UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

EDVAN BARREIRA GOMES

PROPOSTA DE ABORDAGEM DO ENSINO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO

Palmas - TO
2015

EDVAN BARREIRA GOMES

PROPOSTA DE ABORDAGEM DO ENSINO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre - Área de Concentração: Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Pedro Alexandre da Cruz.

Palmas - TO
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

G633p Gomes, Edvan Barreira.
PROPOSTA DE ABORDAGEM DO ENSINO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO. / Edvan Barreira Gomes. – Palmas, TO, 2015.
85 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2015.
Orientador: Dr. Pedro Alexandre da Cruz

1. Ensino de Lógica. 2. Raciocínio Lógico. 3. Lógica Matemática. 4. Lógica no Ensino Médio. I. Título

CDD 510

EDVAN BARREIRA GOMES

PROPOSTA DE ABORDAGEM DO ENSINO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre - Área de Concentração: Matemática. Orientador: Prof. Dr. Pedro Alexandre da Cruz.

Chrystian de Assis Siqueira

Prof. Dr. Chrystian de Assis Siqueira
(Presidente)
UFT

Cibele Cristina Trinca

Prof^{a}. Dr^{a}. Cibele Cristina Trinca
UFT

Lady Sakay

Prof^{a}. Dr^{a}. Lady Sakay
UNIRG

Palmas - TO

2015

Este trabalho é dedicado à minha mãe Silvestina Miranda da Silva, pela dedicação e exemplo de mulher guerreira, que mesmo com as dificuldades após a "ida"de meu pai, soube educar seus filhos. Obrigado Mãe!!!

Agradecimentos

A Deus. Por Ele, pra Ele, toda a Glória!!!

À minha esposa e companheira Glauce, por todo amor e compreensão.

Aos meus filhos, Thayane, Edvan Júnior e Luis Gustavo. Me orgulho de cada um. Vocês são minha razão para seguir adiante.

Aos meus avós de coração, Raimundo e Maria José, pelo exemplo e contribuições na minha formação moral. Saudades eternas.

Aos meus irmãos e familiares, em especial à Prof. Ms. Maria Botelho, pelas e palavras de incentivo, carinho e conforto.

A todos os colegas de mestrado, especialmente aos amigos João Batista, Paulo Salvador e Paulo Belizário, pelos momentos de estudos, viagens, descontração, profundas discussões e apoio, e ao amigo Francisco Cláudio, pelas contribuições e prestezas.

Ao Profº Dr. Pedro Alexandre da Cruz, pela orientação e incentivo dedicados a esse trabalho.

Aos membros da banca examinadora, pela leitura deste trabalho e valiosas sugestões para o engrandecimento desta dissertação.

À SBM (Sociedade Brasileira de Matemática) pela coordenação deste importante programa de mestrado.

À UFT (Universidade Federal do Tocantins) nas pessoas do professor coordenador Andrés Lázaro Barraza De La Cruz e dos professores Betty Clara Barraza La Cruz, Christian José Quintana Pinedo, Gilmar Pires Novaes, Pedro Alexandre da Cruz e Rogério Azevedo Rocha, obrigado pela oportunidade de crescimento e pela contribuição significativa à minha formação.

Aos amigos e colegas, que de alguma forma, no decorrer dessa jornada, torceram para que eu chegasse até o fim.

A todos, minha sincera gratidão!

"Eu não posso ensinar nada a ninguém, eu apenas posso fazê-los pensar".
(Sócrates)

"Compreender é inventar ou reconstruir através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades se o que se pretende, para o futuro, é termos indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir".
(Piaget,1975)

Resumo

Nas últimas décadas observamos grandes mudanças em razão da rapidez do desenvolvimento tecnológico que, por sua vez, alterou a maneira como as pessoas vivem e se relacionam, numa sociedade dinâmica e conectada. Diante de tal sociedade de rede globalizada, se faz extremamente importante que seja repensado o currículo e as práticas pedagógicas no ambiente escolar. Observamos com maior frequência a busca por novas estratégias para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem com vistas a aproximar a realidade escolar do mundo contemporâneo no qual os alunos convivem cotidianamente com uma rede de informações. Neste contexto é que surge o ponto cerne deste trabalho, que é repensar o desenvolvimento do raciocínio lógico na matemática do Ensino Médio. Para o desenvolvimento do presente trabalho buscou-se como técnica de coleta de dados a pesquisa bibliográfica, que foi desenvolvida a partir de materiais publicados em livros, artigos, dissertações e teses. A pes quisa bibliográfica foi um passo fundamental para o trabalho aqui desenvolvido, pois influenciou todas as etapas da pesquisa à medida em que foi sendo traçado o embasamento teórico do presente. Assim, consistiram no levantamento: seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa. Diante de tais levantamentos estruturou-se o trabalho em 4 partes onde na primeira é apontado o percurso da pesquisa a partir de sua justificativa e objetivos. A segunda traça os aspectos históricos do estudo da lógica, seus conceitos e aplicações. A terceira expõe as considerações acerca do presente estudo e a estruturação da Lógica Clássica como um dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula. A quarta aponta as discussões metodológicas que dá sustentação acerca do debate sobre o desenvolvimento do raciocínio lógico no ensino da matemática, onde contaremos com as obras de autores como Luiz Roberto Dante, Regina Célia Grando, Cinara Nahra, Hingo Werber, Walter A. Carnielli, Richard L. Espstein, Ubiratan D'Ambrósio, dentre outros, e aponta abordagens, sugestões e atividades para nortear o professor em sua prática. E finalmente, apresenta as considerações finais e sintetiza os resultados obtidos com o estudo e a importância do ensino do Raciocínio Lógico Matemático aos alunos do ensino médio que, conforme proposta desta pesquisa, a sua aplicação irá propiciar significativamente um ambiente fértil à criatividade, clareza e criticidade do educando.

Palavras-chave: Ensino de Lógica, Raciocínio Lógico, Lógica Matemática.

Abstract

In recent decades we observe major changes due to the rapid pace of technological development, which in turn changed the way people live and interact in a dynamic and connected society. In a globalized society, it is important to be rethought the curriculum and pedagogical practices at school. It is observed more often the search for new strategies for the development of teaching and learning in order to bring the school reality of the contemporary world in which students live daily with a network of information. In this context arises the point is that the core of this work, which is to rethink the development of logical reasoning in mathematics of high school. For the development of this work is sought as data collection technique to literature, which was developed from materials published in books, articles, dissertations and theses. A literature search was a key step in the work developed here as it has influenced every stage of research, to the extent that was being outlined the theoretical basis of this. They consisted thus in the survey, selection, book report and archiving information related to research. Before such work was structured surveys into 4 parts, where the first is named the route of research from its justification and objectives. The second traces the historical aspects of the study of logic, its concepts and applications. The third sets out the considerations of this study and the structure of classical logic as one of the contents to be worked in the classroom. The fourth shows the methodological discussions that supports about the debate on the development of logical reasoning in mathematics education , where we will have the works of authors such as Luiz Roberto Dante, Regina Célia Grando, Cinara Nahra, Hingo Werber, Walter A. Carnielli, Richard L. Espstein, Ubiratan D'Ambrósio, among others, and points approaches, suggestions and activities to guide the teacher in your practice. And finally presents the conclusions and summarizes the results obtained from the study and the importance of teaching the Mathematical Logical Reasoning to high school students , according to the proposal of this research , its application will greatly provide a fertile environment for creativity , clarity and criticality of the student .

Key-words: Teaching Logic, Logical Reasoning, Learning Objects, Mathematics.

Key-words: Teaching Logic, Logical Reasoning, Logical Mathematics.

Lista de ilustrações

Sumário

Lista de tabelas

1 INTRODUÇÃO

Os novos meios de comunicação proporcionados por meio das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) abriram caminho para uma crescente aceleração no processo de desenvolvimento do ensino e aprendizagem. Porém, ainda é um desafio para o sistema educacional o desenvolvimento do Raciocínio Lógico, o qual é proposto em determinadas disciplinas, principalmente no uso da Matemática. De um modo geral o ensino da lógica é iniciado nas primeiras fases da aprendizagem através da resolução de problemas.

De acordo com Rauber (2003), há três habilidades básicas que devem ser adquiridas pelo estudante no processo de alfabetização: aprender a ler, aprender a escrever e aprender a resolver problemas matemáticos. Vale destacar que estes aspectos deveriam passar para um nível mais avançado relacionado a "aprender a ler bem, aprender a escrever bem e aprender a resolver problemas matemáticos bem", que podem ser alcançados através do desenvolvimento do raciocínio lógico.

É importante que seja estimulado nos alunos a prática e exercício do desenvolvimento da lógica desde a infância, através de atividades simples e dinâmicas. É com base na aprendizagem da lógica que o pensamento pode processar corretamente a fim de chegar a conhecimentos verdadeiros. Segundo Copi (1978, p. 21), "o estudo da Lógica é o estudo dos métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto". Portanto, pode se ressaltar que a Lógica trata do estudo do raciocínio, ou seja, é um sistema que define como pensar de forma mais crítica no que diz respeito a opiniões, inferências e argumentos, dando sentido ao pensamento.

Como bem afirma Abar (2006), o aprendizado da Lógica auxilia os estudantes no raciocínio, na compreensão de conceitos básicos, na verificação formal de programas e os prepara para o entendimento do conteúdo de tópicos mais avançados.

De acordo com Piaget (1975), o conhecimento evolui progressivamente, por meio de estruturas de raciocínio que substituem umas às outras, através de estágios. Assim, pode ser dito que a lógica e as formas de pensar de uma criança são completamente diferentes da lógica dos adultos. Piaget (1975) ainda aponta que no estágio de desenvolvimento da criança, chamado de operatório formal, é que se inicia o desenvolvimento do seu pensamento como o de um adulto, iniciando a ampliação das suas ideias abstratas e o raciocínio lógico. Diante de tal constatação, enfatiza-se ser importante neste estágio entre os 12 e 15 anos de idade a apreensão de tal raciocínio.

O desenvolvimento não eficaz desta capacidade pode ser refletida em estágios futuros, onde os estudantes se deparam cada vez mais com situações que requerem elevadas atitudes de forma lógica, organizada e sistematizada. Segundo Rauber (2003), comumente encontramos alunos universitários que possuem dificuldades na interpretação do que estão lendo por não terem sido alfabetizados para entender o que está "por trás" daquilo que está escrito, ou seja, o real significado e contexto.

Muitas pessoas possuem dificuldades de expressar seus pensamentos de forma lógica e organizada. Não conseguem validar seus pensamentos de forma clara e sustentar-los. Assim como na leitura ou escrita, o raciocínio lógico na resolução de problemas matemáticos é um fator de extrema importância.

Faz-se fundamental que os alunos compreendam e raciocinem sobre o que está sendo proposto e não somente decorem e apliquem fórmulas. Diante de todas estas dificuldades, é necessário que o raciocínio lógico seja desenvolvido desde as primeiras etapas da aprendizagem escolar.

Pensar somente em recomendações técnicas para serem aplicadas na sala de aula não é eficiente para resolvermos os problemas metodológicos da prática educativa no que tange ao raciocínio ou pensamento lógico.

É imprescindível que cada escola descubra as condições e/ou fatores que limitam ou afetam a aprendizagem em relação ao raciocínio lógico, retardando ou estimulando-os, e como estas condições poderiam ser modificadas.

Através do entendimento do processo do raciocínio ou pensamento lógico, este estudo busca sistematizar uma investigação do tema, utilizando-se de uma pesquisa bibliográfica do ponto de vista dos procedimentos técnicos (GIL, 1991).

Para tanto cabe mencionar aqui algumas considerações sobre "A Matemática essencial para o século XXI", do "National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos Estados Unidos". Segundo a NCTM (1990), o nosso mundo tecnológico está mudando a uma taxa de crescimento cada vez maior e, à medida que as exigências da sociedade se modificam, assim se alteram as competências essenciais necessárias aos indivíduos para uma vida produtiva em sociedade.

Assim, pode ser dito que todos os estudantes, de todas as raças e ambos os sexos, necessitarão de competências em áreas essenciais de Matemática. Para o NCTM são "essenciais" as capacidades da matemática, pois representam o conjunto de competências para que os estudantes possam ter uma vida adulta responsável. Os estudantes necessitarão de capacidades básicas que lhes permitirão aplicar os seus conhecimentos em situações diversas, controlando a própria aprendizagem ao longo da vida. Estas novas gerações devem desenvolver uma profunda compreensão dos conceitos e princípios matemáticos, raciocinar claramente e comunicar de modo efetivo e eficiente, reconhecer aplicações no mundo que os rodeia e enfrentar problemas matemáticos.

No que diz respeito à resolução de Problemas, o NCTM (1990, p. 16) aponta que:

> Aprender a resolver problemas é a principal razão para estudar Matemática. Resolver problemas é o processo de aplicação de conhecimentos, previamente adquiridos, a situações novas e não rotineiras. (...) As estratégias de resolução de problemas envolvem a formulação de questões, a análise de situações, a tradução e ilustração de resultados, a elaboração de diagramas e o ensaio e erro. Os alunos devem ver resoluções alternativas para os problemas e ter experiências na resolução de problemas com mais de uma solução.

Dentro desse contexto, a pesquisa foi desenvolvida com base na fundamentação teórica dos estudos desenvolvidos por Dante (1988,1989), nas pesquisas de Guilford (1950, 1956, 1957, 1959, 1970). Ainda na teoria interacionista (Base Dialética) de Piaget (1976, 1977) que evidencia perspectivas básicas na explicação da representação do raciocínio lógico.

No decorrer dos capítulos, serão apresentadas algumas ideias dos inatistas para os quais o conhecimento é pré-formado, ou seja, o ser humano já nasce com as estruturas do conhecimento e elas se atualizam à medida que ele se desenvolve. Ainda se contrapõe com o grupo de teóricos considerados empiristas para os quais o conhecimento se origina e evolui a partir da experiência que o sujeito vai acumulando.

Outro grupo que são os que adotam empirismo se expressam no determinismo ambiental, posição segundo a qual o homem é produto do ambiente. E, por fim, os construtivistas, que, por sua vez, admitem que o conhecimento resulta da interação do sujeito com o ambiente. Adeptos desta tese temos o epistemólogo Jean Piaget, o psicólogo francês Henry Wallon e os russos L.S. Vigotsky, A . N. Leontiev e A. R. Luria.

Com o desenrolar dos capítulos será observado que a Lógica é uma ciência que trata, sobretudo, da argumentação e da validação de conclusões. Um argumento dedutivo, por exemplo, só é válido se suas premissas têm com sua conclusão uma relação de necessidade, exigindo *explicar, justificar* e *demonstrar* conclusões.

A Matemática como ciência se fundamenta como um extenso edifício lógico e dedutivo, embora outros tipos de raciocínio (como o indutivo, por exemplo) e diversas outras habilidades (senso numérico e espacial, organização, imaginação, etc) sejam necessários à sua construção.

Assim, pode-se dizer que o estudo da Matemática contribui efetivamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico ao tempo em que os fatos matemáticos apresentados são logicamente justificados. Para tanto, pode-se sugerir que o aluno explique seus raciocínios, justifique suas conclusões e demonstre, ele próprio, fatos matemáticos.

No presente trabalho não será feito uma volta ao tempo em que Matemática escolar era feita todo o tempo por demonstrações formais. Mas será apontado e defendido um modo de ensinar e acolher os alunos no ensino da matemática com vistas a provocar a curiosidade e questionamento dos alunos. Trata-se de defender que o professor explique não apenas o como, mas o porquê, que justifique os fatos matemáticos apresentados e os demonstre através do desenvolvimento do raciocínio lógico.

Assim, busca-se suscitar a discussão para que o ensino da matemática estimule os alunos a justificarem eles próprios seus raciocínios, primeiro informalmente e, mais tarde, com maior nível de rigor. Apenas desse modo será legítimo afirmar que a Matemática contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

1.1 Justificativa

No debate do ensino e aprendizagem da Matemática, por vezes divide-se o conhecimento matemático em duas partes, onde a primeira é formada por tudo que é "básico", ou seja, trata-se de um conjunto de saberes fundamentais do ponto de partida para a aquisição de todo o conhecimento posterior e para a execução de qualquer ofício ou profissão.

Já a segunda parte da matemática, melhor dizendo, da aquisição do saber matemático, só pode se desenvolver a partir do domínio da primeira parte, assim teremos as "competências superiores", atividades como, por exemplo, planejamento, análise, síntese e auto-regulação (BECKER, 1993), bem como as resoluções de problemas, de forma geral são consideradas complexas e não redutíveis às básicas.

Tal divisão da aquisição do saber matemático em "básico" e "superior" tem sido reforçada nos últimos anos por uma visão utilitarista e instrumental, porém, nas últimas décadas a Matemática vem sendo vista como uma necessidade de intervenção nas situações do mundo real, ilustrando uma nova maneira de pensar.

Quando chegamos ao século XXI, observamos que a visão do ensino e aprendizagem da Matemática precisa ser revista, pois já se sabe que não é possível separar a formação dos conceitos matemáticos, do desenvolvimento do raciocínio e da habilidade de resolver problemas.

Segundo Glaser:

> A antiga hipótese pedagógica de que a aquisição de conhecimentos úteis começa com a aprendizagem fundamental, baseada na prática de habilidades básicas que exigem pouco raciocínio, prosseguindo para a aquisição de competência de nível superior, na qual a resolução de problemas desempenha um papel crescente, não é sustentável. Atualmente está claro que a capacidade de raciocinar não é posterior à aprendizagem básica, mas, pelo contrário, é parte da aquisição fundamental de conhecimentos e habilidades. (GLASER, 1993, p.56)

De acordo com Vergnaud (1995), pode-se argumentar que os próprios conceitos matemáticos formam-se a partir da resolução de problemas. Douady (1983), defende a posição de que o aprendizado das ideias matemáticas faz-se dentro de uma dualidade ferramenta-objeto, ou seja, defende que um conceito matemático é utilizado inicialmente como uma ferramenta para resolver um problema, surgindo contextualizado e amarrado a uma situação concreta dada.

Dentro desse contexto, define-se no trabalho o que é Raciocínio Lógico. O pensamento pode ser estudado, não só sob o ponto de vista psicológico, como também sob o ponto de vista lógico. No primeiro caso, ele é considerado como uma atividade psíquica e, no segundo, como resultado dessa atividade, o qual pode ser abstraído da consciência que o produz, afirma Becker (1993). Ainda a contribuição do uso de jogos no ensino da matemática como uma ferramenta pedagógica que pode possibilitar uma melhor apreensão no processo de ensino-aprendizagem dos alunos.

No que tange ao ensino de matemática pode se afirmar que é uma disciplina que vem despertando em estudiosos e educadores um grande interesse em desenvolver técnicas, estratégias ou metodologias que façam do ensino de matemática algo proveitoso, que, através dele, os alunos possam interagir com o meio de forma significativa, sabendo raciocinar de forma rápida e segura, além de desenvolver aspectos afetivos e cognitivos.

1.2 Relevância e Contribuição

Considera-se este estudo de relevância acadêmica, na medida que contribui para identificar e aprimorar os princípios que subsidiam a prática pedagógica na sala de aula, ou seja, no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Também é relevante, na medida que desvendará como deve ser o contato do aluno com o desenvolvimento do raciocínio lógico, através do recurso de resolução de problemas.

Para fins analíticos, um referencial teórico-conceitual se fez importante para elucidar conceitos nas produções teóricas ligadas à área de Matemática. Assim, é abordado o campo da Cognição, buscando o debate acerca da concepção de aprendizagem lógica na perspectiva integradora.

A pesquisa bibiográfica permitiu entender que a aprendizagem é determinada pela interação entre a representação externa, que é o objeto, e a representação interna, que se dá a partir do sujeito do conhecimento.

Para tanto, a condução da investigação debateu pontos pertinentes ao tema na provisão de explicações para as abordagens do Raciocínio Lógico de forma estruturada e válida.

