UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
REGIONAL DE CATALÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL

LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA

CATALÃO
2015

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **[x] Dissertação** **[ ] Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	Leonlívier Max Garcia Pereira						
E-mail:	liviermax@hotmail.com						
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? [x]Sim [ ] Não							
Vínculo empregatício do autor	Escola Municipal Santa Efigênia						
Agência de fomento:	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.				Sigla:	CAPES	
País:	BRASIL	UF:	BR	CNPJ:	00.889.834/0001-08		
Título:	O software Geogebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da geometria plana no ensino fundamental.						
Palavras-chave:	Geometria. Geogebra. Tecnologias.						
Título em outra língua:	The Geogebra software as a facilitator proposal the teaching-learning process of the plane geometry in elementary school.						
Palavras-chave em outra língua:	Geometry. Geogebra. Technologies.						
Área de concentração:	Matemática do ensino básico.						
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	10/08/2015.						
Programa de Pós-Graduação:	Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional.						
Orientador (a):	Porfírio Azevedo dos Santos Júnior.						
E-mail:	porfirio0806@gmail.com						
Co-orientador (a):*							
E-mail:							

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Leonlívier Max G. Pereira

Assinatura do (a) autor (a)

Data: 21 / 08 / 2015

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA

O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional de Catalão - Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática do ensino básico.
Orientador: Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior.

CATALÃO

2015

Ficha catalográfica elaborada automaticamente
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a), sob orientação do Sibi/UFG.

Garcia Pereira, Leonlívier Max
O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL [manuscrito] / Leonlívier Max Garcia Pereira. - 2015.
142 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão , Jataí, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - Profissional), Catalão, 2015.
Bibliografia. Apêndice.
Inclui fotografias, gráfico, lista de figuras.

1. Geometria. 2. Geogebra. 3. Tecnologias. I. Santos Júnior, Porfírio Azevedo dos, orient. II. Título.

Leonlívier Max Garcia Pereira

"O Software Geogebra Como Proposta Facilitadora do Processo de Ensino-Aprendizagem da Geometria Plana no Ensino Fundamental"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 10 de Agosto de 2015, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Porfírio A. dos S. Júnior

Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG
Presidente da Banca

Bianka Carneiro Leandro

Profa. Dra. Bianka Carneiro Leandro
PUC/GO

Prof. Dr. Márcio Roberto Rocha Ribeiro
Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia – RC/UFG

Leonlívier Max Garcia Pereira graduou-se em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás - Campus Morrinhos, no ano de 2002.

Dedico este trabalho a todos que me apoiaram e comigo agora compartilham do orgulho de mais esta conquista. Minha família, amigos e colegas de trabalho que me nutriram com seu apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, pela minha existência saudável e pelos talentos que me permitiu desenvolver.

Aos meus pais, pela base moral, exemplo, carinho e pelo apoio dado enquanto existiram, os quais levarei sempre em minha mente e coração.

A minha esposa Márcia Édna e as minhas filhas Nádia Beatriz e Natália Caroline, fontes de força e inspiração para seguir no bom caminho.

Aos colegas de sala, pelo apoio e cooperação em todas as etapas do curso.

A todos os professores do Programa de Mestrado profissional da UFG/Catalão, em especial ao Professor Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior, pela fundamental orientação, atenção e paciência.

Agradeço a CAPES pela ajuda financeira.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa apresenta uma proposta de utilização do software Geogebra e pretende avaliar se a utilização desse software como ferramenta pedagógica pode contribuir significativamente no ensino e na aprendizagem de conteúdos de Geometria Plana. Para isso foi utilizado o laboratório de informática de uma escola municipal da cidade de Caldas Novas. Esse software permite a construção de figuras geométricas e a movimentação dos elementos dessas figuras alterando seu formato e medidas de forma dinâmica. Assim, o usuário pode perceber as relações existentes entre os elementos dessas figuras e constatar propriedades, facilitando a assimilação dos conceitos e definições referentes a essas figuras geométricas. Um objetivo foi que os alunos compreendessem essas propriedades de forma interativa, através da manipulação do software para depois, na sala de aula, conhecerem as definições e demonstrações formais. O desenvolvimento desse trabalho foi motivado, inicialmente, pela necessidade de utilização de recursos de tecnologia presentes na escola e que não eram aproveitados didaticamente pelos professores. Outro objetivo foi apresentar uma metodologia que contemplasse a expectativa dos alunos por uma aula diferenciada e, consequentemente, oferecesse ao professor uma opção didática diferente para desenvolver no dia a dia. Assim, com o desenvolvimento deste trabalho foi possível perceber um aumento no nível de motivação dos alunos, frente ao uso do computador em aulas de Matemática, contribuindo, significativamente, com a aprendizagem dos conteúdos e na relação dos alunos com a disciplina e com o professor. Diante das atividades aplicadas, procurou-se avaliar a proposta, analisando os resultados, através da observação criteriosa das figuras construídas pelos alunos, analisando a correção dos exercícios, os quais buscaram verificar a visão geométrica e conceitual da geometria plana, comparando o rendimento da turma atual com o rendimento da turma do ano anterior, que trabalhou o mesmo conteúdo de forma tradicional. Além disso, comparou-se, também o questionário diagnóstico, aplicado inicialmente, com o questionário final e avaliou-se todas as atividades desenvolvidas, dando ênfase ao uso do Geogebra como ferramenta para introduzir as noções conceituais e as propriedades da geometria plana estudadas. Assim, pode-se concluir que a utilização do software trouxe resultados satisfatórios, pois a grande motivação apresentada pelos alunos permitiu uma participação ativa e, consequentemente, uma maior aprendizagem.

Palavras-chave: Geometria. Geogebra. Tecnologias.

ABSTRACT

This research work presents a proposal for the use of software and intends to evaluate the use of technology resources as teaching tools can significantly contribute to the teaching and learning of plane geometry content. For this, we used the computer lab of a municipal school in the city of Caldas Novas, where we was used the Geogebra software on the teaching contents of plane geometry. This software allows the construction of geometric figures and the moving of all elements of these figures by changing its format and measures of dynamic form. Thus, the user can understand the relationship between the elements of these figures and see properties, facilitating the assimilation of concepts and definitions pertaining to these geometric figures. The objective was that the students would be able to understand these properties interactively, by manipulating the software and then, in the classroom, know the definitions and formal demos. The development of this work was motivated, initially by need to use technological resources of the school that were not before used didactically by teachers. Another objective was to present a methodology that addresses the expectations of students for a different classes and consequently offer the teacher a didactic option to develop day by day. So with the development of this study it was possible to see an increase in the level of student motivation, with the use of computer used in classes of math, contributing significantly to the learning content and the relationship of students with the discipline and with the teacher. In accordance with the activities given We sought to evaluate analyzing the results through careful observation of the figures constructed by students, analyzing the correction of exercises, which sought to verify of the geometric and conceptual vision of the plane geometry, comparing the performance of the current class with the performance of the class last year, that worked the content in the traditional way. Comparing diagnostic questionnaire, initially applied, with the final questionnaire and evaluating all the activities, with regard the use of Geogebra as a tool to introduce the conceptual notions and properties of flat geometry studied, it can be concluded that the use of the software brought satisfactory results, because the strong motivation provided by the students allowed an in the active participation and therefore better learning.

Keywords: Geometry. Geogebra. Technologies.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fachada da Escola 29
Figura 2 - Laboratório de Informática. 30
Figura 3 - Interesse pelos estudos. 31
Figura 4 - Interesse em estudar Matemática. 31
Figura 5 - Gráfico 3 - Uso dos computadores pelos professores. 33
Figura 6 - Gráfico 4 - Avaliação da inclusão do computador nas aulas. 34
Figura 7 - Gráfico 5 - Dificuldades dos alunos em Matemática. 35
Figura 8 - Gráfico 6 - Números de erros e acertos nas questões propostas. 36
Figura 9 - Retas concorrentes. 42
Figura 10 - Ângulos opostos pelo vértice 1 42
Figura 11 - Caixa de diálogo de Texto..43
Figura 12 - Ângulos opostos pelo vértice 2 44
Figura 13 – Pontos e retas. 46
Figura 14 - Exercício de ponto, reta e plano. 47
Figura 15 - Ângulos suplementares. 48
Figura 16 - Exercícios sobre ângulos. 48
Figura 17 - Condição de existência de triângulos. 49
Figura 18 - Teorema de Pitágoras. 52
Figura 19 – Exercício - Teorema de Pitágoras. 53
Figura 20 - Gráfico 7 - Interesse com o software. 55
Figura 21 - Gráfico 8 - Interesse pela Matemática. 55
Figura 22 - Gráfico 9 - Redução das dificuldades em Matemática. 56
Figura 23 - Gráfico 10 - Avaliação da motivação com a utilização do software. 58
Figura 24 - Gráfico 11 - Nível de contribuição do software à aprendizagem. 58
Figura 25 - Gráficos 12 - Desempenho 2014 59
Figura 26 - Gráfico 13 - Desempenho 2015. 59

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 13
1. TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TICs): USO DO COMPUTADOR 15
1.1. NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA 15
1.2. A LEI DE DIRETRIZES E BASES (LDB) E OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN) QUE DÃO RESPALDO A UTILIZAÇÃO DAS NOVAS TECNOLOGIAS EM SALA DE AULA 20
1.3. AS NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA 22
1.4. O COMPUTADOR: DE MÁQUINA PARA FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM. 24
1.5. A IMPORTÂNCIA DO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA COMO ESPAÇO DE APRENDIZAGEM 25
2. APRESENTANDO UMA METODOLOGIA PARA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA... 28
2.1. RECURSOS FÍSICOS, TECNOLÓGICOS E HUMANOS......................... 28
2.2. DELINEANDO A PROPOSTA COM BASE NOS RECURSOS EXISTENTES 36
3. A AÇÃO EEFETIVA DA PROPOSTA 39
3.1. ORGANIZAÇÃO DAS ESTRUTURAS PARA INICIAR A PROPOSTA 39
3.2. EXPLANAÇÃO DOS PLANOS DE AULA 40
3.3. PONTOS RELEVANTES DAS AULAS 45
4. CONCLUSÃO 54
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 61
5.1. REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES 62
APÊNDICE A - AUTORIZAÇÃO 1 64
APEÊNDICE B - AUTORIZAÇÃO 2 66
APEÊNDICE C - QUESTIONÁRIO 1 68
APEÊNDICE D - QUESTIONÁRIO 2 71
APEÊNDICE E - APOSTILA GEOGEBRA 73
APEÊNDICE F - PLANOS DE AULA 82
APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA 82
PONTO, RETA E PLANO 85
PONTO, RETA E SEGMENTO DE RETA (NOÇÕES BÁSICAS) 89
POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS NO PLANO 93
ÂNGULOS 97
ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE 105

ÂNGULOS DETERMINADOS POR UMA TRANSVERSAL INTERSECTADA POR DUAS PARALELAS 110

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO QUALQUER. 116

RELAÇÃO QUE ENVOLVE AS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO 121

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM TRIÂNGULO..............................125

TEOREMA DE TALES 131

TEOREMA DE PITÁGORAS 138

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma proposta de utilização do software Geogebra como recurso pedagógico visando principalmente motivar os alunos e, consequentemente, maximizar a aprendizagem de alguns conteúdos de Geometria plana do 8º ano do Ensino Fundamental.

O interesse de desenvolver esse trabalho partiu, principalmente, da observação da necessidade de utilização de recursos de tecnológicos presentes na escola que não eram aproveitados como recursos didáticos pelos professores, como, por exemplo, o laboratório de informática. A escolha do aplicativo Geogebra vem da utilização desse software durante os estudos das matérias Geometria e Geometria Analítica do curso PROFMAT. Durante esses estudos percebi a grande contribuição que essa ferramenta trás na construção de figuras geométricas e, consequentemente, na percepção das características dessas figuras. A possibilidade de visualização, medição e movimentação dos elementos das figuras geométricas possibilitam que o usuário perceba a relação existente entre esses elementos, verifique padrões e constate as propriedades que definem essas figuras, facilitando o entendimento dos conceitos e definições formais desses elementos da Geometria.

Diante dessa motivação iniciamos a elaboração de uma proposta que pudesse abranger a utilização do Geogebra com alunos de 8º ano do Ensino Fundamental envolvendo noções e conceitos básicos de geometria euclidiana. O objetivo foi avaliar se a utilização do software pode, além de motivar, também ampliar a compreensão e, consequentemente, a aprendizagem.

A proposta foi desenvolvida, inicialmente, por meio da utilização de um questionário diagnóstico que permitiu conhecer o perfil e a realidade dos alunos frente à utilização de computadores e softwares no dia-a-dia, em casa e no ambiente escolar. Ciente dessa realidade, foram planejadas aulas práticas com a utilização do Geogebra, inicialmente para o conhecimento do software e posteriormente para a aprendizagem de conteúdos de Geometria.

O objetivo principal da proposta, além de apresentar uma ferramenta disponível que muito pode auxiliar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Geometria, foi avaliar qualitativa e quantitativamente a eficácia da introdução de instrumentos de tecnologia na rotina da sala de aula. Enfim quisemos buscar resultados relevantes de elevação do nível de aprendizagem, interesse por parte do aluno, além de oferecer, para o professor, uma opção diferente de metodologia.

A escolha do computador como equipamento de interação não foi por acaso. Ao trabalharmos o ensino da Matemática através dessa ferramenta, buscamos deixar o aluno mais independente do professor e tentamos fazer do trabalho escolar uma atividade mais divertida, como afirma Sandoval (1999). Além disso, acreditamos que a aprendizagem que inclui ferramentas próprias dos laboratórios de informática proporcionam a criação de novos conhecimentos, como defende Amenara (2007).

No primeiro capítulo abordamos o uso de novas tecnologias na educação brasileira, as leis e parâmetros curriculares que respaldam a utilização dessas tecnologias em sala de aula, o ensino da disciplina Matemática com a utilização dessas tecnologias, o uso do computador como ferramenta de aprendizagem e a importância do laboratório de informática como espaço destinado à aprendizagem.

No segundo capítulo, inicialmente, apresentamos uma visão dos recursos, físicos, tecnológicos e humanos envolvidos na proposta. Descrevemos a estrutura da escola, do laboratório de informática e construímos um perfil dos alunos participantes. Posteriormente é apresentada a descrição da metodologia utilizada para o desenvolvimento da proposta, onde descrevemos os conteúdos escolhidos, o modelo geral das aulas no laboratório de informática, em sala e da avaliação das aulas.

O terceiro capítulo foi destinado à apresentação do desenvolvimento das atividades propostas diretamente com os alunos na busca de alcançar o objetivo do trabalho, fazendo relatos das atividades, análises das atividades feitas pelos alunos, observação do comportamento dos mesmos, diante das tarefas, motivação e, principalmente, o desempenho dos alunos nas atividades aplicadas no final de cada aula com o intuito de verificar a aprendizagem.

De posse dos resultados da análise do desempenho dos alunos nas atividades e tarefas realizadas, finalizamos o trabalho apresentando nossas considerações finais acerca da viabilidade da proposta.

CAPÍTULO I

1. TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TICs): USO DO COMPUTADOR

Neste capítulo temos o objetivo de embasar teoricamente o estudo sobre o uso do aplicativo Geogebra como ferramenta pedagógica em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental envolvendo noções e conceitos básicos de Geometria euclidiana. A intenção é avaliar se com a utilização de um software podemos além de motivar também ampliar a compreensão dos conteúdos e, consequentemente a aprendizagem.

Nesta contextualização abordamos o uso das tecnologias de comunicação e informação no cotidiano de professores e alunos dentro e fora da sala de aula, ressaltando a opinião de alguns estudiosos do assunto. Diante desta abordagem, apresentamos algumas leis educacionais que dão suporte à instrumentalização das tecnologias na educação. Fizemos também um paralelo sobre o ensino tradicional da Matemática e a proposta de utilizar um software como ferramenta pedagógica. Neste sentido, ressaltamos a necessidade da existência de um laboratório de informática e importância do computador no ensino.

1.1. NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA

Quanto ao ensino através das TICs, Demo (2009) assevera que as novas tecnologias são meios eletrônicos onde o aluno pode criar, armazenar, recuperar e transmitir informações. Essas novas tecnologias têm causado um impacto surpreendente no ensino de hoje, especialmente no que diz respeito ao progresso e desenvolvimento da informação e da comunicação.

Quando se menciona tecnologias geralmente se associa a artefatos ou objetos como: livros, televisão, computadores, filmadoras, câmeras digitais, entre outros. Na verdade, a expressão “tecnologia” diz respeito a muitos outros instrumentos além de livros e máquinas.

“O conceito de tecnologias engloba a totalidade de coisas que o cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações”. (KENSKI, 2008, p. 22).

Assim, tudo que o homem criou e que hoje estamos acostumados a utilizar, em um dado momento são tecnologias. A própria linguagem é uma tecnologia, pois é fruto de uma necessidade humana de comunicação e vem sempre passando por um processo de evolução.

A Lei de Diretrizes e Bases (LDB) - Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 - no seu capítulo 2, seção 1, que trata das disposições gerais da educação básica, afirma no artigo 22 que: “A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores”.

Ressaltemos um ponto importante das finalidades acima propostas: o fornecimento de meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. Vem daí a necessidade de que conteúdos, metodologias e processos educacionais acompanhem as exigências do mercado de trabalho e os pré-requisitos de cursos profissionalizantes e de graduação. Mas para isso é necessário que professores se conscientizem, busquem qualificação e insiram em suas rotinas de sala de aula atividades que forneçam ao aluno esses meios de progresso. Dentre esses meios de progresso salientamos o contato e o uso do computador, ferramenta comum nos mais variados ambientes, que é utilizado, fora da escola, por uma parcela significativa de alunos.

Desta forma, utilizar o computador como ferramenta na sala de aula busca qualificar os alunos e prepará-los para rotinas diárias, seja no trabalho ou em casa, que necessitam habilidades, conhecimento e preparação para trabalhar com o computador. Assim, utilizando esta ferramenta no ensino de Matemática estamos preparando o aluno para enfrentar situações que necessitam conhecimento e habilidades no uso computador. Calculadoras, celulares, tablets e computadores são instrumentos do nosso dia a dia que também devem ser inseridos na rotina da sala de aula.

O uso dessas tecnologias atende à reivindicação dos alunos que pedem aulas mais interessantes, traz uma nova abordagem ao conteúdo, melhorando sua compreensão, obriga o professor a se aperfeiçoar e a enfrentar novas metodologias. Diante de novas metodologias surgem possibilidades de apresentar aplicações da Matemática.

As novas tecnologias de comunicações (TICs), sobretudo a televisão e o computador, movimentaram a educação e provocaram novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. “A imagem o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado” (KENSKI, 2008, p. 45).

Portanto, utilizando as TICs no ensino de matemática estamos buscando meios e maneiras de construir uma aprendizagem sólida que possibilita ao sujeito deste processo ter iniciativa, conhecimento e percepção para conseguir interpretar e concluir ideias e pensamentos embasados no aprendizado adquirido, tornar possível uma visão crítica e transformadora dos conceitos estudados. Assim, buscamos com a utilização do Geogebra no ensino de Geometria, desenvolver este processo com as turmas do ensino fundamental com as quais desenvolveremos a proposta de trabalho. Diante desta busca tivemos a preocupação de escolher conteúdos básicos de Geometria visando facilitar a compreensão de conteúdos futuros, possivelmente mais complexos.

Segundo Dewey (1980, p. 108) "A educação é a reconstrução da experiência que acrescenta ao significado mais experiência e aumenta a capacidade para dirigir o curso da experiência subsequente". Ainda segundo Dewey, a educação é a continuação do que é vivenciado pelo indivíduo em seu dia a dia, assim ela permite que o saber seja reconstruído durante todo o processo educacional e possibilita uma melhor capacidade de assimilação de novos saberes.

Sabemos que o aluno constrói os seus conhecimentos com fatos que fazem parte de seu cotidiano e ele tenta associar esses conhecimentos de mundo aos conhecimentos teóricos, ou seja, os adquiridos em sala de aula. Se ele encontra estas associações com certeza ele apreende com mais facilidade as atividades a ele propostas e as socializa com os demais colegas. Uma maneira de buscar estas associações é através da inserção da utilização do computador como ferramenta pedagógica no ensino de Matemática, computador que hoje é um instrumento que faz parte do cotidiano do discente.

A utilização de um software educacional no ensino da Geometria possibilitará que o aluno interaja com o conteúdo, construindo suas figuras, manipulando os elementos dessas figuras buscando entender a relação entre esses elementos e percebendo padrões e propriedades.

Para Ochoa (2005) a educação moderna não só socializa os indivíduos, mas também resgata neles atitudes inovadoras e criativas, os humaniza e potencializa como pessoas valiosas.

O conceito de modernização na educação ainda está distante de ser aceito por todos os docentes, ainda há aqueles que se negam a aceitar o uso dos computadores ou de outros artefatos das novas tecnologias, porém o uso adequado delas pode auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem, principalmente, em disciplinas consideradas críticas pelos alunos como Português e Matemática.

A resistência de alguns docentes à utilização de computadores muitas vezes está associada à falta de conhecimentos da existência de uma infinidade de softwares educacionais como, por exemplo, o software Geogebra, que é a base deste trabalho. Outro problema é que poucos professores estão aptos a operar esses softwares e programas. Com isso, a introdução dessa ferramenta na educação também acarreta uma mudança na metodologia dos professores e uma inevitável qualificação do docente. Desta forma, esperamos que o desenvolvimento desse projeto nos motive como professor e inicie uma preparação e aperfeiçoamento que comece a transformar as aulas e gere mais satisfação pela inserção de novas tecnologias no dia a dia, acarretando mudanças nas metodologias aplicadas.

Isto vem ao encontro com o que Dewey (1980) afirma sobre a natureza da experiência; se não houver uma estreita ligação entre indivíduos e objetos não tem como os componentes do primeiro grupo vivenciarem uma nova experiência, ou seja, é no fazer que se adquire conhecimento. Assim, diante da utilização de TICs no ensino de matemática esperamos proporcionar aos discentes através do objeto computador, uma experiência que leve ao conhecimento dos conteúdos da disciplina de Geometria.

Os autores, acima citados, afirmam que a educação é o processo pelo qual o aluno adquire as habilidades necessárias para se desenvolver em seu mundo, uma vez que todas as habilidades adquiridas são instrumentos valiosos que servem ao emprego e ao desenvolvimento sociocultural desse aluno. Entende-se que para que o aluno possa adquirir novos conhecimentos são necessárias novas abordagens com recursos pedagógicos diferenciados. É interessante salientar que essa abordagem da Matemática, através do computador, também é, para nós, um desafio, e que projetos futuros dependem do sucesso deste trabalho. Daí vem o depósito de credibilidade na viabilidade desta metodologia diferenciada de ensino aplicada a estas turmas.

Castillo (2003) menciona que os recursos de ensino são os anexos existentes entre a palavra e a realidade. A mídia ou os dispositivos tecnológicos servem para apoiar o processo de ensino-aprendizagem com um alto nível de motivação nas atividades ou tarefas. Ele reitera ainda que o uso das tecnologias educacionais deve ser feito de maneira funcional e, para isso, é necessário que as universidades formem seus docentes e os capacitem para que eles possam se sentir seguros ao lidarem com os novos métodos e estratégias didáticas.

O laboratório de informática instrumentaliza o encontro do aluno com o professor e desses com os novos meios de ensino e de aprendizagem, permitindo a todos a possibilidades de criar figuras e visualizar propriedades que serão armazenadas, podendo ser recuperadas e transmitidas de uns para os outros, estabelecendo um meio de comunicação e informação.

Ao utilizarem o laboratório os alunos terão a oportunidade de externar seus conhecimentos de informática e assim, trocar conhecimentos com outros colegas, pois terão de trabalhar em duplas. Nesse contexto serão também transmissores de conhecimento e dividirão a responsabilidade de suas tarefas, tendo assim de socializar seus conhecimentos sobre o conteúdo estudado.

Pode-se inferir que o uso das TICs socializa a interação dos indivíduos e os permite maior compreensão da leitura de mundo. Quanto a isto Lévy (1993) inclui as tecnologias de leitura de mundo entre as tecnologias intelectuais responsáveis por gerar estilos de pensamento diferentes (observe-se o subtítulo de seu livro "As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática"); esse autor insiste, porém, que as tecnologias intelectuais não determinam, mas condicionam processos cognitivos e discursivos.

Assim, pode-se dizer que os recursos didáticos são os instrumentos mais importantes que o professor tem quando quer alcançar uma compreensão mais rápida e clara sobre o que objetiva ensinar, tais recursos podem motivar, ou não, o aluno a aprender, isso dependerá da maneira de como o professor lida com esses recursos e se estão entrelaçados às teorias. Nesse sentido buscamos dar ao laboratório de informática a condição de ambiente de aprendizagem e aos computadores ali existentes a função de recursos didáticos. Procuramos implantar nessa escola um trabalho pioneiro, que contempla o uso de recursos de tecnologia, permite ao aluno interagir com conteúdos de Geometria, produzindo parte do seu material de estudo, tirando suas próprias conclusões, expressando seus conhecimentos e se tornando cada vez mais independente do professor.

1.2. A LEI DE DIRETRIZES E BASES (LDB) E OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCN) QUE DÃO RESPALDO A UTILIZAÇÃO DAS NOVAS TECNOLOGIAS EM SALA DE AULA

A utilização dos computadores em sala de aula foi muito questionada não só pelos professores que se negavam a aceitar mais este instrumento de ensino, bem como por algumas instituições de ensino que, na pessoa de seus gestores, viam apenas um meio para o professor "não" dar aulas. Porém a modernidade e a inovação ganharam espaço no âmbito da escola e o sistema político educacional elaborou projetos educacionais que, através da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) - Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 - viabilizam e solidificam a utilização do computador como recurso pedagógico.

Conforme a supracitada lei estabelece o currículo dos níveis fundamental e médio deve ter uma base nacional comum, em cada estado e em cada escola, complementada por uma grade diversificada compatível com as características regionais e locais. Sendo assim, o uso da informática na sala de aula, deve seguir estes pressupostos. Nesse sentido propor que os alunos utilizem o computador como ferramenta de aprendizagem é uma forma de atender o que estabelece essa lei, por oferecer uma oportunidade de desenvolvimento educacional e fornecer meios de progresso no trabalho e em estudos posteriores. Além do mais, este recurso permite trabalhar meios que motive os alunos ao aprendizado, podendo também ser utilizado no sentido de amenizar o receio por algumas disciplinas, neste caso a Matemática.

Uma sala de aula tradicional é entendida como um espaço físico onde tem lugar a relações diretas de ensino aprendizagem entre professor e aluno e entre aluno e professor. O professor ministra aulas em horários pré-estabelecidos, enquanto isso, o papel do estudante está em receber e abstrair as ideias transmitidas pelo professor. É um modelo educacional caracterizado pela sincronia entre aluno e professor.

Frente a este modelo tradicional emerge um novo modelo cuja característica mais marcante é que a sala de aula se transforma em um espaço virtual, onde se relacionam professor e aluno, assim como os próprios alunos entre si, o que permite que o processo ensino aprendizagem aconteça sem a necessidade de estar vinculado a um local ou horário específico. Um exemplo disso é a troca de arquivos, entre os alunos, com a utilização de aplicativos de celular. Não raramente podemos vê-los tirando fotos das atividades e enviando-as aos colegas.

Desde a construção dos primeiros computadores, na metade do século passado, novas relações entre conhecimento e trabalho começaram a ser delineadas. Um de seus efeitos é a exigência de um reequacionamento do papel da educação no mundo contemporâneo, que coloca para a escola um horizonte mais amplo e diversificado do que aquele que, até poucas décadas atrás, orientava a concepção e construção dos projetos educacionais (PCN, 1997).

Assim a educação passa a ser vista como mecanismo de qualificação e formação e a ser responsável por dar a base intelectual para uma futura qualificação profissional.

Não se pode negar que as inovações tecnológicas estão inseridas no dia a dia dos alunos e de professores e que, inevitavelmente será paulatinamente inserida na educação escolar. E não será utópico acreditar que, mesmo nas escolas mais simples, a lousa, que sempre acompanhou o professor, se tornará uma placa que funciona ligada a um computador, o caderno será substituído pelo computador, que é portátil, tem wi-fi e reconhece a escrita manual e que os livros de papel darão lugar aos digitais.

As questões a se considerar são: O quanto essas mudanças afetarão a rotina das escolas e dos professores? As escolas terão estrutura física para acomodar essas mudanças? Os professores estarão preparados para e trabalharem com esses equipamentos?

Hoje nossa realidade revela que a adaptação das escolas com recursos de tecnologia envolve bem mais do que estrutura física. Questões como o uso do celular nas escolas pelos alunos são objeto de várias repreensões e advertências e preocupam professores e coordenadores. Esses problemas atingem também professores que precisam também adaptar o uso do celular à sua rotina de trabalho. Não raramente alunos alegam que usam o celular na sala de aula porque os professores também usam. Diante disso vemos que para a implantação desses recursos há de se estudar seus impactos e preparar todos os envolvidos nesse processo.

Nesse sentido buscamos delinear um projeto de proposta que possa ser encaixado na rotina da escola sem maiores impactos e sem que perca suas metas educacionais. Procuramos agendar as aulas de laboratório de modo a não afetar outros professores e nem sobrecarregar os alunos com atividades desnecessárias. Buscamos criar planos de aula bastante simples e objetivos de forma a oferecer um material prático e viável que atenda aos alunos e também aos professores que o utilizarem.

1.3. AS NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A matemática do século XX tem sofrido o impacto da introdução de computadores e outras tecnologias, como calculadoras gráficas, que mudaram as questões relacionadas com o ensino do conteúdo de matemática devido sua alta capacidade de cálculo, sua velocidade na realização de tarefas e qualidade na apresentação dos dados e gráficos.

As novas tecnologias, especialmente a tecnologia da informação e comunicação, podem ter várias utilidades no campo da linguagem e da comunicação. Segundo Valente (1991) os programas de exercício-e-prática[1] são utilizados para revisar material visto em classe principalmente, material que envolve memorização e repetição, como aritmética e vocabulário.

Os computadores podem ser igualmente úteis nas operações matemáticas mais complexas. Assim, as novas tecnologias da informação suscitam grandes expectativas para o seu efeito de compensação às pessoas que têm dificuldades na área da matemática.

Para Sandoval (1999) ao trabalhar o ensino de matemática através do computador o aluno passa a ser mais independente do professor, por não exigir desse, respostas contínuas de aprovação, não estar ciente da vigilância, ou mostrar medo de errar. Além disso, é notório que o computador faz do trabalho escolar uma atividade divertida, mesmo que o professor exija atenção ao que foi proposto. A evidente motivação apresentada pelo discente permite uma maior receptividade às atividades propostas e facilita a relação entre professor e aluno. Ao possibilitarmos que os alunos criem figuras geométricas utilizando um software, estamos

[1] São softwares educativos cujo objetivo principal é o auto-aprendizado do usuário.

oferecendo a eles uma forma de se expressarem, construírem retas, semirretas, círculos, pontos, alterar as formas e as cores, são atividades encaradas por eles como lúdicas.

Certamente essas tecnologias são cientificamente legítimas, mas na escola, tal legitimidade não é suficiente para assegurar a integração. Por isso não se pretende ensinar os alunos informando comandos adequados para as operações matemáticas, mas mostrar que as ferramentas tecnológicas necessitam que sejam operadas por professores capacitados. Na verdade, o que se espera dessas ferramentas, que permitem que o aluno aprenda mais e mais rápido, é que elas sejam motivadoras e permitam que, posteriormente, o aluno apreenda outros esquemas matemáticos independentemente dessas ferramentas.

A realidade virtual e tecnológica chegou às escolas de maneira sutil sendo que primeiro informatizaram o setor administrativo e, somente depois equiparam o restante da escola montando os laboratórios de informática. Isso talvez tenha sido o motivo de algumas escolas deixarem esses espaços abandonados pela falta de pessoal qualificado, ou ainda, a falta de preparação do professor em utilizar esse ambiente.

Veremos adiante que os alunos da escola onde se desenvolverá a proposta, afirmam que professores pouco utilizam o laboratório de informática nas atividades que envolvem o conteúdo de suas disciplinas. O uso desse espaço se limita à exibição de filmes, para entretenimento dos alunos e reuniões da equipe escolar. Os computadores praticamente não são ligados. Nem para pesquisas on-line servem, pois o laboratório não possui acesso à internet.

As tecnologias da comunicação já estão presentes em todos os ramos das atividades humanas. Dentre essas tecnologias estão os computadores que possibilitam representar e testar ideias ou hipóteses, que levam à criação de um mundo abstrato simbólico, ao mesmo tempo em que introduzem diferentes formas de atuação e de interação entre as pessoas.

A inserção das tecnologias faz parte da realidade contemporânea e, como um dado da realidade, alteram o processo de trabalho e as relações humanas. Embora o custo destas tecnologias, na sociedade brasileira, ainda torne a sua aquisição e utilização em escala nacional limitada, principalmente no sistema escolar público. Acredita-se que os interesses econômicos envolvidos, vêm reduzindo os custos e tornando inevitável a pressão para a inclusão em massa de computadores, internet, projetores multimídia, televisores modernos e media player nas escolas. No nosso caso as escolas estaduais e municipais, contam com laboratórios com número insuficiente de computadores, a maioria não possui acesso à internet e não têm dinamizador. Além disso, a maioria dos professores carece de algum aperfeiçoamento para trabalharem nesses ambientes. Logo os laboratórios não são utilizados como ambientes de aprendizagem.

