O impacto da matemática moderna no ensino dos números naturais: uma análise de sete livros.

Wilian Faias da Silva

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:

Wilian Faias da Silva

O impacto da matemática moderna no ensino dos números naturais: uma análise de sete livros.

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências - Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *VERSÃO REVISADA*.

Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Monteiro Siqueira.

USP – São Carlos
Janeiro de 2016

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Wilian Faias
S586i O impacto da matemática moderna no ensino dos números naturais: uma análise de sete livros. / Wilian Faias Silva; orientador Rogério Monteiro Siqueira. -- São Carlos, 2016.
93 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2016.

1. Movimento da Matemática Moderna no Brasil.. 2. História do ensino de matemática.. 3. História do livro didático.. 4. Números naturais.. 5. Ilustrações.. I. Siqueira, Rogério Monteiro , orient. II. Título.

Wilian Faias da Silva

The impact of modern mathematics in the teaching of natural numbers: an analysis of seven books.

Master dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*.

Concentration Area: Mathematics.

Advisor: Prof. Dr. Rogério Monteiro Siqueira.

USP – São Carlos

January 2016

Dedicatória

Dedico a Deus primeiramente, pois ele tornou tudo possível, me possibilitando conviver com pessoas maravilhosas: Aos meus pais Leonidas Benedito da Silva e Cleuza Maria Faias da Silva, e meus irmãos Wilton Faias da Silva, Welington Faias da Silva e Lilian Faias da Silva; Aos meus Filhos João Pedro Antunes Faias da Silva e Adrian Douglas Antunes, e à minha esposa Adriane Ivaldina Antunes Faias por todo tempo em que não pude estar junto de vocês; E também a uma pessoa muito especial que já se foi, minha avó Helena Faia de Jesus, que deixou muita saudade.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Rogério Monteiro Siqueira, pelas orientações e conselhos na elaboração deste trabalho, o que me proporcionou um grande aprendizado.

Aos Professores da EACH, pois, através da oportunidade de conviver e aprender com pessoas tão especiais, pude evoluir pessoalmente e profissionalmente.

Aos meus mais do que colegas, amigos do PROFMAT, que tornaram um período de longa dedicação e de grande troca de conhecimento em algo tão divertido.

A alegria que se tem em pensar e aprender faz-nos pensar e aprender ainda mais.

Aristóteles.

Resumo

Wilian, F. S. **O impacto da matemática moderna no ensino dos números naturais: uma análise de sete livros.** 2015. DISSERTAÇÃO (MESTRADO) - INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO - ICMC-USP, SÃO CARLOS, 2015.

Este trabalho analisou o impacto da Matemática Moderna (MM) nos livros didáticos de matemática durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil, tomando como fonte alguns livros didáticos de matemática editados no período de 1950 a 1960, antes do advento do MMM, na década de 1960, onde o MMM encontrou o seu ápice, e na década de 1970, época de seu declínio. Os autores estudados foram Ary Quintela, Osvaldo Sangiorgi, Carlos Galante, Osvaldo Marcondes dos Santos, e Miguel Assis Name. Nos períodos considerados, acompanhamos como foram apresentados os números naturais e, paralelamente, as mudanças editoriais, conceituais e de legislação envolvidas no processo. Constatamos que as maiores mudanças nos livros de alguns autores foram a introdução do ensino de teoria dos conjuntos e estruturas matemáticas no trato dos números naturais. Além disso, uma série de mudanças editoriais foram observadas nos livros de todos autores, como o uso de um número maior de imagens, cores, e exercícios. Nesse sentido, a introdução da teoria de conjuntos e de todo esse aparato gráfico são, sem dúvida nenhuma, inovações do período que não podem ser vistas de maneira separadas. Ao contrário, são complementares.

Palavras-chave: Movimento da Matemática Moderna no Brasil. História do ensino de matemática. História do livro didático. Números naturais. Ilustrações.

Abstract

WILIAN, F. S. **The impact of modern mathematics teaching of natural numbers: an analysis of seven books.** 2015. DISSERTAÇÃO (MESTRADO) - INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO - ICMC-USP, SÃO CARLOS, 2015.

We analyse the impact of Modern Mathematics (MM) in textbooks of mathematics along the Modern Mathematics Movement (MMM) in Brazil, considering as main sources some mathematical textbooks edited in the 1950's, before the MMM's advent, in the 1960's, the climax of the MMM in Brazil, and the 1970's, when the movement faces a serious decline. The authors considered here were Ary Quintela, Osvaldo Sangiorgi, Carlos Galante, Osvaldo Marcondes dos Santos, e Miguel Assis Name. In these periods, we analysed the insertion of the natural numbers in the textbooks concurrently with both editorial, conceptual and laws changes. We identified the introduction of the set theory and some mathematical structures as the major change in the subject. Yet, many editorial changes were observed as the increase of colors, images and exercises. In this sense, the introduction of both the set theory and all these graphical artifacts are innovations of the period which can not be undoubtedly analysed in a separated way. On the contrary, they are complementary phenoms.

Keywords: Movement of Modern Mathematics in Brazil. History of mathematics teaching. History textbook. Natural numbers. Illustrations.

Sumário

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BLD	Biblioteca do Livro Didático
CECIBA	Centro de Estudos de Ciências da Bahia
CELD	Comissões Estaduais do Livro Didático
CIEAEM	Comissão Internacional para Estudo e Melhoria do Ensino da Matemática
CIEM	Comissão Internacional de Ensino da Matemática
CNLD	Comissão Nacional do Livro Didático
COLTED	Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático
DOU	Diário Oficial da União
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino de Matemática
GEEMPA	Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre
GRUEMA	Grupo de Ensino de Matemática Atualizada
FE	Faculdade de Educação
IBECC	Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura
ICMI	International Commission on Mathematical Instruction
IMURN	Instituto de Matemática do Rio Grande do Norte
INL	Instituto Nacional do Livro
MEC	Ministério de Educação e Cultura
MM	Matemática Moderna
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NEDEM	Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática no Paraná
OEA	Organização dos Estados Americanos
OECE	Organização Européia de Cooperação Econômica
SCM	Seção Cientifica de Matemática
SMSG	School Mathematics Study Group
SNEL	Sindicato Nacional dos Editores de Livro
SUDENE	Superintendência de Desenvolvimento do Nordeste
UICSM	University of Illinois Committee on School Mathematics
USAID	United States Agency for International Development
USP	Universidade de São Paulo

1 Apresentação

O Movimento da Matemática Moderna (MMM) foi um evento que trouxe inovações no ensino da matemática no Brasil, assim como na produção de livros didáticos de matemática. Sobre essa questão, há uma longa lista de trabalhos já publicados[1]. No que se refere ao impacto do MMM nas mudanças conceituais no ensino de mátematica e nos livros didáticos de matemática, há também estudos[2] embora em número mais reduzido.

O trabalho que apresentamos é um estudo deste último tipo, embora com algumas modificações em relação aos anteriores. Gostaríamos de ver essas inovações pedagógicas conjuntamente com as modificações editoriais.

Antes de entrar, no entanto, propriamente no tema, faremos no segundo capítulo uma breve abordagem das origens do MMM nos Estados Unidos e alguns países da Europa, através dos movimentos internacionais de reforma do ensino secundário e suas influências no desenvolvimento da matemática moderna no Brasil, a fim de compreender e nortear as análises do impacto da Matemática Moderna (MM) nos livros didáticos de matemática.

E para melhor compreendermos a legislação vigente do período em relação aos programas de ensino secundário, apresentaremos um rápido histórico das principais reformas antes e durante o período do MMM no Brasil: a de Francisco Campos, em 1931, a de Gustavo Capanema, em 1942, e Simões Filho, em 1951, além dos Congressos Nacionais de Estudo do Ensino da Matemática que aconteceram antes e durante o MMM no Brasil.

No terceiro capítulo, analisaremos os livros didáticos do ensino secundário, de alguns autores de livros didáticos de matemática, antes do MMM, considerando o período entre os anos de 1950 e 1960, e durante o MMM, considerando os anos de 1960 e no momento de seu declínio, ou seja, nos anos de 1970.

Os autores que terão livros analisados no período antes do MMM, serão Osvaldo Sangiorgi, Ary Quintela, Carlos Galante em co-autoria com Osvaldo Marcondes dos Santos, e no período durante o MMM, serão os autores, Osvaldo Sangiorgi, Ary Quintela, Carlos Galante, e Miguel Assis Name.

[1] O movimento da matemática moderna no Brasil: encontro de certezas e ambigüidades, de Elisabete Zardo Búrigo, 2006; Movimento da matemática moderna – possíveis leituras de uma cronologia, de Maria Célia Leme da Silva, 2006; Fontes para a história da educação matemática: Imprensa e a matemática moderna, de Flávia Soares, 2006.

[2] Um estudo realizado foi “A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginasiais: uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 e 1970), de Alexandre Souza de Oliveira, 2009”.

Observaremos nas obras como era o uso da teoria dos conjuntos na apresentação dos números naturais, considerando as relações de ordem, definição de número, além das operações de adição e subtração e suas propriedades.

Verificaremos também se os livros estavam de acordo com os programas de ensino secundários considerados pela legislação na época, o uso de imagens, e como as mesmas dialogam com o leitor, além de outros aspectos editoriais do livro. A presença de exercícios e suas localizações, assim como a existência ou não de suas respectivas resoluções ou respostas serão consideradas.

Nosso estudo será comparativo, ou seja, compararemos as obras dos autores analisados antes e durante o MMM, observando as estratégias didáticas utilizadas por cada autor na explanação dos assuntos, e apresentaremos as similaridades e diferenças entre os itens analisados em cada livro.

A metodologia empregada foi fortemente inspirada pelos ideais de Gertz Schubring, notadamente expressas em seu livro “Análise histórica de livros de matemática“, incorporando também uma análise das estratégias gráficas empregadas nesses textos. Este estudo quer sugerir que as inovações conceituais introduzidas pelo MMM devem ser pensadas conjuntamente às inovações editoriais no período.

2 O Movimento da Matemática Moderna

Neste capítulo faremos um breve histórico do desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, sua origem, e seus principais eventos, assim como também nos Estados Unidos da América e em alguns países da Europa, focando os principais acontecimentos antes e durante o MMM. Também será dada ênfase à produção de livros didáticos neste período pensando em nortear as análises dos livros didáticos que serão feitas no capítulo posterior.

2.1 O surgimento do Movimento da Matemática Moderna.

O Movimento da Matemática Moderna surge ao final da Segunda Guerra Mundial inicialmente nos Estados Unidos da América e em alguns países da Europa em meio a várias comissões e congressos internacionais que pretendiam a reforma do ensino secundário de matemática, como o IV Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, quando foi criada a Comissão Internacional de Ensino da Matemática (CIEM) (SCHUBRING, 1999). Depois da Segunda Guerra, em 1952, a CIEM foi renomeada como ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) e, nesse mesmo período, em 1950, na França foi criada a Comissão Internacional para Estudo e Melhoria do Ensino da Matemática (CIEAEM):

> Em 1950, iniciou-se uma série de encontros promovidos pelo CIEAEM. A comissão propunha-se a coordenar o trabalho que já era realizado, psicológico, metodológico e prático, no sentido da melhoria do ensino da matemática, por diferentes profissionais em diferentes países (BURIGO,1989, p.71).

. O MMM visava ajustar o ensino escolar secundário à nova realidade do ensino superior e assim promover o desenvolvimento cientifíco. A Guerra Fria foi também um fator que estimulou o envio de recursos financeiros através do Plano Marshall [1], colaborando com uma nova estruturação do ensino científico. Naquele momento era clara a necessidade de mudanças nas disciplinas de matemática, física, química e biologia. Foram realizados congressos, reuniões buscando uma nova forma de ensino de matemática e ciências e, neste contexto, surge o Movimento da Matemática Moderna, cujo intuito era criar uma nova proposta no ensino de matemática, buscando

[1] O Plano Marshall é conhecido oficialmente como Programa de Recuperação Européia, foi o principal plano dos Estados Unidos para a reconstrução dos países aliados da Europa nos anos seguintes à Segunda Guerra Mundial.

reduzir a distância entre os currículos do ensino superior em relação aos currículos de ensino médio e fundamental (VALENTE, 2006). No Brasil a mesma idéia era considerada:

> Quando falamos em introduzir a Matemática Moderna no ensino primário e secundário, queremos mostrar ao aluno que não existem Matemáticas distintas (a do primário, do secundário e do superior), mas sim uma "atitude matemática" que ele deve adquirir para melhor conhecer os diversos assuntos que compõem o currículo (SANGIORGI, 1965b).

Nesse momento ensinar matemática nos Estados Unidos da América e em alguns países da Europa se justifica pelo progresso técnico e científico associado ao crescimento da economia, e o desenvolvimento de novas tecnologias torna necessário formar cientistas e técnicos com formação qualificada (Burigo, 1989). O que se verifica também no Brasil:

> É preciso superar, com trabalho honesto e construtivo, a herança de um ensino anacrônico de Matemática, [...] e que está longe de corresponder às exigências dos tempos de muita ciência que atravessamos, mormente em nosso país às voltas em vencer a barreira de seu subdesenvolvimento econômico e cultural (SANGIORGI, 1965a, p.1).

É interessante citar que, desde o final da Segunda Guerra Mundial, até a aplicação das mudanças nos currículos escolares e na forma de ensinar das escolas brasileiras ocorreram eventos importantes, como a fundação da University of Illinois Committee on School Mathematics (UICSM) em 1951, nos Estados Unidos da América, que desenvolveu materiais e treinou professores servindo de modelo e fonte de estudo para vários países. O seminário de estudos dedicado à reforma do ensino da matemática realizada, em 1959, em Royaumont, França, organizado pela Organização Européia de Cooperação Econômica (OECE), financiado pelo Plano Marshall, foi considerado um dos principais marcos de referência do movimento internacional de reorganização e atualização dos currículos escolares para o ensino da matemática (GUIMARÃES, 2007).

2.2 O Movimento da Matemática Moderna no Brasil: principais eventos.

No Brasil, em 1955, o primeiro Congresso Nacional de Ensino de Matemática ocorreu na cidade de Salvador, Bahia, onde não se tratou diretamente da Matemática

Moderna em suas discussões, mas que prenunciava mudanças, enquanto que neste momento, na Europa e América do Norte, a introdução da MM nas escolas já ocorria. Somente em 1957, no segundo Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul, surgem propostas mais explicitas relativas a Matemática Moderna, como um programa voltado para os ensinos primário e secundário incluindo, teoria dos conjuntos, diferentes sistemas de numeração e estruturas algébricas de operações (BURIGO, 1989).

As mudanças brasileiras quanto ao currículo e ao sistema de ensino foram em grande parte baseadas no que era produzido internacionalmente, como documentos e livros focando a Matemática Moderna produzidos pelo grupo, School Mathematics Study Group (SMSG), iniciado em 1958, que foram traduzidos em várias linguas (D’AMBRÓSIO,1987).

Em 1959, foi realizado o terceiro Congresso Nacional do Ensino de Matemática, realizado no Rio de Janeiro, onde pela primeira vez foram tomadas medidas concretas de mudanças, indicando o início da aplicação da Matemática Moderna no Brasil, sendo três resoluções aprovadas: a recomendação de cursos de aperfeiçoamento para professores registrados do ensino médio, de preparação à Matemática Moderna; a introdução da Matemática Moderna nas Faculdades de Filosofia; e a proposição da realização de experiências no ensino secundário com introdução de noções de Matemática Moderna, a serem relatadas no quarto Congresso (BURIGO, 1989).

No início da década de 1960, através de um acordo entre a Organização dos Estados Americanos (OEA) e o Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura (IBECC) de São Paulo, professores brasileiros do ensino secundário começam a participar de cursos de formação continuada em universidades norte-americanas (D’AMBRÓSIO, 1987). Os professores Lafayette de Moraes e Osvaldo Sangiorgi foram enviados ao Estados Unidos, no período de junho a agosto de 1960, e, a partir desse contato, começam de fato as propostas pela Matemática Moderna no Brasil (OLIVEIRA FILHO, 2009).

O estágio do professor Lafayette de Moraes, foi em Nova Yorque, e tinha o objetivo de traduzir a coleção didática experimental produzida pelo SMSG, e Osvaldo Sangiorgi estagiou na Universidade do Kansas, onde teve contato com livros e materiais produzidos na época, trazendo uma nova proposta do ensino de matemática para escola primária e secundária, o que impulsionou a criação do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), na cidade de São Paulo, em 1961 (LIMA, 2006).

Talvez a criação do GEEM tenha sido o marco mais importante para a divulgação das novas propostas da Matemática Moderna no Brasil, o GEEM era formado por professores dos ensinos primário, secundário e universitário que promoveram cursos de formação de professores, desenvolvimento de materiais e livros didáticos e uma forte divulgação nos meios de comunicação, principalmente paulista, com relação à implantação da Matemática Moderna nas escolas brasileiras (BURIGO, 1989).

