



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROFMAT

JORDON LUIZ PEGORETTI

A MATEMÁTICA FINANCEIRA E A INCLUSÃO BANCÁRIA DOS ALUNOS DO
ENSINO MÉDIO

VITÓRIA-ES

2015

JORDON LUIZ PEGORETTI

A MATEMÁTICA FINANCEIRA E A INCLUSÃO BANCÁRIA DOS ALUNOS DO
ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada a Universidade
Federal do Espírito Santo – UFES, para
obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Valmecir Bayer

VITÓRIA-ES

2015

A minha amada esposa Jennifer, pela paciência, apoio afetivo e incentivo durante todo o curso. Ao meu filho Miguel, nascido durante o curso. Ao meu pai Jorge. A minha irmã Juliete. A minha mãe América, pelo reconhecido esforço e incentivo nos momentos mais difíceis da graduação.

Agradecimentos

Primeiramente a DEUS por ter me dado saúde e ouvido as minhas orações pedindo proteção em todas as viagens.

Em especial, a minha esposa Jennifer e a meu filho Miguel pelo apoio e compreensão nas minhas ausências praticamente todos os sábados durante dois anos.

Aos meus pais por investirem e acreditarem em mim com muito carinho e dedicação.

A todos meus professores do curso, que aceitaram dividir seus conhecimentos.

Ao meu orientador, Professor Dr. Valmecir Bayer, pela orientação clara, objetiva e segura me inspirando a tentar e fazer sempre o melhor.

Aos meus amigos, companheiros de viagem Demétrio, Luciano e Peixoto, que fizeram o trajeto Linhares-Vitória mais curto e mais divertido.

*“Mas em todas estas coisas somos mais que vencedores, por meio daquele
que nos amou.”*

Romanos 8-37

Resumo

Este trabalho aborda a Matemática Financeira no ensino médio e sua importância para as finanças domésticas e o crédito consciente, buscando preparar os alunos para a inclusão bancária. Para tanto foram propostas atividades que abordam a matéria e como ela é importante no relacionamento com bancos e/ou financeiras. A metodologia utilizada tem como base uma pesquisa exploratória com funcionários de um banco da cidade de Linhares-ES, responsáveis pelo atendimento ao público, análise de crédito e venda de produtos e serviços para pessoa física e pessoa jurídica. A pesquisa busca verificar o nível de conhecimento da população sob o ponto de vista dos bancários. Com os resultados, foram propostas atividades envolvendo empréstimos, uso de cartão de crédito e do cheque especial, focados no crédito consciente e na busca de soluções para o crescente endividamento das famílias. As considerações finais reafirmam a importância de uma educação financeira de qualidade e como ela vai influenciar nas escolhas do indivíduo por toda a vida. Como contribuições, a pesquisa nos deixa lições e desafios. Lições, ao verificarmos os resultados da pesquisa com os bancários, e como o tema têm sido mal abordado nas escolas, se refletindo na população brasileira, e desafios, para mudarmos o rumo dessa história e começarmos um processo de diminuição do endividamento familiar através da conscientização dos nossos alunos.

Palavras-chave: Matemática financeira. Ensino médio. Inclusão bancária.

Abstract

This paper deals with Financial Mathematics in high school and its importance to the household finances and the conscious credit, seeking to prepare students for banking inclusion. Therefore, we proposed activities that address the matter and how it is relevant to relationships with banks and / or financial. The methodology is based on an exploratory survey of employees of a bank city of Linhares-ES, responsible for customer service, credit analysis and sale of products and services to individual and corporate person. The research aims to verify the knowledge level of the population from the point of view of banking. With the results, have been proposed activities involving loans, using credit card and overdraft, focused on conscious credit and to find solutions to the growing household debt. The final considerations underline the importance of financial education quality and how it will influence the individual's choices for life. As contributions, research leaves us lessons and challenges. Lessons when we review the survey results with the bank and as the theme have been poorly addressed in schools, reflecting the Brazilian population, and challenges us to change the course of this history and begin a process of reduction of household debt through awareness of our students.

Keywords: financial mathematics. Secondary school. Banking inclusion.

Lista de Figuras

Figura 1: Respostas da pergunta 1

Figura 2: Respostas da pergunta 2

Figura 3: Respostas da pergunta 3

Figura 4: Respostas da pergunta 4

Figura 5: Respostas da pergunta 5

Figura 6: Respostas da pergunta 6

Figura 7: Respostas da pergunta 7

Figura 8: Respostas da pergunta 8

Figura 9: Respostas da pergunta 9

Figura 10: Cálculo de IOF no exemplo 21

Figura 11: Simulação do exemplo 22.

Figura 12: Fases de amortização do exemplo 22.

Figura 13: Extrato de poupança

Lista de Tabelas

Tabela 1: Amortização de R\$ 10.000,00 via SAC

Tabela 2: Juros de Cheque Especial - 20/01/2015 a 26/01/2015

Tabela 3: Juros de Financiamento de Veículos - 11/02/2015 a 19/02/2015

Sumário

1 Introdução.....	13
1.1 Contexto Histórico.....	13
1.2 A Matemática Financeira.....	14
2 Objetivos.....	15
2.1 Objetivo Geral.....	15
2.2 Objetivos Específicos.....	15
2.3 Justificativa.....	15
3 A Percepção dos Bancários.....	17
4 Conceitos Fundamentais de Matemática Financeira.....	24
4.1 Porcentagem.....	24
4.1.1 Definição.....	24
4.1.2 Representação.....	25
4.1.3 Como Calcular.....	25
4.1.4 Como Transformar Fração em Porcentagem.....	26
4.2 Progressões.....	27
4.2.1. Progressão Aritmética.....	27
4.2.1.1 Definição.....	27
4.2.1.2 Fórmula do Termo Geral.....	27
4.2.1.3 Fórmula da Soma.....	28
4.2.2 Progressão Geométrica.....	29
4.2.2.1 Definição.....	29

4.2.2.2 Fórmula do Termo Geral.....	29
4.2.2.3 Fórmula da Soma.....	30
4.3. Juros.....	31
4.3.1 Definição.....	31
4.3.2 Juros Simples.....	32
4.3.3 Juros Compostos.....	34
4.3.3.1 Conceito.....	34
4.3.3.2 Equivalência de taxas.....	35
4.3.3.3 Taxa Nominal x Taxa Efetiva.....	38
4.3.3.4 Taxa Aparente x Taxa Real.....	39
4.4 Sistemas de Amortização.....	41
4.4.1 Sistema de Amortização Constante – SAC.....	41
4.4.1.1 Definição.....	41
4.4.1.2 Saldo Devedor no SAC.....	44
4.4.1.3 Montante Pago no SAC.....	44
4.4.2 Tabela Price, SAP ou Sistema Francês.....	46
5. Principais Produtos Bancários.....	49
5.1 Cheque Especial.....	49
5.1.1 Características.....	49
5.1.2 Simulações.....	50
5.1.3 Imposto sobre Operações Financeiras – IOF.....	52
5.1.4 Dicas para uso consciente do cheque especial.....	53
5.2 Cartão de Crédito.....	54

5.2.1 Características.....	54
5.2.2 Dicas para utilização consciente do cartão de crédito.....	58
5.3 Empréstimos e Financiamentos Bancários.....	59
5.3.1 Definições.....	59
5.3.2 Financiamento de veículos.....	59
5.3.2.1 Características.....	59
5.3.2.2 Dicas para contratação de um financiamento de veículo.....	64
5.3.3 Financiamento Imobiliário.....	64
5.3.3.1 Características.....	64
5.3.3.2 Dicas para a contratação de um financiamento imobiliário.....	68
5.4 Poupança.....	69
5.4.1 Características.....	69
5.4.2 Rendimentos.....	71
5.4.3 Taxa real.....	72
6 Conclusão.....	74
Referências.....	76

1 Introdução

1.1 Contexto Histórico

Entender o funcionamento do crédito no Brasil exige, sobretudo, uma análise histórica dos diferentes momentos da economia. Neste contexto, a história recente do crédito no Brasil pode ser resumida a dois períodos, antes e depois do Plano Real.

Antes do Plano Real, o Brasil passou décadas de hiperinflação e instabilidade econômica. A incerteza era tão grande que os bancos não tinham confiança para conceder empréstimos a juros e prazos razoáveis, além do mais, o Brasil passava por constantes trocas de moedas, valendo mencionar até o golpe militar de 1964.

Após a implementação do Plano Real, a sociedade brasileira começou a passar por uma grande transformação na economia. A inflação estava sendo controlada e a economia brasileira começava a parecer interessante para o capital exterior.

Todas essas mudanças diminuíram as desconfianças dos bancos nacionais e estrangeiros, que passaram a disputar cada cliente nos últimos anos. Os brasileiros que estavam acostumados a utilizar os bancos para guardar suas economias na caderneta de poupança foram às compras. Até o brasileiro mais humilde começou a ter acesso a contas bancárias, cartões de crédito e financiamentos.

O resultado não poderia ser outro. Pessoas completamente despreparadas e dinheiro fácil, aliadas ao consumismo do mundo capitalista, resultaram no endividamento de boa parte da população.

O estudo da matemática financeira em sala de aula, contextualizada com o meio bancário, contribui substancialmente para a formação do indivíduo em suas relações com o dinheiro. Neste contexto, a abordagem desse conteúdo no ensino médio contribui para a aquisição de saberes que serão

utilizados durante toda a vida do aluno, seja do ponto de vista pessoal ou profissional.

1.2 A Matemática Financeira

Dentre os vários ramos da matemática aplicada, a matemática financeira é aquela que estuda o comportamento do dinheiro ao longo do tempo. Seu objetivo principal é calcular o custo do dinheiro, seja ele para o tomador de empréstimos, onde chamamos de juros, ou para o aplicador, onde chamamos de rendimentos.

Seus conhecimentos sobre porcentagens, juros e empréstimos podem ser empregados na maioria das profissões, mas principalmente na utilização racional do dinheiro, seja na utilização de um cartão de crédito, na contratação de financiamento de um carro ou da casa própria, ou mesmo na contratação de um financiamento estudantil.

O ensino da Matemática Financeira com qualidade torna-se imprescindível também se observarmos as leis que vigoram em nosso país. Em especial a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996:

A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (LDB, 1996, Art. 2).

2 Objetivos

2.1 Objetivo Geral

Analisar o ensino da Matemática Financeira no ensino médio e sua importância no planejamento financeiro das famílias, sobretudo no que se refere ao consumo consciente do crédito e a inclusão bancária.

2.2 Objetivos Específicos

- Propor atividades que contextualizem o ensino da matemática financeira com os produtos e serviços bancários;
- Discutir a importância do planejamento e do crédito consciente, opondo-se ao consumismo exagerado;
- Dar condições aos alunos para buscarem as melhores soluções em crédito quando avaliada a real necessidade.

2.3 Justificativa

A ideia da abordagem da matemática financeira no contexto bancário surgiu das experiências do professor-pesquisador, tanto na condição de professor de cursos pré-vestibulares, onde se observa que os alunos na fase final do ensino médio têm saído com o conhecimento mínimo ou quase nulo acerca da matemática financeira, quanto na condição de bancário, onde constata que grande parte da população brasileira está endividada, muito por conta do dinheiro fácil oferecido pelos bancos, mas também pela total falta de

preparo de muitos clientes, que não têm o menor controle sobre suas finanças pessoais.

Essa abordagem é justificada porque pretende possibilitar ao aluno uma aprendizagem que ultrapassa os limites físicos da escola e o prepara para a realidade. Dar condições para que o aluno possa planejar suas finanças desde cedo é a garantia de uma população mais preparada para o mercado de trabalho e para a administração do próprio lar.