Portanto, o presente estudo contribui, sobretudo, para o repensar da prática escolar, no que se refere à Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico a partir da mesma, como recurso pedagógico.

1.3 Objeto

O objeto teórico do presente trabalho incide na representação do Raciocínio Lógico, no desempenho dos alunos, no contexto de sala de aula, através da interpretação e compreensão de argumentos.

A partir das observações do autor da pesquisa em relação às dificuldades do ensino da matemática, principalmente estas em decorrência de modelos impostos de forma fragmentada do saber, surgiram as questões aqui colocadas para serem investigadas, onde se buscou compreender a metodologia do desenvolvimento do raciocínio lógico para despertar maior interesse dos alunos e que os ajude a enfrentar as dificuldades que muitos deles encontram, para aprender o conteúdo desta disciplina.

Assim, o objeto em questão, busca contextualizar o raciocínio lógico-matemático, explicando as suas finalidades ou os seus papéis na realidade do aluno que, em si, originou as análises da pesquisa aqui descrita.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

- Debater o desenvolvimento do estudo do Raciocínio Lógico no Ensino Médio, mostrando a importância desta área na formação de sujeitos mais observadores e críticos, dando ênfase nas validades das argumentações através dos conectivos e proposições apresentadas.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Elucidar as abordagens teóricas e históricas acerca da apreensão do raciocínio lógico na matemática;

- Identificar caminhos alternativos de se criar condições na sala de aula de Matemática para que o desempenho do aprendizado se desenvolva através do uso do raciocínio lógico-matemático e que exija o pensamento produtivo do aluno;

- Apresentar uma aplicação do estudo da lógica como princípio que diferencie o raciocínio correto do incorreto e, assim, permita que os alunos do Ensino Médio expressem suas ideias de forma organizada;

- Proporcionar o debate do ensino do raciocínio lógico no Ensino Médio, de modo que seja possível potencializar o aprendizado do conteúdo de estrutura lógica, conectivos e quantificadores lógicos, lógica argumentativa (premissas e conclusões), lógica dedutiva e tabela verdade.

1.5 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em quatro capítulos onde no primeiro é apontado o percurso da pesquisa a partir de sua justificativa e objetivos; a segunda traça os aspectos históricos e analítico do estudo da lógica, a terceira expõe as considerações acerca do presente estudo, a análise dos principais conceitos ligados ao Raciocínio Lógico de Primeira Ordem; e o quarto aponta o redimensionamento teórico Metodológico que dá sustentação acerca do debate sobre o desenvolvimento do raciocínio lógico no ensino da matemática, onde contaremos com as obras de vários autores como: Dante (1989), Grando(2000), D'Ambrosio (1991), Coppi(1982), Nahra e Werber (2009), Carnielli & Espstein (2011), dentre outros, onde aborda a dificuldade que os alunos têm em desenvolver um raciocínio lógico e seguro nos cálculos matemáticos e aponta algumas sugestões de aplicações em sala de aula, finalmente, apresenta as considerações finais, sintetizando os resultados obtidos com o estudo e a importância do bom desenvolvimento do ensino do raciocínio lógico matemático aos alunos do ensino médio.

2 ASPECTOS HISTÓRICOS DO RACIOCÍNIO LÓGICO

No estudo sobre o raciocínio lógico é importante conhecer um pouco sobre seus aspectos históricos, como se originou e quais pensadores influenciaram na sua disseminação pedagógica.

A Lógica possui sua origem na Grécia Antiga, tendo como significado o pensamento, o argumento, sendo uma ciência com viés matemático, possuindo ligação direta com a Filosofia. A história retrata que o termo “lógica” primeiramente foi tratado pelos estóicos e por Alexandre de Afrodisia.

Pode ser afirmado que há vários indícios que possibilitam a associação da lógica das proposições a Theophrastus, aos megáricos (escola de lógicos e dialéticos socráticos do 4º século) e aos estóicos.

Theophrastus contribuiu significativamente com a lógica das expressões substantivas (de Aristóteles), porém, foi Galeno quem deu a última e maior contribuição para a lógica das expressões substantivas na Antiguidade. A partir deste, foi propagada a teoria do silogismo, inclusive sendo o responsável pela transmissão da lógica grega para os pesquisadores árabes.

A escola chamada megárica se tornou famosa por criticar as proposições de Aristóteles. Esta escola foi responsável por discutir sobre a veracidade da implicação, como um conceito funcional de verdade.

Vale mencionar que a lógica, ao que se percebe no seu contexto histórico, tem sido produto da cultura ocidental, uma vez que a lógica de alguns budistas não atingiu o nível da silogística aristotélica. Ainda deve ser mencionada a lógica indiana, que se desenvolveu independentemente da lógica grega, e foi severamente limitada pelo não uso de variáveis.

Já a lógica chinesa lidou essencialmente com questões relativas a dilemas morais e práticos, por um lado, e com interpretações místicas da vida.

O estudo para as condições do uso do raciocínio lógico foi desenvolvido pelos filósofos Parménides e Platão. Porém, foi com Aristóteles que ocorreu a sistematização e definição da lógica tal qual conhecemos e, assim, se fez como ciência autônoma. Ainda que vários avanços tenham surgido no campo do estudo da Lógica, sobretudo pós século XIX, a matriz de Aristóteles perdura até os dias atuais.

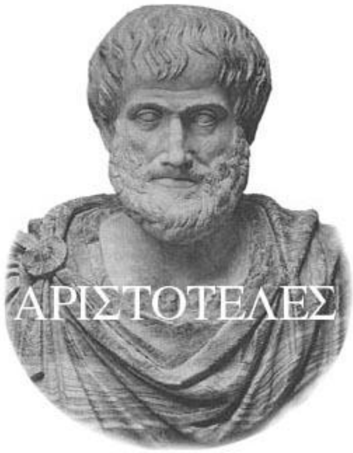


Figura 1 – Aristóteles - Sistematizador do pensamento da lógico.

Aristóteles[1] foi viver em Atenas aos 17 anos, onde conheceu Platão, tornando seu discípulo. Passou o ano de 343 a.C. como preceptor do imperador Alexandre, o Grande, da Macedônia.

Aristóteles em seu Órganon, que significa "Instrumento da Ciência" (conjunto de escritos sobre lógica que foram condensados pelos seus precursores após a sua morte), tratava sobre termos analíticos (analytikós), mas não classificava a lógica como uma ciência. Os escritos estão divididos em categorias que versam sobre a teoria dos tipos, isto é, uma teoria na qual os objetos são classificados de acordo com o que se pode dizer significativamente acerca deles; em tópicos que orientam todos aqueles que tomam parte em competições públicas de dialética ou discussão; refutações dos sofistas; escritos sobre os juízos; primeiros e segundos escritos sobre silogismo em geral e sobre demonstração respectivamente.

As múltiplas contribuições de Aristóteles para o desenvolvimento da lógica tal como conhecemos se mostram presentes na separação da validade formal do pensamento. Ele introduz artifícios como o uso de letras mudas para denotar os termos, bem como os termos fundamentais da lógica do discurso em "Válido", "Não Válido", "Contraditório", "Universal" e "Particular".

> A característica mais importante deixada pelos trabalhos de Aristóteles é justamente o fato de usar, pela primeira vez na história, letras que poderiam representar numa expressão um determinado substantivo. Além disso, encontram-se, ainda neste período, as primeiras tentativas de se estabelecer um rigor nas demonstrações matemáticas (CHAGAS, 2004, p. 11).

[1] Discípulo de Platão e tutor do imperador Alexandre, o Grande, Aristóteles foi um dos maiores pensadores de todos os tempos, com grandes contribuições em várias Ciências, como a Lógica, Metafisica, Teologia, Filosofia e muitas outras.

Aristóteles traçou um objetivo metodológico que mostrasse o caminho correto para a investigação, o conhecimento e a demonstração científica. Para tanto, fez uso de um método científico que preconizava algumas fases, onde primeiro se observava fenômenos particularese, daí, se pautava na intuição dos princípios gerais (universais) a que os mesmos obedeciam e, por fim, deduzia-se a partir deles as causas dos fenômenos particulares.

Para Aristóteles, seguindo esses princípios gerais de forma adequadamente formulados, as explicações seriam verdadeiras. Para o mesmo, a lógica não se referia a nenhum conteúdo, mas sim à forma ou às formas do pensamento, ou às estruturas dos raciocínios em vista de uma prova ou de uma demonstração.

> (...) os *Analíticos* [de Aristóteles] buscam os elementos que constituem a estrutura do pensamento e da linguagem, seus modos de operação e relacionamento. (...) a lógica é uma disciplina que fornece as leis ou regras ou normas ideais do pensamento e o modo de aplicá-las na pesquisa e na demonstração da verdade. Nessa medida, é uma disciplina normativa, pois dá as normas para bem conduzir o pensamento na busca da verdade (CHAUÍ, 2002, p. 357).

A lógica de Aristóteles se baseia na lei da não contradição, onde nenhuma afirmação pode ser verdadeira ou falsa ao mesmo tempo. Em particular, a teoria do silogismo, que é uma forma de raciocínio dedutivo, é apenas uma parte da assim chamada lógica tradicional.

Para Aristóteles, a lógica era um método de demonstração que utilizava o conceito, o juízo e o raciocínio como operações. O conceito seria a representação do objeto no plano da mente. O juízo seria o ato de afirmação ou negação de dada ideia, enquanto o raciocínio tratava da articulação dos vários juízos. Vale destacar que o objeto em que incide a lógica é o raciocínio, pois permite a progressão do pensamento, uma vez que, para Aristóteles, não era possível se estruturar pensamentos a partir de ideias isoladas.

O raciocínio como uma operação da inteligência seria, para Aristóteles, o responsável por levar a conclusão a vários juízos contidos num dado discurso. Esses raciocínios podem ser analisados como silogismos que decorrem de duas premissas. Deste raciocínio, surge a criação do Silogismo por Aristóteles, os quais constituiem os primeiros sistemas dedutivos propostos no âmbito do raciocínio lógico.

> Para Aristóteles, a Lógica deveria fornecer os instrumentos mentais necessários para enfatizar qualquer tipo de investigação. Mais ainda, deveria explicar o método pelo qual, partindo de uma determinada conclusão, resolve-se precisamente nos elementos dos quais deriva, ou seja, nas premissas e nos elementos de que brota, e assim fica fundamentada e justificada. Tanto que, ele foi o primeiro sábio a notar que certos raciocínios são corretos em virtude unicamente da sua forma (CHAGAS, 2004, p. 116).

D'Ottaviano e Feitosa entendem que Aristóteles iniciou o desenvolvimento da lógica modal, lidando com as noções de necessidade, possibilidade e contingência: uma sentença *A é contingente se A* é não necessária, porém não impossível. Eles enfatizam que,

> Filósofos e historiadores da lógica consideram a teoria do silogismo como a mais importante descoberta em toda a história da lógica formal, pois não constitui apenas a primeira teoria dedutiva, mas também um dos primeiros sistemas axiomáticos construídos. (D'OTTAVIANO; FEITOSA 2003, p. 2)

Foi com Aristóteles que uma sofisticada teoria dos argumentos foi construída, tendo como núcleo a caracterização e análise dos silogismos. De acordo com seus apontamentos, se os princípios fossem formulados de forma adequada e as consequências corretamente deduzidas, certamente as explicações deveriam ser verdadeiras.

Destaca-se que mesmo com os avanços proporcionados pela lógica Aristotélica, o uso da linguagem natural gerava confusão sobre os sentidos das palavras que, por sua vez, causou limitação para o avanço da ciência no campo em questão.

No período Medieval, especificamente durante a escolástica (séculos XIII a XV), observam-se notáveis progressos acerca da lógica aristotélica. Neste período, a lógica tornou-se mais sistemática e progressiva. Destacam-se as contribuições de Duns Escoto, Guilherme de Occam, Alberto da Saxónia e Raimundo Lúlio.

> Na lógica medieval podemos destacar três ramos: os bizantinos, os árabes e os escolásticos, estes últimos parecendo os mais frutíferos. São encontradas versões das lógicas de expressões substantivas – abandonaram o uso de variáveis –, lógicas das proposições e lógicas das expressões modais, as duas últimas entre os escolásticos. O clima intelectual que se estabeleceu com o Renascimento e o Humanismo não propulsionou o desenvolvimento da lógica (D'OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 12).

Durante a Idade Média, a Lógica foi a ciência de todas as ciências, onde todo saber científico obedecia à logica formal com base num conjunto de princípios universais admitidos como verdadeiros, pautados na dedução. Mesmo este método fosse igualmente preconizado por Aristóteles, na Idade Média deu-se uma enorme importância à dedução, desvalorizando-se por completo a indução na descoberta científica. Nesse período, surgem outros ramos da lógica com vertentes e tipos diversos e com a necessidade crescente de atender a demanda para o desenvolvimento da ciência. Essa diversificação, que pode ser vista inclusive nos dias, atuais, permite a aplicação da Lógica em vários campos e áreas da ciência.

É no século XVI que a lógica Aristotélica começa a ser propriamente questionada, surgindo, então, o rompimento da lógica dedutiva e a fundamentação das regras do raciocínio indutivo. A lógica formal entra num período de descrédito, devido às criticas de filósofos como Francis Bacon (1561-1626) e René Descartes (1596-1650).

No período Moderno (Século XIX a princípios do século XX), o filósofo Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)[2] tem destaque com o estudo da lógica na aplicação do modelo de calculo algébrico da época. Tal cálculo se dava com base num conjunto de operações dedutivas de natureza mecânica onde são utilizados símbolos técnicos.

> A lógica moderna iniciou-se no século XVII, com Leibniz, e começou a se desenvolver em parceria com a matemática. Leibniz influenciou seus contemporâneos e sucessores com seu programa ambicioso para a lógica, que para ele tinha deixado de ser uma “diversão de pesquisadores” e começara a tomar a forma de uma “matemática universal”. Seu programa buscava a construção de uma linguagem universal, baseada em um alfabeto do pensamento (D’OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 5).

Leibniz procurou submeter a estes cálculos algébricos a totalidade do conhecimento científico. O referido escreveu a Dissertação da Arte Combinatória, na qual apresentava os princípios desta nova lógica, sendo: Criação de uma nova língua com notação universal e artificial; Fazer o inventário das ideias simples e simbolizá-las de modo a obter um “alfabeto dos pensamentos” simples expresso em caracteres elementares; Produzir ideias compostas combinando estes caracteres elementares; Estabelecer técnicas de raciocínio automatizáveis de modo a substituir o pensamento e a intuição por um cálculo de signos.

A ideia do raciocínio de Leibniz tem por efeito cálculos suscetível a serem efetuados por uma máquina organizada que, por sua vez, inspiram até os nossos dias não apenas o desenvolvimento da lógica, mas também a criação de máquinas inteligentes.

D’Ottaviano e Feitosa (2003) apontam que Leibniz começara a tratar da lógica como uma matemática universal, ou seja, buscava uma linguagem universal que tinha por base um alfabeto do pensamento.

> Leibniz, em seu *Dissertatio de arte combinatória*, publicado em 1666, introduz o projeto da construção de um sistema exato e universal de notação, uma linguagem simbólica universal baseada em um alfabeto do pensamento, a *língua characterica universalis*, que deveria ser como uma álgebra. Essa linguagem propiciaria um conhecimento *fundamental de todas as coisas*. Leibniz acrescentou a seu trabalho o projeto da construção de um *calculus ratiocinator*, ou cálculo da razão (D’OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 5).

Mesmo o programa de Leibniz não ser teoricamente exequível, seus estudos constituem-se como significativo precursor da metodologia da lógica contemporânea. Seus estudos anteciparam o uso dos quantificadores, chamando também a atenção sobre a lei da identidade (“A é A”, ou “todo A é A”)–verdade primitiva da razão– e a lei da (não) contradição,

[2] Considerado umas das grandes mentes da Filosofia e da Matemática, o próprio Leibniz relata: “Antes que alcançasse a classe escolar na qual a Lógica era ensinada, aprofundei-me na leitura dos historiadores e poetas, pois, tão logo aprendi a ler passei a desfrutar dos seus versos. Porém, assim que aprendi Lógica fiquei impressionado com a ordem dos conceitos.”

as quais considerava suficientes para a demonstração das verdades independente da experiência ou de todos os princípios da matemática.

Figura 2 – Gottfried W. Leibniz (1646-1716) - Início da Lógica Moderna.

Para D'Ottaviano e Feitosa (2003), as contribuições de Leibniz para a lógica permaneceram e ficaram desconhecidas até o princípio do século XX. Parte de sua obra foi publicada em Erdmann 1840 e Gerhardt 1890 (ver Gerhardt 1978) e, em 1903, Louis Couturat, filósofo da matemática francês, publicou a obra Opuscules et fragments inédits de Leibniz (ver Couturat 1903).

> Historicamente, apenas generalidades do programa de Leibniz teriam influenciado os lógicos que o sucederam. Se seus trabalhos tivessem sido publicados no século XVII, o reviver da lógica, que só ocorreu no final do século XIX, talvez tivesse ocorrido bem mais cedo (D'OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 6).

Ainda pode ser mencionado entre os precursores da lógica contemporânea o pesquisador George Boole (1815-1864), o qual é considerado o fundador da lógica simbólica. Publicou o livro "Mathematical analysis of logic", o qual trata a lógica a partir de uma abordagem como um cálculo de signos algébricos. Essa álgebra, chamada álgebra booleana foi fundamental para o desenvolvimento do desenho dos circuitos nos computadores.

Gottlob Frege (1848-1925) publicou a obra "begriffsschrift" de 1879, porém teve suas ideias reconhecidas pelos lógicos por volta de 1905. O referido autor introduziu a função proposicional, a formação de regras de inferência primitivas e o uso de quantificadores.

Destaca-se que Giuseppe Peano (1858-1932)[3] foi o fundador da lógica matemática. Quase toda simbologia da matemática se deve a essa escola italiana. Peano desenvolveu o sistema de notação utilizado pelos lógicos matemáticos, bem como demonstrou que enunciados matemáticos não são obtidos por intuição, mas sim deduzidos a partir de premissas.

Figura 3 – Giuseppe Peano (1858-1932): Uns dos Fundadores da Lógica Matemática

Já David Hilbert (1862-1943) dedicou-se à lógica matemática a partir de 1915, onde sua pesquisa destinava criar um modelo em que as bases da matemática fossem inalteráveis e, para isso, seria necessário questionar ideias de outros matemáticos a partir da antiguidade.

O famoso Bertrand Russell (1872-1970) é quem inicia o período atual da lógica a partir da obra "Princípia Mathematica". A referida se tornou uma referência na lógica matemática. Tinha como objetivo desenvolver o projeto do logicismo que era a redução de toda matemática lógica.

Por fim, Kurt Gödel (1906-1978) foi o matemático que fez importantes contribuições na lógica demonstrando que qualquer sistema lógico baseado num número finito de princípios básicos e que seja perfeitamente consistente, isto é, incapaz de aceitar ou produzir contradições, possui afirmações que não podem ser provadas dentro das regras do próprio sistema como verdadeiras ou falsas.

[3] Peano também desenvolveu a lógica simbólica e a Teoria dos Conjuntos. Com o método da indução matemática e os Axiomas de Peano a matemática passou a ter um tratamento mais moderno, rigoroso e sistemático.

2.1 Estabelecendo Conceitos Para Raciocínio e Lógica

É importante em qualquer estudo acadêmico a busca pelo estabelecimento dos conceitos que norteiam o tema em estudo. O termo raciocínio e o termo lógica possuem suas distinções, onde o primeiro remete ao ato de fazer inferências e de manipular novas informações com outras pré-existentes, estruturando e hierarquizando a ordem dos pensamentos. Em outras palavras, raciocinar é o ato de pensar logicamente. Assim, o raciocínio nos leva ao conceito da lógica.