Procuramos com esse trabalho enfrentar essas dificuldades, sermos pioneiros neste campo de pesquisa em nossa escola, apresentar uma nova visão, especialmente com relação à Matemática, que muitas vezes é apresentada aos alunos como disciplina inacessível e sem aplicação prática,

Isso nos leva a começar a pensar sobre a questão da inclusão das TICs com a máxima atenção e cuidado, sem acreditar que eles são a panaceia ou a solução para a complexidade e os inúmeros problemas que implica a aprendizagem da Matemática. Além disso, nos motiva a tentar oferecer uma proposta viável que facilite a aprendizagem de conteúdos de Geometria com a utilização de um software livre. Utilizando o Geogebra queremos motivar os alunos e esperamos que essa motivação traga mais interesse e, consequentemente, mais aprendizagem.

1.4. O COMPUTADOR: DE MÁQUINA PARA FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM

O computador tem sido o objeto que mais tem provocado alterações em vários espaços ocupados pelo homem seja no trabalho, na política, em casa, na escola, porém, neste último, as mudanças provocadas por essa ferramenta têm alcançado grandes proporções e tem influenciado tanto nas falas do professor quanto na escrita do aluno. Do ponto de vista de Tarja (2001) o fato do *boom* dado pela presença do computador na escola não justifica a sua inteira aceitação por parte de alguns professores acostumados ao livro didático e ao quadro-giz.

Segundo Tarja (2001, p. 14):

> O professor deve estar aberto para mudanças, principalmente em relação à sua nova postura: o de facilitador e coordenador do processo de ensino-aprendizagem; ele precisa aprender a aprender, a lidar com as rápidas mudanças, ser dinâmico e flexível. Acabou a esfera educacional de detenção do conhecimento, do professor "sabe tudo". (TARJA, 2001, p.114).

As mudanças ocorridas na educação são refletidas na postura do professor e na relação dos jovens com o saber.

De acordo com Carraher (1992) o computador não serve apenas para viabilizar alguns recursos nos ciberespaços, mas, também, para possibilitar o uso de vários instrumentos como softwares educacionais, programas voltados para a aquisição da leitura e, porque não, da escrita. O computador pode ser o grande transformador das ações do professor em sala de aula porque agrega todas as possibilidades de ensino e de aprendizagem.

Lévy (1999, p. 129) destaca que "O computador certamente adquiriu o caráter não separatista por ter sido fabricado, ampliado, melhorado pelos informatas que a princípio eram seus principais usuários".

O computador pode ser um grande aliado do professor no momento de dinamizar suas aulas. Essas máquinas, hoje, podem acondicionar em sua memória virtual milhões de conceitos e estratégias educacionais através dos softwares e da web. O software Geogebra, por exemplo, permite a construção de figuras geométricas e a movimentação de elementos dessas figuras oferecendo uma visualização que permite a análise e constatação de padrões de regularidades.

1.5. A IMPORTÂNCIA DO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA COMO ESPAÇO DE APRENDIZAGEM

O tema da subseção se faz coerente, visto que, os laboratórios de informática necessitam, hoje, de atenção redobrada. Em sua maioria, os equipamentos estão sucateados e, como se não bastasse, em algumas escolas, foi extinto o cargo de dinamizador, deixando para o professor a responsabilidade de cuidar do espaço informatizado.

Segundo Valentini e Soares (2010, p. 211):

> O professor pode e deve participar do ambiente de aprendizagem, um espaço em que os interagentes possam atuar e trabalhar juntos em problemas e projetos significativos, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades necessárias à formação de indivíduos autônomos e cooperativos, desenvolvendo habilidades que possam resultar no bem-estar da comunidade, em seu progresso social.

É evidente que se faz necessário que, com base no currículo escolar, o professor se atualize e busque novas metodologias que possam ser somadas às suas estratégias didáticas e trabalhadas com o uso dos computadores em ambientes virtuais de aprendizagem. Para isso é necessário que alguns professores busquem se aperfeiçoar através da aquisição de conhecimentos que os qualifique a lidar com esses recursos de tecnologia. Vale salientar que a rede pública oferece pouquíssimas opções de aperfeiçoamento aos professores, restando a estes buscarem reciclar-se por conta própria.

Para Castells (2006, p. 219) "O uso dos computadores na educação teve início em 1969 na Universidade da Califórnia em Los Angeles (UCLA)". Para o autor a difusão do uso dos computadores pelas universidades trouxe um olhar diferenciado para a educação.

Para Bisol (2010) os alunos quando estão realizando alguma atividade no laboratório de informática se sentem muito mais a vontade do que na própria sala de aula. É a linguagem que eles usam atualmente.

Portanto, percebe-se a importância que há em manter o laboratório de informática de uma instituição de ensino em condições favoráveis ao seu uso. Sabe-se que esses problemas são pontuais, e que, talvez, não sejam difíceis de resolver, os projetos de intervenção escolar que tem foco na utilização do laboratório de informática podem mensurar a necessidade de a escola sempre manter esse espaço funcionando adequadamente.

Corroborando Ausubel et al. (2003), Almenara (2007) defende o uso das TICs e afirma que a aprendizagem ativa inclui as ferramentas de comunicação próprias dos laboratórios de informática e dos ambientes virtuais de aprendizagem (AVAs), facilitam a implementação de discussões, debates, proporcionando assim a criação de novos conhecimentos.

Neste novo contexto, no qual as aulas são desenvolvidas em um Laboratório de Informática, percebe-se que o ambiente tecnológico não pode ser apenas um conjunto de computadores ligados entre si, que dão a capacidade dos usuários de operarem as máquinas e os serviços que eles podem fornecer a rede institucional e/ou Internet. O laboratório deve ser um centro em potencial de aprendizagem, pesquisa e processamento exato, útil e viável dentro do que se pede em relação à utilização das novas tecnologias, o laboratório de informática torna-se uma oficina onde se constrói e reconstrói o conhecimento.

É bem verdade que dificuldades como, número insuficiente de computadores, máquinas que não funcionam, falta de acesso à internet, ausência de dinamizador especializado e até a concorrência pelo espaço com outros professores serão obstáculos a superar. Porém, acreditamos que se conseguirmos a motivação esperada dos discentes, causada pela mudança de ambiente, podemos constatar a viabilidade da proposta.

Enfim, pode-se dizer que as estratégias criadas em ambientes virtuais de aprendizagem podem chamar a atenção dos alunos, pois, o computador e a internet estão mais próximos da realidade dos alunos de hoje proporcionando aprendizagens diferenciadas.

Toda a aprendizagem que se relaciona com a realidade do estudante e suas experiências prévias terá maior significado e, consequentemente, conduzirá a uma maior internalização.

Assim, entende-se que o aluno está inserido no mundo das TICs de maneira muito mais abrangente do que o professor, pois o primeiro vive a realidade virtual e nela procura se relacionar e buscar novos conhecimentos enquanto que o segundo está se permitindo, aos poucos, conhecer esses novos meios de ensino e de aprendizagem.

Portanto uma proposta que leva o aluno a manusear o computador com um propósito pedagógico e de forma motivada, pode promover a quebra tabus históricos sobre a visão dos alunos sobre a disciplina Matemática, e pode permitir uma abertura à aprendizagem sem precedentes.

CAPÍTULO II

2. APRESENTANDO UMA METODOLOGIA PARA UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA.

Como visto no capítulo anterior, a LDB afirma que educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores, diante disso, elegemos o uso do computador como a base de um projeto de construção de uma proposta de utilização de um software como ferramenta pedagógica no ensino de alguns conteúdos de Geometria Plana.

Inspirados pelo que afirma Bisol, citado no item 1.5, do primeiro capítulo, nossa primeira intenção é que os alunos possam vivenciar, dentro da escola, a experiência de mudança de ambiente, trocando a sala de aula pelo laboratório de informática, onde eles se sentem mais a vontade. Com isso surge o seguinte questionamento: Como essa mudança de ambiente afetará o interesse dos alunos pelas aulas e pelos conteúdos?

Nosso objetivo é mostrar que uma abordagem diferenciada associada à utilização de tecnologias pode motivar os alunos e melhorar o interesse.

De acordo com o que é descrito no trabalho, onde Carraher afirma que o computador também serve para possibilitar o uso de softwares educacionais e, reconhecendo a importância do laboratório de informática, discutida e comentada no capítulo inicial, caminhamos no sentido de alcançar o objetivo inicial que é apresentar uma proposta de utilização dos recursos disponíveis na escola, principalmente do laboratório de informática e dos computadores ali instalados.

2.1. RECURSOS FÍSICOS, TECNOLÓGICOS E HUMANOS.

Para a construção da proposta foi fundamental o prévio levantamento dos recursos necessários, uma avaliação do espaço disponível e da estrutura física da escola, além de uma análise da situação dos equipamentos do laboratório de informática.

Quanto à estrutura da escola vale ressaltar que a Escola Municipal Santa Efigênia é uma Unidade Educacional da Secretaria Municipal de Educação de Ciência e Tecnologia (SEMECT) da cidade de Caldas Novas e está localizada no bairro Santa Efigênia, que fica na região leste da cidade a, aproximadamente, $4\ km$ do centro, e é o maior e mais populoso bairro da cidade.

Figura 1 - Fachada da Escola

Fonte: Acervo do Autor

A escola conta com 18 salas de aula atendendo a um total de 954 alunos. Vale aqui ressaltar que a escola atende também vários bairros vizinhos, onde residem, principalmente, famílias de baixa renda. Com isso a clientela é composta, na sua maioria, por crianças carentes, oriundas de famílias onde os pais ou responsáveis têm pouca ou nenhuma escolaridade.

Esta realidade mostra a elevada importância que o laboratório de informática de uma escola tem, pois pode e deveria funcionar como ambiente de aprendizagem, para os alunos e para a comunidade local, o que raramente acontece.

O laboratório de informática da Escola Municipal Santa Efigênia é climatizado por um aparelho de ar condicionado, não possui acesso à internet e conta com sete CPUs, que compartilham dois monitores, dois teclados e dois mouses. Sendo assim podemos contar catorze computadores.

Os alunos, através do questionário aplicado inicialmente, afirmam que os professores pouco utilizam o laboratório e seus recursos pedagogicamente. Afirmam também que os recursos tecnológicos que os professores mais utilizam são TV e projetor multimídia.

Os trabalhos realizados no laboratório são previamente agendados e monitorados por um professor estagiário. Sendo assim, todas as atividades da proposta no laboratório de informática foram realizadas com os alunos trabalhando em duplas. O que, sem dúvida, não foi o ideal.

Figura 2 - Laboratório de Informática.

Fonte: Acervo do autor.

Levando em conta que a Escola Municipal Santa Efigênia onde foi desenvolvida a proposta é uma escola grande, que possui um único laboratório de informática, ficam então as questões: Seria viável a utilização do único laboratório de informática dessa escola para a implementação de uma proposta que utiliza um software como ferramenta de ensino de Geometria? A concorrência pelo espaço do laboratório, com outros professores, não atrapalharia de forma significativa a sequência dos trabalhos?

Diante desses questionamentos, podemos afirmar que se todos os professores da escola utilizassem metodologias que abordassem o uso do laboratório, a estrutura atual não seria suficiente. Assim é imprescindível que os professores utilizem práticas variadas e que abordem também outros recursos.

Outra questão relevante é sobre a clientela atendida pela proposta. Um maior conhecimento sobre os 51 alunos dos oitavos anos, B e C, permitiu um melhor planejamento das estratégias utilizadas e nos orientou quanto à possibilidade de se alcançar os objetivos e metas do trabalho. Dados como, faixa etária ampla indicaram a necessidade de que os aspectos motivadores da proposta deveriam ter uma maior abrangência, contemplando, por exemplo, dos adolescentes de 12 anos até os jovens de 16 anos. Para isso, inicialmente, pedimos que esses alunos respondessem a um questionário ($Apêndice\ C$). As respostas dadas nos revelaram o perfil dos mesmos facilitando o planejamento da proposta.

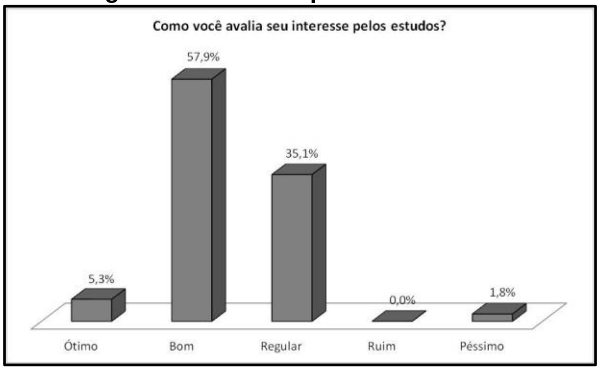
Essa atitude, de aplicar um questionário diagnóstico, foi de extrema importância, pois, a partir da análise das respostas, pudemos conhecer aspectos relevantes como, acesso a computadores, acesso à internet, interesse pelos estudos e pela disciplina, utilização de recursos por outros professores, além das expectativas quanto à proposta.

Quanto à faixa etária o questionário revelou que as têm alunos de *12* a *16* anos e, ainda, o fato das turmas possuírem mais meninos do que meninas. Esses dados nos atentaram para questões de baixo rendimento, pois representam a presença de muitos alunos repetentes conforme comprova o histórico escolar dos alunos. Esse contexto nos força a planejar uma proposta que seja motivadora para alunos de uma faixa etária de maior amplitude.

Outra questão relevante que a análise do questionário revelou, foi que a maioria absoluta dos alunos se avalia como interessada pelos estudos e pela disciplina Matemática. Como, muitas vezes, o baixo rendimento dos alunos é creditado ao desinteresse deles em estudar, cabe então outro questionamento: Se os alunos são interessados pelos estudos, por que apresentam rendimentos insatisfatórios? Esta questão nos motivou na manutenção de apresentar uma metodologia diferenciada que poderá contribuir no rendimento dos alunos, explorando o interesse declarado por eles.

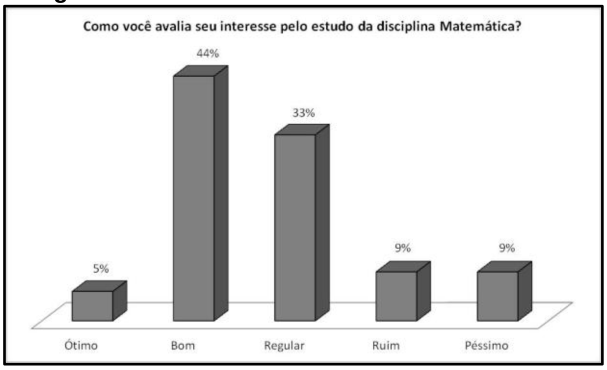
Os próximos gráficos ilustram a avaliação dos alunos quanto ao interesse pelos estudos e pela disciplina matemática

Figura 3 - Interesse pelos estudos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4 - Interesse em estudar Matemática.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Causou-nos surpresa o número de alunos que afirmam ter interesse ótimo e bom pela disciplina. É comum ouvirmos críticas dos alunos acerca das dificuldades enfrentadas nos estudos de Matemática, também são constantes as reclamações quanto à falta de aplicação prática de alguns conteúdos, mais uma vez o questionamento feito acima faz sentido.

Outro objetivo em nossa abordagem foi avaliar que, um dos motivos para o quadro atual de deficiência na aprendizagem de Matemática é que, a metodologia utilizada pelos professores não motiva o aluno, logo não estimula o desenvolvimento do interesse ao estudo, pois não apresenta algo novo que chame e prenda a sua atenção.

Como o propósito do trabalho é utilizar uma metodologia que aplique TICs, estas informações ajudarão na preparação de atividades que busquem motivar o aluno e desenvolver o gosto pelo estudo de Matemática através da utilização do computador, como ferramenta didática, nas aulas visando prender a atenção de todos os alunos, independentemente da faixa etária.

Com experiência de muitos anos ministrando Matemática, não nos causou surpresa saber que poucos alunos a preferem em relação a outras disciplinas, assim como, muitos alunos afirmam ser esta, a disciplina que menos gostam de estudar. Assim, um dos nossos objetivos é justamente avaliar se é possível ministrar aulas de forma diferente nessa disciplina. Tentar mostrar que estudar Matemática pode ser agradável, diminuindo a alta porcentagem de alunos que não gostam de estudar Matemática e mostrar uma nova abordagem didática através do uso do software.

Analisando a afirmação de Tarja, de que o professor deve estar aberto para mudanças, principalmente em relação a sua nova postura de facilitador e coordenador do processo de ensino-aprendizagem, vemos que uma dessas mudanças será, inevitavelmente, a inserção de tecnologias na rotina de sala de aula.

A análise das respostas dos alunos à questão sobre utilização dos computadores do laboratório para fins pedagógicos mostra que os professores da escola pouco utilizam essa ferramenta em suas aulas. Essa resistência dos professores foi comentada no capítulo anterior, onde afirmamos que ela pode ser motivada pelo desconhecimento da existência de softwares educacionais ou por não se julgarem aptos a trabalharem com o computador.

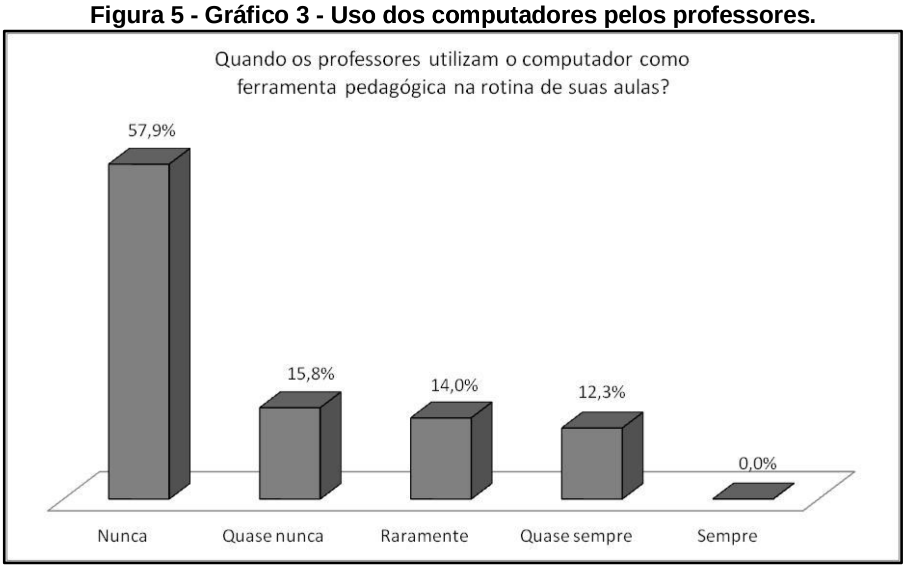
Outra realidade é o baixo índice de utilização do laboratório de informática para fins pedagógicos, como mostra o *gráfico 3*. Acreditamos que esse baixo índice é consequência do que foi exposto anteriormente, ou seja, os professores ainda não se inteiraram da existência de uma infinidade de softwares e aplicativos educacionais que podem incrementar positivamente suas aulas, mesmo alguns deles estando disponíveis nas escolas.

Com isso, como mostrou o questionário inicial, os professores utilizam apenas recursos visuais de pouca ou nenhuma interatividade em suas aulas. Nesse contexto, Kenski afirma que a imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Porém, recursos que permitem que o aluno construa, movimente, calcule, enfim, interaja com o conteúdo, mostram que existe uma aplicação prática no que está sendo aprendido.

Vale ressaltar que o uso de tecnologias, aqui proposto, representa também para nós uma mudança de metodologia, o que nos coloca na mesma situação dos demais professores da escola. Em anos anteriores trabalhamos como professor de informática dessa mesma escola, mas, até o desenvolvimento dessa proposta, nunca utilizamos o computador como ferramenta pedagógica no ensino de conteúdos de Matemática.

O próximo gráfico ilustra o baixo nível de utilização dos computadores para fins educacionais, declarado pelos alunos.

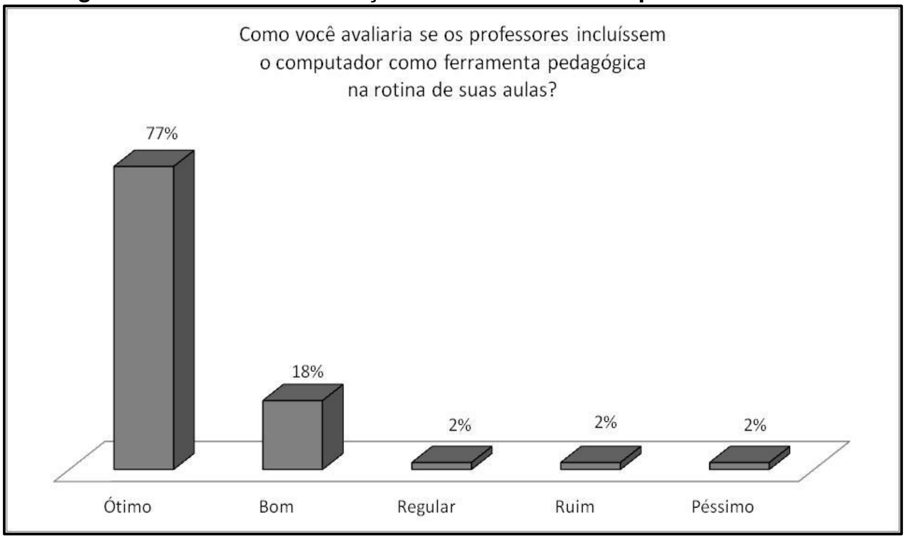
Figura 5 - Gráfico 3 - Uso dos computadores pelos professores.



Fonte: Elaborado pelo autor

No sentido dessas informações, Tarja afirma que o *boom* dado pela presença do computador na escola não justifica a sua inteira aceitação por parte de alguns professores acostumados ao livro didático e ao quadro de giz. Essa resistência ao "novo", apresentada por alguns professores, é assunto recorrente e não atende uma antiga reivindicação dos alunos: aulas diferentes e mais interessantes. O próximo gráfico reforça esse anseio dos discentes. A grande maioria dos alunos considera ótima a inclusão do computador na rotina das aulas. Isso mostra uma ótima oportunidade para os professores diversificarem suas aulas e motivarem os alunos.

Figura 6 - Gráfico 4 - Avaliação da inclusão do computador nas aulas.



Fonte: Elaborado pelo autor

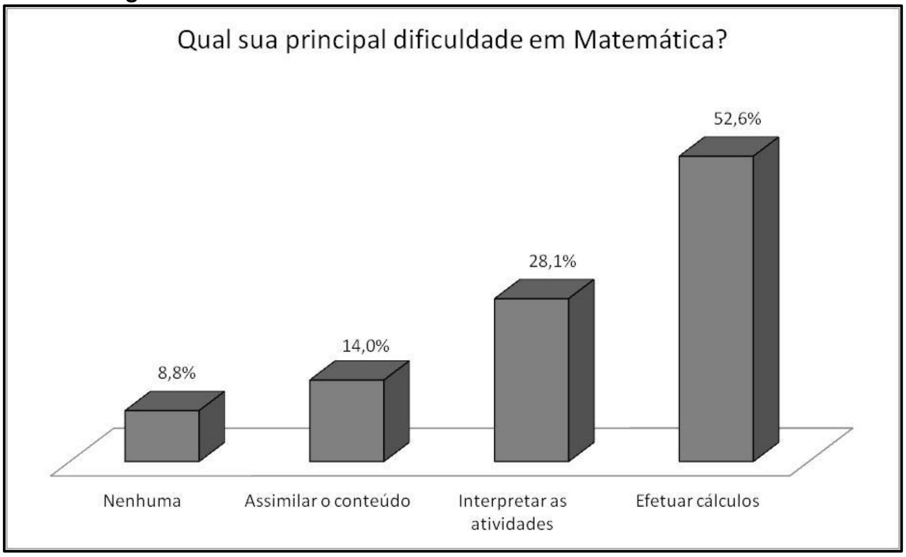
Podemos observar que os alunos enfrentam grande dificuldade quando precisam efetuar cálculos. A realidade é que existe um número elevado de alunos que está há muitos anos na escola e que não aprendeu a realizar operações básicas de Matemática. Associado a esse problema temos ainda um grande número de alunos que não conseguem entender o conteúdo nem interpretar as atividades. É nesse ponto que o uso do Geogebra pode oferecer ajuda ao permitir uma maior interação entre o aluno e o conteúdo.

Em consonância com o que afirma Valente (1991), os programas de exercício-e-prática são utilizados para revisar conteúdos e auxilia na memorização, existem softwares que permitem uma grande interação do operador com o conteúdo que está sendo aprendido, além de oferecer tutoriais e ajuda on-line onde o operador pode sanar suas dúvidas. É nesse sentido que buscamos a utilização do software Geogebra.

A análise do questionário mostrou que os alunos relataram terem grandes dificuldades em Matemática. Minimizar esses problemas é um dos nossos objetivos. Sabemos que os desafios são imensos, mas, acreditamos que a motivação pode atrair os alunos para nossas metas e incentivá-los a estudar mais.

Incluímos o próximo gráfico para ilustrar a realidade das dificuldades relatadas pelos alunos.

Figura 7 - Gráfico 5 - Dificuldades dos alunos em Matemática.



Fonte: Elaborado pelo autor

Através das informações do questionário inicial (*Apêndice C, questão 10*), pudemos verificar que a maioria dos alunos possui computador com acesso à internet em suas residências, vemos aí um ponto facilitador na busca dos nossos objetivos. Porém, esse estudo, revela a necessidade da proposta contemplar também os alunos que não tem acesso a esse equipamento, o que eleva a importância do uso do laboratório de informática da escola.

Outro fato notável é que os alunos não têm acesso à internet na escola, inclusive no laboratório de informática. Assim a proposta deve limitar-se a tarefas off-line.

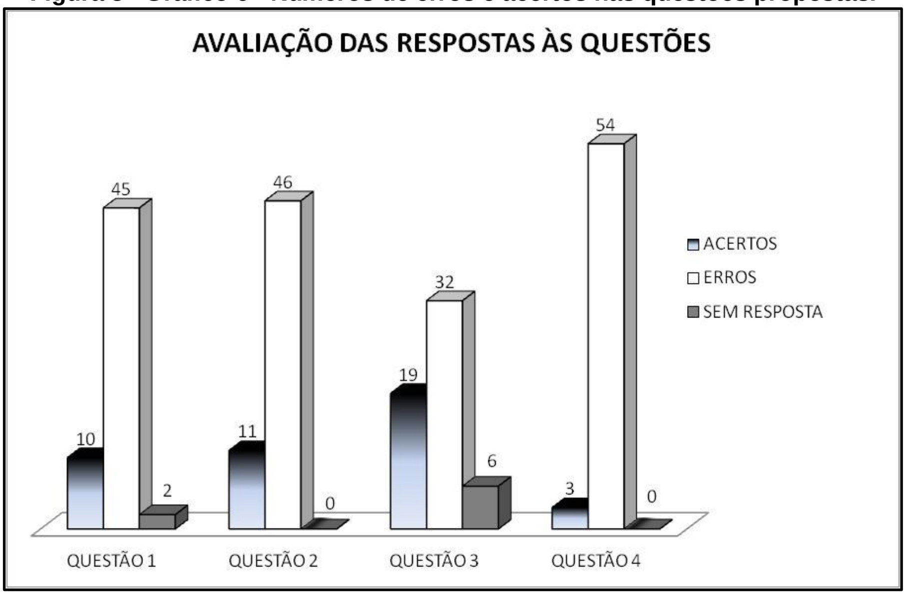
Perguntamos também se os alunos se sentiriam motivados com a ideia de utilizarem um software nas aulas de Matemática. Já mencionamos que os alunos almejam aulas diferenciadas e mais interessantes e avaliaram positivamente a introdução do computador como ferramenta pedagógica. A análise dos resultados mostra que a grande maioria dos alunos se considera motivada em relação ao uso de um software educacional nas aulas de Matemática. Portanto encontramos, nos alunos, expectativas e anseios que viabilizam a introdução desses recursos de tecnologia nas aulas.

Encerramos o questionário com quatro questões envolvendo exercícios de matemática básica, Geometria Plana, operações com números decimais e frações.

O intuito, com a aplicação dessas questões, foi verificar conhecimentos prévios necessários aos conteúdos que seriam estudados na proposta.

O próximo gráfico ilustrou a grande dificuldade que os alunos apresentaram em Geometria e em trabalhar com frações. Pretendemos minimizar essas dificuldades oferecendo a possibilidade de interação com a disciplina, estimulando o interesse em aprender através das atividades de construção e movimentação de figuras, onde os alunos podem perceber padrões e constatar as propriedades das figuras geométricas, facilitando o entendimento dos conceitos e promovendo a aprendizagem.

Figura 8 - Gráfico 6 - Números de erros e acertos nas questões propostas.



Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da análise do questionário inicial planejamos nossas ações com o intuito de que a proposta do trabalho venha contribuir positivamente amenizando as deficiências apontadas referentes à aprendizagem. O uso dessas informações facilitou o direcionamento das atividades na busca desses objetivos

2.2. DELINEANDO A PROPOSTA COM BASE NOS RECURSOS EXISTENTES

Cientes da estrutura física da escola, dos recursos do laboratório de informática e conhecendo o perfil dos alunos que participarão da proposta, passamos para a parte pedagógica que envolve inicialmente a elaboração de uma estratégia para as aulas.

De um modo geral abordamos a utilização do software Geogebra nas aulas de Geometria Plana. Sempre lembrando os recursos disponíveis e da realidade dos alunos buscamos utilizar o laboratório de informática para que os alunos possam interagir com os conteúdos.

Pretendemos oferecer aos alunos a mudança de ambiente, levando-os a trabalhar com uma ferramenta que já é realidade no seu cotidiano e como já foi citado, os deixa mais à vontade e satisfeitos.

Sendo assim foram elaborados os planos de aulas, nos quais foram descritas todas as atividades pedagógicas da proposta. Nesses planos constam os objetivos, os conteúdos, toda a metodologia de construção de figuras, além dos exercícios e da avaliação de cada aula.

As aulas terão três momentos distintos. O primeiro será no laboratório de informática, onde os alunos terão contato efetivo com os computadores e utilizarão o software Geogebra na construção das figuras geométricas solicitadas em cada aula. Depois utilizarão os recursos do software na busca da percepção de padrões matemáticos para constatação de propriedades dessas figuras geométricas.

Ainda no laboratório faremos a explanação do conteúdo e apresentaremos as definições, propriedades e demonstrações necessárias a cada item estudado.

A intenção com essa parte é que os alunos, ao construírem figuras geométricas possam visualizar suas características principais, perceber a relação entre os seus elementos e ao utilizarem os recursos de movimentação do software consigam constatar que essas figuras mantém suas propriedades principais. Assim podem entender quais características definem cada figura e estabelecer relações entre os elementos das figuras. Por exemplo, ao movimentar um dos vértices de um triângulo, alterará os comprimentos dos lados fazendo variar as medidas dos ângulos. Assim poderá perceber que a soma dos ângulos internos do triângulo não se altera, ou seja, poderá constatar a propriedade de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é constante e igual a 180 graus.

A segunda parte será na sala de aula onde os alunos acompanharão agora uma explanação mais detalhada do conteúdo, com a utilização do livro didático e resolverão os exercícios da aula anterior, realizada no laboratório, poderão ainda, tirar suas dúvidas, se necessário retornando ao uso do software para auxiliar na compreensão. Este retorno poderá ser feito em outro turno na escola ou em suas casas em computadores próprios, desde que seja possível. Pois, reiterando o que afirma Sandoval (1999), ao trabalharem a Matemática através do computador o aluno passa a ser mais independente do professor.

A terceira e última parte refere-se à avaliação. Essa parte será feita através da análise das figuras construídas pelos alunos e da correção dos exercícios. É importante verificar se os alunos conseguiram associar as propriedades que constataram no laboratório às definições formais do conteúdo, além de observar e analisar o quanto os alunos conseguiram desenvolver as atividades através do software.

CAPÍTULO III

3. A AÇÃO EEFETIVA DA PROPOSTA

Neste capítulo delinearemos os principais pontos das aulas, descrevendo os aspectos mais relevantes da implementação das atividades da proposta.

Destacamos a importância da elaboração dos planos de aula de forma a atender aos alunos e também aos professores que queiram utilizá-los. Esses planos devem ser acessíveis ao entendimento além de representar todo o aspecto inovador da proposta. Mostraremos que os planos abrangem todas as orientações para a construção e manipulação das figuras geométricas com o intuito de trabalhar os elementos e propriedades das figuras antes das formalizações dos conceitos serem estudadas.

A elaboração desses planos nos conduziu a outro patamar a aplicação desses planos nas aulas. Esse seria nosso maior desafio. Perceber a reação dos alunos, enfrentar as dificuldades que se apresentarem, explicar, exemplificar, revisar, avaliar, corrigir e analisar resultados. Isso é a proposta em ação. É a partir dessas aulas que concluiremos pela viabilidade ou não dessa proposta. Esse capítulo trará também os pontos mais relevantes dessas aulas.

3.1. ORGANIZAÇÃO DAS ESTRUTURAS PARA INICIAR A PROPOSTA

Para iniciarmos a proposta necessitávamos da instalação do software em cada computador. Assim tivemos a necessidade da colaboração de um técnico especializado em sistema Linux. Portanto, foi instalado em cada computador o software Geogebra versão *5.0* para Linux Educacional *3.0*.