O desejo do professor-pesquisador é o de formar indivíduos capazes de operar com bancos e financeiras, porém com os conhecimentos necessários para buscarem as melhores soluções quando precisam de um financiamento ou de um cartão de crédito, sabendo de fato quanto de juros estão pagando e buscando alternativas para eventuais endividamentos acima de suas capacidades financeiras.

3 A Percepção dos Bancários

Visando levantarmos a percepção dos bancários sobre os conhecimentos dos clientes acerca dos juros, empréstimos e aplicações, um questionário foi respondido por funcionários do Banco do Brasil S/A da cidade de Linhares-ES, cujas atribuições são o atendimento ao público, a oferta de aplicações e a concessão de empréstimos, financiamentos e cartões de créditos.

No total, 40 bancários se disponibilizaram a colaborar com a pesquisa, que foi de grande valia, pois podemos perceber o nível de conhecimento dos clientes que comparecem aos bancos buscando soluções financeiras.

Pergunta 1:

O que é mais decisivo na hora do cliente tomar um empréstimo?

- () O total dos juros
- () A prestação dentro do orçamento

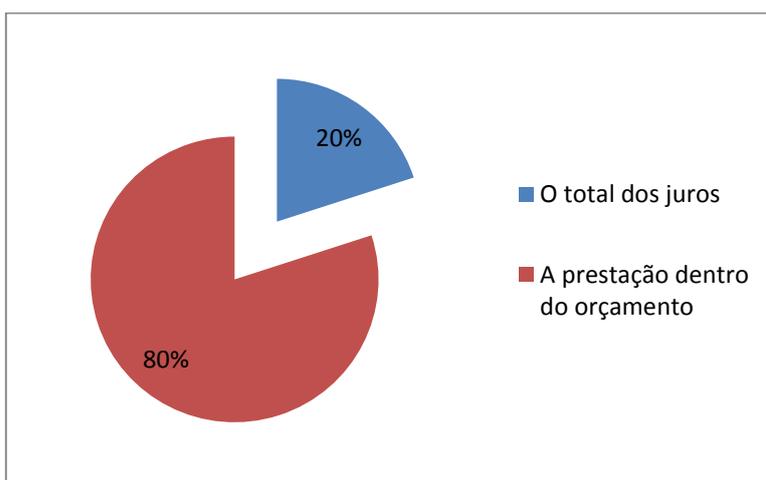


Figura 1: Respostas da pergunta 1.

Verificamos que a grande maioria dos clientes comete um erro básico. Analisar a viabilidade do empréstimo apenas pelo valor da parcela, sem levar em consideração o valor dos juros.

Pergunta 2:

Você tem clientes que consideram o limite do cartão de crédito como parte do salário, gastando assim mais do que recebem?

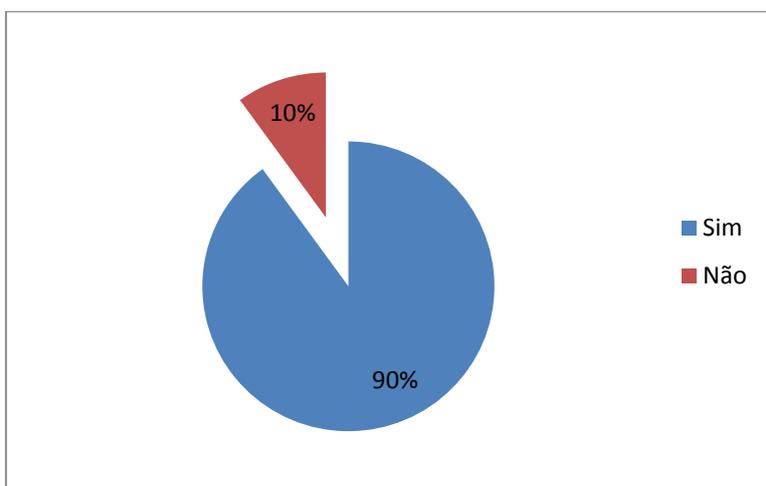


Figura 2: Respostas da pergunta 2.

Nota-se aqui qual a cultura do brasileiro em relação ao cartão de crédito, que aliás, é o principal vilão no que refere-se ao endividamento das famílias.

Pergunta 3:

Durante um atendimento, algum cliente já demonstrou que não sabia os dados básicos do empréstimo, como juros, número e valor de prestações?

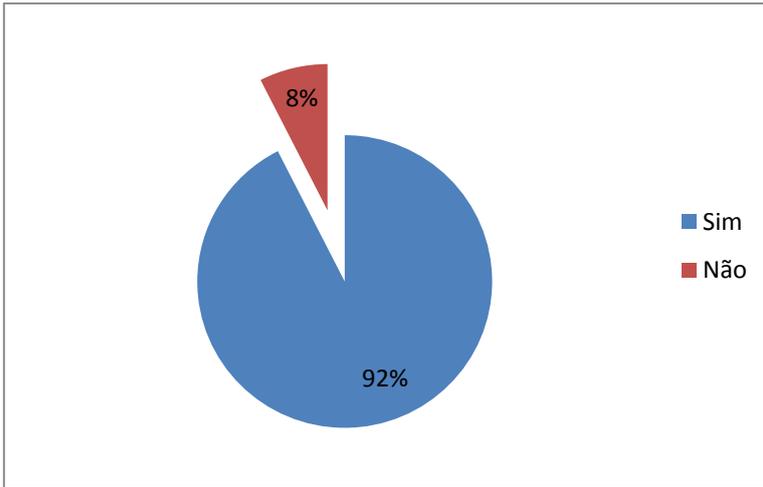


Figura 3: Respostas da pergunta 3.

A população tem memória curta. Nota-se que após contratar um empréstimo, a grande maioria dos clientes se esquecem dos dados principais. Isso pode fazer com que o cliente perca uma oportunidade, por exemplo, negociar com outros bancos que estão oferecendo taxas melhores.

Pergunta 4:

Considerando os clientes que já tomaram empréstimo com você, qual a porcentagem que tem noção do montante de juros pagos?

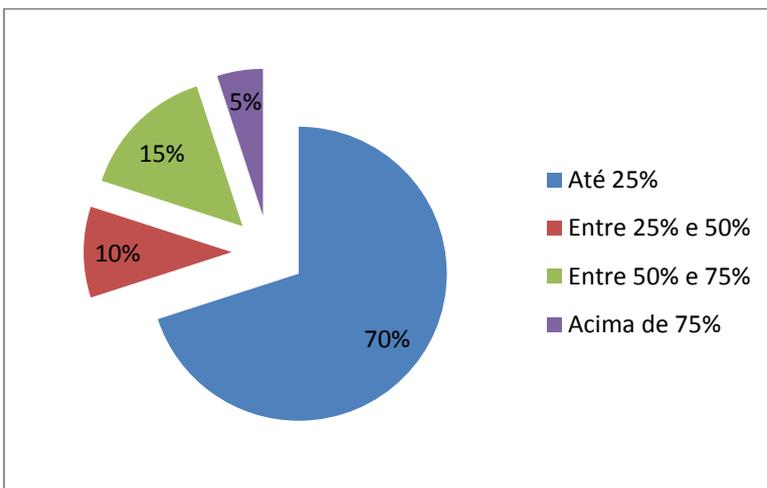


Figura 4: Respostas da pergunta 4.

Podemos ver mais uma vez a falta de conhecimento dos clientes na hora de contratar um empréstimo.

Pergunta 5:

Você acha que se os clientes tivessem um conhecimento maior sobre juros, empréstimos e amortizações, as famílias poderiam estar menos endividadas?

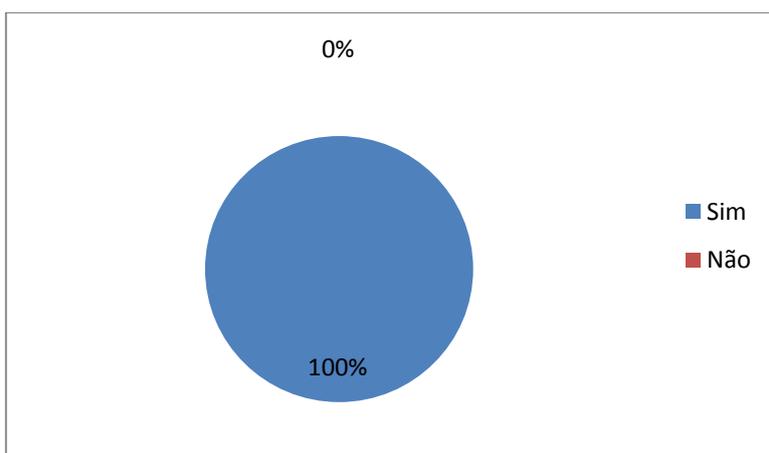


Figura 5: Respostas da pergunta 5.

Podemos confirmar através dessas respostas o quanto a educação financeira de base é ausente nas famílias brasileiras. Noções básicas sobre juros, empréstimos e amortizações podem fazer toda a diferença na hora do planejamento familiar.

Pergunta 6:

Os clientes que você costuma atender têm o hábito de poupar para dias difíceis?

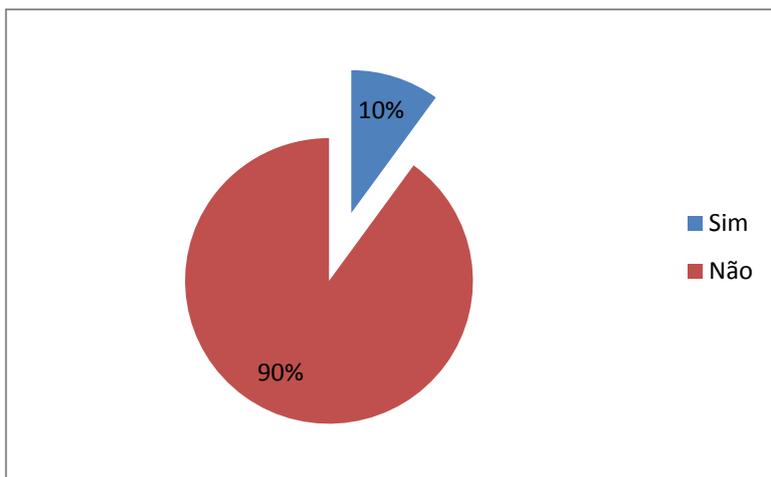


Figura 6: Respostas da pergunta 6.

Analisando as respostas, podemos identificar a mudança de cultura financeira da população após o controle da inflação na década de 90. As pessoas que até então tinha a caderneta de poupança como principal produto bancário, deixaram de ser poupadores para serem tomadores de empréstimos.

Pergunta 7:

Em sua opinião, conhecimentos sobre Matemática Financeira contribuem para uma melhor inserção do indivíduo na sociedade?

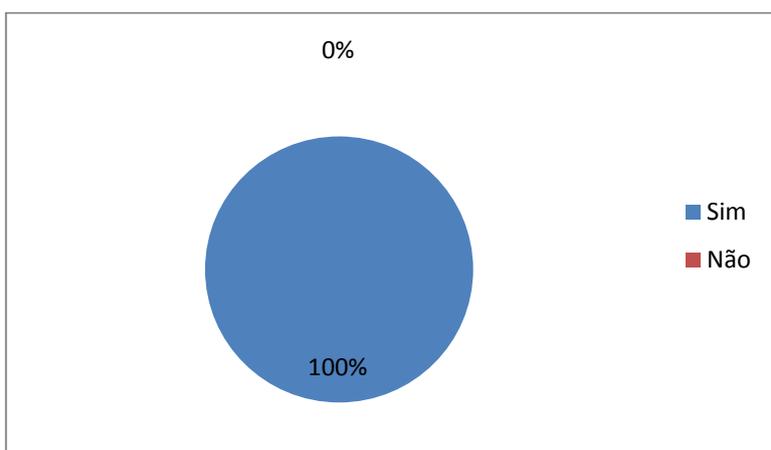


Figura 7: Respostas da pergunta 7.