> (...) a lógica é a disciplina que trata das formas de pensamento, da linguagem descritiva do pensamento, das leis da argumentação e raciocínios corretos, dos métodos e dos princípios que regem o pensamento humano. Portanto, não se trata somente de uma arte, mas também de uma ciência. É uma ciência porque possui um objeto definido: as formas de pensamento (Bastos et. al., 1991).

A lógica, como um ramo da filosofia, cuida da ordem do pensar válido, não constituindo um fim em si, possuindo sentido enquanto meio de garantir que nosso pensamento proceda corretamente a fim de chegar a conhecimentos verdadeiros.

Pode ser dito, então, que a lógica trata dos argumentos, ou seja, das conclusões a que chegamos através da apresentação de evidências que a sustentam. Portanto, um sistema lógico é um conjunto de axiomas e regras de inferência que visam representar formalmente o raciocínio válido.

Copi afirma que:

> A lógica é uma ciência do raciocínio, pois a sua ideia está ligada ao processo de raciocínio correto e incorreto que depende da estrutura dos argumentos envolvidos nele. Assim concluímos que a lógica estuda as formas ou estruturas do pensamento, isto é, seu propósito é estudar e estabelecer propriedades das relações formais entre as proposições (COPI, 1978, p.21).

Já o Professor Pinedo entende a lógica como

> ... a ciência da argumentação, prova, reflexão ou inferência que permitirá analisar o argumento ou raciocínio e deliberar sobre sua veracidade.
> A lógica não é um pressuposto para argumentação, é claro; mas conhecendo-a, mesmo que superficialmente, torna-se mais fácil evidenciar argumentos inválidos. (PINEDO, 2009, p. 3)

A lógica seria uma forma de pensar que vai além de uma técnica e possui propriedades que colaboram com o desenvolvimento de diversas áreas, principalmente da matemática. A lógica vai além da construção de conhecimentos verdadeiros, também colabora para elevar os níveis de desenvolvimento cognitivo das pessoas quando expostas a situações-problemas.

Tradicionalmente, a lógica é também a designação para o estudo de sistemas prescritivos de raciocínio. Estes, por sua vez, são sistemas que definem como se "deveria" realmente pensar para não errar. Para tanto, se pauta no uso da razão de forma dedutiva e indutiva.

Os debates e estudos sobre o raciocínio e a lógica caminharam juntos com a matemática, daí a necessidade de mostrar primeiro a criação da matemática. Segundo o dicionário Houaiss (2001), matemática é a "ciência que estuda objetos abstratos (números, figuras, funções) e as relações existentes entre eles procedendo-se por método dedutivo". Ou, ainda, "ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente" (Aurélio, 2009).

A matemática tem na sua essência a mediação entre as relações existentes no mundo e suas explicações possíveis, ou seja, dá forma e conceitos aos objetos exigindo elaborações cognitivas lógicas.

O pensar lógico e a matemática mesmo que formulados e construídos separadamente, sempre estiveram ligados. A matemática estabelece laços fortes com a lógica, ou seja, com o princípio da argumentação de forma organizada.

> Em certa época pensou-se que a matemática se ocupava do mundo que nossos sentidos percebessem, e foi somente no século dezenove que a matemática pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza. É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da "sobrevivência do mais apto" a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento no homem de conceitos matemáticos. A princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças. (...) Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a realização de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em números e forma nasceram a ciência e a matemática (Boyer, 1991, p. 19).

O raciocínio lógico pode ser trabalhado com certos parâmetros, sendo: abstração, compreensão (interpretação), o número e suas relações, argumentação com base em critérios e em princípios logicamente validados e a expressão de ideias de forma lógica e organizada.

Quando procuramos determinadas respostas, num primeiro momento levamos o assunto para o aspecto teórico e para a esfera interna do pensar. Piaget (1976)[4] fala sobre este fenômeno, o qual chama de abstração construtiva com o envolvimento de signos e conteúdos. Aqui o campo lógico-matemático é ultrapassado e se faz importante o domínio

[4] Piaget estudou o raciocínio lógico-matemático das crianças. Revolucionou a educação com diversos estudos científicos e contribuiu, de forma imensurável, para a Psicologia e Pedagogia.

de leitura, percepção de detalhes e a ordem de apresentação das informações, pois são características que devem ser trabalhadas desde a infância.

O raciocínio lógico-matemático requer abstração e interpretação das informações, ou seja, exige que a busca de relações entre o que foi apresentado e os conhecimentos adquiridos. Para isso é necessário uma boa base teórica de matemática, firmada na interação do aluno com a aprendizagem, isto é, a matemática deve ser trabalhada na vida dos indivíduos.

Vale destacar que a lógica não diz como as pessoas raciocinam, mas possui interesse naquilo que pensam como um fato verdadeiro ou falso, em outras palavras, se a conclusão daquilo que pensamos está adequadamente justificada em vista da informação disponível se a conclusão pode ser afirmada a partir de informação que se tem (Mortari, 2001).

> O conhecimento lógico matemático, incluindo o número e aritmética, é construído ou "criado" por cada criança de dentro para fora, na interação com o ambiente, ou seja, o conhecimento lógico matemático não é adquirido diretamente do ambiente por internalização, é necessária a interação para que a criança construa internamente este conceito. (Kunast et. al., 2006, APUD Piaget, 1970).

Na escola as informações são organizadas de forma sistematizada, onde as experiências passam a ser guiadas pelo formalismo científico na aprendizagem matemática.

A argumentação trata do envolvimento do raciocínio, onde buscamos respostas que sejam verdadeiras e que validem nossa forma de pensar. Os critérios e princípios lógicos são usados para que nosso argumento tenha maior aceitação e aprovação, onde destacamos não só o pensar, mas o pensar racionalmente, valendo-se da razão matemática e lógica. "Pensar e argumentar logicamente é indispensável para dar sentido ao pensamento" (Rauber et al., 2003, p. 24).

Por mais que tentem tratar a lógica e a matemática separadamente, ainda assim terão seus resultados intimamente ligadas por sua origem, tendo como fator principal de ligação o pensar e o raciocínio. "O aprendizado da lógica auxilia os estudantes no raciocínio, na compreensão de conceitos básicos, na verificação formal de programas e melhor os prepara para o entendimento do conteúdo de tópicos mais avançados." (Abar, 2006). "A aprendizagem lógica faz com que o pensamento proceda corretamente a fim de chegar a conhecimentos verdadeiros" (Scolari et al., 2007).

> Da mesma forma que na leitura ou escrita, o raciocínio lógico na resolução de problemas matemáticos é um fator de extrema importância. É fundamental que os alunos compreendam e raciocinem sobre o que está sendo proposto e não somente decorem e apliquem fórmulas (Scolari et. al., 2007).

É imprescindível o uso do raciocínio lógico na aprendizagem da matemática, pois fará com que a aprendizagem seja elaborada em parâmetros cognitivos que trabalham os aspectos superiores da mente e do aprender. Para tanto, caberá ao professor durante a sua prática buscar reelaborar conteúdos que possuam por princípio o uso do raciocínio lógico usando diferentes recursos como as Tecnologias da Informação e Comunicação ou materiais concretos e jogos.

O raciocínio é uma característica humana que comporta um conjunto de ações cognitivas, é uma reação do pensamento de natureza complexa que responde algo que nos é proposto. Assim, o raciocínio permite reconhecermos que algo está sendo questionado e, neste sistema, devemos interpretar, reformular, adaptar a questão para o reconhecimento mais claro do questionamento posto.

O raciocínio é um cálculo, a deliberação ou dedução de um pensamento. Trazendo o raciocínio para o âmbito da lógica, este passa a ser tratado como uma operação intelectual, possuindo início em duas premissas conhecidas que permitirão chegar-se a uma terceira operação, a qual é derivada das duas primeiras, pautadas na razão e tendo como inferência proposições supostamente válidas.

Os erros de raciocínio são caracterizados em latim como quaternio terminorum ou “falácia dos quatro termos”, onde as premissas usadas em um silogismo (normalmente compostos por premissa maior, premissa menor e conclusão) não são usadas no mesmo sentido, o que causa um erro de raciocínio.

A lógica determina a dedução, indução e abdução como tipos de raciocínios. Os exercícios lógicos contribuem para o desenvolvimento de várias habilidades mentais. Ainda há que se falar no Raciocínio verbal, o qual consiste na capacidade de apreensão e estruturação de elementos verbais, culminando na formação de significados, ordem e relação entre eles. Já o Raciocínio espacial remete para a aptidão para se criar e manipular representações mentais visuais. Está relacionado à capacidade de visualização e de raciocinar em três dimensões. Por fim, o Raciocínio abstrato é o responsável pelo pensamento abstrato e a capacidade para determinar ligações abstratas entre conceitos através de ideias inovadoras. Raciocínio lógico é um processo de estruturação do pensamento que requer consciência e capacidade de organização do pensamento.

O raciocínio lógico consiste na coordenação das relações que os sujeitos abstraem. Na perspectiva de Piaget a lógica resulta da formação progressiva de esquemas produzidos através da adaptação (assimilação e acomodação) e organização.

No campo do estágio do pensamento lógico-formal, a lógica recai sobre as hipóteses. O pensamento seria o resultado da constituição de esquemas que se organizam e se adaptam nas estruturas cognitivas. Neste processo de organização do pensamento, surge o ato de julgamento que segue as mesmas fases do desenvolvimento cognitivo.

Para Piaget, a origem do comportamento inteligente está na formação dos primeiros esquemas que os sujeitos constroem. São sistemas de trocas significativas que permitem a ocorrência das estruturas do raciocínio.

> Uma estrutura é um sistema de transformações que comporta leis enquanto sistema (por oposição às propriedades dos elementos) e que se conserva ou se enriquece pelo próprio jogo de suas transformações, sem que estas conduzam para fora de suas fronteiras ou façam apelo a elementos exteriores. Em resumo, uma estrutura compreende os caracteres de totalidade, de transformações e de auto-regulações. (PIAGET, 1974, p. 18)

Uma estrutura de pensamento é formada por elementos que formam uma propriedade de conjuntos diferentes. Essas estruturas são fundamentais para o comportamento e a inteligência, principalmente para o fornecimento da lógica e da matemática. Vale destacar que a escola assume papel importante na formação do raciocínio lógico-matemático na medida em que estiver estruturada de forma a possibilitar tal desenvolvimento. Segundo Piaget (1976), a Matemática nada mais é que uma lógica que prolonga de forma natural a lógica do próprio organismo.

Figura 4 – Jean Piaget (1896-1980) – Referência no estudo do Desenvolvimento da Inteligência –

2.2 Das Lógicas Clássicas, As Não-Clássicas e a Criação da Lógica Matemática

Sendo uma ciência, a lógica procura definir a estrutura da declaração e argumento que elabora e formula codificações, ou seja, implica na compreensão do que gera um bom argumento e de quais argumentos são falaciosos.

É importante apresentar aqui algumas considerações sobre a matemática construída no século XIX, pois esta influencia fortemente o surgimento da lógica matemática do século XX e das lógicas não-clássicas. É um período áureo dos estudos da álgebra e da geometria.

Pode ser mencionado o surgimento das geometrias não-euclidianas. Ainda da "geometria de Riemann", trazendo contribuição com a teoria geral dos espaços. Vale frisar como criação importante do século XIX a construção e desenvolvimento da geometria Projetiva. Neste período ocorre uma grande revolução na área da álgebra com a construção das álgebras não-comutativas.

Segundo Da Costa apud D'OTTAVIANO; FEITOSA (2003, p. 19),

> O surgimento das geometrias não euclidianas talvez tenha sido um dos maiores acontecimentos na história da cultura e, até hoje, tais geometrias são motivações heurísticas ou analógicas para a construção das lógicas não clássicas. Vasiliev e Lukasiewicz, na construção de seus sistemas não clássicos, declararam-se motivados pelo surgimento das geometrias não euclidianas. Quanto à geometria de Riemann, deve-se considerar não apenas a formalização usual da geometria riemanniana, mas também a teoria geral dos espaços de Riemann, com a concepção riemanniana de espaço, que mudou radicalmente a noção de espaço e constitui uma modificação tão radical quanto aquela provocada pela geometria de Lobatchevski e Bólyai.

Foi na mesma época do surgimento das geometrias não-euclidianas que surge a geometria a um número qualquer de dimensões. O surgimento de tal geometria deve-se a Grassmann e Cayley. Esta geometria foi sendo desenvolvida de forma abstrata independente da geometria física. Após a criação do primeiro sistema matemático no qual a operação de multiplicação não é comutativa, Hamilton e toda a escola inglesa passaram a conceber a álgebra como algo abstrato. Grassmann então criou toda a álgebra linear com a teoria dos espaços vetoriais.

> Com Hamilton e Grassmann efetuou-se uma mudança radical na maneira de se encarar a matemática que passou a se tornar abstrata, começando a separar-se das ciências naturais, especialmente da física. A matemática francesa tardou a adquirir essa visão da matemática, que para os alemães já era bastante clara, pois no início do século XX, com Poincaré e outros, a matemática era algo difícil de se separar da física (D'OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 20).

D'Ottaviano e Feitosa (2003) contam ainda que outro processo fundamental desenvolvido diz respeito à evolução do método axiomático, expresso na obra de Hilbert, o qual afirma que no verdadeiro método axiomático se deveria tratar de todas as possibilidades lógicas existentes. Traçam um resumo de alguns aspectos da história da matemática que influenciaram a criação da lógica atual e das lógicas não-clássicas:

> As geometrias não euclidianas sugeriram a possibilidade de lógicas diferentes da clássica; a geometria projetiva contribuiu para que se conce-

> besse a lógica de maneira formal e abstrata; as obras de Cayley, Grassmann e Hamilton corroboraram a importância dos desenvolvimentos provocados pelo impacto das geometrias não-euclidianas; o cantorismo conduziu às axiomatizações da teoria de conjuntos e à formulação das chamadas lógicas abstratas; e a concepção matemática de Poincaré e de outros matemáticos franceses desembocou no construtivismo contemporâneo das lógicas intuicionistas.(D'OTTAVIANO FEITOSA, 2003, p. 20)

Até meados do século XIX, os matemáticos franceses em geral concebiam a matemática como algo de natureza intuitiva, uma espécie de ciência física. Já os matemáticos alemães, com a influência de Cantor, passam a conceber a matemática como ciência puramente abstrata.

A obra de Cantor que cria a teoria dos conjuntos resume-se numa frase célebre: "A essência da matemática radica na sua completa liberdade". Esta afirmação aponta que a matemática pode ser desenvolvida num plano totalmente independente do mundo físico real.

As leis básicas do pensamento Aristotélico são mantidas na teoria de conjuntos usual como lógica subjacente, sobre a qual se fundamenta a aritmética. Porém, os paradoxos da teoria dos conjuntos e algumas questões que não haviam sido solucionadas sobre o conceito de infinito, exigiram aos lógicos que se debruçassem sobre problemas relativos à fundamentação matemática.

> O programa de Hilbert, a partir de 1902, tinha por objetivo provar que tais dificuldades podiam ser superadas, mediante uma formalização adequada que permitisse a demonstração metateorética da consistência da aritmética e, portanto, da matemática. Hilbert Bernays 1934 (segunda edição em 1939) é um tratado de lógica moderna e contém as idéias de Hilbert sobre os fundamentos da matemática, caracterizando a distinção entre linguagem objeto e metalinguagem (na terminologia de Hilbert, entre matemática e metamatemática) (D'OTTAVIANO; FEITOSA, 2003, p. 21).

No século XIX, transmitiu-se uma visão abstrata cantoriana e a visão concreta francesa de Poincaré, Borel, Lesbegue, etc. O que vemos hoje são espécies de síntese dos estudos alemães e franceses.

É importante frizar que aproximadamente no século XIX é que ocorre uma revolução na operação da lógica. É neste período que vários investigadores da área da matemática começam a dar uma nova linguagem simbólica para tal, bem como para a transformação da lógica em álgebra. Assim, passamos a ter o uso da lógica como um cálculo, fundado nas leis do pensamento humano.

Georde Boole (1815-1864), em "Mathematical Analysis of Logic"publicado em 1847, trata da lógica pela primeira vez como um cálculo de signos algébricos. A álgebra booleana contribuiu significativamente para o desenho dos circuitos eletrônicos modernos de computadores, ainda criando a base da teoria dos conjuntos. Boole rompe com as restrições impostas à lógica de Aristóteles a partir da afirmação da existência de uma infinidade de raciocínios válidos e não-válidos. Entre 1890 e 1895 o estudioso Ernest Schroder, nas suas "Lições sobre a álgebra lógica"deu a forma acabada à lógica de Boole.

É no final do século XIX que os estudos da lógica matemática evoluem com novos passos no sentido da formalização de novos processos demonstrativos e conceitos. Dentre os matemáticos e filósofos de destaque na contribuição para os avanços da referida área temos Gottlob Frege, Peano, B. Russell, Alfred N. Witehead e David Hilbert. Nesta fase são criados os seguintes sistemas lógicos: o cálculo proposicional e o cálculo de predicados.

No início do século XX, matemáticos e filósofos criaram novos sistemas lógicos que diferiam da lógica aristotélica. De acordo com D'Ottaviano e Feitosa (2003, p. 21), "as lógicas não clássicas diferenciam-se da lógica clássica por basearem-se em linguagens mais ricas em formas de expressão, ainda em princípios inteiramente distintos e poderem ter uma semântica distinta".

> A lógica é o estudo do raciocínio; e a lógica matemática é o estudo do tipo de raciocínio feito pelos matemáticos. Para descobrir a abordagem própria à lógica matemática, devemos, portanto, examinar os métodos do matemático. O aspecto conspícuo da matemática, em oposição às outras ciências, é o uso da demonstração, em vez da observação. Um físico pode provar leis físicas a partir de outras leis físicas; mas ele, usualmente, considera a concordância com a observação como o teste último para uma lei física. Um matemático pode, ocasionalmente, usar a observação; pode, por exemplo, medir os ângulos de muitos triângulos e concluir que a soma dos ângulos é sempre 180º. Entretanto, aceitará isso, como uma lei da matemática, somente quando tiver sido demonstrado (SHOENFIELD, 2002, p.66, APUD Silva, 2012).

De acordo com Haack (1974) apud D'OTTAVIANO FEITOSA (2003, p. 22), há duas principais categorias de lógicas não clássicas, sendo as complementares da clássica e as lógicas alternativas a ela, onde as primeiras primam pelos princípios da lógica clássica e não questionam sua validade universal, assim, somente complementam e ampliam sua finalidade. Como exemplo de lógicas complementares, podem ser citadas as lógicas modais, com os operadores modais de possibilidade e necessidade; as lógicas deônticas, com os operadores deônticos proibido, permitido, indiferente e obrigatório; as lógicas do tempo, com operadores temporais, relevantes para os fundamentos da física e para a linguística; as lógicas epistêmicas, lógicas imperativas, etc.

As lógicas heterodoxas (ou desviantes) podem ser consideradas rivais da lógica clássica e foram concebidas como uma nova ordem de lógicas que foram criadas para substituírem a lógica clássica. São também chamadas de lógicas não reflexivas como, por exemplo, a lógica quântica. Alguns sistemas não reflexivos fortes englobam a lógica clássica.

Neste interim, é estabelecido a abordagem de Frege nos estudos de lógica que dá origem ao cálculo clássico tal como exposto nos Principia Mathematica de Russell e Whitehead e, assim surgem diversos sistemas alternativos denominados cálculos não-clássicos. Dentre eles, destacam-se a Lógica Modal, a Lógica Plurivalente, a Lógica Paraconsistente, a Lógica Intuicionista, a Lógica Relevante, a Lógica Erotética, a Lógica Fuzzy, etc, que serão comentadas mais a frente.

Frege (1848-1925) possui suas principais obras datadas entre 1879 e 1893. Este foi o primeiro a apresentar o cálculo proposicional na sua forma moderna introduzindo, assim, a função proposicional, o uso de quantificadores e a formação de regras de inferência primitivas. Para tanto, criou um sistema capaz de transformar em raciocínios dedutivos todas as demonstrações matemáticas. Todas as demonstrações foram então traduzidas em certo conjunto de modos de tradução, onde tudo foi devidamente explicitado.