Na primeira aula no laboratório alunos receberam uma apostila elaborada pelo autor, com base no livro Aprendendo Matemática com o Geogebra, contendo uma breve explicação sobre os menus e telas do software, bem como a descrição das funções das principais ferramentas a serem utilizadas ao longo das aulas. Nesta aula ainda foram repassadas aos alunos as normas de utilização do laboratório.

A escolha dos conteúdos seguiu a base da SEMECT. Procuramos incluir os conteúdos de Geometria Plana que melhor se adequassem ao nível de conhecimento dos alunos e que apresentariam mais facilidade de operação do software.

Os conteúdos abordados nas aulas foram: ponto, reta e plano, posições relativas de duas retas no plano, ângulos, onde falamos sobre ângulos complementares e suplementares, ângulos opostos pelo vértice e ângulos determinados por uma transversal intersectada por duas paralelas. Na sequência estudamos os triângulos, aonde vimos, soma dos ângulos internos de um triângulo, relação que envolve as medidas dos ângulos internos e externos de um triângulo e condição de existência de um triângulo. Por fim vimos também os teoremas de Tales e de Pitágoras.

3.2. EXPLANAÇÃO DOS PLANOS DE AULA

Para a confecção desses planos de aula foi crucial que tivéssemos a preocupação de adequar a metodologia de operação do software Geogebra ao nível de conhecimentos de informática dos alunos. Daí a importância de aplicarmos o questionário inicial, o qual nos possibilitou saber que muitos alunos não possuíam computador em casa e também que os alunos pouco utilizavam os computadores da escola, além de alguns alunos que não tinham contato algum com computadores. Conteúdos mais complexos e que exigissem um alto conhecimento de informática dificultariam muito o seu entendimento e despenderiam muito tempo de explicação.

O objetivo foi que a construção das figuras e as rotinas de operação se revelasse uma tarefa agradável aos alunos. Acreditamos que a operação do computador é o ato motivador que deve levar o aluno a interagir com o conteúdo de forma espontânea sem pressões vindas do professor.

Outra preocupação foi que os planos de aulas estivessem em consonância com o material didático que os alunos possuem e que os conteúdos abordados constassem todos do plano anual da SEMECT.

Escolhemos um formato de plano dividido em tópicos que permite que qualquer professor possa segui-lo com facilidade. Preocupamo-nos com a descrição das rotinas de construção das figuras, pois estas seriam seguidas também pelos alunos. Foi importante que a linguagem utilizada nessa parte fosse simples, direta e acessível a eles. Salientamos que procuramos, nesse primeiro momento, abordar conteúdos de menor complexidade, visto que estávamos verificando a viabilidade da proposta. Assim buscamos analisar os objetivos gerais e específicos de cada conteúdo, afim de que nossa avaliação estivesse sempre dentro do que espera a ementa da disciplina.

Os tópicos que constam de todos os planos de aula informam o conteúdo, que sempre é um título da Geometria Plana a ser abordado na aula, o objetivo, que descreve o que se espera que o aluno saiba ou esteja apto a realizar. Além de apresentar alguns conhecimentos prévios que servem como pré-requisitos, facilitadores na aprendizagem do conteúdo da aula.

Por exemplo, para a aula sobre ângulos opostos pelo vértice, temos:

ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

Objetivos

Construir retas concorrentes, representar e medir ângulos.
Medir e analisar ângulos opostos pelo vértice e adjacentes.

Pré-requisitos

Posições relativas de duas retas e ângulos suplementares.

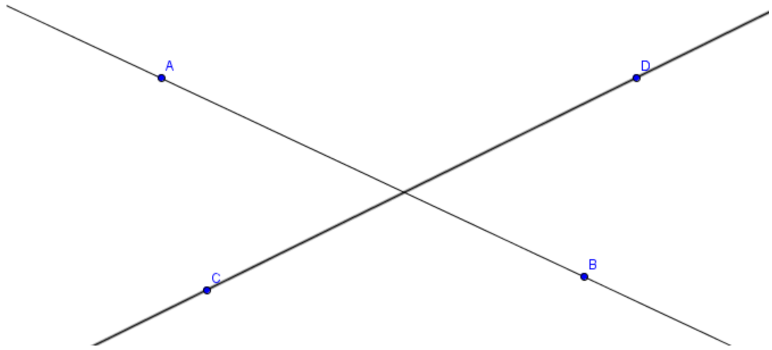
A descrição de toda orientação para a construção e formatação das figuras geométricas consta do tópico por nós denominado *"Construção Didática"*, que é o ponto fundamental da aula no laboratório de informática. É nesse momento que o aluno sai da condição de ouvinte ou leitor e passa a interagir com o conteúdo. Nesse ponto o aluno se apropria das ferramentas do software para desenhar e formatar cada figura para depois realizar as movimentações de seus elementos. Assim pode verificar as relações entre esses elementos e perceber padrões e propriedades dessas figuras.

A proposta intenciona que essa metodologia permita que os alunos possam familiarizar-se com as características principais dessas figuras, perceba as relações entre os elementos das figuras e se questionem se essas relações se aplicam às figuras de modo geral. Como exemplo, temos:

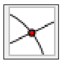
Construção didática

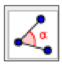
Construa duas retas concorrentes de forma que o ponto de interseção entre elas seja distinto dos pontos usados para construir as retas.

Figura 9 - Retas concorrentes.



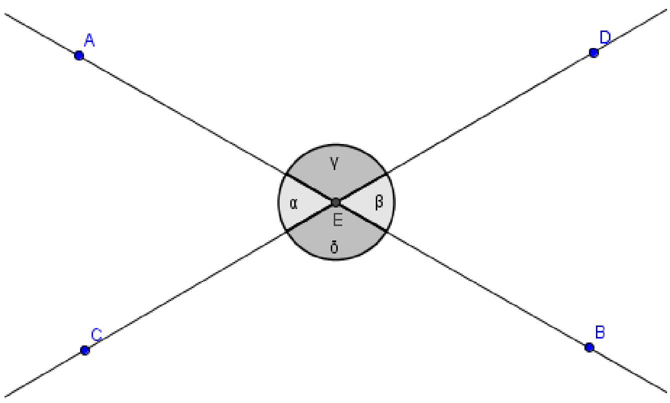
Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta  *($Interseção\ de\ Dois\ Objetos$) e insira o ponto E de interseção entre as retas.*

Utilize a ferramenta  *($Ângulo$) e clique, nos pontos A, E e C, exibindo o ângulo $A\hat{E}C = \alpha$, depois nos pontos B, E e D, exibindo o ângulo $B\hat{E}D = \beta$, depois nos pontos D, E e A, exibindo o ângulo $D\hat{E}A = \gamma$, e, finalmente, nos pontos C, E e B, exibindo o ângulo $C\hat{E}B = \delta$, todos com suas respectivas medidas.*

Escolha uma cor diferente para a representação da medida dos ângulos α e β e altere a cor da representação dos ângulos γ e δ de modo que os ângulos opostos pelo vértice tenham cores iguais.

Figura 10 - Ângulos opostos pelo vértice 1



Fonte: Elaborado pelo autor

Vamos usar o Geogebra para verificar relações entre alguns dos ângulos.

Usaremos a notação $\rightarrow$[A] para indicar clique no objeto A.

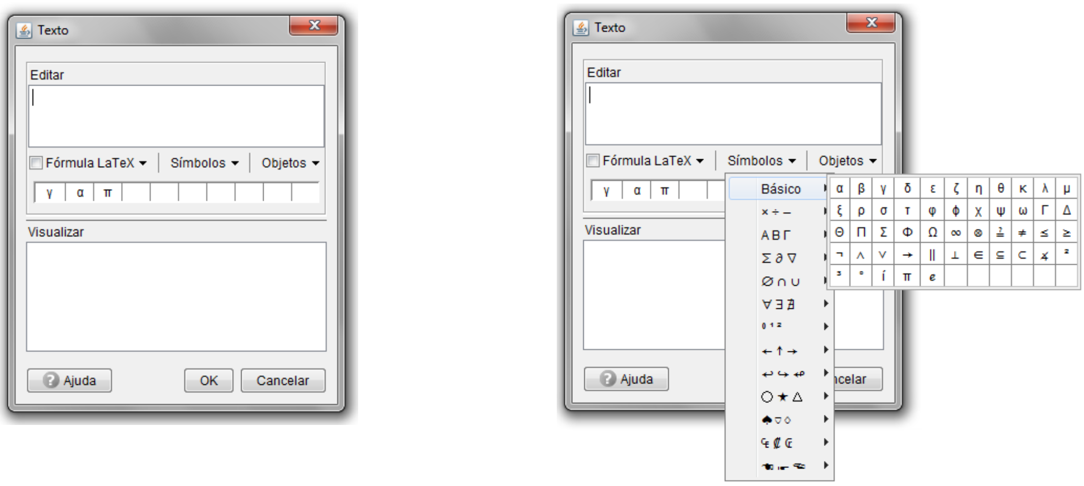
Após digitar um texto, sempre marque a opção, Fórmula LaTeX, e clique em OK.

Selecione a ferramenta 

(Texto) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

O texto será inserido na caixa de texto que surgirá, no espaço Editar. Para inserir símbolos clique sobre Símbolos, selecione a opção Básico e clique sobre o símbolo desejado.

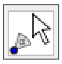
Figura 11 - Caixa de diálogo de Texto



Fonte: Elaborado pelo autor

Escreva:

$\alpha+\gamma=\rightarrow[\alpha]+\rightarrow[\gamma]=\rightarrow[\alpha+\gamma]$; *marque a opção Fórmula LaTeX e dê OK.*

Utilize a ferramenta  *(Rotação em Torno de um Ponto) e clique no ponto E, e depois movimente (girando em torno do ponto E) um dos pontos A, B, C ou D, sem cruzar as retas.*

Compare os valores dos pares de ângulos α e β e, depois γ e δ. Tente perceber alguma regularidade nas medidas dos ângulos.

Neste caso os alunos ao movimentarem as retas farão variar as medidas dos ângulos. O software possibilitará que eles notem que os valores dos ângulos opostos pelo vértice permanecem iguais e que a soma de dois ângulos adjacentes é constante e igual a *180* graus.

A construção didática busca oferecer aos alunos a oportunidade de, além de aprender a operar um software educacional também interagir com o conteúdo estudado.

No tópico denominado *"Teoria"*, descrevemos toda base teórica do conteúdo estudado na aula contendo as definições, exemplos e demonstrações necessárias. Procuramos basear essa teoria no material didático que os alunos possuem acrescentando, quando necessário, textos com base em outros materiais. Salientamos a importância desse item, pois todo o trabalho realizado seguindo as orientações descritas na construção didática tem o objetivo de facilitar o entendimento da teoria e, consequentemente do conteúdo, levando assim, o aluno, a solucionar os problemas propostos.

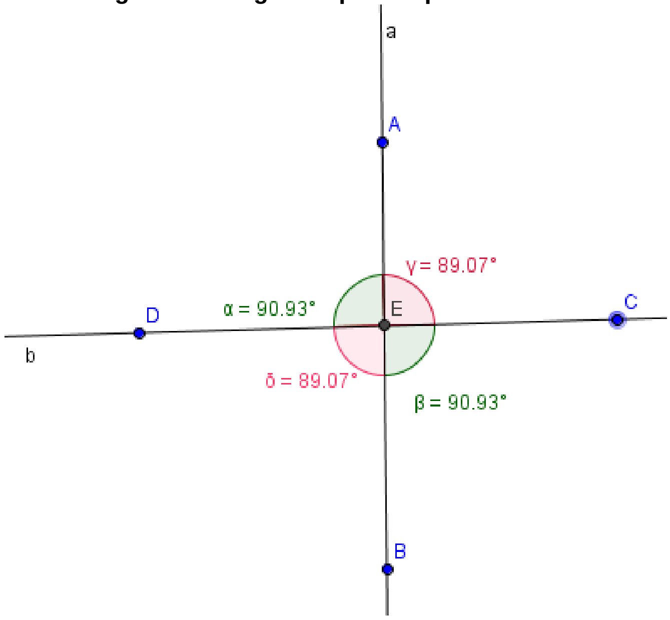
Lembramos que o objetivo final de cada aula é que o aluno entenda o conteúdo e domine a teoria, sendo assim, capaz de solucionar os problemas propostos.

Incluímos, em cada aula, uma lista de exercícios relacionados ao conteúdo estudado. Novamente, nos preocupamos em usar como base o material didático usado pelos alunos.

Finalizamos cada plano de aula com uma avaliação feita por meio da observação da participação efetiva dos alunos nas aulas, da análise e correção dos arquivos gravados contendo as construções geométricas e da correção dos exercícios em sala de aula.

A figura seguinte mostra um exemplo de construção feita por um aluno seguindo os passos da "Construção Didática".

Figura 12 - Ângulos opostos pelo vértice 2



Fonte: Elaborado por um aluno

Vemos que a construção acima atende perfeitamente ao que foi proposto. Assim, avaliamos que o aluno seguiu todos os passos da Construção Didática.

Salientamos que todos os planos, seguiram a mesma estrutura e metodologia do exemplo aqui exposto diferenciando um dos outros apenas pelos conteúdos abordados.

3.3. PONTOS RELEVANTES DAS AULAS

Para a aplicação das aulas, primeiramente os planos de aulas foram copiados para o editor de texto do sistema Linux dos computadores do laboratório. A gravação foi feita em arquivo único, sendo assim, os alunos tinham acesso prévio a todas as atividades inclusive às listas de exercícios. Sendo que alguns alunos copiaram os arquivos para utilização do material também fora da escola.

Os alunos foram orientados a, se possível, baixarem o software Geogebra em seus computadores pessoais e utilizá-lo, em conjunto com os planos de aulas, como ferramenta de estudo fora da escola.

Durante as aulas foi utilizado um projetor multimídia para exibição das aulas, o que facilitou muito a explanação dos conteúdos e a apresentação de exemplos para minimizar dúvidas.

As atividades foram distribuídas ao longo de 3 meses: fevereiro, março e abril, não sendo todas consecutivas, devido a problemas de agendamento, pois outros professores também utilizam o laboratório. Sendo assim, os alunos utilizavam as aulas em sala para resolução de exercícios e para sanarem suas dúvidas. As atividades de cada plano de aula foram desenvolvidas em duas aulas no laboratório de informática seguidas de duas aulas na sala de aula, ou seja, foram aplicadas aproximadamente 52 aulas na proposta onde não contabilizamos as aulas de reforço.

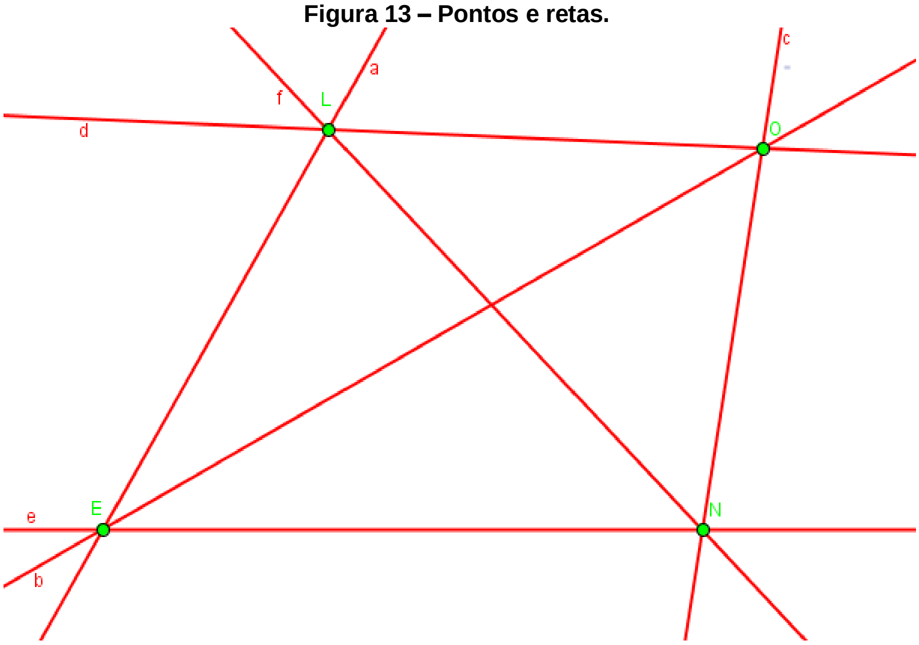
Como vimos no capítulo anterior para o planejamento da proposta foi fundamental que conhecêssemos os recursos físicos, tecnológicos e humanos que estariam diretamente envolvidos na execução proposta. Cientes de todos esses recursos, passamos para a parte pedagógica que consistiu em traçar a metodologia utilizada em cada atividade na busca do desenvolvimento da proposta e, consequentemente, na confecção dos planos das aulas aplicadas aos alunos.

Iniciamos a introdução de conteúdos abordando as noções de ponto, reta e plano. Vimos que as ferramentas do programa auxiliam muito na construção de pontos e de retas e também que os alunos inseriram esses objetos com facilidade. Salientamos que o "plano" seria representado pela tela do software. Aproveitamos essa aula para iniciar o ensino de rotinas de formatação e renomeação de objetos. Os alunos alteraram a cor dos objetos, o tamanho dos pontos, a espessura das retas e deram nomes diferentes aos objetos.

Os exercícios propostos para essa aula não apresentaram dificuldades aos alunos. A correção dos exercícios mostrou que eles assimilaram bem o conteúdo.

Como atividade, pedimos aos alunos que inserissem 4 pontos, os renomeassem e construíssem todas as retas possíveis passando por dois desses pontos. A figura seguinte mostra a construção de um dos alunos ao responder uma questão da lista de exercícios onde o item 3 solicita a exibição dos rótulos de todas as retas inseridas na figura 13.

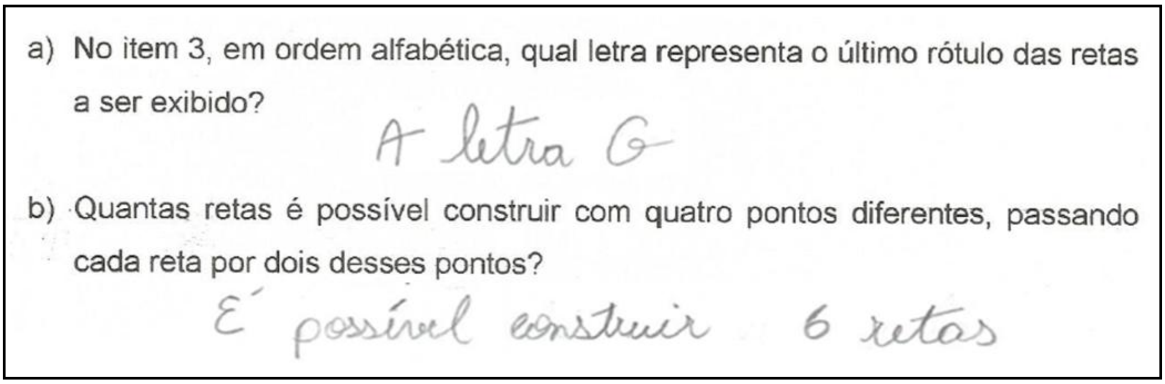
Figura 13 – Pontos e retas.



Fonte: Elaborado por um aluno.

A construção correta da figura acarreta uma nomeação esperada dos pontos e retas onde os rótulos (*letras*) são inseridos em ordem alfabética. A figura seguinte mostra parte do exercício da aula respondido corretamente por um dos alunos. A resolução de exercícios, desenvolvida em sala, tem o intuito de verificar o nível de compreensão teórica do conteúdo abordado e o quanto a utilização desta proposta ajuda os alunos a resolver essas questões.

Figura 14 - Exercício de ponto, reta e plano.



a) No item 3, em ordem alfabética, qual letra representa o último rótulo das retas a ser exibido?

A letra G

b) Quantas retas é possível construir com quatro pontos diferentes, passando cada reta por dois desses pontos?

É possível construir 6 retas

Fonte: Elaborado por um aluno.

Notamos que a cada aula os alunos se sentiam mais soltos quanto ao programa e exploraram muito os recursos de formatação procurando incrementar a aparência das figuras. Fato interessante foi que a maioria dos alunos concorria para nos apresentar suas construções, e que ouvimos lamentações pelo fim da aula de Matemática.

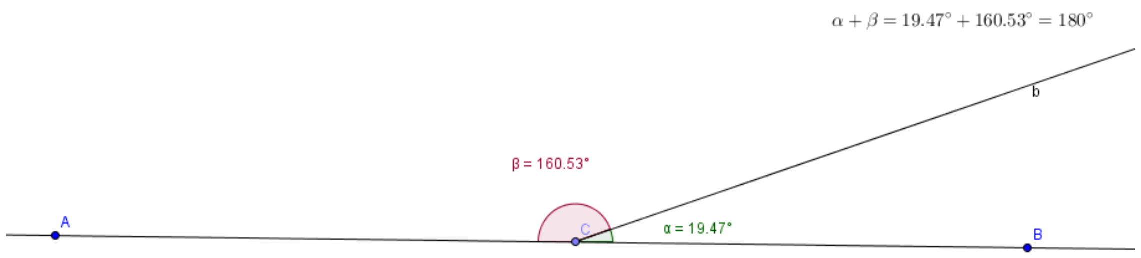
Na aula ângulos. Os alunos tiveram contatos com outras ferramentas do software. Puderam conhecer um poderoso recurso do Geogebra que é a ferramenta de inserção de textos e textos dinâmicos que se inseridos de forma conveniente, interagem com as medidas dos elementos da figura e realizam operações entre eles. Ao se alterar o formato de uma figura o texto dinâmico altera os valores relacionados às medidas desses elementos.

Os alunos puderam verificar a relação de dois ângulos suplementares e complementares utilizando a ferramenta de texto dinâmico, porém apresentaram dificuldade na inserção dos comandos de textos dinâmicos.

Nessa aula foram introduzidas as definições de ângulo raso, reto, agudo, obtuso, ângulos consecutivos, adjacentes, suplementares e ângulos complementares.

A figura seguinte mostra a construção de dois ângulos suplementares feita por um aluno. Note que o texto dinâmico mostra que a soma dos ângulos é igual a 180 graus.

Figura 15 - Ângulos suplementares.

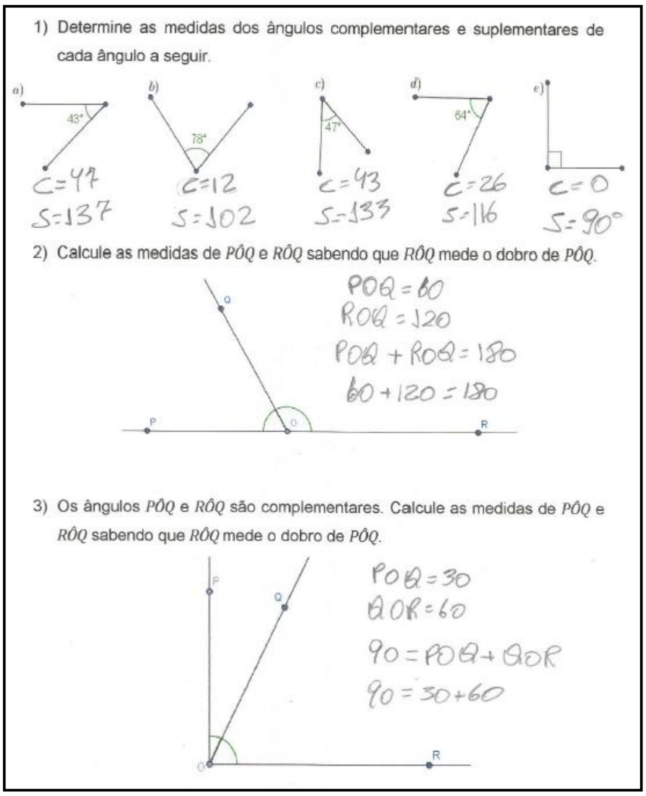


Fonte: Elaborado por um aluno.

A correção dos exercícios mostrou que a maioria dos alunos, apesar de entender os conceitos referentes aos ângulos, têm grandes dificuldades de interpretação e de trabalharem com equações de primeiro grau optando por resolverem exercícios por dedução ou tentativa e erro[2]. Procuramos revisar o conteúdo de resoluções de equações salientando a importância de sua utilização em diversas áreas da Matemática.

A figura seguinte respalda o que afirmamos no parágrafo anterior.

Figura 16 - Exercícios sobre ângulos.



Fonte: Elaborado por um aluno

---

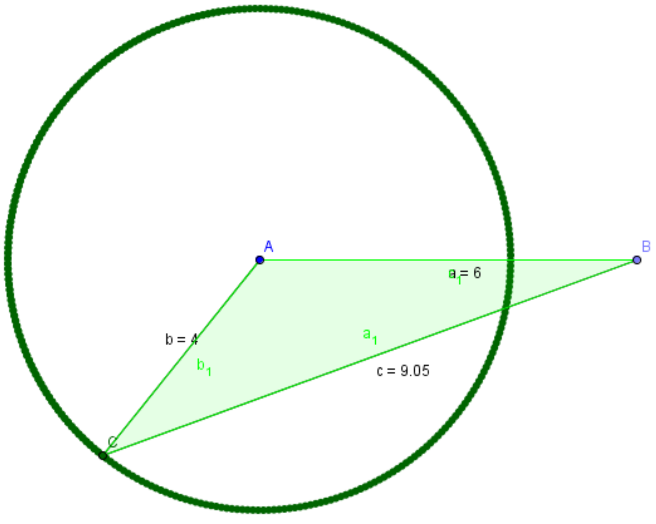
[2] É um modo metódico de testar várias possíveis soluções, até encontrar uma que funcione.

A aula sobre condição de existência de triângulos nos permitiu utilizar recursos diferenciados do software, os quais deixaram os alunos bastante satisfeitos. Trabalhamos, inicialmente, fixando as medidas de dois lados de um triângulo e inserindo um terceiro lado de tamanho variável.

Utilizamos o recurso de animação do Geogebra que permitiu a movimentação de elementos da figura, assim foi possível visualizar todos os possíveis formatos de triângulos construídos com as medidas fixas dos dois lados e acompanhar as mudanças nos valores da medida do lado com tamanho variável. Assim os alunos puderam perceber que existem limites superiores e inferiores para esse tamanho e, consequentemente, para a medida do lado.

A figura seguinte mostra a construção descrita acima feita por um aluno. Nela os segmentos a e b têm comprimento fixo e o comprimento do segmento c é variável. Note que o círculo mostra o *lugar geométrico*[3] do ponto C e que ABC é um triângulo quando o comprimento do segmento c estiver entre 2 e 10.

Figura 17 - Condição de existência de triângulos.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Introduzimos questões a serem resolvidas com o uso de ferramentas do Geogebra para que os alunos tentassem construir triângulos a partir de segmentos de medidas dadas com a finalidade de que eles percebessem que existem condições para a construção de triângulos.

Para a aplicação da parte teórica, apenas explicamos a condição de existência de um triângulo mostrando as relações entre as medidas dos lados e

[3] Conjunto de pontos de um plano que gozam de uma mesma propriedade.

fizemos a demonstração algébrica dessa condição. Para a referida demonstração usamos o fato de que se dois ângulos de um triângulo não são congruentes, então os lados opostos a eles não são congruentes e o maior dos ângulos está oposto ao maior lado.

Salientamos que essa demonstração resultou em muitas dúvidas e deixou os alunos preocupados em terem de refazê-la. Oportunidade em que mostramos a importância de se conhecer as provas matemáticas e de se entender que precisamos comprovar essas afirmações para depois utilizarmos esses conhecimentos como ferramentas na solução de problemas.

Como já havíamos introduzido exercícios práticos no Geogebra, preferimos aplicar exercícios teóricos, ressaltando as definições. Avaliação dos exercícios dessa aula mostrou que os alunos tiveram dificuldade de interpretação das questões, porém, alguns alunos responderam corretamente as questões. Durante a explanação os alunos manifestaram dúvidas, as quais tentamos sanar. Em momento posterior aproveitamos parte do tempo de outra aula de laboratório para que eles construíssem novamente o triângulo e usassem o recurso de animação. Nesse momento reforçamos a explicação desse conteúdo. Salientamos que a cada dificuldade manifestada pelos alunos procuramos oferecer-lhes bases de estudos para complementarem seus conhecimentos. Indicamos sites de videoaulas e livros didáticos.

Incluímos em nossa proposta o conteúdo referente ao teorema de Tales por acreditar que esse assunto explora bem os recursos do software, envolve a utilização de várias ferramentas e, consequentemente de vários conceitos de geometria.

Os alunos construíram o feixe de três retas paralelas cortadas por duas retas transversais seguindo as orientações da Construção Didática do plano de aula. Tivemos que fazer algumas intervenções e correções, pois qualquer erro de construção dificultaria muito a utilização da ferramenta de texto dinâmico.

As fórmulas de texto dinâmico foram inseridas, sempre acompanhadas de explanações. Os alunos ficaram curiosos com os comandos em linguagem LaTex, oportunidade que aproveitamos para explicar os comandos de construção de fração nessa linguagem. Assim, paulatinamente, inserimos as frações que representavam as razões entre os segmentos determinados pelas retas transversais nas retas paralelas. Chamamos a atenção para a existência de valores iguais dessas razões e incentivamos os alunos a compararem essas razões com os segmentos que as originaram. Nesse momento aproveitamos para revisarmos a ideia de razão e proporção com os alunos.

Utilizando os recursos de movimentação os alunos perceberam que essas igualdades se mantinham.

Na sala de aula, após explicarmos o que diz o teorema de Tales fizemos a demonstração do mesmo.

A resolução dos exercícios mostrou que alguns alunos se confundiram ao montar as proporções e novamente percebemos em alguns alunos a dificuldade em trabalhar com equações do primeiro grau. Diante disso revisamos este conteúdo na correção dos exercícios. Apesar das dificuldades manifestadas pelos alunos consideramos a assimilação desse conteúdo dentro do esperado. Por se tratar de um conteúdo de difícil compreensão por parte dos alunos.

Também com o intuito de explorar os recursos do software incluímos o conteúdo que trata do teorema de Pitágoras.

Novamente os alunos seguiram o passo a passo da construção descrito no plano de aula para a construção do triângulo retângulo. Posteriormente foi construído um quadrado a partir de cada lado do triângulo retângulo. Usamos o Geogebra para explicitar os valores das medidas dos lados do triângulo e das áreas dos quadrados.

Com a ferramenta de texto dinâmico calculamos o quadrado da medida do maior lado do triângulo.

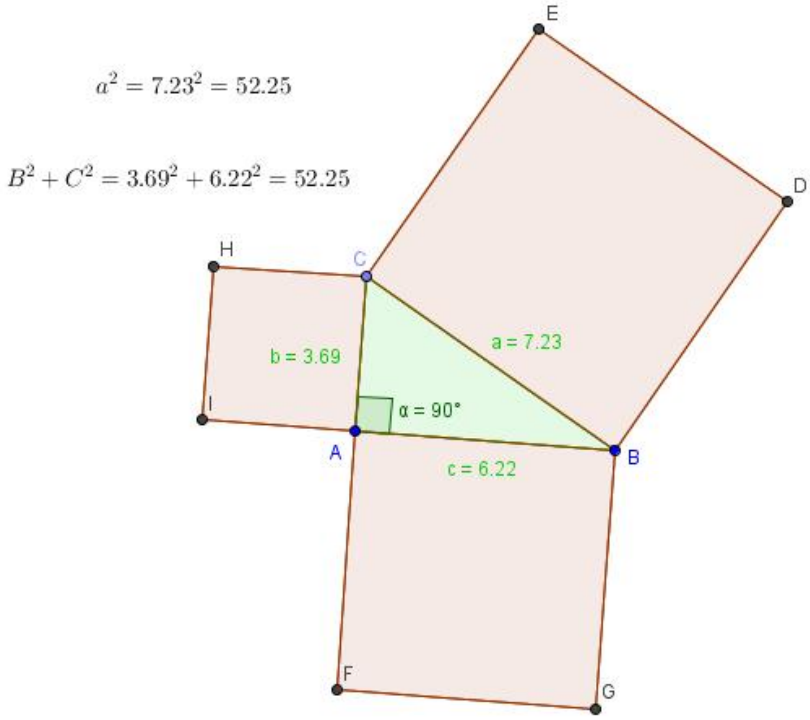
Ainda com essa ferramenta calculamos a soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados do triângulo.

Os alunos constataram facilmente a igualdade. Utilizando o recurso de movimentação, o triângulo e, consequentemente, suas medidas foram modificadas e a os alunos puderam notar a manutenção da relação.

A análise das figuras mostrou que alguns triângulos não foram construídos corretamente e na movimentação deixaram de ser retângulos.

A figura abaixo mostra que o aluno seguiu corretamente a construção didática.

Figura 18 - Teorema de Pitágoras.