Nessa pergunta também tivemos todas as respostas iguais. A matemática financeira, além de ser necessária em vários setores da sociedade, também é uma ferramenta muito importante no planejamento familiar.

Pergunta 8:

Você conhece alguém que se endividou acima de sua capacidade por não ter conhecimentos de matemática financeira?

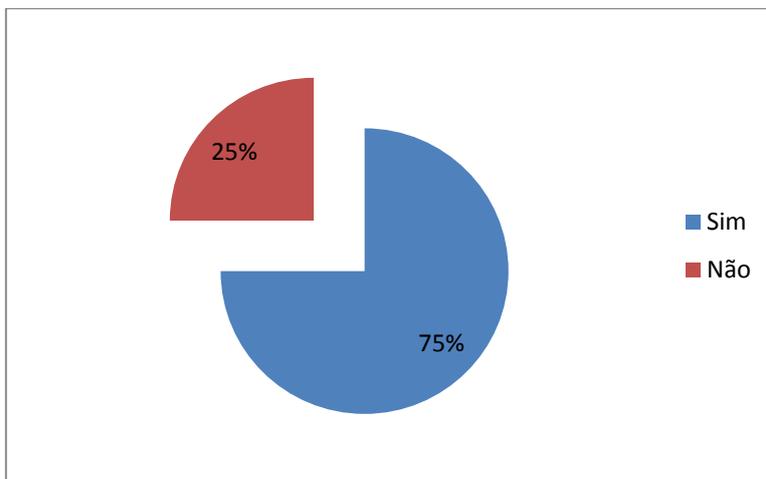


Figura 8: Respostas da pergunta 8.

Podemos notar nas respostas acima que, embora imprevistos aconteçam, a maioria dos casos de endividamentos poderiam ser evitados, apenas aplicando alguns conhecimentos de matemática financeira.

Pergunta 9:

Você acha importante melhorar o ensino da matemática financeira nas escolas, com foco em economia doméstica e planejamento financeiro?

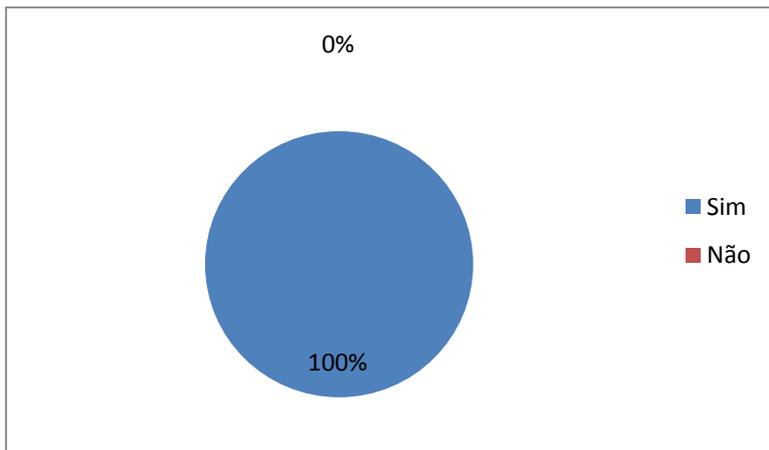


Figura 9: Respostas da pergunta 9.

Para finalizar as perguntas, todos os bancários entrevistados acham que o ensino da matemática financeira deveria ser melhor difundido nas escolas, em especial com a aplicação no cotidiano dos alunos, simulando situações do dia-a-dia, como o planejamento na hora de contrair empréstimos ou financiamentos.

4 Conceitos Fundamentais de Matemática Financeira

4.1 Porcentagem

4.1.1 Definição

Não podemos falar de juros sem citarmos a porcentagem. Ela é a forma com que os juros são representados e para percebermos sua importância, basta notarmos que aparece a todo momento, seja nos jornais, nas estatísticas esportivas, em jogos de vídeo game, etc. Entre suas primeiras aplicações, podemos citar o uso pelos romanos para a cobrança de taxas e impostos.

Vale ressaltar que alguns autores utilizam o termo porcentagem. Vamos deixar claro que ambos referem-se a mesma coisa. A diferença é que o vocábulo “porcentagem” foi adaptado do termo inglês “percentage”, que teria sido originado do latim “per centum”. Já o termo “porcentagem”, é considerado uma derivação da locução “por cento”, de uso corrente na língua portuguesa.

Porcentagem ou percentagem é a relação entre dois valores, representada por uma fração, onde o numerador é a parte e o denominador vale 100 e representa o inteiro. Em resumo, porcentagem é a representação de certa quantidade pela divisão de um número por 100. Quanto ao símbolo “%”, lê-se “por cento”.

Exemplo 1:

“3%” lê-se “três por cento” e pode-se escrever 0,03.

Exemplo 2:

“150%” lê-se “cento e cinquenta por cento” e pode-se escrever 1,5.

Quando falamos que um produto está na promoção com 20% de desconto, por exemplo, estamos dizendo que o novo preço está na razão de 80 para 100 em relação ao preço anterior. A porcentagem é muito utilizada no mercado financeiro, seja na hora de obter um desconto, calcular o lucro na venda de um produto ou medir as taxas de juros.

4.1.2 Representação

Podemos representar os números percentuais de três formas: fração, decimal ou formal (utilizando o símbolo “%”).

Exemplo 3:

5% (formal)

$\frac{5}{100}$ (fração)

0,05 (decimal)

Exemplo 4:

10% (formal)

$\frac{1}{100}$ (fração)

0,1 (decimal)

4.1.3 Como Calcular

Dentre as várias maneiras para o cálculo de porcentagens, vamos apresentar duas formas para o cálculo de porcentagens:

a) Estando a porcentagem na forma de fração, devemos multiplicar o valor pelo numerador e dividir pelo denominador (100):

Exemplo 5:

Calcular quanto é 2% de 1200:

$$1200 \cdot \frac{2}{100} = \frac{2400}{100} = 24$$

b) Estando a porcentagem na forma decimal, basta multiplicarmos o valor pela porcentagem desejada:

Exemplo 6:

Calcular quanto é 3% de 120:

$$0,03 \times 120 = 3,6$$

4.1.4 Como Transformar Fração em Porcentagem

Para descobrir qual a porcentagem que uma fração representa basta efetuarmos a divisão do numerador pelo denominador.

Exemplo 7:

$$\frac{12}{15} = 0,8 = 80\%$$

Exemplo 8:

$$\frac{18}{45} = 0,4 = 40\%$$

4.2 Progressões

Visando um melhor entendimento, principalmente no que se refere a juros simples e compostos, apresentamos um breve estudo sobre Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas. O assunto foi abordado tratando-se de progressões finitas, afim de atendermos a necessidade deste trabalho.

4.2.1 Progressão Aritmética (P. A.)

4.2.1.1. Definição

Chamamos de Progressão Aritmética qualquer sequência em que cada termo é igual ao termo anterior, somado com uma constante r , denominada de razão, isto é:

$$a_n = a_{n-1} + r, \text{ onde } n \in N, n \geq 2$$

Exemplos:

- a) 10, 20, 30, 40
- b) 1, 2, 3, 4, 5, 6
- c) 5, 7, 9
- d) 12, 10, 8, 6, 4

4.2.1.2. Fórmula do termo geral

Seja uma Progressão Aritmética onde foram dados o primeiro termo a_1 , a razão r e a quantidade de termos n , temos:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r$$

$$a_4 = a_3 + r$$

...

$$a_n = a_{n-1} + r$$

Quando somamos as $(n - 1)$ igualdades acima, temos:

$$a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{n-1} + a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + (n - 1).r$$

Simplificando:

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

4.2.1.3 Fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética

Seja S_n a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética finita. Podemos representar esta soma de duas formas, em ordem crescente e em ordem decrescente. Temos:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

Somando as duas igualdades:

$$2.S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

É fácil observar que o valor da soma em cada um dos parênteses é sempre o mesmo, isso acontece porque, de um parênteses para o outro, a primeira

parcela aumenta de r e a segunda diminui de r . Vamos considerar então que cada soma é igual a $(a_1 + a_n)$. Temos:

$$2.S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n)$$

$$2.S_n = n.(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

4.2.2 Progressão Geométrica (P. G.)

4.2.2.1 Definição

Chamamos de Progressão Geométrica qualquer sequência em que cada termo é igual ao termo anterior, multiplicado por uma constante q , denominada de razão, isto é:

$$a_n = a_{n-1} \cdot q, \text{ onde } n \in N, n \geq 2$$

Exemplos:

a) 10, 20, 40, 80

b) 1, 3, 9, 27, 81

c) 5, 25, 125

d) 12, 6, 3

4.2.2.2 Fórmula do termo geral

Seja uma Progressão Geométrica onde foram dados o primeiro termo $a_1 \neq 0$, a razão $q \neq 0$ e a quantidade de termos n , temos:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q$$

$$a_4 = a_3 \cdot q$$

...

$$a_n = a_{n-1} \cdot q$$

Quando multiplicamos as $(n - 1)$ igualdades acima, temos:

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots a_{n-1} \cdot a_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots + a_{n-1} \cdot q^{n-1}$$

Simplificando os termos iguais em ambos os membros:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

4.2.2.3 Fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica

Seja S_n a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica finita. Podemos representar esta soma da seguinte maneira:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1}$$

Multiplicando ambos os membros por q :

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n$$

Fazendo $q \cdot S_n - S_n$:

$$q \cdot S_n - S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n - a_1 - a_1 \cdot q - a_1 \cdot q^2 - \dots - a_1 \cdot q^{n-2} - a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$q \cdot S_n - S_n = a_1 \cdot q^n - a_1$$

$$S_n(q - 1) = a_1 \cdot (q^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{(q - 1)}$$

4.3. Juros

4.3.1 Definição

Juros é o nome dado para a remuneração sobre um capital aplicado ou investido. Normalmente um indivíduo que precisa de recursos paga a outro que dispõe desses recursos, e está disposto a correr um risco.

A forma mais comum de haver essa transferência de recursos é através da intermediação dos bancos, eles recebem depósitos de poupadores, que são remunerados por isso, e emprestam aos tomadores, que logicamente, também remuneram esse capital, porém em valor superior ao que os bancos pagam aos tomadores, justamente porque o banco precisa ser remunerado pelo serviço, e também porque passa a assumir um risco.

Na hora da definição da taxa de juros, o banco analisa principalmente o risco da operação. Quanto maior o risco, maior a taxa de juros. Quanto menor o risco, menor a taxa de juros. É por isso que um empréstimo imobiliário, cuja garantia é o imóvel financiado, tem os juros muito mais atrativos do que de cartão de crédito, que normalmente não possui garantias.

4.3.2 Juros Simples

O regime de juros simples tem como característica a incidência de juros apenas sobre o valor aplicado ou emprestado, que na matemática financeira é denominado valor principal. Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. Da aplicação desta definição, tem-se a seguinte fórmula:

$$J = c \cdot i \cdot n$$

Onde:

J = juros

c = capital ou valor principal

i = taxa de juros

n = número de períodos de aplicação do capital.

É importante salientar que tempo e taxa deve estar na mesma unidade. Se a taxa é anual, o tempo deve ser medido em anos, se a taxa é diária, o tempo deve ser medido em dias, etc.