Outros grupos se formaram no Brasil influenciados pela criação do GEEM. O Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática no Paraná (NEDEM), organizado em 1962, e o Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre (GEEMPA), em 1970 (SOARES, 2001). A criação do Centro de Estudos de Ciências da Bahia (CECIBA) em 1964, na Universidade Federal da Bahia. Em Natal, Rio Grande do Norte, a Superintendência de Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE), viabilizou com recursos públicos a criação do Instituto de Matemática do Rio Grande do Norte (IMURN), em 1966, o que impulsionou a divulgação do MM na região (FREIRE, 2009).

O quarto Congresso Nacional de Ensino da Matemática que foi realizado em Belém, estado do Pará, em 1962, marcou de forma contudente a implantação da Matemática Moderna nas escolas secundárias (BURIGO, 2009). Tendo sua realização impulsionada pelos dispositivos da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, prevista na constituição de 1934 e somente aprovada em 20 de dezembro de 1961, na qual continha a descentralização e criação dos sistemas estaduais, permitindo os debates sobre o currículo escolar com os demais estados brasileiros.

O GEEM propôs mudanças no currículo para um novo programa de matemática para a escola secundária, chamado *Assuntos Mínimos* para um moderno programa de matemática, que foi aprovado, no quarto Congresso Nacional de Ensino da Matemática (D'AMBRÓSIO, 1987).

Os anos seguintes foram marcados pela introdução de materiais desenvolvidos em outros países e traduzidos em português, como os do SMSG, materiais estes que foram traduzidos e apresentados a professores na época, em cursos de aperfeiçoamento, e que serviram de inspiração para a produção de livros didáticos nacionais contendo as propostas da Matemática Moderna (D'AMBRÓSIO, 1987). Um bom exemplo foi o lançamento do primeiro livro didático para a primeira série ginasial, matemática moderna de Osvaldo Sangiorgi em 1963. Um dos objetivos do Movimento da Matemática Moderna sempre foi encurtar a distância entre os ensinos primário, secundário e superior e que se tornou evidente em 1966, no quinto Congresso brasileiro do ensino de matemática realizado em São José dos Campos, sendo o assunto principal da pauta (SOARES, 2001).

Por volta de 1966, o MMM está no auge de seu desenvolvimento. Aconteciam no País muitos projetos, seminários e congressos onde se discutiam a formação de professores, adaptações de currículos, desenvolvimento de materiais didáticos , um momento promissor no desenvolvimento e venda de livros didáticos nacionais para as editoras brasileiras. Nesse contexto, acontecem as primeiras olimpíadas de matemática no estado de São Paulo em 1967 e 1969, promovidas pelo GEEM (D'AMBRÓSIO, 1987).

A partir do ano de 1970, o movimento começou a enfraquecer, pois começam a ser percebidos os exageros utilizados na MM, como a linguagem de conjuntos e estruturas ainda impróprias para a compreensão de determinadas faixas etárias de jovens, adolescentes e crianças, que estão distribuídas nos ensinos primário e secundário. Aparecem críticas publicadas no livro de Morris Kline " O fracasso da matemática moderna", editado nos Estados Unidos da América, em 1973, e que foram reconhecidas por Sangiorgi (1975b) num artigo do jornal O Estado de São Paulo:

> Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais tabuada em plena 5ª e 6ª séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos. Deixa-se ensinar frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno. Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo "transformações geométricas". Não se resolvem mais problemas elementares – da vida quotidiana – por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações completamente fora da realidade, como: "O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?", proposto em livro de 5ª série.

Por volta de 1976 o GEEM realizou o último curso de preparação de professores para concurso de ingresso ao magistério, encontrando divergências entre seus membros em relação aos objetivos do curso, pois dentro do grupo aconteciam questionamentos sobre a MM (BURIGO, 1989), marcando praticamente o fim do MMM no Brasil, pois talvez o maior divulgador da MM, o GEEM, já se questionava em relação aos exageros cometidos durante todo movimento no Brasil.

É preciso observar também que o Movimento da Matemática Moderna no Brasil não foi homogêneo em todo território nacional no que se refere a sua divulgação e aos profissionais preparados e envolvidos na aplicação das novas propostas da matemática moderna, tendo como seus principais centros de divulgação os estados de São Paulo, Bahia, Paraná, Rio Grande do Norte e Rio Grande do Sul, onde grupos de professores como CECIBA, GEEM, NEDEM, e GEEMPA foram os protagonistas na divulgação do MMM no Brasil.

Neste contexto o livro didático foi o principal instrumento de divulgação da MM no País, embora muitos professores não estivessem preparados para desenvolverem a MM em sala de aula. Um problema para os professores era a dificuldade de compreensão de alguns assuntos, entre eles a teoria dos conjuntos que pode ser constatado no relato a seguir:

> “Eu também fazia minha iniciação no assunto, pois certas nomenclaturas e simbologia, termos como conjunto unitário, conjunto vazio eram novidades, também, para mim. Este último me intrigava. Perguntava-me sobre a importância de ensinar conjunto vazio e duvidava de sua conceituação, tal como vinha sendo colocada nos manuais escolares. Se é conjunto... não deveria ter elementos? Era um sufoco, cada vez que tinha que definir, representar simbolicamente aquela ausência de elementos, para os alunos. Numa prova havia a questão: represente simbolicamente um conjunto vazio. E um dos alunos apresentou a resposta que eu também considerava correta. No espaço destinado à resposta, o aluno não registrou nenhum símbolo, apenas deixou o espaço em branco. Vazio. Estava decidida a considerar a questão certa, porém, troquei idéias com colegas. Eles não concordaram, alegaram que faltava diagrama, limitação. Mas, ousei em dar como certa a resposta do aluno, considerando que ele estaria com a mesma dúvida que eu sentia em relação ao conceito de conjunto vazio e como eu, estava saindo do trilho do manual. Com esse fato, experimentei uma certa “alegria profissional”, considerando que os alunos podiam ter suas próprias hipóteses e até caminhar de forma mais autônoma diante das amarras do manual. Por enquanto, era apenas um, mas já era uma boa amostra. A partir do conjunto vazio, pensei também na existência do nada pela presença invisível do tudo. E relacionei ao que havia aprendido na vida: “o nada com Deus é tudo, e tudo sem deus é nada”. E nesse momento dei por encerrada a questão de conjunto vazio” (PINTO, 2005, p. 10).

Assim mesmo sendo o livro didático um meio de aproximação importante entre os grandes centros de divulgação, e os lugares mais distantes, não havia garantia de desenvolvimento da MM. Embora saibamos que, nos grandes centros de divulgação, grupos como, CECIBA, GEEM, NEDEM, e GEEMPA tenham promovido cursos de formação para professores sobre MM, eles não foram suficientes.

2.3 A produção de livros didáticos durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil

O mercado editorial brasileiro antes do MMM foi marcado por uma série de políticas governamentais. Com a criação do Instituto Nacional do Livro (INL) em 1937, surgem os livros didáticos, que através da criação do Decreto 1.006/38 da Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) o governo federal começou a controlar a produção, importação e o uso deste tipo de publicação (HALLEWELL, 2005), e em 1945, com Decreto-Lei n° 8460/45, o Estado passa a assumir o controle sobre o processo de escolha de livros didáticos no País, e que devagar vai transferindo suas atribuições para as Comissões Estaduais do Livro Didático(CELD).

Entre os anos de 1950 e 1960 o governo federal isentou o setor livreiro e indústria de papel para livros de quase todos os impostos, com exceção do imposto de renda, o que, aliado a renovação e modernização do parque gráfico, fez a indústria gráfica crescer 143%, aumentando a produção de livros de 21.393.861 em 1955, para 66.559.000 em 1962 (HALLEWELL, 2005).

Em 1961, o governo Jânio Quadros estendeu à importação de papel as taxas de câmbio do mercado livre, e retirou o subsídio compensatório aos fabricantes brasileiros de papel, de forma que as editoras brasileiras aumentaram seus custos de produção em 75%, logo qualquer publicação só era realizada na certeza de ser vendida rapidamente (HALLEWELL, 2005).

Nos anos subsequentes, ocorrem fatos importantes que impulsionaram a produção de livros didáticos no Brasil, como o acordo firmado em 1967, MEC/SNEL/USAID (Ministério de Educação e Cultura, Sindicato Nacional dos Editores de Livro e a United States Agency for International Development), que financiou grande parte das ações da Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED), criada a partir da publicação do Decreto nº 59.355, em 4 de outubro de 1966. Entre essas ações, estavam a distribuição de livros a estudantes em todo o território nacional em seus três níveis de ensino, primário, secundário e superior, além de cursos de treinamento para professores e bolsas de estudo, no exterior e no país, para professores e técnicos da indústria editorial (KRAFZIK, 2006).

Nesse sentido, a força do MMM deve ser vista conjuntamente com essas medidas estruturais governamentais.

No cenário nacional de livros didáticos durante o Movimento da Matemática Moderna muitos livros foram produzidos, ora por um professor isolado, ora por grupos de professores, sendo Osvaldo Sangiorgi o mais citado. Sua *coleção Matemática – Curso Moderno*, publicada pela Editora Nacional, segundo (VILLELA,2008), no período de 1964 a 1973, alcançou cifras, de 4,3 milhões de exemplares, graças ao seu papel de liderança no MMM no Brasil.

Mas a produção de livros didáticos durante o MMM não se resume as coleções de Sangiorgi, em 1964, as traduções dos *livros didáticos do SMSG* norte-americano começam a ser produzidas no Brasil e foram utilizados como modelo para o programa de matemática para o 2° ciclo do colégio estadual da Bahia desenvolvido pelo CECIBA (FREIRE, 2009).

As *coleções Curso Moderno de Matemática* para a Escola Elementar e *Curso Moderno de Matemática* para o Ensino de 1° Grau, que tem como autoras as professoras Anna Franchi, Anna Averbuch, Franca Cohen Gottlieb, Lucilia Bechara e Manhucia Perelberg Liberman, tendo esta última participado apenas da segunda coleção, formavam o Grupo de Ensino de Matemática Atualizada (GRUEMA). E alcançaram o segundo lugar nas vendagens de livros didáticos de matemática na Editora Nacional, totalizando entre as duas coleções 4.213.559 de exemplares entre os anos de 1964 e 1973, segundo Villela (2008).

O professor Ary Quintela, autor de livros didáticos de matemática pela Editora Nacional, considerando o período de vendagem de 1964 a março de 1973 com seus livros para o *Curso Ginasial* e *Curso Colegial* ocupou o terceiro lugar entre os mais vendidos, alcançando 1.285.667 de exemplares segundo (VILLELA, 2008).

Os integrantes do NEDEM produziram a coleção Ensino Moderno da Matemática em 1968, a qual foi intensamente divulgada nas escolas paranaenses nas décadas de 1960 e 1970.

A Seção Cientifica de Matemática (SCM) do CECIBA elaborou apostilas para as séries ginasiais denominadas Curso experimental segundo os novos métodos do ensino da matemática e sua aplicação foi a partir de 1966 no Colégio Estadual Severino Vieira e depois de algumas modificações foi produzida a coleção Matematica Moderna, editada pelo CECIBA, e em 1971 deu origem a publicação, pela EDART-

São Paulo Livraria Editora Ltda, a coleção Ensino Atualizado da Matemática – Curso Ginasial (FREIRE, 2009).

Devemos ressaltar que as produções de livros didáticos citados representam, em sua maior parte, o que era produzido pelos principais centros divulgadores da MM, mas ainda está longe de representar toda a produção de livros didáticos do Brasil.

Por exemplo, a Editora do Brasil produziu livros durante o MMM, e segundo (SILVA; SIQUEIRA, 2013), em pesquisa na Biblioteca do Livro Didático (BLD)[1], foram quantificados outros livros didáticos voltados para o ensino fundamental de 5ª a 8ª série do 1° grau de alguns autores. Entre eles, Carlos Galante que na década de 1960 com a publicação da coleção Matemática, curso ginasial pela Editora do Brasil, atingiu o total de 66 edições, e Miguel Assis Name, com suas coleções, “Matemática: ensino moderno” e “Matemática: ensino de primeiro grau”, pela Editora do Brasil, na década de 1970, teve 346 edições.

O fato dos autores Carlos Galante e Miguel Assis Name produzirem livros durante o MMM no Brasil, e não serem citados em pesquisas que envolvem o MMM, torna claro que o universo de livros didáticos produzidos durante o MMM, demanda ainda pesquisas.

2.4 Os programas de matemática do ensino secundário antes e durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

O programa de matemática do ensino secundário sofreu alterações antes e durante o MMM no Brasil, e para compreendermos tais mudanças e também poder conhecer os programas de matemática, um dos itens de análise nos livros didáticos a serem vistos, faremos um breve relato das reformas Francisco Campos, Capanema, e Simões Filho. Falaremos também sobre o quarto Congresso de matemática em Belém do Pará, no ano de 1962, e suas consequências nos programas do ensino secundário.

Logo após a revolução de 1930, durante o governo provisório liderado por Getúlio Vargas, foi criado o Ministério da Educação e Saúde Pública do qual Francisco Campos foi ministro. Ele promoveu uma reforma na educação nacional, cujas principais medidas são a criação do Conselho Nacional de Educação e a reorganização do ensino secundário e superior. A reforma do ensino secundário foi oficializada pelo Decreto nº 18.890, de 18 de abril de 1931, sendo ajustada e

[1]A Biblioteca do Livro Didático (BLD) está localizada na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FE/USP), que conta com um significativo acervo de obras didáticas organizado pelo Centro de Memória da Educação.

consolidada pelo Decreto nº 21.2141, de 4 de abril de 1932 (BICUDO, 1942). Além disso, a reforma Francisco Campos estabeleceu:

> O aumento da duração do ensino secundário, pois ele passou de cinco para sete anos de duração e foi dividido em dois ciclos. O primeiro ciclo, chamado "fundamental", com um período de cinco anos, era um curso comum a todos os estudantes secundaristas e conferia formação geral. A segunda fase do ensino secundário, o "ciclo complementar", formado por dois anos, era propedêutico para o curso superior e apresentava um leque de três opções: "para os candidatos à matrícula no curso jurídico", "para os candidatos nos cursos de medicina, farmácia e odontologia" e "para os candidatos nos cursos de engenharia ou de arquitetura" (BRASIL, 1931, p. 1-2).

Neste momento é importante citar que o desejo de reforma do ensino secundário de matemática eram expressos internacionalmente, tendo no Brasil professores que defendiam as propostas internacionais modernas, como mudanças no currículo e metodologia de ensino de matemática. Entre esses professores, Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, que, em 1925, foi nomeado interinamente Diretor do Externato do Colégio Pedro II e permaneceu no cargo até 1930, quando assumiu a diretoria do Internato, em um momento que, segundo (MIORIM, 1998), o Colégio Pedro II era referência para o ensino secundário do país, e que a partir da reforma Francisco Campos teve seus programas tornados como oficiais em todo o território nacional.

Neste contexto, os programas de matemática, assim como suas orientações didáticas em todo país, sofreram influências dos movimentos internacionais de reforma do ensino, pois Euclides Roxo naquele momento aplicava inovações no ensino de matemática no Colégio Pedro II. Algumas das inovações eram as seguintes: o ensino de matemática de acordo com as necessidades das outras disciplinas; a subordinação da finalidade do ensino às diretrizes culturais da época; e a unificação dos cursos de aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, em uma disciplina única sob a denominação de Matemática.

No ano de 1942, Gustavo Capanema, então ministro da educação e saúde, começou a elaborar mudanças no ensino secundário que viria ser chamada de Reforma Capanema, que preservaria a divisão do ensino secundário em dois ciclos, assim como na reforma Francisco Campos, sendo o primeiro ciclo composto pelo curso ginasial e o segundo ciclo por cursos paralelos, o clássico e o científico. Desta forma, novamente os programas de matemática foram revistos no segundo ciclo.

No ano de 1951 o ministro da educação Simões Filho, através da Portaria Ministerial nº 966, de 2 de Outubro de 1951, reorganizou os programas de conteúdos do ginásio e colégio, com a ajuda de algumas comissões de professores do Colégio Pedro II. A reforma tinha como objetivo simplificar os programas de ensino e, no caso da disciplina de matemática, foram estabelecidos um *Programa Mínimo*, e orientações metodológicas, que todas instituições públicas ou particulares no âmbito nacional deveriam cumprir. Na tabela 1 estão descritos os assuntos relativos ao *Programa Mínimo* de matemática dos cursos ginasial e colegial.

Tabela 1 – *Programa Mínimo* para os ensinos ginasial e colegial.