Com Frege, passa-se da álgebra da lógica (matematização do pensamento) à logística (logicização das matemáticas) e mesmo ao logicismo (redução das matemáticas à lógica). Aqui surge a lógica matemática caracterizada por um conjunto de linguagem artificial e simbólica que representa o pensamento de forma unívoca, onde cada signo possui um único significado.

Com Giuseppe Peano (1858-1932) foi desenvolvido o sistema de notação empregado pelos lógicos e matemáticos. Peano demonstrou igualmente que os enunciados matemáticos não são obtidos por intuição, mas sim deduzidos a partir de premissas.

Apesar de Peano ser uns dos fundadores de lógica matemática, é o filósofo e matemático alemão Gottlob Frege que é considerado o pai de lógica matemática.

Bertrand Russel (1872-1970)[5] desenvolveu o projeto do logicismo que trata da redução das matemáticas à lógica. A sua obra "Principia Mathematica" (1910-1913), escrita em colaboração com Whitehead, tornou-se referência da lógica matemática.

Após as significativas contribuições dos estudos da Lógica e da Matemática, surgem três escolas de lógicos:

- Os **logiscistas**, que defendiam que a lógica era um ramo da matemática;
- Os **formalistas**, que defendiam que ambas as ciências eram independentes, mas formalizadas ao mesmo tempo;

[5] Autor do famoso "paradoxo de Russel". Com a reputação de um dos maiores matemáticos, lógicos e filósofos do século XX organizou movimentos contra a proliferação de armas nucleares, juntamente com Albert Einstein e outros cientistas importantes de seu tempo.

- Os **intuicionistas**, para os quais a lógica era um derivado da matemática porque era axiomatizada.

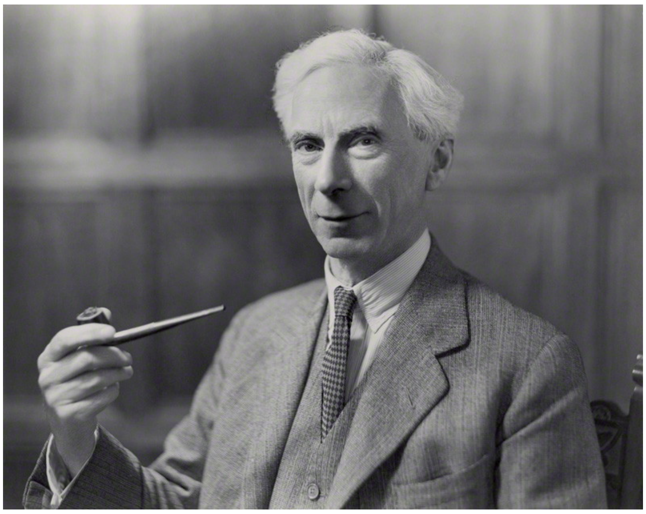


Figura 5 – Bertrand Russel (1872-1970)– Defensor do Logicismo

Assim, foi durante o século XX que ocorreu de um lado a generalização e diversificação dos estudos da lógica matemática, atingindo-se um elevado grau de formalização. Para tanto, a lógica foi sendo desenhada para a forma tal qual conhecemos atualmente, sendo um sistema completo de símbolos e regras de combinação de símbolos para se obter conclusões válidas que a tornou particularmente adaptada a ser aplicada à concepção de máquinas inteligentes.

2.2.1 Os Diferentes Tipos de Lógicas

Diferentes sistemas de Lógica Formal foram construídos ao longo do tempo. Pode ser mencionado que há diversos sistemas lógicos formais com aplicações teóricas e práticas diferentes. Abaixo será apresentado algumas lógicas existentes consideradas como principais em tal estudo, em especial as duas primeiras que serão trabalhadas mais adiante:

- **Lógica proposicional** (ou **cálculo proposicional**): é considerada como a mais elementar dentro da lógica simbólica, tendo por base o princípio do terceiro excluído e da não contradição. Esta é formada pelas fórmulas atômicas representadas geralmente por letras minúsculas, parênteses e conectivos e não possui quantificadores. A simplicidade com a qual foi estruturada não permitiu que tal lógica formalizasse a matemática;

- **Lógica de primeira ordem** (ou **cálculo de predicados**): esta lógica é usada para dar forma à matemática e sua síntese apresenta conectivos da lógica proposicional e acrescenta quantificadores e variáveis, além de outros símbolos específicos que dependem do assunto que a linguagem aborda. A presença dos quantificadores torna substancialmente mais difícil a construção da sintaxe e da semântica em relação à lógica proposicional, porém ganha muito em expressividade;

- **Lógica de segunda ordem**: possui semelhança com a anterior, porém possui quantificadores sobre classes de indivíduos e não apenas sobre os indivíduos;

- **Teoria dos tipos**: foi criada por Bertrand Russell, em seu Principia Mathematica. Nesta teoria quantificamos os indivíduos, as classes de indivíduos, as classes de classes de indivíduos e assim por diante, como se fosse uma lógica de ordem infinita;

- **Lógica modal**: aqui a semântica dos mundos possíveis é usada. É uma extensão da lógica proposicional, acrescentando-lhes dois operadores: necessariamente e possivelmente. O valor lógico sendo verdadeiro ou falso de uma sentença depende de qual dos mundos possíveis ela está sendo analisada. Assim, uma sentença é considerada verdadeira num mundo se assim for em todos os outros mundos acessíveis.

- **Lógica descritiva**: considera-se esta como um fragmento da lógica de primeira ordem, uma vez que toda sentença escrita na linguagem lógica descritiva pode ser traduzida de maneira relativamente simples;

- **Lógica paraconsistente**: as lógicas consideradas clássicas atendem ao princípio do terceiro excluído e da não-contradição. Assim, se uma teoria incluir premissas contraditórias, então pode ser deduzido qualquer sentença dos princípios da lógica clássica que o torna inútil. Por outro lado, a lógica paraconsistente, que foi apresentada pelo filósofo e matemático brasileiro Newton da Costa, permite contradições, assim uma sentença e sua negação sejam tidas como verdadeiras;

- **Lógica intuicionista**: a lógica clássica é contra-intuitiva, não traduzindo relação de causa-efeito na linguagem natural. Aqui a definição da implicação é um dos pontos que a diferenciam da lógica proposicional, tendo como diferença uma dupla negação. Aqui é negado o principio do terceiro excluído, permitindo que uma fórmula e sua negação sejam ambas falsas.

- **Lógica fuzzy** (ou **lógica difusa**): na lógica clássica, cada afirmação recebe apenas o valor de verdadeiro ou falso, enquanto a lógica fuzzy procura valorar uma fórmula com qualquer valor real no intervalo [0, 1]. Assim, verdades parciais são permitidas e se aproximam de alguns problemas reais.

Pode-se apresentar também a classificação da professora Abar (PUC-SP, 2006) a saber:

- **Lógica Clássica**: entendida como o núcleo da lógica dedutiva, é o que se chama atualmente de “Cálculo de predicados de primeira ordem”’ com ou sem igualdade e de alguns de seus subsistemas. Três princípios (entre outros) regem a lógica clássica: Da identidade, da contradição e do terceiro excluído;

- **Lógicas Complementares da Clássica**: complementam, de algum modo, a lógica clássica estendendo o seu domínio. Estas são: lógica modal, lógica deôntica, lógica epistêmica, entre outras;

- **Lógicas Não Clássicas**: caracterizadas por desconsiderar algum ou alguns dos princípios da lógica clássica. Sendo estas: lógica para completa e lógica intuicionista (desconsideram o princípio do terceiro excluído); lógica para consistente (desconsidera o princípio da contradição); lógica não-alética (desconsidera o terceiro excluído e o da contradição); lógica não reflexiva (desconsidera o princípio da identidade); lógica probabilística, lógica polivalente, lógica fuzzy, entre outras.

2.3 Aplicações da Lógica

Como mencionado anteriormente a lógica possue uma diversificação em sua aplicação, mas o que seria este Raciocínio Lógico? Por Raciocínio, podemos compreender como ato ou maneira de pensar ou raciocinar, sendo um sinônimo da argumentação, do juízo ou pensamento usado para chegar a uma determinada conclusão.

O uso da lógica matemática procurou formas sistemáticas que pudessem servir para a criação de máquinas inteligentes capazes de substituírem o homem em certas tarefas e, assim, nos deparamos no século XVII com notáveis investigações e invenções que conduziriam a inteligência artificial. Neste século, aparecem as primeiras máquinas de calcular.

A cibernética é outro exemplo do avanço do uso da lógica. A cibernética tem a sua origem nos anos trinta do século XX, período marcado pelo entusiasmo da comunidade científica e filosófica em relação a novas máquinas como mencionado acima.

Entre os que participavam destes debates destacavam-se A. Rosenbluth (especialista em fisiologia nervosa) e Norbert Wiener (matemático que se dedicava à construção de máquinas eletrônicas). Este último estava convencido que os sistemas de comunicação dos animais eram semelhantes aos de uma máquina. Wiener teve então a ideia de criar uma ciência interdisciplinar para o estudo dos sistemas de controle e comunicação nos animais e nas máquinas (como se organizam, regulam, reproduzem, evoluem e aprendem). Um dos ramos mais importantes desta ciência tem sido a robótica- estudo e construção de máquinas inteligentes.

A Inteligência Artificial foi surgindo com o desenvolvimento dos computadores nos anos 50, a qual foi impulsionada como uma nova ciência. Esta ciência aplicada dedica-se ao estudo da construção de máquinas capazes de simularem atividades mentais, tais como a aprendizagem por experiência, resolução de problemas, tomada de decisões, reconhecimento de formas e compreensão da linguagem.

As linhas de investigação são essencialmente três: simulação das funções superiores da inteligência; modelização das funções cerebrais, explorando dados da anatomia, fisiologia ou até da biologia molecular; reprodução da arquitetura neuronal de um cérebro humano de forma a produzir numa máquina condutas inteligentes.

Com tais avanços, surge também a lógica de programação que é a linguagem usada para criar um programa de computador. A lógica de programação é essencial para desenvolver programas e sistemas informáticos, pois ela defina o encadeamento lógico para esse desenvolvimento. Os passos para esse desenvolvimento são conhecidos como algoritmo, o qual consiste em uma sequência lógica de instruções para que a função seja executada.

Outra lógica muito usada no ramo das ciências sociais e humanas é a lógica de argumentação, a qual permite verificar a validade ou se um enunciado é verdadeiro ou não. Não é feito com conceitos relativos e nem subjetivos. São proposições tangíveis cuja validade pode ser verificada. Neste caso, a lógica tem como objetivo avaliar a forma das proposições e não o conteúdo. Os silogismos (compostos por duas premissas e uma conclusão) são um exemplo de lógica de argumentação.

A lógica proposicional é uma área da lógica que examina os raciocínios de acordo com as relações entre orações (proposições) e unidades mínimas do discurso que podem ser verdadeiras ou falsas.

Já a lógica matemática (ou lógica formal) estuda a lógica segundo a sua estrutura ou forma. A lógica matemática consiste em um sistema dedutivo de enunciados que tem como objetivo criar um grupo de leis e regras para determinar a validade dos raciocínios. Assim, um raciocínio é considerado válido se é possível alcançar uma conclusão verdadeira a partir de premissas verdadeiras.

A lógica matemática é muito usada para edificar raciocínios válidos mediante outros raciocínios. Os raciocínios podem ser dedutivos (a conclusão é obtida obrigatoriamente a partir da verdade das premissas) e indutivos (probabilísticos). A lógica formal pode ser dividida em dois grupos: lógica proposicional e lógica de predicados.

Leibniz é visto por muitos como a mente que iniciou o conceito de lógica formal ou matemática, o qual aborda as questões centrais da matemática. No entanto, só depois de 1890, com Peano, começou a interrogação a respeito da consistência de axiomas. Alguns importantes princípios da lógica formal se encontram na obra The Mathematical Analysis of Logic (Análise Matemática da Lógica), de autoria de George Boole (autor da lógica ou álgebra de Boole), conforme já mencionado.

2.3.1 Os Paradoxos

Os paradoxos lógicos são as contradições que envolvem a lógica. Para Bertrand Russel, estes paradoxos envolvem auto-referência, em outras palavras, não possuem uma falha lógica óbvia, porém agrupam falácias do tipo "círculo vicioso" (D'Ottaviano 1990).

Tais paradoxos lógicos podem ser semânticos ou sintáticos. Os primeiros usam conceitos do tipo denotar, verdadeiro, adjetivos, etc, enquanto os segundos envolvem conceitos e notações da teoria dos conjuntos.

Segue abaixo alguns paradoxos mais comuns e conhecidos de acordo com Whitehead Russel (1973, p. 60).

- **Paradoxo de Cantor** (Paradoxo sintático, Cantor, 1899):

  Tal paradoxo envolve a teoria de números cardinais em sua aplicação, onde um número cardinal de um conjunto y, denotado por y, é definido como o conjunto de todos os conjuntos x equipotentes a y, ou seja, os conjuntos x que estão em correspondência biunívoca com y. Intuitivamente, o número cardinal de y corresponde ao número de elementos de y.

  Dados dois conjuntos y e z, definimos $y \leq z$ quando y é equipotente a um subconjunto de z e y < z se $y \leqslant z$ e $y \neq z$.

  Portanto, se y é subconjunto de z, então $y \leqslant z$. Seja P(y) o conjunto de todos os subconjuntos de y.

  Teorema de Cantor: Para qualquer conjunto y, y < P (y) .

  Teorema de Schröder-Bernstein: Se y e z são conjuntos tais que y$\leqslant zez \leqslant y, então y =$ z.

- **Paradoxo de Russell** (Paradoxo sintático, Russell, 1902):

Russel contesta as proposições de Cantor no que concernia a existência de um cardinal, ou seja, afirmava que não havia um cardinal maior que todos os outros. Para tanto, definiu o conjunto R, conhecido como *conjunto de Russell*, que deu origem ao Paradoxo de Russell.

Russel considerava um conjunto como uma coleção de objetos qualquer e, assim, poderiam existir conjuntos em si mesmo e elementos de conjuntos. Consideremos o conjunto R, constituído por todos os conjuntos x tais que x não é elemento de si mesmo. Em notação contemporânea de teoria de conjuntos: $R =$ x / x $\in$ x.

- **Paradoxo do Mentiroso** (Paradoxo semântico):

Tal paradoxo analisa a equivalência. Assim, se um homem afirmar que está mentindo. Se ele estiver mentindo, então o que ele diz é verdade e, portanto, ele não está mentindo; se ele não estiver mentindo, então o que ele diz é verdade e, portanto, ele está mentindo.

Logo, ele estar mentindo é "equivalente" a ele não estar mentindo.

O Paradoxo do Cretense, conhecido na antiguidade, citado no Novo Testamento e na epístola do Apóstolo Paulo á Tito, na cidade de Creta, é semelhante ao Paradoxo do Mentiroso.

> Um dentre eles, o profeta deles disse: Os cretenses são sempre mentirosos, feras selvagens, glutões preguiçosos. (Epístola de Paulo a Tito, 1, versículo 12,NT)

- **Paradoxo do Barbeiro** (Paradoxo Semântico)

  Em uma cidade vive um barbeiro que barbeia aqueles habitantes e apenas aqueles que não barbeiam a si mesmos. Assim, se o barbeiro se barbeia, então ele não barbeia a si mesmo. E vice-versa.

Existem outros vários paradoxos conhecidos: na forma de fábulas, estórias, filosofias, geometrias, artes, figuras surreal, etc., às vezes em formas de perguntas que deixa aberta a duas ou mais opções.

Veja mais alguns exemplos:

- *Não Tenho nada a declarar!*
- *Sua resposta a esta pergunta é* não ?
- *Esta flase comtém três erros.*
- *É proibido proibir.*
- *Só sei que nada sei!*

Figura 6 – Paradoxo: Cubo impossível

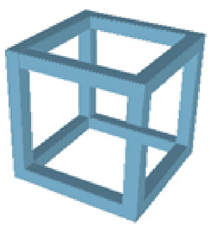
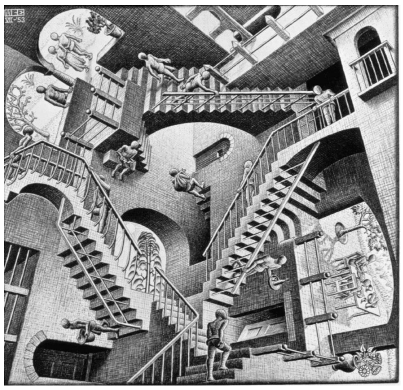


Figura 7 – Paradoxo de Escher



Podemos perceber que um *paradoxo* é uma enunciado autocontraditório (verdadeiro e falso ao mesmo tempo), ferindo o Principio da Não Contradição. Porém, não se pode acreditar que o mesmo prejudica a forma correta de pensar e nem tampouco o Raciocinio Lógico. Ele até contribui para uma melhor reflexão sobre o verdadeiro e o falso.

3 O RACIOCÍNIO LÓGICO DE PRIMEIRA ORDEM (LÓGICA CLÁSSICA)

Conforme vimos no segundo capítulo, temos vários tipos de lógica, a mais pertinente devido à facilidade de compreensão, abrangência e objeto da proposta deste trabalho é a Lógica de Primeira Ordem, que possui estruturas que facilitam melhor a compreensão do raciocínio e, consequentemente avaliar melhor uma ou mais afirmações. Ela utiliza os conectivos da lógica proposicional e acrescentam quantificadores e variáveis, além de outros símbolos específicos que dependem do assunto abordado.

> A diferença entre a verdade e a falsidade é muitas vezes a diferença entre a clareza e a superstição, entre o preconceito e a justiça social, entre ser enganado e tomar decisões acertadas. (CARNIELLI, 2011, p. xiv)

Como já dito anteriormente, a presença dos quantificadores torna substancialmente mais difícil a construção da sintaxe e da semântica em relação à lógica proposicional, porém ganha muito em expressividade.

3.1 Lógica Proposicional

É a mais elementar dentro da lógica simbólica, possuindo princípios fundamentais a lógica formal e é formada por fórmulas, parênteses e conectivos. Devido à sua simplicidade, tem-se uma dificuldade de formalizá-la matematicamente. Caracteriza-se por meio de letras (geralmente minúsculas) do nosso alfabeto

3.1.1 Proposição

É toda sentença declarativa (enunciado) que pode ser classificada, unicamente, como verdadeira ou falsa.

A proposição deve ter sentido completo e ser possível classificá-la ou como verdadeira ou com falsa. Não pode haver dúvidas, questionamentos ou mais de uma interpretação.

Exemplos:

1. p: 7 é um n^o primo. (é uma proposição - logicamente verdadeira)

2. q: Gurupi é a capital do Tocantins. (é uma proposição - logicamente falsa)

3. r: O Brasil é. (não é proposição – o sentido não está completo).

4. s: "Pedro é delegado de polícia". (não é proposição, pois se não conhecer Pedro, nada se pode afirmar).

5. t: "Você gosta de estudar lógica!!!". (não é proposição- nada se pode afirmar).

6. u: "Você passou no concurso?". (não é proposição - nada se pode afirmar).

As proposições podem ser:

- **Simples** (ou **atômicas**) sendo de fácil compreensão e bastante utilizadas em avaliações e seleções do tipo marque "V" ou "F", principalmente quando se trata de conhecimentos universais.

- **compostas** (ou **moleculares**): É toda senteça $P(p_1,p_2,p_3,...,p_n)$ formada por n proposições simples.

Ou seja, são proposições que possuem mais de uma proposição ligadas por conectivos lógicos. Estas exigem uma melhor análise, pois não é suficiente saber a veracidade das proposições simples que as compõe e, sim, quais são as formas que elas se relacionam para se concluir seu valor final (conclusivo).