Ao somarmos o capital (c) aos juros (J), temos o montante, representado pela letra M:

$$M = c + J$$

$$M = c + c \cdot i \cdot n$$

$$M = c \cdot (1 + i \cdot n)$$

Exemplo 9:

Um cliente contratou um empréstimo de R\$ 2000,00, para ser pago daqui a 4 meses. Sabendo que os juros cobrados pelo banco foram de 3% ao mês no regime de juros simples, qual será o valor total pago pelo cliente?

Solução:

$$c = 2000,00$$

$$i = 3\% \text{ ao mês} = 0,03$$

$$n = 4$$

$$M = c.(1 + i.n)$$

$$M = 2000.(1 + 0,03.4)$$

$$M = 2000.1,12$$

$$M = 2240$$

Como em 4 meses foram gerados R\$ 240,00, e pelo fato dos juros incidirem somente sobre o capital, cada mês gerou R\$ 60,00 de juros.

É fácil perceber que podemos associar a uma Progressão Aritmética (PA) onde podemos considerar o primeiro termo como sendo R\$ 2000,00 (capital) e a razão como sendo R\$ 60,00 (juros gerados por mês).

4.3.3 Juros Compostos

4.3.3.1 Conceito

No regime de juros compostos, ao contrário do que acontece nos juros simples, a taxa de juros incide sobre todo o montante do período anterior, fazendo com que os juros cresçam em função do tempo, ao contrário do que acontece no regime de juros simples, onde se mantém constante. O conceito de montante nos juros compostos é o mesmo dos juros simples, ou seja, é o resultado da soma do capital com os juros gerados no período. Esse regime será abordado com mais detalhes, considerando ser o regime utilizado em praticamente todos os tipos de empréstimos.

Considere que um capital c seja aplicado a uma taxa mensal “ i ” por um período de “ t ” meses:

Calculando o montante após 1 mês:

$$M_1 = c.(1 + i)$$

Calculando o montante após 2 meses:

$$M_2 = M_1.(1 + i) = c.(1 + i).(1 + i) = c.(1 + i)^2$$

Calculando o montante após 3 meses:

$$M_3 = M_2.(1 + i) = c.(1 + i)^2.(1 + i) = c.(1 + i)^3$$

Como a sequência $M_1, M_2, M_3...$ é uma progressão geométrica de razão $(1 + i)$, podemos concluir através da fórmula do termo geral que:

$$M = c . (1 + i)^n$$

Onde:

M = montante

c = capital ou principal

i = taxa de juros

n = número de períodos de aplicação do capital.

Exemplo 10:

Calcular o valor total a ser pago em um empréstimo de R\$ 1.000,00, sob o regime de juros compostos, com taxa de juros de 1% ao mês, prazo de 12 meses e capitalização mensal.

$$M = c \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1000 \cdot (1 + 0,01)^{12}$$

$$M = 1000 \cdot (1,01)^n$$

$$M = 1000 \cdot 1,127$$

$$M = 1.127,00$$

4.3.3.2 Equivalência de taxas:

Em muitas situações o período unitário do prazo não é compatível com o período unitário da taxa. Os bancos, por exemplo, apresentam suas taxas “ao ano” ou “ao mês”, porém a capitalização quase sempre é diária. E no regime de juros compostos faz toda a diferença. Quando isto ocorre, é necessário alterar a taxa ou o prazo.

Se a taxa de juros relativa a um determinado período de tempo é igual a i , a taxa de juros relativa a t períodos de tempo é I , e é tal que:

$$1 + I = (1 + i)^t$$

Isolando I :

$$I = (1 + i)^t - 1$$

Exemplo 11:

Considerando um empréstimo a uma taxa de 9% ao mês, com capitalização diária, calcular a taxa equivalente ao dia, por um período de 30 dias.

Temos:

I = taxa ao dia desejada

i = taxa ao mês = 9%

$$I = (1 + i)^t - 1$$

$$I = (1 + 1,09)^{\frac{1}{30}} - 1$$

$$I = (1,09)^{\frac{1}{30}} - 1$$

$$I = 1,00287 - 1$$

$$I = 0,00287$$

$$I = 0,287\%$$

Do resultado, temos que um empréstimo a uma taxa de 9% ao mês, com capitalização mensal, gera a mesma quantidade de juros que um empréstimo a uma taxa de 0,287% ao dia, com capitalização diária. Nesses casos, dizemos que as taxas são equivalentes.

Mas será que os bancos têm todo esse trabalho de calcular a taxa equivalente? A resposta é não. Eles utilizam a taxa proporcional, cujo entendimento é bem simples. A taxa diária, proporcional a 9% ao mês é:

9% ao mês / 30 dias = 0,3% ao dia

É óbvio que os bancos escolhem a proporcional por apenas um motivo, ela gera um valor maior de juros. Considerando novamente o exemplo 11, temos que a taxa equivalente é de 0,287% ao dia, enquanto a taxa proporcional seria de 0,3% ao dia. Veja:

Exemplo 12:

Calcular o montante em um empréstimo de R\$ 1.000,00, por 30 dias, a uma taxa de 0,287% ao dia, capitalizada diariamente.

Solução:

Conforme calculado, a taxa de 0,287% ao dia, capitalizada diariamente é proporcional a 9% ao mês, calculada mensalmente.

$$\text{Juros} = 1000,00 \times 0,09 = \text{R\$ } 90,00$$

$$\text{Montante} = C + J = 1000 + 90 = \text{R\$ } 1.090,00$$

Exemplo 13:

Calcular o montante em um empréstimo de R\$ 1.000,00, por 30 dias, a uma taxa de 0,3% ao dia, capitalizada diariamente.

Solução:

$$M = c \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1000 \cdot (1 + 0,003)^{30}$$

$$M = 1000 \cdot (1,003)^{30}$$

$$M = 1000 \cdot 1,09403$$

$$M = 1.094,03$$

Observamos uma diferença de R\$ 4,03. Isso nos mostra que, dependendo do período de capitalização, a taxa capitalizada é maior do que a apresentada pelos bancos. Vamos tratar do assunto com mais detalhes no próximo tópico.

4.3.3.3 Taxa Nominal x Taxa Efetiva

A taxa nominal é a taxa de juros acordada em um contrato de empréstimo. Geralmente esta taxa é expressa em períodos de incorporação dos juros que não coincide com aquele ao qual a taxa está se referindo.

A taxa efetiva geralmente é usada quando o período de formação e incorporação dos juros coincide com o período que a taxa está se referindo. Ela é resultante da aplicação periódica dos juros previstos na taxa nominal.

Considerando o exemplo 13, a taxa de 9% ao mês, capitalizada diariamente é chamada de taxa nominal, já a taxa efetiva seria a taxa de juros final, quando aplicamos a taxa proporcional de 0,3% ao dia, durante 30 dias. Neste exemplo, o total de juros sobre o capital de R\$ 1.000,00 é de R\$ 94,03. De onde podemos concluir que a taxa efetiva mensal é de 9,403% ao mês.

A taxa efetiva pode ser calculada independentemente do valor do empréstimo. Para tanto, precisamos da seguinte relação:

$$i_e = \left(1 + \frac{i_n}{n}\right)^n - 1$$

Onde:

i_e é a taxa efetiva a ser calculada

i_n é a taxa nominal

$\frac{i_n}{n}$ é a taxa proporcional ao período de capitalização

n é o número de períodos

Exemplo 14:

Calcular a taxa efetiva anual, considerando uma taxa de 24% ao ano, capitalizada mensalmente.

Temos:

$$i_n = 0,24 \text{ (24\% ao ano)}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$i_e = \left(1 + \frac{i_n}{n}\right)^n - 1$$

$$i_e = \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_e = (1 + 0,02)^{12} - 1$$

$$i_e = (1,02)^{12} - 1$$

$$i_e = 1,2682 - 1$$

$$i_e = 0,2682$$

$$i_e = 26,82\% \text{ a. a.}$$

4.3.3.4 Taxa Aparente x Taxa Real

A definição de taxa aparente é a mesma da taxa nominal, já a taxa real é aquela que, sobre o rendimento, considera o efeito da inflação no período, resultando nos juros reais. Podemos dizer que a taxa real corresponde à taxa efetiva corrigida pelo índice inflacionário. A utilidade principal da taxa real é a avaliação da viabilidade em aplicações financeiras.

Caso a taxa aparente seja maior que a taxa de inflação, a taxa real será positiva. Caso a taxa aparente seja igual à taxa de inflação, a taxa real será

nula. Caso a taxa aparente seja menor que a taxa de inflação, a taxa real será negativa. Neste último caso o cliente estará se enganando, pois embora esteja recebendo juros, estes são menores que as perdas inflacionárias.

Vamos imaginar que um capital c foi aplicado durante um período a taxa de juros i , e que durante o mesmo período houve uma inflação I . Qual seria a taxa de juros r que representa o ganho real dessa aplicação?

Para calcularmos a taxa real, não basta simplesmente subtrair a taxa aparente pela taxa inflacionária. A taxa aparente é como se o capital tivesse sofrido dois acréscimos simultâneos, um pela inflação e outro pela taxa real, então o montante também pode ser expressado por:

$$M = c \cdot (1 + I) \cdot (1 + r)$$

Temos então:

$$c \cdot (1 + I) \cdot (1 + r) = c \cdot (1 + i)$$

$$(1 + I) \cdot (1 + r) = (1 + i)$$

$$(1 + r) = \frac{(1 + i)}{(1 + I)}$$

$$r = \frac{(1 + i)}{(1 + I)} - 1$$

Exemplo 15:

Uma quantia foi aplicada em uma instituição financeira durante todo o ano de 2014, a uma taxa de 20% ao ano. Se durante este período, a taxa de inflação foi de 8% ao ano, qual será a taxa real?

Solução:

$$I = 0,08 \text{ (8\% ao ano)}$$

$$i = 0,2 \text{ (20\% ao ano)}$$

$$r = \frac{(1 + 0,2)}{(1 + 0,08)} - 1$$

$$r = \frac{1,2}{1,08} - 1$$

$$r = 1,1111 - 1$$

$$r = 0,1111$$

$$r = 11,11\% \text{ a. a.}$$

Logo a taxa real da aplicação será de 11,11% ao ano, inferior inclusive a taxa de 12% ao ano (20% - 8%), calculada pela maioria dos clientes sem o devido conhecimento sobre o assunto.

4.4 Sistemas de Amortização

4.4.1 Sistema de Amortização Constante - SAC

4.4.1.1 Definição

O Sistema de Amortização Constante (SAC), como o próprio nome já deixa claro, tem como característica a manutenção do valor de amortização durante todo o empréstimo, salvo aproximações. Chamamos de amortização a diferença entre o valor da prestação e o valor dos juros da mesma. Nesse sistema os juros são calculados sobre o saldo devedor e são decrescentes, assim como o valor das prestações. Esse sistema é muito utilizado em financiamentos de imóveis e bens e capital de giro para empresas.

Simbolizando:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_n = \frac{D_0}{n}$$

onde:

A_t , $t = 1, 2, \dots, n$ é o valor da amortização em cada parcela;

D_0 é o capital financiado;

n é o número de parcelas.

Vale lembrar que a soma das amortizações totalizam o valor do capital financiado C , isto é:

$$\sum_{i=1}^n A_i = C = D_0$$

O saldo devedor decresce constantemente. Em cada amortização é pago sempre o mesmo valor $\frac{D_0}{n}$, fazendo com que o saldo devedor do período subsequente seja sempre menor e com que os juros caiam também de forma constante.