Séries	Curso ginasial	Curso colegial Clássico e científico
1ª	Números inteiros, operações fundamentais, números relativos. Divisibilidade aritmética, números primos. Números fracionários, Sistema legal de unidades de medir, unidades e medidas usuais.	Noções sobre o cálculo aritmético aproximado, erros. Progressões. Logaritmos. Retas e planos, superfícies e poliedros em geral, corpos redondos usuais, definições e propriedades, áreas e volumes. Seções cônicas, definições e propriedades fundamentais.
2ª	Potências e raízes, expressões irracionais. Cálculo literal, polinômios. Binômio linear, equações e inequações do 1º grau com uma incógnita, sistemas lineares com duas incógnitas.	Análise combinatória simples. Binômio de Newton. Determinantes; sistemas lineares. Noções sobre vetores; projeções; arcos e ângulos; linhas e relações trigonométricas. Transformações trigonométricas em geral; equações trigonométricas simples. Resolução trigonométrica de triângulos.
3ª	Razões e proporções; aplicações aritméticas. Figuras geométricas planas; reta e círculo. Linhas proporcionais; semelhança de polígonos. Relações trigonométricas no triângulo retângulo. Tábuas naturais.	Conceito de função; representação cartesiana, reta e círculo, noção intuitiva de limite e de continuidade. Noções sobre derivada e primitivas, interpretações, aplicações. Introdução à teoria das equações, polinômios, propriedades, divisibilidade por $x \pm a$, problemas de composição, transformação e pesquisa de raízes e equações de tipos especiais.
4ª	Trinômio do 2º grau; equações e inequações do 2º grau com uma incógnita. Relações métricas nos polígonos e no círculo, cálculo de π. Áreas das figuras planas.	———

(DOU, 1952, pg. 71 – 72)

Conforme previsto na primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, prevista na constituição de 1934 e somente aprovada em 20 de dezembro de 1961, que defendia a descentralização e criação dos sistemas estaduais, permitindo os debates sobre o currículo escolar com os demais estados brasileiros, foi aprovado no ano de 1962, no quarto Congresso brasileiro de ensino da matemática, realizado em Belém, estado do Pará, um novo programa de matemática para a escola secundária. Chamado: *Assuntos Mínimos* para um moderno programa de matemática. Este programa elaborado e apresentado ao congresso pelo GEEM, norteou muitas produções de livros didáticos quanto a conteúdos e orientações didáticas. A tabela 2, a seguir, contém os programas de conteúdos do ensino ginasial do novo programa *Assuntos Mínimos* para um moderno programa de matemática.

Tabela 2 - *Assuntos Mínimos* para um moderno programa de matemática para o ensino ginasial.

Assuntos Mínimos	Sugestões
1 – Números inteiros; operações fundamentais; propriedades. Sistemas de numeração.	1 – A idéia de conjunto deveria ser a dominante; as propriedades das operações com os números inteiros devem ser ressaltados como início das estruturas matemáticas. Lembrar a importância de outros sistemas de numeração, além do decimal.
2 – Divisibilidade; múltiplos e divisores; números primos.	2 – O uso da linguagem de conjuntos e operações entre conjuntos, poderá trazer novos centros de interesse na explanação da matéria.
3 – Potenciação e radiciação; raiz quadrada.	3 – Estudá-las como operadores Inversas; verificação da validade ou não das propriedades já introduzidas; justificar, tanto quanto possível à extração da raiz quadrada.
4 – Números fracionários; operações fundamentais; propriedades; potenciação e radiciação.	4 – Ressaltar com os números fracionários a permanência das propriedades já introduzidas com os números inteiros (a estrutura contínua); fazer alusão à aproximação na extração da raiz quadrada.
5 – Números relativos; operações fundamentais; propriedades.	5 – Ressaltar com os números relativos a permanência das propriedades já introduzidas (a idéia da estrutura comparece novamente); representar graficamente os números relativos.

Continua

Assuntos Mínimos	Sugestões
6 – Medida de figuras geométricas simples.	6 – Fazer a revisão do estudo intuitivo das principais figuras geométricas planas e espaciais; cálculo de comprimentos, áreas e volumes. Usar nos problemas de aplicação as noções já conhecidas de moeda, peso, capacidade e tempo.
7 – Razões e proporções; aplicações.	7 – Discriminar as aplicações principais: divisão proporcional; regra de três; porcentagem; juros e câmbio.
8 – Números racionais; operações fundamentais; propriedades.	8 – Ressaltar o aspecto comum das propriedades dos números racionais englobando os números inteiros, números fracionários inclusive os relativos.
9 – Cálculo literal: polinômios com coeficientes racionais; operações fundamentais; propriedades.	9 – Estudar, nesse cálculo, os casos simples de fatoração; ressaltar as propriedades comuns às operações entre os números introduzidos e os polinômios (idéia de estrutura algébrica).
10 – Equações do 1º grau com uma incógnita; inequações do 1º grau com uma incógnita: inequações simultâneas.	10 – É aconselhável: estudar somente as equações do primeiro grau com coeficientes racionais; associar, para as inequações simultâneas as operações entre conjuntos; fazer problemas de aplicação.
11 – Frações algébricas; operações fundamentais; propriedades.	11 – Lembrar a ausência de significado do anulamento do denominador das frações algébricas; discutir as equações e inequações literais do primeiro grau com uma incógnita.

continuação

Assuntos Mínimos	Sugestões
12 – Função; representação gráfica cartesiana de uma função.	12 – Dar a noção fundamental de função como correspondência; introduzir sistema de coordenadas no plano; estudar a função linear: y = ax + b
13 – Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas; interpretação gráfica. Sistema de equações do 1º grau com 3 incógnitas.	13 – Acentuar o princípio da eliminação que pode ser estendido a sistemas com um número qualquer de equações. Discutir completamente o caso do sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Lembrar as equações e os sistemas e fazer problemas de aplicação.
14 – Sistemas de inequações do 1º grau com duas incógnitas; interpretação – gráfica.	14 – Ressaltar e interpretação gráfica.
16 – Polígonos: generalidades; estudo do triângulo.	16 – Ressaltar a convexidade e nãoconvexidade; apresentar os polígonos regulares; estudar congruência de triângulos, propriedades e aplicações.
17 - Perpendicularismo e paralelismo no plano; estudo dos quadriláteros.	17 – Na teoria das paralelas ressaltar o Postulado de Euclides e suas conseqüências.
18 – Circunferência; propriedades; posições relativas de reta e circunferência e de circunferências.	18 – Continuar aplicando a linguagem dos conjuntos e suas operações.

Continuação

Assuntos Mínimos	Sugestões
19 – Número irracional e número real; operações fundamentais; cálculo de radicais.	19 – Ressaltar a permanência das propriedades já introduzidas com os números racionais; resolver equações e sistemas do 1º grau com coeficientes reais. Representação gráfica do número real na reta.
20 – Equações do 2º grau com uma incógnita; função, trinômio do 2º grau; equações redutíveis ao 2º grau; sistemas redutíveis ao 2º grau.	20 – Estudar as primeiras noções sobre trinômio do 2º grau; representação gráfica e aplicação simples. Entre as equações redutíveis ao 2º grau, estudar as equações biquadradas e as irracionais simples.
21 – Segmentos proporcionais; semelhança de polígonos; seno, coseno e tangente de um ângulo.	21 – Relacionar com o estudo das razões e proporções.
22 – Relações métricas nos triângulos. Lei dos senos e co-senos.	22 – Lembrar a representação geométrica do número real; construção geométrica dos irracionais quadráticos.
23 – Relações métricas no círculo; polígonos regulares.	23 – Ressaltar as construções geométricas de polígonos regulares.
24 – Áreas dos polígonos; medida da circunferência e área do círculo.	24 – Noção do número π.
	Conclusão

(SANGIORGI, 1967, p. 3 - 5)

Para as análises dos livros didáticos a seguir, consideraremos como referência, o *Programa Mínimo* no período antes do MMM, aprovado na reforma Simões Filho através da Portaria Ministerial nº 966, de 2 de Outubro de 1951, e o *Programa Assuntos Mínimos* para um moderno programa de matemática para o período durante o MMM, aprovado no quarto Congresso de Matemática em 1962.

3 Análise de livros didáticos: antes e durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

Neste capítulo gostaríamos de olhar mais detalhadamente como o ensino dos números naturais foram afetados. Essa questão deverá ser feita a partir da análise de livros didáticos publicados pelos autores Ary Quintela, Osvaldo Sangiorgi, Carlos Galante, Osvaldo Marcondes dos Santos e Miguel Assis Name. Consideraremos como recorte o período anterior ao MMM, entre as décadas de 1950 e 1960, e período corrente ao MMM, entre os anos de 1960 e 1975. Em trabalho recente, (SILVA; SIQUEIRA, 2013), mostraram que estes autores são os mais representativos nos períodos listados.

Faremos uma análise dos livros a partir de três dimensões:

> A primeira dimensão consiste em analisar as mudanças nas várias edições de um livro-texto escolhido como ponto de partida, por exemplo um livro didático de álgebra ou de aritmética;
> A dimensão seguinte consiste em encontrar mudanças correspondentes em outros livros-texto integrantes da mesma obra, por meio do estudo das partes que lidam com campos conceituais relacionados, como por exemplo geometria algébrica, trigonometria etc.;
> A terceira dimensão relaciona as mudanças nos livros didáticos a mudanças no contexto: mudanças no programa de ensino, decretos ministeriais, debates didáticos, evolução da matemática, mudanças na epistemologia etc. (SCHUBRING, 2003, p. 126).

Além desses três elementos, gostaríamos de seguir também as modificações editoriais que esses livros sofreram no período. Faremos isto seguindo um tema em particular: o ensino dos números naturais.

3.1 Uma análise de três livros antes do Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

Ary Quintela, Osvaldo Sangiorgi, Carlos Galante, e Osvaldo Marcondes dos Santos escreveram uma série de livros de matemática, antes do MMM no Brasil.

Analisaremos os livros:

1) *1ª Série Ginasial da Coleção Matemática Curso Ginasial, 11ª edição, produzido pela Editora Nacional no ano de 1955, de Osvaldo Sangiorgi;*

2) *Primeira Série Ginasial da Coleção Matemática, 68ª edição, produzido pela Editora Nacional no ano de 1959, de Ary Quintela;*
3) *Primeira Série – Curso Ginasial, da Coleção Didática do Brasil – Série Ginasial – Vol. 68 – Matemática, 13ª edição, produzido pela Editora do Brasil S / A, no ano de 1954, de Carlos Galante em co-autoria com Osvaldo Marcondes dos Santos.*

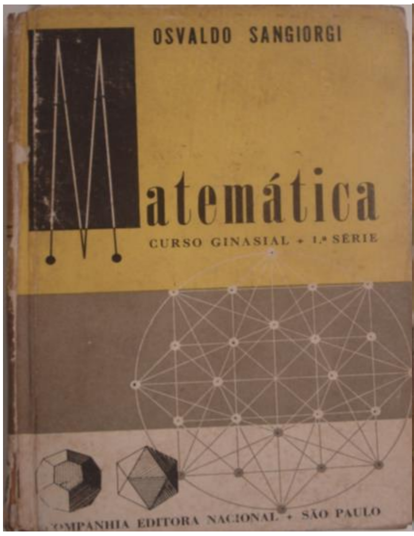


Figura 1 - Capa do livro (SANGIORGI, 1955).

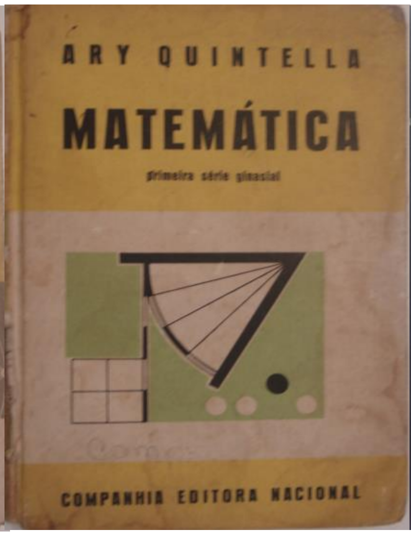


Figura 2 - Capa do livro (QUINTELA, 1959).

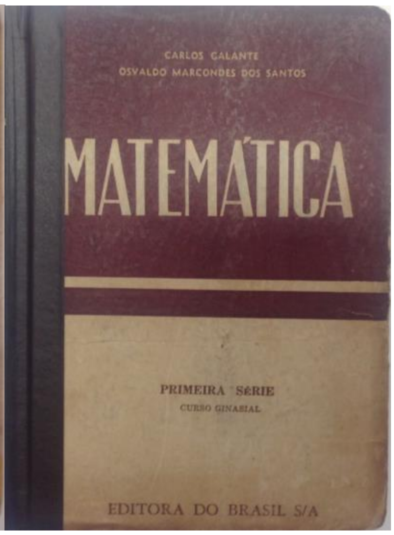


Figura 3 - Capa do livro (GALANTE, 1954).

As capas dos livros didáticos de Sangiorgi e Quintela, (Figura 1) e (Figura 2), trazem estampadas figuras geométricas, e apresentam quatro cores diferentes, já a capa do livro de Galante, (Figura 3), não estampa nenhuma figura e apresenta três cores diferentes. Nos três casos, os nomes dos livros e dos autores figuram na parte mais alta da capa, enquanto na parte inferior vemos o nome da editora. A proposta da Editora do Brasil é bem mais modesta, tanto no uso das cores quanto nas ilustrações.

As contra-capas dos três livros seguem o mesmo padrão, com informações sobre editora, edição, número do exemplar, autor ou autores, e um aviso sobre o livro estar de acordo com o *Programa Mínimo*, conforme portarias n.° 966, de 2/10/51 e 1045, de 14/12/51, relativas a reforma Simões Filho, a única diferença encontrada, foi no livro de Quintela, onde há menção ao arquiteto da capa do livro, Hugo Ribeiro.

O livro de Sangiorgi é composto por 236 páginas de dimensões 13,5 cm por 19,5 cm, com aproximadamente 120 palavras por página. Em relação ao número de cores utilizadas no livro, com exceção da capa onde foram observadas quatro cores diferentes, o interior do livro apresenta apenas duas cores diferentes, a preta usada na grafia e o branco do papel. As margens laterais das folhas eram largas, e margens inferiores e superiores estreitas. Neste livro só foi encontrada uma imagem de uma barra de chocolate no capítulo sobre números fracionários.

O livro de Quintela é composto por 220 páginas de dimensões 13,5 cm por 19 cm, com aproximadamente 160 palavras por página. As margens laterais, inferior e superior eram largas. O número de cores utilizadas no livro, com exceção da capa onde foram observadas quatro cores diferentes, amarelo, preto, verde e branco, eram duas, a preta usada na grafia e o branco do papel. No livro havia poucas imagens, e quando apareciam, contextualizam a explanação de algum assunto.

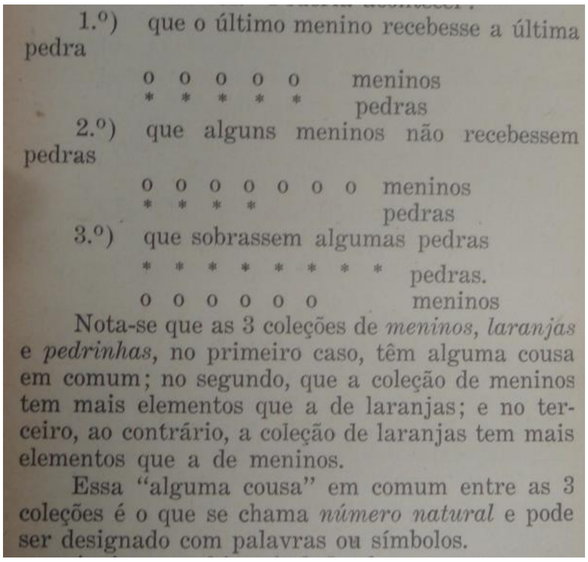
O livro de Galante é composto por 315 páginas, com aproximadamente 130 palavras por página, com dimensões 14 cm x 19 cm. As margens laterais, inferior e superior eram largas. Em relação a utilização de cores no livro, a capa continha três cores diferentes, e nas partes internas duas cores, sendo elas a preta, usada na grafia, e a branca da folha.

Observamos que os autores e editoras demonstram preocupação em cumprir a legislação, pois os assuntos nos livros, correspondem aos assuntos estabelecidos pelo *Programa Mínimo*, para a primeira série ginasial, e são os seguintes:

- Números inteiros; Operações fundamentais; Números Relativos.
- Divisibilidade aritmética, Números primos.
- Números Fracionários.
- Sistema Legal de Unidades de Medir, Unidades e Medidas Usuais.

Nos livros de Sangiorgi e Quintela estes assuntos estão distribuídos nos seus índices, em quatro capítulos, e no índice do livro de Galante em 19 capítulos. Somente os livros de Galante e Sangiorgi continham prefácio, onde faziam menção ao livro estar de acordo com o programa mínimo.

Os autores Galante e Quintela definiram a ideia de numero natural a partir da correspondência dos elementos de dois conjuntos, utilizando figuras no texto, que representam conjuntos, para contextualizar a explanação do assunto (Figura 4) e (Figura 5).