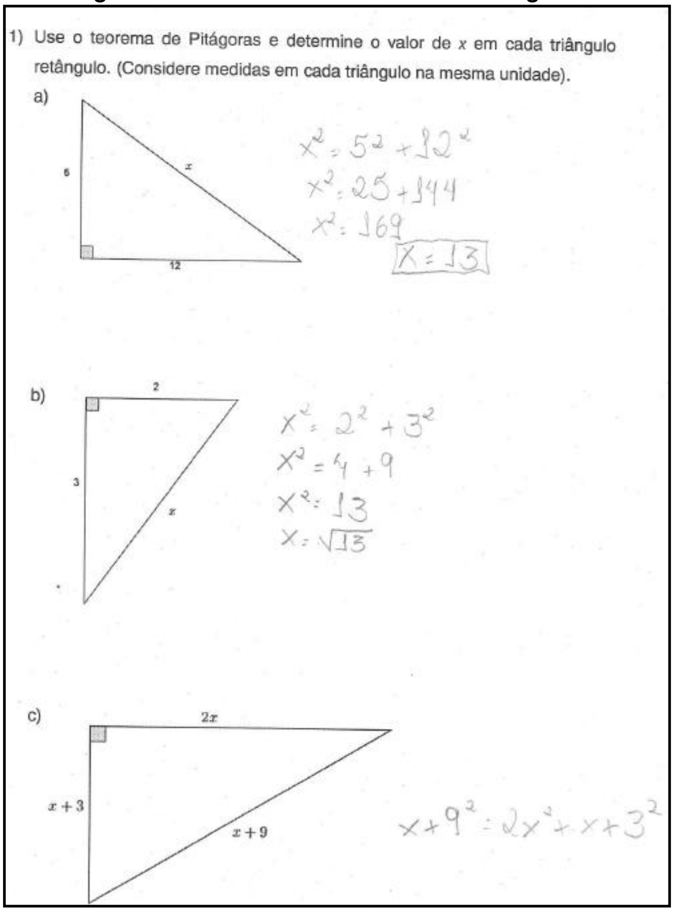
Fonte: Elaborado por um aluno.

Na sala de aula, enunciamos o teorema de Pitágoras e fizemos sua demonstração.

A correção dos exercícios mostrou que os alunos entenderam o conteúdo, porém apresentam dificuldade em efetuar cálculos. Como desafio, introduzimos, na listam um exercício que envolve equação do segundo grau o qual não foi resolvido por nenhum aluno, pois, os mesmos desconhecem os métodos de resolução desse tipo de equação. Durante a correção do exercício salientamos a importância desse conteúdo que será estudado no próximo ano.

A figura seguinte ilustra as resoluções de um aluno onde ocorreu esse fato.

Figura 19 – Exercício - Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaborado por um aluno.

Vale aqui ressaltar que nossa intenção era elaborar mais planos e aplicar mais aulas, porém fomos surpreendidos com a informação de que a escola, e com ela, o laboratório de informática seriam reformados. Uma boa notícia que veio para nós num momento não adequado. Enfim tivemos que alterar nossas metas e limitar nosso trabalho à nossa nova realidade.

Finalmente aplicamos um questionário (*Apêndice D*) com o intuito de conhecer a opinião dos alunos sobre a proposta em seus objetivos mais relevantes como, motivação, interesse e aprendizagem. Algumas respostas puderam ser confrontadas com as respostas do questionário inicial para percepção da evolução dos alunos e de suas opiniões sobre a disciplina e a proposta.

4. CONCLUSÃO

O desenvolvimento dessa proposta nos trouxe uma grande expectativa em relação à sua viabilidade e quanto à receptividade dos alunos. O questionário aplicado previamente já indicava que a motivação seria o principal ponto positivo da proposta. A participação efetiva dos alunos durante as aulas pode ser bem avaliada nas figuras produzidas e na resolução de exercícios, mas principalmente, na relação professor aluno que melhorou a cada aula.

Os alunos passaram a questionar sobre a realização das aulas, sobre seus trabalhos gravados e avaliações. Eles demonstraram grande disposição e entusiasmo em trabalhar com o computador mesmo que em duplas.

Sem dúvida a inserção dessa ferramenta trouxe um ar de modernidade e lazer às aulas e, consequentemente à disciplina.

Alguns problemas de ordem estrutural aconteceram, algumas máquinas que apresentaram defeitos, principalmente nos periféricos como mouse e teclado dificultaram o trabalho de alguns alunos. Mas o grande problema enfrentado foi a já mencionada reforma pela qual a escola está passando. Tivemos que adiantar algumas aulas para aproveitar o tempo antes da interdição do laboratório. Creio que essas aulas perderam em qualidade, pois foram aplicadas em ritmo acelerado e as avaliações foram feitas posteriormente, sem tempo para correções com a utilização do software.

Até nesse momento ficou evidente que os alunos estavam envolvidos com as aulas, tantas foram as reclamações e lamentações a respeito da reforma, que aliás é muito necessária.

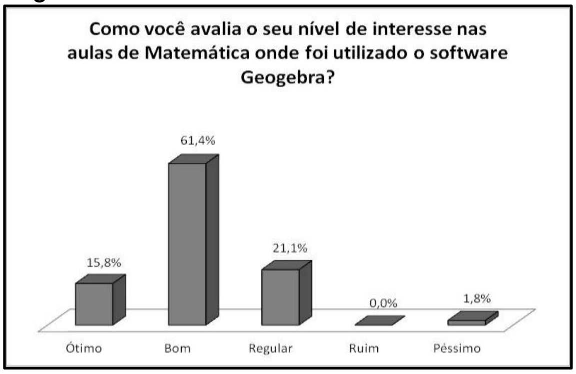
Buscamos uma solução prática para o problema solicitando à SEMECT a cessão do laboratório de uma escola próxima, porém as dimensões do laboratório e o número ínfimo de computadores inviabilizaram a continuidade da proposta no ritmo pensado inicialmente.

Após a avaliação da última aula ministrada aplicamos um questionário final onde procuramos saber a opinião dos alunos frente aos principais objetivos da proposta, esses dados foram analisados e serviram para a avaliação da viabilidade da proposta.

Um ponto positivo com a aplicação da proposta do trabalho foi perceber uma motivação e um maior interesse dos alunos nas aulas de Matemática. Ressaltamos que a análise do questionário final em comparação ao inicial, mostrou avanços tanto no interesse quanto na motivação em relação às aulas e à disciplina.

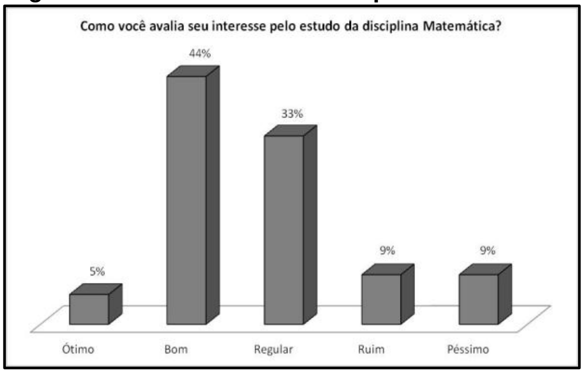
Comparando as respostas ao questionário inicial e final vemos que ocorreu aumento no número de alunos que dizem ter ótimo ou bom interesse por Matemática. Esse fato mostra que a metodologia utilizada na proposta conseguiu incentivar os alunos nos estudos.

Figura 20 - Gráfico 7 - Interesse com o software.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 21 - Gráfico 8 - Interesse pela Matemática.



Fonte: Elaborada pelo autor.

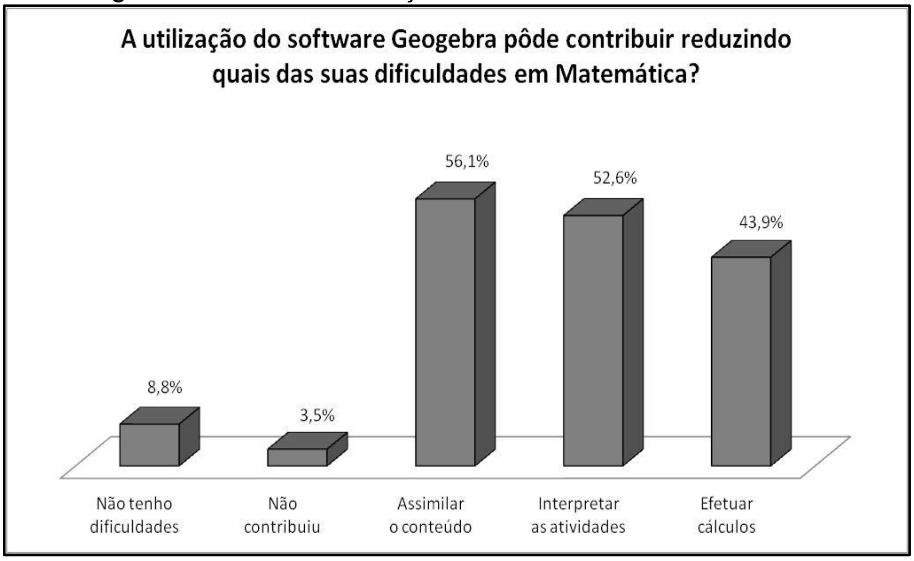
Colaborando com o exposto no parágrafo anterior outro ponto observado é o fato de que a maioria dos alunos percebeu melhora na sua relação com essa disciplina, ou seja, a metodologia abordada permitiu uma maior receptividade por parte dos alunos para com essa disciplina.

É fato conhecido e assunto já abordado nesse trabalho, que a maioria dos alunos apresenta rejeição por essa disciplina, logo, qualquer constatação de elevação de interesse e motivação é sinal de que a metodologia da proposta trouxe benefícios aos alunos e ao professor.

Outra meta era melhorar a relação entre os alunos e o professor, vimos que a oportunidade de os alunos expressarem seus conhecimentos de informática e um melhor entendimento da disciplina, permitiu uma maior interação deles com o professor e, consequentemente, uma melhora na relação. A motivação em conseguir construir corretamente as figuras levou os alunos a procurarem orientações, manifestarem suas dúvidas e expressarem suas conquista. Não raramente, os alunos nos solicitavam para mostrarem as incrementações feitas nas figuras.

Os questionários evidenciaram também, significativa diminuição das principais dificuldades relatadas pelos alunos em Matemática. Vemos esse fato como um dos principais objetivos dessa proposta e o creditamos ao uso de uma metodologia diferenciada e motivadora. Incluímos o gráfico a seguir que facilita percepção deste fato.

Figura 22 - Gráfico 9 - Redução das dificuldades em Matemática.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados mostraram também que a grande maioria dos alunos aprovaria se outros professores incluíssem o computador como ferramenta pedagógica na rotina de suas aulas. Após a implantação da proposta, onde os alunos puderam vivenciar efetivamente essa inclusão de tecnologia, vimos que essa aprovação aumentou. Esse fato mostra que o uso de um software educacional motiva os alunos e consequentemente desperta o interesse.

É o interesse que leva o aluno a buscar o conhecimento, a indagar e tentar novamente. Portanto ao se sentir interessado em atingir seu objetivo o educando vê a necessidade de sair da condição de mero ouvinte e participar efetivamente das aulas e realmente estudar.

Podemos assim, responder um dos questionamentos feitos no Capítulo II e afirmar que a estrutura da escola não é a ideal, mas a mudança de ambiente, ao utilizar o laboratório de informática trouxe um diferencial a essa proposta e fez com que as aulas no laboratório acontecessem de forma animada e prazerosa. Sendo assim vemos que, embora seja difícil que todos os professores possam usufruir desse espaço, o laboratório se revelou um ótimo ambiente de aprendizagem.

Nota-se, pelo gráfico seguinte, que um dos principais objetivos da proposta foi alcançado. A maioria dos alunos se considera altamente motivada em utilizar o software nas aulas. Acreditamos que essa motivação é a principal causa do aumento do interesse e que o interesse trás como consequência a aprendizagem que é o objetivo final do ensino. Vemos também pontos a melhorar. Nota-se que uma parcela significativa dos alunos teve um nível médio de motivação com a proposta. Fica então a necessidade de se rever alguns pontos e buscar melhorias. Salientamos que, a cada constatação de avanços, mesmo que pequenos, nos sentimos mais envolvidos nesse processo de amadurecimento profissional e vemos que, ao procurarmos uma proposta para melhorar a aprendizagem também procuramos uma melhoria para o ensino e, consequentemente para o professor.

Notamos e constatamos na prática que a motivação do aluno em aprender passa pelo interesse do professor em ensinar e pela inclusão de elementos atrativos e inovadores em seu plano de aula.

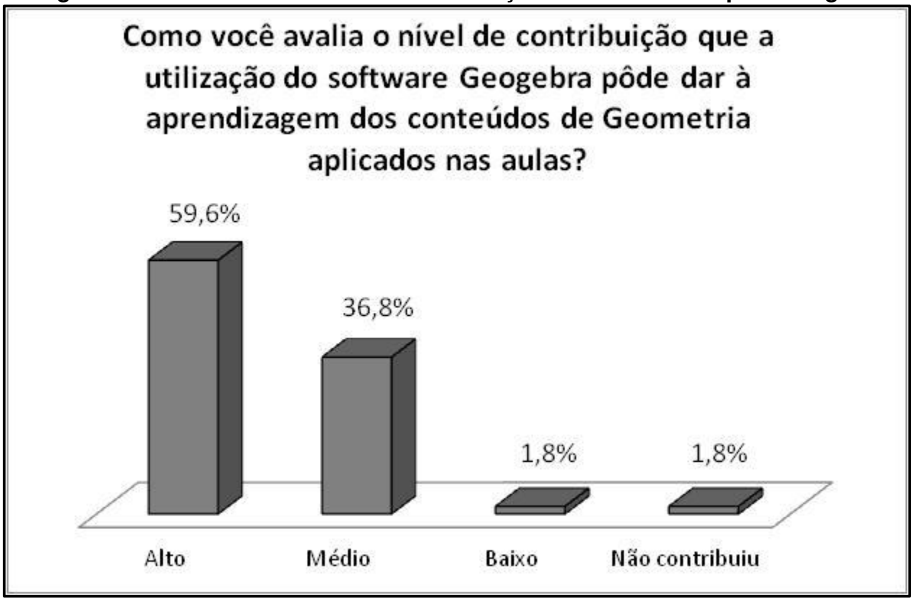
Outro questionamento a responder, é sobre a preparação dos professores. Esta proposta evidencia a necessidade de cursos de aperfeiçoamento que preparem os professores para utilizarem os recursos disponíveis nas escolas. Para desenvolver esta proposta, por exemplo, buscamos o conhecimento necessário para o ensino da operação do software e realizamos toda manutenção necessária no laboratório de informática para utilização dos computadores. Ressaltamos a importância da busca de aperfeiçoamento e reiteramos que sabemos das dificuldades em conseguir. Cursos gratuitos são raros e de um modo geral estudar envolve muitas despesas. Porém não podemos negar essa necessidade do docente. A confecção desse trabalho é hoje causa de uma mudança de metodologia que nos trouxe a oportunidade de colher bons resultados. Mas o primeiro fato causador dessa mudança foi nossa iniciativa de ingresso no curso de mestrado, ou seja, nossa intenção de aperfeiçoamento.

Figura 23 - Gráfico 10 - Avaliação da motivação com a utilização do software.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Vemos a avaliação mais importante da viabilidade da proposta na visão dos alunos. Essa análise nos mostra a sensação de aprendizagem manifestada por eles. Essa sensação aproxima o aluno da disciplina, do professor e o estimula a continuar aprendendo. É importante verificar que a maioria dos alunos relata que a utilização do software contribui positivamente com a aprendizagem. É bem verdade que muitos alunos consideraram que a proposta contribuiu de forma mediana, o que nos obriga a descobrir os motivos desses índices e procurar formas de maximizar ainda mais a aprendizagem.

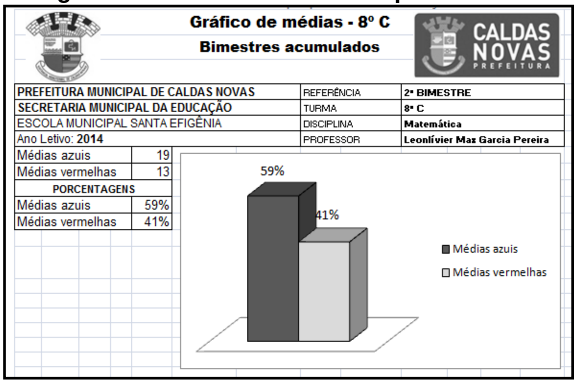
Figura 24 - Gráfico 11 - Nível de contribuição do software à aprendizagem.



Fonte: Elaborada pelo autor.

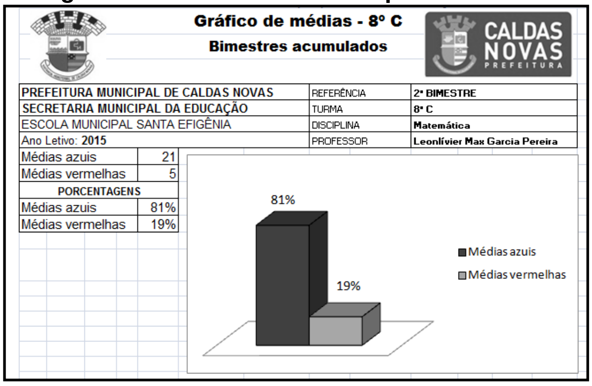
Fizemos um comparativo de desempenho entre as porcentagens de médias vermelhas e azuis do *1º* semestre, em Matemática, de duas turmas de oitavo ano, uma turma de *2014* e outra de *2015*, visto que, trabalhamos nas duas turmas.

Figura 25 - Gráficos 12 - Desempenho 2014



Fonte: Secretaria da Esc. Mun. Santa Efigênia.

Figura 26 - Gráfico 13 - Desempenho 2015.



Fonte: Secretaria da Esc. Mun. Santa Efigênia.

Ao comparamos os gráficos de desempenho, constatamos que o rendimento da turma de *2015* foi significativamente maior. Sabemos que vários fatores podem ter influenciado nesse bom desempenho. A análise das atividades da proposta comprova que a metodologia abordada está entre estes fatores que proporcionaram essa melhoria de rendimento, visto que a melhora na motivação e o interesse em estudar Matemática ficaram explícitos no dia a dia das atividades e reforçados pela análise do questionário final.

Podemos assim, responder a outros questionamentos sobre o interesse dos alunos em comparação com seus rendimentos. No Capítulo II vimos que no questionário inicial os alunos afirmam ter interesse em estudar e também na disciplina Matemática, porém seus rendimentos confrontam esse interesse. Concluímos que o interesse do aluno deve ser explorado pelo professor, oferecendo-lhe condições de estudo que atendam seus anseios e utilizem ferramentas que os agradem e sejam compatíveis com seus estilos de vida. Assim, mesmo estando o aluno interessado em estudar, uma metodologia que não o atraia, mina sua motivação e limita sua atenção e aprendizagem.

Concluímos positivamente para a viabilidade da proposta da inserção de TICs e reiteramos que a motivação apresentada pelos alunos superou nossas expectativas e trouxe o consequente aumento da aprendizagem. Os conteúdos abordados ficaram mais acessíveis aos alunos e a visualização das figuras, e de suas propriedades, fez com que os alunos compreendessem mais e de forma mais rápida as informações, pois mesmo com a aceleração das atividades tivemos uma melhora significativa.

Sabemos que a falta de conhecimento em conteúdos que são pré-requisitos são pontos importantes, mas apesar dessa deficiência ter dificultado a aprendizagem, foi muito gratificante vê-los enfrentarem esses obstáculos com disposição e compromisso. Durante a aplicação da proposta percebemos, em alguns momentos, que os alunos demonstraram grande interesse e buscavam atingir os objetivos propostos, mostraram gosto pelas atividades e sentiram que essa disciplina pode ser prazerosa quando o professor se empenha e busca apresentar aos alunos maneiras diferenciadas de ensinar e aprender. Assim, este trabalho nos mostrou uma ferramenta que nos auxilia e nos motiva a elaborar atividades diferenciadas que sejam eficientes e prazerosas, além disso, enfatizou a importância de cursos de aperfeiçoamento e capacitações.

Com relação à atuação em sala de aula, a aplicação da proposta mostrou a força de se buscar algo diferenciado e nos motivou a utilizar o Geogebra em outros conteúdos de Matemática e também a buscar por outros softwares que possam nos auxiliar em sala de hoje em diante.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMENARA Cabero, J. Nuevas *Tecnologias Aplicadas a la Educacion*. Madrid: McGRAW-HILL, 2007.

AUSUBEL, David. *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva Cognitiva.* Editora Plátano, 2003.

CARRAHER, D.W. *O Papel do Computador na Aprendizagem*. São Paulo: CIED/FDE, 3 (5), Jan 92, pp. 21-19.

CASTELLS, M. *A sociedade em rede. A era da informação: economia, sociedade e cultura*. 9. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2006. 420 p.

CASTILLO, Arredondo, S. *Vocabulario de evaluación educativa*. Madrid, España: Pearson Educación, S.A., 2003.

DEWEY, John. *Vida e Educação*. *In: Os Pensadores*. São Paulo: Abril Cultural, 1980. p. 106-179.

LÉVY, P. *Cibercultura*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1999.

OCHOA, Rafael, Flórez. *Pedagogia do Conhecimento*. En R. Flórez Ochoa, 2005.

SANDOVAL S., F. *Internet Nuevo Paradigma en la Educación y un Recurso para el Aprendizaje*. Trabajo especial de grado no publicad, Universidad Santa María Caracas Venezuela, 1999.

VALENTE, J.A. (Org.). *Diferentes usos do computador na educação*. Gráfica da UNICAMP, Campinas, São Paulo, 1991.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais* / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília : MEC/SEF, 1997.126p.

LDB, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. *Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.* 2. ed. Brasília, DF: Centro de Documentação e informação, Coordenação de Publicações, 2001.

KENSKI, Val Moreira. *Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação*. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2008.

TARJA, Samya. *Informática na educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade*. 3. ed. Versão atual e ampliada. São Paulo: Érica, 2001.

VALENTINI, Carla; SOARES, Eliana Maria do Sacramento. *Práticas de letramento digital no contexto de laptops educacionais*. Caxias do Sul, 2011.

BISOL, Claudia Alquati. *Ciberespaço: terceiro elemento na relação ensinante/aprendente. In*: VALENTINI, Carla Beatris; SOARES, Eliana Maria do Sacramento (Orgs.). *Aprendizagem em ambientes virtuais: compartilhando ideias e construindo cenários.* Caxias do Sul, RS: Educs, 2010.

DEMO, Pedro. *Educação hoje: novas tecnologias, pressões e oportunidades*. São Paulo: Atlas, 2009.

5.1. REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ARAÚJO, Luis Cláudio Lopes; NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. *Aprendendo Matemática com o Geogebra.* São Paulo: Exato, 2010.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar 9: Geometria Plana.* 7. ed. São Paulo: Atual, 1995.

CAMINHA, Muniz Neto. *Tópicos de Matemática Elementar. Geometria Euclidiana Plana.* 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012, v.2.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: Projeto Teláris*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2013. v.8, v.9.

HOHENWARTER, Markus. Tradução: Hermínio Borges Neto, Luciana de Lima, Alana Paula Araújo Freitas, Alana Souza de Oliveira. *Geogebra informações: Disponível em:* <http://static.Geogebra.org/help/docupt_BR.pdf> Acesso em 19 de janeiro de 2015.

APÊNDICE A - AUTORIZAÇÃO 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA - PROFMAT
MESTRADO: "O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL".
PROFESSOR: LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA
MATRICULA: 20130175
ORIENTADOR: PROF. DR. PORFÍRIO AZEVEDO DOS SANTOS JÚNIOR

Prezado Aluno (a): ____

Solicitamos a participação da ESCOLA______________________________ na apresentação de uma proposta que será desenvolvida pelo programa de pós-graduação (PROFMAT) – MESTRADO: "UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NAS AULAS DE GEOMETRIA PLANA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL" da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão.

O objetivo desta proposta é investigar o quanto a utilização de um software Geogebra é capaz de motivar e desenvolver o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Geometria Plana no 8º ano do Ensino Fundamental.

Os instrumentos que serão utilizados para a implementação da proposta serão: laboratório de informática, questionários, filmagens e fotos. Todas as informações serão usadas somente para os fins desta proposta, preservando assim o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Para que a escola possa ser nosso campo de proposta precisamos de sua autorização.

AUTORIZAÇÃO

Eu, ____, autorizo LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA utilizar as informações coletadas nos questionários, gravações e fotos para os fins da proposta que será realizada. Estou ciente que a privacidade será mantida em sigilo.

____
Assinatura do sujeito da proposta
(Aluno)

____
Assinatura do pai ou responsável

APÊNDICE B - AUTORIZAÇÃO 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA - PROFMAT
MESTRADO: "O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL".
PROFESSOR: LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA
MATRICULA: 20130175
ORIENTADOR: PROF. DR. PORFÍRIO AZEVEDO DOS SANTOS JÚNIOR

Prezada Diretora: ____

Solicitamos a participação da ______________________________________ na apresentação de uma proposta que será desenvolvida pelo programa de pós-graduação (PROFMAT) – MESTRADO: "UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NAS AULAS DE GEOMETRIA PLANA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL" da Universidade Federal de Goiás –Regional Catalão.

O objetivo desta proposta é investigar o quanto a utilização de um software Geogebra é capaz de motivar e desenvolver o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Geometria Plana no 8º ano do Ensino Fundamental.

Os instrumentos que serão utilizados para a implementação da proposta serão: laboratório de informática, questionários, filmagens e fotos. Todas as informações serão usadas somente para os fins desta proposta, preservando assim o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Para que a escola possa ser nosso campo de proposta precisamos de sua autorização.

AUTORIZAÇÃO

Eu, ____, diretor desta unidade escolar autorizo LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA utilizar as dependências da escola e as informações coletadas nos questionários, gravações e fotos para os fins da proposta que será realizada. Estou ciente que a privacidade será mantida em sigilo.

____
Assinatura do diretor da unidade escolar

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA - PROFMAT
MESTRADO: "O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA EUCLIDIANA E NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL".
PROFESSOR: LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA
MATRICULA: 20130175
ORIENTADOR: PROF. DR. PORFÍRIO AZEVEDO DOS SANTOS JÚNIOR

Caro aluno,

este questionário visa coletar dados para nossa pesquisa sobre: O interesse dos alunos no estudo de Matemática e de outras disciplinas, a utilização de recursos de tecnologia na Escola e como o computador pode contribuir de maneira significativa no processo de ensino aprendizagem.

Idade: ________ Sexo: ( ) M ( ) F

01. Como você avalia o seu interesse pelos estudos?
( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim ( ) Péssimo

02. Qual disciplina você mais gosta de estudar?
( ) Português ( ) Matemática ( ) Ciências ( ) Geografia ( ) História ( ) Inglês
( ) F.E.C ( ) E.Física

03. Qual disciplina você menos gosta de estudar?
( ) Português ( ) Matemática ( ) Ciências ( ) Geografia ( ) História ( ) Inglês
( ) F.E.C ( ) E.Física

04. Como você avalia o seu interesse pelo estudo da disciplina Matemática?
( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim ( ) Péssimo

05. Quando os professores utilizam o computador como ferramenta pedagógica na rotina de suas aulas nessa escola?
( ) Nunca ( ) Quase nunca ( ) Raramente ( ) Quase sempre ( ) Sempre

06. Quando os professores utilizam o laboratório de informática da escola na rotina de suas aulas ?
( ) Nunca ( ) Quase nunca ( ) Raramente ( ) Quase sempre ( ) Sempre

07. Qual recurso tecnológico os professores utilizam como ferramenta pedagógica nas suas aulas? (Se for o caso marque mais de um recurso)
( ) Nenhum ( ) Data Show ( ) TV/DVD ( ) Computador ( ) Calculadora
( ) Celular ( ) Som

08. Como você avaliaria se os professores incluíssem o computador como ferramenta pedagógica na rotina de suas aulas?
( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim ( ) Péssimo

09. Qual a sua principal dificuldade em Matemática?
( ) Nenhuma ( ) Assimilar o conteúdo ( ) Interpretar as atividades
( ) Efetuar cálculos

10. Quantos computadores têm onde você mora?
( ) Nenhum ( ) 1 ( ) 2 ( ) 3 ( ) Mais de 3

11. Onde você tem acesso à internet?
( ) Não tenho ( ) Em casa ( ) Na Escola ( ) Em Wi-Fis abertos
( ) No celular

12 - Como você avalia o seu nível de motivação com relação à utilização de um software de ensino de matemática?

( ) nenhuma ( ) regular ( ) bom ( ) muito bom ( ) Excelente

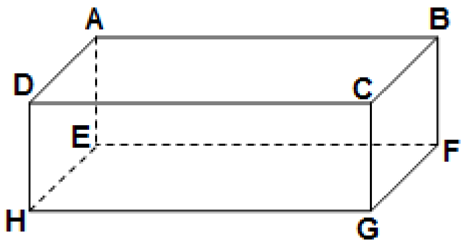
13 - Você tem algum conhecimento sobre o software Geogebra?

( ) Sim ( ) Não

Agora responda as questões abaixo

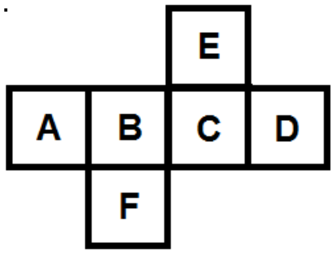
1) No bloco retangular da figura, AB mede 22cm, BC mede 13 cm e CG mede 6cm:

Nesse caso, é verdade que:
a) HG mede 28cm
b) AE mede 13 cm
c) DH mede 19cm
d) HE mede 13cm



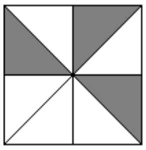
2) Na figura, temos a planificação de um cubo:

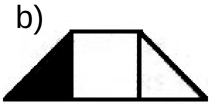
Imagine que o cubo tenha sido montado.
Nesse caso, a face oposta à face B é a face:
a) A
b) C
c) D
d) F

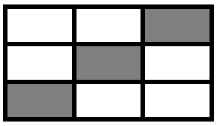


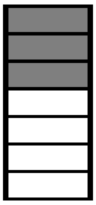
3) Um comerciante compra um produto por R$5,65. Por quanto deve vendê-lo para obter um lucro de R$3,50?

4) Em qual das figuras a parte pintada corresponde a $\frac{1}{3}$?

a) 

b) 

c) 

d) 

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – REGIONAL CATALÃO
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA - PROFMAT
MESTRADO: "O SOFTWARE GEOGEBRA COMO PROPOSTA FACILITADORA DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL".
PROFESSOR: LEONLÍVIER MAX GARCIA PEREIRA
MATRICULA: 20130175
ORIENTADOR: PROF. DR. PORFÍRIO AZEVEDO DOS SANTOS JÚNIOR

Caro aluno,

este questionário visa coletar dados para nossa pesquisa sobre a motivação, o interesse, a sensação de aprendizagem dos alunos frente à utilização do software Geogebra nas aulas de Geometria e como o computador pôde contribuir no processo de ensino aprendizagem.

01. Como você avalia o seu nível de interesse nas aulas de Matemática onde foi utilizado o software Geogebra?
( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim ( ) Péssimo

02. O que ocorreu com a relação entre os alunos e o professor de Matemática, a partir da utilização do software Geogebra nas aulas?
( ) Melhorou ( ) Permaneceu como antes ( ) Piorou

03. Como você avalia a relação entre os alunos e a disciplina Matemática, a partir da utilização do software Geogebra nas aulas?
( ) Melhorou ( ) Permaneceu como antes ( ) Piorou

04. A utilização do software Geogebra pôde contribuir reduzindo quais das suas dificuldades em Matemática?
( ) Não tenho dificuldade em Matemática;
( ) Não contribuiu ( ) Assimilar o conteúdo ( ) Interpretar as atividades
( ) Efetuar cálculos

05. Como você avaliaria se outros professores também incluíssem o computador como ferramenta pedagógica na rotina de suas aulas?
( ) Ótimo ( ) Bom ( ) Regular ( ) Ruim ( ) Péssimo

06. Como você avalia o nível de contribuição que a utilização do software Geogebra pôde dar à aprendizagem dos conteúdos de Geometria aplicados nas aulas?
(   ) Alto (   ) Médio (   ) Baixo (   ) Não contribuiu

07. Como você avalia o nível de motivação que a utilização do software Geogebra pôde dar às aulas de Matemática?
(   ) Alto (   ) Médio (   ) Baixo (   ) Não contribuiu

APÊNDICE E - APOSTILA GEOGEBRA

Para a confecção dessa apostila utilizamos o livro Aprendendo Matemática com o Geogebra de onde retiramos a descrição dos comandos que utilizaríamos na proposta.

APOSTILA DE INICIAÇÃO À OPERAÇÃO DO SOFTWAE GEOGEBRA

FERRAMENTAS BÁSICAS

PROF. LEONLÍVIER MAX G. PEREIRA

CALDAS NOVAS

2015

Na proposta de utilização do software Geogebra utilizaremos este capítulo como apostila de apoio, indicando aos alunos quais ferramentas serão utilizadas.

