasa, 1998

GOMES, Anne Michelle Dysman. Gauss, o príncipe da Matemática, disponível em <http://www.uff.br/sintoniamatematica/curiosidadesmatematicas/curiosidadesmatematicas-html/audio-gauss-br.html>, acessado em 17/10/2015

GRABARCHUK, Peter. Martin Gardner puzzles, disponível em <http://www.puzzles.com/puzzleplayground/Authors/MartinGardner.htm>, acessado em 28/08/2015.

História do xadrez, disponível em http://www.tabuleirodexadrez.com.br/historia-do-xadrez.html, acessado em 22/08/2015.

INEP. IDEB – Resultados e Metas. Disponível em http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=7739897. Acesso em 15 de fev.2015;

LORENZATO, Sergio. **Malba Tahan – um precursor**, disponível em http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_sergio_lorenzato_2.pdf, acessado em 27/08/2015.

Maceió segue com o maior PIB de AL registrando 46,35% da riqueza. Disponível em http://g1.globo.com/al/alagoas/noticia/2014/12/maceio-segue-com-maior-pib-de-al-registrando-4635-do-total-de-riqueza.html.Acesso em 16 de fev. de 2015;

MELO, Carlos Alberto V. de. “O jogo do Nim: um problema de divisão”. **Revista do Professor de Matemática**, ano III, nº 6. Rio de Janeiro:SBM,1984

Nota Técnica do Índice do Desenvolvimento da Educação Básica – Ideb. Disponível em <

http://download.inep.gov.br/educacao_basica/portal_ideb/o_que_e_o_ideb/Nota_Tecnica_n1_concepcaoIDEB.pdf >. Acesso em 15/02/2015.

OBMEP. Premiados da OBMEP. Disponível em <http://www.obmep.org.br/premiados.htm>. Acesso em 16/02/2015;

OCDE. **Relatório Nacional PISA 2012- Resultados brasileiros**. São Paulo: Fundação Santillana, 2013.

POLYA, George. “O ensino por meio de problemas”. **Revista do Professor de Matemática**, ano IV, nº 7. Rio de Janeiro:SBM,1985

______. **A arte de resolver problemas – um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

Raio X da Pobreza em Alagoas: 62% da população é considerada pobre. Disponível em http://cadaminuto.com.br/noticia/2011/04/04/raio-x-da-pobreza-em-alagoas62-da-populacao-e-considerada-pobre. Acesso em 09/02/2015;

RICHESON, Dave. The famous trick donkeys: a Sam Loyd Puzzle, disponível em < http://divisbyzero.com/2009/06/25/famous-trick-donkeys/ >, acessado em 16/12/2015.

RODRIGUES, Rosália & MIRANDA, Emília. As formas e os números, disponível em <http://www.atractor.pt/mat/numeros/triangulares/index.html>, acessado em 21/08/2015.

ROONEY, Anne. **A História da Matemática. – Desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: M. Books, 2012.

SIMMONS, Ursula Marianne. **Blocos lógicos: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio**. Petrópolis: Vozes, 2007.

SOUSA, Lourdes. O teorema das quatro cores. Disponível em <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/12.pdf>, acessado em 31/08/2015.

STEWART, Ian. **Mania de Matemática**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.

______ **Manual das Curiosidades Matemáticas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2009.

______ **Os números da natureza**. Rio de Janeiro: Rocco, 1996.

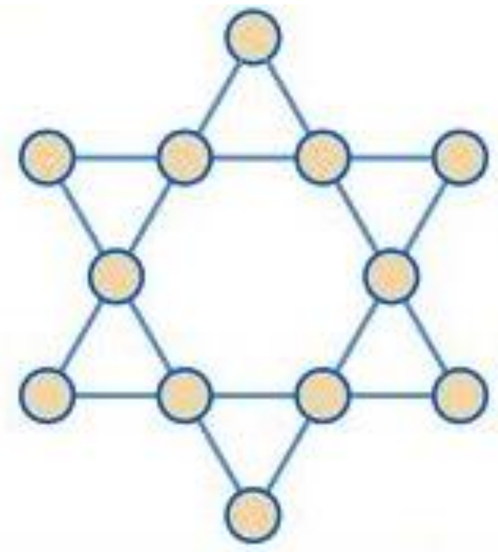
TAHAN, Malba. Matemática divertida e curiosa. Rio de Janeiro: Record, 1991.

______**Mil histórias sem fim**, v.2. Rio de Janeiro: Conquista, 1957.

VILLAMEA, Luiza. "Malba Tahan – o genial ator da sala de aula". **Revista Nova Escola**, ano X, nº 87. São Paulo: Abril, 1995

APÊNDICE

APÊNDICE A: PROJETO DE EXTENSÃO IFAL 2015 - JOGOS DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA SALA DE AULA



Professor Orientador: Claudio Roberto Agra Lima

Alunos: José Wanderson Silva dos Santos e Darlan Santos Silva

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O uso de jogos e curiosidades no ensino da Matemática tem o objetivo de fazer com que os alunos gostem de aprender esta disciplina, mudando a rotina da classe e despertando o interesse do aluno envolvido[65].

A aprendizagem através de aplicações no nosso dia-a-dia, que de fato sejam úteis para o aluno, é interessante – não porque ele precise ir bem na matéria – mas sim porque ele goste.

Analisando as possibilidades de jogo no ensino da Matemática percebemos vários momentos em que crianças e jovens, de maneira geral, exercem atividades com jogos em seu dia-a-dia fora das salas de aula. Muitos desses jogos culturais e espontâneos se apresentam impregnados de noções matemáticas que são simplesmente vivenciadas durante sua ação no jogo.[66]

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para Matemática no ensino fundamental explicitam o papel da Matemática pela preposição de objetivos que evidenciaram a importância do aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções.[67]

Nos anos 1980, diversas correntes matemáticas em vários países convergiam para as seguintes propostas:

- O ensino fundamental deve ser usado para adquirir competências básicas para formar o cidadão e não apenas para ser pré-requisito de estudos posteriores;

---

[65] VARGAS, Giuliano. Matemática Lúdica no Ensino Fundamental e Médio, p.6, 2010
[66] Idem.
[67] Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1998.

- Ênfase na resolução de problemas, explorando a Matemática a partir de problemas do cotidiano ou de outras disciplinas. Importante o aluno ter um papel ativo na busca do conhecimento;

- Abordagem de assuntos mais amplos do que os tradicionalmente exigidos para atender a demanda social e a necessidade de compreender a importância do uso da tecnologia e sua renovação;

A ideia básica do nosso projeto é propor atividades, curiosidades de jogos matemáticos que despertem o gosto pela disciplina e que, indiretamente, melhore o rendimento na escola e estimule a necessidade de novos desafios e descobertas.

Ao passarmos atividades aos alunos é importante que eles tentem apresentá-las a partir do teste das suas hipóteses e nosso papel será apenas o de motivador e de balizador das atividades apresentadas.

A maioria destas mais de 50 atividades propostas utilizam poucos recursos além de lápis, papel e uma boa dose de imaginação. A ordem como são apresentadas neste material não obriga que sejam feitas na mesma sequência.

2. QUEBRANDO O GELO

O roteirista e escritor norte-americano, William Goldman, vencedor de dois prêmios Oscar de melhor roteiro[68], na apresentação de um de seus romances, confessou seu desapontamento ao dar à sua filha um livro de histórias infantis que ele tinha em grande conta e que não despertou a reação de arrebatamento que ele esperava.

Ao reler o livro ele percebeu que havia um sem número de situações modorrentas que desestimulavam a continuidade da leitura entre as partes chaves da história. Então, ele se propôs a escrever uma história que prendesse o leitor com a premissa que o que havia de acontecer sempre era mais interessante que o que já se passou.

Este pensamento também me ocorreu quando comecei a lecionar: num mundo dinâmico, globalizado, com o advento da internet, jogos eletrônicos, celulares etc. como prender a atenção de um grupo de adolescentes num contexto de aprendizado que se repete de forma tradicional há dezenas de anos? Como não cair na vala comum do mecanicismo? Como fazer diferente?

Quando criança tive contato com a obra prima do professor- e grande divulgador da Matemática- Júlio César Melo e Souza, mais conhecido pelo pseudônimo de Malba Tahan, 'O Homem que calculava', que disfarçava num cenário das Mil e uma noites, uma série de problemas, artifícios e engenhosidades matemáticas que eram um desafio a querer saber mais. Havia então um universo muito maior do que traziam os livros da escola...que superava em larga escala habilidades mecânicas de realizar operações aritméticas ou decorar regras sem compreender o que delas poderíamos usufruir.

Júlio César, como professor de matemática, destacou-se por ser um exacerbado crítico das estruturas ultrapassadas de ensino. "O professor de

[68] Vencedor por Butch Cassidy e Billy The Kid (1970) e Todos os homens do presidente (1977).

Matemática em geral é um sádico. — Denunciava ele. — Ele sente prazer em complicar tudo.”[69]

Levei para a sala de aulas esta mesma leitura. Usar o que há de mais entusiasmante na Matemática para atrair o interesse, a atenção dos alunos e o desejo de ir mais longe, talvez, até com suas próprias pernas.

Pesquisando ao longo de quase vinte anos, colecionei e apliquei uma série de atividades, desafios e jogos para contribuir com essa ruptura com o passado que teima em se estender pelo presente.

---

[69] Luiza Villamea. "Malba Tahan – o genial ator da sala de aula". IN: *Revista* Nova Escola, ano X, nº 87, set. 1995, p. 9.

3.CONTANDO HISTÓRIAS

A polêmica garante vida longa para os problemas matemáticos. Esta sessão é dedicada a explorar esse fato.

3.1. A CONTA DA LANCHONETE

OBJETIVO: Quebrar paradigmas sobre resolver problemas. Uso do raciocínio lógico

MATERIAL: Lápis e papel

Três amigos vão a uma lanchonete e ao pedirem a conta, recebem uma fatura de R$ 30,00. Cada um deu R$ 10,00. Já se preparavam para ir embora, quando o proprietário ofereceu um desconto de R$ 5,00 e mandou o garçom devolver. O garçom, guardou R$ 2,00 para si e devolveu apenas R$ 1,00 a cada amigo. Se cada amigo pagou R$ 9,00 (3 x 9 = 27) e o garçom ficou com dois reais (27 + 2 =29 reais). Para aonde foi o R$ 1,00 que está faltando?

Sugestão ao professor: *ótimo problema de abertura, pois quebra um paradigma importante sobre a proposição de problemas. Trata-se de um sofisma: não falta nenhum real! Vejamos: R$ 25,00 ficaram para o dono da lanchonete; R$ 2,00 para o garçom esperto e R$1,00 para cada um dos três amigos, totalizando os R$ 30,00 iniciais.*

3.2 COMO SER HONESTO

OBJETIVO: Quebrar paradigmas sobre resolver problemas. Uso do raciocínio lógico

MATERIAL: Lápis e papel; dinheiro cenográfico.

No início da manhã, mal a papelaria do Agenor abriu, um cliente adentrou e pediu para comprar o livro mais vendido do momento: “Como ser honesto”, que custava R$ 30,00. Para pagar, ele entregou uma nota de R$ 100,00. Agenor não tinha dinheiro trocado para passar o troco e foi pedir na loja vizinha, a sapataria

Chulé, para trocar aquela nota de R$ 100,00 por dez notas de R$ 10,00. Margarida, a vendedora, fez a troca.

Agenor, de volta a loja, deu o troco ao comprador, que até pediu para que ele não embrulhasse o livro, pois já o leria de imediato.

Poucos minutos depois, Margarida, entra nervosa na loja e avisa a Agenor que aquela nota de R$ 100,00 era falsa! Agenor, para evitar o escândalo, troca a nota falsa, por uma verdadeira e Margarida volta à sapataria satisfeita.

Você concorda que o Agenor teve um prejuízo?

Caso ele tenha tido, qual o total que ele perdeu?

Sugestão ao professor: *pode-se encenar a situação e fazê-la de forma concreta, utilizando fotocópias de cédulas.*

Solução: *O único prejuízo do livreiro é pela troca da nota falsa por uma verdadeira, com vizinha. O livro, foi comprado honestamente e como dinheiro recebido. O troco dado ao golpista veio do dinheiro trocado com a vizinha.*

A maneira mais fácil de analisar o problema é do ponto de vista contábil: a vizinha perde R$ 100,00 e recupera em seguida, logo não ganha nem perde nada; o golpista entrega uma nota falsa e ganha R$ 70,00 de troco e um livro no valor de R$ 30,00, logo lucrou R$ 100,00, que é o prejuízo do livreiro.

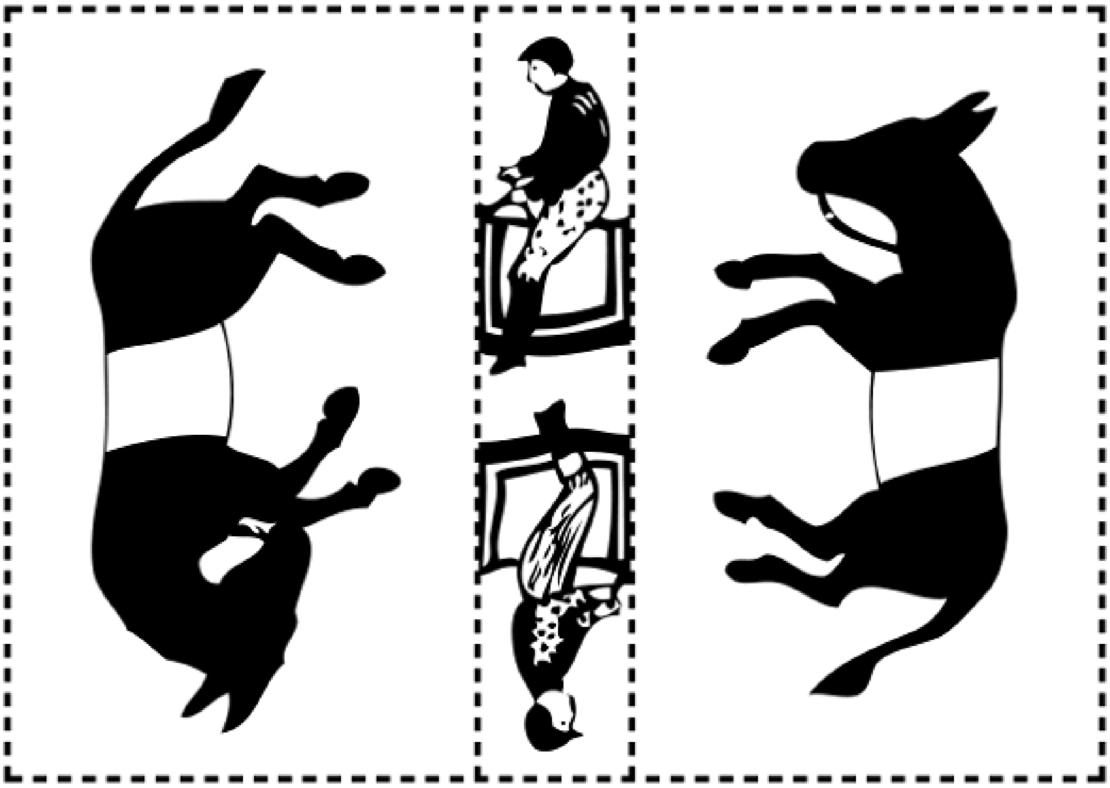
Professor, perceba que a presença da dona da sapataria é dispensável ao problema, pois ele não perde nem ganha nada, sendo mais um fator de diversionismo para tirar o foco do problema.