As sentenças compostas resultantes de operações lógicas e de seus valores lógicos fazem parte do chamado **Cálculo Proposicional**.

3.1.2 Valor Lógico de uma Proposição

O valor verdadeiro ou falso que uma proposição pode assumir é chamado de lógico ou valor verdade dessa proposição.

O valor lógico de uma proposição p indica-se por V(p). Assim, exprime-se que p é verdadeira (V) escrevendo: V(p)=V.

Analogamente, exprime-se que p é falsa (F) escrevendo: V(p)=F.

Exemplos:

1. -A afirmação P: "O Brasil é o único país penta-campeão mundial de futebol" é uma proposição cujo valor lógico é verdadeiro (V(p)=V).

2. - A afirmação q: "todos os brasileiros, sem exceção, gostam de futebol" é uma proposição cujo valor lógico é falso (V(p)=F).

3.1.3 Princípios Básicos da Lógica

Segundo alguns filósofos, é impossível raciocinar corretamente se não forem obedecidas as "leis do raciocínio" enunciadas por Aristóteles por volta do século IV e são consideradas como a base do raciocínio lógico.

Toda proposição deve obedecer aos princípios básicos:

- **Princípio da não-contradição**: uma proposta não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto: $\sim (p \wedge \sim$ p).
- **Princípio do terceiro excluído**: uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, não podendo assumir um terceiro valor lógico: (p $\vee \sim$ p).
- **Princípio da identidade**: Dado uma proposição, ela é sempre igual a ela mesma: (p = p).

3.1.4 Conectivos Lógicos

Conectivos (ou **operadores**) **lógicos** são símbolos que servem para unir duas ou mais proposições substituindo as versões formais.

Por não haver padronização simbólica, existem vários tipos de símbolos para cada versão, bem como variações de leituras, mas para uma melhor compreensão será utilizado a versão de maior consenso em cada denominação.

Os conectivos lógicos são:

Denominação	Conectivo (simbolo)	Versão formal
Negação	$\neg$ *ou* $\sim$	Não
Conjunção	$\wedge$	... e ...
Disjunção	$\vee$	... ou ...
Disjunção exclusiva	$\veebar$	Ou ... ou ...
Condicional	$\rightarrow$	Se ...., então ...
Bi-condicional	$\leftrightarrow$	... se, e somente se ...

Tabela 1 – Conectivos Lógicos

Para verificar o valor lógico de uma proposição composta, precisamos analisar, além das veracidades das proposições que as compõe, o conectivo que as liga.

É importante destacar que não se deve utilizar os conectivos na "forma simbólica" e na "versão formal" conjuntamente, numa mesma proposição, pois isso pode gerar dúvidas e confusões.

Vejamos como funciona cada conectivo:

3.1.4.1 Negação

É a partícula "não" da versão formal. Representa a negação, no *estrito senso*, de uma proposição. Seu símbolo mais comum é o "$\sim$.

Assim, dada uma proposição "p", então a correspondente negação é " $\sim p$ "(Lê-se: "**não** p").

Este conectivo troca o valor lógico da proposição.

Exemplo:

Seja:

p: Palmas é a capital do Tocantins.

Temos:

$\sim p$: Palmas **não** é a capital do Tocantins .

3.1.4.2 Conjunção

É a partícula "**e**" da versão formal. Seus símbolos mais comuns são o "$\wedge$ " e " **.** ".

É utilizado na ligação de duas ou mais proposições.

Assim, dadas duas proposições "p" e "q", temos: p $\wedge q(L\hat{e} - se: p$ **e** $q)$.

O valor conclusivo deste conectivo é verdadeiro somente quando todas as proposições envolvidas forem verdadeiras e é falso nos demais casos. Ou seja, basta que uma proposição simples seja falsa para que a proposição composta seja também falsa.

Exemplo:
Sejam verdadeiras as proposições:

p: Palmas é a capital do Tocantins. - V(p)=V

q: O Sol é quente. - V(p)=V

Podemos Ter:

i) $p \wedge q$: Palmas é a capital do Tocantins **e** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

ii) $p \wedge \sim q$: Palmas é a capital do Tocantins **e** o Sol **não** é quente. - proposição falsa.

iii) $\sim p \wedge q$: Palmas **não** é a capital do Tocantins **e** o Sol é quente. - proposição falsa.

iv) $\sim p \wedge \sim q$: Palmas **não** é a capital do Tocantins **e** o Sol **não** é quente. - proposição falsa.

3.1.4.3 Disjunção

Sua partícula é o "**ou**" da versão formal. Seu símbolo mais comum é "$\vee$". É também utilizado na ligação de duas proposições.

Assim, dadas duas proposições "p" e "q", temos p $\vee q (L\hat{e} - se : p$ **ou** $q)$.

O valor conclusivo deste conectivo é verdadeiro se pelo menos uma das proposições envolvidas for verdadeira e é falso somente quando todas as proposições forem falsas. Este operador é aditivo, ou seja, é verdadeiro quando um ou outro ou ambos são verdadeiros. Basta que pelo menos uma proposição simples seja verdadeira para que a proposição composta será verdadeira.

Exemplo:
Sejam verdadeiras as proposições:

p: Palmas é a capital do Tocantins. - V(p)=V

q: O Sol é quente. - V(p)=V

Podemos Ter:

i) $p \vee q$: Palmas é a capital do Tocantins **ou** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

ii) $p \vee \sim q$: Palmas é a capital do Tocantins **ou** o Sol **não** é quente. - proposição verdadeira.

iii) $\sim p \vee q$: Palmas **não** é a capital do Tocantins **ou** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

iv) $\sim p \vee \sim q$: Palmas **não** é a capital do Tocantins **ou** o Sol **não** é quente. - proposição falsa.

3.1.4.4 Disjunção Exclusiva

É um caso especial da partícula " **ou** "da versão formal, é utilizada, neste caso, no inicio e no meio da proposição composta. Seu símbolo mais comum é " $\veebar$".

Assim, dadas duas proposições "p" e "q", temos p $\veebar q (L\hat{e} - se :$ **Ou** p**ou** $q)$.

O valor conclusivo deste conetivo é verdadeiro quando somente uma das proposições envolvidas for verdadeira e falso nos demais casos. Este operador é um "ou" excludente, ou seja, só valida a proposição composta se as proposições simples tiverem valores diferentes.

Exemplo:
Sejam verdadeiras as proposições:

p: Palmas é a capital do Tocantins. - V(p)=V q: O Sol é quente. - V(p)=V

Podemos ter:

i) $p \veebar q$: **Ou** Palmas é a capital do Tocantins **ou** o Sol é quente. - proposição Falsa.

ii) $p \veebar \sim q$: **Ou** Palmas é a capital do Tocantins **ou** o sol **não** é quente. - proposição verdadeira.

iii) $\sim p \veebar q$: **Ou** Palmas **não** é a capital do Tocantins **ou** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

iv)$\sim p \veebar \sim q$: **Ou** Palmas **não** é a capital do Tocantins **ou** o Sol **não** é quente. - proposição falsa.

3.1.4.5 Condicional

Sua partícula é o "se..., então..." ou "implica" da versão formal. Seu símbolo mais comum é "$\rightarrow$".

Assim, dadas duas proposições "p" e "q", temos p $\rightarrow$ q (Lê-se: Se p, então q).

O valor conclusivo deste conectivo é verdadeiro quando a proposição antecedente for falsa, ou ambas (antecedente e consequente) forem verdadeiras. Ou seja, é falso somente quando a primeira proposição for verdadeira e a segunda for falsa.

Este conectivo exige um pouquinho mais de atenção, pois diferentemente dos conectivos anteriores que aceita a propriedade comutativa, a condicional não aceita. Ou seja a ordem das proposições deve ser cuidadosamente analisadas.

Exemplo:
Sejam verdadeiras as proposições:

p: Palmas é a capital do Tocantins. - V(p)=V

q: O Sol é quente. - V(p)=V

Podemos ter:

i) $p \rightarrow q$: **Se** Palmas é a capital do Tocantins, **então** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

ii) $p \rightarrow \sim q$: **Se** Palmas é a capital do Tocantins, **então** o Sol **não** é quente. - proposição falsa.

iii) $\sim p \rightarrow q$: **Se** Palmas **não** é a capital do Tocantins, **então** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

iv) $\sim p \rightarrow \sim q$: **Se** Palmas **não** é a capital do Tocantins, **então** o Sol **não** é quente. - proposição verdadeira.

3.1.4.6 Bi-condicional

Sendo um caso de dupla condição, sua partícula é o "..., se e somente se, ..." ou ".;.só..., se ..." da versão formal. Seu símbolo mais comum é "$\leftrightarrow$ ".

Assim, dadas duas proposições "p" e "q", temos p $\leftrightarrow q(Lê-se: p$ **se, e somente se,** $q)$.

O valor conclusivo deste conectivo é verdadeiro somente se ambas proposições tiverem o mesmo valor lógico e falso quando as proposições tiverem valores lógicos diferentes.

Exemplo:
Sejam verdadeiras as proposições:

p: Palmas é a capital do Tocantins. - V(p)=V

q: O Sol é quente. - V(p)=V

Podemos ter:

i) $p \leftrightarrow q$: Palmas é a capital do Tocantins **se, e somente se** o Sol é quente. - proposição verdadeira.

ii) $p \leftrightarrow\sim q$: Palmas é a capital do Tocantins **se, e somente se** o Sol **não** é quente. - proposição falsa.

iii) $\sim p \leftrightarrow q$: Palmas **não** é a capital do Tocantins **se, e somente se** o Sol é quente. - proposição falsa.

iv) $\sim p \leftrightarrow\sim q$: Palmas **não** é a capital do Tocantins se, **e somente se** o Sol **não** é quente. - proposição verdadeira.

3.1.5 Tabela Verdade dos Conectivos Lógicos

Como toda proposição tem apenas um valor verdade (ou verdadeiro (V) ou falso (F)), conforme os Princípios da Não contradição e do Terceiro Excluido, podemos utilizar uma tabela-verdade para determinar os valores lógicos de uma proposição composta P $(p_1, p_2, p_3, ..., p_n)$ formada por n proposições "p" simples.

É fácil verificar que as possibilidades de "n" proposições simples é dado por 2^n.

Portanto, se tivermos duas proposições, temos quatro valores verdades (VV, VF, FV, FF); se forem três proposições teremos oitos valores verdades (VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV e FFF), ou seja, uma potência "n"de base 2.

A Tabela – Verdade é um instrumento facilitador na interpretação das proposições compostas. Para construí-la, devemos observar que:

I - A tabela verdade de uma proposição composta com n proposições simples contém $2^n linhas$;

II - A ordem de precedência dos conectivos é:

1º) Negação: $\sim$;

2º) Conjunção e/ou Disjunção: $\wedge$ e/ou $\vee$;

3º) Condicional: $\rightarrow$;

4º) Bi-condicional: $\leftrightarrow$;

III - Os conectivos das diversas operações permitem a leitura em variantes de estilo na linguagem corrente.

Como vimos, temos seis conectivos lógicos. A cada um deles, temos uma tabela verdade. Vejamos:

I) Negação : Troca o valor atual da proposição.

p	$\sim p$
V	F
F	V

Tabela 2 – Tabela verdade da negação

II) Conjunção: O valor conclusivo é verdadeiro (V) quando todas as proposições envolvidas forem verdadeiras e é falso nos demais casos.

p	q	Combinações		Valor proposicional
V	V	p $\wedge q$	V $\wedge$ V	V
V	F	p $\wedge \sim q$	V $\wedge$ F	F
F	V	$\sim p \wedge q$	F $\wedge$ V	F
F	F	$\sim p \wedge \sim q$	F $\wedge$ F	F

Tabela 3 – Tabela verdade da conjunção

III) Disjunção: O valor conclusivo é Falso (F) quando todas as proposições forem falsas e é verdadeiro nos demais casos.

p	q	Combinações		Valor proposicional
V	V	$p \vee q$	V $\vee$ V	V
V	F	$P \vee \sim q$	V $\vee$ F	V
F	V	$\sim p \vee q$	F $\vee$ V	V
F	F	$\sim p \vee \sim q$	F $\vee$ F	F

Tabela 4 – Tabela verdade da disjunção

IV) Disjunção exclusiva: O valor conclusivo é verdadeiro (V) quando apenas uma das proposições envolvidas for verdadeira e é falso nos demais casos.

p	q	Combinações		Valor proposicional
V	V	$p\veebar q$	V $\veebar$ V	F
V	F	$P\veebar \sim q$	V $\veebar$ F	V
F	V	$\sim p\veebar q$	F $\veebar$ V	V
F	F	$\sim p\veebar \sim q$	F $\veebar$ F	F

Tabela 5 – Tabela verdade da disjunção exclusiva

V) Condicional: O valor conclusivo é Falso (F) quando apenas a segunda proposição envolvida for falsa e é verdadeiro nos demais casos.

p	q	Combinações		Valor proposicional
V	V	$p \to q$	V $\to$ V	V
V	F	$P \to\sim q$	V $\to$ F	F
F	V	$\sim p \to q$	F $\to$ V	V
F	F	$\sim p \to\sim q$	F $\to$ F	V

Tabela 6 – Tabela verdade da condicional

VI) Bi-condicional: O valor conclusivo é Verdadeiro (V) se ambas proposições envolvidas forem verdadeiras ou falsas.

p	q	Combinações		Valor proposicional
V	V	$p \leftrightarrow q$	V $\leftrightarrow$ V	V
V	F	$P \leftrightarrow\sim q$	V $\leftrightarrow$ F	F
F	V	$\sim p \leftrightarrow q$	F $\leftrightarrow$ V	F
F	F	$\sim p \leftrightarrow\sim q$	F $\leftrightarrow$ F	V

Tabela 7 – Tabela verdade da bi-condicional

3.1.6 Tautologia

Tautologia é toda proposição composta em cuja última coluna da sua tabela-verdade termina em Verdade (V) (proposições logicamente verdadeiras). São sempre verdadeiras, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que as compõem.

Exemplo

a) (p $\vee \sim p)$; $(p\vee \sim (p\bigwedge q))$

b) Analise a proposição:

"Se Palmas é a capital do Tocantins, então o Sol é quente se, e somente se, Palmas não é a capital do Tocantins ou o Sol é quente".

Esta proposição ficaria assim, $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \bigvee q)$ e sua tabela verdade é:

p	q	(p $\rightarrow q$)	$(\sim p \bigvee q)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \bigvee q)$
V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	**V**
F	V	V	V	**V**
F	F	V	V	**V**

Tabela 8 – Tabela verdade Tautológica

Esta tautologia acima é um exemplo, na Lógica formal, de *implicação lógica* que ocorre quando a proposição composta P $(\mathrm{p}_1, p_2, p_3, ..., p_n) \rightarrow R(\mathrm{r}_1, r_2, r_3, ..., r_n)$ tiver o valor lógico proposicional final sempre verdadeiro, independente das validades das proposições R $(\mathrm{r}_1, r_2, r_3, ..., r_n)$.

3.1.7 Contradição

Contradição é toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade é Falsidade (F) (proposições logicamente falsas). São moléculas que são sempre falsas, independentemente do valor lógico das proposições. Ela é a negação de uma tautologia.

Exemplo

a. "Palmas é a capital do Tocantins *se, e somente se*, Palmas *não* é a capital do Tocantins:

Sua molécula fica: $p \leftrightarrow \sim p$.

p	$\sim p$	$p \leftrightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	F

Tabela 9 – Tabela verdade da Contradição

É importante saber que a contradição é uma ferramenta bastante utilizada e é aceita na prova da falsidade de uma afirmação. Como não é possível demonstrar todos os resultados pelo método clássico, até mesmo os matemáticos, deve-se, nestes casos, mudar as estratégias e umas delas muito bem aceita é a *demonstração por absurdo*, um método indireto que consiste em provar que caso se admita que um resultado "x"ocorra, então outros principios lógicos ou matemáticos seriam anulados, ou seja, mostrar que pelo menos uma das afirmações é falsa, o que se seria um *absurdo!*.

3.1.8 Contingência

Contingência é toda proposição composta em cuja última coluna da sua tabela-verdade figuram a verdade (V) e a falsidade (F) pelo menos uma vez.

São proposições indeterminadas em que nada se conclui.

Exemplo

a. Se Palmas é a capital do Tocantins, então Palmas não é a capital do Tocantins

Sua molécula fica: $p \rightarrow \sim p$.

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V

Tabela 10 – Tabela verdade da Contingência

Ressalta-se que a negação de uma tautologia é sempre uma contradição e a negação da contradição é sempre uma tautologia. Já a negação de uma contingência deve ser analisada em cada caso.

3.1.9 Equivalência Lógica das Proposições

Diz-se que uma proposição composta P (p, q, r, ...) é logicamente equivalente a uma proposição composta Q (s, t, u, ...) se suas tabelas verdades forem idênticas.

Exemplo

i) $P \rightarrow Q$ é equivalente a $\sim P \bigvee Q$. Observe:

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\sim P \bigvee Q$
V	V	V	**V**
V	F	F	**F**
F	V	V	**V**
F	F	V	**V**

Tabela 11 – Exemplo de equivalência lógica

Percebe-se que se todos os valores lógicos de uma senteça tautologica é sempre verdadeiro, concluimos que todas as sentença tautológicas são equivalentes. Analogamente, todas as senteças contraditórias são equivalentes, pois tem o mesmo valor lógico (falso).

Para cada tipo de operador lógico, existem as equivalências correspondentes, vejamos as três mais comuns:

I) Conjunção: Basta trocar a ordem das proposições e manter o conectivo.

Assim, $P \wedge Q$ é equivalente a $Q \wedge P$.

Observe a tabela:

P	Q	$P \wedge Q$	Q $\wedge Q$
V	V	V	**V**
V	F	F	**F**
F	V	F	**F**
F	F	F	**F**

Tabela 12 – Equivalência lógica da Conjunção

Exemplo

$P \wedge Q$: Palmas é a capital do Tocantins **e** o sol é quente.

Equivalência:

$Q \wedge P$: O sol é quente **e** Palmas é a capital do Tocantins.

As equivalências da conjunção é de fácil entendimento, acredito não merecer mais observações.

II) Disjunção: Temos dois tipos de equivalências para o caso: $P \vee Q$.

Equivalência 1 :

Nega-se a primeira proposição e troca-se o conectivo disjuntivo pelo condicional.

Assim, $P \vee Q$ é equivalente a $\sim P \rightarrow Q$.

Equivalência 2 :

Troca-se a ordem das proposições, o conectivo pelo condicional e nega-se a primeira proposição (após a troca).

Assim, $P \vee Q$ é equivalente a $\sim Q \rightarrow P$.

Observe a tabela:

P	Q	$P \vee Q$	Eq. 1: $\sim P \rightarrow Q$	Eq. 2: $\sim Q \rightarrow P$
V	V	V	V	**V**
V	F	V	V	**V**
F	V	V	V	**V**
F	F	F	F	**F**

Tabela 13 – Equivalências lógicas da Disjunção

Exemplo

$P \vee Q$: Palmas é a capital do Tocantins *ou* o sol é quente.

Equivalência 1 :

- $\sim P \rightarrow Q$: *Se* Palmas *não* é a capital do Tocantins, *então* o sol é quente.

Equivalência 2 :

- $\sim Q \rightarrow P$: *Se* o sol *não* é quente, *então* Palmas é a capital do Tocantins.

III) Condicional: Temos também dois tipos de equivalências para o caso: $P \rightarrow Q$

Equivalência 1 :

Troca-se as proposições de ordem, mantém o conectivo e nega-se ambas.

Assim, $P \rightarrow Q$ é equivalente a $\sim Q \rightarrow \sim P$.

Equivalência 2 :

Nega-se a primeira proposição e troca-se o conectivo condicional pelo disjuntivo.

Assim: $P \rightarrow Q$ é equivalente a $\sim P \bigvee Q$.