Exemplo 16:

Calcular o valor das prestações de um empréstimo de R\$ 10.000,00, a ser pago em 10 parcelas mensais, com juros de 2% ao mês, capitalizados mensalmente e amortizado através do sistema de amortização constante.

Solução:

O primeiro passo é calcularmos o valor da amortização. E para isto basta dividirmos o valor do empréstimo pela quantidade de prestações:

$$\text{Valor de amortização} = \text{R\$ } 10.000,00 / 10 = \text{R\$ } 1.000,00$$

Observação: Em nosso exemplo, a divisão foi exata. Quando isso não ocorre é normal haver um “ajuste” na última parcela.

Agora que calculamos o valor de amortização, vamos calcular os juros de cada parcela. Como mencionado, os juros são calculados sobre o saldo devedor.

Temos:

$$P_1 = A_1 + J_1 = R\$ 1000 + 2\% \text{ de } R\$ 10000 = R\$ 1000 + R\$ 200 = R\$ 1200$$

$$P_2 = A_2 + J_2 = R\$ 1000 + 2\% \text{ de } R\$ 9000 = R\$ 1000 + R\$ 180 = R\$ 1180$$

$$P_3 = A_3 + J_3 = R\$ 1000 + 2\% \text{ de } R\$ 8000 = R\$ 1000 + R\$ 160 = R\$ 1160$$

...

$$P_{10} = A_{10} + J_{10} = R\$ 1000 + 2\% \text{ de } R\$ 1000 = R\$ 1000 + R\$ 20 = R\$ 1020$$

Onde:

- t é o período;
- D é o saldo devedor;
- A é o valor constante da amortização;
- J é o valor dos juros;
- P é o valor da prestação.

Na tabela abaixo é possível um melhor entendimento acerca do exemplo:

T	D	A	J	P
0	R\$ 10.000,00			
1	R\$ 9.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 200,00	R\$ 1.200,00
2	R\$ 8.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 180,00	R\$ 1.180,00
3	R\$ 7.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 160,00	R\$ 1.160,00
4	R\$ 6.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 140,00	R\$ 1.140,00
5	R\$ 5.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 120,00	R\$ 1.120,00
6	R\$ 4.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 100,00	R\$ 1.100,00
7	R\$ 3.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 80,00	R\$ 1.080,00
8	R\$ 2.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 60,00	R\$ 1.060,00
9	R\$ 1.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 40,00	R\$ 1.040,00
10	R\$ 0	R\$ 1.000,00	R\$ 20,00	R\$ 1.020,00

Tabela 1: Amortização de R\$ 10.000,00 via SAC.

4.4.1.2 Saldo devedor no SAC

Calcular o saldo devedor em determinado período t de um financiamento amortizado via SAC é bem simples. Basta atentar para o fato de que para o primeiro período, basta subtrair uma amortização do valor financiado D_0 , para o segundo período, duas amortizações, para o terceiro, três amortizações, etc. Logo, para t períodos, devemos subtrair t amortizações.

Simbolizando:

$$D_1 = D_0 - 1.A$$

$$D_2 = D_0 - 2.A$$

...

$$D_t = D_0 - t.A$$

Onde:

D_0 é o valor financiado;

D_t , $t = 1, 2, 3, \dots, n$ é o saldo devedor no instante t ;

A é o valor constante da amortização.

Voltando ao exemplo 16, no sexto mês ($t = 6$), o saldo devedor é:

$$D_6 = 10000 - 6.1000 = 10000 - 6000 = 4000$$

4.4.1.3 Montante pago no SAC

Na hora de contratarmos um financiamento, saber qual o valor total a ser pago ao final do contrato é de suma importância, isso evita decisões precipitadas e sustos posteriores. Não é incomum o financiado perceber ao

final do contrato que comprou um carro porém pagou três, quando somados os valores das parcelas.

Sejam P_1 e P_n a primeira e a última parcela, respectivamente.

$$P_1 = \frac{D_0}{n} + i \cdot D_0$$

$$P_n = \frac{D_0}{n} + i \cdot \frac{D_0}{n}$$

No SAC, as parcelas apresentam uma redução constante, onde:

$$P_{t+1} - P_t = -i \cdot A$$

Assim, podemos considerar as parcelas $A_1, A_2, A_3, \dots, P_n$, uma P.A. com n termos de razão $-i \cdot A$. Onde podemos aplicar a fórmula da soma de uma P.A.:

$$M_{SAC} = \left(\frac{P_1 + P_n}{2} \right) \cdot n$$

$$M_{SAC} = \left(\frac{\frac{D_0}{n} + i \cdot D_0 + \frac{D_0}{n} + i \cdot \frac{D_0}{n}}{2} \right) \cdot n$$

$$M_{SAC} = \left(\frac{D_0 + n \cdot i \cdot D_0 + D_0 + i \cdot D_0}{2} \right)$$

$$M_{SAC} = \left(\frac{2 \cdot D_0 + n \cdot i \cdot D_0 + i \cdot D_0}{2} \right)$$

$$M_{SAC} = D_0 \left(\frac{2 + n \cdot i + i}{2} \right)$$

$$M_{SAC} = \frac{D_0}{2} \cdot (2 + i(n + 1))$$

Voltando mais uma vez ao exemplo 16, vamos calcular o montante:

$$M_{SAC} = \frac{D_0}{2} \cdot (2 + i(n + 1))$$

$$M_{SAC} = \frac{10000}{2} \cdot (2 + 0,02(10 + 1))$$

$$M_{SAC} = 5000 \cdot (2 + 0,02 \cdot 11)$$

$$M_{SAC} = 5000 \cdot (2 + 0,22)$$

$$M_{SAC} = 5000 \cdot 2,22$$

$$M_{SAC} = 11100$$

Concluimos então que o valor total pago foi de R\$ 11.100,00, sendo R\$ 10.000,00 de capital e R\$ 1.100,00 de juros.

4.4.2 Tabela Price, SAP ou Sistema Francês

Ao contrário do que acontece no SAC, que apresenta parcelas decrescentes, o sistema Francês, também conhecido como Tabela Price ou SAP (Sistema de Amortização Progressivo), é caracterizado pelo fato das prestações serem constantes. Esse sistema aparece em vários tipos de financiamentos e empréstimos bancários, sendo assim imprescindível o conhecimento sobre as características desse sistema.

Como as prestações no Sistema Francês são fixas, faz-se necessário encontrar um meio de calcularmos o valor da prestação P. Sabendo-se que temos um valor financiado D_0 , que será pago em n prestações iguais de valor P e a uma taxa de juros compostos i, nas datas 1, 2, 3, ..., n, ao reduzirmos todas as prestações ao tempo 0, temos a seguinte relação:

$$D_0 = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Evidenciando P no segundo membro temos:

$$D_0 = P \cdot \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

Nota-se que no segundo fator do segundo membro da equação temos a soma dos termos de uma progressão geométrica, onde:

$$a_1 = q = \frac{1}{(1+i)}$$

Aplicando a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma P.G. finita:

$$S = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Temos:

$$D_0 = P \cdot \left[\frac{\frac{1}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right)}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \right]$$

Reduzindo os denominadores do segundo fator ao mesmo número:

$$D_0 = P \cdot \left[\frac{\frac{1}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right)}{\frac{1 - 1 - i}{(1+i)}} \right]$$

$$D_0 = P \cdot \left[\frac{\frac{1}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right)}{\frac{-i}{(1+i)}} \right]$$

Efetando as divisões das frações e simplificando:

$$D_0 = P \cdot \left[\frac{1}{(1+i)} \cdot \left(\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right) \cdot \left(\frac{1+i}{-i} \right) \right]$$

$$D_0 = P \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right)$$

Finalmente, ao isolarmos P, temos:

$$P = D_0 \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

Exemplo 17:

Calcular o valor da prestação de um empréstimo de R\$ 1.000,00 a uma taxa de juros de 2% ao mês, a ser pago em 20 parcelas iguais.

Utilizando a fórmula e sabendo que:

$$D_0 = 1000$$

$$i = 0,02$$

$$n = 20$$

$$P = D_0 \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$P = 1000 \cdot \left(\frac{0,02(1+0,02)^{20}}{(1+0,02)^{20} - 1} \right)$$

$$P = 1000 \cdot \left(\frac{0,02(1,02)^{20}}{(1,02)^{20} - 1} \right)$$

$$P = 1000 \cdot \left(\frac{0,02 \cdot 1,486}{1,486 - 1} \right)$$

$$P = 1000 \cdot \left(\frac{0,02972}{0,486} \right)$$

$$P = 1000 \cdot 0,06115$$

$$P = 61,15$$

5. Principais Produtos Bancários

5.1 Cheque Especial

5.1.1 Características

O crédito bancário mais comum e mais simples de se utilizar é o cheque especial. Trata-se de um limite de crédito pessoal vinculado à conta corrente para o cliente utilizar como quiser. O problema é que as instituições financeiras cobram caro pela falta de destinação do dinheiro e pela facilidade de utilização.

Na tabela abaixo é possível verificar as taxas de juros cobradas pelos bancos, em ordem crescente:

Posição	Instituição	Taxas de juros	
		% a.m.	% a.a.
1	BCO DO NORDESTE DO BRASIL S.A.	2,84	40,00
2	BCO CAPITAL S.A.	4,32	66,20
3	BCO SOFISA S.A.	4,33	66,31
4	BCO FATOR S.A.	4,33	66,31
5	BCO ABC BRASIL S.A.	5,45	89,00
6	BRB - BCO DE BRASÍLIA S.A.	5,45	89,04
7	BCO DO EST. DO PA S.A.	5,83	97,48
8	BCO INDUSTRIAL E COMERCIAL S.A.	5,94	99,94
9	BCO DA AMAZONIA S.A.	6,03	101,80
10	BCO BANESTES S.A.	6,10	103,45
11	PARANA BCO S.A.	6,27	107,43
12	BCO DO ESTADO DO RS S.A.	6,58	114,81
13	BCO DO EST. DE SE S.A.	6,93	123,37
14	BCO MERCANTIL DO BRASIL S.A.	7,80	146,23
15	BCO SAFRA S.A.	8,53	167,07
16	CAIXA ECONOMICA FEDERAL	8,70	172,11
17	BCO DO BRASIL S.A.	9,09	184,21
18	ITAÚ UNIBANCO BM S.A.	9,17	186,57
19	BCO BRADESCO S.A.	10,37	226,64
20	HSBC BANK BRASIL SA BCO MULTIP	11,08	252,84
21	BCO SANTANDER (BRASIL) S.A.	12,67	318,46

Tabela 2: Juros de Cheque Especial - 20/01/2015 a 26/01/2015

Fonte: Banco Central do Brasil. Site: <http://www.bcb.gov.br/pt-br/sfn/infopban/txcred/txjuros/Paginas/Historico.aspx>, acessado em 20/02/2015, às 15h 45min.

É possível notar que os principais bancos do país, que são Caixa, Banco do Brasil, Itaú Unibanco, Bradesco, HSBC e Santander estão em último lugar na tabela. Isso porque são bancos de mercado, que têm interesses muito distintos ao do Banco do Nordeste, por exemplo, cujo principal objetivo é fomentar a economia, concedendo créditos mais acessíveis.

Considerando esses principais bancos, podemos considerar então que a taxa de cheque especial disponível a grande maioria dos clientes está entre 8,7% ao mês e 12,67% ao mês. Comparando com a remuneração da poupança, que hoje gira em torno de 0,5% ao mês, temos que os juros do cheque especial podem chegar a quase 26 vezes a remuneração da poupança. Daí a importância da utilização responsável desse tipo de crédito.