3.3 OS JOQUÉIS E OS BURROS

OBJETIVO: Quebrar paradigmas sobre resolver problemas. Uso do raciocínio lógico. Criação de estratégias de resolução

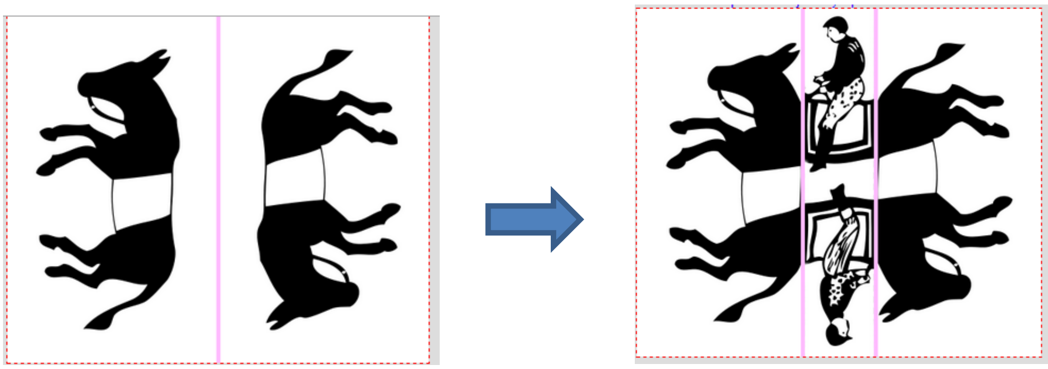
MATERIAL: Desenho impresso e tesoura

Distribua o desenho impresso para cada aluno e peça que recortem-no nas linhas pontilhadas e coloque os jóqueis para montar nos burros de modo a formar a figura de cavalos velozes.



Sugestão ao professor: *este problema é interessantíssimo, um quebra cabeça do século XIX do americano Sam Lloyd, que força o aluno a repensar suas estratégias para alcançar. Solução disponível em:* http://mesosyn.com/mental1-8.html*. Professor, ressalte que no início, os animais se assemelham com burros e ao final, deve se parecer com potentes cavalos. Esta figura está disponível em anexo. Para evitar acidentes, substitua a tesoura pela separação das três partes por meio de dobraduras ou já as entregue separadas*

Solução: *Coloque inicialmente os cavalos de costas e em sentindo contrários, conforme a figura abaixo. A seguir, coloque os jóqueis no espaço em branco:*



3.4 PROBLEMAS DE LÓGICAS:

Professor, essa seção traz probleminhas clássicos que podem ser utilizados na sala de aula pois trazem o ingrediente básico para fomentar discussões e interesse pela matemática: a polêmica. Podem ser narrados e/ou desenhados no quadro.

OBJETIVO: Uso do raciocínio lógico. Criação de estratégias de resolução. Estabelecer relações a partir das informações dadas.

MATERIAL: Lápis e papel

3.4.1 PAIS E FILHOS

Dois pais e dois filhos foram pescar. Cada um pescou um peixe, sendo que ao todo foram pescados 3 peixes. Como isso é possível?

Solução: *Trata-se, realmente, de 3 pessoas: o filho, o pai e o avô.*

3.4.2. ***TRAVESSIA DO RIO***

Você precisa atravessar um rio com um leão, um carneiro e um fardo de capim. Na canoa, só cabe um animal ou o fardo de capim por vez. Se você levar o capim, o leão come o carneiro; se levar o leão, o carneiro come o capim. Como fazer?

Solução: *Leva o carneiro e volta; Leva o capim e volta com o carneiro; Leva o leão e o deixa com o capim e, por fim, traz o carneiro.*

3.4.3 ***CASOS DE FAMÍLIA***

Uma pergunta de lógica jurídica: um homem pode casar com a irmã de sua viúva?

Solução: *Jamais, pois estaria morto para ter uma viúva!*

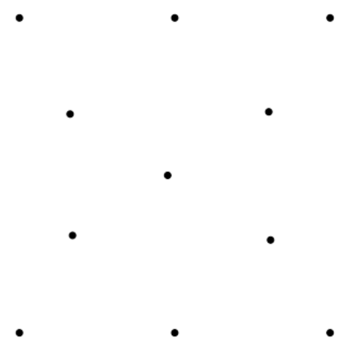
3.4.4 ***ACIDENTE DE AVIÃO***

Um avião com 180 passageiros se choca contra uma montanha exatamente na fronteira da Itália com a França. Onde serão enterrados os sobreviventes?

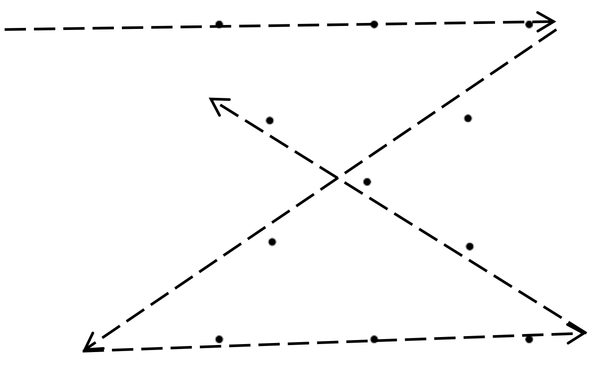
Solução: *Fique atento, pois os sobreviventes não são enterrados!*

3.4.5 ***EXTRAPOLANDO***

Sem tirar o lápis do papel e sem passar mais de uma vez sobre a mesma linha, ligue os 11 pontos com apenas quatro linhas retas.



Solução: *a resposta está no pontilhado, que precisa exceder os limites da figura. Lembre-se que, em Matemática, o que não é proibido é tacitamente permitido.*



3.4.6 ***PRISÃO PERPÉTUA***

Uma certa autoridade visitou uma penitenciária e reduziu a pena dos presos pela metade. Ou seja: presos que deveriam cumprir 10 anos, passavam a cumprir 5 anos; quem deveria cumprir 2, passava a cumprir apenas 1, e assim sucessivamente.

Pergunta-se: O que ele fez para solucionar a questão dos presos que foram condenados à prisão perpétua?

Solução: *polêmicas à parte, sendo rigorosamente matemático, – para evitar qualquer injustiça - seria um dia preso, um dia solto. Professor, lógico que ao reduzirmos a unidade de tempo que determina como a solução seria mais justa, estaremos sendo ainda mais exatos: uma hora solto, uma hora preso; um minuto solto, um minuto preso; etc.*

3.4.7. ***SEQUÊNCIA***

Qual o próximo número que completa a sequência: 2,10, 12, 16, 17, 18, 19, ...

Solução: *200, uma vez que são os números que aos serem escritos começam pela letra D.*

3.4.8. ***O TESTAMENTO DE LORD MARSHMELLOW***

... e à minha amada família, que há tanto tempo espera esse momento, eu deixo: ***"O que o homem ama mais que a vida. Odeia mais que a morte e batalha mortal? É o que satisfaz o desejo dos homens. O mais pobre possui e o rico exige. O miserável gasta e o perdulário poupa. E todos os homens levam para o***

Em tempos remotos, o testamento de Lorde Marshmellow foi bastante surpreendente. Você consegue dizer o que ele deixou para seus herdeiros?

Solução: *Apesar do palavreado difícil, é fácil perceber que Lord Marshmellow não deixou nada para a família.*

3.4.9. ***A FAMÍLIA SILVA SAI DE FÉRIAS.***

Ao sair de férias, os SILVA decidiram por uma viagem de carro. Já na estrada, seu Jairo SILVA percebeu que havia no carro: 1 pai, 1 mãe, 2 filhos, 2 irmãos, 2 sobrinhos, 2 primos e 2 tios. Qual a menor quantidade de pessoas que verificam todas estas relações no carro?

Sugestão ao professor: *Recorde aos alunos que há mais relações de parentescos do que ocupantes no carro.*

Solução: *A menor quantidade possível é quatro, a saber: um casal de irmãos, cada um com seu filho. Observe que esse valor só é possível porque, neste caso, o 'pai' e a 'mãe' não são casados entre si.*

4. BRINCANDO COM A ARITMÉTICA

Nessa sessão, as atividades exploram desenvolver as habilidades matemáticas dos alunos e harmonizá-las com as regras ensinadas para se obter o êxito em sua resolução.

Os problemas desta seção abordam as operações aritméticas, expressões numéricas e suas regras, com uma roupagem lúdica. Podem ser propostos para serem respondidos individualmente ou em grupos.

OBJETIVO: Realizar operações aritméticas e respeitar suas regras. Desenvolver esforço de cooperação e trabalho em equipe.

MATERIAL: Lápis e papel

4.1 SÓ OITO

Use 8 algarismos oitos e os sinais de adição (+), subtração (-) e multiplicação (x) até chegar ao número 1000 exato.

Solução: *888+ 88+ 8+8+8 = 1000*

4.2. *TUDO SEIS*

Como no exemplo, você deve usar todos os recursos matemáticos para fazer com que o resultado da sequência de números seja sempre “6”:

2+2+2 = 6

3 3 3 = 6

4 4 4 = 6

5 5 5 = 6

6 6 6 = 6

7 7 7 = 6

8 8 8 = 6

9 9 9 = 6

Comentário: *Professor, vale a pena recordar aos alunos que a ordem das operações é importante. Existe -para a mesma sentença- a possibilidade de mais de uma solução, explore isso. A resposta da sentença dos 8’s é um pouco pesada para o nível dos alunos, mas é uma alternativa caso não tenha sido ensinado as raízes cúbicas.*

Solução:

2+2+2 = 6

3 x3-3 = 6

$\sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 6$

5 + 5 ÷ 5 = 6

6 + 6 – 6 = 6

7 – 7 ÷ 7 = 6

$8 - \sqrt{\sqrt{(8} + 8)} = 6$

$\sqrt{9} x \sqrt{9} - \sqrt{9} = 6$

4.3. *CHARADINHA*

Quatro Romanos e um Inglês viajavam num automóvel. Qual era o nome da mulher que conduzia o automóvel?

Solução: *usando algarismos romanos (IV) e a palavra um, em inglês (ONE), temos a resposta: IVONE*

4.4. *CIGARRO: APAGUE ESSA IDEIA*

Um homem muito pobre queria fumar cigarros, mas ele não tinha dinheiro para comprá-los. Ele descobriu que se ele juntasse pontas de cigarros já fumados, ele conseguiria fazer um cigarro a cada 5 pontas ao abrir e reaproveitar o fumo que não foi queimado. Se ele achou 25 pontas, quantos cigarros ele poderia fumar?

Solução: *a resposta imediata seria uma simples divisão e teríamos cinco, mas como nada foi dito, o método pode sofrer recorrência e ao fumar os cinco cigarros obtidos ele obteria mais cinco pontas e teria um sexto cigarro. Este problema é facilmente encontrado nas olimpíadas de matemática.*

4.5. *DOMINÓS*

Quantos pontos existem marcados num jogo de dominó comum de 28 peças?

Solução: *a resposta exige paciência e organização. Separar as pedras por famílias e ter cuidado de não repetir peças. Usar um dominó para explicar o problema ajuda para aqueles menos familiarizados com o jogo. Este problema já foi proposto na segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática. São 168 pontos.*

4.6. ***31 COM 5 ALGARISMOS TRÊS***

Obtenha o número 31, usando os símbolos de operações e apenas cinco algarismos 3.

Solução: *33+3 +3÷3 =31*

4.7.***EXPRESSÃO NUMÉRICA***

Para conseguir a igualdade abaixo, quais os sinais devemos colocar entre os nove primeiros algarismos?

1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8.....9 = 100

Solução: *1+2+3+4+5+6+7+8x9=100*

4.8. ***FECHE A CAIXA***

OBJETIVO: Realizar operações aritméticas. Tomar de decisões. Avaliar probabilidades de resultados ao lançar dados.

MATERIAL: computador (para baixar o aplicativo do jogo será necessário o acesso à internet)

Este é um jogo praticado por marinheiros normandos há mais de 200 anos, que explora habilidades em executar operações e avaliar as melhores combinações formadas pela soma resultante. Há um pouco do fator sorte, mas o jogo é bastante dinâmico e pode ser feita com material reciclado. Mas há uma versão que pode ser baixada e jogada em computadores. Disponível em http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/feche-caixa-428064.shtml

Este jogo pode ser jogado por até 3 jogadores. Eles iniciam com um saldo de 45 pontos. A partir daí, lançam (cada um joga isoladamente) dois dados e mediante os resultados da soma dos pontos, deve escolher uma a duas caixas para fechar. As jogadas de um mesmo jogador se sucedem até o momento em que não possa mais fechar caixas. Aquelas que ficaram abertas são descontadas de seu saldo (as operações aparecem na tela e o jogador deve resolvê-las para concluir seu turno. Caso erre, o aplicativo pede para refazer as contas). O(s) próximo(s) jogador(es) continuam em seus turnos até que percam seu saldo de pontos. Ao fim da rodada, aquele com maior saldo é o vencedor.

Professor, após o aplicativo ser baixado não é necessário uso da internet.

4.9. ***OS 4 QUATROS***

Utilizando apenas quatro algarismos quatro é possível, utilizando as operações aritméticas obter qualquer número natural de 0 a 100. Por exemplo:

4+4- 4- 4 = 0

44 ÷ 44 = 1

$4 + 4 - 4 - \sqrt{4} = 2$

Não se pode usar letras, apenas símbolos de operações matemáticas. No desafio original, proposto no livro “O Homem que calculava” de Malba Tahan. Nele não é possível o uso de operadores como logaritmos (o que possibilita a resolução de muitos resultados), o que fugiria também ao domínio do conhecimento matemático dos alunos envolvidos neste projeto. No entanto, é permitido o uso de raízes quadradas, do fatorial e do termial. Vale recordar que:

- ***Fatorial***
  n! = n(n-1)(n-2)(n-3) ... . 2.1, para n maior ou igual a 2. Exemplo: 5! = 5.4.3.2.1 = 120

- ***Termial***
  A função termial é bastante conhecida. Só não é comum o uso de um símbolo específico. De maneira semelhante ao fatorial, pode-se apresenta-la através de um somatório, ou seja: **n? = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n**, para **n** maior ou igual a 2.
  Exemplo: 7? = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28

Sugestão ao professor: *esta atividade ‘dá pano para as mangas’: pode-se provocar os alunos a encontrar números pré-determinados e pedir que exponham no quadro; desafiá-los a encontrar o maior número possível; após obter uma solução para determinado número é possível para pedir uma nova solução para ele, pois há diversas soluções possíveis para a maioria deles. Pode ser uma atividade facilmente realizada em grupo. Para os números mais baixos, bastam operações simples. Para os mais altos, será necessário explicar aos alunos o significado de 4! = 4x3x2x1 = 24 e de 4?= 4+3+2+1 = 10.*

Soluções: para qualquer resultado de 0 a 100, verifique o sítio eletrônico http://www.paulomarques.com.br/arq11-7.htm.