Observe a tabela:

P	Q	$P \rightarrow Q$	Eq. 1: $\sim Q \rightarrow \sim P$	Eq. 2: $\sim P \bigvee Q$
V	V	V	*V*	**V**
V	F	F	*F*	**F**
F	V	V	*V*	**V**
F	F	V	*V*	**V**

Tabela 14 – Equivalências lógicas da Condicional

Exemplo

$P \rightarrow Q$: *Se* Palmas é a capital do Tocantins *então* o sol é quente.

Equivalência 1 :

- $\sim Q \rightarrow \sim P$: *Se* o sol *não* é quente, *então* Palmas *não* é capital do Tocantins.

Equivalência 2

- $\sim P \bigvee Q$: Palmas *não* é a capital do Tocantins *ou* o sol é quente.

3.1.10 Negação Lógica das Proposições

> "Este último capítulo é todo de negativas. Não alcancei a celebridade do emplasto, não fui ministro, não fui califa, não conheci o casamento. Verdade é que, ao lado dessas faltas, coube-me a boa fortuna de não comprar o pão com o suor do meu rosto. Mais; não padeci a morte de Dona Plácida, nem a semidemência do Quincas Borba. Somadas umas coisas e outras, qualquer pessoa imaginará que não houve míngua nem sobra e, conseguintemente. que sai quite com a vida. E imaginará mal; porque ao chegar a este outro lado do mistério, achei-me com um pequeno saldo, que é a derradeira negativa deste capítulo de negativas: Não tive filhos, não transmitia nenhuma criatura o legado da nossa miséria."

(Machado de Assis, Memórias Póstumas de Brás Cubas, Cap. CLX – “Das Negativas”)

Negar uma proposição composta P (p, q, r...) logicamente é encontrar a sua **contraditória**, ou seja, sua tabela verdade totalmente oposta.

Exemplo

$P \rightarrow Q$ possui negativa $P \bigwedge \sim Q$.

Observe a tabela:

P	Q	$P \rightarrow Q$	P $\bigwedge \sim Q$
V	V	V	**F**
V	F	F	**V**
F	V	V	**F**
F	F	V	**F**

Tabela 15 – Exemplo de negação lógica

Para cada tipo de operador lógico, existem as negações correspondente. Vejamos algumas delas:

I) Conjunção: $P \bigwedge Q$

Negação:

Nega-se ambas proposições e troca-se o conjuntivo pelo disjuntivo

Assim, $P \bigwedge Q$ possui negativa $\sim P \bigvee \sim Q$.

Veja a tabela:

P	Q	$P \bigwedge Q$	Negação: $\sim P \bigvee \sim Q$
V	V	V	**F**
V	F	F	**V**
F	V	F	**V**
F	F	F	**V**

Tabela 16 – Negação da Conjunção

Exemplo:

- $P \bigwedge Q$: Palmas é a capital do Tocantins *e* o sol é quente.

Negação:

- $\sim P \bigvee \sim Q$: Palmas *não* é a capital do Tocantins *ou* o sol *não* é quente.

II) Disjunção: P $\bigvee Q$

Negação:

Nega-se ambas proposições e troca-se o conectivo disjuntivo pelo conjuntivo. Raciocínio inverso à negação da conjunção.

Assim, $P \bigvee Q$ possui negativa $\sim P \bigwedge \sim Q$.

Veja a tabela:

P	Q	$P \bigvee Q$	Negação: $\sim P \bigwedge \sim Q$
V	V	V	**F**
V	F	V	**F**
F	V	V	**F**
F	F	F	**V**

Tabela 17 – Negação da Disjunção

Exemplo:

- $P \bigvee Q$: Palmas é a capital do Tocantins *ou* o sol é quente.

Negação:

- $\sim P \bigwedge \sim Q$: Palmas *não* é a capital do Tocantins *e* o sol *não* é quente.

III) Condicional : P $\rightarrow Q$:

Negação:

Nega-se a segunda proposição e troca-se o conectivo condicional pela conjunção.

Assim, $P \rightarrow Q$ possui negativa $P \bigwedge \sim Q$.

Veja a tabela:

P	Q	$P \rightarrow Q$	Negação: $P \bigwedge \sim Q$
V	V	V	**F**
V	F	F	**V**
F	V	V	**F**
F	F	V	**F**

Tabela 18 – Negação da Condicional

Exemplo:

- $P \rightarrow Q$: *Se* Palmas é a capital do Tocantins, *então* o sol é quente.

Negação:

- $P \bigwedge \sim Q$: Palmas é a capital do Tocantins *e* o sol *não* é quente.

III) Bi-condicional e **Disjunção Exclusiva** : $P \leftrightarrow Q$ e $P \veebar Q$.

Negação:

Basta trocar o conectivo entre si (bicondicional por disjunção exclusiva ou disjunção exclusiva por bicondicional).

Assim, $P \leftrightarrow Q$ possui negativa $P \veebar Q$.

Analogamente, $P \veebar Q$ possui negativa $P \leftrightarrow Q$.

Veja a tabela:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$	Negação: $P \veebar Q$
V	V	V	**F**
V	F	F	**V**
F	V	F	**V**
F	F	V	**F**

Tabela 19 – Negação da Bi-condicional e Disjunção exclusiva

Exemplo:

- $P \leftrightarrow Q$: Palmas é a capital do Tocantins *se, e somente se*, o sol é quente.

Negação:

- $P \veebar Q$: *Ou* Palmas é a capital do Tocantins *ou* o sol é quente.

3.2 Quantificadores Lógicos

Quantificadores são termos lógicos que atuam sobre sentenças abertas tornando-as sentenças fechadas ou proposições. Indicam a quantidade de elementos de um determinado grupo que se aplica a uma propriedade. Os principais quantificadores são:

3.2.1 Quantificador Universal

O quantificador universal possui significado "*todos*", "*para todo*" ou "*qualquer que seja*".

Símbolo matemático: $\forall$.

Exemplo:

i) Todos os matemáticos estudam lógica.

Em linguagem simbólica:

$\forall x(M(x) \Rightarrow L(x))$.

Lê-se: "Todos os 'x' são tais que se 'x' é matemático, então 'x' estuda lógica". Onde:

$\forall x$ = Todos os elementos do conjunto x;

M(x)= x é matemático;

L(x) =x estuda lógica.

3.2.2 Quantificador Existencial

Temos também o quantificador existencial, o qual representa parte do todo e significa: "*Para algum*", "*pelos menos um (algum)*" ou "*Existe um (algum)*"

Símbolo matemático: $\exists$

Exemplo

ii) Alguns matemáticos estudam lógica.

Em linguagem simbólica: $\exists x(M(x) \bigwedge L(x))$.

Lê-se: "Existe 'x' tal que 'x' é matemático e 'x' estuda lógica". Onde:

$\exists x$ = Pelo menos um elemento do conjunto x.

M(x)= x é matemático.

L(x) =x estuda lógica.

Ressaltamos que em relação aos quantificadores lógicos o contrário dos termos são

- Todo ($\forall$) tem como contrário "Nenhum" ($\sim \forall$);

- Existe ($\exists$) tem como contrario "não existe" ($\sim \exists$ ou $\nexists$).

Porém, é importante que não se confunda contrárias com contraditórias, os quais veremos mais adiante.

3.2.3 Proposições Categóricas

Podemos classificar as proposições em quatros tipos, sendo dois na quantidade (universal e particular) e dois na qualidade (afirmativa e negativa) e, tradicionalmente, são chamados de proposições categóricas.

Podemos representá-las pelas letras A, E, I, O:

- A: da forma "Todo P é Q"(universal afirmativa);
- E: da forma "Nenhum P é Q"ou "Todo P não é Q"(universal negativa);
- I: da forma "Algum P é Q"(particular afirmativa);
- O: da forma "Algum P não é Q"(particular negativa).

Simbolizados respectivamente como:

- $\forall x(M(x) \Rightarrow L(x))$;

- $\forall x(M(x) \Rightarrow \sim L(x))$;
- $\exists x(M(x) \wedge L(x))$;
- $\exists x(M(x) \wedge \sim L(x))$.

Se considerarmos P e Q dados acima como dois conjuntos quaisquer, os enunciados dados podem ser interpretados como segue:

- A: "*Todo P é Q*": afirma que todos os elementos de P são elementos de Q, ou seja, que P é um subconjunto de Q, isto é, P $\subset Q$;

- E: "*Nenhum P é Q*": afirma que os conjuntos P e Q não têm elementos em comum, isto é, que P $\cap Q = \varnothing$ ou, ainda, que $P \subset Q'$;

- I : "*Algum P é Q*": afirma que os conjuntos P e Q têm, pelo menos, um elemento em comum, isto é, que P $\cap Q \neq \varnothing$;

- O: "*Algum P não é Q*": afirma que P tem pelo menos um elemento que não está em Q ou, ainda, que P $\cap Q' \neq \varnothing$.

Exemplos:

Afirmação Universal (A) **Todo Professor é Educador**	*Negação Universal (E)* *Nenhum Professor é Educador*
Afirmação Particular (i) *Algum Professor é Educador.*	Negação Particular (o) **Algum Professor não é Educador**.

Tabela 20 – Exemplos de Quantificadores Lógicos

3.2.4 Contrárias das Proposições Categóricas

Contrárias: São proposições que negam apenas o quantificador, ela não nega a proposição.

Exemplo:

i) Todo político é corrupto.

Contrária: Nenhum politico é corrupto.

3.2.5 Contraditórias das Proposições Categóricas

Contraditórias: São proposições que negam o quantificador e o qualificador. Ela é a negação de uma proposição. Troca-se o quantificador e nega-se a sentença.

Exemplo:

i) Todo político é corrupto.

Contraditória: Algum politico não é corrupto.

Não se deve cair no erro de querer negar uma proposição com uma contrária, o correto para este caso é utilizar a contradição.

Exemplos:

“Todos os homens são mentirosos”. (“todo S é P” ou “S é P”).

Contrária: “Nenhum homem é mentiroso” (“nenhum S é P”).

Contraditórias (negação): “Existem homens que não são mentirosos” (“algum S não é P”).

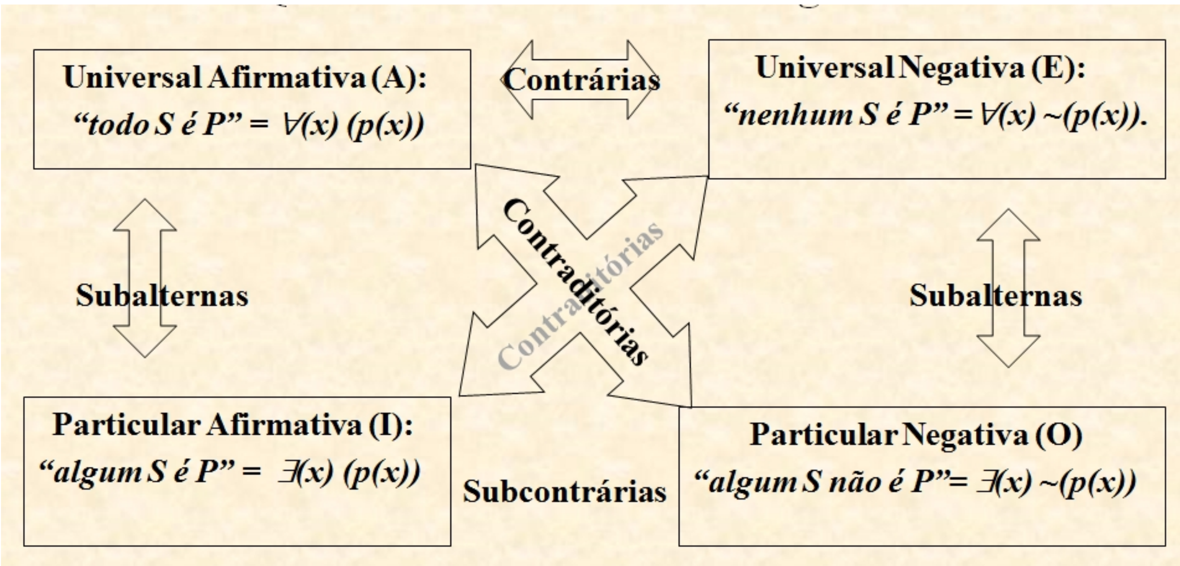


Figura 8 – Quantificadores Lógicos - Contrárias e Contraditórias

3.3 Argumentos

Argumento é um conjunto de proposições, denominadas premissas e conclusão. As premissas têm a função de justificar a conclusão (ou reforça-la, ou nos convencer de sua verdade).

Deve ter a capacidade de determinar se um argumento é válido ou não, além de saber formular argumentos verdadeiros convincentes.

De um modo geral, um argumento é considerado válido quando:

1) Possuindo todas as premissas verdadeiras, a conclusão é verdadeira;

2) Se considerar as premissas como verdadeiras, a conclusão é deduzida de suas premissas.

Por outro lado, dizemos que o argumento é inválido quando:

1) Sendo suas premissas verdadeiras, a conclusão pode ser falsa;

2) Sendo as premissas consideradas verdadeiras, a conclusão não pode ser deduzida destas premissas.

A composição mais comum do argumento é de duas premissas (proposições verdadeiras ou falsas) e uma conclusão (proposição verdadeira ou falsa), mais conhecida como silogismo.

Para refutar um argumento, ou seja, provar que ele é inválido, temos três principais modos:

1. Mostrar que pelo menos uma das premissas é falsa;
2. Mostrar que o argumento não é válido ou forte;
3. Mostrar que a conclusão é falsa.

Os Argumentos inválidos são mais conhecidos como *sofismas* ou *falácias*.

Diferentemente do *paradoxo*, que é uma proposição, mesmo tendo argumentações válidas é autocontraditória; os sofismas possuem argumentações erradas, enganosas e aparentemente verdadeiras mas leva a conclusões falsas.

Exemplo de Sofisma:

$$\begin{array}{c}\text{João é um político corrupto.}\\ \text{José é um político corrupto.}\\ \hline \text{Logo, Todo político é corrupto.}\end{array}$$

3.3.1 Silogismo

A composição mais comum do argumento é de duas premissas (proposições verdadeiras ou falsas) e uma conclusão (proposição verdadeira ou falsa), mais conhecida como Silogismo, formado de três proposições: a primeira chamada premissa maior, a segunda premissa menor e a terceira conclusão, criada por Aristóteles e conhecida como a base dos sistemas dedutivos propostos no âmbito do raciocínio lógico.

O Silogismo depende do princípio da afirmação universal e da negação universal como pontos cernes para garantir o pensamento correto. No primeiro, tudo que é afirmado universalmente de um sujeito é afirmado de todos os indivíduos que estão contidos neste sujeito; no segundo, tudo que é negado universalmente de um sujeito é negado de todos os indivíduos contidos neste sujeito.

Na argumentação silogística há regras básicas na estrutura formal que indicam a correção ou incorreção de um silogismo:

1. Todo silogismo contém somente três termos: maior, médio e menor.
2. O termo médio não pode entrar na conclusão.
3. O termo médio deve ser universal ao menos uma vez.
4. De duas premissas negativas, nada se conclui.
5. De duas premissas afirmativas não se pode haver conclusão negativa.
6. A única premissa que pode ser negativa é a premissa que contém o quantificador universal, neste caso a conclusão deverá ser negativa.
7. A conclusão segue sempre a premissa mais fraca.
8. De duas premissas particulares, nada se conclui.

O uso do Diagrama de Venn é bastante útil nas verificação de validade do silogismo.

4 DISCUSSÕES METODOLÓGICAS DE APRENDIZAGEM DO RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

Cabe ao professor a busca de inovações metodológicas que possibilitem uma boa mediação sua no processo ensino-aprendizagem, ou seja, a relação entre o estudante e o conhecimento.

O Professor D'Ambrósio entende que:

> O futuro da 'educação matemática' não depende de revisões de conteúdo, mas da dinamização da própria matemática, procurando levar nossa prática à geração de conhecimento. Também pouco depende de uma metodologia "mágica". Depende essencialmente de o professor assumir sua nova posição, reconhecer que ele é um companheiro de seus estudantes na busca de conhecimento, e que a matemática é parte integrante desse conhecimento. Um conhecimento que dia-a-dia se renova e se enriquece pela experiência vivida por todos os indivíduos deste planeta. (D'AMBRÓSIO, 1991).

O desenvolvimento do raciocínio lógico é algo imprescindível desde a infância. A partir deste, o sujeito é impulsionado a lidar com várias situações do dia-a-dia, seja na escola, em casa, lidar com o dinheiro de um modo geral e dentre outras situações. Tal habilidade se faz como exigência na formação da atual ordem social cada vez mais informada e informatizada, uma vez que a necessidade do pensamento rápido é urgente.

Segundo Dante: "mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados". (DANTE, 1999, p. 15)

Vale mencionar que, com o avanço tecnológico, observamos cada vez mais alunos dependentes de objetos auxiliares para o desenvolvimento de cálculo, como celulares e computadores que, por sua vez, acomodam os alunos e os tornam dependentes, gerando dificuldade na abstração da aprendizagem do raciocínio lógico.

Ainda Dante (1999, p. 11-12), é preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.

É um grande desafio para os professores o preparo de seus alunos no que tange o raciocínio lógico, de forma a usar as atuais tecnologias e preparar estes para lidar com situações cotidianas e para o mercado de trabalho, ou seja, é preciso reforçar as atividades que impulsionam o pensamento na busca por soluções operacionais.

Como apontado até então, a matemática é um prolongamento da própria lógica. Por que ocorrem então tantas dificuldades de ensino e aprendizagem na área em questão? Para Piaget, a verdadeira causa dos fracassos da educação formal diz respeito ao fato de se principiar pela linguagem (acompanhada de desenho, de situações fictícias etc.), ao invés de fazê-lo pela ação real e material.

De acordo com Copi (1982), "o estudo da lógica é o estudo dos métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto". Anderson (1980), por sua vez argumenta que "o raciocínio lógico-dedutivo não deve estar preocupado com o exame da verdade das premissas em um argumento. Ao invés, deve investigar se as premissas implicam logicamente a conclusão." (p. 298).

Sobre a influência do conteúdo dos problemas no raciocínio lógico pode ser apontado que Wilkins (1928) mostrou que o desempenho de adultos em problemas com conteúdos familiares do cotidiano era geralmente melhor e apresentava menos erros falaciosos que em problemas cujos conteúdos eram desconhecidos ou simbólicos.

Para Johnson-Laird, Legrenzi e Legrenzi (1972), estes são surpreendentes do ponto de vista formal porque ao se fazer uma dedução "presume-se que operações mentais são realizadas sem levar-se em consideração o conteúdo." (p. 395).

Muitos estudos buscaram examinar a forma de raciocínio dos adultos com materiais concretos, abstratos ou simbólicos (Wason e Evans, 1974; Wason e Shapiro, 1971; e Lunzer, Harrison e Devey, 1972).

É interessante notar que os estudos apontam que os adultos apresentam raciocínio lógico muitas vezes pautado no "viés da crença". Tal observação pode ser encontrada nos estudos de Janis e Frinch (1943) e Lefford (1946), aos quais observaram que a maioria dos sujeitos julgava uma conclusão como válida quando eles concordavam com seu conteúdo e julgavam que era inválida quando não concordavam com seu conteúdo. Resultados similares foram encontrados por Henle (1962).

Assim pode ser dito que variáveis como familiaridade ou a natureza concreta das premissas (viés empírico) e ao fato dos sujeitos acreditarem ou não nas conclusões advindas das mesmas influenciam nos níveis de desempenho dos sujeitos.

Portanto, pode ser afirmado que no caso das crianças e adolescentes o raciocínio lógico pode também ser influenciado fortemente por tais variáveis mencionadas acima. Roberge e Paulus (1971) desenvolveram um estudo com crianças que apresentaram silogismos com conteúdos familiar-concreto, abstrato ou contrários à experiência diária. Os resultados mostram que os conteúdos familiares concretos foram os mais fáceis, enquanto os abstratos e sugestivos foram igualmente difíceis.