O Geogebra

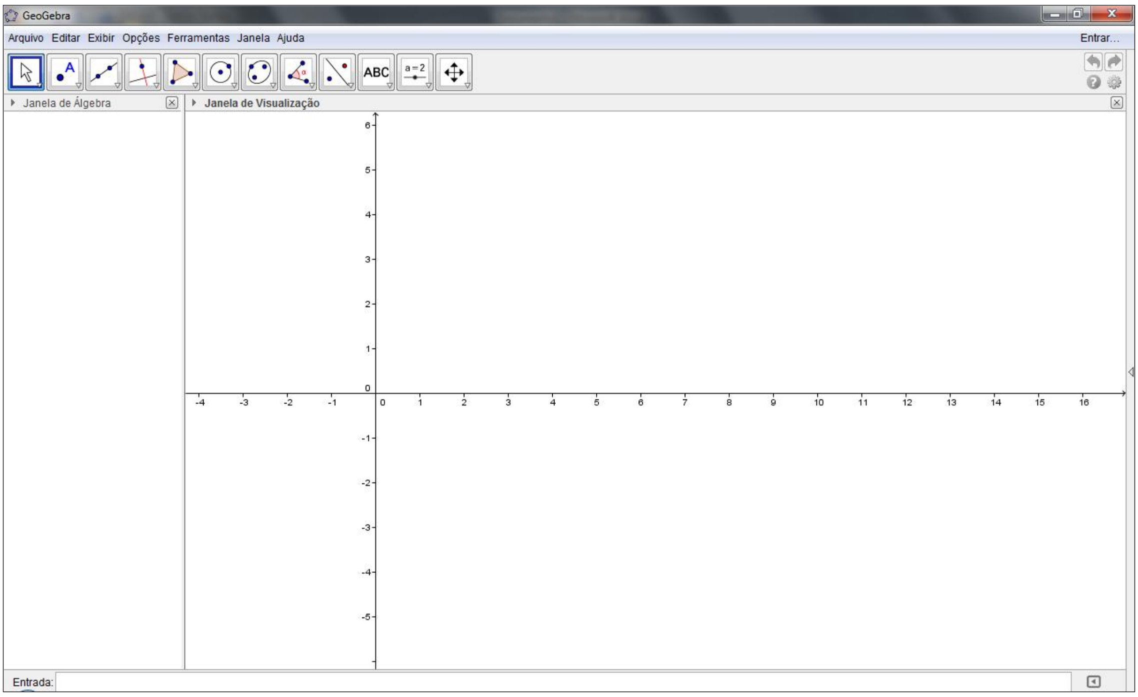
Geogebra é um software matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas.

Por um lado, o Geogebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica.

Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do Geogebra. Assim, o software tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos.

Essas duas visões são características do Geogebra: uma expressão em álgebra corresponde a um objeto concreto na geometria e vice-versa.

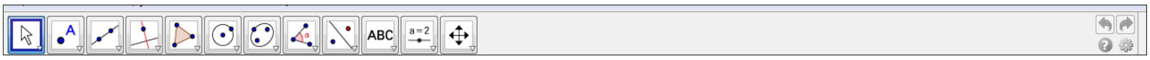
Tela Inicial



Na tela inicial temos

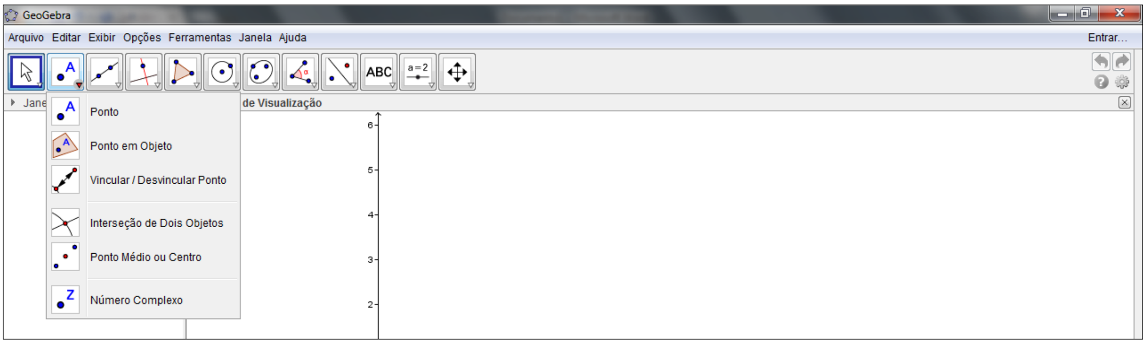
Barra de Menu

Barra de Ferramentas



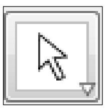
A Barra de Ferramentas do Geogebra está dividida em 12 janelas como a representação acima.

Cada janela possui um menu de ferramentas com um desenho e sua descrição que podem ser visualizadas clicando-se na seta localizada na parte inferior do ícone da janela. Como no exemplo da figura abaixo

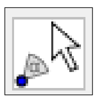


Vamos conhecer as janelas e as principais ferramentas que usaremos nessa proposta.

JANELA 1

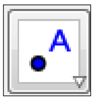
Mover 

É uma das ferramentas mais utilizadas e pode ser acessada pela tecla “ESC” do teclado, seve para mover um objeto selecionado.

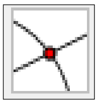
Rotação em Torno de um Ponto 

Possibilita que se gire objetos em torno de um ponto, clicando no ponto e depois no objeto.

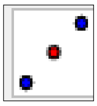
JANELA 2

Ponto 

Cria um ponto ao se clicar na Janela de visualização. O programa atribui uma nomeação automática ao ponto utilizando as letras Maiúsculas do nosso alfabeto (A, B, C, ...)

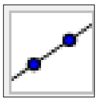
Interseção de Dois Objetos 

Identifica a interseção de dois objetos atribuindo um ponto nomeado, apenas clicando sucessivamente em cada um dos objetos que se intersectam.

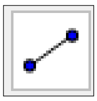
Ponto Médio ou Centro 

Cria o ponto médio de dois pontos ou de um segmento, apenas clicando sucessivamente nos pontos extremos.

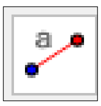
JANELA 3

Reta Definida por Dois Pontos 

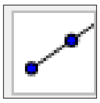
Cria uma reta que passa por dois pontos já existentes ou insere os pontos juntamente com a reta ao se clicar em dois lugares da janela de visualização.

Segmento Definido por Dois Pontos 

Cria um segmento de reta que passa liga dois pontos já existentes ou insere os pontos juntamente com o segmento de reta ao se clicar em dois lugares da janela de visualização.

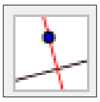
Segmento Com Comprimento Fixo 

Cria um segmento com comprimento fixo. Ao inseri o ponto inicial do segmento se abrirá uma caixa de diálogo onde se deve digitar o comprimento, em cm, do segmento desejado, que aparecerá ao se confirmar no botão OK.

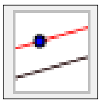
Semirreta Definida Por Dois Pontos 

Cria uma semirreta que passa por dois pontos já existentes ou insere os pontos juntamente com a semirreta ao se clicar em dois lugares da janela de visualização

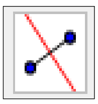
JANELA 4

Reta Perpendicular 

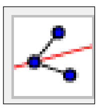
Permite construir uma reta perpendicular a outro objeto, ao se clicar sobre um ponto que defina uma direção.

Reta Paralela 

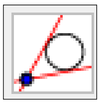
Permite construir uma reta paralela a outro objeto, ao se clicar sobre um ponto que defina uma direção.

Mediatriz 

Permite construir uma reta perpendicular que passa pelo ponto médio de dois pontos ao se clicar sucessivamente sobre eles ou de um segmento já existente ao se clicar sobre o segmento.

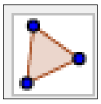
Bissetriz 

Permite construir a reta bissetriz do menor ângulo formado por três pontos ao se clicar sucessivamente nos três pontos que determinam o ângulo ou clicando nos lados do ângulo.

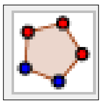
Tangentes 

Permite construir retas tangentes a uma circunferência ao se clicar em um ponto e depois na circunferência.

JANELA 5

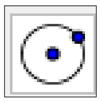
Polígono 

Permite criar um polígono de N lados. O polígono deve ser fechado clicando-se sobre o primeiro ponto criado.

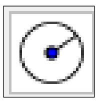
Polígono Regular 

Permite criar um polígono regular a partir de um lado e a quantidade de lados (vértices) que deve ser digitada na caixa que surgirá ao se criar o primeiro lado.

JANELA 6

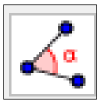
Círculo dados Centro e Um de seus Pontos 

Permite construir um círculo a partir da criação do ponto central e de mais um ponto da circunferência.

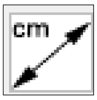
Círculo dados Centro e Raio 

Permite criar um círculo a partir da criação do ponto central e da digitação da medida do raio na caixa de diálogo que surgirá. Ao confirmar OK o círculo será criado.

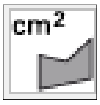
JANELA 8

Ângulo 

Permite construir e medir um ângulo definido por três pontos ou medir um ângulo já construído clicando sobre seus lados. Dará a medida do menor ângulo se o sentido de construção for o horário e o maior ângulo se o sentido for o anti-horário.

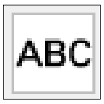
Distância, Comprimento ou Perímetro 

Mostra o valor da medida da distância entre dois pontos, o comprimento de um segmento ou o perímetro de um objeto clicando-se nos pontos, segmento ou objeto respectivamente.

Área 

Mostra o valor da medida da área de uma região limitada por uma poligonal ou circunferência.

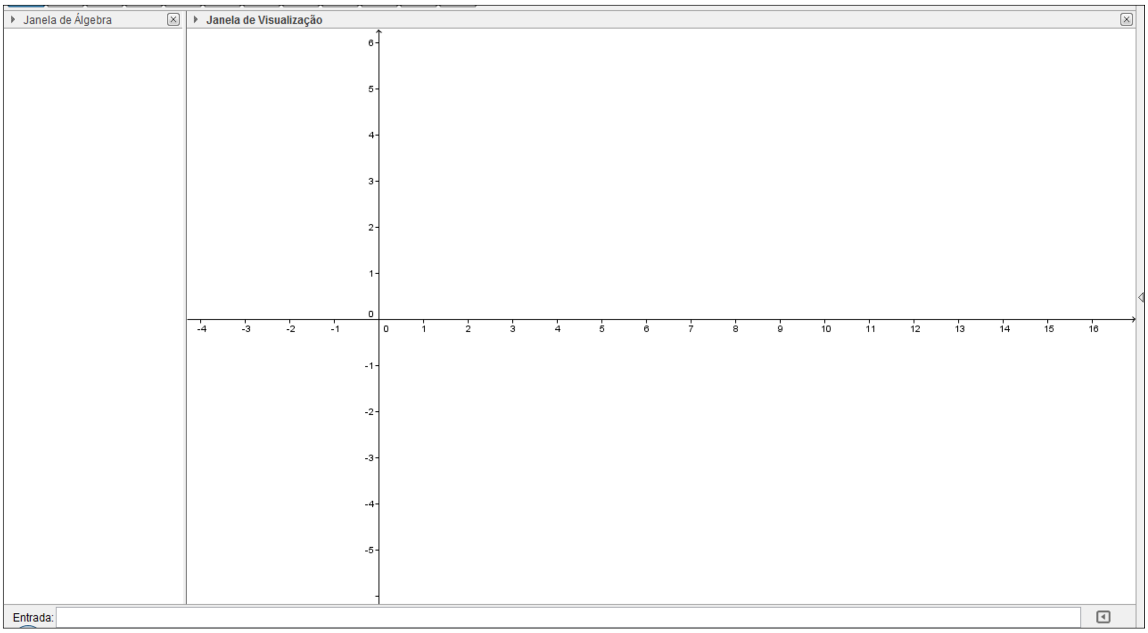
Janela 10

Texto 

Permite inserir textos simples ou dinâmicos (relacionados aos elementos da figura) na Tela de Visualização.

O Geogebra ainda possui a janela 11 com botões de uso comum também em outros softwares.

Janela de Álgebra, Janela de Visualização e Campo de Entrada.



No Geogebra é possível acessar as funções, tanto via botões na Barra de Ferramentas, quanto pelo Campo de Entrada. Além disso, pode-se alterar as propriedades dos objetos construídos via janela de Álgebra e também através de algumas ferramentas do Botão Direito do Mouse.

A janela de Álgebra exibe informações algébricas dos objetos. Não faremos uso desse recurso em nossa proposta.

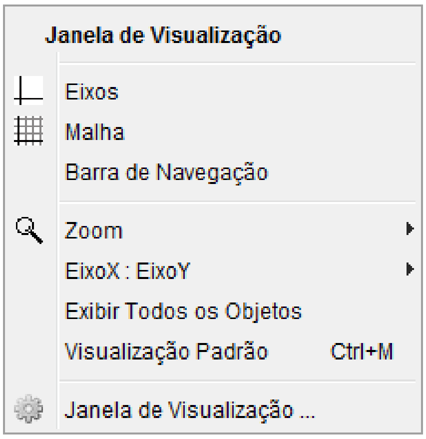
O campo de entrada localizado no rodapé da janela do Geogebra permite operar o software usando comandos escritos. Não faremos uso deste recurso em nossa proposta.

Botão direito do mouse

Quando clicamos com o botão direito do mouse em uma área em branco da Janela de Visualização, surge uma janela com as seguintes opções.

- Eixos: Exibe ou oculta os eixos coordenados;
- Malha: Exibe ou oculta a grade no sistema de eixos;
- Barra de Navegação: exibe ou oculta a barra de Navegação;
- Zoom: Aumenta ou diminui o zoom da tela a partir de um percentual fixo;
- EixoX: EixoY: Permite mudar a escala dos eixos;
- Exibir todos os objetos: exibe todos os objetos ocultos;
- Visualização Padrão: Retorna o sistema de eixos à escala inicial.

- Janela de Visualização: Abre uma janela que permite alterar as propriedades da Janela de Visualização.



Quando clicamos com o botão direito do mouse sobre um objeto, surge uma janela com opções de modificações do objeto selecionado. Exemplo: ao clicarmos em um ponto temos:

- Exibir Objeto: Oculta ou exibe o objeto;
- Exibir rótulo: Oculta ou exibe o nome do objeto;
- Habilitar rastro: Deixa um rastro do objeto quando este é movimentado;
- Renomear: Permite dar um nome novo ao objeto;
- Apagar: Apaga o objeto;
- Propriedades: Abre uma janela com opções de modificações de propriedades do objeto.

APÊNDICE F - PLANOS DE AULA

AULA 1 - APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA

Objetivos

Conhecer a proposta de utilização do software Geogebra, as normas de utilização do laboratório de informática, a metodologia adotada e o cronograma de utilização dos computadores do laboratório.

Receber o material impresso que será usado nas aulas como manual básico do software Geogebra.

Conhecer as ferramentas básicas do software Geogebra, seus elementos gráficos, telas de trabalho e as funções das ferramentas que serão utilizadas durante as primeiras aulas.

Pré-requisito

Noções básicas de operação de computador.

Construção Didática

No laboratório de informática explanação simples sobre as normas do laboratório e recolhimento de assinaturas no termo de compromisso.

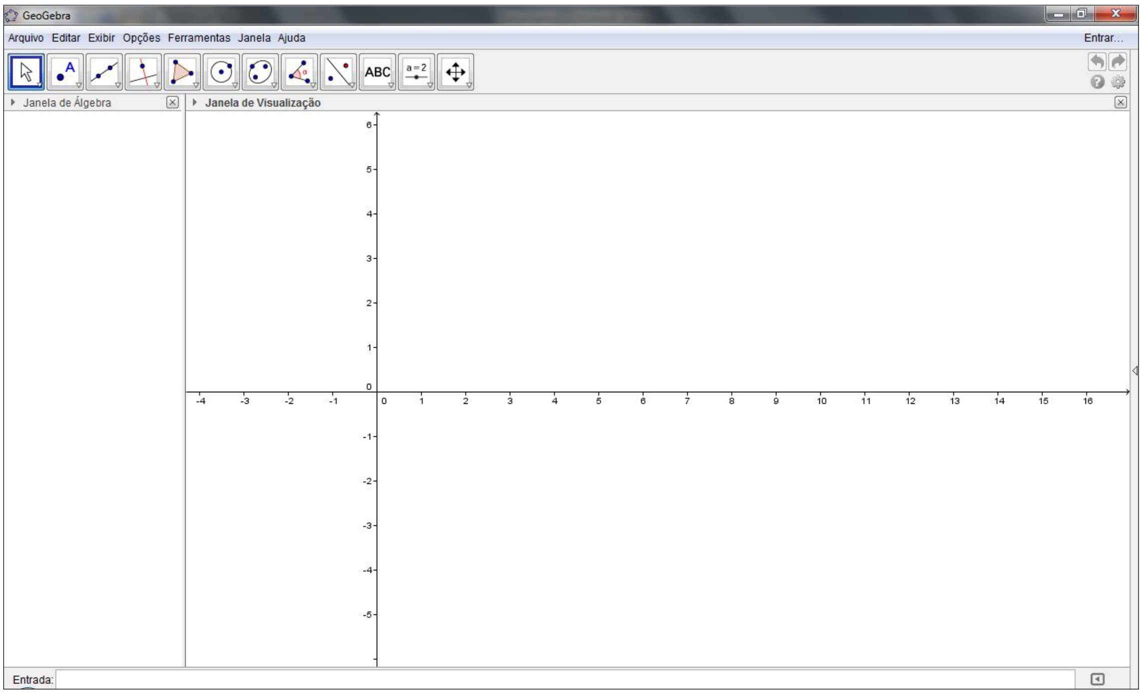
Explanação sobre a forma de trabalho da proposta.

Com os alunos divididos em *14* duplas, estabelecer um sistema de revezamento identificando assim o aluno que operará o computador em cada aula do cronograma.

Entregar um exemplar do material impresso a cada líder de grupo.

Utilizando os computadores abrir o software apresentar seus elementos principais descritos abaixo.

- Tela Inicial



Fonte: Elaborado pelo autor

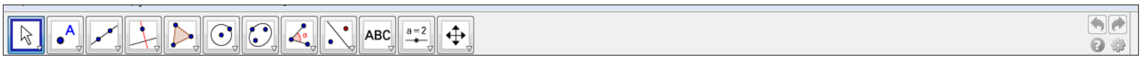
Na tela inicial temos

- Barra de Menu

Fonte: Elaborado pelo autor

A *Barra de Menu* é composta de sete itens de funções gerais de operação.

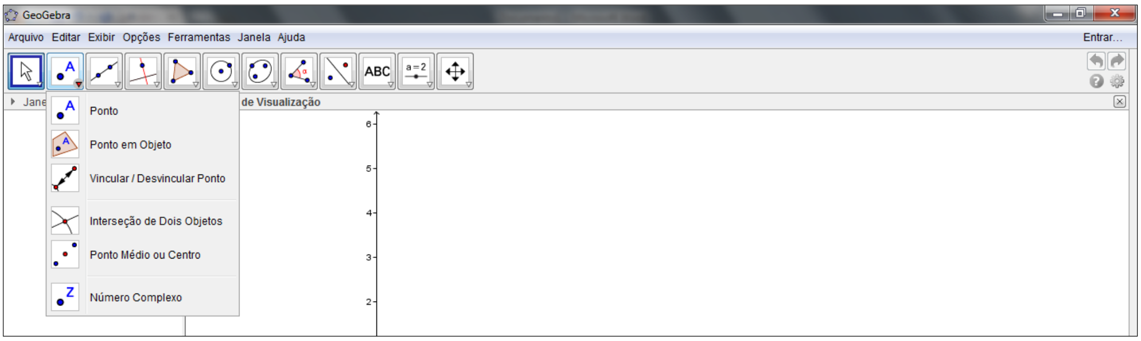
- Barra de Ferramentas



Fonte: Elaborado pelo autor

A *Barra de Ferramentas* do Geogebra está dividida em doze janelas como a representação acima.

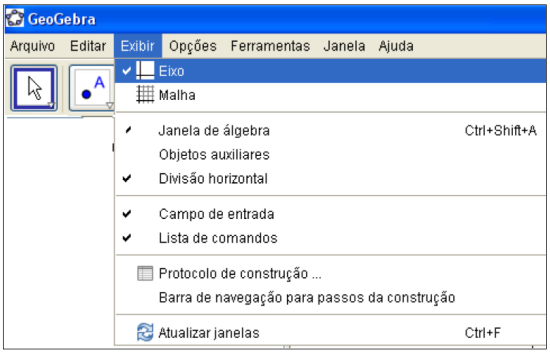
Cada janela possui um menu de ferramentas com um desenho e sua descrição que podem ser visualizadas clicando-se na seta localizada na parte inferior do ícone da janela. Como no exemplo da próxima figura.



Fonte: Elaborado pelo autor

Formato da tela a ser usado.

No menu *Exibir* desmarque as opções *Eixo* e *Janela de álgebra*.



Fonte: Elaborado pelo autor

Para as primeiras aulas suprimiremos da tela principal a Janela de Álgebra e na Tela de Visualização ocultaremos os eixos.

Avaliação

1) Verificar se as normas de utilização do Laboratório de informática foram cumpridas.
2) Verificar se a divisão dos grupos e a seleção do aluno operador foi respeitada.
3) Verificar se a utilização do material impresso, nesta aula, foi viável e proveitosa.
4) Verificar se a Tela Visualização foi configurada corretamente.

AULA 2 - PONTO, RETA E PLANO

Objetivos

Compreender as noções e representações dos entes primitivos, ponto, reta e plano através da inserção, nomeação, renomeação e movimentação desses elementos no plano (*Tela de Visualização*) do Geogebra.

Pré-requisitos

Conhecer as representações dos noções primitivas referentes a ponto, reta, plano.

Noções básicas de operação do software Geogebra.

Teoria

Segundo Euclides no *Livro 1* da sua famosa obra "*Os Elementos*":

Ponto é o que não tem partes, ou o que não tem grandeza alguma;

Reta é o que tem comprimento, mas não tem largura;

Plano é o que tem comprimento e largura, mas não tem espessura.

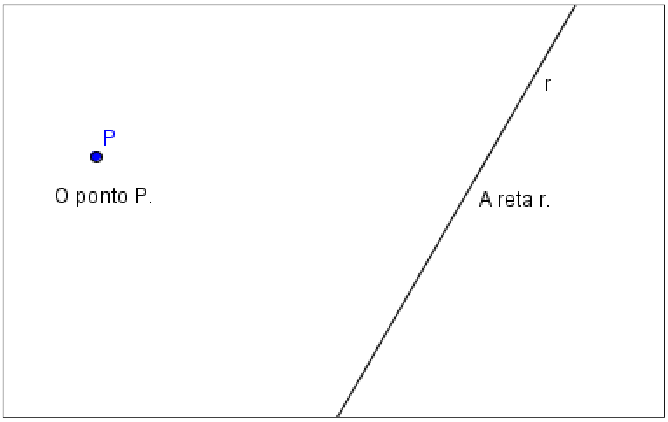
Rotulação (*Notação*)

Um ponto será rotulado com uma letra maiúscula do alfabeto oficial da língua portuguesa.

Uma reta, assim como qualquer de suas partes, será rotulada com uma letra minúscula do alfabeto oficial da língua portuguesa.

Um deve ser rotulado com uma letra minúscula do alfabeto grego, porém, iremos considerar a *Tela de Visualização* do Geogebra como um plano euclidiano desprovido de rotulação.

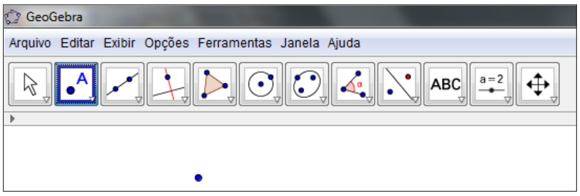
Notações Gráficas



Fonte: Elaborado pelo autor

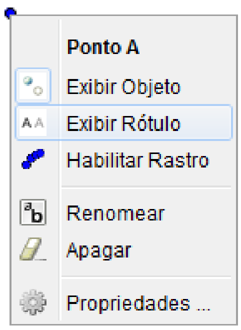
Construção Didática

Utilize a ferramenta  (*Ponto*), depois clique sobre algum lugar da tela de visualização do Geogebra inserindo um ponto.



Fonte: Elaborado pelo autor

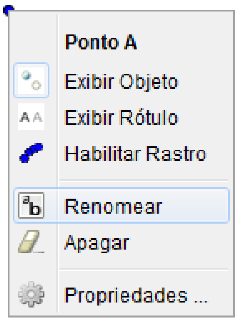
Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto inserido e selecione a opção *exibir rótulo* na janela que surgirá.



Fonte: Elaborado pelo autor

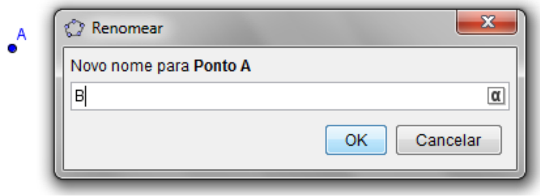
Você nomeou o ponto de A.

Clique novamente com o botão direito do mouse sobre o ponto A e selecione a opção renomear na janela que surgirá.

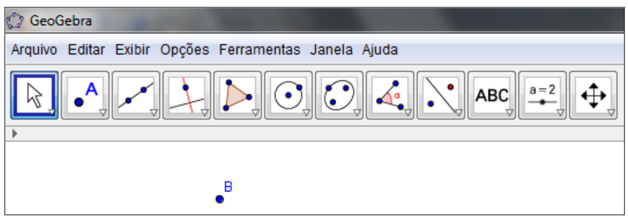


Fonte: Elaborado pelo autor

Na janela que surgiu digite B e clique no botão OK.



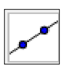
Fonte: Elaborado pelo autor

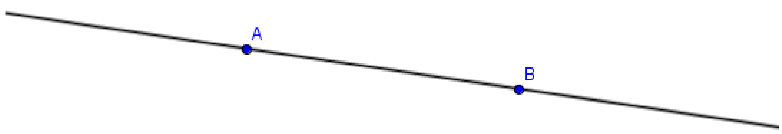


Fonte: Elaborado pelo autor

Você renomeou o ponto de A para B.

Insira outro ponto no plano do Geogebra e nomeio-o de A.

Utilize a ferramenta  ($Reta$), clique no ponto A e depois no ponto B.



Fonte: Elaborado pelo autor

Você inseriu uma reta no plano do Geogebra.

O plano será representado pela a $Tela\ de\ Visualização$ do Geogebra, doravante denominada, de $Plano\ de\ Visualização$.

Exercícios

1) Insira 4 pontos no plano do Geogebra, renomeie-os de L, E, O e N.

2) Insira todas as retas possíveis passando por dois desses pontos de cada vez.

3) Exiba os rótulos de todas as retas inseridas

4) Responda no caderno

   a) No item 3, em ordem alfabética, qual letra representa o último rótulo das retas a ser exibido?

   b) Quantas retas é possível construir com quatro pontos diferentes, passando cada reta por dois desses pontos?

Grave o trabalho

Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 3 - PONTO, RETA E SEGMENTO DE RETA (NOÇÕES BÁSICAS)

Objetivos

Compreender as noções básicas, envolvendo ponto e reta, reconhecer e inserir segmentos em uma reta;

Utilizar as ferramentas do software e identificar quais as ideais para inserir pontos em locais determinados e construir segmentos e retas de acordo com as características solicitadas.

Pré-requisitos.

Noção de ponto, reta, segmento de reta e operação básica de computador.

Construção Didática.

Insira uma reta no plano da *Tela de Visualização* e nomeie-a de a.

Nomeie os dois pontos de definição da reta a por A e B.

Entre os pontos A e B insira quantos pontos forem possíveis. Se necessário utilize a ferramenta  (*Ampliar*) da última janela.

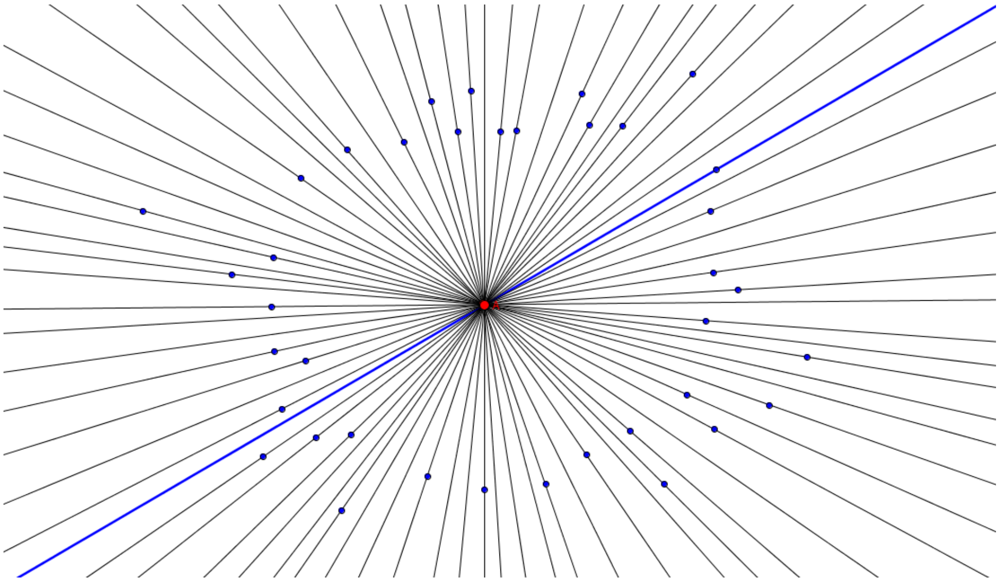
Tente perceber qual é o limite do número de pontos que você pode inserir entre dois pontos.

Insira um ponto no plano da *Tela de Visualização* e nomeie-o de A. Altere a cor e o tamanho deste ponto para maior.

Utilizando a ferramenta “*Reta*” insira uma reta clicando primeiro no ponto A e em qualquer lugar do plano. Altere a cor e a espessura desta reta.

Insira quantas retas conseguir, todas passando pelo ponto A, clicando no ponto A e em qualquer região do plano. Se necessário utilize a ferramenta  (*Reduzir*) da última Janela.

Tente perceber qual o número de retas que você poderá inserir obedecendo a essas condições.

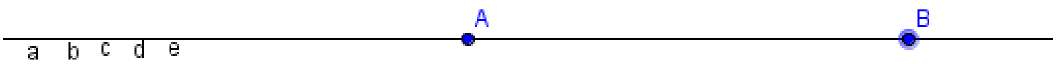


Fonte: Elaborado pelo autor

Construção Didática

Insira dois pontos no plano da *Tela de Visualização* e nomeie-os de A e B.

Utilizando a ferramenta "*Reta*", insira retas, todas elas passando pelos pontos A e B, clicando no ponto A e depois no ponto B.



Fonte: Elaborado pelo autor

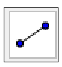
Tente perceber quantas retas diferentes é possível inserir obedecendo a essas condições.

Teoria

Duas retas são coincidentes se pertencem ao mesmo plano e possuem todos os pontos em comum.

Construção Didática

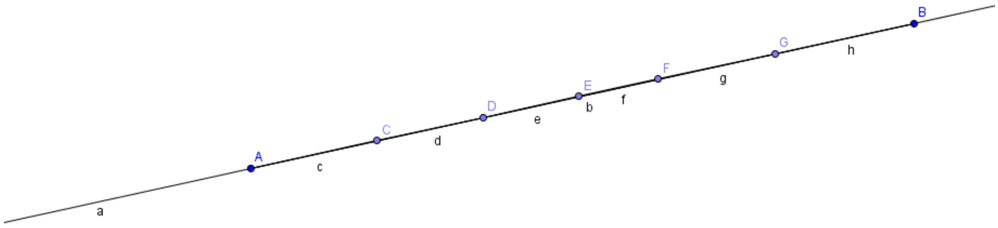
Insira uma reta, exiba os rótulos dos pontos A e B e nomeie a reta de a.

Utilize a ferramenta  (*Segmento*), insira o segmento AB e exiba o rótulo b.

No menu opções ative as opções:

Rotular $\rightarrow$ *Automático* $\rightarrow$ *Para Todos os Objetos Novos*.

Insira os segmentos AC, CD, DE, EF, FG e GB. Note que o Geogebra fará a nomeação automática dos segmentos.



Fonte: Elaborado pelo autor

Insira mais segmentos entre os já existentes. Se necessário utilize a ferramenta  (*Ampliar*) da última janela.

Tente perceber qual é o limite do número de segmentos que você pode inserir entre dois pontos.

Teoria

Em uma reta existem infinitos pontos.

Por um único ponto passam infinitas retas.

Por dois pontos distintos passa uma única reta.

Entre dois pontos distintos de uma reta existem infinitos pontos e, consequentemente, podemos determinar infinitos segmentos de reta.

Exercícios.

Responda no caderno

1) Quantos pontos é possível inserir entre dois pontos distintos de uma reta?

2) A partir de um ponto dado, quantas retas é possível construir?

3) Quantos segmentos de reta é possível construir entre dois pontos distintos de uma reta dada?

4) Dados dois pontos distintos, quantas retas podemos construir passando por esses dois pontos?

Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 4 - POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS RETAS NO PLANO

OBJETIVOS

Construir retas no plano e classifica-las quanto a suas posições relativas.

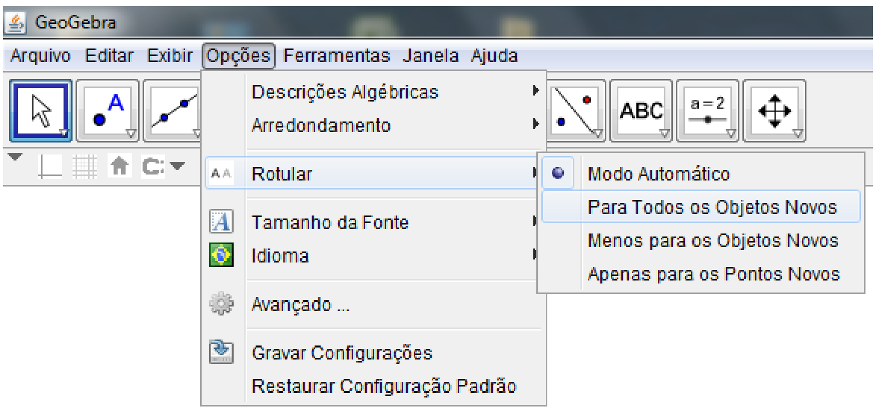
Pré-requisitos

Ponto, reta e plano.