5. FIGURAS MÁGICAS

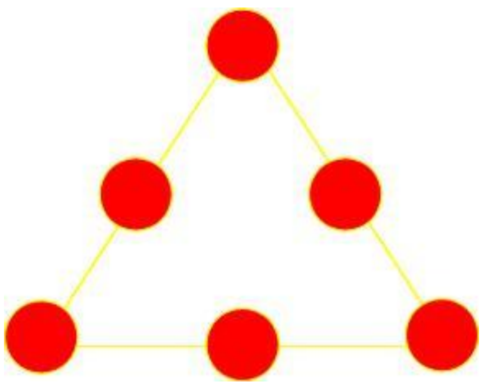
OBJETIVO: Elaborar cálculos mentais. Elaborar estratégias de resolução. Trabalhar de forma cooperativa.

MATERIAL: lápis e papel

Aqui há uma sequência natural do tópico ARITMÉTICA, quando se deve distribuir uma série de números em certas posições, seguindo as operações indicadas. O objetivo é praticar cálculos numéricos com operações básicas e utilizar o jogo como um meio de aprendizagem através de uso do uso lúdico da matemática. Os jogos podem envolver somas, subtrações, multiplicações ou divisões[70].

5.1*. TRIÂNGULO MÁGICO DA SOMA*

Usando os números de 1 a 6, inclusive, sem repetir, coloque-os nos círculos existentes no seguinte triângulo, de modo que se obtenha a mesma soma em cada um dos três lados desta figura, nas seguintes situações:



Comentário: passado as dificuldades iniciais, a cada comando de mudar a soma para um novo valor, o aluno perceberá que as hipóteses iniciais precisam ser ajustadas de acordo com a estratégia escolhida

A) Soma 9;
B) Soma 10;
C) Soma 11;
D) Soma 12.

[70]Disponível em http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/figuras_magicas/index.htm, acessado em 01/03/2015.

Soluções:

a) Soma 9

1

6 5

2 4 3

b) Soma 10

1

6 4

3 2 5

c) Soma 11

2

5 3

4 1 6

d) Soma 12

4

3 2

5 1 6

Sugestão ao professor: *Alguns questionamentos podem ser feitos: é possível, obter somas menores que 9 ou maiores que 12? Para ambas as perguntas a resposta é não! A soma 8, por exemplo, teria um vilão: o 6. O que fazer com ele? Quaisquer números, incluindo os menores (1 e 2), ao serem somados com ele ultrapassaria a soma desejada. Analogamente, no caso, por exemplo, da soma 13, o problema seria o 1: quaisquer números, incluindo os maiores (5 e 6) ao serem somados não alcançariam a soma desejada.*

Em cada soma, quais números devem ficar nos vértices do triangulo?

É possível, ainda, alterar os seis números de partida e obter novas somas.

5.2. ***TRIÂNGULO MÁGICO DA MULTIPLICAÇÃO***

Usando a mesma figura anterior, deve-se dispor os números 1,2,3,4,6 e 12 de modo que o ***produto*** de cada lado seja:

A) 24

B) 72

Soluções:

A)

9

12 ***6***

2 ***3*** ***4***

B)

6

1 ***4***

12 ***2*** ***3***

5.3. QUADRADO MÁGICO 3X3

Usar os números de 1 a 9 sem repetir nenhum número, de maneira que a soma deles seja igual tanto na vertical como na horizontal e nas diagonais.

Comentário: *há alguns cálculos para se determinar: o número central e o valor da soma mágica*

Sugestão ao professor: *em quadrados de ordem ímpar (3x3, no caso), o número central corresponde à média aritmética dos nove números: 5; a soma mágica de cada linha equivale ao triplo deste valor.Com uma dose de paciência não é difícil chegar na resposta, que desprezando-se as rotações, é única:*

15	15	15	15	15
15	2	9	4	15
15	7	5	3	15
15	6	1	8	15
15	15	15	15	15

5.4. QUADRADO MÁGICO 4X4

Usar os números de 1 a 16 sem repetir nenhum número, de maneira que a soma deles seja igual tanto na vertical como na horizontal e nas diagonais.

Sugestão ao professor: *as regras e cálculos para determinar a soma mágica e a disposição dos números é um pouco mais complexa que o no caso anterior. Sugerido para turmas mais avançadas. Para saber mais, veja o sítio: < http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/solucionando-quadrados-magicos.htm >*

34	34	34	34	34	34
34	1	14	15	4	34
34	12	7	6	9	34
34	8	11	10	5	34
34	13	2	3	16	34
34	34	34	34	34	34

5.5. ARRUMANDO VINHOS

Cautelosa e metódica ao arrumar as suas coisas, a Sra. Mauricéia guardou 32 garrafas de delicioso vinho numa prateleira quadrada, como mostrado abaixo

1	7	1
7		7
1	7	1

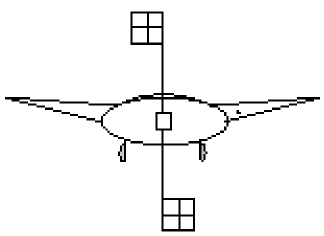
Ela mostrou a seu empregado que em cada lado havia 9 garrafas. O empregado, estudando o assunto, decidiu retirar 4 garrafas para si, mas teve o cuidado de arrumar as 28 garrafas restantes de tal maneira que continuasse 9 garrafas de cada lado. Como ela fez isso?

Solução:

2	5	2
5		5
2	5	2

5.6 NÚMEROS AÉREOS

(OBM-adaptada) Escreva os números inteiros de 1 a 9 nos quadrinhos de forma que as somas dos quatro números em cada uma das pás das hélices (ver figura) sejam iguais e o maior valor possível. Qual é esse valor?



Solução: *Para que a soma nas pás seja a maior possível, o número 1 deverá estar no quadrado central. Como a soma de 1 a 9 é igual a 45, sobrará em cada hélice uma soma de 22, não importando como o aluno escolha a posição desses números na hélice.*

6. CONTAGEM DE FIGURAS

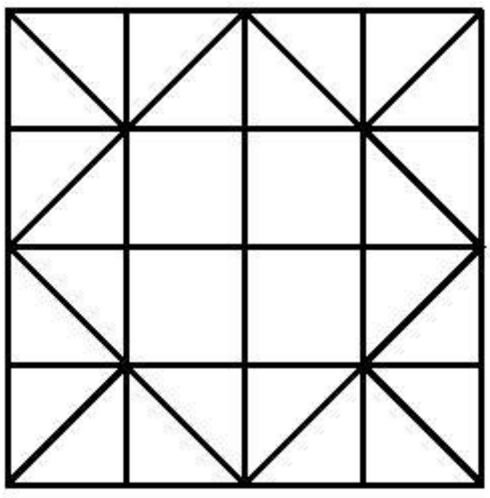
OBJETIVO: Resolver problemas dividindo em partes maiores. Criar estratégias de resolução. Trabalhar de forma cooperativa. Definir conceitos geométricos básicos.

MATERIAL: lápis e papel.

Aqui abordamos atividades que se concentram nos conceitos geométricos de algumas figuras planas para sua correta execução.

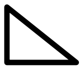
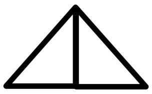
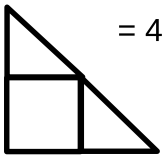
6.1. TRIANGULANDO

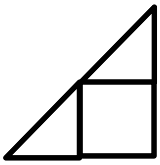
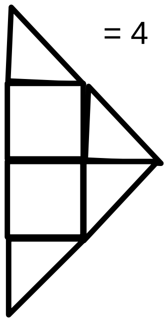
Quantos triângulos (de qualquer tamanho e formato) podem ser contados na figura abaixo?



Sugestão ao professor: *após muitas tentativas, os alunos perceberão que as respostas encontradas não apresentam convergência. Oriente-os a separar as figuras em triângulos de tamanhos diferentes. Considerando o quadrado como de área unitária, temos quatro tipos de triângulos: De meia unidade de área, de uma unidade de área, de duas unidades de área e de quatro unidades de área.*

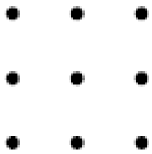
Solução: = 48


= 24

= 12

= 4


= 4

= 4

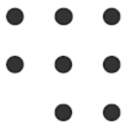
6.2. **Qual é o menor número de pontos na figura que é necessário retirar de modo que quaisquer 3 pontos dos restantes não sejam colineares?**

Obs.: Professor, lembre aos seus alunos que colinear significa na mesma linha

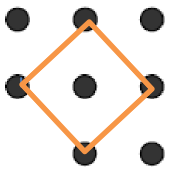


Sugestão ao professor: *a estratégia se assemelha ao do jogo da velha, que existe a disputa pelas casas que apresentam mais possibilidades de dominar o jogo. Basta retirar os três pontos que formam uma das diagonais.*

6.3 **Quantos quadrados podem ser desenhados unindo os pontos da figura com segmentos de reta?**

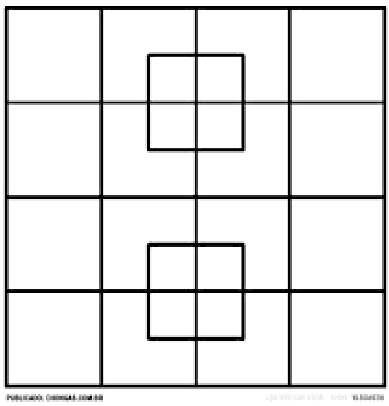


Sugestão ao professor: *além dos 3 quadrados facilmente visíveis, há mais um inclinado, no centro da figura. Os alunos vão questionar que se trata de um losango, mas um losango pode ser um quadrado com ângulos internos de 90º.*



Professor, as demais atividades desta seção seguem os mesmos princípios. Coloque-as em prática, observando o nível de dificuldade apresentado por sua turma.

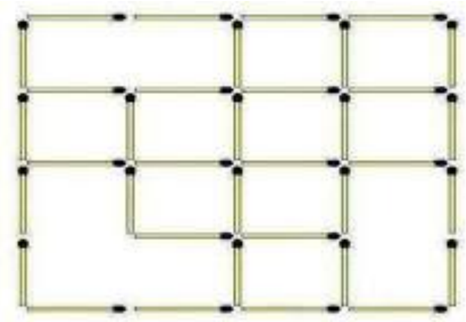
6.4. Quantos quadrados existem abaixo?



Solução: *Vamos dividir em casos para poder responder:*

Os mini quadrados são 8; os quadrados unitários são 16; os quadrados formados por quatro unidades são 8; os quadrados com 9 unidades são 4; há um quadrado com 16 unidades; Finalmente há dois quadrados formados pelos 4 mini quadrados. No total, há 39.

6.5. ***Quantos quadrados há nesta figura?***



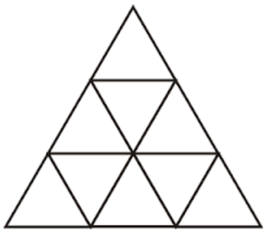
Solução: *Vamos dividir para conquistar...*

Quadrados unitários: 9;

Quadrados com 4 unidades: 2;

Quadrados externo: 1. Total: 12

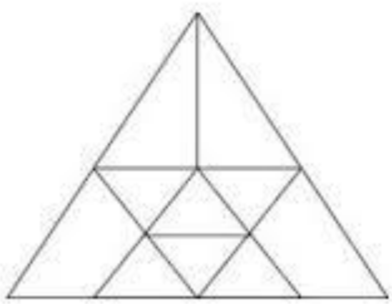
6.6.***Quantos triângulos ao todo na figura?***



Solução: *Novamente, há de contar caso a caso:*

Triângulos unitários: 9; triângulos com 4 unidades: 3; 1 triangulo externo. Total: 13

6.7. Quantos triângulos ao todo na figura?



Solução: *triângulos pequenos são 6; triângulos médios, 4; há 1 triangulo externo e um dos triângulos médios se divide em 2 outros que são retângulos. No total são 13.*

7.TANGRAM

O Tangram é um quebra-cabeças chinês formado por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). *Com essas peças podemos formar várias figuras, utilizando* todas *elas sem sobrepô-las.*

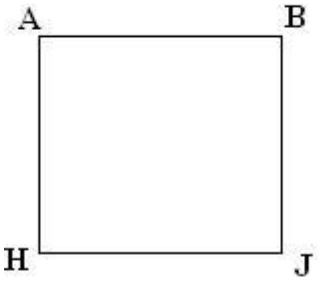
Esse quebra-cabeças, também conhecido como jogo das 1000 peças, é utilizado pelos professores de geometria como instrumento facilitador da compreensão das formas geométricas. Além de facilitar o estudo da geometria, ele desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico, que também são fundamentais para o estudo da matemática e da ciências.

É possível explorar o estudo de frações, combinações, medidas, perímetro e áreas, de acordo com o nível de desenvolvimento da sua turma.

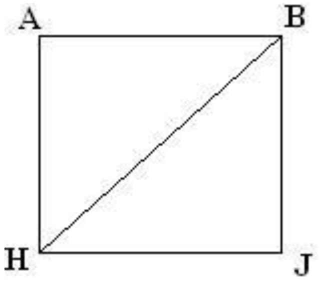
Umas das atividades que poderia ser feita com os alunos e tornaria o Tangram ainda mais significativo seria a confecção dele a partir do uso de material emborrachado de 2mm, um estilete, lápis e um conjunto de régua e esquadros, a marcação das sete peças no quadrado não seria difícil.

A sequencia a seguir, extraída do sítio eletrônico, http://otangraesuasformaselendas.blogspot.com.br/2011/04/passo-passo-de-como-fazer-um-tangram.html, mostra como fazer a construção do Tangram a partir de uma peça quadrada:

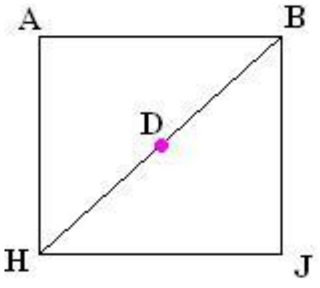
1º passo: Recorte o emborrachado ou o papel cartaz em forma de um quadrado:



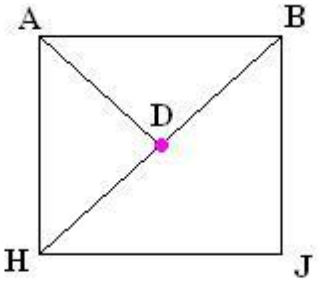
2º Passo: Trace um segmento de reta que vai do vértice b ao vértice h, dividindo o quadrado em dois triângulos iguais.



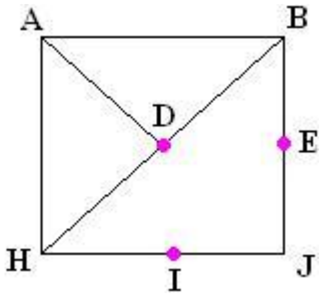
3º Passo: Para encontrar o ponto médio do segmento de reta BH, pegue o vértice A e dobre até o segmento BH o ponto de encontro do vértice A e do segmento BH será o ponto médio de BH.



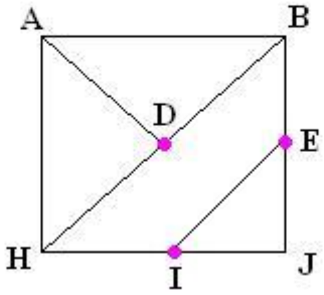
Agora trace um segmento de reta que vai do vértice A ao ponto D, formando três triângulos.