Em tal estudo de Hawkins, Pea, Glick e Scribner (1984), foi verificado que crianças de 4 e 5 anos raciocinavam com precisão quando as premissas dos problemas descreviam criaturas míticas e quando o conteúdo era coerente com suas experiências. Porém, o mesmo não se dava com conteúdos que envolviam informações que não comungavam com as experiências do sujeito. Assim, fica constatado que crianças de 4 a 6 anos possuem uma dificuldade maior com conteúdos desconhecidos, ao invés daquelas que são considerados incoerentes.

Observa-se então, nestes resultados, que nos problemas silogísticos o conteúdo das premissas tem impacto considerável na validade dos argumentos. Nas formas de silogismos, as maiores dificuldades são encontradas naquelas consideradas inválidas. No que diz respeito ao conteúdo, a maior dificuldade incide quando o silogismo envolve fatos que não são coerentes com a experiência diária do sujeito ou contrárias às crenças do sujeito.

Vale destacar que há uma semelhança entre uma argumentação na linguagem e uma demonstração matemática. Na matemática é esperado certeza dos resultados, não devendo haver dúvidas sobre sua validade. A escola precisa buscar empenho no desenvolvimento de um projeto que vise o desenvolvimento pleno de seus alunos no sentido de envolverem o uso do raciocínio lógico de modo transversal nos saberes. Os jogos seriam uma estratégia a ser utilizada como auxiliar no trabalho do desenvolvimento do raciocínio lógico.

> O paradigma educacional baseado em jogos destaca-se como um elemento educacional pelos seus aspectos interativos, que proporcionam aos alunos a geração de novos problemas e de novas possibilidades de resolução, constituindo-se dessa forma, em um suporte metodológico que possibilita ao professor resgatar e compreender o raciocínio do aluno e, dessa maneira, obter referências necessárias para o pleno desenvolvimento de sua ação pedagógica. (GRANDO, 2000, p 15)

A autora Grando aponta que o desenvolvimento do raciocínio lógico é possível por meio da utilização de jogos, pois através destes é possível aprimorarmos conteúdos, facilitando ainda o desenvolvimento de várias disciplinas, inclusive a de matemática, uma vez em que o aluno passa a ter uma visão ampla de conteúdos, sejam eles históricos, geográficos, entre outros. Com o passar das aulas, os alunos vão desenvolvendo outras habilidades que melhoram a organização do pensamento e do argumento.

4.1 Abordagens Metodológicas

Despertar no aluno o espírito crítico que permita ele se expressar com uma linguagem clara, precisa e com um raciocínio correto deve ser um dos principais objetivos dos professores, sendo também uma busca própria deste. Percebe-se que nos jovens do ensino médio há uma nescessidade em despertar estes atributos.

Com o desenvolvimento do raciocínio lógico, os alunos passam a pensar de forma mais crítica acerca das diversas disciplinas e seus conteúdos, tornando-os mais argumentativos com base em critérios e em princípios logicamente válidos. Usualmente temos o desenvolvimento do raciocínio lógico associado ao estudo da Matemática, porém, enquanto ciência, pode ser dito que a essência da Lógica é a argumentação, não sendo atividade exclusiva desta. Assim, deve-se debater acerca do raciocínio lógico como sendo um terreno fértil e promissor não somente no campo da Matemática.

Conforme Carnielli & Epstein,

> Pensar criticamente é algo com que nos defrontamos todos os dias, e é um componente fundamental da nossa formação numa verdadeira democracia. Precisamos pensar criticamente para sermos melhores cidadãos e melhores profissionais, quer sejamos professores, filósofos, advogados, juízes, políticos, jornalistas, historiadores, médicos, artistas ou cientistas. Se dominarmos o pensamento crítico, teremos a possibilidade de participar de um modo mais produtivo nas relações interpessoais, pois as nossas propostas serão mais claramente formuladas e estarão mais bem fundamentadas. E não seremos tão facilmente enganados pelo mau jornalismo o, pela publicidade e pelos maus políticos. Teremos uma palavra sensata e fundamentada a dizer e poderemos contribuir para uma sociedade e para um ensino melhor. (CARNIELLI, W. A. & EPSTEIN, 2009. p. xi)

A disciplina matemática em sua abordagem lógica tem como preceito a elaboração de material didático em laboratórios de ensino, material que, posteriormente, deverá ser transformado em portfólio a servir de evidência e estruturação de estudo, os quais atendem aos interesses utilitários e formais considerando que a matemática é presente no cotidiano das pessoas.

É importante trazer para a aula de matemática o método indutivo, as inferências e estimativas, as experimentações, o método dedutivo e o exercício da argumentação num debate, por exemplo, para desenvolver habilidades de raciocínio e de pensar com coerência. Ou em grupo de comunicação e relacionamento interpessoal onde o aluno tenha condições de avaliar o grupo, avaliar-se e sintetizar para criar melhores condições de argumentações e, consequentemente, mais crítico das informações recebidas.

De forma coerente, o estudo da Lógica não é uma matéria a mais a ser incluída no currículo do aluno e sim parte da matemática, que conta com a grande contribuição dado por ela, esta abordagem poderá ser de diferentes maneiras, tais como: no primeiro momento organização do currículo; aplicações de exercícios que deem bases para compreensão da lógica; criações de projetos; estudo dirigido; trabalhos de pesquisa; seminários; jogos de raciocínio, uso de internet ou outros aparelhos tecnológicos.

Pode-se, primeiramente apresentar aos alunos proposições verdadeiras e falsas, silogismos, falácias, paradoxos, envolvendo termos matemáticos, sociais, filosóficos e atualizados.

No ensino médio, pode se trabalhar com Fundamentos da Matemática (Teoria Elementar dos Números), Geometria Plana, conjuntamente com análise combinatória e probabilidade aplicados, principalmente, na resolução de problemas de diversas áreas. Temos ainda a Teoria dos conjuntos, que segundo o Prof. Elon Lajes, v.1, 10ª ed. (prefacio) "os conjuntos são o modelo matemático para a organização do pensamento lógico", abordando a ideia dos conectivos (e, ou, apenas...).

A revista do professor de matemática (RPM), nº 84, páginas 44/47, nos traz a matéria “Reflexões sobre o ensino de conjuntos Diagramas de Venn”. Um estudo relacionados oas conjuntos e à lógica com o fim de analisar dados colhidos. A ótica do Prof. NOVAES G. P. faz uma referência histórica deste estudo, desde sua origem, utilização de tabela verdade, as representações do Diagrama de Venn e suas aplicações, conteúdos estes que fazem parte do currículo do Ensino Médio.

Dentro da Matemática, deve-se procurar trabalhar harmônicamente com os demais conteúdos e principalmente de forma interdisciplinar ou transdiciplinar, através de projetos, unidades didáticas, ações especificas educacionais, etc, procurando evitar trabalhar de forma separada (isoladamente).

Atualmente, tem-se à disposição vários jogos, programas e sítios (muitos gratuitos) que auxiliam no desenvolvimento do raciocínio lógico. Praticamente em todos os novos aparelhos tecnológicos móveis (celulares, smartfones, iphones, tablets, etc) estão disponíveis com jogos e aplicativos que exige atenção, concentração e lógica na execução. Estas ferramentas podem ser usadas tranquilamente em sala de aula pelo professor, indo ao encontro das novas tendências educacionais, que é a inserção da tecnologia, já presente no dia a dia das pessoas, também na sala de aula.

Neste contexto a abordagens do Racionio Lógico podem ser em diversas frentes (maneiras), como em filosofia (a base de discursão, de valores, de princípios), em Língua Portuguesa (conjunções, disjunções, sujeitos e predicados, etc), na elaboração de redações com argumentos corretos, lógicos e verdadeiros,(bastante cobrado nos exames de seleções como vestibulares, ENEM e outros) dentre outras áreas. Sabe-se que todos os bons profissionais (direito, comunicação, jornalismo, pedagogia, letras, filosofia, etc) nescessitam de se expressar de forma organizada, coerente, convincentes e logicamente verdadeira.

4.1.1 Alguns Exercícios Resolvidos e Comentados

Apesar de pouco difundido, existe hoje em dia uma grande quantidade de questões abordando o Raciocínio Lógico (questões de Concursos, vestibulares, Olimpíadas de

Matemática, etc,), deste de questões envolvendo as estruturas lógicas, quanto as validades de argumentações, verdades e mentiras, sequências lógicas. Além das situações que o professor pode elaborar, elas podem servir de base para discussões e reflexões em sala de aula.
Vejamos alguns exemplos:

Exercício corrigido 3.1.1.1)
(FGV) – O Ministro da economia de um certo país afirmou, em entrevista a um jornal:
SE UM PAÍS TEM CRÉDITO, ENTÃO ELE NÃO PEDE MORATÓRIA.
No dia seguinte, o referido jornal publicou:
MINISTRO AFIRMA: SE UM PAÍS NÃO TEM CRÉDITO, ENTÃO ELE PEDE MORATÓRIA.
Compare a declaração do Ministro com o que foi publicado no jornal, assinalando a alternativa correta:
a) As duas afirmações são logicamente equivalentes.
b) Se um país tem crédito e pede moratória, isto contradiz a declaração do Ministro na entrevista.
c) Se um país tem crédito e não pede moratória, isto contradiz o que foi publicado no jornal.
d) Se um país não tem crédito e pede moratória, isto contradiz a declaração do Ministro na entrevista.
Solução:
a) Falso: *A Equivalência da afirmação do Ministro seria: SE UM PAÍS PEDE MORATÓRIA, ENTÃO ELE NÃO TEM CRÉDITO.*
b)Verdadeiro.
c) Falso. *A negação da publicação seria: UM PAÍS NÃO TEM CRÉDITO E NÃO PEDE MORATÓRIA.*
d) Falso. *A Negação é conforme ítem "b".*

Exercício corrigido 3.1.1.2.
(ESAF)–Uma sentença lógica equivalente a “Se Pedro é economista, então Luisa é solteira.” é:
a) Pedro é economista ou Luisa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luisa não é solteira.
c) Se Luisa é solteira, Pedro é economista.
d) Se Pedro não é economista, então Luisa não é solteira.
e) Se Luisa não é solteira, então Pedro não é economista.

Solução:

As equivalências desta senteça, seriam:

-Equivalência 1: *SE LUISA NÃO É SOLTEIRA, ENTÃO PEDRO NÃO É ECONOMISTA.*

-Equivalência 2: *PEDRO NÃO É ECONOMISTA OU LUISA É SOLTEIRA.*

Portanto o correto é o ítem "e".

Exercício corrigido 3.1.1.3

Sejam as declarações:

Se o governo é bom então não há desemprego.

Se não há desemprego então não há inflação.

Ora, se há inflação podemos concluir que:

a) A inflação não afeta o desemprego.

b) Pode haver inflação independente do governo.

c) O governo é bom e há desemprego.

d) O governo é bom e não há desemprego.

e) O governo não é bom e há desemprego.

Solução:

Pela regra da condicional temos que:

Se há inflação então há desemprego.

Se há desemprego então o governo não é bom.

Logo, o governo não é bom e há desemprego. Alternativa "e".

Exercício corrigido 3.1.1.4

(FGV) – Certo dia, o jornal ECO publicou a seguinte manchete:

50% DOS DEPUTADOS SÃO DESONESTOS!

Após uma interpelação judicial, o referido jornal foi obrigado a retratar-se, devendo publicar a NEGAÇÃO que afirma, com o mesmo destaque. Foi então publicada a segunda manchete:

50% DOS DEPUTADOS SÃO HONESTOS!

Podemos assim afirmar que:

a) A Segunda manchete é a negação da primeira.

b) A negação da primeira manchete é: Existem deputados honestos.

c) A negação da primeira manchete é: Todos os deputados são honestos.

d) NDA.

Solução:

Pela regra da negação (contraditória) temos que:
A primeira manchete é uma proposição é um afirmativa particular, portanto sua contraditória é uma Negativa Universal.

“NENHUM DOS DEPUTADOS SÃO DESONESTOS!”
Logo, alternativa "d".

Exercício corrigido 3.1.1.5
Luiz, Júnior e Kadú são amigos. Um é santista, um é flamenguista e outro é vascaíno, não necessariamente nesta ordem. Um dos amigos pratica futebol, outro vôlei e o outro basquete, não necessariamente nesta ordem. Sabe-se:
I) Ou Kadú é santista ou Júnior é flamenguista.
II) Ou Luis é flamenguista ou Kadú é vascaíno.
III) Se Luiz pratica futebol, então Júnior é vascaíno.
IV) Se o santista pratica Basquete, então o flamenguista pratica de vôlei.
Encontre o time e o esporte de cada amigo.

Solução:
Podemos utilizar uma tabela mas primeiro vamos analisar cada afirmação.
I) Apenas uma é verdadeira (vamos considerar a primeira verdadeira), assim Kadú é santista e Júnior não é flamenguitas. Logicamente fica: Kadú santista, Júnior vascaíno e Luis Flamenguista.
II) Apenas uma é verdadeira. Satisfaz em “I”.
III) Só não podemos ter a primeira verdadeira e a segunda falsa. Consideremos que a primeira é verdadeira, fica, Luiz pratica futebol.
IV) Considerando em “I” e “III” as duas são falsas. Assim fica: Luis prática futebol, Kadú vôlei e Júnior basquete.
Temos a tabela:

Nome	Time de torcida	Esporte praticado
LUÍS	Flamenguista	Futebol
JÚNIOR	Vascaíno	Basquete
KADÚ	Santista	Vôlei

Deixo no apêndice uma lista de exercício, obviamente, são apenas sugestões e fica a critério do professor a busca por atividades e ações que melhor se adequem aos seus alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da matemática na Educação Básica ainda é algo desafiador. Associar o ensino da matemática ao raciocínio lógico se faz importante, uma vez que o processo educacional deve ir além da formação básica e servir como mediador do desenvolvimento humano crítico dos sujeitos, proporcionando nestes influências positivas de transformação do meio ao qual estão inseridos.

A construção do saber na matemática deve se fazer de forma elaborada e associada ao uso do raciocínio lógico de forma interdisciplinar e transdisciplinar, estabelecendo ainda "ligações de complementaridade, convergência, interconexões e passagens entre conhecimentos" (BRASIL, 2000, p.26) de modo que os educandos compreendam e exerçam a cidadania de forma prática, promovida eficazmente e eficientemente (DELORS et al, 1998, p. 89).

O ponto cerne deste trabalho incidiu na reflexão da necessidade de implementação de práticas pedagógicas no ensino da matemática que possibilite a análise e correlação entre os conteúdos trabalhados. Enfatiza-se, então, a busca pelo saber por meio do pensar com o auxílio da apreensão da lógica para que as informações sejam processadas, analisadas, sintetizadas, aplicadas e incorporadas ao cotidiano de modo que ocorra uma correlação entre a ciência e o senso comum, o abstrato e o concreto e, assim, elevando o pensar para um patamar superior de aplicabilidade.

Com o estudo levantado aqui, fica evidente que a matemática não é a única forma de desenvolvimento do raciocínio lógico, mas que esta precisa estar associada de tal modo que complementem os saberes, métodos e técnicas.

Muitos questionamentos são postos ainda no âmbito do ensino da matemática, por exemplo, como associar a lógica e a matemática no Ensino Médio de tal modo que garanta o pleno desenvolvimento das habilidades de pensar logicamente ou, ainda, no plano dos métodos e estratégias, quais seriam utilizados como mediadores da obtenção do conhecimento.

A lógica servirá como mediadora da aprendizagem, devendo ser posta como uma ferramenta facilitadora da aprendizagem do aluno e podendo ser abordada de forma complementar ou total na matemática (em especial na teoria dos conjuntos, porcentagem, análise combinatória e probabilidade). Ainda pode ser usada na Filosofia/Sociologia (verdades e mentiras, dialética, argumento, falácia, etc), na Língua Portuguesa (argumentos e estruturas) e em contribuições para as outras disciplinas, pois auxilia na interpretação correta das informações.

No processo de desenvolvimento da construção do raciocínio lógico na matemática, o educador precisa atuar como mediador e encorajador do educando na apreensão do pensamento que quantifique, compare, serie e abstraia conceitos. Tal ação proporcionará o desenvolvimento da autonomia de modo que o educando faça a tomada de decisão de acordo com suas convicções, mas pautado num conjunto de proposições adequadas ao problema proposto.

O pensamento deve ser o foco do professor, ou seja, a forma como o educando abstrai e constrói o número e o raciocínio lógico matemático. Entender porque o educando utiliza certo meio de forma inadequada é essencial, pois desta observação deve-se pensar no formato a ser utilizado que possa proporcionar o confronto de soluções que desenvolve a busca de uma nova resolução para o problema posto.

A lógica irá ocupar no processo de ensino e aprendizagem da matemática a função de auxiliar do pensar, oferecendo ferramentas de estruturação do pensamento. Será esta a que possibilitará o poder de verificação por análise abstrata e formal, sendo assim um subsídio da linguagem e das operações mentais no plano teórico e prático.

Vale destacar que o estudo aqui desenvolvido procurou tratar a lógica matemática não somente como uma forma de pensar, mas como uma técnica vinculada ao raciocínio capaz de oferecer caminhos ao pensamento, possuindo várias propriedades que auxiliam metodologicamente diversas áreas do saber.

Como já mencionado, mesmo que formuladas de modo separado, as duas ciências estão intimamente ligadas. A matemática estabelece conexão com a lógica na medida em que parte do princípio da argumentação com critérios formulados e analisados, deixando assim de ser subjetivo (mesmo que tenha por base o uso da dedução como premissa) e passando a possuir uma característica argumentativa de forma organizada por símbolos e algoritmos, ou seja, por uma técnica previamente definida.

Assim, pode ser dito que ambas as ciências são ferramentas de análise e não verdades absolutas, uma vez que colaboram com a formatação da estrutura do pensar. A matemática se encarrega de aprimorar o saber, colocando o sujeito sempre em situações problemas que requerem um resultado mais coerente com a realidade, tendo sentido apropriado.

O raciocínio lógico, por sua vez, possui ligação com a análise de problemas, tendo como entrada a análise de contextos de rigor formal dos símbolos e, assim, faz-se uso dos princípios matemáticos como simbologia, métodos e implicações, operações e tabelas, dentre outros.

No confronto que se dá entre o objeto e as experiências, é imprescindível que o professor auxilie o educando a ordenar numa sequência visual as ideias para posteriormente reordená-las dentro de uma lógica já conhecida, tal como uma aplicação de uma teoria sabida, pois será com o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático que os educandos conseguirão visualizar os objetos de tal modo que apreciem as possíveis ações reais ou potenciais que podem desempenhar sobre tal.

Diz-se, então, que o professor deve usar como parâmetros no processo de ensino de tais ciências a abstração, compreensão (interpretação), as variáveis e suas relações, argumentação com base em critérios e em princípios logicamente validados e a expressão de ideias de forma lógica e organizada.

Tal afirmação se dá em decorrência do entendimento na presente pesquisa de que ao ser apresentado uma situação problema num ambiente de aprendizagem é necessário, dado esforço de abstração, para a obtenção do resultado esperado. Em outras palavras, seria num primeiro momento ter o assunto no plano do nível mental e a transposição dos signos para uma esfera interna do pensar. Piaget (1979, p. 45) denomina este fenômeno de abstração construtivista, mostrando que certos processos, como o comparar, buscar diferenças ou quantificar, não possuem existência na realidade externa, são ações internas e próprias de cada indivíduo.

Esta fase de compreensão no ensino da matemática está ligada ao saber, extrair e classificar informações para se obter a resolução de certos problemas. É neste processo de interpretação que o educando ultrapassa o campo lógico da matemática, passando a apresentar também o domínio da leitura, percepção de detalhes e ordem de apresentação das informações.