1.º) que o último menino recebesse a última pedra

o o o o o meninos
* * * * * pedras

2.º) que alguns meninos não recebessem pedras

o o o o o o o meninos
* * * * pedras

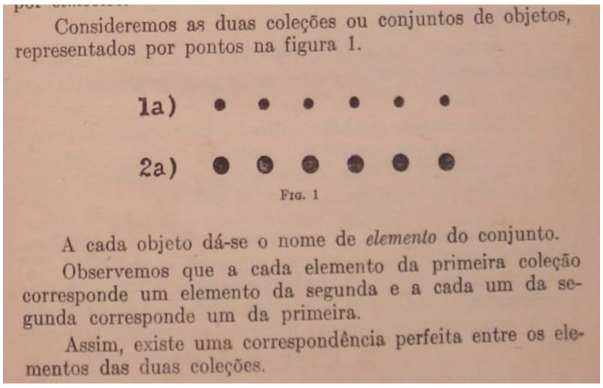
3.º) que sobrassem algumas pedras

* * * * * * * * pedras.
o o o o o o meninos

Nota-se que as 3 coleções de *meninos, laranjas* e *pedrinhas*, no primeiro caso, têm alguma cousa em comum; no segundo, que a coleção de meninos tem mais elementos que a de laranjas; e no terceiro, ao contrário, a coleção de laranjas tem mais elementos que a de meninos.

Essa "alguma cousa" em comum entre as 3 coleções é o que se chama *número natural* e pode ser designado com palavras ou símbolos.

Figura 4 - Correspondência entre conjuntos (GALANTE, 1954, P. 14).



Consideremos as duas coleções ou conjuntos de objetos, representados por pontos na figura 1.

1a) • • • • • •

2a) ● ● ● ● ● ●

FIG. 1

A cada objeto dá-se o nome de *elemento* do conjunto.

Observemos que a cada elemento da primeira coleção corresponde um elemento da segunda e a cada um da segunda corresponde um da primeira.

Assim, existe uma correspondência perfeita entre os elementos das duas coleções.

Figura 5 - Correspondência entre conjuntos (QUINTELA, 1959, P. 13).

Notamos que os autores Galante e Quintela não definem correspondência biunívoca, mas a utilizam para descrever a idéia de número natural, e definem número natural como algo em comum aos dois conjuntos, a partir da quantidade de correspondências entre elementos que representam, onde os símbolos 1, 2, 3, 4, 5, ..., representaram as correspondências entre os conjuntos, e formaram a sucessão dos números naturais.

Sangiorgi define a ideia de número natural a partir da necessidade de contagem dos elementos de um conjunto, citando exemplos de conjuntos, como coleção de figurinhas, coleção de livros, aos quais deseja-se quantificar seus elementos, sem utilizar nenhuma representação gráfica. E define os números naturais como sequência infinita de números sucessivos, distantes um do outro por uma unidade, que se inicia a partir do número 1, ou seja, a sequência é dada por: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...

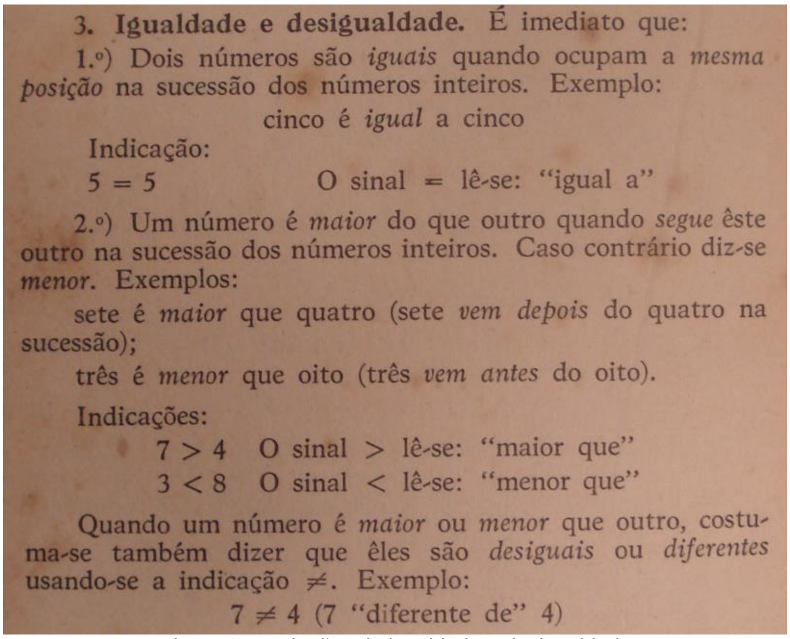
Observamos que os autores definem a sequência dos números naturais como infinita, a partir da ideia de todo número natural ter um sucessor, e utilizam as reticências para dar a idéia de continuidade dos números naturais.

O número zero para Quintela e Sangiorgi está associado a ideia de coleção vazia, enquanto para Galante (1954, p. 15), “Devido às exigências da numeração escrita, foi necessário criar o zero.”, e todos definem a reunião do zero com a sucessão dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ..., como a sucessão dos números inteiros. É interessante ressaltar que Galante descreveu a ideia de número natural a partir de correspondências entre conjuntos, e não associou o zero a uma coleção vazia. Além disso, a definição dos números inteiros não incluía os números negativos.

Há também o recurso gráfico das pequenas bolas pretas para representar e comparar números, tanto em Quintela, na Editora Nacional, quanto em Galante, na Editora do Brasil. No caso de Galante, os elementos gráficos ainda estão muito próximos de elementos textuais. As bolinhas são asteriscos e zeros.

Os autores abordam de formas diferentes a explanação das relações de igualdade e desigualdade entre números inteiros, e introduzem os sinais: > (maior que), < (menor que), ≥ (maior ou igual), ≤ (menor ou igual), = (igual), e ≠ (diferente), para estabelecer as relações de ordem.

Sangiorgi estabelece as relações de ordem entre números inteiros, a partir do fato que todo número natural tem um sucessor (Figura 6).


3. **Igualdade e desigualdade.** É imediato que:

1.º) Dois números são *iguais* quando ocupam a *mesma posição* na sucessão dos números inteiros. Exemplo:

cinco é *igual* a cinco

Indicação:

5 = 5 O sinal = lê-se: “igual a”

2.º) Um número é *maior* do que outro quando *segue* êste outro na sucessão dos números inteiros. Caso contrário diz-se *menor*. Exemplos:

sete é *maior* que quatro (sete *vem depois* do quatro na sucessão);

três é *menor* que oito (três *vem antes* do oito).

Indicações:

7 > 4 O sinal > lê-se: “maior que”

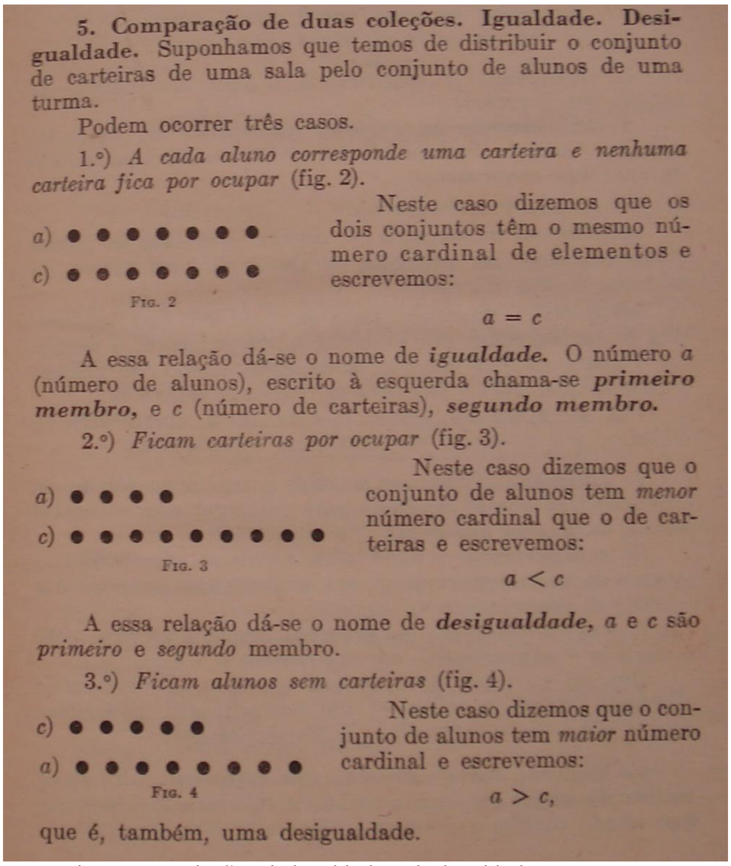
3 < 8 O sinal < lê-se: “menor que”

Quando um número é *maior* ou *menor* que outro, costuma-se também dizer que êles são *desiguais* ou *diferentes* usando-se a indicação ≠. Exemplo:

7 ≠ 4 (7 “diferente de” 4)

Figura 6 - Relações de igualdade e desigualdade
(SANGIORGI, 1955, P. 18)

Quintela faz uso da correspondência entre os elementos de dois conjuntos, e da cardinalidade dos conjuntos para definir as relações de igualdade e desigualdade entre números inteiros (Figura 7).



5. Comparação de duas coleções. Igualdade. Desigualdade. Suponhamos que temos de distribuir o conjunto de carteiras de uma sala pelo conjunto de alunos de uma turma.

Podem ocorrer três casos.

1.º) *A cada aluno corresponde uma carteira e nenhuma carteira fica por ocupar* (fig. 2).

a) ● ● ● ● ● ● ●

c) ● ● ● ● ● ● ●

Fig. 2

Neste caso dizemos que os dois conjuntos têm o mesmo número cardinal de elementos e escrevemos:

$$a = c$$

A essa relação dá-se o nome de ***igualdade.*** O número a (número de alunos), escrito à esquerda chama-se ***primeiro membro,*** e c (número de carteiras), ***segundo membro.***

2.º) *Ficam carteiras por ocupar* (fig. 3).

a) ● ● ● ●

c) ● ● ● ● ● ● ● ● ●

Fig. 3

Neste caso dizemos que o conjunto de alunos tem *menor* número cardinal que o de carteiras e escrevemos:

$$a < c$$

A essa relação dá-se o nome de ***desigualdade,*** a e c são *primeiro* e *segundo* membro.

3.º) *Ficam alunos sem carteiras* (fig. 4).

c) ● ● ● ● ●

a) ● ● ● ● ● ● ● ●

Fig. 4

Neste caso dizemos que o conjunto de alunos tem *maior* número cardinal e escrevemos:

$$a > c,$$

que é, também, uma desigualdade.

Figura 7 - Relações de igualdade e desigualdade (QUINTELA, 1959, P. 15).

Galante cita somente a relação de igualdade entre números inteiros onde utiliza o sinal de = (igual), dando alguns exemplos, sem utilizar nenhum argumento para a utilização do sinal de igualdade, e a seguir fala da existência de outros sinais como, > (maior que), < (menor que), ≥ (maior ou igual), ≤ (menor ou igual), sem dar exemplos de suas utilizações.

Observamos que Quintela e Sangiorgi utilizam argumentos diferentes para estabelecer as relações de ordem entre os números inteiros, mostrando que autores tinham liberdade para fazerem a explanação conceitual do assunto, e com consentimento da Editora Nacional. Notamos também que Quintela utiliza noções de teoria dos conjuntos quando usa cardinalidade de conjuntos nas relações de ordem entre números inteiros.

Em seu livro Quintela (1959, p. 27) para definir a operação de adição e seus elementos, utilizou a seguinte situação problema: “um menino possuía 4 livros, e recebeu primeiro 3, depois 2. Quantos livros possui agora ao todo?”. O autor diz que o menino reuniu os livros num só conjunto para contá-los, e em seguida define soma como o número de livros da coleção única, os números 4, 3, e 2 como parcelas, e que o sinal + (mais) indica a adição. No final, Quintela (1959, p. 28) define adição como “a operação que tem por fim achar um número que tenha todas as unidades de dois ou mais números dados, e somente essas”. Quintela representa a situação problema descrita acima com uma imagem de três pilhas de livros, que são reunidos em uma só pilha (Figura 8). Notamos que a quantidade de livros de cada pilha são as parcelas, e a quantidade de livros da pilha única é a soma.

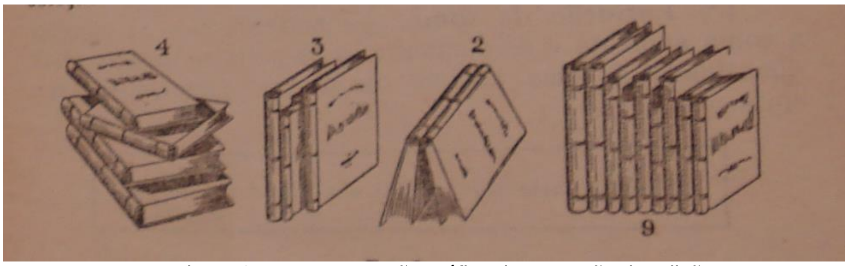


Figura 8 – Representação gráfica da operação de adição (QUINTELA, 1959, P. 27).

Ao explanar sobre a operação de adição, Galante (1954, p. 27) afirma que “dadas duas ou mais coleções de objetos, se as reunirmos numa só, o número desta última coleção é a soma dos números das coleções dadas”, sem utilizar nenhuma imagem que represente conjuntos. E Galante (1954, p. 27) define adição como “a operação pela qual obtemos a soma de dois ou mais números”. Os termos são parcelas ou adendos, e o resultado, soma ou total. No final, Galante mostra que a indicação de uma soma é feita escrevendo os números um em seguida ao outro e separando-os pelo sinal +, que lemos mais.

Sangiorgi (1955, p. 24) define adição como “a operação que tem por fim reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números dados”, o resultado da operação como soma ou total, e os números que se somam como parcelas ou termos. Em seguida, ele mostra que a indicação da adição é feita com o sinal + que se lê: mais. E Sangiorgi (1955, p. 24) cita os seguintes exemplos: “3 + 5 + 2 = 10, onde os números 3, 5, e 2 são as parcelas e o número 10 é a soma ou total; a + b + c = s, onde a, b, e c representam números quaisquer e s a soma deles”.

É interessante citar que os autores Galante e Quintela utilizaram a mesma estratégia didática, pois partiram de uma situação onde reuniram os elementos de dois ou mais conjuntos, em único conjunto, para no final da explanação definirem a operação de adição, sendo que Quintela contou com o auxílio de uma imagem com figuras. E Sangiorgi a partir da definição da operação de adição, citou exemplos de adições. Observamos que os autores usaram a mesma nomenclatura para os elementos envolvidos na adição e somente Sangiorgi utilizou um exemplo literal.

Sangiorgi (1955, p. 24 - 25) apresenta da seguinte forma as propriedades da adição:

> - Uniforme: a adição conduz a um só resultado.
> Exemplo: 4 + 9 apresenta só um resultado que é 13.
> - Comutativa: a ordem das parcelas não altera a soma.
> Exemplos: 5 + 3 = 3 + 5
> 6 + 8 + 1 = 8 + 6 + 1 = 1 + 8 + 6
> E de um modo geral: a + b + c = b + c + a = c + a + b
> - Associativa: a soma de vários números não se altera se se substituem algumas de suas parcelas pela sua soma efetuada.
> Os sinais empregados para as associações das parcelas de uma adição são:
> ( ) denominado parêntese.
> [ ] denominado colchete.
> { } denominado chave.
> Exemplos: 8 + 3 + 5 = (8 + 3) + 5 = 11 + 5
> 13 + 5 + 2 + 7 = (13 + 5) + (2 + 7) = 18 + 9
> E de um modo geral: a + b + c = (a + b) + c
> - Dissociativa: em toda soma pode se substituir uma parcela por outras cuja soma seja igual a ela. Esta propriedade é de sentido contrário da propriedade comutativa.
> Exemplo: 9 + 3 + 8 = (5 + 4) + 3 + 8
> E de um modo geral: (a + b) + c = a + b + c

A partir da situação problema apresentada por Quintela (1959, p. 27), “um menino possuía 4 livros, e recebeu primeiro 3, depois 2. Quantos livros possui agora ao todo?”. Quintela (1959, p. 28 - 29) apresenta da seguinte forma as propriedades da adição:

> - Variação da soma: a soma varia no mesmo sentido das parcelas.
> - Propriedade comutativa: a troca da ordem dos livros ganhos pelo menino, não altera a quantidade de livros reunidos, ou seja:
> 4 + 3 + 2 = 4 + 2 + 3 = 3 + 4 + 2.
> Logo podemos concluir que a ordem das parcelas não altera a soma.
> - Propriedade associativa: O menino teria recebido os livros ao mesmo tempo, e ainda assim a quantidade de livros seria a mesma, o que se traduz escrevendo as parcelas entre parênteses (3 + 2), tem-se que:

> $4 + 3 + 2 = 4 + (3 + 2)$
> O parêntese ( ) é um sinal de reunião, indica ter sido reunidos os dois últimos números. Além do parêntese, usam-se os sinais de reunião:
> [ ] colchetes e { } chaves.
> Logo podemos concluir que não se altera a soma de vários números substituindo duas ou mais parcelas pela sua soma.
> - Propriedade dissociativa: a propriedade dissociativa da adição é a inversa da propriedade associativa. Da igualdade:
> $4 + 3 +2 = 4 + (3 + 2)$
> conclui-se que: $4 + (3 + 2) = 4 + 3 +2$
> Logo pode-se substituir uma parcela pela soma de duas ou mais outras que lhe correspondam.