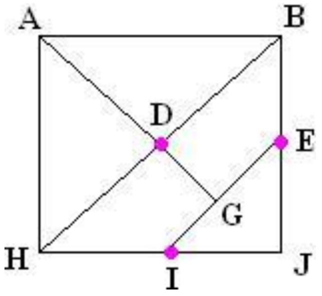
4º passo: Dobre o vértice J até o ponto D assim formando dois pontos, um no segmento BJ e outro no segmento HJ.



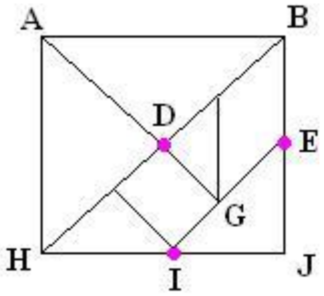
Agora trace um segmento de reta do ponto E ao ponto I.



5º Passo: Trace uma reta perpendicular do ponto D ao segmento EI.



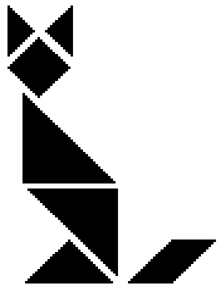
6º Passo: Trace dois segmentos de reta paralelos ao segmento DG e outro ao lado AH.



Essa atividade proporciona um intenso contato com elementos da geometria plana, além de dar ao aluno a satisfação de construir o seu próprio conjunto de Tangram.

A internet é rica em uso e ideias para estas atividades, como sugestão deixo um sítio bem interessante: http://www.espacoeducar.net/2011/07/atividades-com-o-tangram.html. A seguir há uma relação de atividades que podem ser aplicadas utilizando este recurso didático.

7.1. Construa, utilizando as sete peças do tangram:



a) Um quadrado

b) Um retângulo

c) Um paralelogramo

d) Um triângulo

e) Um trapézio

f) Um hexágono (polígono de 6 lados)

7.2. Use o tangram para construir os algarismos do nosso sistema, conforme o modelo a seguir:

7.3. MARATONA TANGRAM

1- Sobreponha as peças, compare e responda:

a) Quantos triângulos grandes são necessários para formar o quadrado?

b) Quantos triângulos médios são necessários para formar o quadrado?

c) E se fossem todos triângulos pequenos, quantos seriam necessários para formar o quadrado?

2- Usando apenas o triângulo pequeno, determine quantos deles seriam necessários para cobrir as seguintes figuras:

a) O triângulo médio;

b) O paralelogramo;

c) O tangram inteiro;

3- Considerando o quadrado formado com as sete peças, represente a fração que corresponde a cada peça:

a) Triângulo pequeno;

b) Triângulo grande;

c) Quadrado;

d) Triângulo médio;

e) Paralelogramo;

4- Forme as figuras que são pedidas:

a) Construa quadrados usando apenas triângulos. Tente encontrar as 4 soluções possíveis.

b) Usando apenas os dois triângulos pequenos, construa outras peças do Tangram.

c) Qual figura do Tangram você não conseguiu montar com os dois triângulos pequenos? Por quê?

d) Construa um quadrado usando 4 peças. Tente encontrar pelo menos duas soluções.

e) Construa um triângulo usando duas peças, três peças e quatro peças. Compare suas soluções com as soluções de seus colegas.

8. DESAFIOS QUEBRA-CUCA

OBJETIVO: Utilizar os conceitos (múltiplos) e operações (soma e multiplicação) já trabalhados, criar hipóteses e testá-las.

MATERIAL: lápis e papel.

8.1. AS IDADES DAS FILHAS DA PROFESSORA[71]

A professora de Matemática Judite encontrou-se na rua com seu ex-aluno Ricardo. Como não se viam há vários anos, ele indagou a professora como estavam suas filhas.

- Tenho três filhas e o produto de suas idades é 36! Disse ela.

- Não consigo saber...

- Vou te dar mais uma pista: a soma de suas idades é igual a ao número da casa em frente a você!

- Ainda assim não é possível responder...

- Última pista: a mais velha faz balé?

- Agora, sim: Já sei as idades delas!

Agora é com você, qual a idade das três filhas da professora Judite?

Solução: *Vamos analisar cada pista*

1º O produto das três idades é 36. Os ternos de números que correspondem a isso, a menos da mudança dos fatores são: (1,1,36), (1,2,18), (1,3,12), (1,4,9), (1,6,6), (2,2,9), (2,3,6);

2º A soma de suas idades é igual ao número da casa da frente. Não sabemos de que número se fala. Mas se Ricardo não resolveu a charada ainda com essa pista é porque existem mais de um terno, nas opções acima, que representa esse valor: 13. Ou seja, podem ser (1,6,6) ou (2,2,9).

---

[71] Ver a sugestão de leitura [7]

3º A última pista é quem decide: como há uma filha mais velha, que faz balé, só a segunda opção pode ser a resposta procurada.

8.2. CAIXAS DE LÁPIS [72]

Em 13 caixas, foram embalados 74 lápis. Se a capacidade máxima de cada caixa é de 6 lápis, determine o número mínimo de lápis que pode haver numa caixa.

Solução: *Em 13 caixas caberiam 13x6=78 lápis. Usando a capacidade máxima das caixas, em 12 delas teríamos 12x6 = 72 lápis. Logo, sobram apenas dois lápis para a última caixa.*

8.3. CALENDÁRIO[73]

Se hoje é domingo, que dia será daqui a 135 dias?

Solução: *Os dias da semana se repetem em múltiplos de 7. Observe que 7 x 19 = 133 dias depois de hoje voltará a ser um domingo. Logo, o dia em questão é uma terça-feira.*

8.4 TRAVESSIA DOS BOTES[74]

Existem quatro botes numa margem de um rio. Seus nomes são *Oito, Quatro, Dois* e *Um*, porque essas são as quantidades de horas que cada um deles demora para cruzar o rio. Pode-se atar um bote a outro, porém não mais de um, e então o tempo de travessia é igual ao do mais lento dos botes. Um só marinheiro deve levar todos os botes até a outra margem do rio. Qual é o menor tempo necessário para completar o translado?

---

[72] Ver a sugestão de leitura [7]
[73] Idem.
[74] Arquivo da IV Olimpíada de Maio, 1998

Solução: *Professor, deixe os alunos tentarem um pouco. Vamos organizar a travessia, separando as viagens:*

Viagem	*Botes*	*Tempo gasto*
1ª	***Ida** de Dois e Um*	*2 horas*
2ª	***Volta** de Um*	*1 hora*
3ª	***Ida** de Quatro e Oito*	*8 horas*
4ª	***Volta** de Dois*	*2 horas*
5ª	***Ida** de Dois e Um*	*2 horas*

Totalizando, 15 horas.

8.5. HERANÇA DE VINHO[75]

Um mercador deixou como herança aos seus três melhores amigos 21 garrafas idênticas e fechadas de um fino vinho, sendo que são sete garrafas vazias, sete garrafas semicheias e sete garrafas cheias. Como fazer a partilha desta herança, sem abrir as garrafas, de modo que cada um receba a mesma quantidade de vinho e de garrafas?

Solução: *Podemos atribuir um valor para cada tipo de garrafa:*

Vazia→ 0; semicheia → 1 e cheia → 2. A pontuação total é 21. Logo, cada amigo deveria receber o equivalente a 7 pontos. Quem podem ser obtidos conforme a tabela abaixo:

[75] Adaptado da sugestão de leitura [1]

PARTILHA	*CHEIAS*	*SEMICHEIAS*	*VAZIAS*	*TOTAL DE PONTOS*
1º Amigo	*3*	*1*	*3*	*7*
2º Amigo	*2*	*3*	*2*	*7*
3º Amigo	*2*	*3*	*2*	*7*

Sugestão de atividade: Professor, esta atividade pode sofrer uma pequena variante e ser feita de forma concreta. Colete 21 embalagens de refrigerante pequeno (o formato caçulinha) e um funil pequeno. Prepare um conjunto de garrafas nas condições iniciais do problema usando água. Divida os alunos em grupos separado ou providencie a coleta de mais garrafas para que possam fazer simultaneamente. Permita, agora, que eles façam a transposição do líquido das garrafas de uma para outra com o objetivo de fazer a partilha em três partes iguais tanto no conteúdo, quanto no total de garrafas e, ainda, no tipo de garrafas. Assim é possível obter mais uma resposta: 1 cheia, 5 semicheias e 1 vazia. Obviamente, esta atividade precisa ser feita num ambiente controlado para evitar brincadeiras de mau gosto e/ou desperdício de água.

8.6. CESTA DE OVOS

Um agricultor colocou uma certa quantidade de ovos numa cesta. Ao ser perguntado sobre a quantidade que havia, ele foi muito enigmático: “Há menos de 100 ovos, mas contando de dois em dois, sobra 1 ovo; contando de 3 em 3, sobram 2; contando de 4 em 4, sobram 3; contando de 5 em 5, sobram 4 e contando de 6 em 6, sobram 5.” Quantos ovos há nesta cesta?

Solução: *Bastante intrigante, poderia ser feito por tentativa e erros, passando pelas informações elementares. A primeira delas seria a informação que ao ser dividido por dois, sobra 1, logo, procuramos um número ímpar. Mas o que resolverá isso é uma ideia simples: procuramos um múltiplo (o mínimo) comum de 2, 3, 4, 5 e 6, subtraído de 1. Logo, ao se fazer o mínimo múltiplo comum deles que é 60. Ao retirar 1, teremos a quantidade de ovos na cesta, que é 59.*

8.7. HERANÇA DE TERRAS

Quatro irmãos, Abel, Bruno, Carlos e Daniel receberam uma fazenda como herança, de seu pai, de formato quadrado, que foi dividida em formato e tamanho iguais. Conforme a figura baixo:

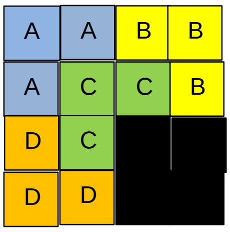
A	C
B	D

Porém, Daniel, o filho caçula, tinha uma dívida e decidiu vender sua parte. Os outros irmãos por sua vez, numa atitude bastante fraterna, decidiram redistribuir o que havia restado da fazenda herdada da mesma forma que o pai tinha determinado: de mesmo tamanho e mesmo formato. Como isso seria feito?

Solução: *O terreno restante da fazenda tem a forma de um L, isto seria bastante intuitivo de como teria de ser o formato da nova divisão. Uma sugestão para iniciar a resolução é dividir, primeiramente, cada um dos lotes de Abel, Bruno e Carlos, em quatro quadrados iguais.*

A	B	A	B
C	D	C	D
A	B	A	B
C	D	C	D

Ainda não atendemos ao que foi pedido pois não há muita lógica de se dividir assim a fazenda, trocando algumas letras de lugar, podemos chegar na maneira correta de se fazer esta divisão.



Agora sim, chegamos ao resultado solicitado originalmente.

8.8. COMO TORNAR IGUAL?

O professor escreveu uma sentença matemática no quadro.

$$560 = 600$$

Obviamente, seus alunos perceberam que não fazia sentido o que estava escrito. Mas ele os desafiou a deixa-la correta, fazendo a mesma alteração em ambos os lados da desigualdade: “Como tornar igual? A solução pode demorar horas e horas...” disse ele.

Solução: *A alteração seria separar o primeiro algarismo de cada lado por dois pontos e pensar na forma como os relógios digitais marcam o tempo: 5:60 = 6:00, ou seja, cinco horas e sessenta minutos equivale a seis horas!*

8.9. DONA SANTINHA

Dona Santinha, uma senhora muito religiosa, voltava a pé para casa e decidiu parar numa igreja e rezar. Fez uma promessa para o santo: daria R$ 10,00 para as obras para as obras da igreja se quando saísse ocorresse o milagre dele dobrar o valor que ela trazia na bolsa. Após rezar, o milagre aconteceu: o dinheiro duplicou de valor e ela cumpriu a promessa e deixou a oferta para a igreja.

Em seguida, ela passou pela segunda igreja e decidiu repetir a experiência. Novamente, o milagre aconteceu e ela cumpriu a promessa. Animada, ela decidiu passar numa terceira igreja. Fez a promessa, o milagre aconteceu, mas para sua tristeza, ao fazer a doação, ela ficou sem nenhum dinheiro. Pergunta-se: quanto Dona Santinha tinha na bolsa antes de entrar na primeira igreja.

Solução: *Um ponto de partida seria estipular um valor e refazer todo o percurso de Dona Santinha, numa tentativa de erros e acertos. Outro método seria responder de trás para frente:*

3ª igreja: se ela deu R$ 10,00 e ficou sem nada é porque ela veio da 2ª igreja com apenas R$ 5,00.

2ªigreja: se ela deu R$ 10,00 e ficou com cinco é porque ela tinha R$ 15,00 após o milagre, ou seja, ela chegou com R$ 7,50 da primeira igreja.

1ª igreja: se ela deu R$ 10,00 e ficou com R$ 7,50 é porque ela tinha R$ 17,50 após o milagre, ou seja ela chegou na igreja com R$ 8,75.

8.10 TEOREMA DAS QUATRO CORES

Parece simples: use 4 cores diferentes para pintar o mapa do BRASIL, <u>mas estados que são **vizinhos**, não podem ter a mesma cor.</u> **Vizinhos** são aqueles que têm um lado em comum, **Alagoas(AL) e Bahia(BA)**, por exemplos, se unem por um ponto apenas, logo, não são vizinhos! Assim como Bahia (BA) e Maranhão (MA)! **Você consegue?**

9. EPÍLOGO

Este documento é o resultado de um apanhado de 20 anos de sala de aula, ensinando Matemática. Não tem a pretensão de ser um compêndio sobre o uso de atividades lúdicas como ferramenta de aprendizado, mas antes ser um manual de curiosidades e truques matemáticos. Uma carta na manga, o coelho pronto a sair da cartola.

Usá-lo é pensar em unir em torno da disciplina não somente os nossos alunos, mas os admiradores da Matemática.

Para encerrar o material, faço menção ao artigo de LACAZ & OLIVEIRA (2007), a oitava sugestão de leitura, no capítulo seguinte, que separa os problemas matemáticos que estão no livro *O Homem que calculava*, de Malba Tahan, separados por capítulos, direcionando ao nível adequado e citando os conteúdos que cada um dos problemas traz, conforme o quadro 1 abaixo:

PROBLEMA/CITAÇÃO	SÉRIE	CONTEÚDOS PRESENTES
Capítulo 3: Problema dos 35 camelos	6º ao 9º anos	Conjuntos numéricos, divisões de um número, divisibilidade, fração, forma decimal e mínimo múltiplo comum (MMC).
Capítulo 4: Problema dos 8 pães	6º ao 9º anos	Operações fundamentais de álgebra e sistema linear
Capítulo 5: Problema do joalheiro e do hospedeiro	8º e 9º anos	Operações fundamentais, frações e forma decimal, conjuntos, proporções e relações numéricas, regra de três, divisibilidade e multiplicidade, sistemas de medidas.
Capítulo 6: Número de camelos de uma cáfila	6º ao 9º anos	Primos, números quadrados, sistemas, divisibilidade e multiplicidade, sistemas decimais, naturais, racionais e representação fracionária e na forma decimal.