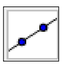
Construção Didática

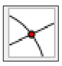
Clique com o botão direito do mouse sobre a reta, exiba o rótulo e depois renomeie a reta de r.

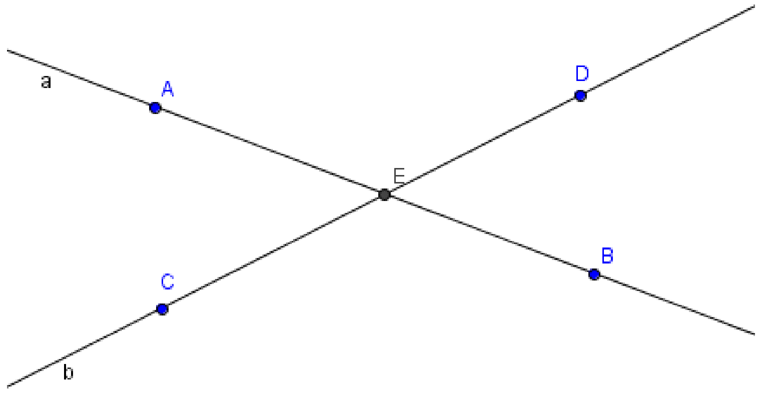
No menu *Opções*, selecione a opção *Rotular* e depois o item *Para Todos Objetos Novos*. Assim todos os objetos novos inseridos serão rotulados automaticamente.



Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta  (*Reta*), e insira uma reta a e depois uma reta b de modo que as retas se cruzem em um ponto qualquer.

Utilize a ferramenta  (*Interseção de Dois Objetos*) e clicando sucessivamente nas retas a e b, insira o ponto de interseção entre as retas.



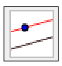
Fonte: Elaborado pelo autor

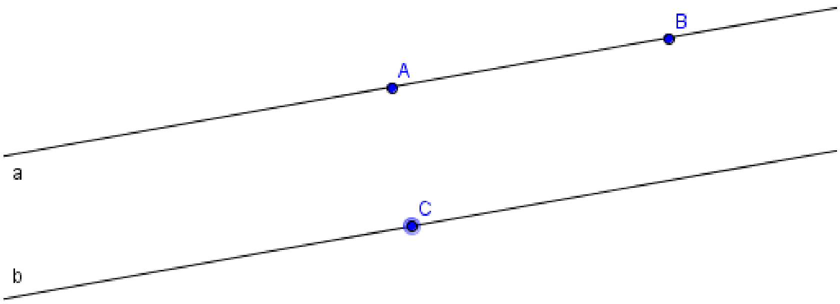
Você inseriu duas retas concorrentes no plano do Geogebra.

Teoria

Retas concorrentes são retas que têm um único ponto em comum.

Construção Didática

Insira uma reta a e usando a ferramenta  (*Reta Paralela*) insira uma reta b, paralela a reta a clicando na reta a e no plano do Geogebra.



Fonte: Elaborado pelo autor

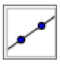
Teoria

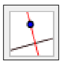
- Retas paralelas

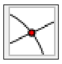
Duas retas são paralelas (*símbolo: //)* se, e somente se, são coincidentes (*iguais*) ou são coplanares e não tem nenhum ponto em comum.

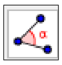
Construção Didática

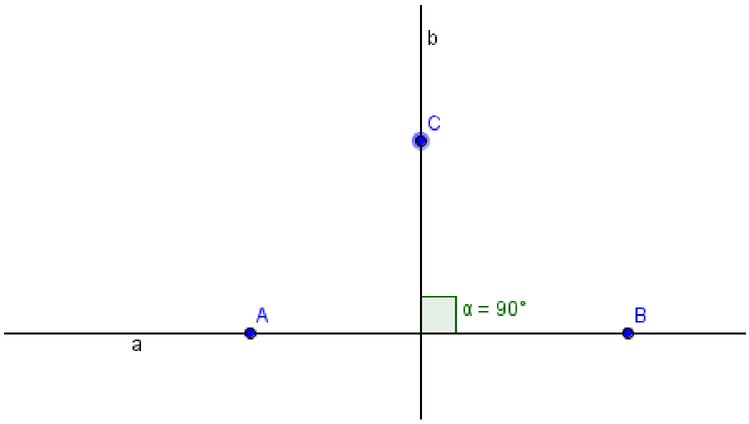
No menu *Opções* ative a opção rotular automaticamente para todos os objetos novos.

Utilize a ferramenta  (*Reta*), e pressionando a tecla *Alt* insira uma reta horizontal.

Utilize a ferramenta  (*Reta Perpendicular*) e clicando sobre a reta a, insira uma reta vertical b, passando por A.

Utilize a ferramenta  (*Interseção de Dois Objetos*) e clicando sucessivamente nas retas a e b, insira o ponto de interseção entre as retas.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e clique sucessivamente nas retas a e b, exibindo o ângulo α.



Fonte: Elaborado pelo autor

Você inseriu duas retas perpendiculares entre si no plano do Geogebra.

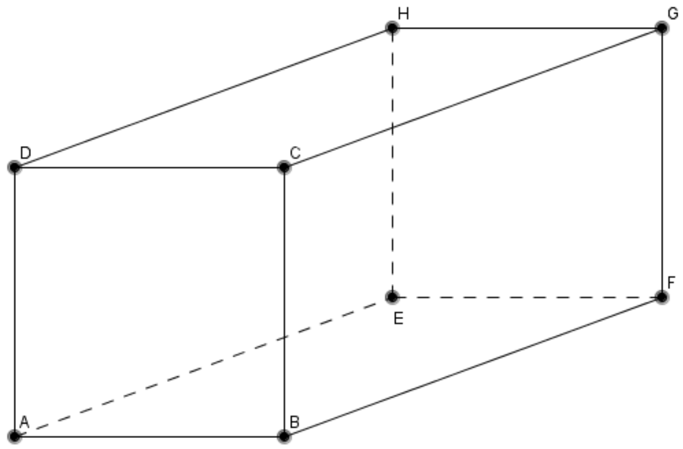
Teoria

Retas perpendiculares são retas concorrentes que se intersectam formando um ângulo de noventa graus $(\alpha = 90^o)$.

O plano será representado pela a *Tela de Visualização* do Geogebra, doravante denominada, de *Plano de Visualização*.

Exercícios

1) A figura abaixo representa tem todas as faces retangulares. Descreva se as retas que passas pelos pontos citados são paralelas ou perpendiculares.



a) AB e CD

b) AB e AD

c) BC e EH

d) CG e BF

e) DH e EH

Grave o trabalho

Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 5 - ÂNGULOS

Objetivos

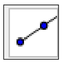
Construir, representar e medir ângulos. Analisar a relação entre dois ângulos suplementares e dois ângulos complementares.

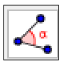
Pré-requisitos

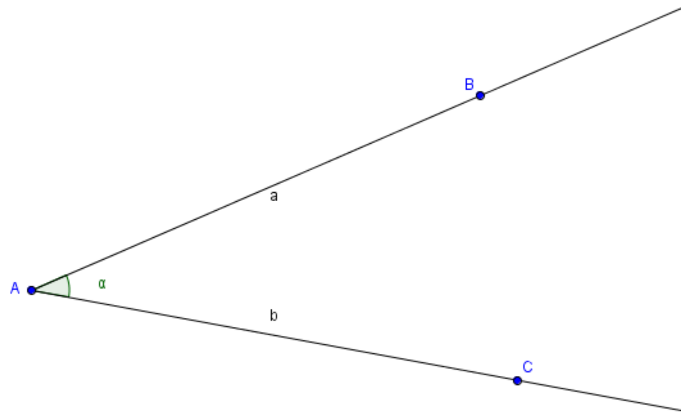
Posições relativas de duas retas e ângulos.

Construção Didática

No menu Opções ative a opção rotular automaticamente todos os objetos novos.

Utilize a ferramenta  (*Semirreta*) e insira uma semirreta a, contendo os pontos A e B. Agora insira uma semirreta b clicando sobre o ponto A da semirreta a e depois em qualquer parte do plano fora da reta a.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e clique, nos pontos C, A e B, exibindo o ângulo $C\hat{A}B = \alpha$.



Fonte: Elaborado pelo autor

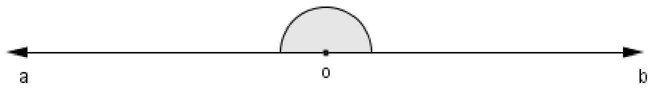
Teoria

O ponto A (*origem das semirretas*) é denominado vértice do ângulo.

As semirretas a e b são denominadas *lados do ângulo.*

Indica-se o ângulo por $B\hat{A}C$ ou $\hat{A}$, sua medida é o valor numérico α.

Se a e b são semirretas opostas, o ângulo chama-se *raso* ou *de meia volta*.



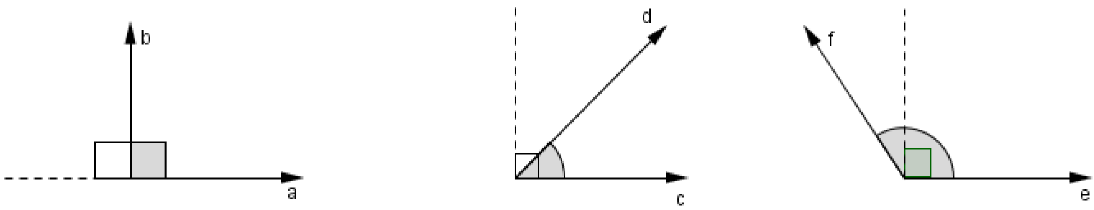
Fonte: Elaborado pelo autor

$\widehat{aob}$ é $raso$

Ângulo *reto* é todo ângulo congruente a seu suplementar adjacente.

Ângulo *agudo* é um ângulo menor que um ângulo reto.

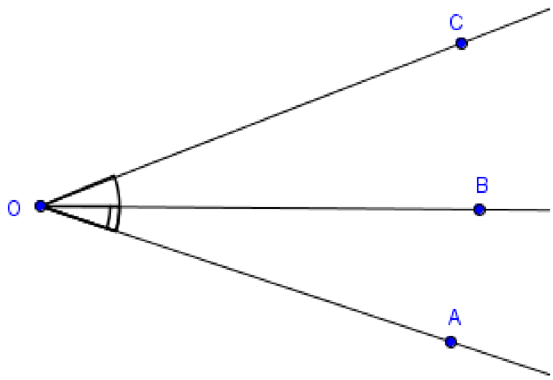
Ângulo *obtuso* é um ângulo maior que um ângulo reto.



Fonte: Elaborado pelo autor

$\widehat{ab}$ é $reto$ $\qquad$ $\widehat{cd}$ é $agudo$ $\qquad$ $\widehat{ef}$ é $obtuso$

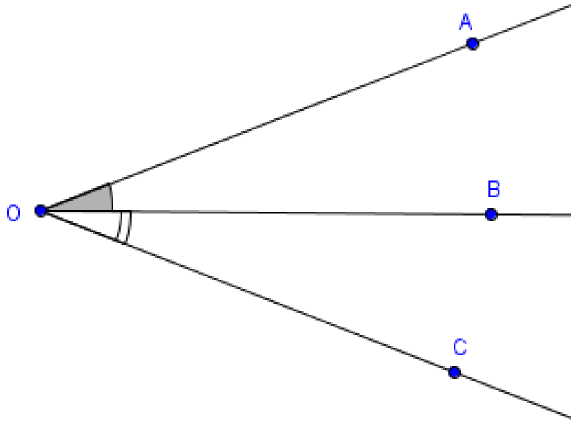
Dois ângulos são consecutivos se, e somente se, um lado de um deles é também lado do outro (*um lado de um deles coincide com um lado de outro*)



Fonte: Elaborado pelo autor

$A\hat{O}B$ e $A\hat{O}C$ são consecutivos ($\overrightarrow{OA}$ é o lado comum).

Dois ângulos consecutivos são adjacentes se, e somente se, não têm pontos internos comuns.



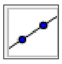
Fonte: Elaborado pelo autor

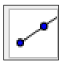
$A\hat{O}B \text{ e } B\hat{O}C \text{ são adjacentes } (\overrightarrow{OB} \text{ é o lado comum}).$

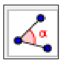
Grave o seu trabalho.

Construção Didática

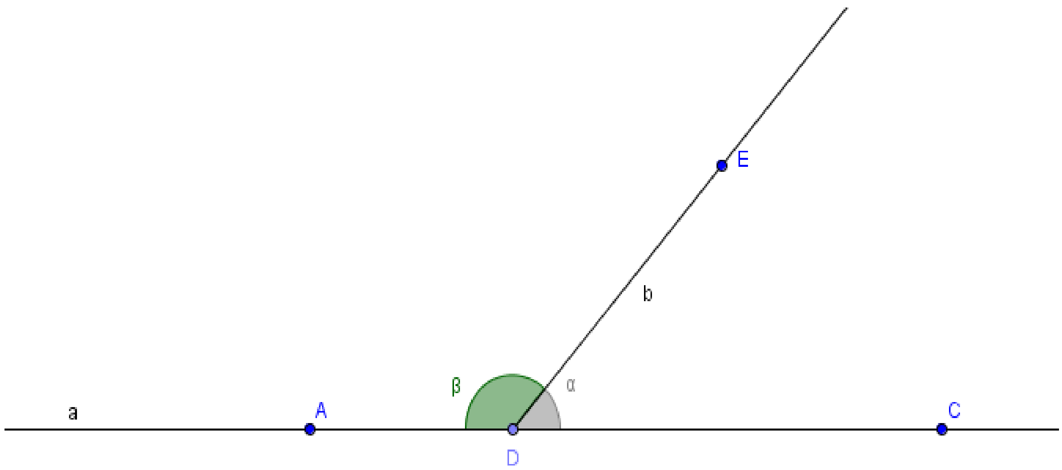
No menu *Opções* ative a opção rotular automaticamente todos os objetos novos.

Utilize a ferramenta  (*Reta*), e pressionando a tecla *Alt* insira uma reta horizontal a.

Utilize a ferramenta  (*Semirreta*) e clicando sobre a reta a, entre os pontos A e B e depois na região do *Plano de Visualização* acima da reta a, insira uma semirreta b.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e clique, nos pontos C, D e E, depois em E, D e A exibindo os ângulos α e β, respectivamente.

Altere a cor de um dos dois ângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor

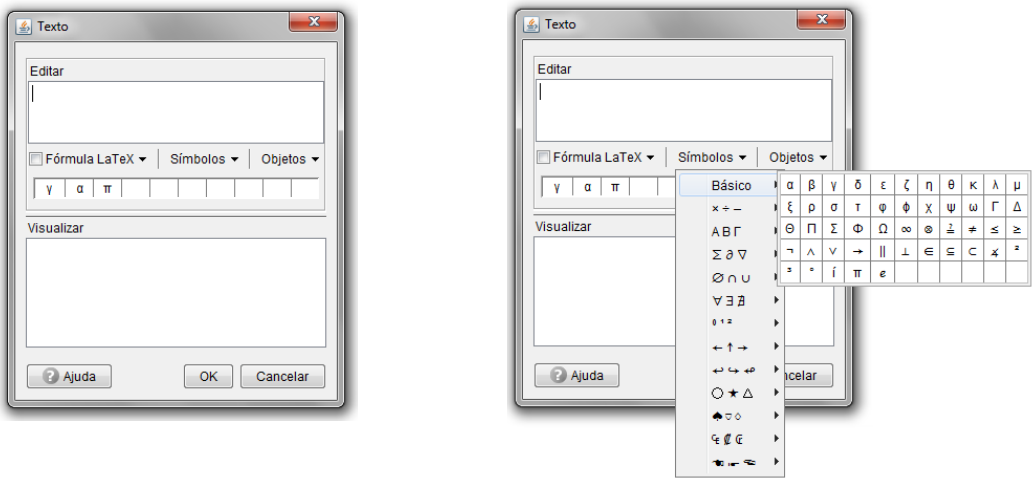
Vamos usar o Geogebra para verificar relações entre alguns dos ângulos.

Usaremos a notação $\rightarrow[A]$ para indicar clique no objeto A.

Após digitar um texto sempre marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Selecione a ferramenta  (*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

O texto será inserido na caixa de texto que surgirá no espaço *Editar*. Para inserir símbolos clique sobre *Símbolos*, selecione a opção *Básico* e clique sobre o símbolo desejado.



Fonte: Elaborado pelo autor

Escreva:

$\alpha+\beta=\rightarrow[\alpha]+\rightarrow[\beta]=\rightarrow[\alpha+\beta]$; marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Utilize a ferramenta  (*Mover*) e movimente o ponto E alterando os valores dos ângulos α e β. Verifique o valor da soma $\alpha+\beta$.

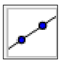
Grave o seu trabalho.

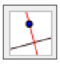
Teoria

Dois ângulos cuja soma de suas medidas é igual a 180º são *ângulos suplementares*.

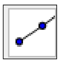
Construção Didática

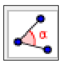
No menu *Opções* ative a opção rotular automaticamente todos os objetos novos.

Utilize a ferramenta  (*Reta*), e pressionando a tecla *Alt* insira uma reta horizontal a.

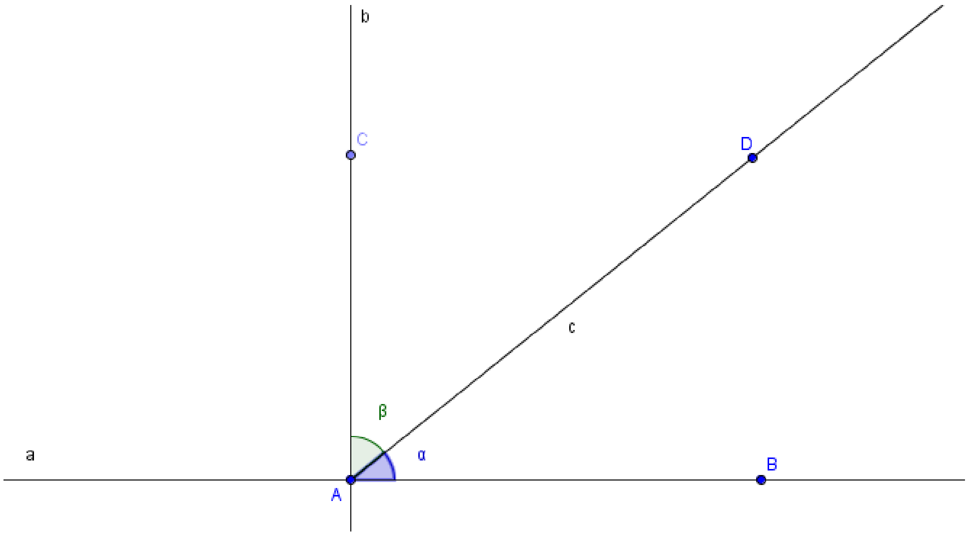
Utilize a ferramenta  (*Reta Perpendicular*) e clicando sobre a reta a, insira uma reta vertical b, passando por A.

Insira um ponto C, na reta b, acima do ponto A.

Utilize a ferramenta  (*Semirreta*), e clicando no ponto A da reta a e depois na região do *Plano de Visualização* entre as retas a e b, insira uma semirreta c.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e clique, nos pontos B, A e D, depois em D,A e C exibindo os ângulos α e β, respectivamente.

Altere a cor de um dos ângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor

Vamos usar o Geogebra para verificar relações entre alguns dos ângulos.

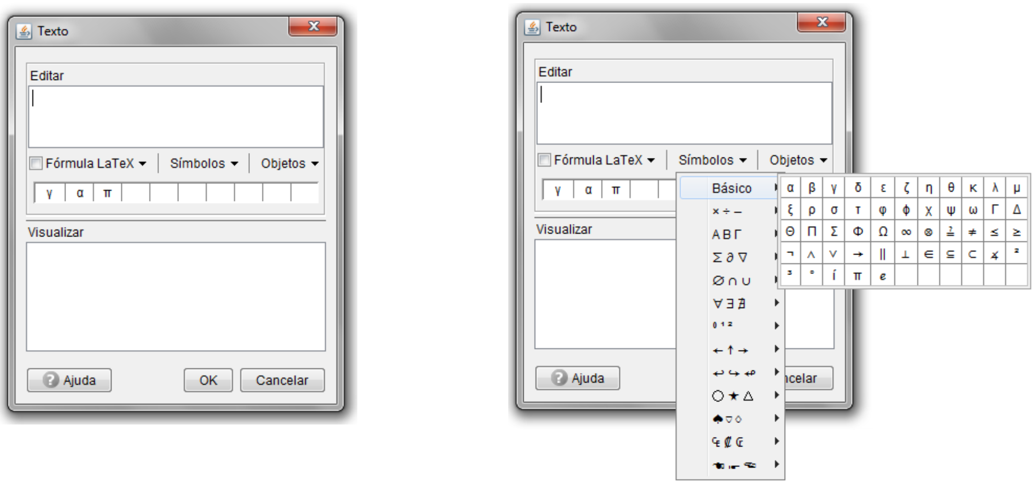
Usaremos a notação $\rightarrow[A]$ para indicar clique no objeto A.

Após digitar um texto sempre marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Selecione a ferramenta 

(*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

O texto será inserido na caixa de texto que surgirá no espaço *Editar*. Para inserir símbolos clique sobre *Símbolos*, selecione a opção *Básico* e clique sobre o símbolo desejado.



Fonte: Elaborado pelo autor

Escreva:

$\alpha+\beta=\rightarrow[\alpha]+\rightarrow[\beta]=\rightarrow[\alpha+\beta]$; marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Utilize a ferramenta  (*Mover*) e movimente o ponto E alterando os valores dos ângulos α e β. Verifique o valor da soma $\alpha+\beta$.

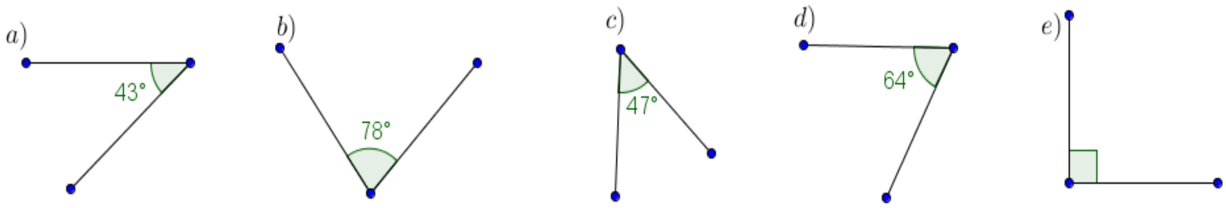
Grave o seu trabalho.

Teoria

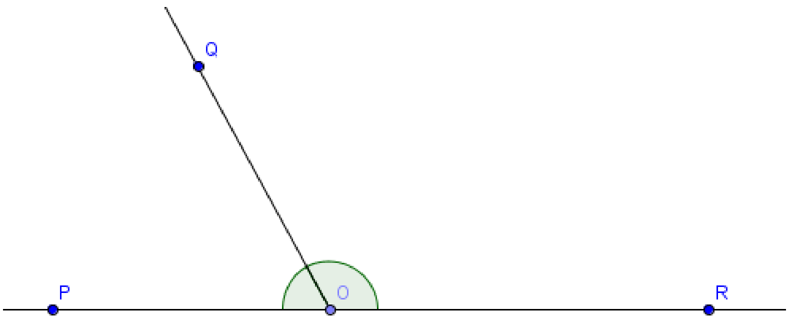
Dois ângulos cuja soma de suas medidas é igual a 90^o são ângulos complementares.

Exercícios

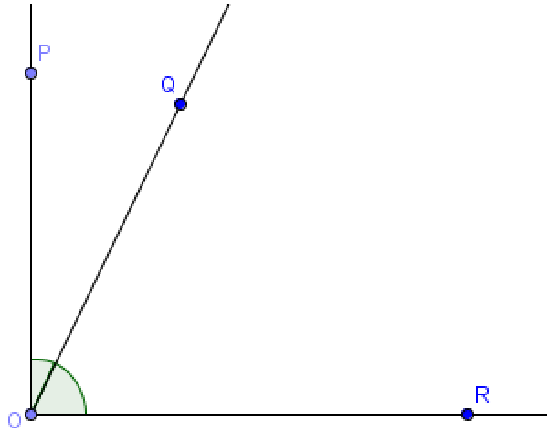
1) Determine as medidas dos ângulos complementares e suplementares de cada ângulo a seguir.



2) Calcule as medidas de $P\hat{O}Q$ e $R\hat{O}Q$ sabendo que $R\hat{O}Q$ mede o dobro de $P\hat{O}Q$.



3) Os ângulos $P\hat{O}Q$ e $R\hat{O}Q$ são complementares. Calcule as medidas de $P\hat{O}Q$ e $R\hat{O}Q$ sabendo que $R\hat{O}Q$ mede o dobro de $P\hat{O}Q$.



Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 6 - ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

Objetivos

Construir retas concorrentes, representar e medir ângulos.

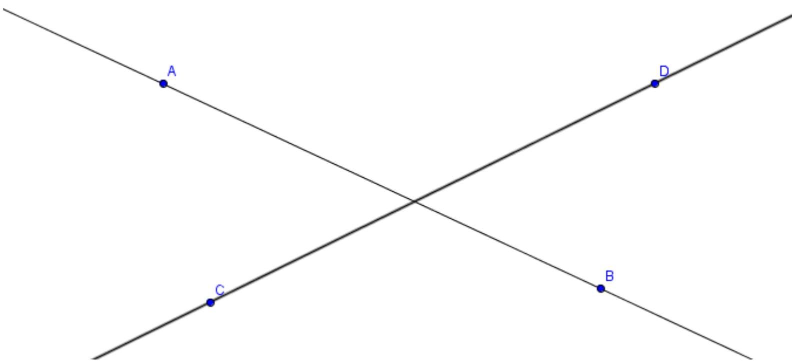
Medir e analisar ângulos opostos pelo vértice e adjacentes.

Pré-requisitos

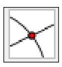
Posições relativas de duas retas e ângulos suplementares.

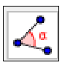
Construção Didática

Construa duas retas concorrentes de forma que o ponto de interseção entre elas seja distinto dos pontos usados para construir as retas.

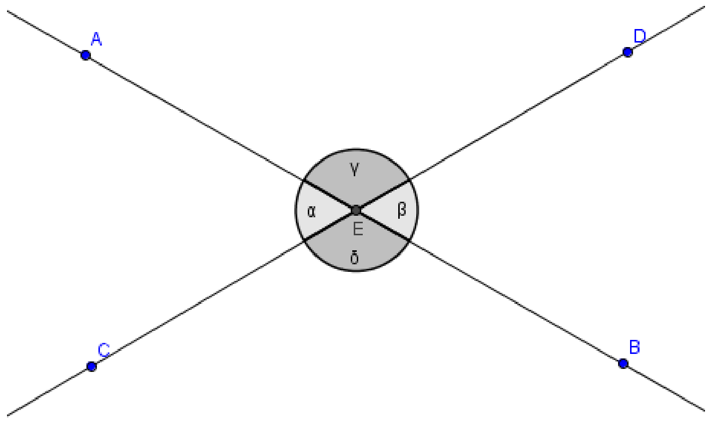


Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta  ($Interseção\ de\ Dois\ Objetos$) e insira o E ponto de interseção entre as retas.

Utilize a ferramenta  ($Ângulo$) e clique, nos pontos A, E e C, exibindo o ângulo $A\hat{E}C = \alpha$, depois nos pontos B, E e D, exibindo o ângulo $B\hat{E}D = \beta$, depois nos pontos D, E e A, exibindo o ângulo $D\hat{E}A = \gamma$, e, finalmente, nos pontos C, E e B, exibindo o ângulo $C\hat{E}B = \delta$, todos com suas respectivas medidas.

Escolha uma cor diferente para os ângulos α e β e altere a cor os ângulos γ e δ de modo que os ângulos opostos pelo vértice tenham cores iguais.



Fonte: Elaborado pelo autor

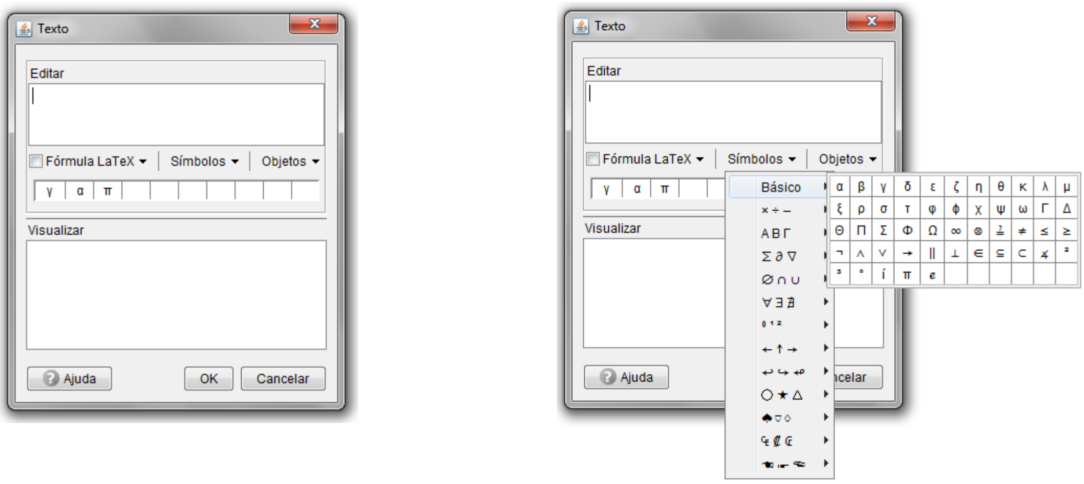
Vamos usar o Geogebra para verificar relações entre alguns dos ângulos.

Usaremos a notação $\rightarrow[A]$ para indicar clique no objeto A.

Após digitar um texto sempre marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Selecione a ferramenta  (*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

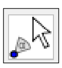
O texto será inserido na caixa de texto que surgira, no espaço Editar. Para inserir símbolos clique sobre *Símbolos*, selecione a opção *Básico* e clique sobre o símbolo desejado.



Fonte: Elaborado pelo autor

Escreva:

$\alpha+\gamma=\rightarrow[\alpha]+\rightarrow[\gamma]=\rightarrow[\alpha+\gamma]$; marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Utilize a ferramenta  (*Rotação em Torno de um Ponto*) e clique no ponto E, e depois movimente (*girando em torno do ponto E*) um dos pontos A, B, C ou D, sem cruzar as retas.

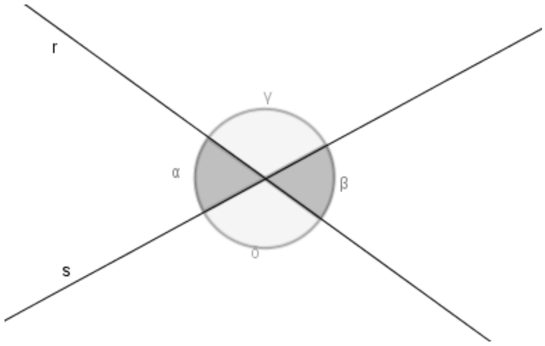
Compare os valores dos pares de ângulos α e β e depois γ e δ. Tente perceber alguma regularidade nas medidas dos ângulos.

Teoria

Ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.

Demonstração

Sejam r e s, duas retas concorrentes e sejam α, β, γ e δ as medidas ângulos determinados por r e s conforme a figura.



Fonte: Elaborado pelo autor

Temos que:

$\alpha + \gamma = 180º$ (*ângulos suplementares*);

$\beta + \gamma = 180º$ (*ângulos suplementares*).

Logo $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$ (*).

Somando $-\gamma$ aos dois membros de (*) temos $\alpha + \gamma - \gamma = \beta + \gamma - \gamma \Rightarrow \alpha = \beta$.

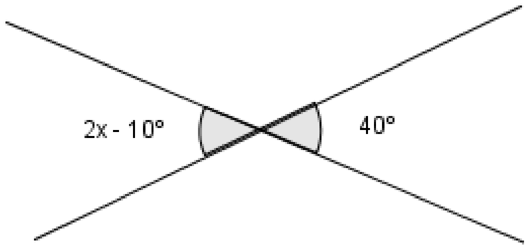
Analogamente se demonstra que $\gamma = \delta$.

Portanto, ângulos opostos pelo vértice tem medidas iguais.

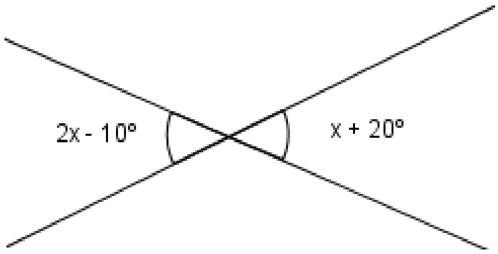
Exercícios

1) Determine o valor de x nos casos

f)

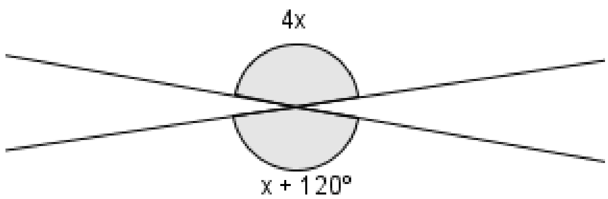


g)

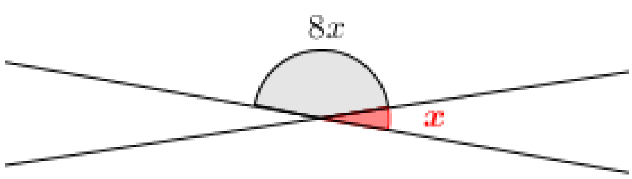


2) Determine as medidas dos ângulos assinalados nas figuras abaixo.

a)



b)



Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 7 - ÂNGULOS DETERMINADOS POR UMA TRANSVERSAL INTERSECTADA POR DUAS PARALELAS

Objetivos

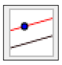
Construir retas paralelas e concorrentes a uma reta dada, representar e medir ângulos.