Matematicamente, trata-se de um empréstimo no regime de juros compostos, com capitalização diária. Portanto, para que o cliente possa analisar com mais convicção, além do conhecimento sobre o regime de juros compostos, também é necessário um melhor entendimento sobre juros nominal e efetivo.

5.1.2 Simulações

Foram feitas duas simulações sobre a utilização de R\$ 1000,00 durante 30 dias, uma na Caixa Econômica Federal e outra no Banco Santander.

Simulação 1:

Caixa Econômica Federal

Valor: R\$ 1.000,00

Juros: 8,7% ao mês

Prazo: 30 dias

Como a capitalização é diária, a taxa utilizada será:

$8,7\% / 30 = 0,29\%$ ao dia

$$M = c \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1000 \cdot (1 + 0,0029)^{30}$$

$$M = 1000 \cdot (1,0029)^{30}$$

$$M = 1000 \cdot 1,09076$$

$$M = 1.090,76$$

Simulação 2:

Banco Santander

Valor: R\$ 1.000,00

Juros: 12,67% ao mês

Prazo: 30 dias

Como a capitalização é diária, a taxa utilizada será:

$12,67\% / 30 = 0,42\%$ ao dia

$$M = c \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1000 \cdot (1 + 0,0042)^{30}$$

$$M = 1000 \cdot (1,0042)^{30}$$

$$M = 1000 \cdot 1,13398$$

$$M = 1.133,98$$

É possível observar que a diferença de juros de um banco para o outro foi de 43,22. Em valores absolutos pode parecer pouco, mas percentualmente chega a 47%.

Outro dado importante é a diferença entre as taxas nominal e efetiva. No Santander, por exemplo, a taxa nominal é de 12,67% ao mês, enquanto a taxa efetiva é de 13,398% ao mês. Essa diferença de 0,728% deve-se ao fato da capitalização ser diária, ou seja, os juros são calculados todos os dias, durante os 30 dias do mês.

5.1.3 Imposto sobre Operações Financeiras – IOF

O Decreto 6.306, de 14 de dezembro de 2007, regulamenta a cobrança do Imposto sobre Operações Financeiras – IOF. Esse imposto é cobrado sobre empréstimos, apólices de seguros, operações de câmbio, operações com ouro e com títulos e valores mobiliários. Considerando o nosso estudo, as alíquotas são:

- Empréstimos para pessoas físicas:

IOF diário: 0,0082% a.d.

IOF adicional: 0,38% sobre o valor do empréstimo

- Empréstimos para pessoas jurídicas:

IOF diário: 0,0041%

IOF adicional: 0,38%

Exemplo 18:

Calcular o valor total de IOF em um empréstimo de R\$ 1.000,00 para pessoa física, por um período de 30 dias.

IOF diário:

$$\text{R\$ } 1.000,00 \times 30 \times 0,0082\% = \text{R\$ } 2,46$$

IOF adicional:

$$\text{R\$ } 1.000,00 \times 0,38\% = \text{R\$ } 3,80$$

IOF total:

$$\text{R\$ } 2,46 + \text{R\$ } 3,80 = \text{R\$ } 6,26$$

Esse é um custo que raramente é considerado pelo tomador do empréstimo, mas em valores e prazos maiores, pode fazer uma grande diferença no custo total.

5.1.4 Dicas para uso consciente do cheque especial

- Apenas em situações emergenciais, nunca com complemento de salário;
- Não possuir limite incompatível com a renda. É aconselhável até 50% da renda líquida;
- Ter ciência do dia de cobrança dos juros, evitando estouro do limite, o que causa cobrança de tarifas adicionais.

5.2 Cartão de Crédito

5.2.1 Características

O crédito que mais se popularizou nos últimos anos é, sem dúvida, o cartão de crédito. A facilidade, agilidade e segurança são os principais atributos. Com ele é possível comprar sem levar dinheiro na carteira e dividir as compras, através do crédito pré-aprovado. Na hora da contratação o cliente escolhe uma data para pagamento da fatura e tem de 10 a 40 dias para pagamento da primeira parcela, dependendo da data da compra.

Exemplo 19:

Um cliente adquiriu um cartão de crédito para pagamento no dia 20 de cada mês, para que ele tenha o prazo máximo de 40 dias, ele precisa comprar no dia 11. Esse dia é popularmente chamado de “dia bom” do cartão de crédito. Assim o pagamento dessa compra só será efetuado na fatura do mês subsequente. Por outro lado, se ele comprar no dia 10, o pagamento deverá ser efetuado no próximo dia 20, pegando o prazo mínimo de 10 dias.

Outra característica importante do cartão de crédito é que, caso o titular não disponha de recursos suficientes para pagamento da fatura, é possível efetuar o pagamento mínimo e continuar em dia junto ao banco. O pagamento mínimo corresponde a 15% da fatura, porém o fato de continuar em dia não impede o banco de cobrar altos juros sobre o restante.

É importante salientar que o percentual para pagamento mínimo foi elevado de 10% para 15% em 25 de novembro de 2010 pela Resolução do Conselho Monetário Nacional nº 3.919. Isto porque as taxas médias de juros costumam passar dos 10% ao mês, fazendo com que a dívida da pessoa que pagasse o valor mínimo só crescesse.

De acordo com o Jornal Valor Econômico, em sua página <http://www.valor.com.br/financas/3855716/cartao-de-credito-tem-maior-taxa-de-juros-em-15-anos-mostra-anejac>, a taxa de juros média do cartão de crédito em dezembro de 2014 chegou a 11,22% ao mês, maior patamar nos últimos 15 anos.

Exemplo 20:

Calcular o valor das faturas de janeiro, fevereiro e março de um cliente que possui um cartão de crédito com limite de R\$ 1000,00, com juros iguais a 11,22% ao mês, proporcionais a 0,374% ao dia. Vamos imaginar que contratou o cartão no mês de dezembro do ano anterior e já gastou todo o limite e, não tendo condições de efetuar o pagamento, começou a fazer o pagamento mínimo, correspondente a 15%. Lembrando que assim como no caso do cheque especial, existe incidência de IOF diário de 0,0082% e IOF adicional de 0,38%.

Fatura de janeiro:

A fatura do cliente chega com valor de R\$ 1000,00. Como o cliente pagou apenas 15%, o novo saldo devedor será de R\$ 850,00. Nesse mês não existe cobrança de juros.

Fatura de fevereiro:

Como na fatura anterior o cliente deixou de pagar R\$ 850,00, esse valor será lançado na fatura de fevereiro com juros e cobrança de IOF.

Utilizando a fórmula para cálculo do montante em juros compostos, onde:

$C = 850$ reais

$i = 0,00374$ (0,374% ao dia)

$n = 30$ dias

$$M = c \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 850 \cdot (1 + 0,00374)^{30}$$

$$M = 850 \cdot (1,00374)^{30}$$

$$M = 850 \cdot 1,1185$$

$$M = 950,73$$

Calculando o valor do IOF:

IOF adicional (0,38%):

$$\text{R\$ } 850 \times 0,0038 = 3,23$$

IOF diário (0,0082% ao dia):

$$\text{R\$ } 850 \times 30 \text{ dias} \times 0,000082 = 2,09$$

$$\text{IOF Total} = \text{R\$ } 5,32$$

Valor total da fatura de fevereiro: $950,73 + 5,32 = \text{R\$ } 956,05$

Valor a ser pago pelo cliente: $956,05 \times 15\% = 143,41$

Valor a ser lançado na próxima fatura: $956,05 - 143,41 = 812,64$

Fatura de Março:

Como na fatura anterior o cliente deixou de pagar R\$ 812,64, esse valor será lançado na fatura de março com juros e cobrança de IOF.

Utilizando a fórmula para cálculo do montante em juros compostos, onde:

$$C = 812,64 \text{ reais}$$

$$i = 0,00374 \text{ (0,374\% ao dia)}$$

$$n = 30 \text{ dias}$$

$$M = c \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 812,64 \cdot (1 + 0,00374)^{30}$$

$$M = 812,64 \cdot (1,00374)^{30}$$

$$M = 812,64 \cdot 1,1185$$

$$M = 908,94$$

Calculando o valor do IOF:

IOF adicional (0,38%):

$$\text{R\$ } 812,64 \times 0,0038 = 3,09$$

IOF diário (0,0082% ao dia):

$$\text{R\$ } 812,64 \times 30 \text{ dias} \times 0,000082 = 2,00$$

$$\text{IOF Total} = \text{R\$ } 5,09$$

$$\text{Valor total da fatura de março: } 908,94 + 5,09 = \text{R\$ } 914,03$$

$$\text{Valor a ser pago pelo cliente: } 914,03 \times 15\% = 137,10$$

$$\text{Valor a ser lançado na próxima fatura: } 914,03 - 137,10 = 776,93$$

Recapitulando:

Fatura de Janeiro: R\$ 1.000,00

Fatura de Fevereiro: R\$ 956,05

Fatura de Março: R\$ 914,03

É possível perceber que, caso o cliente mantenha-se pagando apenas o mínimo de 15% da fatura, haverá um pagamento excessivo de juros e a dívida perdurará por vários meses, estando este cada vez mais suscetível a inadimplência.

5.2.2 Dicas para utilização consciente do cartão de crédito

- Ter um limite de até 50% da renda líquida;
- Possuir no máximo 2 cartões;
- Não comprar por impulso;
- Anotar as despesas;
- Pagar sempre o valor total da fatura, e quando não possuir o valor total, não pagar o mínimo e sim o valor máximo possível.

5.3 Empréstimos e Financiamentos Bancários

5.3.1 Definições

O Banco Central do Brasil define empréstimo bancário como sendo “um contrato entre o cliente e a instituição financeira pelo qual ele recebe uma quantia que deverá ser devolvida ao banco em prazo determinado, acrescida de juros acertados. Os recursos não têm destinação específica”, já o financiamento “também é um contrato entre o cliente e a instituição financeira, mas com destinação específica dos recursos tomados, como por exemplo, a aquisição de veículo ou de bem imóvel. Geralmente o financiamento possui algum tipo de garantia, como, por exemplo, alienação fiduciária ou hipoteca”.

Podemos destacar como principal diferença a destinação do dinheiro, pois ao contrário do que acontece com o empréstimo, no financiamento o dinheiro tem o objetivo de financiar a compra de um bem, que geralmente é dado em garantia do financiamento. Por este motivo, os bancos podem oferecer juros mais atrativos para financiamentos, considerando que existem garantias reais, mitigando o risco da operação.

Vamos analisar dois tipos de financiamentos muito comuns, um para aquisição de veículo e outro para aquisição de imóvel.

5.3.2 Financiamento de veículos

5.3.2.1 Características

O brasileiro é um apaixonado por carro. O problema é que nem sempre dispõe dos recursos necessários para adquirir o veículo dos sonhos, e tentado

pelos modelos cada vez bonitos e inovadores, vê-se obrigado a recorrer aos bancos.

De acordo com o CETIP, órgão responsável por manter o Sistema Nacional de Gravames, em sua página <http://www.cetip.com.br/financiamentos/Mercado>, em dezembro de 2014 existiam 624.567 financiados no Brasil. Número que mostra a importância deste tipo de crédito para o país, e mais que isso, a importância do conhecimento por parte dos brasileiros acerca do produto.

No geral, o financiamento de veículos é contratado no regime de juros compostos com capitalização diária, a amortização é feita através da Tabela Price, existe cobrança de IOF diário e adicional, o prazo médio de financiamento é de 60 meses e os bancos costumam exigir entrada mínima de 20%.

A tabela abaixo foi retirada do site do Banco Central, na página <http://www.bcb.gov.br>, e refere-se as taxas médias praticadas durante o período de 11/02/2015 a 19/02/2015. Se considerarmos os principais bancos brasileiros, percebe-se que a taxa média para financiamento de veículos gira em torno de 1,75% ao mês.