Galante (1954, p. 27 e 28) apresenta da seguinte forma as propriedades da adição:

> - Unívoca: a adição da sempre um resultado único e bem determinado.
> - comutativa: a soma não depende da ordem das parcelas.
> Por exemplo: $5 + 3 = 3 + 5$
> $2 + 1 + 4 + 3 = 3 + 1 + 4 + 2 = 1 + 2 + 4 + 3 = 1 + 2 + 3 + 4$
> - Associativa: numa adição de várias parcelas, não se altera os resultados quando substituímos duas ou mais parcelas pela sua soma.
> Exemplo: $3 + 2 + 1 + 4 + 5 = 3 + (2 + 1 + 4) + 5$
> Com efeito, somando o primeiro membro temos:
> $3 + 2 + 1 + 4 + 5 = 15$
> Somando o segundo membro temos:
> $3 + (2 + 1 + 4) + 5 = 3 + 7 + 5 = 15$
> logo os adendos 2 + 1 + 4 podem ser substituídos pela sua soma 7.

No final, Galante apresenta os sinais: ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves, como sinais de reunião. E conclui que são utilizados para indicar que as operações dos termos que encerram, devem ser consideradas como efetuadas.

Observamos que Galante, Quintela e Sangiorgi apresentam os sinais de associação: parênteses, colchetes e chaves, na explanação da propriedade associativa, e não apresentam uma ordem para a utilização das mesmas.

As propriedades comutativa e associativa são apresentadas pelos três autores. A propriedade dissociativa é apresentada apenas por Quintela e Sangiorgi, e as propriedades unívoca e uniforme se equivalem, sendo apresentadas respectivamente por Galante e Sangiorgi, e a propriedade variação da soma é apresentada somente por Quintela.

Devemos ressaltar que Quintela apresenta as propriedades a partir de uma situação problema, e conclui a definição da propriedade ao final, já os autores Sangiorgi e Galante partem da definição das propriedades e utilizam exemplos para apresenta-las, sendo que Sangiorgi é o único que utiliza exemplos com representação literal. Ou seja o primeiro é indutivo, enquanto o segundo é dedutivo.

Para apresentar e definir a operação de subtração, Quintela (1959, p. 31) utilizou a seguinte situação problema: “uma fruteira tem 9 laranjas, se retirarmos 4, quantas ficam?”. A seguir definiu os elementos da subtração:

- O subtraendo é a coleção que se retira, e corresponde a 4 laranjas.
- O minuendo é a coleção da qual o subtraendo é retirado, e corresponde a 9 laranjas.
- O resto é a coleção restante, e corresponde a 5 laranjas.

Depois mostra que o sinal – (menos), indica a subtração, em seguida Quintela (1959, p. 32) faz as seguintes observações:

“1ª) A subtração só é possível quando o subtraendo é menor que o minuendo.
2ª) Quando o subtraendo é igual ao minuendo, a diferença é nula (zero)”.

Ou seja, com essas observações ele exclui, por ora, a existência dos números negativos. E no final, Quintela (1959, p. 32) define subtração “como a operação que tem por fim, dados dois números, minuendo e subtraendo, achar um terceiro, resto, que, somado ao segundo, reproduza o primeiro”.

Sangiorgi (1955, p. 27) define subtração “como diferença de dois números, dados numa certa ordem, a um terceiro número que, somado ao segundo, dá para resultado o primeiro”;

Galante (1954, p. 33) define subtração “como operação pela qual dado dois números, sendo o primeiro maior ou igual ao segundo, encontra-se um terceiro, que somado ao segundo dá o primeiro”.

Observamos que os autores Sangiorgi e Galante apresentaram e definiram subtração, usando a mesma estratégia didática, partindo das definições feitas acima e definindo os elementos envolvidos na subtração. Notamos ainda que utilizaram a mesma nomenclatura para os elementos: o primeiro número é o minuendo, o segundo número é o subtraendo, e o terceiro número é o resto ou diferença. Em seguida Sangiorgi (1954, p. 28) apresenta os exemplos, “$8 - 5 = 3$ pois $5 + 3 = 8$, $a - b = c$ quando $b + c = a$”.

E no final, Sangiorgi (1955, p. 28) afirma que “a subtração de dois números só é possível se o minuendo for igual ou maior que o subtraendo”. Galante não apresentou exemplos.

É importante destacar que Quintela utilizou uma estratégia didática diferente de Galante e Sangiorgi para apresentar e definir subtração, pois partiu de uma situação problema envolvendo subtração, em que chama os elementos: minuendo, subtraendo, e resto, de coleções, para no final definir subtração. As estratégias didáticas, portanto, são mantidas.

No que se refere às propriedades da subtração os autores apresentam textos bastante distintos, especialmente para o problema da distributiva do sinal.

Sangiorgi (1955, p. 28) apresenta as seguintes propriedades da subtração:

> 1ª) Uniforme: a subtração conduz a um único resultado;
> 2ª) Somando ou subtraindo um mesmo número aos termos de uma subtração a diferença não se altera. Exemplo:
> Seja a diferença: $15 - 8 = 7$.
> Somando 4 aos dois termos, teremos:
> $$(15 + 4) - (8 + 4) = 19 - 12 = 7.$$
> Ou subtraindo 5 aos dois termos:
> $$(15 - 5) - (8 - 5) = 10 - 3 = 7.$$
> 3ª) A diferença não é comutativa. Exemplo:
> $$7 - 4 \neq 4 - 7.$$

A partir da mesma situação problema citada anteriormente, em que há 9 laranjas em uma fruteira e, retiram-se 4 laranjas, ficando 5 laranjas, Quintela (1959, p. 32 - 33) apresenta as seguintes propriedades da subtração:

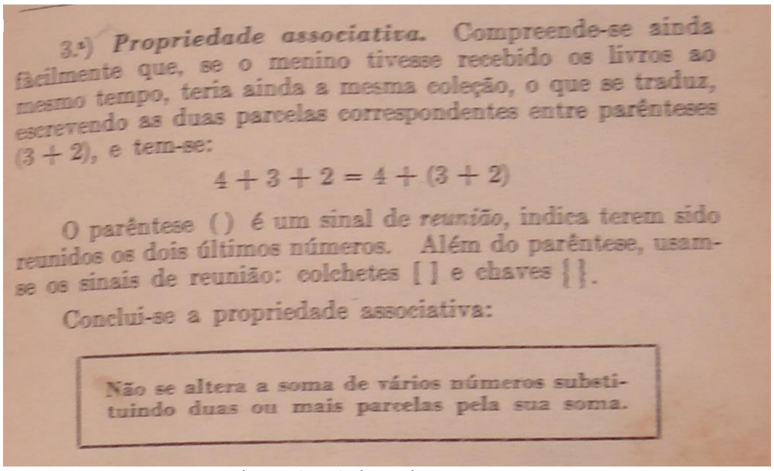
> 1ª propriedade: Se aumentarmos o número de laranjas da fruteira, o resto aumentará e, se diminuirmos, o resto diminuirá.
> Isto é: o resto varia no mesmo sentido do minuendo;
> 2ª propriedade: Se, em lugar de retirar quatro laranjas, retirássemos mais laranjas, o resto diminuiria, e, retirássemos menos laranjas, o resto aumentaria.
> Isto é: o resto varia no sentido contrário do subtraendo;
> 3ª propriedade: É claro que se juntarmos às duas coleções a mesma quantidade, o resto permanecera invariável; acontecendo o mesmo, se diminuirmos as duas coleções da mesma quantidade.
> Isto é: somando ou subtraindo o mesmo número ao minuendo e subtraendo, o resto não se altera.
> E dessas três propriedades decorrem imediatamente as seguintes:
> 4ª propriedade: para subtrair uma soma de um número, pode-se subtrair desse número a primeira parcela, do resultado obtido, a segunda e, assim por diante, até a última parcela.
> Exemplo: $9 - (2 + 3) = 9 - 2 - 3$.
> 5ª propriedade: para somar uma diferença a um número, pode-se somar ao número e minuendo e do resultado subtrair o subtraendo.
> Exemplo: $4 + (5 - 3) = (4 + 5) - 3$.
> 6ª propriedade: para subtrair uma diferença de um número pode-se subtrair o minuendo e somar o subtraendo.
> Exemplo: $9 - (5 - 3) = 9 - 5 + 3$.

Galante (1954, p. 33) apresenta as seguintes propriedades da subtração:

> 1ª propriedade: a subtração da sempre um resutado único e bem determinado.
> - 2ª propriedade: para subtrair uma soma de um número, subtraem-se, sucessivamente, do número todas as parcelas dessa soma.
> Exemplo: $8 - (2 + 3) = 8 - 2 - 3$
> - 3ª propriedade: para subtrair de um número uma diferença, pode-se somar o subtraendo e subtrair o minuendo.
> Exemplo: $15 - (8 - 3) = 15 - 8 + 3$
> - 4ª propriedade: para somar a um número uma diferença, soma-se o minuendo e subtrai-se o subtraendo.
> Exemplo: $12 + (8 - 2) = 12 + 8 - 2$

Os números de propriedades da subtração expostas pelos autores são diferentes, e algumas propriedades são equivalentes, por exemplo a segunda propriedade exposta por Sangiorgi, corresponde a terceira propriedade exposta por Quintela, assim como a quarta e quinta propriedades apresentadas por Quintela correspondem respectivamente a segunda e terceira propriedades apresentadas por Galante. Um ponto interessante é que Sangiorgi coloca como uma propriedade, o fato da subtração não ser comutativa. Notamos que os autores mantêm a mesma estratégia didática usada na definição de subtração.

Durante o desenvolvimento dos assuntos descritos nos livros de Quintela e Sangiorgi foram observados a utilização de pequenos retângulos nos textos para destacar informações importantes, as quais eram inseridas no seu interior, (Figura 9) e (Figura 10).



3.ª) ***Propriedade associativa.*** Compreende-se ainda fàcilmente que, se o menino tivesse recebido os livros ao mesmo tempo, teria ainda a mesma coleção, o que se traduz, escrevendo as duas parcelas correspondentes entre parênteses $(3 + 2)$, e tem-se:

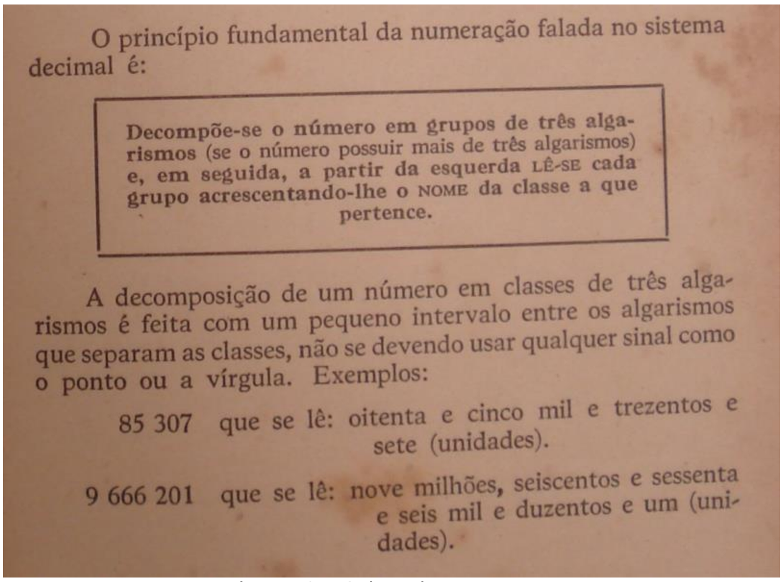
$$4 + 3 + 2 = 4 + (3 + 2)$$

O parêntese ( ) é um sinal de *reunião*, indica terem sido reunidos os dois últimos números. Além do parêntese, usam-se os sinais de reunião: colchetes [ ] e chaves { }.

Conclui-se a propriedade associativa:

Não se altera a soma de vários números substituindo duas ou mais parcelas pela sua soma.

Figura 9 - Caixas de resumo
(QUINTELA, 1959, P. 29).



O princípio fundamental da numeração falada no sistema decimal é:

Decompõe-se o número em grupos de três algarismos (se o número possuir mais de três algarismos) e, em seguida, a partir da esquerda LÊ-SE cada grupo acrescentando-lhe o NOME da classe a que pertence.

A decomposição de um número em classes de três algarismos é feita com um pequeno intervalo entre os algarismos que separam as classes, não se devendo usar qualquer sinal como o ponto ou a vírgula. Exemplos:

85 307 que se lê: oitenta e cinco mil e trezentos e sete (unidades).

9 666 201 que se lê: nove milhões, seiscentos e sessenta e seis mil e duzentos e um (unidades).

Figura 10 - Caixas de resumo
(SANGIORGI, 1955, P. 21).

Analisando as figuras, verificamos que os retângulos funcionam como caixas onde são inseridos um resumo ou definição do assunto trabalhado. Temos que destacar também que os autores usam estratégias didáticas diferentes na utilização das caixas de resumo. Quintela parte de uma situação problema e destaca ao final o resumo como uma definição do assunto desenvolvido. Sangiorgi parte da definição do assunto representado na caixa de resumo, e explana com situações problemas, onde aplica as informações da definição.

No livro de Sangiorgi, os exercícios estão localizados logo após aos assuntos abordados em cada capítulo, e acompanhados de suas respostas, e no final do livro há uma lista de exercícios chamada de exercícios de recapitulação, com problemas e expressões numéricas.

No livro de Quintela, os exercícios estão localizados em cada unidade após cada assunto abordado, e a resposta ao lado de cada item dos exercícios.

Os exercícios no livro de Galante estão localizados sempre após os assuntos abordados em cada capítulo, e ao final as respectivas respostas. Também há exercícios com respostas no final do capítulo, problemas resolvidos, problemas para resolver, além de questões propostas, sempre com respostas ao final do livro.

Observamos que de maneira geral, todos os livros continham respostas dos exercícios, e estavam sempre localizados após cada assunto, além de poucas imagens, e nenhuma era colorida. Apenas o livro de Galante continha problemas resolvidos.

A utilização de teoria dos conjutos por parte dos autores foi pequena, Sangiorgi apenas fez menção a conjunto sem nem um tipo de representação gráfica. Quintela e Galante sugerem uma correspondência biunívoca para definir a idéia de número, além de representações por figuras que expressavam a idéia de conjuntos.

Quintela usou comparação entre conjuntos para estabelecer as relações de ordem, e foi o que mais apresentou implicitamente noções de teoria dos conjuntos no seu livro.

3.2 Uma análise de três livros durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil, na década de 1960.

Ary Quintela, Osvaldo Sangiorgi, e Carlos Galante escreveram uma série de livros de matemática, durante o MMM no Brasil, na década de 1960. Analisaremos os livros:

1) *Volume 1 para os ginásios, da Coleção Matemática Curso Moderno, 5ª edição, produzido pela Editora Nacional no ano de 1965, de Osvaldo Sangiorgi, onde encontramos menção ao nome do responsável pelo projeto editorial, Nestor Battagliero.*

2) *Primeira Série Ginasial da Coleção Matemática, 121ª edição, produzido pela Editora Nacional no ano de 1966, de Ary Quintela, onde encontramos menção ao reponsável pela ilustração, o arquiteto Hugo Ribeiro, e pelo desenho da capa, Eugênio Hirsch.*

3) *Primeira Série – Curso Ginasial, da Coleção Didática do Brasil – Série Ginasial – Vol. 68 – Matemática, 51ª edição, produzido pela Editora do Brasil S / A, no ano de 1965, de Carlos Galante, não é apresentado o responsável pelas ilustrações.*

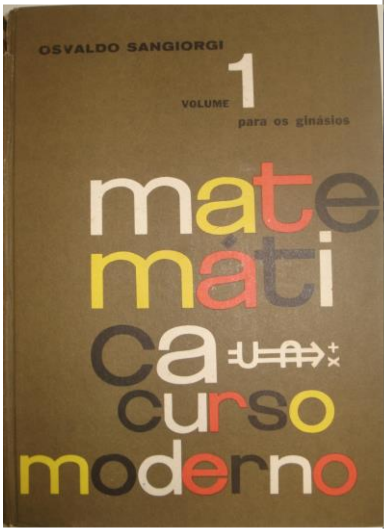


Figura 11 - Capa do livro (SANGIORGI, 1965).

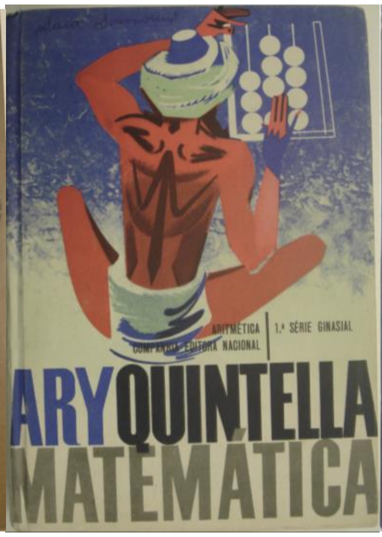


Figura 12 - Capa do livro (QUINTELA, 1966).