Capítulo 6: Curiosidades: quadrados numéricos	6º ao 9º anos	Potenciação
Capítulo 7: O problema dos quatro quatros	6º ao 9º anos	Operações fundamentais de álgebra e utilização dos sinais de operações algébricas
Capítulo 8: O problema dos 21 vasos	6º e 7º anos	Operações com números naturais e racionais, forma decimal, utilização de formas geométricas planas, grandezas e medidas, conjuntos e sistemas de medidas
Capítulo 10: Os números perfeitos	7º a 9º anos	Soma e multiplicação, divisões de um natural e divisores de um número.
Capítulo 12: O problema dos 60 melões	6º ao 9º anos	Conjuntos, operações, frações e moedas.
Capítulo 13: Os números amigos	6º ao 9º anos	Operações aritméticas, divisibilidade de um número natural e divisores de um número
Capítulo 15: O problema do quadrado mágico de 9 casas	6º ano	Operações fundamentais de álgebra: soma
Capítulo 16: O problema do jogo de xadrez	Médio	Progressões Geométricas
Capítulo 17: O problema do das 90 maçãs	8º e 9º anos	Frações, razões e proporções, regra de tr~es simples.
Capítulo 18: O teorema de Pitágoras	8º e 9º anos	Potenciação, operações, relações no triângulo retângulo
Capítulo 18: Medidas proporcionais	7º ano	Proporção
Capítulo 18: Conjunto numérico	6º ano	Conjuntos numéricos

Capítulo 18: Potenciação e Radiciação	7º e 8º anos	Potenciação e Radiciação
Capítulo 18: o problema das abelhas	6º ao 9º anos	Frações, operações, MMC, equações do 1º grau.
Capítulo 19: o problema dos número quadripartido	8º e 9º anos	Sistemas de equações e equações do 2º grau.
Capítulo 21: cálculo com frações	6º ano	Operações com frações
Capítulo 22: cálculo da metade do “x” da vida	Médio e superior	Noções de limites e derivadas
Capítulo 23: o problema das pérolas do rajá	8º ano e Médio	Produtos notáveis e funções quadráticas
Capítulo 24: o problema de Diofabnte	6º a 9º anos	Frações, operações, MMC, equação do 1º grau
Capítulo 24: o problema de Hierão	7º a 9º anos	Pesos e Medidas
Capítulo 24: os cubos de 8 e 27	8º anos	Potenciação
Capítulo 28: o problema da regra falsa retirada de uma propriedade verdadeira	6º a 9º anos	Raiz quadrada, cálculo por decomposição em fatores primos
Capítulo 31: o problema da pérola mais leve	7º ano	Pesos e Medidas
Capítulo 33: o problema dos olhos pretos e azuis	Médio e Superior	Análise Combinatória

Quadro 1: Classificação adaptada dos problemas e citações do livro “O homem que calculava” de acordo com o conteúdo matemático das séries correspondentes.

10. SUGESTÃO DE LEITURAS

- MALBA TAHAN

[1] O homem que calculava. Rio de Janeiro: Record, 1985;

[2] Matemática divertida e curiosa. Rio de Janeiro: Record, 1991;

- MARTIN GARDNER

[3] Matemática divertida;

[4] Ah, apanhei-te! Lisboa: Gradiva,1993.

[5] Solucionando quadrados mágicos, disponível em < http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/solucionando-quadrados-magicos.htm >, acessado em 14/07/2015.

- ELISABETH NASCIMENTO SILVA

[6] Recreação com jogos Matemáticos. Rio de Janeiro: Sprint, 2004;

- JOSIMAR SILVA E LUÍS LOPES

[7] É divertido resolver problemas. Rio de Janeiro: Edição do Autor,2000;

- TÂNIA MARIA VILELA SALGADO LACAZ & JURACI CONCEIÇÃO DE FARIA OLIVEIRA

[8] Malba Tahan: uma proposta de ensino de Matemática, pesquisa e extensão na formação inicial e continuada de educadores do Vale do Paraíba. Educação Matemática em Revista. Recife: SBEM, 2007

APÊNDICE B - Guia de atividades *PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA* (versão digital, após editoração).

PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA SALA DE AULA

Este trabalho é o produto final da dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT): 'Para Gostar de Matemática: uma proposta de atividades ao professor no ensino fundamental' sob orientação do Prof.Dr.Vanio Fragoso de Melo.

Claudio Roberto Agra Lima
claudio.agra@gmail.com

ARTE: MYLLEN OLIVEIRA

PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA - UMA PROPOSTA PARA SALA DE AULA

PARA GOSTAR DE MATEMÁTICA

UMA PROPOSTA PARA SALA DE AULA

CLAUDIO ROBERTO AGRA LIMA

10. SUGESTÃO DE LEITURAS

MALBA TAHAN

[1] O homem que calculava. Rio de Janeiro: Record, 1985;

[2] Matemática divertida e curiosa. Rio de Janeiro: Record, 1991;

MARTIN GARDNER

[3] Matemática divertida;

[4] Ah, apanhei-te! Lisboa: Gradiva,1993.

[5]Solucionando quadrados mágicos, disponível em < http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/solucionando-quadrados-magicos.htm >, acessado em 14/07/2015.

ELISABETH NASCIMENTO SILVA

[6] Recreação com jogos Matemáticos. Rio de Janeiro: Sprint, 2004;

JOSIMAR SILVA E LUÍS LOPES

[7] É divertido resolver problemas. Rio de Janeiro: Edição do Autor,2000;

TÂNIA MARIA VILELA SALGADO LACAZ & JURACI CONCEIÇÃO DE FARIA OLIVEIRA

[8] Malba Tahan: uma proposta de ensino de Matemática, pesquisa e extensão na formação inicial e continuada de educadores do Vale do Paraíba.Educação Matemática em Revista. Recife: SBEM, 2007

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O uso de jogos e curiosidades no ensino da Matemática tem o objetivo de fazer com que os alunos gostem de aprender esta disciplina, mudando a rotina da classe e despertando o interesse do aluno envolvido[1]

A aprendizagem através de aplicações no nosso dia-a-dia, que de fato sejam úteis para o aluno, é interessante – não porque ele precise ir bem na matéria – mas sim porque ele goste.

Analisando as possibilidades de jogo no ensino da Matemática percebemos vários momentos em que crianças e jovens, de maneira geral, exercem atividades com jogos em seu dia-a-dia fora das salas de aula. Muitos desses jogos culturais e espontâneos se apresentam impregnados de noções matemáticas que são simplesmente vivenciadas durante sua ação no jogo[2]

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para Matemática no ensino fundamental explicitam o papel da Matemática pela preposição de objetivos que evidenciaram a importância do aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do

[1] VARGAS, Giuliano. Matemática Lúdica no Ensino Fundamental e Médio, p.6, 2010

[2] Idem.

Capítulo 24: o problema de Diofante	6º a 9º anos	Frações, operações, MMC, equação do 1º grau
Capítulo 24: o problema de Hierão	7º a 9º anos	Pesos e Medidas
Capítulo 24: os cubos de 8 e 27	8º anos	Potenciação
Capítulo 28: o problema da regra falsa retirada de uma propriedade verdadeira	6º a 9º anos	Raiz quadrada, cálculo por decomposição em fatores primos
Capítulo 31: o problema da pérola mais leve	7º ano	Pesos e Medidas
Capítulo 33: o problema dos olhos pretos e azuis	Médio e Superior	Análise Combinatória

Quadro 1: Classificação adaptada dos problemas e citações do livro “O homem que calculava” de acordo com o conteúdo matemático das séries correspondentes.

Capítulo 13: Os números amigos	6º ao 9º anos	Operações aritméticas, divisibilidade de um número natural e divisores de um número
Capítulo 15: O problema do quadrado mágico de 9 casas	6º ano	Operações fundamentais de álgebra: soma
Capítulo 16: O problema do jogo de xadrez	Médio	Progressões Geométricas
Capítulo 17: O problema do das 90 maçãs	8º e 9º anos	Frações, razões e proporções, regra de tr~es simples.
Capítulo 18: O teorema de Pitágoras	8º e 9º anos	Potenciação, operações, relações no triângulo retângulo
Capítulo 18: Medidas proporcionais	7º ano	Proporção
Capítulo 18: Conjunto numérico	6º ano	Conjuntos numéricos
Capítulo 18: Potenciação e Radiciação	7º e 8º anos	Potenciação e Radiciação
Capítulo 18: o problema das abelhas	6º ao 9º anos	Frações, operações, MMC, equações do 1º grau.

conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções.[3]

Nos anos1980's diversas correntes matemáticas em vários países convergiam para as seguintes propostas:

O ensino fundamental deve ser usado para adquirir competências básicas para formar o cidadão e não apenas para ser pré-requisito de estudos posteriores;

- Ênfase na resolução de problemas, explorando a Matemática a partir de problemas do cotidiano ou de outras disciplinas. Importante o aluno ter um papel ativo na busca do conhecimento;

- Abordagem de assuntos mais amplos do que os tradicionalmente exigidos para atender a demanda social e a necessidade de compreender a importância do uso da tecnologia e sua renovação;

[3] Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1998.

A ideia básica do nosso projeto é propor atividades, curiosidades de jogos matemáticos que despertem o gosto pela disciplina e que, indiretamente, melhore o rendimento na escola e estimule a necessidade de novos desafios e descobertas.

Originalmente, este material foi o resultado de um projeto de extensão do Instituto Federal de Alagoas (IFAL)- câmpus São Miguel dos Campos, com a participação dos bolsistas José Wanderson Silva dos Santos e Darlan Santos Silva.

Ao passarmos atividades aos alunos é importante que eles tentem apresentá-las a partir do teste das suas hipóteses e nosso papel será apenas o de motivador e de balizador das soluções apresentadas.

A maioria destas mais de 50 atividades propostas utilizam poucos recursos além de lápis, papel e uma boa dose de imaginação. A ordem como são apresentadas neste material não obriga que sejam feitas na mesma sequência.

Capítulo 6: Número de camelos de uma cáfila	6º ao 9º anos	Primos, números quadrados, sistemas, divisibilidade e multiplicidade, sistemas decimais, naturais, racionais e representação fracionária e na forma decimal.
Capítulo 6: Curiosidades: quadrados numéricos	6º ao 9º anos	Potenciação
Capítulo 7: O problema dos quatro quatros	6º ao 9º anos	Operações fundamentais de álgebra e utilização dos sinais de operações algébricas
Capítulo 8: O problema dos 21 vasos	6º e 7º anos	Operações com números naturais e racionais, forma decimal, utilização de formas geométricas planas, grandezas e medidas, conjuntos e sistemas de medidas
Capítulo 10: Os números perfeitos	7º a 9º anos	Soma e multiplicação, divisões de um natural e divisores de um número.
Capítulo 12: O problema dos 60 melões	6º ao 9º anos	Conjuntos, operações, frações e moedas.

PROBLEMA/CITAÇÃO	SÉRIE	CONTEÚDOS PRESENTES
Capítulo 3: Problema dos 35 camelos	6º ao 9º anos	Conjuntos numéricos, divisões de um número, divisibilidade, fração, forma decimal e mínimo múltiplo comum (MMC).
Capítulo 4: Problema dos 8 pães	6º ao 9º anos	Operações fundamentais de álgebra e sistema linear
Capítulo 5: Problema do joalheiro e do hospedeiro	8º e 9º anos	Operações fundamentais, frações e forma decimal, conjuntos, proporções e relações numéricas, regra de três, divisibilidade e multiplicidade, sistemas de medidas.

2. QUEBRANDO O GELO

O roteirista e escritor norte-americano, William Goldman, vencedor de dois prêmios Oscars de melhor roteiro[4], na apresentação de um de seus romances, confessou seu desapontamento ao dar à sua filha um livro de histórias infantis que ele tinha em grande conta e que não despertou a reação de arrebatamento que ele esperava.

Ao reler o livro ele percebeu que havia uma sem número de situações modorrentas que desestimulavam a continuidade da leitura entre as partes chaves da história. Então, ele se propôs a escrever uma história que prendesse o leitor com a premissa que o que havia de acontecer sempre era mais interessante que o que já se passou

Este pensamento também me ocorreu quando comecei a lecionar: num mundo dinâmico, globalizado, com o advento da internet, jogos eletrônicos, celulares etc. como prender a atenção de um grupo de adolescentes num contexto de aprendizado que se repete de forma tradicional há dezenas de anos? Como não cair na vala comum do mecanicismo? Como fazer diferente?

[4] Vencedor por Butch Cassidy e Billy The Kid (1970) e Todos os homens do presidente (1977),

Quando criança tive contato com a obra prima do professor- e grande divulgador da Matemática- Júlio César Melo e Souza, mais conhecido pelo pseudônimo de Malba Tahan, ‘O Homem que calculava’, que disfarçava num cenário das Mil e umas noites, uma série de problemas, artifícios e engenhosidades matemáticas que eram um desafio a querer saber mais. Havia então um universo muito maior do que traziam os livros da escola e que superava em larga escala habilidades mecânicas de realizar operações aritméticas ou decorar regras sem compreender o que delas poderíamos usufruir.

Júlio César, como professor de matemática, destacou-se por ser um exacerbado crítico das estruturas ultrapassadas de ensino. “O professor de Matemática em geral é um sádico. — Denunciava ele. — Ele sente prazer em complicar tudo.”[5]

Levei para a sala de aulas esta mesma leitura. Usar o que há de mais entusiasmante na Matemática para atrair o interesse, a atenção dos alunos e o desejo de ir mais longe, talvez, até com suas próprias pernas.

Pesquisando ao longo de quase vinte anos, colecionei e apliquei uma série de atividades, desafios e jogos para contribuir com essa ruptura com o passado que teima em se estender pelo presente.

[5] Luiza Villamea. "Malba Tahan – o genial ator da sala de aula". IN: *Revista Nova Escola*, ano X, nº 87, set. 1995. p. 9.

9. EPÍLOGO

Este documento é o resultado de um apanhado de 20 anos de sala de aula, ensinando Matemática. Não tem a pretensão de ser um compêndio sobre o uso de atividades lúdicas como ferramenta de aprendizado, mas antes ser um manual de curiosidades e truques matemáticos. Uma carta na manga, o coelho pronto a sair da cartola.

Usá-lo é pensar em unir em torno da disciplina não somente os nossos alunos, mas os admiradores da Matemática.

Para encerrar o material, faço menção ao artigo de LACAZ & OLIVEIRA (2007), a oitava sugestão de leitura, no capítulo seguinte, que separa os problemas matemáticos que estão no livro *O Homem que calculava*, de Malba Tahan, separados por capítulos, direcionando ao nível adequado e citando os conteúdos que cada um dos problemas traz, conforme o quadro 1 abaixo:

Em seguida, ela passou pela segunda igreja e decidiu repetir a experiência. Novamente, o milagre aconteceu e ela cumpriu a promessa. Animada, ela decidiu passar numa terceira igreja. Fez a promessa, o milagre aconteceu, mas para sua tristeza, ao fazer a doação, ela ficou sem nenhum dinheiro. Pergunta-se: quanto Dona Santinha tinha na bolsa antes de entrar na primeira igreja.

Solução: *Um ponto de partida seria estipular um valor e refazer todo o percurso de Dona Santinha, numa tentativa de erros e acertos. Outro método seria responder de trás para frente:*

3ª igreja: se ela deu R$ 10,00 e ficou sem nada é porque ela veio da 2ª igreja com apenas R$ 5,00.

2ªigreja: se ela deu R$ 10,00 e ficou com cinco é porque ela tinha R$ 15,00 após o milagre, ou seja, ela chegou com R$ 7,50 da primeira igreja.