Posição	Instituição	Taxas de juros	
		% a.m.	% a.a.
1	CIA CFI RCI BRASIL S.A.	0,95	12,00
2	BCO PSA FINANCE BRASIL S.A.	1,06	13,46
3	BANCO CNH INDUSTRIAL CAPITAL S.A	1,09	13,86
4	BCO MERCEDES-BENZ S.A.	1,11	14,16
5	BCO VOLVO BRASIL S.A.	1,19	15,22
6	BCO VOLKSWAGEN S.A	1,39	18,06
7	BCO TOYOTA DO BRASIL S.A.	1,41	18,22
8	BCO GMAC S.A.	1,56	20,38
9	BCO ITAUCARD S.A.	1,64	21,58
10	FINANC ALFA S.A. CFI	1,65	21,71
11	HSBC BANK BRASIL SA BCO MULTIP	1,65	21,76
12	BCO DO ESTADO DO RS S.A.	1,66	21,86
13	CAIXA ECONOMICA FEDERAL	1,67	21,94
14	BCO. J.SAFRA S.A.	1,68	22,17
15	BCO RODOBENS S.A.	1,69	22,27
16	BCO BRADESCO FINANC. S.A.	1,74	23,04
17	BCO DO BRASIL S.A.	1,75	23,15
18	BCO SANTANDER (BRASIL) S.A.	1,75	23,16
19	BCO BANESTES S.A.	1,75	23,17
20	ITAÚ UNIBANCO BM S.A.	1,86	24,74
21	BRB - CFI S/A	1,91	25,43
22	BCO BRADESCO S.A.	1,91	25,48
23	PORTOSEG S.A. CFI	1,92	25,56
24	GOLCRED S/A - CFI	1,92	25,66
25	BCO LUSO BRASILEIRO S.A.	1,94	26,00

Tabela 3: Juros de Financiamento de Veículos - 11/02/2015 a 19/02/2015

Fonte: Banco Central do Brasil. Site <http://www.bcb.gov.br/pt-br/sfn/infopban/txcred/txjuros/Paginas/Historico.aspx>, acessado em 24/03/2015, às 14h 40min).

Exemplo 21:

Um cliente comparece ao Banco do Brasil com o interesse de financiar um veículo de R\$ 50.000,00. O gerente logo lhe informa que a taxa de financiamento é de 1,75%, é possível financiar em até 60 parcelas fixas, existe cobrança de IOF adicional e diário e é exigida entrada de R\$ 20% do valor do veículo.

Após analisar sua renda e suas economias, o cliente opta por um financiamento em 48 vezes, com entrada de 20%, correspondente a R\$ 10.000,00. Vamos analisar como seria esse financiamento:

O primeiro cálculo de devemos fazer é o valor do IOF. Como já citado, ele é composto por duas partes:

IOF adicional: 0,38%

IOF diário: 0,0082% ao dia

O cálculo do IOF adicional é bem simples, basta calcularmos quanto é 0,38% de R\$ 40.000,00, equivalente a R\$ 152,00. Porém o cálculo do IOF diário é complexo, pois seria necessário o cálculo do valor referente a cada parcela, devido ao fato das datas de vencimento serem diferentes. O cálculo porém pode ser feito facilmente através da página <http://www.simuladoresdefinanciamento.com/como-calculer-o-iof-em-financiamentos-de-veiculos>, conforme figura abaixo:

Valor Financiado R\$	<input type="text" value="40000"/>
Taxa de Juros ao Mes. ex: 1,5%a.m.	<input type="text" value="1,75"/> % a.m.
Prazo	<input type="text" value="48"/>
Incluir IOF?	<input checked="" type="checkbox"/> Marque para incluir IOF no cálculo
Mostrar Evolução do Saldo Devedor?	<input type="checkbox"/> Marque para mostrar Saldo Devedor
<input type="button" value="Calcular Financiamento"/>	

Valor líquido emprestado = R\$ 40.000,00

Valor a ser Financiado com IOF no valor de: R\$ 716,18 incluso = R\$ 40.716,18

Figura 10: Cálculo de IOF no exemplo 21

Nas condições desejadas pelo cliente, temos que o valor do IOF será de R\$ 716,18. No geral, o cliente faz o parcelamento do IOF juntamente com o valor do financiamento, portanto, o valor a ser emprestado ao cliente será de R\$ 40.716,18.

Utilizando a fórmula para cálculo de prestações no sistema PRICE e sabendo que:

$$D_0 = 40.716,18$$

$$i = 1,75\% \text{ ao mês}$$

$$n = 48$$

$$P = D_0 \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$P = 40716,18 \cdot \left(\frac{0,0175 \cdot (1 + 0,0175)^{48}}{(1 + 0,0175)^{48} - 1} \right)$$

$$P = 40716,18 \cdot \left(\frac{0,0175 \cdot (1,0175)^{48}}{(1,0175)^{48} - 1} \right)$$

$$P = 40716,18 \cdot \left(\frac{0,0175 \cdot 2,299}{2,299 - 1} \right)$$

$$P = 40716,18 \cdot \left(\frac{0,0402}{1,299} \right)$$

$$P = 40716,18 \cdot 0,0309$$

$$P = 1.258,13$$

Pelo cálculo, e considerando que o IOF será financiado pelo cliente, o financiamento de R\$ 40.000,00 será pago em 48 prestações de R\$ 1.258,13.

5.3.2.2 Dicas para contratação de um financiamento de veículo

- Cote a taxa em vários bancos e financeiras, basta verificar a tabela para perceber que as diferenças são consideráveis;
- O ideal é comprar à vista, mas como nem sempre isso é possível, a entrada deve ser a maior possível;
- O número de prestações deve ser o mínimo possível, lembrando que não é aconselhável comprometer mais do que 30% da renda familiar, já considerando aí outras dívidas;
- Na hora da compra, sempre considerar os gastos extras com gasolina, seguro, IPVA e manutenção. Esses itens podem fazer a diferença na hora da escolha do modelo.
- A TAC (Tarifa de Abertura de Crédito) ou outra similar é proibida nos financiamentos de veículos desde 2008, portanto, deve-se verificar atentamente a simulação do financiamento e solicitar a imediata exclusão, caso esteja sendo cobrada.

5.3.3 Financiamento Imobiliário

5.3.3.1 Características

A aquisição de um imóvel para morar é, sem dúvida, o maior sonho do brasileiro. A realização desse desejo exige planejamento e disciplina financeira, em se tratando dos valores e do prazo envolvido.

De acordo com o jornal Valor Econômico, em sua página <http://www.valor.com.br/financas/3909484/carteira-de-credito-da-caixa-cresce-224-em-12-meses>, a Caixa Econômica Federal, principal banco na área de

crédito imobiliário, que detém mais que 90% desse mercado, fechou o ano de 2014 com uma carteira de crédito imobiliário de R\$ 339,8 bilhões, o que mostra a importância desse tipo de crédito para o país. Para se ter uma ideia, o Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro atingiu a marca de R\$ 4,84 trilhões em 2013, e como os economistas não esperam um crescimento muito acima de 2% em 2014, tudo indica que só a carteira de crédito imobiliário da Caixa representa 7% do PIB brasileiro em 2014.

Sem dúvida os números são bastante expressivos para a economia brasileira. O mesmo podemos dizer sobre a economia das famílias. Esse tipo de financiamento deve ser contratado somente após um longo planejamento financeiro.

No geral, o financiamento imobiliário é contratado no regime de juros compostos com capitalização mensal, a amortização é feita através do SAC, não existe cobrança de IOF, os bancos costumam exigir entrada mínima de 10%, o prazo médio é de até 420 meses, e além dos juros, esse tipo de financiamento é corrigido pela Taxa Referencial (TR), calculada diariamente pelo Banco Central, e que também remunera a poupança e o FGTS.

Exemplo 22:

Um cliente deseja adquirir um imóvel de R\$ 200.000,00, e deseja financiar 90% em um prazo de 360 meses. A simulação abaixo foi feita no site da Caixa Econômica Federal, na página <http://www.caixa.gov.br/Paginas/home-caixa.aspx#itemCinco>, visando atender aos anseios do cliente.

SBPE - Aquisição de Imóvel Usado - Balcão.

Valor do imóvel	RS 200.000,00
Prazo máximo	420 meses
Cota máxima financiamento	90%
Valor da entrada	RS 20.000,00 Alterar
Prazo desejável	360 meses Alterar
Valor do financiamento	RS 180.000,00
Sistema de amortização	SAC Alterar

Confira as Opções



Juros Nominais (taxas de juros s.a. + TR)	8.7873% a.a. + TR%			
Juros Efetivos (taxas de juros s.a. + TR)	9.1499% a.a. + TR%			
1ª Prestação	RS 1.880,47 Demais prestações	RS 1.882,91 Demais prestações	RS 1.875,79 Demais prestações	RS 1.890,47 Demais prestações
Última Prestação	RS 528,66	RS 528,66	RS 528,66	RS 528,66
CET (Custo Efetivo Total s.a.)	Calcular	Calcular	Calcular	Calcular
CESH (Custo Efetivo de Seguro Habitacional)				

Figura 11: Simulação do exemplo 22.

Fase de Amortização

Nº	Vencimento	Prestação	Seguro/ FGHAB	Tarifas	Encargo	Saldo Devedor
1	05/04/2015	RS 1.818,10	RS 37,32	RS 25,00	RS 1.880,42	RS 179.500,00
2	05/05/2015	RS 1.814,43	RS 37,26	RS 25,00	RS 1.876,69	RS 179.000,00
3	05/06/2015	RS 1.810,77	RS 37,20	RS 25,00	RS 1.872,97	RS 178.500,00
4	05/07/2015	RS 1.807,11	RS 37,14	RS 25,00	RS 1.869,25	RS 178.000,00
5	05/08/2015	RS 1.803,45	RS 37,08	RS 25,00	RS 1.865,53	RS 177.500,00
356	05/11/2044	RS 518,31	RS 17,79	RS 25,00	RS 561,10	RS 2.000,00
357	05/12/2044	RS 514,65	RS 17,24	RS 25,00	RS 556,89	RS 1.500,00
358	05/01/2045	RS 510,98	RS 16,69	RS 25,00	RS 552,67	RS 1.000,00
359	05/02/2045	RS 507,32	RS 16,15	RS 25,00	RS 548,47	RS 500,00
360	05/03/2045	RS 503,66	RS 0,00	RS 25,00	RS 528,66	RS 0,00

Figura 12: Fases de amortização do exemplo 22.

Em nossa primeira análise, vamos entender porque os juros nominais são de 8,7873% ao ano e os juros efetivos são de 9,1499% ao ano, uma diferença de 0,3236% ao ano. Para tanto, podemos utilizar a fórmula para cálculo da taxa efetiva:

$$i_e = \left(1 + \frac{i_n}{n}\right)^n - 1$$

Onde:

i_e é a taxa efetiva a ser calculada;

i_n é a taxa nominal, correspondente a 8,7873% ao ano ou 0,087873;

n é o número de períodos, correspondente a 360 dias.