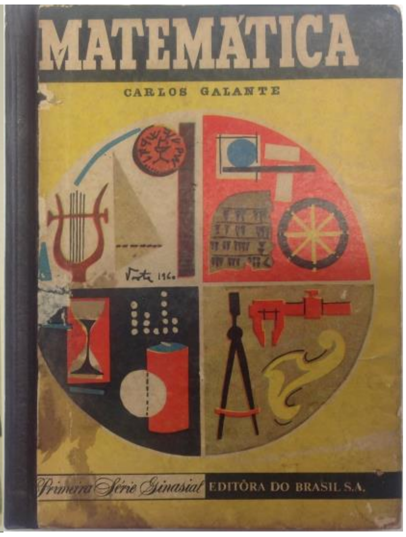


Figura 13 - Capa do livro (GALANTE, 1965).

. Agora, as capas trazem uma variedade maior de cores, uma organização espacial distinta do título, nome do autor e da editora, além de mais elementos gráficos referentes á matemática. Observando a capa do livro de Sangiorgi (Figura 11), notamos em destaque o nome do livro, que contém as palavras Matemática Curso Moderno e os sinais de ∩ (intersecção) e U (união) que são usados nas operações entre conjuntos, elementos importantes da Matemática Moderna.

A capa do livro de Quintela (Figura 12) trazia a figura de um indu com um abaco em suas mãos, aparentemente efetuando contagem, ou seja, relacionando matemática ao ato de realizar contagem. O livro de Galante por sua vez traz estampados na capa (Figura 12) objetos como paquímetro, compasso, ampulheta, roda, e um instrumento musical. Notamos que os elementos presentes na capa estão relacionados à matemática.

As contra-capas dos três livros continham informações sobre editora, edição, autor, e ano de publicação, e a única diferença foi no livro de Quintela onde estava escrito que o livro continha 1050 exercícios.

Somente os livros de Quintela e Sangiorgi continham prefácio, onde declaram que os assuntos presentes nos livros estão de acordo com o *Programa Assuntos Mínimos* para um moderno programa de matemática, aprovado no quarto congresso do ensino da matemática realizado em Belém, Pará, no ano de 1962. Mas, analisando os livros dos três autores, verificamos que Quintela e Sangiorgi seguiam o *Programa Assuntos Mínimos*.

Notamos uma mudança de comportamento de Galante, que continuou seguindo o Programa Mínimo, mas não seguiu as recomendações do Programa Assuntos Mínimos, nas quais eram previstas a introdução de noções de teoria dos conjutos e estruturas matemáticas.

O livro de Sangiorgi é composto por 327 páginas de dimensões 21,5 cm por 15cm, com aproximadamente 160 palavras por página. E as margens do livro são largas nas laterais, e estreitas na inferior e superior. Em relação a utilização de cores no livro, a capa continha cinco cores diferentes, amarelo, vermelho, marron, preto e branco, e nas partes internas haviam sempre três cores, sendo elas a preta, usada na grafia, a branca da folha, e a azul, usada na maior parte das vezes em imagens. E é composto por quatro capítulos dedicados aos seguintes assuntos centrais:

- Capitulo 1: Noção de conjunto.
- Capitulo 2: Idéia geral de operação.
- Capitulo 3: Números fracionários.
- Capitulo 4: Sistema legal de unidades de medir; área das principais figuras planas; volume dos principais sólidos; sistema de medidas não decimais.

O livro de Quintela é composto por 276 páginas de dimensões 13,5 cm por 19cm, com aproximadamente 150 palavras por página, e as margens laterais, inferior e superior das folhas eram largas. Em relação a utilização de cores, a capa continha seis cores diferentes, azul, rosa, marron, cinza, preto e branco, e nas partes internas haviam sempre três cores, sendo elas a preta, usada na grafia, a branca da folha, e a cinza, usada na maior parte das vezes em imagens.

E apresenta um plano de desenvolvimento do programa, o qual esta dividido em dois períodos, sendo o primeiro de 45 aulas, correspondendo as duas primeiras unidades do livro, e o segundo período de 40 aulas, correspondendo as duas últimas unidades do livro. O livro tem quatro unidades:

Unidade 1: Números Inteiros.

Unidade 2: Divisibilidade Aritmética, Números Primos.

Unidade 3: Números Fracionários.

Unidade 4: Sistema Métrico.

O livro de Galante é composto por 280 páginas de dimensões 19 cm por 14 cm, com aproximadamente 170 palavras por página, e as margens laterais, inferior e superior das folhas eram largas. Em relação a utilização de cores no livro de Galante, a capa continha nove cores diferentes. No interior do livro só foram utilizadas cores nos problemas visualizados, chegando a se utilizar de cinco a seis cores diferentes. No texto do livro haviam sempre duas cores, sendo elas a preta, usada na grafia, e a branca da folha. E o índice é apresentado com o nome de Programa para a primeira série ginasial, e, é composto por quatro assuntos centrais:

- Números inteiros; Operações fundamentais; Números Relativos.
- Divisibilidade aritmética, Números primos.
- Números Fracionários.
- Sistema Legal de Unidades de Medir, Unidades e Medidas Usuais.

Analisando os índices dos três livros, verificamos que os quatro assuntos centrais dos livros de Galante e Quintela são praticamente iguais aos assuntos do programa mínimo. A única diferença é que Quintela divide os assuntos em quatro unidades, e Galante em 16 capítulos.

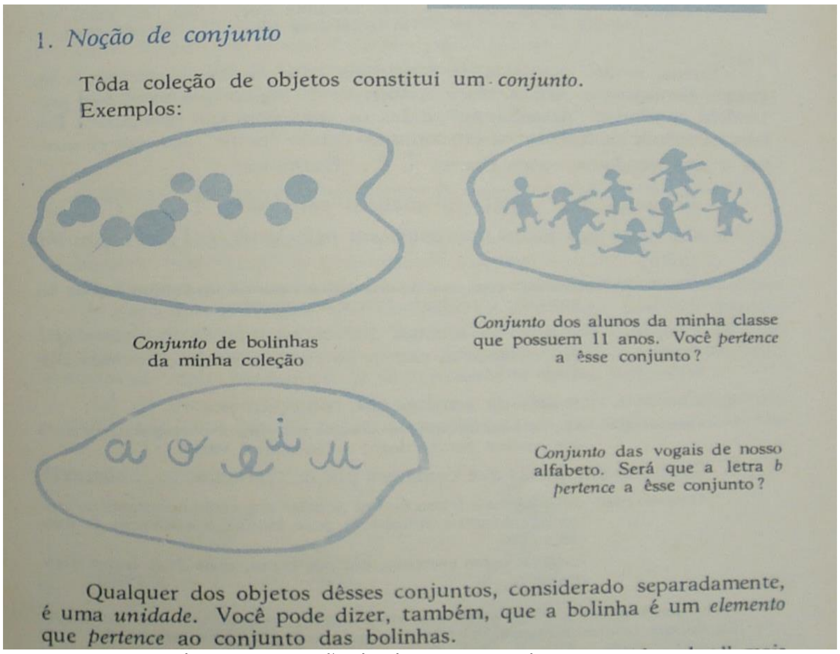
Observamos mudanças na composição dos assuntos no índice do livro de Sangiorgi, em relação ao livro analisado antes do MMM, 1ª série matemática curso ginasial, 11ª edição. Por exemplo, o primeiro capitulo é destinado a noções de teoria dos conjuntos, local este que era ocupado por operações com números inteiros, que agora aparecem no segundo capítulo. Divisibilidade agora é um assunto dentro das operações com números inteiros, e antes ocupava o assunto central do segundo capítulo do livro analisado antes do MMM.

Quintela embora não destaque um capítulo para noções de conjunto, explanará sobre conjuntos durante a primeira unidade de seu livro, que trata dos números inteiros.

Podemos afirmar que em sua maioria, os assuntos presentes nos livros correspondem aos previstos pelo *Programa Mínimo*, com a introdução de noções de conjuntos nos livros de Quintela e Sangiorgi.

3.2.1 A teoria dos conjuntos nos manuais de Sangiorgi, Quintela e Galante.

No primeiro capítulo do livro de Sangiorgi, antes de definir a ideia de número natural, o autor apresenta algumas noções de teoria dos conjuntos, definindo elemento e conjunto (Figura 14), conjunto vazio, conjunto unitário, conjunto infinito, e representações de conjuntos por diagramas e chaves.


1. *Noção de conjunto*

Tôda coleção de objetos constitui um *conjunto*.
Exemplos:

Conjunto de bolinhas da minha coleção

Conjunto dos alunos da minha classe que possuem 11 anos. Você *pertence* a êsse conjunto?

a o e i u

Conjunto das vogais de nosso alfabeto. Será que a letra *b* *pertence* a êsse conjunto?

Qualquer dos objetos dêsses conjuntos, considerado separadamente, é uma *unidade*. Você pode dizer, também, que a bolinha é um *elemento* que *pertence* ao conjunto das bolinhas.

Figura 14 - Noção de elemento e conjunto
(SANGIORGI, 1965, P. 5).

Os primeiros assuntos abordados sobre teoria dos conjuntos serviram de base para definir assuntos posteriores, como: correspondência biunívoca, operações entre inteiros, representações de conjuntos numéricos.Observamos que a representação dos conjuntos por diagramas só foi possível pelos recursos editoriais como figuras e cores.

Quintela em seu livro fala sobre a correspondência entre os elementos de dois conjuntos (Figura 15), e diz que dois conjuntos têm a mesma importância quando a cada elemento do primeiro conjunto corresponde um elemento do segundo conjunto, e cada elemento do segundo conjunto, corresponde a um elemento do primeiro conjunto. Ele esclarece que a natureza dos elementos de cada conjunto não influi na correspondência entre os conjuntos. E definiu número natural como a propriedade comum que tem dois conjuntos, com a mesma importância.

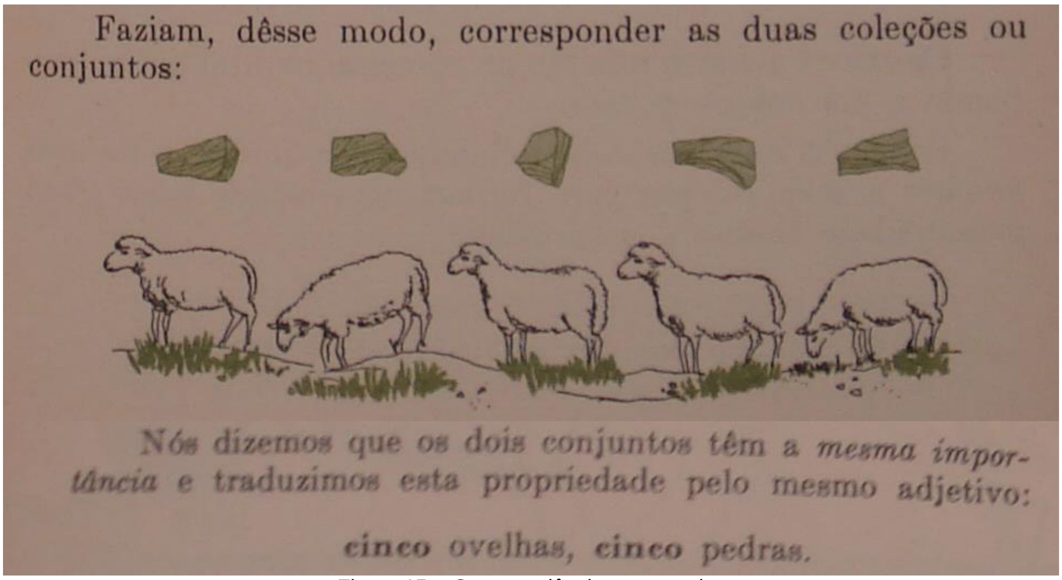


Figura 15 - Correpondência entre conjuntos
(QUINTELA, 1966, P. 13).

E para representar os números naturais utilizou os elementos do conjunto, {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}, definido como sucessão dos números naturais. Notamos que o autor utiliza representação de conjunto usando chaves.

Quintela considera como contagem a representação dos elementos de um conjunto por um número da sucessão dos naturais. E a partir da ideia de número sucessor, define uma propriedade, na qual afirma que o conjunto dos números naturais é ilimitado. A seguir, o autor faz corresponder o zero a uma coleção vazia, ampliando a sucessão dos números naturais, que agora receberá o nome de conjunto dos números inteiros, representado por: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}. E apresenta a representação de conjunto vazio, usando { } ou o símbolo Ø.

Galante define sucintamente a ideia de número natural, sem o uso de figuras que representam conjuntos ou coleções, citando dois conjuntos, um de conchas e outro de cabras, em que seus elementos se correspondem um a um, e têm o mesmo número de elementos. E conforme a quantidade de seus elementos, poderiam ser representados pelos números, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., que formam a sucessão dos números naturais, que será dita infinita, dado ao fato de todo número natural ter um sucessor. A seguir o número zero é associado ao conjunto sem elementos, que reunido a sucessão dos números naturais, formará a sucessão dos números inteiros, dados por, 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Observamos que Quintela e Galante na explanação da ideia de número natural, mantêm a mesma estratégia usada nos seus livros no período antes do MMM, utilizando correspondência biunívoca entre os elementos de dois conjuntos. As diferenças foram que Quintela usou representação de conjuntos por chaves, definiu conjunto vazio, e usou uma imagem com figuras e três cores distintas para representar os conjuntos, um avanço em termos de recursos editoriais. E Galante associou o zero a um conjunto vazio.

Sangiorgi (1965, p. 8) diz que:

> Número é uma idéia que associamos a certos conjuntos que têm, em comum, uma mesma propriedade. Que é o número três? É a propriedade comum a todos os conjuntos de três objetos. É uma propriedade essencial que não depende da natureza dos objetos, e nem da ordem com que eles figuram nos conjuntos.

E a partir desta propriedade comum define correspondência biunívoca (Figura 16).

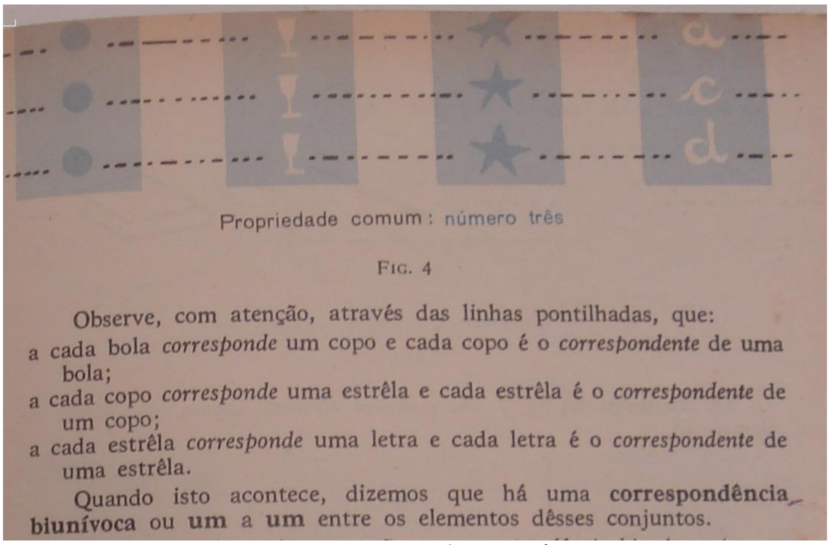


FIG. 4

Observe, com atenção, através das linhas pontilhadas, que:

a cada bola *corresponde* um copo e cada copo é o *correspondente* de uma bola;

a cada copo *corresponde* uma estrêla e cada estrêla é o *correspondente* de um copo;

a cada estrêla *corresponde* uma letra e cada letra é o *correspondente* de uma estrêla.

Quando isto acontece, dizemos que há uma **correspondência biunívoca** ou **um** a **um** entre os elementos dêsses conjuntos.

Figura 16 - Correspondência biunívoca
(SANGIORGI, 1965, P. 9).

Notamos que o autor utiliza figuras diferentes em cada conjunto para enfatizar que a propriedade comum aos quatro conjuntos, que no caso é o número três, independe da natureza de seus elementos. Em seguida, o autor a partir desta propriedade comum, diz que há uma correspondência biunívoca ou “um a um” entre os elementos desses conjuntos.

São dados outros exemplos de conjuntos em correspondência biunívoca, nos quais as propriedades comuns são o número zero e o número um (Figura 17), onde evidenciamos associação do zero a um conjunto vazio.