As características do desenvolvimento da aprendizagem, até então apontadas, precisam ser estimuladas após o educando abstrair o objeto, pois será necessário interpretar as informações e buscar relações existentes entre o que foi apresentado e os conhecimentos adquiridos. Para tanto, é importante que o educando possua uma base consistente de matemática de tal modo que possa relacionar e correlacionar possíveis variáveis, sejam estas geométricas, algébricas ou de tratamento das informações.

É na escola que o formalismo científico é posto aos educandos e, assim, suas experiências e informações passa a ser direcionadas, partindo de uma verdade para a sua generalização. Rauber (et al., 2003, p.103) afirma o proposto ao dizer que "pensar e argumentar logicamente é indispensável para dar sentido ao pensamento."

Os parâmetros apresentados nesta pesquisa bibliográfica precisam estar postos à disposição dos educandos, principalmente do Ensino Médio, de tal forma que os possibilitem receber e compreender as informações postas. A matemática e a lógica devem ser organizadas num prisma multidimensional no Ensino Médio de maneira que os signos possam se projetar de modo organizado e representado, objetivo e sequencial no plano do pensamento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997, p. 26) destacam o desenvolvimento do raciocínio lógico na matemática ao afirmar que a segunda possui como característica o rigor lógico e proporciona o desenvolvimento da capacidade de observação, comunicação, argumentação e validação de processos, ou seja, estimula as diversas formas de raciocínio.

O raciocínio lógico seria uma metodologia intrínseca da técnica utilizada pelo professor ao nível que proporciona um complexo de esforço mental e auxilia na solução e reflexão de problemas e na construção de indivíduos críticos capazes de intervir em suas realidades ativamente, ou seja, a aprendizagem da matemática, seja no tratamento das informações ou no estudo de operações, números, grandezas, medidas ou outras, possui como denominador comum o raciocínio lógico.

Destaca-se que a relação entre o raciocínio lógico e a matemática não estabelece relação imediata de aplicação, como salienta Machado (2001, p. 82), e é importante ter cautela na livre expressão do slogan "A Matemática desenvolve o raciocínio" ou, ainda, que a matemática fosse o único mecanismo de desenvolvimento daquele.

O desenvolvimento do raciocínio lógico na matemática se dará por meio de uma prática cognitiva adquirida através de experiências estimuladas junto aos alunos e mediada pelos professores. É imprescindível que a prática contínua da reflexão ocorra em sala de aula e que o saber favoreça uma formação no Ensino Médio mais estruturada do conhecimento construído e, assim, formas superiores e válidas do pensar sejam alcançadas.

É certo que "A aprendizagem lógica faz com que o pensamento proceda corretamente a fim de chegar a conhecimentos verdadeiros" (SCOLARI et al., 2007, p.2). Assim, no processo de desenvolvimento do ensino e aprendizagem da matemática se faz necessário um trabalho elaborado, onde a resolução de problemas seja pensada e repensada, fazendo com que desperte no aluno o desejo pela imersão no mundo da investigação científica. Este trabalho mostrou-se significativo na medida em que possibilitou a discussão sobre o estudo da Lógica, a elaboração de uma série de hipóteses sobre técnicas que podem ser desenvolvidas com o uso do raciocínio lógico e seus possíveis resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAR, C. Noções de Lógica Matemática. Disponível em: www.pucsp.br/ logica/. 2006.

ABAR, C. A.A. P. Noções de lógica matemática. Disponível em www.pucsp.br/ logica(roteiro teórico) e www.pucsp.br/ abarcaap(exercícios). Acesso: 15 de setembro de 2015.

ALENCAR FILHO,Edgar de. Iniciação a Lógica Matemática. São Paulo.Nobel. 1995.

ALENCAR FILHO,Edgar de. Teoria Elementar dos Conjuntos São Paulo. Nobel. 1995.

ANDRADE, Nonato de.Raciocínio Lógico para Concursos. Rio de Janeiro. Editora Ferreira. 2008.

BASTOS, Cleverson; KELLER, Vicente. Aprendendo Lógica. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: Vozes, 1991.

BASTOS,J. A. Discalculia: transtorno específico da habilidade em matemática In:ROTTA,N. T., OHLWEILER, L. e RIESGO, R. S.Transtornos da Aprendizagem: Abordagem neurobiológica e multidisciplinar. PortoAlegre: Artmed, 2006. p. 195-206.

BECKER, F. Da ação à operação. São Paulo: Palmarinca, 1997.

BECKER, F. Ensino e Construção do Conhecimento: o Processo de Abstração Reflexionante. Educação e Realidade. Porto Alegre, jan./jun. 1993.

BRASIL. PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília:MEC/SEF, 1997.

BOYER, Carl B.; GOMIDE, Elza F. (Trad.). História da matemática. 2. ed. São Paulo, SP: Edgard Blücher, 1996.

CHAGAS, Elza M. P. F. Apresentando Alguns Aspectos Históricos do Desenvolvimento da Lógica Clássica, Ciências das Idéias e dos Processos da Mente. Tese de Doutorado, USP, São Paulo, SP. 2004

CHAUI, M. Introdução à História da Filosofia 1. São Paulo: Companhia das Letras. 2002.

CARNIELLI, Walter A. ; EPSTEIN, Richard L. Pensamento crítico: O poder da lógica e da argumentação. 3. ed. São Paulo: Rideel, 2011.

COPI, Irving M. Introdução à Lógica. 2. ed. São Paulo, SP : Mestre Jou, 1978.

D'AMBRÓSIO. Ubiratan. Etnomatemática:Elo as Tradições e a Modenidade. Coleções Tendências em Educação Matemática. São Paulo: Autêntica, 1991.

DANTE,L. R. Avaliação em Matemática. In: Matemática:Contexto e Aplicações (Manualdo Professor). São Paulo: Ática, 1999.

DANTE,L. Roberto. Didáticada resolução de problemas de matemática.São Paulo: Ática, 1989.

DE MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro. Um Convite à Matemática. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

DESCARTES, René; OLIVEIRA, Paulo M. de (Trad.). Discurso sobre o método. Bauru: EDIPRO, 1996.

D'OTTAVIANO, I. M. L. Paradoxos auto-referenciais e as lógicas não-clássicas heterodoxas. Ciência e Cultura, v. 42, n. 2, p. 164-173, 1990.

D'OTTAVIANO, I.M.L. A lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clássicas. In : Évora, F. (Org.). Século XIX: o nascimento da ciência contemporânea. Campinas: Universidade Estadual de Campinas – CLE, 1992. (Coleção CLE, v.11, p. 65-93.)

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa. 3. ed. Curitiba, PR: Positivo, 2004.

GALOTTA, A. Objetos de aprendizagem. webmsbr.tv1.com.br/brasil/educacao/parceiro/. Disponível em Acesso em abril de 2014.

GIL, Antonio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. São Paulo: Atlas, 1991.

GLASER, R. (Org.) Advances in instructional Psychology. Vol. 4, Hillsdade, NJ, EUA: Lawrence Eribaum, 1993.

GRANDO, Regina Célia. Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula. Tese de Doutorado. UEC-FE-Campinas-SP; UEC-FE, 224 p. 2000

HOUAISS, Antônio; VILLAR, Mauro. Dicionário Houaiss da língua portuguesa. Objetiva, 2001.

KUNAST, Elizane; BECKER, Taila. Será o concreto realmente concreto? Implicações no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Centro Universitário Feevale, 2006.

MORTARI, Cezar A. Introdução à lógica. 1. ed. São Paulo, SP: UNESP, 2001.

NAHRA, Cinara; WEBER, Hingo. Através da Lógica. 8. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2009.

NCTM. A Matemática Essencial para o Século XXI. Educação e Matemática, Associação dos Professores de Matemática, Lisboa, nº 14, 1990.

PIAGET, Jean. Gêneses das estruturas lógicas elementares. 2. ed Rio de Janeiro, RJ: Forense, 1975.

__________ A equilibração das estruturas cognitivas. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

________ Da lógica da criança à lógica do adolescente. São Paulo: Pioneira, 1977.

PIAGET, Jean; ZAHAR, Jorge (Trad.). A construção do real na criança. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1979.

PINEDO, Christian José Quintana.Fundamentos da Matemática. Palmas-TO. Editora:

Universidad Málaga. 2009.

PINEDO, Christian José Quintana.Argumentação e Teoria da Demonstração em Matemática. Palmas-TO. Editora: Universidad Málaga. 2011

RAUBER, J; Rosseto, M; Fávero, A M; Fávero, A A; Tonieto, C. Que tal um pouco de lógica. 4. ed. Passo Fundo, RS: Méritos, 2003.

SCOLARI, Angélica; BERNARDI, Giliane; CORDENONSI, André. O desenvolvimento do raciocínio lógico através de objetos de aprendizagem. Centro Universitário Franciscano – UNIFRA; Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, 2007.

SILVA, Nilton Miguel da. Lógica Matemática no Ensino Fundamental como instrumento facilitador da Aprendizagem no Ensino da Matemática. Dissertação de Mestrado. UNIGRANRIO, 135 p. 2012.

VERGNAUD, G. Estruturas aditivas e complexidade psicogenética. Tradução de Reyes de Villalonga. Revue Française de Pédagogie, 1995.

WHITEHEAD, A. N., Russell, B. (1973) Principia Mathematica. Cambridge: Cambridge University Press.

WEIS, A. M.; CRUZ, M. L.A Informática e os Problemas Escolares de Aprendizagem. Rio de Janeiro. Editora: DPeA. 2001.

APÊNDICE - Lista de Exercícios

01)(Consulplan) Modesto está para extravagante, assim como ruído está para:
a) Desordem.
b) Sombra.
c) Barulho.
d) Silêncio.
e) Defeito.

02) (Câmara Federal) Achar o lado do quadrado que tem área equivalente ao do retângulo que mede 40 dm de largura e 9 m de comprimento.
a) 60m.
b) 36dm.
c) 36m.
d) 6m.
e) 13dm.

03) Dizer que: Nicole é médica ou Junior é engenheiro" equivale a dizer que:
a) Junior é engenheiro e Nicole é médica.
b) Se Nicole não é medica, então Junior é engenheiro.
c) Se Junior é engenheiro, então Nicole é médica.
d) Nicole é médica se, e somente se, Junior é engenheiro.
e) Nicole não é médica e Junior não é engenheiro.

04) Sejam as proposições:
g: Gustavo gosta de estudar.
m: Milena não gosta de escrever.
t: Thayane gosta de viajar.
A tradução da proposição: $(g \vee \sim t) \rightarrow (\sim m \wedge g)$ é:
a) Gustavo não gosta de estudar ou se Thayane gosta de viajar, então Milena não gosta de escrever e Gustavo de estudar.
b) Gustavo não gosta de estudar e Thayane gosta de viajar, se, e somente se, Milena não gosta de viajar e Paulo de estudar.
c) Se Gustavo gosta de estudar ou Thayane não gosta de viajar, então Milena gosta de escrever e Gustavo de estudar.
d) Se Gustavo gosta de escrever e Thayane gosta de viajar, então Milena não gosta de escrever e Gustavo gosta de estudar.
e) Se Gustavo gosta de escrever ou Thayane de viajar, então Milena não gosta de escrever e

Gustavo de estudar.

05) Sejam verdadeiras as proposições:
I- Se hoje é 2ª feira, então amanhã é 3ª feira.
II- Se amanhã é 3ª feira, então hoje é 5º feira.
III- Se hoje é 5ª feira, então amanhã é 4º feira.
IV- Ou hoje é domingo ou amanhã é 3º feira.
V - Ora, amanhã não é 4ª feira.
Que dia é hoje?
a) Domingo.
b) 2ª feira.
c) 3ª feira.
d) 6ª feira.
e) Sábado.

06) Sejam as proposições:
p: A neve é branca ou o sal de cozinha é doce.
q: Gurupi localiza-se em Goiás, se, e somente se, Goiânia é a capital do Tocantins.
r: Se $3 - 5 = 2$, então vou estudar para medicina.
s: Ou 11 é um número primo ou o Tocantins é da região centro oeste.
Os valores lógicos de p, q, r, e s são, respectivamente:
a) V, F, V e V.
b) V, V, V e V.
c) V, F, F e V.
d) F, V, F e V.
e) F, F, F e F.

07) (Consulplan) Três relógios A, B e C são sincronizados ao meio-dia. Sabe-se que o relógio B apresenta a metade do ritmo do relógio A e o relógio C, o triplo do ritmo do relógio B. Se o relógio C é o único que sempre apresenta a hora correta, pode-se afirmar que às 13 horas do referido dia, os relógios A e B apresentarão uma diferença entre si de:
a) 10 minutos.
b) 20 minutos.
c) 30 minutos.
d) 40 minutos.
e) 50 minutos.

08) A negação de “Não se pode acreditar em nenhum homem” é:
a) Se pode acreditar em todos os homens.
b) Todos os homens são mentirosos.

c) Se pode acreditar em algum homem.
d) Não se pode acreditar em todos os homens.
e) Todos os homens falam a verdade.

09) (Consulplan) Rodrigo, Rogério e Roberto têm cada um deles um cachorro, sendo estes de raças diferentes: Dálmata, Golden Retriever e Labrador, não necessariamente nessa ordem. Sendo os nomes destes cachorros: Ringo, Rex e Robin, considere as seguintes informações:
• Roberto não é o dono de Rex.
• A raça de Rex não é Golden Retriever.
• Robin é o cachorro de Rogério.
• O Golden Retriever não é o cachorro de Roberto.
• O cachorro de Rodrigo é da raça Labrador.
Assinale a alternativa correta:
a) A raça de Ringo é Golden Retriever.
b) Roberto não é o dono de Ringo.
c) Rex é da raça Labrador.
d) Rogério é dono do Dálmata.
e) Rodrigo não é o dono de Rex.

Para as questões 10, 11 e 12, considere as proposições abaixo:
P:Palmas é capital do Tocantins.
R:7+5 $>$ 12.
Q: O sol é quente.
10) Determine o valor lógico de cada proposição.

11)Traduza:
a) $\sim P \vee R \wedge Q$:
b) $\sim (Q \wedge P) \rightarrow \sim R$:
c)$(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \wedge R)$:

12) Determine os valores lógicos de cada sentença da questão anterior:
a) $\sim P \vee R \wedge Q$:
b) $\sim (Q \wedge P) \rightarrow \sim R$:
c)$(P \vee Q) \leftrightarrow (Q \wedge R)$:

13) Determine o valor lógico de cada proposição
a) Se Palmas é capital do Tocantins e 7+5 $>$ 12, então O sol é quente.
b)7+5 $>$ 16 e Palmas é capital do Tocantins se, s somente se O sol é quente.
c) Ou Palmas é capital do Tocantins ou 7+5 $>$ 12.
d) O sol é quente e7+5 $>$ 12 se, e somente se, Palmas não a é capital do Tocantins ou o sol não

é quente.

e) Se 7+5=12 ou o sol é frio, então Palmas não a é capital do Tocantins.

14) Encontre as equivalências:

a) Palmas é capital do Tocantins e O sol é quente.

b) Palmas é capital do Tocantins ou 7+5 $>$ 12.

c) Se O sol é quente, então Palmas não é capital do Tocantins.

15) Negue as proposições:

a) Palmas é capital do Tocantins e O sol é quente.

b) Palmas é capital do Tocantins ou 7+5 $>$ 12.

c) Se O sol é quente, então Palmas não é capital do Tocantins.

16) Negue as proposições:

a) Todo tocantinense é brasileiro.

b) Todo brasileiro é gurupiense.

c) Existe gurupiense tocantinense.

d) alguns tocantinenses não são gurupienses.

e) Nenhum brasileiro é canadense.

f) Não existe gurupiense argentino.

17) Complete as tabelas verdades:

a) $p \wedge q \leftrightarrow (\sim p \vee q)$

p	q	p $\wedge q$	$(\sim p \vee q)$	p $\wedge q \leftrightarrow (\sim p \vee q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

b) $\sim (p \wedge q) \rightarrow \sim q \vee p)$

p	q	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (q \vee p)$	$\sim (p \wedge q) \rightarrow \sim q \vee p)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

18)Sejam as senteças:

Se eu viajar, então vou á Goiânia.

Se vou a Goiânia, então hoje é sábado.
Se o flamengo ganhar o jogo, então hoje não é sábado.
Ou Palmas é capital ou o flamengo perdeu o jogo.
O que se pode concluir?

19)Gustavo, Nicole e Júnior possuem, cada um, jogos diferentes: Ação, Raciocício e estratégia, não necessariamente nessa ordem.
Sendo os nomes destes jogos: PSE 2013, CHESS E WAR-X, considere as seguintes informações:
• Gustavo não é o dono de PSE 2013.
• O Jogo de CHESS não é de Raciocinio.
• CHESS é o jogo de Nicole.
• O jogo WAR-X não é de Junior.
• O Jogo de Gustavo é deAção.
Quais são os nomes e tipos de jogos de cada um?

20) Faça as negações das proposições:
a) Paulo é alto e não é bombeiro.
b) Paulo não é alto ou é bombeiro.
c) Se é falso que Paulo é bombeiro, então Não é verdade que Paulo é alto.
d) Existem homens que não são mortais.
e) Nenhum homem fala a verdade.
f) Alguns corintianos são felizes.
g)Todas as mulheres são fieis.

Gabarito 1) D. 2)D. 3)B. 4)C. 5) A.) 6)B. 7)B. 8) C. 9) C. 10) a)V(p)=V; b)V(p)=F; c)V(p)=V. 11)a) Palmas não é capital do Tocantins ou 7+5 $>$ 12 e o sol é quente.; b) Se Não é verdade que se o sol é quente e Palmas é capital do Tocantins, então é falso que 7+5>12.; c)Palmas é capital do Tocantins ou o sol é quente se, e somente se, o sol é quente e 7+5>12. 12) a)V(p)=F; b) V(p)=V; c) V(p)=F. 13) a) V(p)= V; b)V(p)= F; c) V(p)= V; d) V(p)= V; e) V(p)= F. 14) a) O sol é quente e Palmas é capital do Tocantins.; b) Equivalência1: Se Palmas não é capital do Tocantins, então 7+5 $>$ 12. Equivalência2: Se é falso que 7+5 $>$ 12, então Palmas é capital do Tocantins.; c) Equivalência 1: Se Palmas é capital do Tocantins, então o sol não é quente. Equivalência 2: O sol não é quente ou Palmas não é capital do Tocantins. 15) a) Palmas não é capital do Tocantins ou sol não é quente.; b) Palmas não é capital do Tocantins e 7+5 12.; c) O sol é quente E Palmas é capital do Tocantins. 16) a) Alguns tocantinenses não sãobrasileiro.; b) Existe(m) brasileiro que não é gurupiense.; c) Nenhum gurupiense é tocantinense.; d)Todos os tocantinensesão gurupienses.; e) Algum(s) brasileiro é canadense.; f)Existe algum gurupiense que é argentino. 17) a)

p	q	p $\wedge q$	$(\sim p \vee q)$	p $\wedge q \leftrightarrow (\sim p \vee q)$
V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	**V**
F	V	F	V	**F**
F	F	F	V	**F**

b)

p	q	$\sim(p \wedge q)$	$\sim(q \vee p)$	$\sim(p \wedge q) \rightarrow \sim q \vee p)$
V	V	F	F	**V**
V	F	V	F	**V**
F	V	V	F	**F**
F	F	V	V	**F**

18) - Palmas é capital (iv); O flamengo não perdeu o jogo (iv); Hoje não é sábado (iii); Não vou á Goiânia (ii) e Não viajo (i). 19) GUSTAVO (WAR-X e AÇÃO); NICOLE (CHESS e ESTRATÉGIA); JÚNIOR (PSE 2013 e RACIOCÍNIO). 20)a) Paulo é não é alto ou é bombeiro. b) Paulo é alto e não é bombeiro. c) Paulo não é bombeiro e é alto. d) Todos os homens são mortais. e) Alguns homens não falam a verdade. f) Nenhum corintiano é feliz. g) Existem mulheres infiéis.