1ª igreja: se ela deu R$ 10,00 e ficou com R$ 7,50 é porque ela tinha R$ 17,50 após o milagre, ou seja ela chegou na igreja com R$ 8,75

3.CONTANDO HISTÓRIAS

A polêmica garante vida longa para os problemas matemáticos. Esta sessão é dedicada a explorar esse fato.

3.1. A CONTA DA LANCHONETE

OBJETIVO: Quebrar paradigmas sobre resolver problemas. Uso do raciocínio lógico

MATERIAL: Lápis e papel

Três amigos vão a uma lanchonete e ao pedirem a conta, recebem uma fatura de R$ 30,00. Cada um deu R$ 10,00. Já se preparavam para ir embora, quando o proprietário ofereceu um desconto de R$ 5,00 e mandou o garçom devolver. O garçom, guardou R$ 2,00 para si e devolveu apenas R$ 1,00 a cada amigo. Se cada amigo pagou R$ 9,00 (3 x 9 = 27) e o garçom ficou com dois reais (27 + 2 =29 reais). Para aonde foi o R$ 1,00 que está faltando?

Sugestão ao professor: *ótimo problema de abertura, pois quebra um paradigma importante sobre a proposição de problemas. Trata-se de um sofisma: não falta nenhum real! Vejamos: R$ 25,00 ficaram para o dono da lanchonete; R$ 2,00 para o garçom esperto e R$1,00 para cada um dos três amigos, totalizando os R$ 30,00 iniciais.*

3.2 COMO SER HONESTO

OBJETIVO: Quebrar paradigmas sobre resolver problemas. Uso do raciocínio lógico

MATERIAL: Lápis e papel; dinheiro cenográfico

No inicio da manhã, mal a papelaria do Agenor abriu, um cliente adentrou e pediu para comprar o livro mais vendido do momento: "Como ser honesto", que custava R$ 30,00. Para pagar, ele entregou uma nota de R$ 100,00. Agenor não tinha dinheiro trocado para passar o troco e foi pedir na loja vizinha, a sapataria Chulé, para trocar aquela nota de R$ 100,00 por dez notas de R$ 10,00. Margarida, a vendedora, fez a troca.

Agenor, de volta a loja, deu o troco ao comprador, que até pediu para que ele não embrulhasse o livro, pois já o leria de imediato.

Obviamente, seus alunos perceberam que não fazia sentido o que estava escrito. Mas ele os desafiou a deixa-la correta, fazendo a mesma alteração em ambos os lados da desigualdade: "Como tornar igual? A solução pode demorar horas e horas..." disse ele.

Solução: *A alteração seria separar o primeiro algarismo de cada lado por dois pontos e pensar na forma como os relógios digitais marcam o tempo: 5:60 = 6:00, ou seja, cinco horas e sessenta minutos equivale a seis horas!*

8.9. DONA SANTINHA

Dona Santinha, uma senhora muito religiosa, voltava a pé para casa e decidiu parar numa igreja e rezar. Fez uma promessa para o santo: daria R$ 10,00 para as obras para as obras da igreja se quando saísse ocorresse o milagre dele dobrar o valor que ela trazia na bolsa. Após rezar, o milagre aconteceu: o dinheiro duplicou de valor e ela cumpriu a promessa e deixou a oferta para a igreja.

8.8. COMO TORNAR IGUAL?

O professor escreveu uma sentença matemática no quadro.

$$560 = 600$$

Obviamente, seus alunos perceberam que não fazia sentido o que estava escrito. Mas ele os desafiou a deixa-la correta, fazendo a mesma alteração em ambos os lados da desigualdade: “Como tornar igual? A solução pode demorar horas e horas...” disse ele.

Solução: *A alteração seria separar o primeiro algarismo de cada lado por dois pontos e pensar na forma como os relógios digitais marcam o tempo: 5:60 = 6:00, ou seja, cinco horas e sessenta minutos equivale a seis horas!*

Poucos minutos depois, Margarida, entra nervosa na loja e avisa a Agenor que aquela nota de R$ 100,00 era falsa! Agenor, para evitar o escândalo, troca a nota falsa, por uma verdadeira e Margarida volta à sapataria satisfeita.

Você concorda que o Agenor teve um prejuízo? Caso ele tenha tido, qual o total que

Sugestão ao professor: *pode-se encenar a situação e fazê-la de forma concreta, utilizando fotocópias de cédulas.*

Solução: *O único prejuízo do livreiro é pela troca da nota falsa por uma verdadeira, com vizinha. O livro, foi comprado honestamente e como dinheiro recebido. O troco dado ao golpista veio do dinheiro trocado com a vizinha.*

A maneira mais fácil de analisar o problema é do ponto de vista contábil: a vizinha perde R$ 100,00 e recupera em seguida, logo não ganha nem perde nada; o golpista entrega uma nota falsa e ganha R$ 70,00 de troco e um livro no valor de R$ 30,00, logo lucrou R$ 100,00, que é o prejuízo do livreiro.

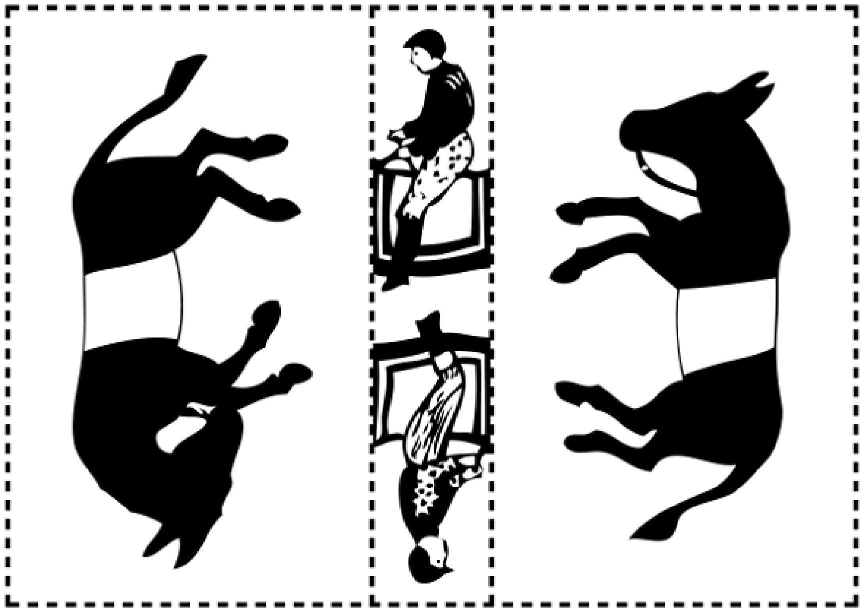
Professor, perceba que a presença da dona da sapataria é dispensável ao problema, pois ele não perde nem ganha nada, sendo mais um fator de diversionismo para tirar o foco do problema.

3.3 OS JOQUÉIS E OS BURROS

OBJETIVO: Quebrar paradigmas sobre resolver problemas. Uso do raciocínio lógico. Criação de estratégias de resolução

MATERIAL: Desenho impresso e tesoura

Distribua o desenho impresso para cada aluno e peça que recortem-no nas linhas pontilhadas e coloque os jóqueis para montar nos burros de modo a formar a figura de cavalos velozes.



Porém, Daniel, o filho caçula, tinha uma dívida e decidiu vender sua parte. Os outros irmãos por sua vez, numa atitude bastante fraterna, decidiram redistribuir o que havia restado da fazenda herdada da mesma forma que o pai tinha determinado: de mesmo tamanho e mesmo formato. Como isso seria feito?

Solução: *O terreno restante da fazenda tem a forma de um L, isto seria bastante intuitivo de como teria de ser o formato da nova divisão. Uma sugestão para iniciar a resolução é dividir, primeiramente, cada um dos lotes de Abel, Bruno e Carlos, em quatro quadrados iguais.*

A	C	A	C
B	D	B	D
A	C		
B	D		

Ainda não atendemos ao que foi pedido pois não há muita lógica de se dividir assim a fazenda, trocando algumas letras de lugar, podemos chegar na maneira correta de se fazer esta divisão.

A	A	D	D
A	B	B	D
C	B		
C	C		

Agora sim, chegamos ao resultado solicitado originalmente.

Solução: *Bastante intrigante, poderia ser feito por tentativa e erros, passando pelas informações elementares. A primeira delas seria a informação que ao ser dividido por dois, sobra 1, logo, procuramos um número ímpar. Mas o que resolverá isso é uma ideia simples: procuramos um múltiplo (o mínimo) comum de 2, 3, 4, 5 e 6, subtraído de 1. Logo, ao se fazer o mínimo múltiplo comum deles que é 60. Ao retirar 1, teremos a quantidade de ovos na cesta, que é 59.*

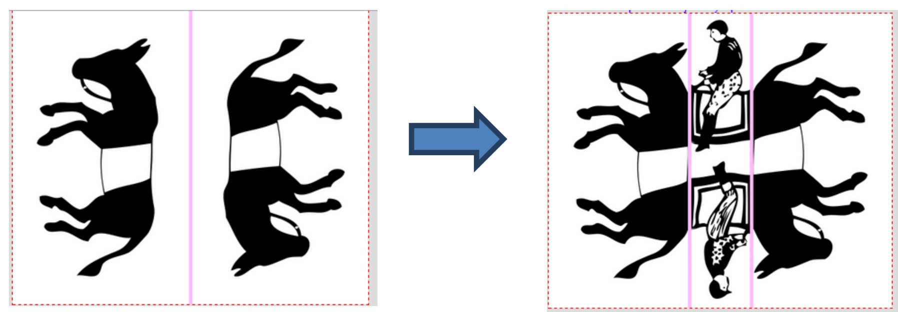
8.7. HERANÇA DE TERRAS

Quatro irmãos, Abel, Bruno, Carlos e Daniel receberam uma fazenda como herança, de seu pai, de formato quadrado, que foi dividida em formato e tamanho iguais. Conforme a figura baixo:

A	C
B	D

Sugestão ao professor: *este problema é interessantíssimo, um quebra cabeça do século XIX do americano Sam Lloyd, que força o aluno a repensar suas estratégias para alcançar. Solução disponível em: http://mesosyn.com/mental1-8.html. Professor, ressalte que no início, os animais se assemelham com burros e ao final, deve se parecer com potentes cavalos. Esta figura está disponível em anexo. Para evitar acidentes, substitua a tesoura pela separação das três partes por meio de dobraduras ou já as entregue separadas*

Solução: *Coloque inicialmente os cavalos de costas e em sentindo contrários, conforme a figura abaixo. A seguir, coloque os jóqueis no espaço em branco:*



3.4 PROBLEMAS DE LÓGICAS:

Professor, essa seção traz probleminhas clássicos que podem ser utilizados na sala de aula pois trazem o ingrediente básico para fomentar discussões e interesse pela matemática: a polêmica. Podem ser narrados e/ou desenhados no quadro.

OBJETIVO: Uso do raciocínio lógico. Criação de estratégias de resolução. Estabelecer relações a partir das informações dadas.

MATERIAL: Lápis e papel

3.4.1 PAIS E FILHOS

Dois pais e dois filhos foram pescar. Cada um pescou um peixe, sendo que ao todo foram pescados 3 peixes. Como isso é possível?

Solução: *Trata-se, realmente, de 3 pessoas: o filho, o pai e o avô.*

3.4.2. ***TRAVESSIA DO RIO***

Você precisa atravessar um rio com um leão, um carneiro e um fardo de capim. Na canoa, só cabe um animal ou o fardo de capim por vez. Se você levar o capim, o leão come o carneiro; se levar o leão, o carneiro come o capim. Como fazer?

a coleta de mais garrafas para que possam fazer simultaneamente. Permita, agora, que eles façam a transposição do líquido das garrafas de uma para outra com o objetivo de fazer a partilha em três partes iguais tanto no conteúdo, quanto no total de garrafas e, ainda, no tipo de garrafas. Assim é possível obter mais uma resposta: 1 cheia, 5 semicheias e 1 vazia. Obviamente, esta atividade precisa ser feita num ambiente controlado para evitar brincadeiras de mau gosto e/ou desperdício de água.

8.6. CESTA DE OVOS

Um agricultor colocou uma certa quantidade de ovos numa cesta. Ao ser perguntado sobre a quantidade que havia, ele foi muito enigmático: “Há menos de 100 ovos, mas contando de dois em dois, sobra 1 ovo; contando de 3 em 3, sobram 2; contando de 4 em 4, sobram 3; contando de 5 em 5, sobram 4 e contando de 6 em 6, sobram 5.” Quantos ovos há nesta cesta?

Solução: *Podemos atribuir um valor para cada tipo de garrafa:*

Vazia → 0; semicheia → 1 e cheia → 2. A pontuação total é 21. Logo, cada amigo deveria receber o equivalente a 7 pontos. Quem podem ser obtidos conforme a tabela abaixo:

PARTILHA	*CHEIAS*	*SEMICHEIAS*	*VAZIAS*	*TOTAL DE PONTOS*
1º Amigo	*3*	*1*	*3*	*7*
2º Amigo	*2*	*3*	*2*	*7*
3º Amigo	*2*	*3*	*2*	*7*

Sugestão de atividade: Professor, esta atividade pode sofrer uma pequena variante e ser feita de forma concreta. Colete 21 embalagens de refrigerante pequeno (o formato caçulinha) e um funil pequeno. Prepare um conjunto de garrafas nas condições iniciais do problema usando água. Divida os alunos em grupos separados ou providencie

Solução: *Leva o carneiro e volta; Leva o capim e volta com o carneiro; Leva o leão e o deixa com o capim e, por fim, traz o carneiro.*

3.4.3 ***CASOS DE FAMÍLIA***

Um pergunta de lógica jurídica: um homem pode casar com a irmã de sua viúva?

Solução: *Jamais, pois estaria morto para ter uma viúva!*

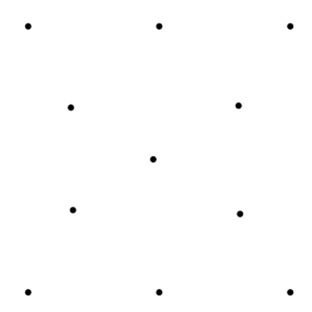
3.4.4 ***ACIDENTE DE AVIÃO***

Um avião com 180 passageiros se choca contra uma montanha exatamente na fronteira da Itália com a França. Onde serão enterrados os sobreviventes?

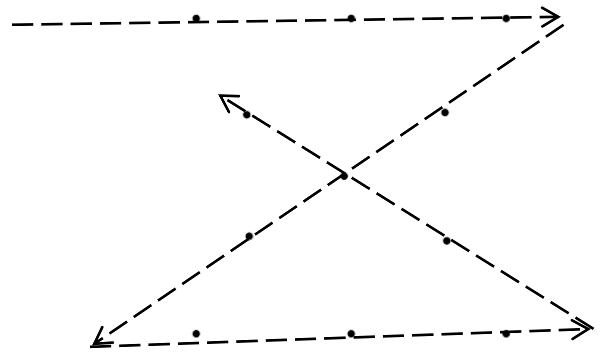
Solução: *Fique atento, pois os sobreviventes não são enterrados!*

3.4.5 ***EXTRAPOLANDO***

Sem tirar o lápis do papel e sem passar mais de uma vez sobre a mesma linha, ligue os 11 pontos com apenas quatro linhas retas.