Temos:

$$i_e = \left(1 + \frac{i_n}{n}\right)^n - 1$$

$$i_e = \left(1 + \frac{0,087873}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_e = (1 + 0,007322275)^{12} - 1$$

$$i_e = (1,007322275)^{12} - 1$$

$$i_e = 1,091499 - 1$$

$$i_e = 0,091499$$

$$i_e = 9,1499\%$$

Agora que calculamos a taxa efetiva, vamos detalhar como é feito o cálculo das parcelas:

Taxa nominal mensal: $8,7873\% / 12 = 0,732275\%$

No Sistema de Amortização Constante (SAC), para calcularmos o valor da amortização, basta dividir o valor financiado pela quantidade de prestações:

$$\text{R\$ } 180.000,00 / 360 = \text{R\$ } 500,00$$

Agora que calculamos o valor constante da amortização e a taxa efetiva mensal, podemos calcular facilmente as prestações:

Prestação 1:

Amortização + Juros sobre o saldo devedor

$$500,00 + 180.000,00 \times 0,732275\% = 500,00 + 1318,10 = \text{R\$ } 1818,10$$

Prestação 2:

$$500,00 + 179.500,00 \times 0,732275\% = 500,00 + 1314,43 = \text{R\$ } 1814,43$$

Prestação 360:

$$500,00 + 500,00 \times 0,732275\% = 500,00 + 3,66 = \text{R\$ } 503,66$$

Nota-se que os cálculos não consideraram a Taxa Referencial, apenas a taxa nominal de 8,7873% ao ano. Isto mostra que a simulação feita no site da Caixa também não a considera, justamente por ser uma taxa variável, sendo um ponto a ser observado pelo cliente.

5.3.3.2 Dicas para a contratação de um financiamento imobiliário

- Cotar no maior número de bancos possíveis. A diferença na taxa de juros, mínima que seja, pode representar uma diferença de dezenas de milhares de reais ao longo de todo o financiamento;

- A prestação inicial não deve representar mais do que 30% da renda líquida, incluídas aí outras dívidas. O financiado deve ser bem conservador pois planejamentos mal feitos podem causar a perda do imóvel e de parte dos valores pagos. Lembrando que a prestação decrescente representa uma vantagem nesse sentido, pois ao longo do tempo essa porcentagem irá diminuir.
- Se preparar para os gastos extras, como condomínio, IPTU, seguro, reformas, água, luz, etc.
- Utilizar, quando legalmente possível, todo o saldo do FGTS como entrada, pois além de reduzir o valor financiado, essa reserva é remunerada pela Taxa Referencial (TR), mais um ganho fixo de 3% ao ano. Se considerarmos que a TR varia de 1% a 1,5% ao ano, é muito mais interessante utilizar esse dinheiro para investir no imóvel, já que o financiamento possui juros mais elevados.

5.4 Poupança

5.4.1 Características

A poupança foi criada no século XIX para receber as economias das classes sociais menos favorecidas, sendo a aplicação mais conhecida pelos brasileiros. Trata-se de uma conta de investimento simples e com baixíssimo risco, regulada pelo Banco Central do Brasil. O rendimento pode ser mensal ou trimestral, sendo que para pessoas físicas está disponível apenas a mensal.

É importante salientar que o rendimento da poupança é creditado apenas após 30 dias. Isso significa que caso o dinheiro seja retirado antes, não existem rendimentos. Por isto, cada depósito tem uma data base. Um depósito efetuado no dia 10 tem os créditos efetuados todo dia 10, portanto, caso seja efetuado o saque no dia 09, o cliente ficará sem os rendimentos. A figura abaixo apresenta parte de um extrato de poupança, e mostra essa situação.



Figura 13: Extrato de poupança

O extrato acima mostra que a poupança possui 6 datas base:

Dia 02: R\$ 1.053,18

Dia 04: R\$ 82,45

Dia 06: R\$ 790,27

Dia 23: R\$ 186,02

Dia 27: R\$ 2.000,00

Dia 28: R\$ 1.718,65

Para evitar que os clientes deixem de ter rendimentos, a dica é ter várias datas base, pois os bancos costumam fazer o gerenciamento dos saques. O sistema age de forma automática, retirando o saldo da(s) data(s) base anterior(es) mais próximas ao dia do saque. Por exemplo, caso o titular da conta apresentada no extrato, faça um saque de R\$ 1.000,00 no dia 01, este será debitado da data 28, que é a data base anterior mais próxima, fazendo com que o cliente tenha menos prejuízos.

5.4.2 Rendimentos

De acordo com a legislação atual, a remuneração dos depósitos de poupança é composta por duas parcelas:

I – a remuneração básica, dada pela Taxa Referencial – TR, e

II – a remuneração adicional, correspondente a:

- a) 0,5% ao mês, enquanto a meta da taxa Selic ao ano for superior a 8,5%;
ou
- b) 70% da meta da taxa Selic ao ano, vigente na data de início do período de rendimento, enquanto a meta da taxa Selic ao ano for igual ou inferior a 8,5%.

Exemplo 23:

Calcular o rendimento de um depósito de R\$ 10.000,00 em uma caderneta de poupança, durante 30 dias.

I – remuneração básica:

Para calcularmos a remuneração básica, basta utilizarmos a Taxa Referencial. Para tanto, vamos considerar a TR de 0,1053%, referente ao mês de dezembro de 2014.

$$\text{R\$ } 10.000,00 \times 0,1053\% = \text{R\$ } 10,53$$

II – remuneração adicional:

Para calcularmos a remuneração adicional, devemos primeiramente analisar a meta da taxa Selic, que pode ser consultada na página do Banco

Central <http://www.bcb.gov.br/?COPOMJUROS>. Tomando por base o mês de dezembro de 2014, vamos considerá-la como 11,75% ao ano.

Como a meta da taxa Selic está sendo considerada acima de 8,5% ao ano, a remuneração adicional será correspondente a 0,5% ao mês.

$$\text{R\$ } 10.000,00 \times 0,5\% = \text{R\$ } 50,00$$

Remuneração Total:

$$\text{R\$ } 10,53 + \text{R\$ } 50,00 = \text{R\$ } 60,53$$

5.4.3 Taxa real

Calcular a taxa real é um exercício muito importante na hora do cliente se decidir sobre a melhor aplicação. Conforme já abordado, vamos calcular a taxa real durante todo o ano de 2014. Para tanto, vamos considerar:

$I = 6,41\%$ ao ano, considerando o Índice de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA, calculado pelo IBGE, referente ao ano de 2014.

$i = 6,8592\%$ ao ano, considerando que a TR referente ao ano de 2014 foi de 0,8592% ao ano.

Temos:

$$r = \frac{(1 + i)}{(1 + I)} - 1$$

$$r = \frac{(1 + 0,068592)}{(1 + 0,641)} - 1$$

$$r = \frac{1,068592}{1,0641} - 1$$

$$r = 1,00422 - 1$$

$$r = 0,00422$$

$$r = 0,422\% \text{ a. a.}$$

O cálculo mostra que durante todo o ano de 2014 a poupança apresentou um rendimento real quase nulo. É muito importante que o poupador faça essa conta regularmente, e caso seja interessante, busque novos tipos de aplicações.

Como exemplo, vale citar a reportagem do jornal Valor Econômico, em sua página <http://www.valor.com.br/brasil/3943204/mercado-piora-expectativa-para-pib-em-2015-e-preve-inflacao-de-777>, onde é citado que o mercado prevê inflação de 7,77% em 2015, o que se confirmado, inviabilizaria de vez a poupança.

6 Conclusão

O estudo da matemática financeira deve ocupar posição de destaque no ensino médio. A sociedade moderna é repleta de situações onde é possível sua aplicação, indo desde uma simples compra com opção de compra à vista ou financiada, até a contratação de financiamentos mais complexos. Noções básicas sobre este conteúdo tornaram-se praticamente obrigatórias.

A intenção deste trabalho não é abordar todo o conteúdo da matemática financeira, e sim os tópicos necessários ao entendimento dos produtos e serviços bancários mais comuns, visando uma melhor inserção dos alunos no contexto bancário. Nessa perspectiva, propus que o nível da abordagem da educação financeira na escola seja levado para auxiliar as futuras escolhas, sobretudo quanto ao planejamento financeiro e a escolha pelas melhores soluções em créditos, de modo que os alunos tenham base para criticar propostas de empréstimos e financiamentos.

Entendo que em um mundo capitalista e dinâmico como o atual, onde grande parte dos alunos, ao se formarem no ensino médio, irão buscar soluções financeiras em bancos, devem ser capazes de entender sobre as taxas de juros cobradas no cheque especial, no cartão e crédito e em outros empréstimos, evitando assim se tornar mais um brasileiro endividado por falta de conhecimento ou disciplina.

O professor tem um papel muito importante neste contexto, pois precisa estar atendo a outros ramos do conhecimento, principalmente no que tange a economia brasileira e mundial, e não apenas aos assuntos matemáticos já abordados por ele em diversas aulas. Podemos destacar as taxas de inflação, as taxas de juros praticadas, os prazos praticados pelo comércio e pelos bancos, etc. Pois os exercícios e exemplos apresentados em sala de aula devem condizer com a realidade. Como exemplos, uma questão sobre taxa real deve apresentar um índice de inflação igual ou próximo à inflação da época, ou também uma questão sobre um financiamento de veículo deve

apresentar taxas de juros e prazos condizentes com o que é praticado pelo mercado financeiro.

Espera-se que esse material possa ser utilizado por professores interessados em melhorar o ensino da Matemática no ensino médio, através da contextualização com o meio bancário, o que resultaria em uma melhora no planejamento financeiro das famílias e na inserção dos indivíduos na sociedade, e como consequência, a médio e longo prazos, em resultados mais satisfatórios no que se refere a pesquisa inicial feita com bancários.

Referências

- [1] IEZZI, Gelson. HAZZAN , Samuel. DEGENSZAJN, David. Fundamentos de matemática Elementar vol. 11 Matemática comercial, matemática financeira e estatística descritiva. 1a. Ed. São Paulo, Ática, 2012.
- [2] LIMA, Elon Lages. MORGADO, Augusto Cezar. Wagner, EDUARDO. CARVALHO, Paulo César Pinto. A Matemática do ensino médio vol.2. Rio de Janeiro, SBM, 1998.
- [3] Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações, Ática, 2010.
- [4] Lima, Elon Lages [et al.]. Matemática, vol. 1, 2 e 3, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.
- [5] Lima, E. L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E.; Morgado, A. C.: A Matemática do Ensino Médio - Volume 2 - 6a edição, SBM, 2009.
- [6] Morgado, Augusto César; Progressões e Matemática Financeira, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.
- [7] Site consultado: <http://www.bcb.gov.br/?EMPRESTIMOEFINANCIAMENTO> (acessado em 21/03/2015, às 10h 30 min).
- [8] Site consultado: <http://www.valor.com.br/financas/3855716/cartao-de-credito-tem-maior-taxa-de-juros-em-15-anos-mostra-anejac> (acessado em 20/03/2015, às 20h 30min).
- [9] Site consultado: <http://www.cetip.com.br/financiamentos/Mercado> (acessado em 23/03/2015, às 20h e 30 min).
- [11] Site consultado: <http://www.valor.com.br/financas/3909484/carteira-de-credito-da-caixa-cresce-224-em-12-meses> (acessado em 23/04/2015, às 21h e 20min).

[12] Site consultado: <http://www.simuladoresdefinanciamento.com/como-calculador-o-iod-em-financiamentos-de-veiculos> (acessada em 20/04/2015, às 15h 45min).

[13] Site consultado: <http://www.valor.com.br/brasil/3943204/mercado-piora-expectativa-para-pib-em-2015-e-preve-inflacao-de-777> (acessado em 10/04/2015, às 21h).

[14] Site consultado: <http://www.bcb.gov.br/?COPOMJUROS> (acessado em 30/03/2015, às 22h).

[15] Site consultado: <http://www.caixa.gov.br/Paginas/home-caixa.aspx#itemCinco> (acessado em 26/04/2015, às 23h)