Medir e analisar ângulos opostos pelo vértice, adjacentes, correspondentes, colaterais internos, colaterais externos, alternos internos e alternos externos.

Pré-requisitos

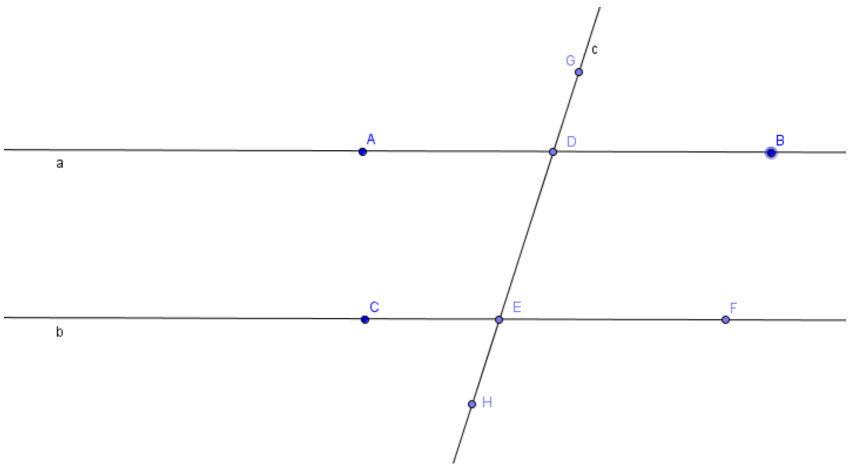
Posições relativas de duas retas e ângulos.

Construção Didática

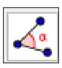
Insira uma reta a e usando a ferramenta  (*Reta Paralela*) insira uma reta b, paralela a reta a clicando na reta a e no plano do Geogebra.

Insira uma reta c concorrente às retas a e b, clicando sobre as retas a e b.

Insira um ponto sobre a reta b à direita do ponto E (*interseção das retas b e c*) e na, reta c insira dois pontos um acima do ponto D e outro abaixo do ponto E.



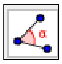
Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e clique, respectivamente, nos pontos B,

D, G, F, E e D, exibindo os ângulos α e β com suas respectivas medidas.

Utilize a ferramenta  ($Mover$) e clique no ponto E, e depois movimente-o sobre a reta b, ou clique no ponto D e movimente-o sobre a reta a.

Observe o que acontece com os valores das medidas dos ângulos α e β.

Utilize a ferramenta  ($\hat{A}ngulo$) e exiba todos os ângulos formados na figura.

Utilize a ferramenta  ($Mover$) e clique no ponto E, e depois movimente-o sobre a reta b, ou clique no ponto D e movimente-o sobre a reta a.

Observe o que acontece com os valores das medidas dos ângulos.

Teoria

- Retas paralelas

Duas retas são paralelas (*símbolo: //)* se, e somente se, são coincidentes (*iguais*) ou são coplanares e não tem nenhum ponto em comum.

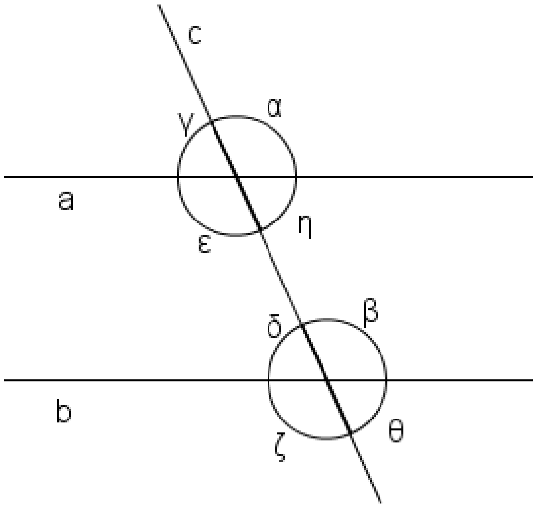
- Unicidade da paralela – postulado de Euclides

Por um ponto passa uma única reta paralela a uma reta dada.

- Existência da paralela

Se duas retas coplanares distintas e uma transversal determinam ângulos alternos (*ou ângulos correspondentes*) congruentes, então essas duas retas são paralelas.

Sejam a e b duas retas distintas, paralelas ou não, e c uma reta concorrente com a e b:



Fonte: Elaborado pelo autor

Dos oito ângulos determinados por estas retas, indicados na figura acima, chamam-se ângulos:

Correspondentes: α e β, γ e δ, ε e ζ, η e θ;

Alternos internos: ε e β, η e δ;

Alternos externos: α e ζ, γ e θ;

Colaterais internos: ε e δ, η e β;

Colaterais externos: α e θ, γ e ζ.

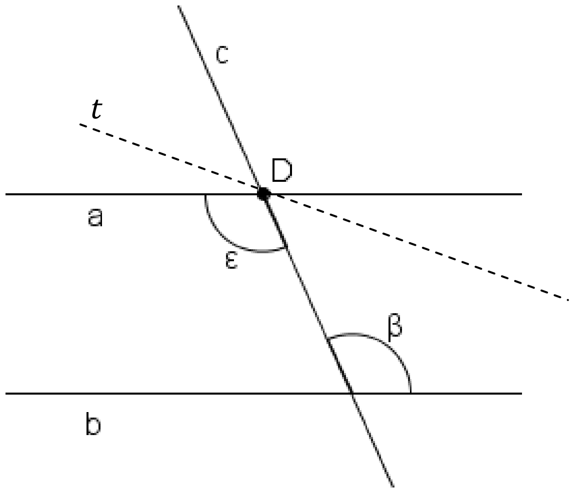
Sabemos que todos os ângulos opostos pelo vértice são congruentes, assim: $\alpha \equiv \varepsilon$, $\gamma \equiv \eta$, $\beta \equiv \zeta$ e $\delta \equiv \theta$.

Sabemos que todos os ângulos adjacentes assim determinados são suplementares, assim as somas: $\alpha + \gamma$, $\alpha + \eta$, $\varepsilon + \gamma$, $\varepsilon + \eta$, $\beta + \theta$, $\beta + \delta$, $\zeta + \theta$ e $\zeta + \delta$, são todas iguais a 180^o.

Teorema

Se duas retas paralelas distintas intersectam uma transversal, então os ângulos alternos (*ou os ângulos correspondentes*) são congruentes.

Demonstração:



Fonte: Elaborado pelo autor

Hipótese *Tese*

$a \neq b$, $a // b \;\Rightarrow\; \beta \equiv \varepsilon$

Se ε e β não fossem congruentes, existiria uma reta t, distinta de a, passando por D, $\{D\} = b \cap c$, tal que:

$\widehat{tc} = \varepsilon'$ alterno de β e $\varepsilon' \equiv \beta$.

Pelo teorema da existência temos que:

$\varepsilon' \equiv \beta \;\Rightarrow\; t // b$.

Por D teríamos duas retas distintas t e a, ambas paralelas à reta b, o que é absurdo, pois contraria o postulado das paralelas.

Da demonstração acima podemos concluir que, na Figura 1 acima:

Todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais;

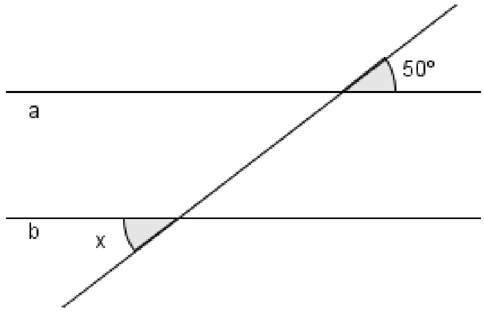
Todos os ângulos colaterais externos ($ou\ internos$) são suplementares;

Todos os ângulos alternos externos ($ou\ internos$) são suplementares.

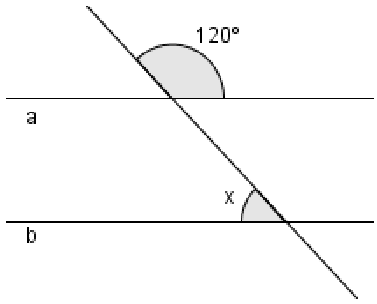
Exercícios

1) Sendo a reta a paralela à reta b, determine x nos casos:

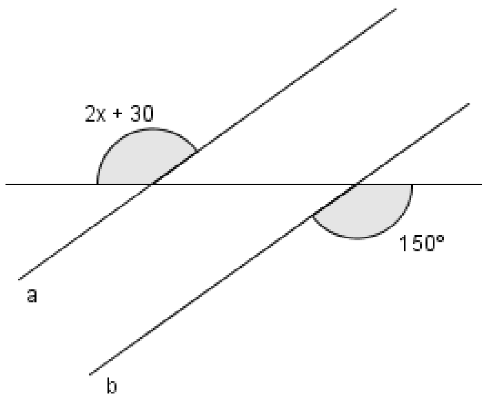
a)



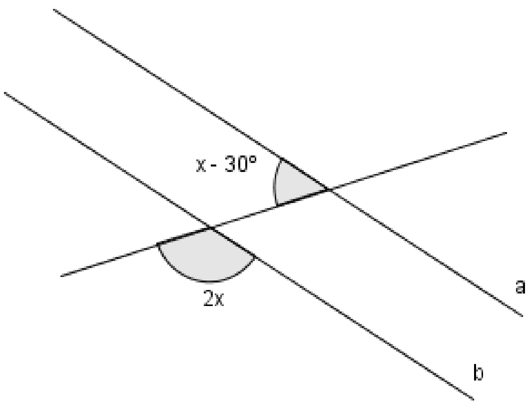
b)



c)



d)



Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 8 - SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO QUALQUER.

Objetivos

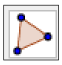
Entender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180^o. Conhecer a demonstração dessa propriedade.

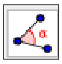
Pré-requisitos

Ângulos formados por uma transversal intersectada pro duas retas paralelas.

Construção Didática

Ative a rotulação automática, para todos os objetos novos.

Utilize a ferramenta  (*Polígono*) e insira no plano do Geogebra um triângulo ABC qualquer.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e exiba todos os ângulos internos do triângulo.

Vamos usar o Geogebra para verificar a soma dos ângulos internos do triângulo.

Usaremos a notação $\rightarrow[A]$ para indicar clique no objeto A.

Utilize a ferramenta  (*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

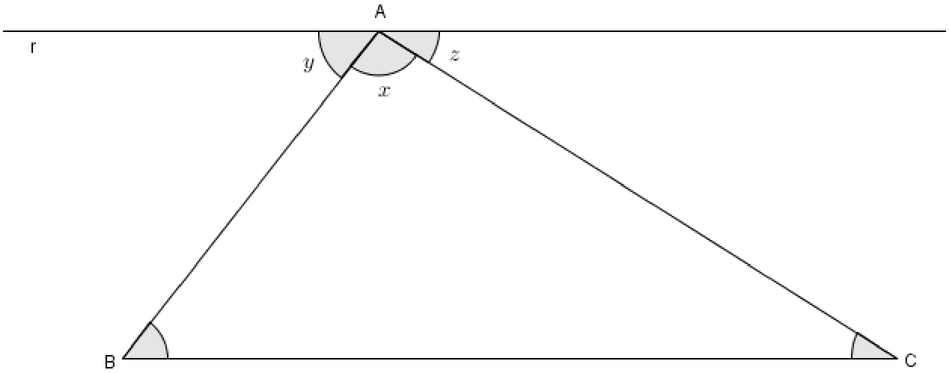
Na caixa de texto digite:

$\alpha+\beta+\gamma=\rightarrow[\alpha]+\rightarrow[\beta]+\rightarrow[\gamma]=\rightarrow[\alpha+\beta+\gamma]$; Após digitar o texto marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Utilize a ferramenta  (*Mover*) e movimente os vértices do triângulo alterando os valores dos ângulos. Verifique o valor da soma dos ângulos internos dos vários triângulos diferentes assim obtidos.

Demonstração

Considere um triângulo ABC qualquer. Pelo ponto A, podemos sempre traçar uma única reta r paralela ao lado BC obtendo os ângulos $\hat{x},\ \hat{y},\ \hat{z}$, tal que $x + y + z = 180^o$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Podemos notar que:

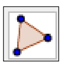
x é a medida do ângulo A $(m(A))$;

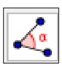
y é a medida do ângulo B $(m(B))$, pois $\hat{y}$ e $\hat{B}$ são ângulos alternos internos, e a reta r é paralela à reta $\overleftrightarrow{BC}$;

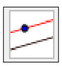
z é a medida do ângulo C $(m(C))$, pois $\hat{z}$ e $\hat{C}$ são ângulos alternos internos, e a reta r é paralela à reta $\overleftrightarrow{BC}$;

Se $x + y + z = 180^o$, então podemos concluir que $m(A) + m(B) + m(C) = 180^o$.

Demonstração no Geogebra

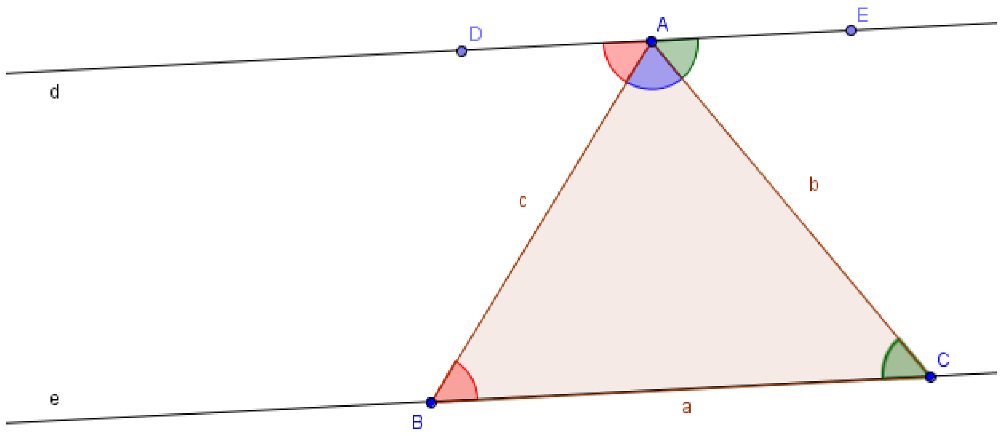
Utilize a ferramenta  $(Polígono)$ e insira no plano do Geogebra um triângulo ABC qualquer.

Utilize a ferramenta  $(\hat{A}ngulo)$ e exiba todos os ângulos internos do triângulo.

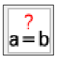
Utilize a ferramenta  $(Reta\ Paralela)$ e insira uma reta d paralela ao lado BC do triângulo passando pelo ponto A.

Utilize novamente a ferramenta $Reta\ Paralela$, e insira uma reta paralela à reta d passando pelos pontos B e C.

Insira dois pontos D e E sobre a reta d, respectivamente à esquerda e à direita do ponto A.



Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta 

(*Relação*) e clique nos ângulos CBA e BAD para analisar a relação entre eles. Analise também a relação entre os ângulos ACB e CAE.

Constate que os ângulos analisados são congruentes (*Alternos internos*).

Utilize a ferramenta 

(*Texto*) para somar as medidas dos ângulos BAD, BAC e CAE. Constate que a soma das medidas dos ângulos é igual a 180^o.

Exercícios

1) Responda

a) SE o ΔABC tem $\hat{A}$ de 47^o e $\hat{B}$ de 103^o, qual é a medida do $\hat{C}$?

b) Se os três ângulos internos de um triângulo são congruentes (*de medidas iguais*), qual é a medida de cada ângulo?

2) Em um ΔEFG, o ângulo $\hat{E}$ mede 40^o a mais do que o ângulo $\hat{F}$, e o ângulo $\hat{G}$ mede o dobro de $\hat{E}$. Calcule as medidas de $\hat{E}$, $\hat{F}$ e $\hat{G}$.

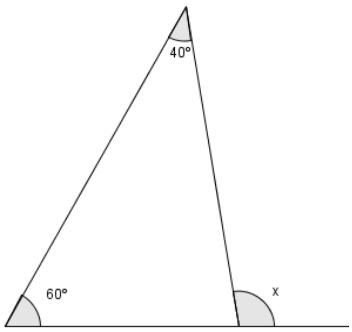
3) É possível desenhar um triângulo cujos ângulos internos medem 90^o, 50^o e 60^o? Justifique sua resposta.

4) Um triângulo pode ter:
   a) Dois ângulos internos retos? Por quê?

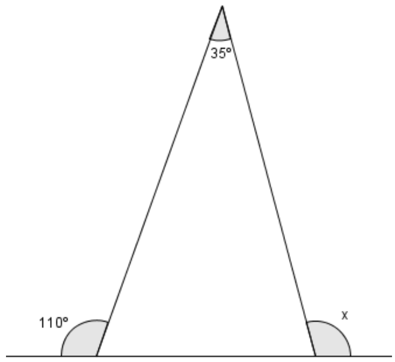
   b) Um ângulo interno agudo, um obtuso e um reto? Por quê?

5) Determine o valor de x, em graus, e calcule as medidas dos ângulos internos desconhecidos.

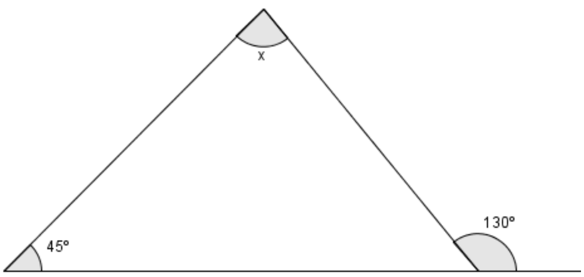
a)



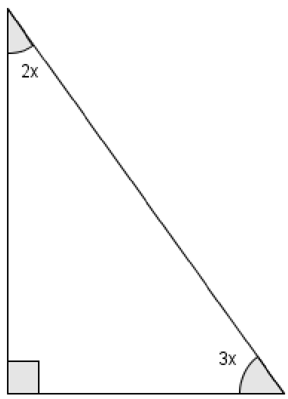
c)



b)



d)



Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 9 - RELAÇÃO QUE ENVOLVE AS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Objetivo

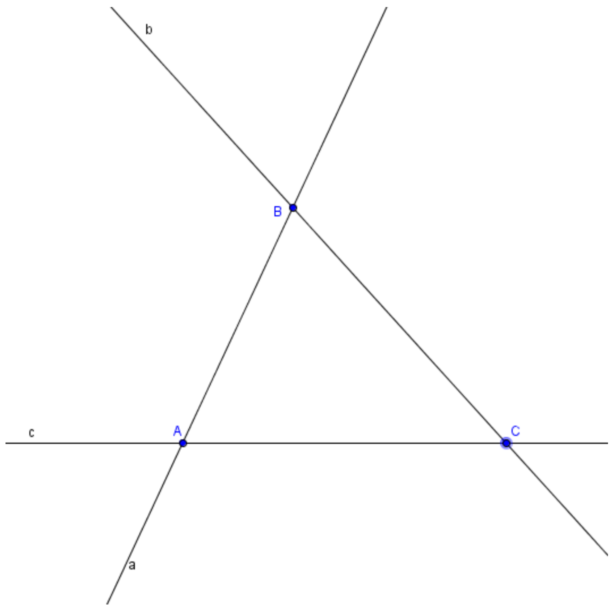
Verificar a relação entre a medida de um ângulo externo e as medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele em um triângulo

Pré-requisitos

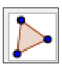
Soma dos ângulos internos de um triângulo e ângulos suplementares.

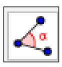
Construção Didática

Com a rotulação automática para todos os objetos novos ativada, insira três pontos não colineares A, B e C e construa um triângulo ABC, inserindo três retas concorrentes a, b e c, passando pelos pontos inseridos.

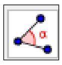


Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta  ($Polígono$) e destaque o triângulo ABC clicando nos pontos A, B, C e, novamente, em A.

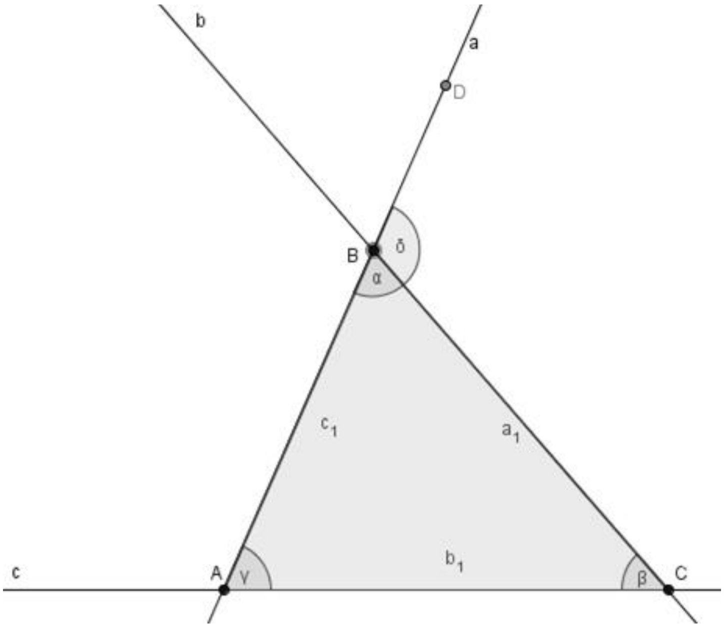
Utilize a ferramenta  ($Ângulo$) e exiba todos os ângulos internos do triângulo.

Insira um ponto D na reta a, de modo que o ponto B fique entre A e D.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e, clicando nos pontos C, B e D, exiba o ângulo externo δ.

Clique com o botão direito do mouse em algum objeto e depois clique em propriedades.

Na parte esquerda da janela "*Preferências*" clique em ângulo e na guia *Básico* na opção *Exibir Rótulo* escolha o item *Nome* e depois feche a janela



Fonte: Elaborado pelo autor.

.

Utilize a ferramenta  (*Texto*) para somar as medidas dos ângulos γ e β.

Escreva: $\gamma+\beta=\rightarrow[\gamma]+\rightarrow[\beta]=\rightarrow[\gamma+\beta]$

Utilize a ferramenta  (*Texto*) para exibir a medida do ângulo δ.

Escreva: $\delta=\rightarrow[\delta]$

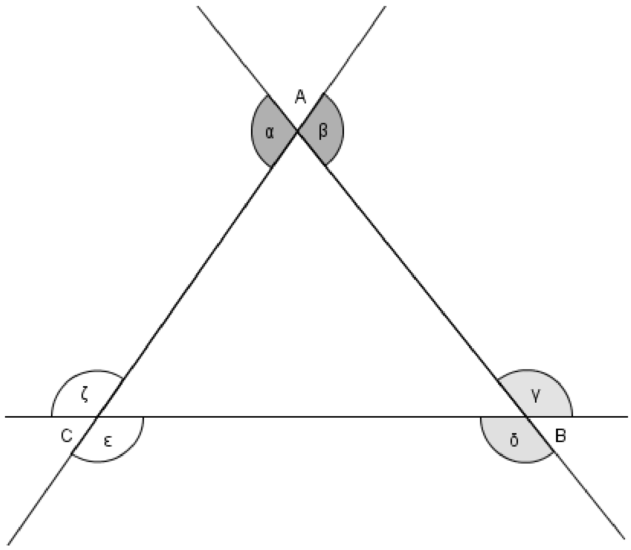
Utilize a ferramenta  (*Mover*) e movimente os vértices do triângulo alterando os valores dos ângulos. Compare o valor da soma dos ângulos γ e β com o valor do ângulo δ.

Teoria

Ângulo externo de um triângulo é o ângulo formado pelo prolongamento de um dos lados e um lado do triângulo.

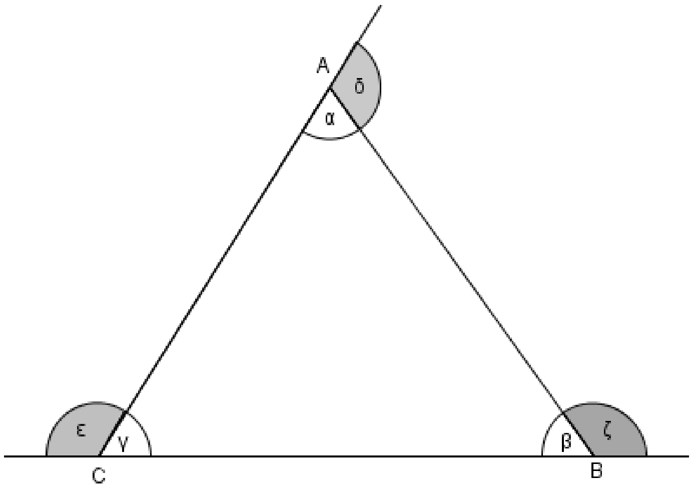
Na figura os ângulos α, β, γ, δ, ζ e ε são externos ao triângulo ABC.

Note que α e β, γ e δ e ζ e ε, são, aos pares, congruentes, pois são ângulos opostos pelo vértice. Logo podemos destacar apenas um ângulo externo por vértice para verificação de propriedades e cálculo.



Fonte: Elaborado pelo autor

No triângulo ABC da figura temos que $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ ($soma\ dos\ \hat{a}ngulos\ internos\ do\ tri\hat{a}ngulo$) e que $\alpha + \delta = 180^0$ (*ângulos suplementares*).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparando as duas igualdades, temos que $\delta = \beta + \gamma$, onde δ é a medida do ângulo externo e β e γ são as medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

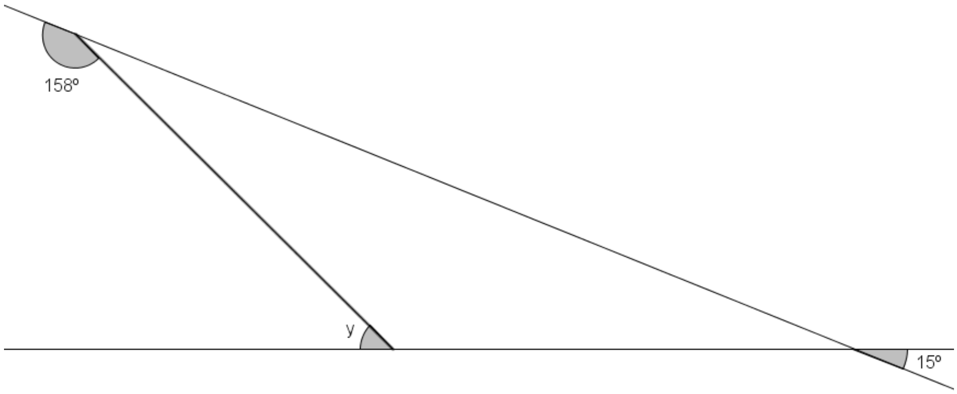
Analogamente podemos mostrar que $\varepsilon = \alpha + \beta$ e que $\zeta = \alpha + \gamma$. Assim demonstramos que:

Em todo triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Exercícios

1) Em um triângulo, um ângulo externo mede $120\,^{o}$. Qual é a medida dos dois ângulos internos não adjacentes a ele sabendo que eles têm a mesma medida?

2) Observe a figura e calcule o valor de y:



3) Em um triângulo ABC, dois dos ângulos externos medem 177^{o} e 153^{o}. Determine a medida dos ângulos internos e escreva o tipo do triângulo quanto aos ângulos.

Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 10 - CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM TRIÂNGULO

Objetivos

Verificar as relações entre os lados de um triângulo que determinam a condição de existência do polígono.

Pré-requisitos

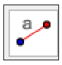
Conhecer as características de um triângulo, número de lados, ângulos e vértices.

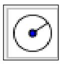
Noções de operação em micro.

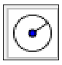
Construção Didática

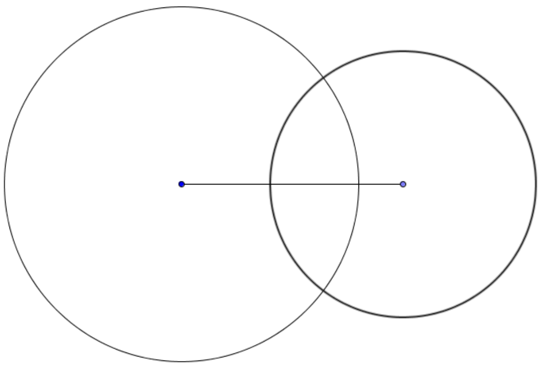
Inicialmente vamos analisar o processo de construção de um triângulo ABC dadas as medidas dos seus três lados.

Vamos construir um triângulo de lados $5cm$, $4cm$ e $3cm$.

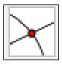
Utilize a ferramenta  ($Segmento\ Com\ Comprimento\ Fixo$) e insira um ponto A que será o primeiro extremo do segmento. Na caixa de diálogo que se abrirá insira o valor do comprimento do segmento, digite 5 e de OK.

Utilize a ferramenta  ($Círculo\ dados\ Centro\ e\ Raio$) e clique em um dos pontos do segmento. Na caixa de diálogo que se abrirá digite 4 e dê Ok.

Utilize novamente a ferramenta  ($Círculo\ dados\ Centro\ e\ Raio$) e clique no outro ponto do segmento. Na caixa de diálogo que se abrirá digite 3 e dê Ok.

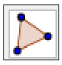


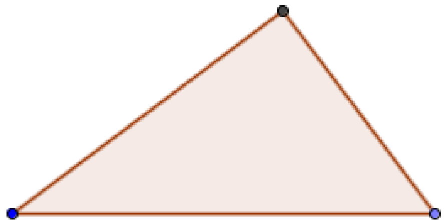
Fonte: Elaborado pelo autor

Utilize a ferramenta  (*Interseção de Dois Objetos*) e clique nos dois círculos.

Clique com o botão direito do mouse sobre um dos pontos de interseção dos círculos e na janela que surgiu escolha a opção *Exibir Objeto*, ocultando um dos pontos.

Repita os passos anteriores ocultando os dois círculos.

Utilize a ferramenta  (*Polígono*) e insira o triângulo formado pelos três pontos do plano.



Fonte: Elaborado pelo autor

Exercício

1) Seguindo os passos da construção do triângulo da figura anterior, construa, se possível, triângulos com as medidas dos lados dadas na tabela:

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
a)	5	1	1
b)	5	1	2
c)	5	2	2
d)	5	3	2
e)	5	3	3

Responda:

Em quais itens foi possível construir o triângulo com as medidas dadas?

2) Seguindo os passos da construção do triângulo da figura anterior, construa, se possível, triângulos com as medidas dos lados dadas na tabela:

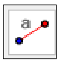
	Lado 1	Lado 2	Lado 3
a)	5	3	6
b)	5	3	7
c)	5	2	8
d)	5	3	9
e)	5	3	10

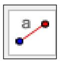
Responda:

Em quais itens foi possível construir o triângulo com as medidas dadas?

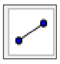
Construção Didática

Ative a rotulação automática para novos objetos.

Utilize a ferramenta  (*Segmento Com Comprimento Fixo*) e insira um ponto A que será o primeiro extremo do segmento. Na caixa de diálogo que se abrirá insira o valor do comprimento do segmento (*5, por exemplo*) e de *OK*.

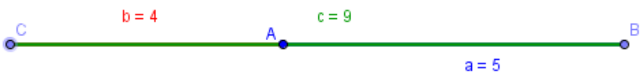
Utilizando novamente a ferramenta  insira um novo segmento clicando no ponto A do segmento a. Na caixa de diálogo que se abrirá insira o valor do comprimento do segmento (*4, por exemplo*) e de *OK*.

Utilize a ferramenta "*Mover*" e movimente o ponto C para fora do segmento a.

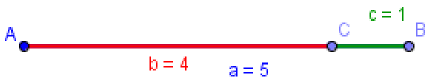
Utilize a ferramenta  (*Segmento*) e clicando nos pontos B e C insira o segmento c.

Clicando com o botão direito do mouse sobre um dos objetos, selecione a opção *Propriedades* e, na Janela de *Preferências*, escolha a guia *Básico* e na opção *Exibir Rótulo* selecione o item *Nome & Valor* para os segmentos a, b e c.

Movimente o ponto C de forma que os pontos A, B e C fiquem colineares, colocando o ponto C à esquerda e depois à direita do ponto A. Anote os valores do comprimento do segmento c nos dois casos. Procure perceber para quais valores de c se tem um triângulo e para que valores de c se tem um segmento de reta.