Solução: *a resposta está no pontilhado, que precisa exceder os limites da figura. Lembre-se que, em Matemática, o que não é proibido é tacitamente permitido.*



3.4.6 ***PRISÃO PERPÉTUA***

Uma certa autoridade visitou uma penitenciária e reduziu a pena dos presos pela metade. Ou seja: presos que deveriam cumprir 10 anos, passavam a cumprir 5 anos; quem deveria cumprir 2, passava a cumprir apenas 1, e assim sucessivamente.

Solução: *Professor, deixe os alunos tentarem um pouco.*
Vamos organizar a travessia, separando as viagens:

Viagem	*Botes*	*Tempo gasto*
1ª	***Ida*** *de Dois e Um*	*2 horas*
2ª	***Volta*** *de Um*	*1 hora*
3ª	***Ida*** *de Quatro e Oito*	*8 horas*
4ª	***Volta*** *de Dois*	*2 horas*
5ª	***Ida*** *de Dois e Um*	*2 horas*

Totalizando, 15 horas.

8.5. HERANÇA DE VINHO[6]

Um mercador deixou como herança aos seus três melhores amigos 21 garrafas idênticas e fechadas de um fino vinho, sendo que são sete garrafas vazias, sete garrafas semicheias e sete garrafas cheias. Como fazer a partilha desta herança, sem abrir as garrafas, de modo que cada um receba a mesma quantidade de vinho e de garrafas?

[6] Adaptado da sugestão de leitura [1]

Solução: *Em 13 caixas caberiam 13x6=78 lápis. Usando a capacidade máxima das caixas, em 12 delas teríamos 12x6 = 72 lápis. Logo, sobram apenas dois lápis para a última caixa.*

8.3. CALENDÁRIO[7]

Se hoje é domingo, que dia será daqui a 135 dias?

Solução: *Os dias da semana se repetem em múltiplos de 7. Observe que 7 x 19 = 133 dias depois de hoje voltará a ser um domingo. Logo, o dia em questão é uma terça-feira.*

8.4 TRAVESSIAS DOS BOTES[8]

Existem quatro botes numa margem de um rio. Seus nomes são *Oito, Quatro, Dois* e *Um*, porque essas são as quantidades de horas que cada um deles demora para cruzar o rio. Pode-se atar um bote a outro, porém não mais de um, e então o tempo de travessia é igual ao do mais lento dos botes. Um só marinheiro deve levar todos os botes até a outra margem do rio. Qual é o menor tempo necessário para completar o translado?

[7] Ver a sugestão de leitura [7]
[8] Arquivo da IV Olimpíada de Maio, 1998

Pergunta-se: O que ele fez para solucionar a questão dos presos que foram condenados à prisão perpétua?

Solução: *polêmicas a parte, sendo rigorosamente matemático, – para evitar qualquer injustiça - seria um dia preso, um dia solto. Professor, lógico que ao reduzirmos a unidade de tempo que determina como a solução seria mais justa, estaremos sendo ainda mais exatos: uma hora solto, uma hora preso; um minuto solto, um minuto preso; etc.*

3.4.7. *SEQUÊNCIA*

Qual o próximo número que completa a sequência: 2,10, 12, 16, 17, 18, 19, ...

Solução: *200, uma vez que são os números que aos serem escritos começam pela letra D;*

3.4.8. *O TESTAMENTO DE LORD MARSHMELLOW*

... e a minha amada família, que há tanto tempo espera esse momento, eu deixo: ***"O que o homem ama mais que a vida. Odeia mais que a morte e batalha mortal? É o que satisfaz o desejo dos homens. O mais pobre possui e o rico exige. O miserável gasta e o***

Em tempos remotos, o testamento de Lorde Marshmellow foi bastante surpreendente. Você consegue dizer o que ele deixou para seus herdeiros?

Solução: *Apesar do palavreado difícil, é fácil perceber que Lord Marshmellow não deixou nada para a família.*

3.4.9. ***A FAMÍLIA SILVA SAI DE FÉRIAS.***

Ao sair de férias, os SILVA decidiram por uma viagem de carro. Já na estrada, seu Jairo SILVA percebeu que havia no carro: 1 pai, 1 mãe, 2 filhos, 2 irmãos, 2 sobrinhos, 2 primos e 2 tios. Qual a menor quantidade de pessoas que verificam todas estas relações no carro?

Sugestão ao professor: *Recorde aos alunos que há mais relações de parentescos do que ocupantes no carro.*

Solução: *A menor quantidade possível é quatro, a saber: um casal de irmãos, cada um com seu filho. Observe que esse valor só é possível porque, neste caso, o 'pai' e a 'mãe' não são casados entre si.*

Solução: *Vamos analisar cada pista*

1º O produto das três idades é 36. Os ternos de números que correspondem a isso, a menos da mudança dos fatores são: (1,1,36), (1,2,18), (1,3,12), (1,4,9), (1,6,6), (2,2,9), (2,3,6);

2º A soma de suas idades é igual ao número da casa da frente. Não sabemos de que número se fala. Mas se Ricardo não resolveu a charada ainda com essa pista é porque existem mais de um terno, nas opções acima, que representa esse valor: 13. Ou seja, podem ser (1,6,6) ou (2,2,9).

3º A última pista é quem decide: como há uma filha mais velha, que faz balé, só a segunda opção pode ser a resposta procurada.

8.2. CAIXAS DE LÁPIS [9]

Em 13 caixas, foram embalados 74 lápis. Se a capacidade máxima de cada caixa é de 6 lápis, determine o número mínimo de lápis que pode haver numa caixa.

[9] Ver a sugestão de leitura [7]

8. DESAFIOS QUEBRA-CUCA

OBJETIVO: Utilizar os conceitos (múltiplos) e operações (soma e multiplicação) já trabalhados, criar hipóteses e testá-las.

MATERIAL: lápis e papel.

8.1. AS IDADES DAS FILHAS DA PROFESSORA[10]

A professora de Matemática Judite encontrou-se na rua com seu ex-aluno Ricardo. Como não se viam há vários anos, ele indagou a professora como estavam suas filhas.

- Tenho três filhas e o produto de suas idades é 36! Disse ela

- Não consigo saber...

- Vou te dar mais uma pista: a soma das idades delas é igual a ao ero da casa em frente a você!

- Ainda assim não é possível responder...

- Última pista: a mais velha faz balé?

- Agora, sim: Já sei as idades delas!

Agora é com você, qual a idade das três filhas da professora Judite?

[10] Ver a sugestão de leitura [7]

4. BRINCANDO COM A ARITMÉTICA

Nessa sessão, as atividades exploram desenvolver as habilidades matemáticas dos alunos e harmonizá-las com as regras ensinadas para se obter o êxito em sua resolução.

Os problemas desta seção abordam as operações aritméticas, expressões numéricas e suas regras, com uma roupagem lúdica. Podem ser propostos para serem respondidos individualmente ou em grupos.

OBJETIVO: Realizar operações aritméticas e respeitar suas regras. Desenvolver esforço de cooperação e trabalho em equipe.

MATERIAL: Lápis e papel

4.1 SÓ OITO

Solução: *888+ 88+ 8+8+8 = 1000*

Use 8 algarismos oitos e os sinais de adição (+), subtração (-) e multiplicação (x) até chegar ao número 1000 exato.

4.2. ***TUDO SEIS***

Como no exemplo, você deve usar todos os recursos matemáticos para fazer com que o resultado da sequência de números seja sempre "6":

2+2+2 = 6

3 3 3 = 6

4 4 4 = 6

5 5 5 = 6

6 6 6 = 6

7 7 7 = 6

8 8 8 = 6

9 9 9 = 6

Comentário: *Professor, vale a pena recordar aos alunos que a ordem das operações é importante. Existe -para a mesma sentença- a possibilidade de mais de uma solução, explore isso. A resposta da sentença dos 8's é um pouco pesada para o nível dos alunos, mas é uma alternativa caso não tenha sido ensinado as raízes cúbicas.*

2+2+2 = 6

3 x3-3 = 6

$\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4} = 6$

$5 + 5 \div 5 = 6$

$6 + 6 - 6 = 6$

$7 - 7 \div 7 = 6$

$8 - \sqrt{\sqrt{(8}+8)} = 6$

$\sqrt{9}x\sqrt{9} - \sqrt{9} = 6$

2-Usando apenas o triângulo pequeno, determine quantos deles seriam necessários para cobrir as seguintes figuras:

a) O triângulo médio;
b) O paralelogramo;
c) o tangram inteiro;

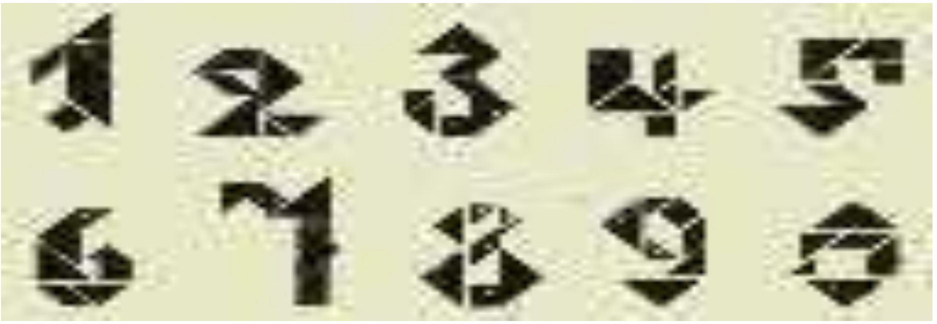
3-Considerando o quadrado formado com as sete peças, represente a fração que corresponde a cada peça:

a) Triângulo pequeno;
b) Triângulo grande;
c) Quadrado;
d) Triângulo médio;
e) Paralelogramo;

4- Forme as figuras que são pedidas:

a) Construa quadrados usando apenas triângulos. Tente encontrar as 4 soluções possíveis.
b) Usando apenas os dois triângulos pequenos, construa outras peças do Tangram.
c) Qual figura do Tangram você não conseguiu montar com os dois triângulos pequenos? Por quê?
d) Construa um quadrado usando 4 peças. Tente encontrar pelo menos duas soluções.
e) Construa um triângulo usando duas peças, três peças e quatro peças. Compare suas soluções com as soluções de seus colegas.

7.2. Use o tangram para construir os algarismos do nosso sistema, conforme o modelo a seguir:



7.3.MARATONA TANGRAM

1- Sobreponha as peças, compare e responda:

a) Quantos triângulos grandes são necessários para formar o quadrado?

b) Quantos triângulos médios são necessários para formar o quadrado?

c) E se fossem todos triângulos pequenos, quantos seriam necessários para formar o quadrado?

4.3. ***CHARADINHA***

Quatro Romanos e um Inglês viajavam num automóvel. Qual era o nome da mulher que conduzia o automóvel?

Solução: *usando algarismos romanos (IV) e a palavra um, em inglês (ONE), temos a resposta: IVONE*

4.4. ***CIGARRO: APAGUE ESSA IDEIA***

Um homem muito pobre queria fumar cigarros, mas ele não tinha dinheiro para comprá-los. Ele descobriu que se ele juntasse pontas de cigarros já fumados, ele conseguiria fazer um cigarro a cada 5 pontas ao abrir e reaproveitar o fumo que não foi queimado. Se ele achou 25 pontas, quantos cigarros ele poderia fumar?

Solução: *a resposta imediata seria uma simples divisão e teríamos cinco, mas como nada foi dito, o método pode sofrer recorrência e ao fumar os cinco cigarros obtidos ele obteria mais cinco pontas e teria um sexto cigarro. Este problema é facilmente encontrado nas olimpíadas de matemática.*

4.5. ***DOMINÓS***

Quantos pontos existem marcados num jogo de dominó comum de 28 peças?

Solução: *a resposta exige paciência e organização. Separar as pedras por famílias e ter cuidado de não repetir peças. Usar um dominó para explicar o problema ajuda para aqueles menos familiarizados com o jogo. Este problema já foi proposto na segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática. São 168 pontos.*

4.6. ***31 COM 5 ALGARISMOS TRÊS***

Obtenha o número 31, usando os símbolos de operações e apenas cinco algarismos 3.

Solução: *33+3 +3÷3 =31*

4.7.***EXPRESSÃO NUMÉRICA***

Para conseguir a igualdade abaixo, quais os sinais devemos colocar entre os nove primeiros algarismos?

1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8.....9 = 100

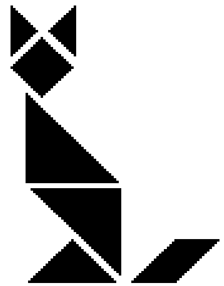
Solução: *1+2+3+4+5+6+7+8x9=100*

Essa atividade proporciona um intenso contato com elementos da geometria plana, além de dar ao aluno a satisfação de construir o seu próprio conjunto de Tangram.

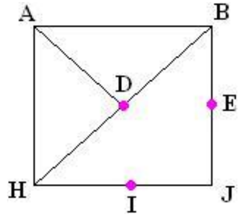
A internet é rica em uso e ideias para estas atividades, como sugestão deixo um sítio bem interessante: http://www.espacoeducar.net/2011/07/atividades-com-o-tangram.html. A seguir há uma relação de atividades que podem ser aplicadas utilizando este recurso didático.

7.1. Construa, utilizando as sete peças do tangram:

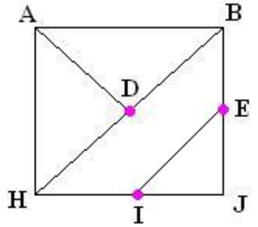
a) Um quadrado
b) Um retângulo
c) Um paralelogramo
d) Um triângulo
e) Um trapézio
f) Um hexágono (polígono de 6 lados)



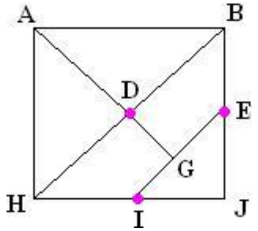
4º passo: Dobre o vértice J até o ponto D assim formando dois pontos, um no segmento BJ e outro no segmento HJ.



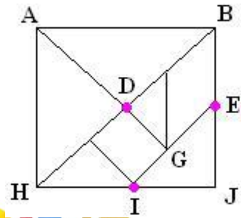
Agora trace um segmento de reta do ponto E ao ponto I.



5º Passo: Trace uma reta perpendicular do ponto D ao segmento EI.



6º Passo: Trace dois segmentos de reta paralelos ao segmento DG e outro ao lado AH.



4.8. ***FECHE A CAIXA***

OBJETIVO: Realizar operações aritméticas. Tomar de decisões. Avaliar probabilidades de resultados ao lançar dados.

MATERIAL: computador (para baixar o aplicativo do jogo será necessário o acesso à internet)

Este é um jogo praticado por marinheiros normandos há mais de 200 anos, que explora habilidades em executar operações e avaliar as melhores combinações formadas pela soma resultante. Há um pouco do fator sorte, mas o jogo é bastante dinâmico e pode ser feita com material reciclado. Mas há uma versão que pode ser baixada e jogada em computadores. Disponível em http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/feche-caixa-428064.shtml

Este jogo pode ser jogado por até 3 jogadores. Eles iniciam com um saldo de 45 pontos. A partir daí, lançam (cada um joga isoladamente) dois dados e mediante os resultados da soma dos pontos, deve escolher uma a duas caixas para fechar. As jogadas de um mesmo jogador se sucedem até o momento em que não possa mais fechar caixas. Aquelas que ficaram abertas são descontadas de seu saldo (as operações aparecem na tela e o jogador deve resolvê-las para concluir seu turno. Caso erre, o aplicativo pede para refazer as contas). O(s) próximo(s) jogador(es) continuam em seus turnos até que percam seu saldo de pontos. Ao fim da rodada, aquele com maior saldo é o vencedor.