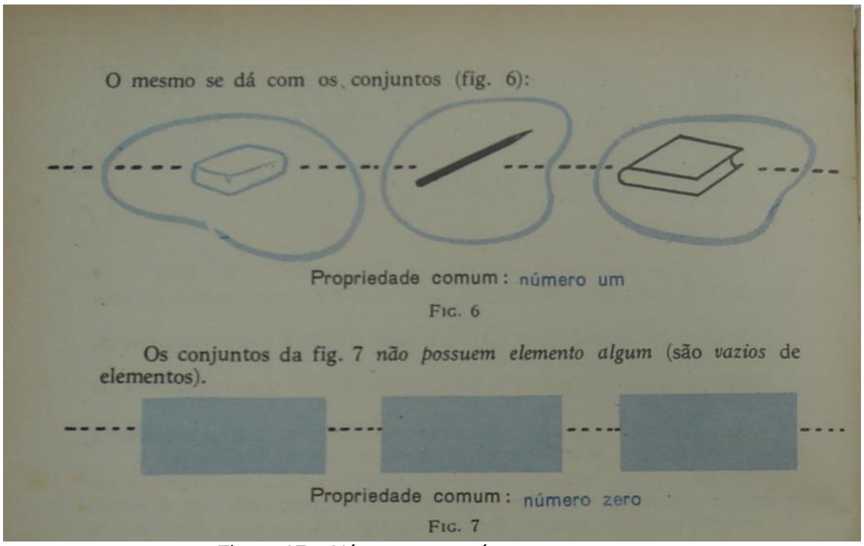


Figura 17 – Número um e número zero
(SANGIORGI, 1965, P. 10).

A partir da idéia de número, Sangiorgi define numeral como nome ou símbolo que exprime o número, e para um número é possível vários numerais (Figura 18).

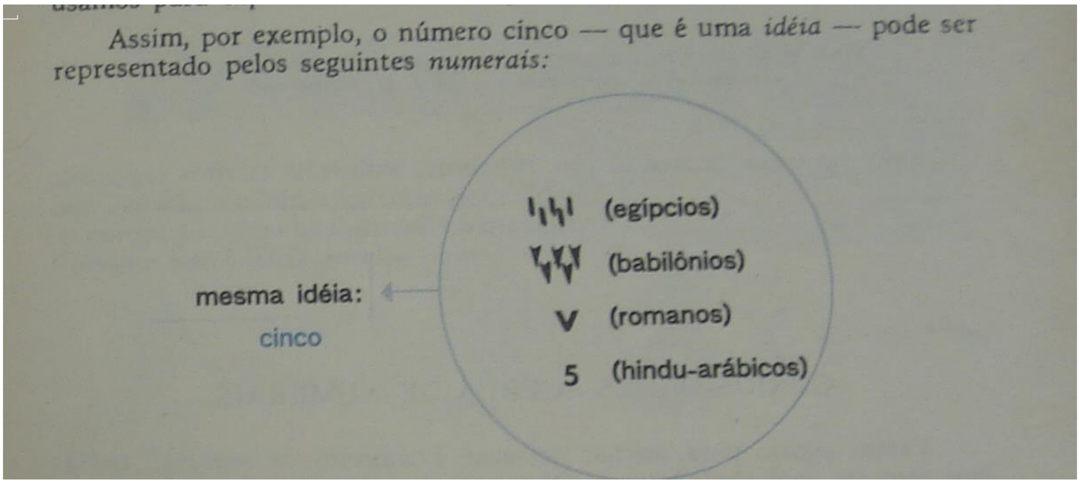


Figura 18 – Númerais de um número
(SANGIORGI, 1965, P. 15).

O autor define a sucessão de números naturais, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., como infinita usando o fato de todo número natural ter um sucessor, sempre com uma unidade a mais, e a mesma agora será representada por um conjunto, denominado conjunto dos números naturais, em que a letra N representara o conjunto dos números naturais, dado por N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}.

A sucessão dos números inteiros foi definida como a reunião do zero com a sucessão dos números naturais. E agora será representada como conjunto dos números inteiros, representado pela letra I, tal que I = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}. Ao final o autor cita que os conjuntos dos números inteiros e naturais são os primeiros exemplos de conjuntos infinitos. Observamos a introdução da letra I para representar o conjunto dos números inteiros.

Sangiorgi (1965, p. 18) diz que: “A experiência, antiga como a humanidade, destaca uma estrutura de ordem que se traduz por: 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 ..., onde < é o símbolo que significa menor que. O símbolo simétrico: > significa maior que”. O autor utiliza uma imagem (Figura 19), para explicar a inversão de ordem, onde um homem, ao lado de um menino, uma menina, e por fim um cachorro, todos ordenados por seu tamanho, onde notamos que as alturas formam uma sequência decrescente. A estrutura de ordem entre números naturais foi chamada de primeira estrutura.

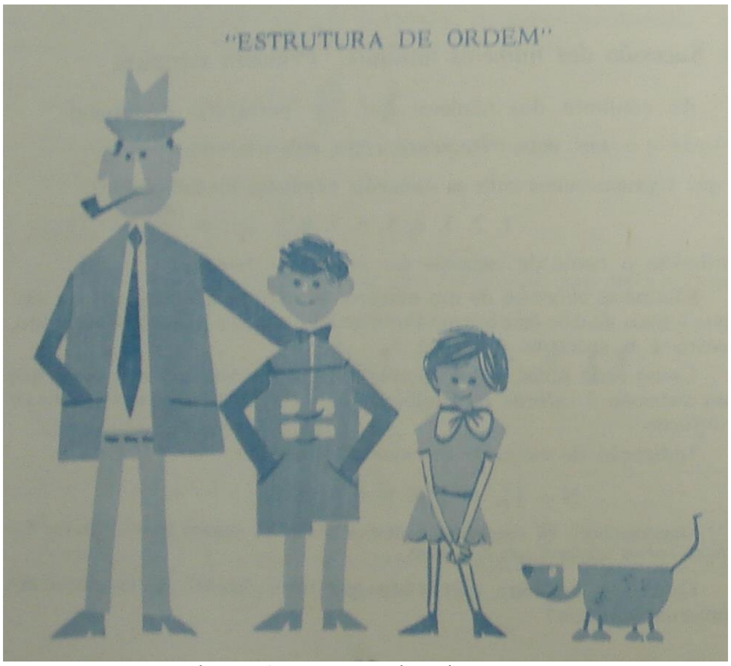
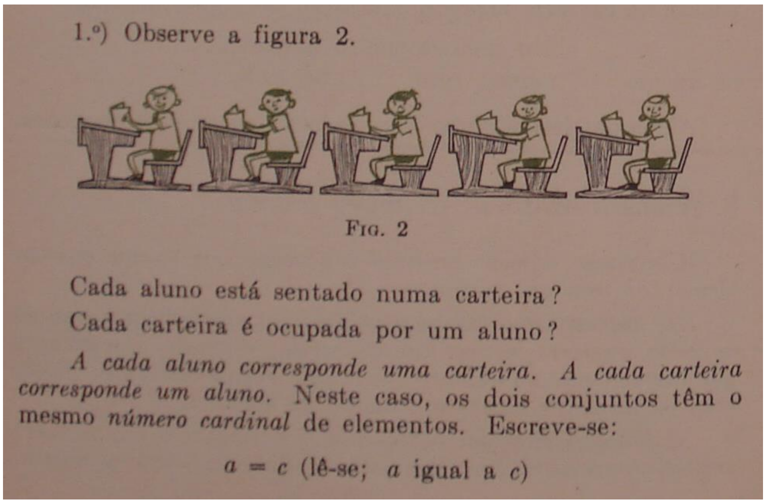


Figura 19 – Estrutura de ordem
(SANGIORGI, 1965, P. 18).

Os três autores introduziram em seus livros os sinais: > (maior que), < (menor que), e = (igual). Somente Sangiorgi e Quintela introduziram os sinais: ≥ (maior ou igual), ≤ (menor ou igual), e ≠ (diferente).

Quintela utiliza figuras (Figura 20) que representam dois conjuntos: um conjunto de carteiras, e conjunto de alunos, para explanar sobre as relações de ordem entre números inteiros. E define que a relação de igualdade entre dois conjuntos, acontece quando ambos têm o mesmo número cardinal de elementos.



1.º) Observe a figura 2.

FIG. 2

Cada aluno está sentado numa carteira?

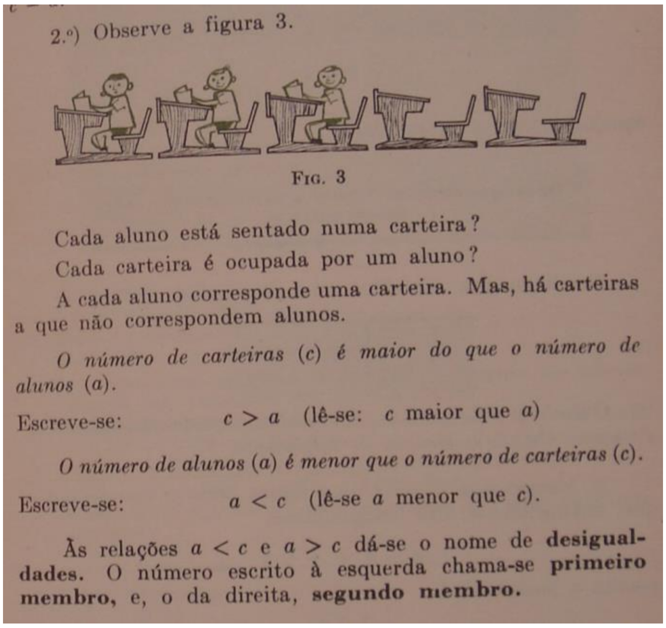
Cada carteira é ocupada por um aluno?

A cada aluno corresponde uma carteira. A cada carteira corresponde um aluno. Neste caso, os dois conjuntos têm o mesmo *número cardinal* de elementos. Escreve-se:

$a = c$ (lê-se; a igual a c)

Figura 20 – Relação de igualdade
(QUINTELA, 1966, P. 16).

De forma parecida, Quintela define a relação de desigualdade, utilizando dois conjuntos que não tem o mesmo número cardinal de elementos (Figura 21).



2.º) Observe a figura 3.

FIG. 3

Cada aluno está sentado numa carteira?

Cada carteira é ocupada por um aluno?

A cada aluno corresponde uma carteira. Mas, há carteiras a que não correspondem alunos.

O número de carteiras (c) *é maior do que o número de alunos* (a).

Escreve-se: $c > a$ (lê-se: c maior que a)

O número de alunos (a) *é menor que o número de carteiras* (c).

Escreve-se: $a < c$ (lê-se a menor que c).

Às relações $a < c$ e $a > c$ dá-se o nome de **desigualdades.** O número escrito à esquerda chama-se **primeiro membro,** e, o da direita, **segundo membro.**

Figura 21 – Relação de desigualdade
(QUINTELA, 1966, P. 17).

Galante (1965, p. 11) em seu livro afirma que “ao comparar conjuntos de elementos, pode acontecer que o número deles seja igual ou diferente”, utilizando uma sessão de cinema como exemplo, e como conjuntos, o número de poltronas e o número de pessoas, para definir as relações de igualdade e desigualdade. Em seguida ele representa o número de pessoas presentes a sessão por b, e por a o número de poltronas, e considera três casos que poderiam ocorrer:

a = b (número de poltronas igual ao número de pessoas)

a < b (número de poltronas menor que o número de pessoas)

a > b (número de poltronas maior que o número de pessoas)

Ao final, o autor define que a é o primeiro membro da relação de igualdade e, b é o segundo membro.

Para definir relação de igualdade Sangiorgi (1965, p. 19) afirma que “se a dois conjuntos está associado um mesmo número, este fato permite dizer que o número de elementos de um é igual ao número de elementos do outro”. Em seguida representa por a, o número de elementos do primeiro conjunto, e por b, o número de elementos do segundo conjunto, e escreve: a = b, em que a é o primeiro membro da relação de igualdade e b é o segundo membro.

E logo após, Sangiorgi afirma que as propriedades, transitiva, reflexiva, e simétrica, valem para a relação de igualdade (Figura 22), usando inclusive outros sistemas de numeração.

OBSERVAÇÃO: Valem, para a *relação de igualdade*, as seguintes *propriedades*:

1.ª) *reflexiva:* $a = a$ (isto é, todo número é igual a si mesmo)

Ex.: $5 = 5$

2.ª) *simétrica:* se $a = b$, então $b = a$ (isto é, a *ordem* dos números não altera a igualdade)

Ex.: $5 = V$, então $V = 5$

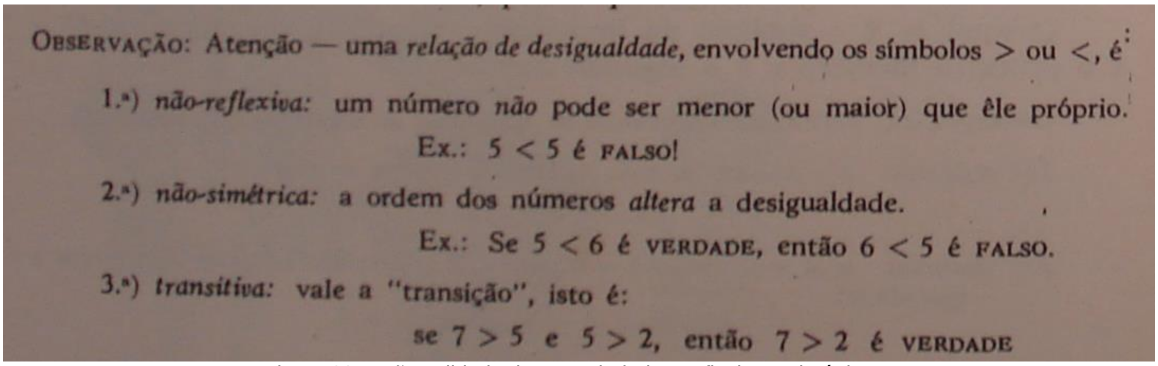
3.ª) *transitiva:* se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$ (isto é, se um primeiro número é igual a um segundo e êste é igual a um terceiro, então o primeiro é igual ao terceiro)

Ex.: $5 = V$ e $V = \begin{smallmatrix}|||\\||\end{smallmatrix}$ então $5 = \begin{smallmatrix}|||\\||\end{smallmatrix}$

Figura 22 – Validade das propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva (SANGIORGI, 1965, P. 19).

Agora, para definir relação de desigualdade, Sangiorgi (1965, p. 20) afirma que “se a dois conjuntos não está associado um mesmo número, então o número de elementos de um deles é diferente do número de elementos do outro”. Em seguida, mostra que serão usados os sinais: > (maior que), < (menor que) e ≠ (diferente), nas relações de desigualdade. E através do fato de todo número inteiro ter um sucessor ele estabelece relações de desigualdade entre inteiros, com os seguintes exemplos: "6 > 4, pois 6 segue 4, 5 < 8, pois 5 precede 8" (SANGIORGI, 1965, p. 20).

E nas relações de desigualdade, Sangiorgi mostra que vale a propriedade transitiva, e não valem as propriedades simétrica e reflexiva (Figura 23).



OBSERVAÇÃO: Atenção — uma *relação de desigualdade*, envolvendo os símbolos > ou <, é:

1.ª) *não-reflexiva:* um número *não* pode ser menor (ou maior) que êle próprio.
Ex.: 5 < 5 é FALSO!

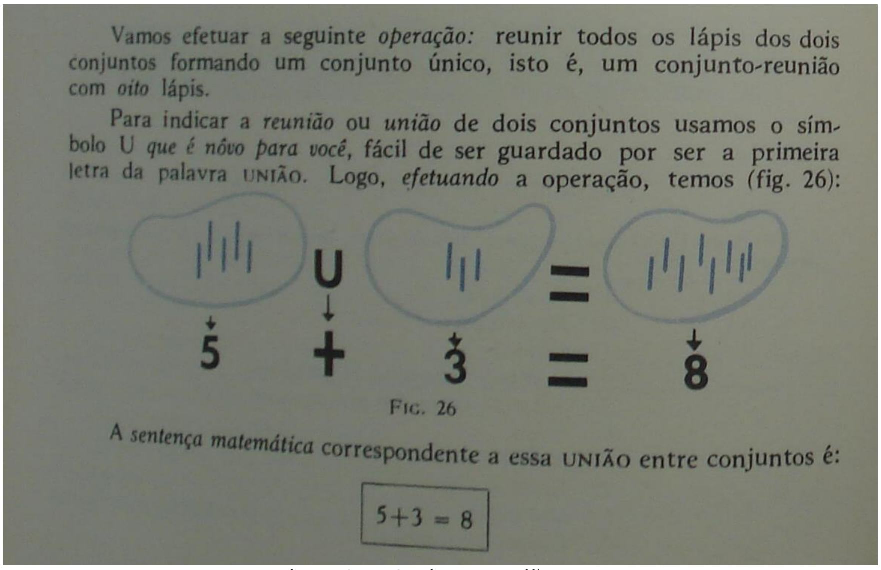
2.ª) *não-simétrica:* a ordem dos números *altera* a desigualdade.
Ex.: Se 5 < 6 é VERDADE, então 6 < 5 é FALSO.

3.ª) *transitiva:* vale a "transição", isto é:
se 7 > 5 e 5 > 2, então 7 > 2 é VERDADE

Figura 23 – Não validade das propriedades: reflexiva e simétrica
(SANGIORGI, 1965, P. 20).

Em relação aos livros dos autores analisados antes do MMM, notamos que Quintela e Galante definem as relações de igualdade e desigualdade da mesma forma anterior. A única diferença foi que Quintela usou imagens com figuras e cores para representar os conjuntos, apresentando um grande avanço em termos de recursos editoriais. Sangiorgi apresentou mudanças conceituais e editoriais, como as definições de número, numeral, através de correspondência biunívoca entre conjuntos, e o uso de um número maior de figuras e cores distintas.