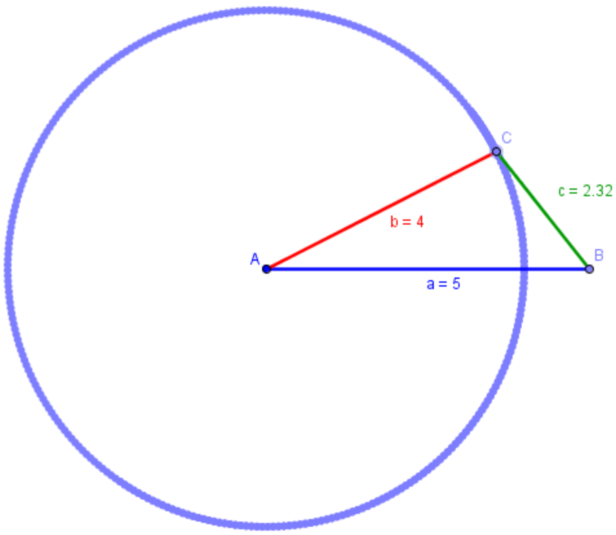


Fonte: Elaborado pelo autor

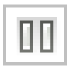
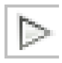


Fonte: Elaborado pelo autor

Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C e selecione as opções *Habilitar Rastro* e depois a opção *Animar*.



Fonte: Elaborado pelo autor

Para cessar a animação clique no botão  no inferior da tela de visualização. Para retomar a animação, clique no botão  .

Note quais são as posições que o ponto C pode ocupar.

Verifique a variação do comprimento do segmento c, seu maior e menor valor.

Construa outros triângulos diferentes tendo dois segmentos ($lados$) de comprimentos fixos e um segmento e verifique a relação entre os comprimentos dos lados.

Procure uma relação entre os valores dos segmentos fixos e o maior e o menor valor do segmento de comprimento variável.

Exercícios

1) É possível construir um triângulo quando o valor da medida lado de comprimento variável é igual à soma das medidas dos dois outros lados?

2) É possível construir um triângulo quando o valor da medida lado de comprimento variável é maior do que a soma das medidas dos dois outros lados

3) É possível construir um triângulo quando o valor da medida lado de comprimento variável é igual à diferença entre das medidas dos dois outros lados

4) É possível construir um triângulo quando o valor da medida lado de comprimento variável é menor do que a diferença entre das medidas dos dois outros lados

Teoria

Vimos que quando queremos construir um triângulo unindo um terceiro segmento de reta a dois segmentos dados, a medida do terceiro segmento deve ser menor do que a soma das medidas dos dois segmentos dados e maior do que módulo da diferença entre as medidas desses mesmos dois segmentos dados. Ou seja:

Dados dois lados a e b de um triângulo o terceiro lado c deve ser tal que

$|a - b| < c < a + b$

Das desigualdades acima podemos deduzir outras três

$a < b + c$; $b < a + c$ e $c < a + b$. Ou seja,

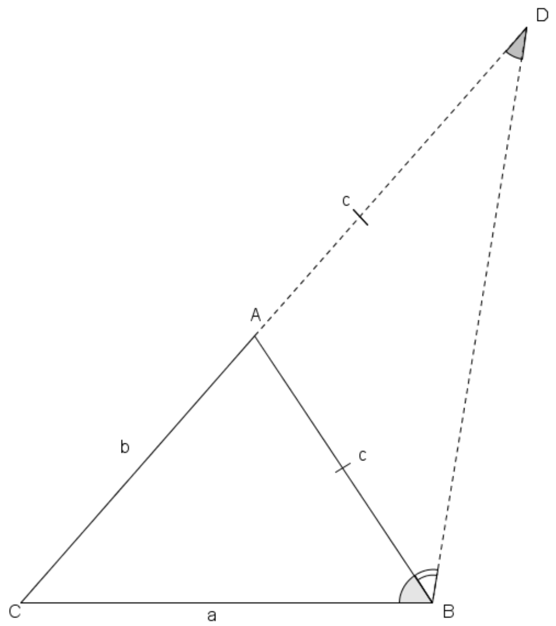
Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

Demonstração

Usaremos, sem demonstração, o seguinte teorema:

“Se dois ângulos de um triângulo não são congruentes, então os lados opostos a eles não são congruentes e o maior dos ângulos está oposto ao maior lado”.

Dado o triângulo ABC, consideremos um ponto D na semirreta oposta à semirreta AC, tal que $\overline{AD} \equiv \overline{AB}$ (1). Então $\overline{DC} = \overline{AC} + \overline{AD} \overset{(1)}{\Rightarrow} \overline{DC} = \overline{AC} + \overline{AB}$ (2)



Fonte: Elaborado pelo autor

De $(1) \Rightarrow \Delta ABD$ isósceles de base $\overline{BD} \Rightarrow A\widehat{D}B \equiv A\widehat{B}D$ e A é interno ao ângulo $C\hat{B}D \Rightarrow C\hat{B}D > A\hat{B}D$. Então $C\hat{B}D > A\widehat{D}B \equiv C\widehat{D}B$ (3).

No triângulo BCD com (3) e com o teorema citado, vem:
$\overline{BC} < \overline{DC}$ e com (2) $\overline{BC} < \overline{AC} + \overline{AB}$, ou ainda $\mathrm{a} < b + c$.

A desigualdade acima também pode ser enunciada como:
“Em todo triângulo, cada lado é maior que a diferença dos outros dois lados”.

Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 11 - TEOREMA DE TALES

Objetivo

Entender e verificar que um feixe de retas paralelas intersectado por retas transversais determinam nessas transversais segmentos de retas correspondentes proporcionais.

Pré-requisitos

Posições relativas entre retas e razão e proporção.

Construção Didática

Com a rotulação automática para objetos novos ativada, insira uma reta a, passando pelos pontos A e B, no plano do Geogebra.

Insira uma reta b concorrente à reta a, passando pelos pontos A e C.

Insira uma reta c paralela à reta a passando pelo ponto C.

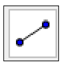
Insira um ponto D na reta b e depois insira uma reta d, paralela à reta a, passando por D.

Insira uma reta e concorrente à reta a, passando por B e com o ponto E sendo o ponto de interseção das retas e e c.

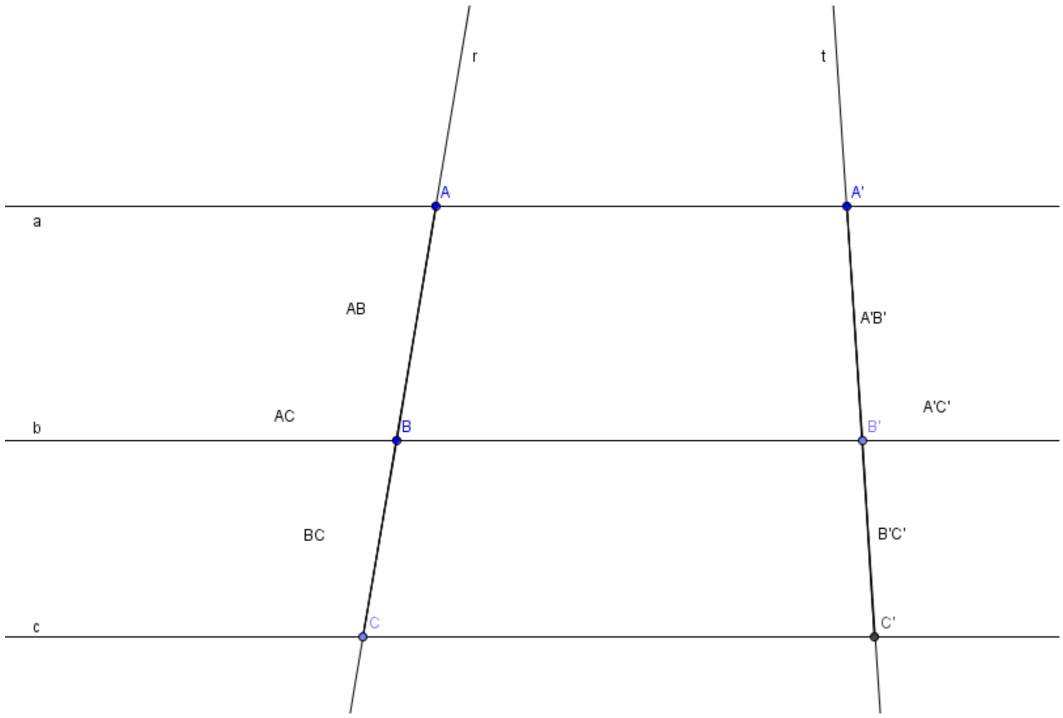
Insira o ponto F de interseção das retas e e d.

Renomeie os objetos conforme abaixo:

Ponto B para A', ponto C para B, ponto E para C', ponto D para C, ponto F para C', reta b para r, reta e para t, reta c para b e reta d para c.

Utilize a ferramenta  (*Segmento*) e clicando sobre os pontos A e B, depois, B e C, depois A e C, depois, A' e B', depois B' e C' e finalmente, A' e C', determine, respectivamente, os segmentos d, e, f, g, h e i. Clique com o botão direito do mouse sobre um dos segmentos e selecione a opção *Propriedades*. Selecione à esquerda da janela o ponto d e na guia *Básico* e o renomeie de AB, na opção *Exibir Rótulo* selecione o item *Nome & Valor*.

Ainda na janela *Propriedades* repita o processo realizado com o ponto d e renomeie os pontos e, f, g, h e i de BC, AC, $A'B'$, $B'C'$ e $A'C'$, respectivamente e para todos eles na opção *Exibir Rótulo* selecione o item *Nome & Valor*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Utilize uma calculadora e compare os valores dos pares de razões

$$\frac{AB}{BC}\ e\ \frac{A'B'}{B'C'}\ ,\quad \frac{AB}{AC}\ e\ \frac{A'B'}{A'C'}\ ,\quad \frac{BC}{AC}\ e\ \frac{B'C'}{A'C'}\,,$$

$$\frac{AB}{A'B'}\ e\ \frac{BC}{B'C'}$$

Procure perceber alguma regularidade na comparação dos pares de razões.

Vamos usar o software para realizar os cálculos das razões entre os segmentos.

Usaremos a notação $\rightarrow[A]$ para indicar clique no objeto A.

Após digitar um texto sempre marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

Utilize a ferramenta ABC (*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

Na caixa de texto escreva

\frac{AB}{BC}=$\rightarrow$[*AB*]/[*BC*]=$\rightarrow$[*AB/BC*] $\rightarrow$ *Fórmula LaTeX*$\rightarrow$*OK*.

\frac{A'B'}{B'C'}=$\rightarrow$[*A'B'*]/[*B'C'*]=$\rightarrow$[*A'B'/B'C'*] $\rightarrow$ *Fórmula LaTeX*$\rightarrow$*OK*.

\frac{AB}{AC}=$\rightarrow$[*AB*]/[*AC*]=$\rightarrow$[*AB/AC*] $\rightarrow$ *Fórmula LaTeX*$\rightarrow$*OK*.

\frac{A'B'}{A'C'}=$\rightarrow$[*A'B'*]/[*A'C'*]=$\rightarrow$[*A'B'/A'C'*] $\rightarrow$ *Fórmula LaTeX*$\rightarrow$*OK*.

\frac{BC}{AC}=→[BC]/[AC]=→[BC/AC] → Fórmula LaTeX→OK.

\frac{B'C'}{A'C'}=→[B'C']/[A'C']=→[B'C'/A'C'] → Fórmula LaTeX→OK.

\frac{AB}{A'B'}=→[AB]/[A'B']=→[AB/A'B'] → Fórmula LaTeX→OK.

\frac{BC}{B'C'}=→[BC]/[B'C']=→[BC/B'C'] → Fórmula LaTeX→OK.

Utilize a ferramenta  (*Mover*) e altere a posição do ponto A e, consequentemente as medidas dos segmentos de reta AB, BC, AC, $A'B'$, $B'C'$ e $A'C'$.

Compare os valores dos pares de razões

$$\frac{AB}{BC} \ e \ \frac{A'B'}{B'C'}\ , \quad \frac{AB}{AC} \ e \ \frac{A'B'}{A'C'}\ , \quad \frac{BC}{AC} \ e \ \frac{B'C'}{A'C'}\ ,$$

$$\frac{AB}{A'B'} \ e \ \frac{BC}{B'C'}$$

Procure perceber alguma regularidade na comparação dos pares de razões.

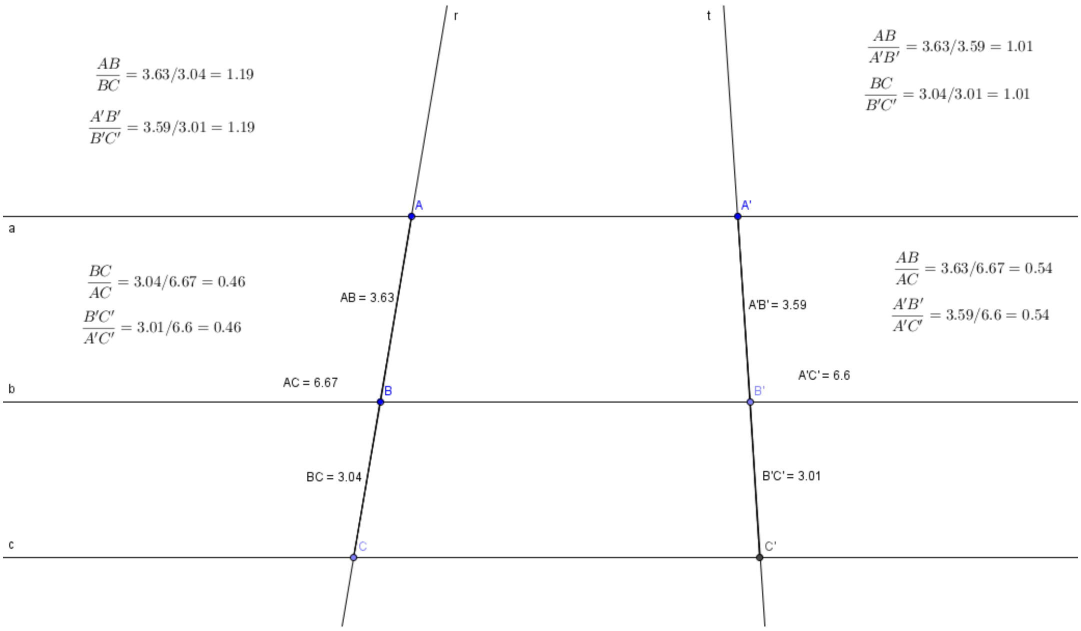
Movimente sucessivamente os pontos B, C, A', B' e C', alterando as medidas dos segmentos de reta AB, BC, AC, $A'B'$, $B'C'$ e $A'C'$.

Compare os valores dos pares de razões

$$\frac{AB}{BC} \ e \ \frac{A'B'}{B'C'}\ , \quad \frac{AB}{AC} \ e \ \frac{A'B'}{A'C'}\ , \quad \frac{BC}{AC} \ e \ \frac{B'C'}{A'C'}\ ,$$

$$\frac{AB}{A'B'} \ e \ \frac{BC}{B'C'}$$

Procure perceber alguma regularidade na comparação dos pares de razões.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Exercícios

1) Na primeira comparação das razões você observou alguma regularidade? Se sim, qual regularidade?

2) Quando pares de razões apresentam uma igualdade temos uma proporção. Podemos afirmar que todos os pares de razões, na primeira comparação formam proporções?

3) Na segunda comparação ($após\ movimentar\ o\ ponto\ A$) das razões você observou alguma regularidade? Se sim, qual regularidade?

4) Podemos afirmar que na segunda comparação os pares de razões comparados formam proporções?

5) Nas comparações seguintes ($após\ movimentar\ sucessivamente\ os\ pontos\ B,\ C,\ A',\ B'\ e\ C'$) a regularidade observada anteriormente se manteve?

6) Podemos afirmar que nas comparações sucessivas os pares de razões comparados formam proporções?

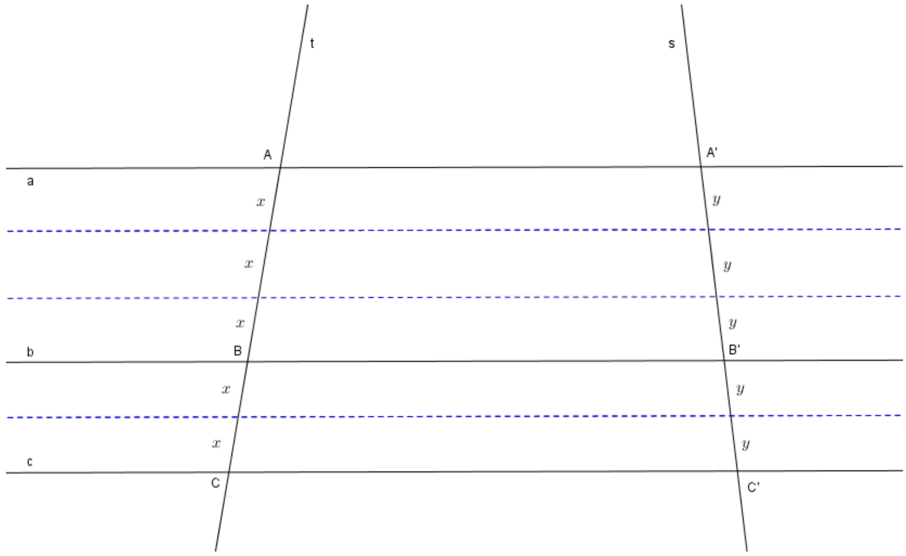
Teoria

Vamos demonstrar que um feixe de retas paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais. Para isso usaremos, sem demonstração, a propriedade abaixo.

"Se um feixe de retas paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, também determina segmentos congruentes sobre qualquer outra reta transversal".

Demonstração

Considere as retas a // b // c, que determinam, sobre a transversal t os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, e sobre a transversal s, os segmentos $\overline{A'B'}$ e $\overline{B'C'}$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dividimos o segmento $\overline{AB}$ em p partes e o segmento $\overline{BC}$ em q partes todas de medida x.

Pelo que vimos na propriedade anterior, ao traçarmos as paralelas indicadas em azul, elas determinam em s segmentos de medidas iguais. Neste caso, indicamos essa medida por y.

Assim temos

$$\frac{AB}{BC} = \frac{p.x}{q.x} = \frac{p}{q} \quad (I) \qquad \frac{A'B'}{B'C'} = \frac{p.y}{q.y} = \frac{p}{q} \quad (II)$$

Comparando as igualdades (I) e (II), podemos escrever a proporção

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

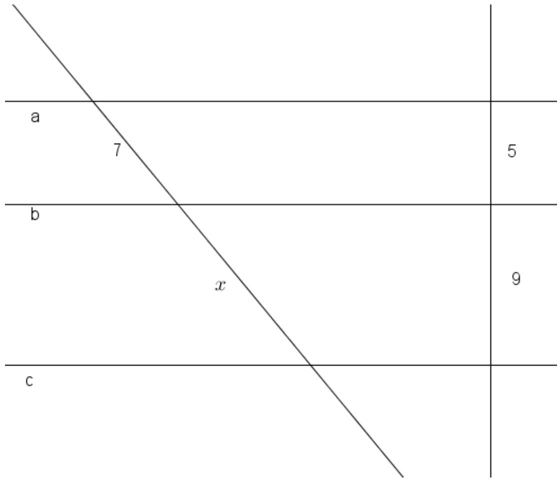
Este é, portanto o teorema de Tales:

Um feixe de paralelas determina, sobre duas transversais, segmentos proporcionais.

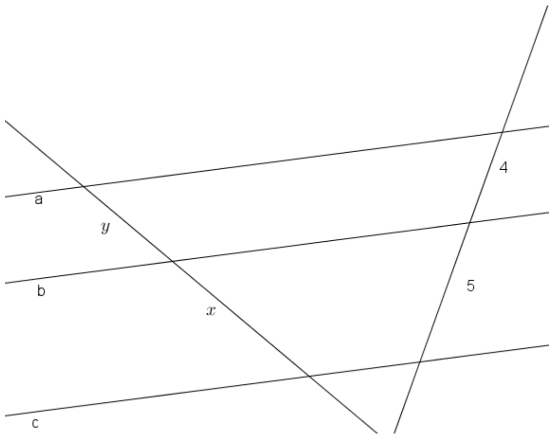
Exercícios

1) Use o teorema de Tales e descubra o valor de x em cada figura.

a) $a \,//\, b \,//\, c$

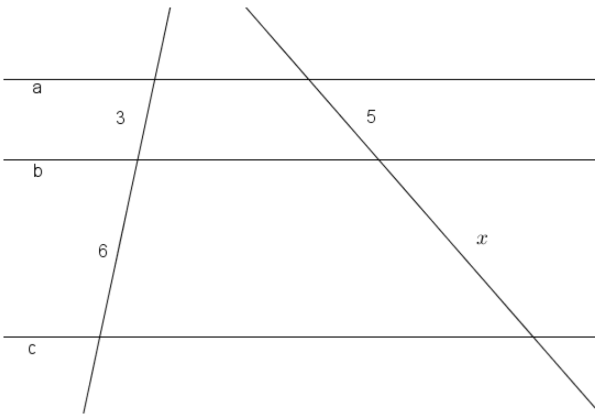


b) $a \,//\, b \,//\, c$ e $x + y = 15$

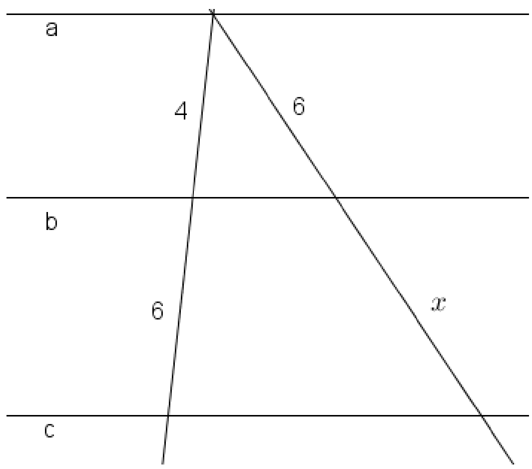


2) Sabendo que as retas a, b e c formam um feixe de paralelas e que os valores estão indicados na mesma unidade, determine o valor de x.

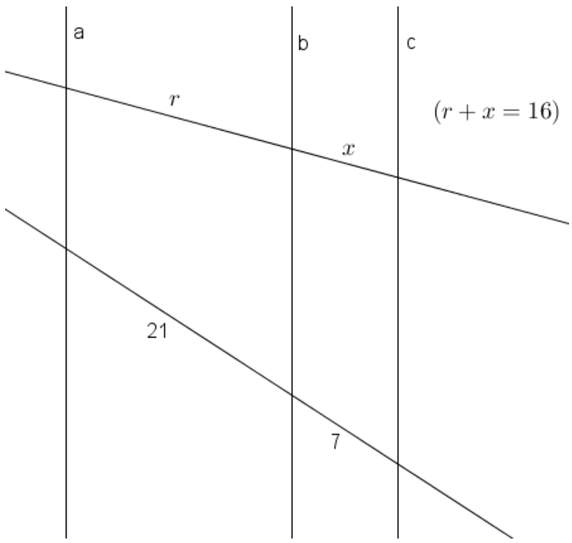
a)



b)



c)



Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.

AULA 12 - TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivos

Verificar a relação entre os quadrados das medidas dos lados de um triângulo retângulo, a fim de compreender melhor o Teorema de Pitágoras.

Pré-requisitos

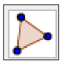
Relações métricas nos triângulos retângulos.

Construção Didática

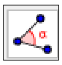
No plano de visualização do Geogebra com a rotulação automática para objetos novos ativada, insira uma reta a definida pelos pontos A e B. Depois insira uma reta b perpendicular à reta a passando pelo ponto A.

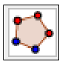
Marque um ponto C na reta b.

Clique com o botão direito do mouse sobre a reta a e selecione a opção *Exibir Objeto* (*note que a reta a ficará oculta*). Faça o mesmo para a reta b.

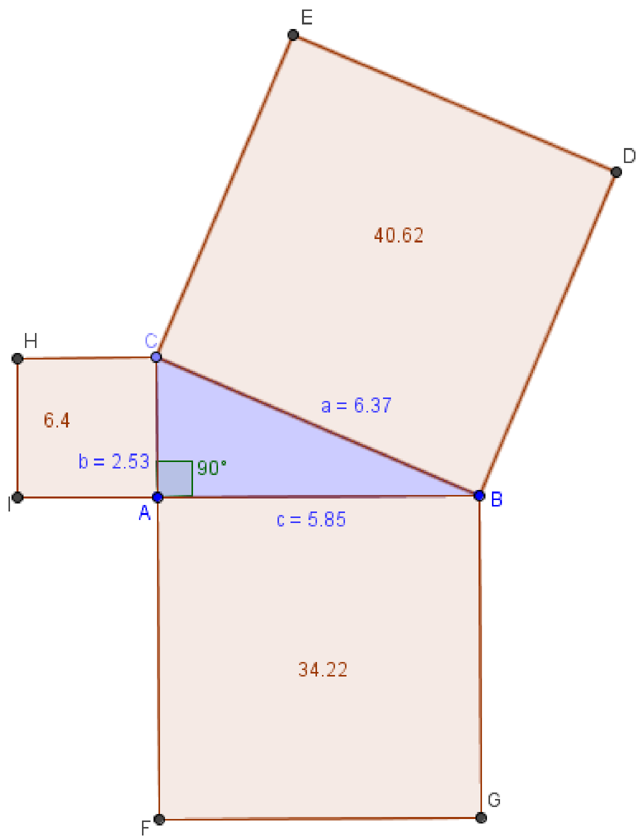
Utilize a ferramenta  (*Polígono*) e clicando sobre os pontos A, B, C e A, destaque o polígono ABC. Clicando com o botão direito do mouse sobre o triângulo, selecione a opção *Propriedades*, na guia *Cor* escolha uma cor diferente da cor padrão do Geogebra para a figura. À esquerda da janela selecione a opção *Segmento* e na guia *Básico* opção *Exibir Rótulo*, marque o item *Nome & Valor* e exiba o nome e os valores das medidas dos segmentos a_1, b_1 e c_1 do polígono.

Renomeie os lados a_1, b_1 e c_1 do triângulo para a, b e c, respectivamente.

Utilize a ferramenta  (*Ângulo*) e clicando sobre os pontos B, A e C, determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$.

Com a ferramenta  (*Polígono Regular*) insira um quadrado sobre o lado CB do triângulo clicando sobre os pontos C e B (*nessa ordem*). Na janela que aparecerá escreva o número *4* para a opção *Vértices* e clique em *OK*. Insira quadrados sobre os lados AB e AC clicando respectivamente sobre os pontos B e A e depois em A e C (*nessa ordem*) e escolhendo *4* para o número de vértices (*se necessário utilize as ferramentas Ampliar ou Reduzir para ajustar a visualização*)

Clicando com o botão direto do mouse sobre um dos quadrados, clique em *Propriedades* e na guia *Básico* marque na opção *Exibir Rótulo* o item *Valor*. Faça o mesmo para os demais quadrados (*serão exibidos os valores das áreas dos quadrados*).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Vamos usar o Geogebra para verificar essas relações.

Usaremos a notação →[*A*] para indicar clique no objeto *A*.

Após digitar um texto sempre marque a opção *Fórmula LaTeX* e dê *OK*.

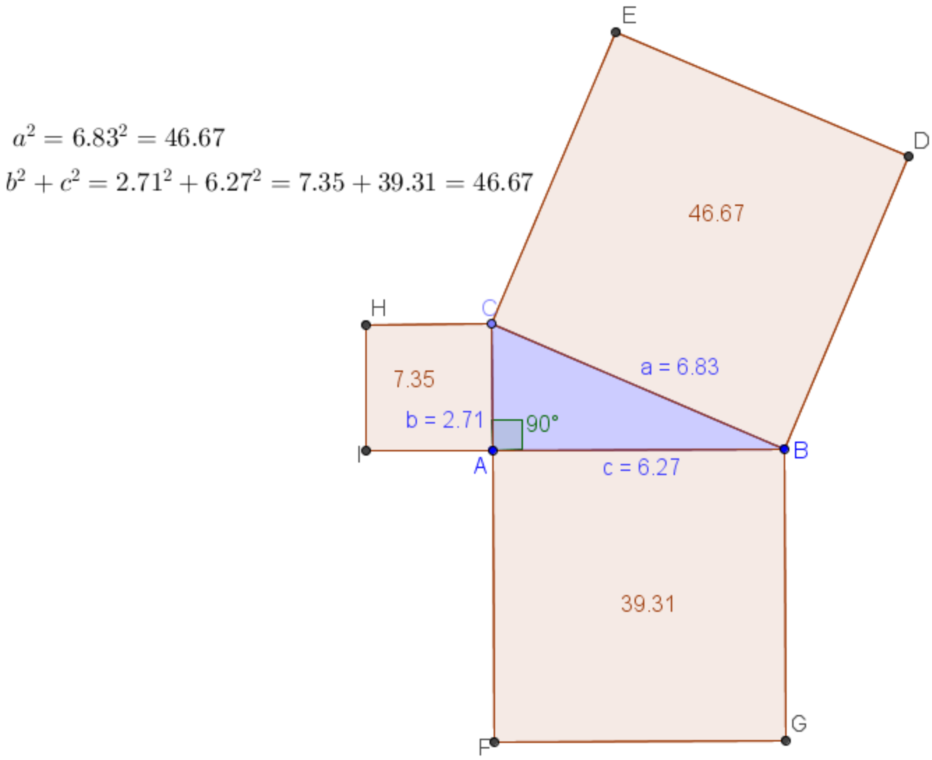
Selecione a ferramenta  (*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto e escreva.

Na caixa de texto que surgirá escreva os comandos *a^2=*→[*a^2*].

Selecione novamente a ferramenta  (*Texto*) e clique na região do plano de visualização onde quer inserir o texto.

Na caixa de texto que surgirá escreva os comandos *b^2+c^2=*→[*b^2*]*+* →[*c^2*]*=* →[*b^2+c^2*]*=a^2.*

Utilize a ferramenta  (*Mover*) e clicando em um dos vértices do triângulo movimente-o alterando os valores das medidas dos lados *a*, *b* e *c*. Procure notar alguma relação entre a área do quadrado de lado *a* e a soma das áreas dos quadrados de lados *b* e *c*.

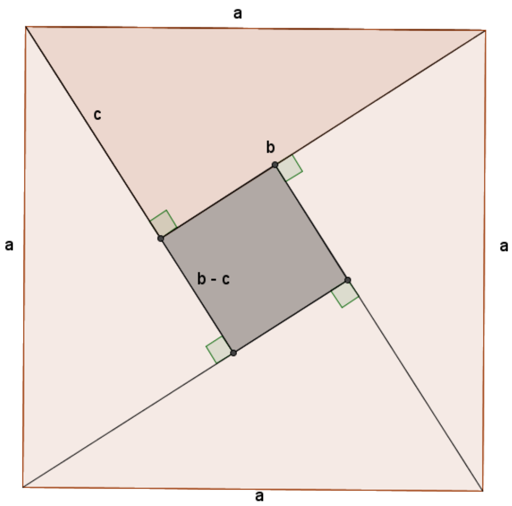


Fonte: Elaborado pelo autor.

Teoria

Vamos demonstrar a relação de Pitágoras para triângulos retângulos.

Considere a figura formada por quatro triângulos retângulos de hipotenusa de medida a e catetos de medidas b e c. A área da região quadrada maior (a^2) é igual à soma das áreas das 4 regiões triangulares $\left(4.\frac{bc}{2}\right)$ com a área da região quadrada menor $(b-c)^2$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim:

$$a^2 = 4.\frac{bc}{2} + (b-c)^2 \Rightarrow a^2 = 2bc\ + b^2 - 2bc + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Portanto podemos enunciar:

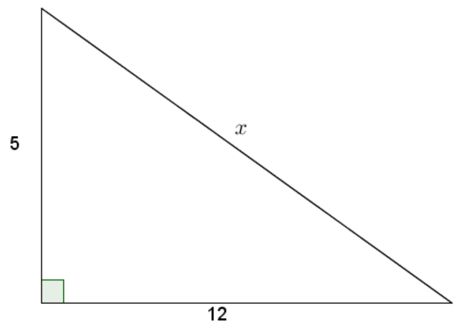
Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa (a) é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (b e c):

$$a^2 = b^2 + c^2$$

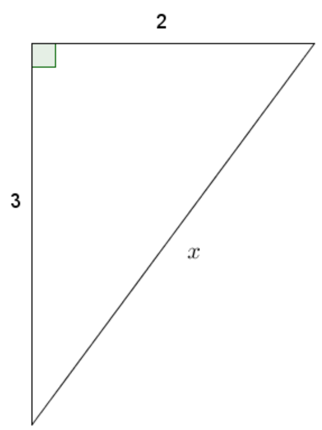
Exercícios

1) Use o teorema de Pitágoras e determine o valor de x em cada triângulo retângulo. (Considere medidas em cada triângulo na mesma unidade).

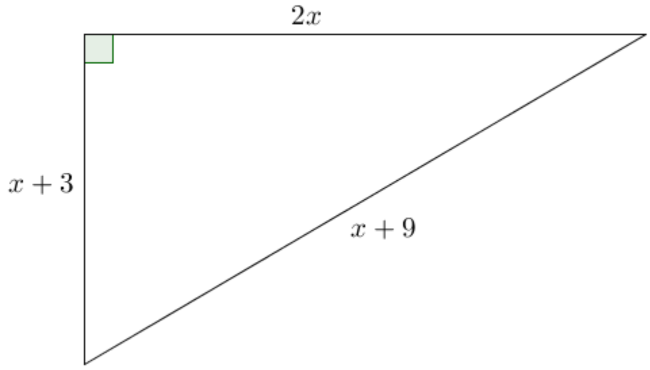
a)



b)



c)



Avaliação

A avaliação se dará pela observação da participação e postura dos alunos nas aulas, pela análise das figuras construídas pelos alunos e arquivadas nos computadores e pela correção dos exercícios propostos em sala de aula.