Professor, após o aplicativo ser baixado não é necessário uso da internet.

4.9. ***OS 4 QUATROS***

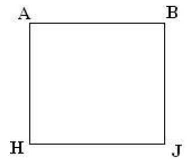
Utilizando apenas quatro algarismos quatro é possível, utilizando as operações aritméticas obter qualquer número natural de 0 a 100. Por exemplo:

$4+4-4-4=0$

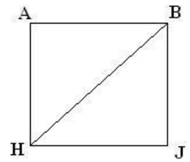
$44 \div 44 = 1$

$4 + 4 - 4 - \sqrt{4} = 2$

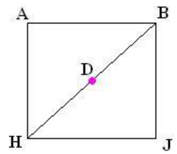
1º passo: Recorte o EVA ou o papel cartaz em forma de um quadrado:



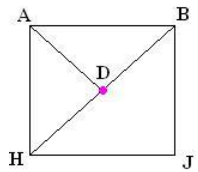
2º Passo: Trace um segmento de reta que vai do vértice b ao vértice h, dividindo o quadrado em dois triângulos iguais.



3º Passo: Para encontrar o ponto médio do segmento de reta BH, pegue o vértice A e dobre até o segmento BH o ponto de encontro do vértice A e do segmento BH será o ponto médio de BH.



Agora trace um segmento de reta que vai do vértice A ao ponto D, formando três triângulos.



7.TANGRAM

O Tangram é um quebra-cabeças chinês formado por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). *Com essas peças podemos formar várias figuras, utilizando todas elas sem sobrepô-las.*

Esse quebra-cabeças, também conhecido como jogo das 1000 peças, é utilizado pelos professores de geometria como instrumento facilitador da compreensão das formas geométricas. Além de facilitar o estudo da geometria, ele desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico, que também são fundamentais para o estudo da matemática e da ciências.

É possível explorar o estudo de frações, combinações, medidas, perímetro e áreas, de acordo com o nível de desenvolvimento da sua turma.

Umas das atividades que poderia ser feita com os alunos e tornaria o Tangram ainda mais significativo seria a confecção dele a partir do uso de material emborrachado (EVA) de 2mm, um estilete, lápis e um conjunto de régua e esquadros, a marcação das sete peças no quadrado não seria difícil.

A sequencia a seguir, extraída do sítio eletrônico, http://otangraesuasformaselendas.blogspot.com.br/2011/04/passo-passo-de-como-fazer-um-tangram.html, mostra como fazer a construção do Tangram a partir de uma peça quadrada.

Não se pode usar letras, apenas símbolos de operações matemáticas. No desafio original, proposto no livro "O Homem que calculava" de Malba Tahan. Nele não é possível o uso de operadores como logaritmos (o que possibilita a resolução de muitos resultados), o que fugiria também ao domínio do conhecimento matemático dos alunos envolvidos neste projeto. No entanto, é permitido o uso de raízes quadradas, do fatorial e do termial. Vale recordar que:

- ***Fatorial***

  n! = n(n-1)(n-2)(n-3) ... . 2.1, para n maior ou igual a 2.

  Exemplo.: 5! = 5.4.3.2.1 = 120

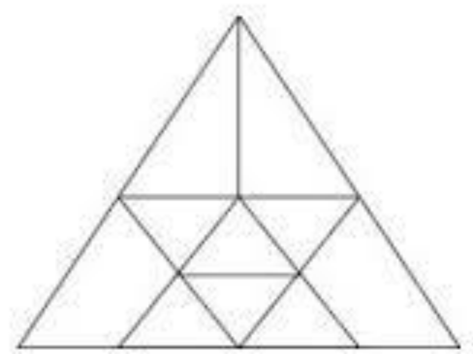
- ***Termial***

  A função termial é bastante conhecida. Só não é comum o uso de um símbolo específico. De maneira semelhante ao fatorial, pode-se apresenta-la através de um somatório, ou seja: **n? = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n**, para **n** maior ou igual a 2.

  Exemplo: 7? = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28

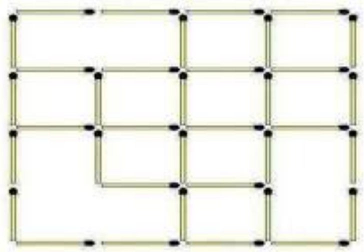
Sugestão ao professor: *esta atividade 'dá pano para as mangas': pode-se provocar os alunos a encontrar números pré-determinados e pedir que* *exponham no quadro; desafiá-los a encontrar o maior número possível; após obter uma solução para determinado número é possível para pedir uma nova solução para ele, pois há diversas soluções possíveis para a maioria deles. Pode ser uma atividade facilmente realizada em grupo. Para os números mais baixos, bastam operações simples. Para os mais altos, será necessário explicar aos alunos o significado de 4! = 4x3x2x1 = 24 e de 4?= 4+3+2+1 = 10.* ***Soluções:*** para qualquer resultado de 0 a 100, verifique o sítio eletrônico http://www.paulomarques.com.br/arq11-7.htm.

6.7. Quantos triângulos ao todo na figura?



Solução: *triângulos pequenos são 6; triângulos médios, 4; há 1 triangulo externo e um dos triângulos médios se divide em 2 outros que são retângulos. No total são 13.*

6.5. ***Quantos quadrados há nesta figura?***



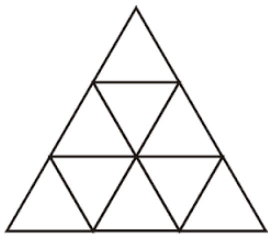
Solução: *Vamos dividir para conquistar...*

Quadrados unitários: 9;

Quadrados com 4 unidades: 2;

Quadrados externo: 1. Total: 12

6.6.***Quantos triângulos ao todo na figura?***



Solução: *Novamente, há de contar caso a caso:*

Triângulos unitários: 9; triângulos com 4 unidades: 3; 1 triangulo externo. Total: 13

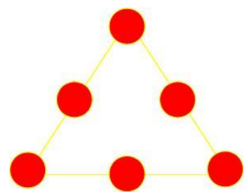
5. FIGURAS MÁGICAS

OBJETIVO: Elaborar cálculos mentais. Elaborar estratégias de resolução. Trabalhar de forma cooperativa.

MATERIAL: lápis e papel Aqui há uma sequência natural do tópico ARITMÉTICA, quando se deve distribuir uma série de números em certas posições, seguindo as operações indicadas. O objetivo é praticar cálculos numéricos com operações básicas e utilizar o jogo como um meio de aprendizagem através de uso do uso lúdico da matemática. Os jogos podem envolver somas, subtrações, multiplicações ou divisões

5.1***. TRIÂNGULO MÁGICO DA SOMA***

Usando os números de 1 a 6, inclusive, sem repetir, coloque-os nos círculos existentes no seguinte triângulo, de modo que se obtenha a mesma soma em cada um dos três lados desta figura, nas seguintes situações:



Comentário: passado as dificuldades iniciais, a cada comando de mudar a soma para um novo valor, o aluno perceberá que as hipóteses iniciais precisam ser ajustadas de acordo com a estratégia escolhida

A) Soma 9
B) Soma 10;
C) Soma 11;
D) Soma 12

Soluções:

a) Soma 9

1
6 5
2 4 3

b) Soma 10

1
6 4
3 2 5

c) Soma 11

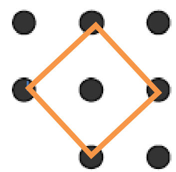
2
5 3
4 1 6

d) Soma 12

4
3 2
5 1 6

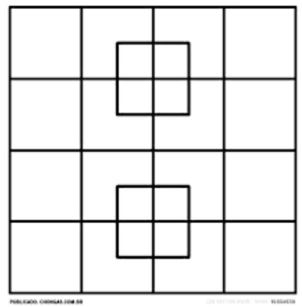
Sugestão ao professor: *Alguns questionamentos podem ser feitos: é possível, obter somas menores que 9 ou maiores que 12? Para ambas as perguntas a resposta é não! A soma 8, por exemplo, teria um vilão: o 6. O que fazer com ele? Quaisquer números, incluindo os menores (1 e 2), ao serem somados com ele ultrapassaria a soma desejada. Analogamente, no caso, por exemplo, da soma 13, o problema seria o 1: quaisquer números, incluindo os maiores (5 e 6) ao serem somados não alcançariam a soma desejada. Em cada soma, quais números devem ficar nos vértices do triangulo?*

É possível, ainda, alterar os seis números de partida e obter novas somas.



Professor, as demais atividades desta seção seguem os mesmo princípios. Coloque-as em prática, observando o nível de dificuldade apresentado por sua turma.

6.4. Quantos quadrados existem abaixo?

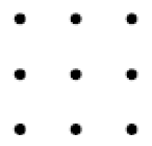


Solução: *Vamos dividir em casos para poder responder:*

Os mini quadrados são 8; os quadrados unitários são 16; os quadrados formados por quatro unidades são 8; os quadrados com 9 unidades são 4; há um quadrado com 16 unidades; Finalmente há dois quadrados formados pelos 4 mini quadrados. No total, há 39.

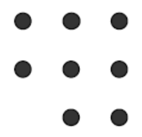
6.2. **Qual é o menor número de pontos na figura que é necessário retirar de modo que quaisquer 3 pontos dos restantes não sejam colineares?**

Obs.: Professor, lembre aos seus alunos que colinear significa na mesma linha



Sugestão ao professor: *a estratégia se assemelha ao do jogo da velha, que existe a disputa pelas casas que apresentam mais possibilidades de dominar o jogo. Basta retirar os três pontos que formam uma das diagonal.*

6.3 **Quantos quadrados podem ser desenhados unindo os pontos da figura com segmentos de reta?**



Sugestão ao professor: *além dos 3 quadrados facilmente visíveis, há mais um inclinado, no centro da figura. Os alunos vão questionar que se trata de um losango, mas um losango pode ser um quadrado com ângulos internos de 90º.*

5.2. ***TRIÂNGULO MÁGICO DA MULTIPLICAÇÃO***

Usando a mesma figura anterior, deve-se dispor os números 1,2,3,4,6 e 12 de modo que o ***produto*** de cada lado seja:

A) 24

B) 72

Soluções:

9

12 ***6***

2 ***3*** ***4***

6

1 ***4***

12 ***2*** ***3***

5.3. QUADRADO MÁGICO 3X3

Usar os números de 1 a 9 sem repetir nenhum número, de maneira que a soma deles seja igual tanto na vertical como na horizontal e nas diagonais.

Comentário: há alguns cálculos para se determinar: o número central e o valor da soma mágica

Sugestão ao professor: *em quadrados de ordem ímpar (3x3, no caso), o número central corresponde à média aritmética dos nove números: 5; a soma mágica de cada linha equivale ao triplo deste valor.Com uma dose de paciência não é difícil chegar na resposta, que desprezando-se as rotações, é única:*

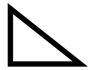
15	15	15	15	15
15	2	9	4	15
15	7	5	3	15
15	6	1	8	15
15	15	15	15	15

5.4. QUADRADO MÁGICO 4X4

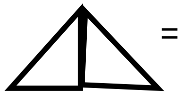
Usar os números de 1 a 16 sem repetir nenhum número, de maneira que a soma deles seja igual tanto na vertical como na horizontal e nas diagonais.

Sugestão ao professor: *após muitas tentativas, os alunos perceberão que as respostas encontradas não apresentam convergência. Oriente-os a separar as figuras em triângulos de tamanhos diferentes. Considerando o quadrado como de área unitária, temos quatro tipos de triângulos: De meia unidade de área, de uma unidade de área, de duas unidades de área e de quatro unidades de área.*

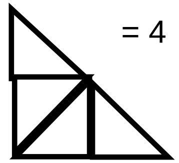
Solução = 48



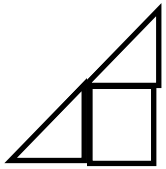
= 24



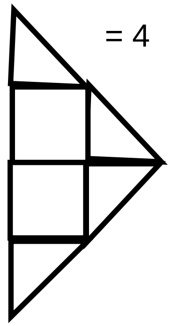
= 12



= 4



= 4



= 4

6. CONTAGEM DE FIGURAS

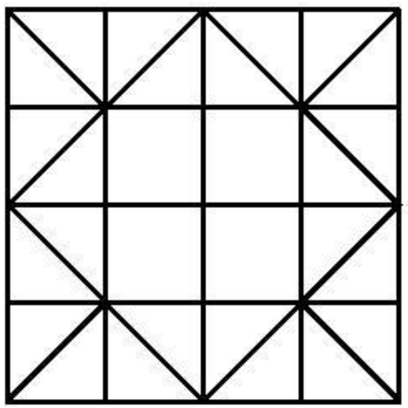
OBJETIVO: Resolver problemas dividindo em partes maiores. Criar estratégias de resolução. Trabalhar de forma cooperativa. Definir conceitos geométricos básicos.

MATERIAL: lápis e papel.

Aqui abordamos atividades que se concentram nos conceitos geométricos de algumas figuras planas para sua correta execução.

6.1. TRIANGULANDO

Quantos triângulos (de qualquer tamanho e formato) podem ser contados na figura abaixo?



Sugestão ao professor: *as regras e cálculos para determinar a soma mágica e a disposição dos números é um pouco mais complexa que o no caso anterior. Sugerido para turmas mais avançadas. Para saber mais, veja o sítio: < http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/solucionando-quadrados-magicos.htm >*

34	34	34	34	34	34
34	1	14	15	4	34
34	12	7	6	9	34
34	8	11	10	5	34
34	13	2	3	16	34
34	34	34	34	34	34

5.5. ARRUMANDO VINHOS

Cautelosa e metódica ao arrumar as suas coisas, a Sra. Mauricéia guardou 32 garrafas de delicioso vinho numa prateleira quadrada, como mostrado abaixo

1	7	1
7		7
1	7	1

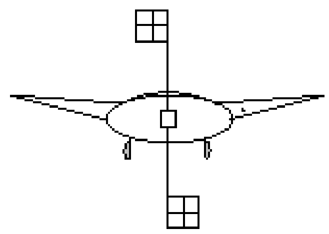
Ela mostrou a seu empregado que em cada lado havia 9 garrafas. O empregado, estudando o assunto, decidiu retirar 4 garrafas para si, mas teve o cuidado de arrumar as 28 garrafas restantes de tal maneira que continuasse 9 garrafas de cada lado. Como ela fez isso?

Solução:

2	5	2
5		5
2	5	2

5.6 NÚMEROS AÉREOS

(OBM-adaptada) Escreva os números inteiros de 1 a 9 nos quadrinhos de forma que as somas dos quatro números em cada uma das pás das hélices (ver figura) sejam iguais e o maior valor possível. Qual é esse valor?



Solução: Para que a soma nas pás seja a maior possível, o número 1 deverá estar no quadrado central. Como de a soma de 1 a 9 é igual a 45, sobrará em cada hélice uma soma de 22, não importando como o aluno escolha a posição desses números na hélice.