As operações entre números inteiros, quando relacionavam dois números, foram chamadas por Sangiorgi, de operações binárias, ou seja, uma nova forma de abordagem das operações utilizando teoria dos conjuntos, o que é evidente na operação de adição. A partir de dois conjuntos (Figura 24) que envolvem elementos de mesma espécie e quantidades diferentes, através da reunião de seus elementos é obtido o conjunto-reunião, no qual teremos o total da adição, representado pelo número de elementos do conjunto reunião.


Vamos efetuar a seguinte *operação:* reunir todos os lápis dos dois conjuntos formando um conjunto único, isto é, um conjunto-reunião com *oito* lápis.

Para indicar a *reunião* ou *união* de dois conjuntos usamos o símbolo U *que é nôvo para você,* fácil de ser guardado por ser a primeira letra da palavra UNIÃO. Logo, *efetuando* a operação, temos (fig. 26):

FIG. 26

A *sentença matemática* correspondente a essa UNIÃO entre conjuntos é:

$\boxed{5+3 = 8}$

Figura 24 – Conjunto reunião
(SANGIORGI, 1965, P. 50).

Observamos a utilização do sinal U (união), que indica a operação de reunião dos elementos dos conjuntos, e o uso de diagramas na representação dos conjuntos, ou seja, inovações que proporcionaram uma nova forma de representar a operação de adição, mas que ainda precisava de adaptações, pois a idéia funciona apenas para conjunto de objetos, e a cardinalidade do conjunto união nem sempre é a soma das cardinalidades dos conjuntos. A seguir o autor coloca que se considerado nos conjuntos elementos diferentes, a soma também aconteceria, ou seja, não importa a natureza de seus elementos, e sim, a quantidade que representam, e define adição de dois números inteiros como “a operação que permite encontrar a soma desses números” (SANGIORGI, 1965, p. 51). Também são indicados os elementos envolvidos na adição, como o sinal + (mais), as parcelas que representam os números envolvidos na adição e o resultado como soma ou total.

Quintela, no entanto, se mantém mais próximo de seu livro dos anos 50. Para definir a operação de adição e seus elementos, utilizou a seguinte situação problema: “um menino possuía 4 livros, e recebeu primeiro 3, depois 2. Quantos livros possui agora ao todo?”. O autor diz que o menino reuniu os livros num só conjunto para contá-los, e em seguida define soma como o número de livros da coleção única, os números 4, 3, e 2 de parcelas, e que o sinal + (mais) indica a adição. E define adição como “a operação que tem por fim achar um número que tenha todas as unidades de dois ou mais números dados, e somente essas” (QUINTELA, 1966, p. 31). Em seguida, representa a situação problema descrita acima, com uma imagem de três pilhas de livros, que são reunidos em uma só pilha (Figura 25). Onde a quantidade de livros de cada pilha são as parcelas, e a quantidade de livros da pilha única é a soma.

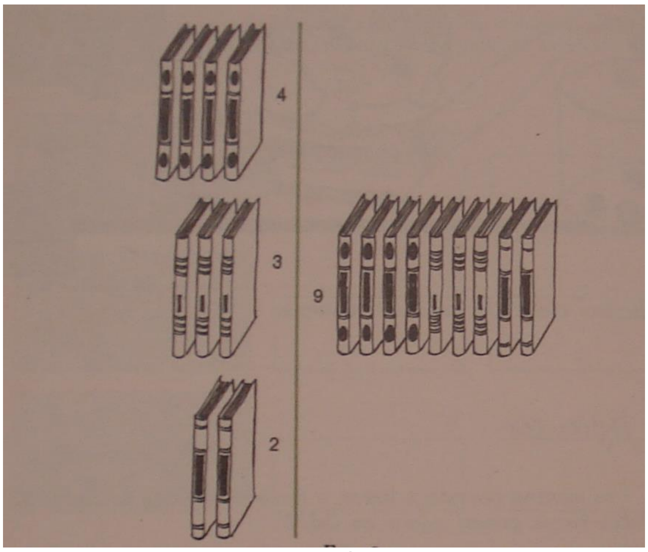


Figura 25 – Adição de números inteiros
(QUINTELA, 1966, P. 32)

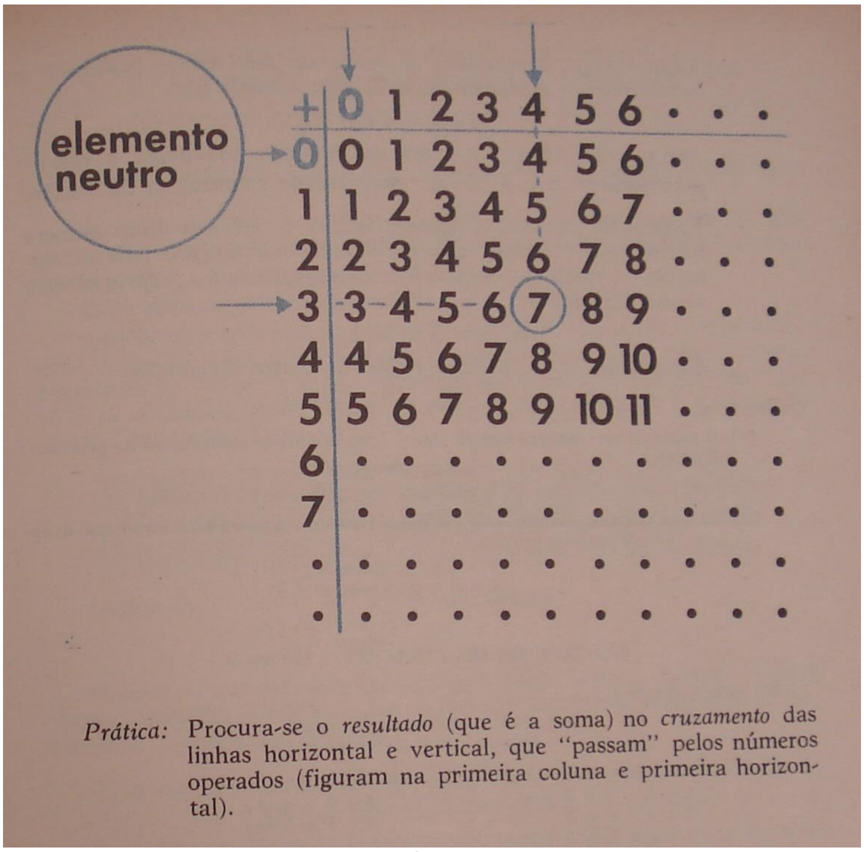
Em seu livro Galante (1965, p. 17) define adição como “a operação que tem por finalidade reunir vários números homogêneos em um só”. E apresenta os números a serem reunidos como parcelas ou adendos, e a reunião das parcelas como soma ou total. No final diz que: “a adição se indica com o sinal de + (mais)”.

Observando as formas como os autores apresentaram a operação de adição em seus livros, e comparando com as formas como apresentaram em seus livros analisados antes do MMM, notamos que Quintela apresentou e definiu a operação de adição da mesma forma, utilizando a mesma situação problema descrita anteriormente, e a única diferença foi na disposição das pilhas de livros na imagem.

Galante apresentou e definiu a operação de adição de formas diferentes. No período antes do MMM a partir da reunião dos elementos de dois conjuntos, em um só conjunto definiu adição como “a operação pela qual obtemos a soma de dois ou mais números” (GALANTE, 1954, p. 27). E agora apenas define adição, como “a operação que tem por finalidade reunir vários números homogêneos em um só” (GALANTE, 1965, p. 17).

Sangiorgi também apresentou mudanças na definição da operação de adição. No período antes do MMM, definiu adição como “a operação que tem por fim reunir em um só número, todas as unidades de dois ou mais números dados” (SANGIORGI, 1955, p. 24), e citou exemplos. Agora parte da reunião dos elementos de dois conjuntos em um só conjunto, e define adição de dois números inteiros como “a operação que permite encontrar a soma desses números” (SANGIORGI, 1965, p. 51). Notamos que além das mudanças editoriais já citadas, e o uso de teoria dos conjuntos, há uma mudança de estratégia didática na explanação da adição.

Para apresentar e reconhecer as propriedades da adição, Sangiorgi também usa uma tabela de números, chamada tábua de adição, definindo como tabela que registra os resultados da operação adição na base 10 feita no conjunto dos números inteiros: I = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...} (Figura 26).



elemento neutro

+	0	1	2	3	4	5	6	•	•	•
0	0	1	2	3	4	5	6	•	•	•
1	1	2	3	4	5	6	7	•	•	•
2	2	3	4	5	6	7	8	•	•	•
3	3	4	5	6	7	8	9	•	•	•
4	4	5	6	7	8	9	10	•	•	•
5	5	6	7	8	9	10	11	•	•	•
6	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
7	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Prática: Procura-se o *resultado* (que é a soma) no *cruzamento* das linhas horizontal e vertical, que “passam” pelos números operados (figuram na primeira coluna e primeira horizontal).

Figura 26 – Tábua de adição
(SANGIORGI, 1965, P. 53).

As propriedades da adição descritas por Sangiorgi (1965, p. 53 - 54) são as seguintes:

> - Fechamento: A soma de dois números inteiros quaiquer é sempre um número inteiro.
> Exemplo: 3 + 4 = 7
> - Comutativa: Trocando-se a ordem de dois termos quaisquer a soma obtida é a mesma.
> Exemplo: 3 + 4 = 4 + 3

> - Elemento Neutro: O zero é o único número inteiro que é neutro na adição, pois adicionando-o a qualquer número inteiro o resultado é o próprio número inteiro.
> Exemplo: 5 + 0 = 5 e 0 + 5 = 5

Sangiorgi apresenta os sinais de reunião, ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves, e o uso dos mesmos como facilitadores nas adições em que há três números envolvidos. Sangiorgi (1965, p. 60) mostra que devido a propriedade associativa:

> A soma pode ser obtida associando os dois primeiros números com o terceiro, ou ainda, associando o primeiro com os dois últimos.
> Exemplo: (5 + 3) + 2 = 5 + (3 + 2)
> De um modo geral: (a + b) + c = a + (b + c)

Em relação ao livro analisado de Sangiorgi no período antes do MMM, observamos que agora ele não apresenta a propriedade dissociativa, e utiliza uma tábua de números para reconhecer as propriedades.

As propriedades da adição apresentadas por Quintela e a forma como apresenta são as mesmas apresentadas em seu livro analisado no período antes do MMM. Ele utiliza a mesma situação problema, e os mesmos exemplos para definir as propriedades. As únicas diferenças são os elementos gráficos utilizados, que são pequenos retângulos coloridos onde ele insere em seus interiores exemplos (Figura 27) e definições das propriedades (Figura 28).

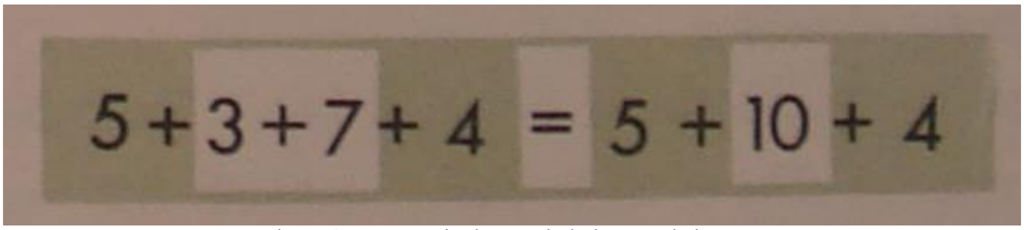

5 + 3 + 7 + 4 = 5 + 10 + 4

Figura 27 – Exemplo da propriedade associativa
(QUINTELA, 1966, P. 33).

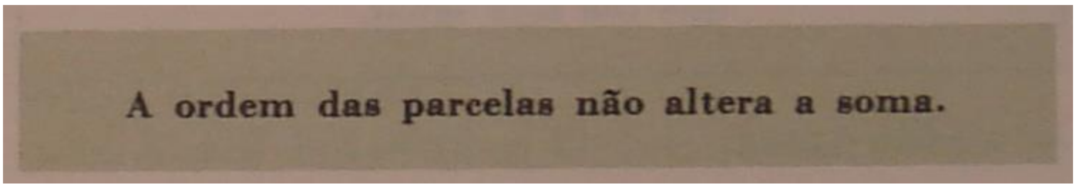

A ordem das parcelas não altera a soma.

Figura 28 – Definição da propriedade comutativa
(QUINTELA, 1966, P. 33).

Observando o exemplo da propriedade associativa, vemos que ele em vez de utilizar parênteses no primeiro membro da igualdade nos números 3 e 7, de forma que tivéssemos 5 + (3 + 7) + 4 = 5 + 10 + 4, utiliza um retângulo para reuni-los, e os representa em um retângulo de mesma cor no segundo membro pelo número 10. E no exemplo da definição da propriedade comutativa o retângulo aparece colorido.

Os sinais de reunião e as propriedades da adição são apresentados por Galante (1965, p. 17 - 18) da seguinte forma:

> Os seguintes sinais: ( ) parênteses, [ ] colchetes e { } chaves. Cada conjunto de parênteses, colchêtes ou chaves supõe um número ou uma operação efetuada.
> - Unívoca: a adição da sempre um resultado único e bem determinado.
> Exemplo: A adição de 5 com 7 dá sempre 12.
> - comutativa: a soma não depende da ordem das parcelas.
> Exemplos: 5 + 7 = 7 + 5
> 2 + 7 + 6 = 6 + 7 + 2 = 7 + 2 + 6 = 2 + 6 + 7
> - Associativa: numa adição de várias parcelas, não se altera os resultados quando substituímos duas ou mais parcelas pela sua soma.
> Exemplo: 4 + 3 + 5 + 7 + 1 = 4 + (3 + 5 + 7) + 1
> Com efeito, somando o primeiro membro temos que o resultado é 20; somando o segundo membro temos: 4 + 15 + 1 = 20, que também dá como resultado 20.

Em relação ao livro analisado de Galante no período antes do MMM, observamos que o autor apresenta as propriedades da adição da mesma forma, trocando apenas os exemplos numéricos.

Notamos também que os autores mantêm a mesma estratégia didática na explanação das propriedades da adição, citada anteriormente.

Para apresentar e definir a operação de subtração, Sangiorgi (1965, p. 55) usa a seguinte situação problema:

> Se, por exemplo, você "juntar" três lápis ao conjunto de 5 lápis que possui, a operação feita foi a adição e o resultado de 8 lápis é a soma obtida.
> Qual seria a operação inversa?
> Aquela que aplicada ao resultado obtido (8 lápis) faz voltar à posição inicial (5 lápis) por "desfazer" o que fez a operação de adição, isto é, a operação de "tirar" 3 lápis. Tal operação (inversa da operação de "juntar", já conhecida como adição) é denominada subtração e o resultado obtido, diferença. Logo:
> Subtração de dois números inteiros dados numa certa ordem, é a operação que permite encontrar a diferença desses números.
> Indicação: 8 − 5 = 3, onde 8 e 5 são os termos e 3 é a diferença.

A partir da indicação acima apresenta os seguintes elementos da subtração: o sinal – (menos), o primeiro número (8) é o minuendo, o segundo número (5) é o subtraendo, e o resultado (3) é o resto ou diferença. No final destaca que o minuendo deve ser maior ou igual ao subtraendo, para que a subtração aconteça.

Percebemos que a estratégia didática usada por Sangiorgi é diferente da usada em seu livro analisado antes do MMM, pois ele parte de uma situação problema para no final definir subtração como a operação inversa da adição, o que também é algo inovador na Matemática Moderna. Outro ponto interessante percebido foi que Sangiorgi não representou os conjuntos por diagramas, e não introduziu a operação de subtração entre conjuntos.

A subtração é definida por Galante (1965, p. 19) como:

> a operação inversa da adição, isto é, a operação pela qual dada a soma de duas parcelas, e uma delas, determina-se a outra. Denomina-se minuendo, a soma das duas parcelas; a parcela dada como subtraendo e o que se pretende determinar como diferença, resto ou excesso. Exemplo: Seja 15 o minuendo e 6 o subtraendo. O resto será 9, isto é: 15 − 6 = 9.

Notamos que Galante usa a mesma estratégia didática do seu livro analisado antes do MMM, e a única diferença foi o fato de dar um exemplo numérico destacando os elementos.

Para apresentar e definir a operação de subtração e seus elementos em seu livro, Quintela (1966, p. 39) utilizou a seguinte situação problema:

> Tenho uma coleção de 14 selos. Quantos devo juntar para obter uma coleção de 20 selos? 6 é o número que, somado a 14, dá 20. O número 6 chama-se diferença entre 20 e 14. Escrevemos:
> 6 = 20 – 14 ou 20 – 14 = 6.
> A operação por meio da qual achamos a diferença é a subtração. 20 (minuendo) e 14 (subtraendo) são os termos da diferença.
> Subtração é a operação que tem por fim achar uma parcela, sendo dada a soma (minuendo) e a outra parcela (subtraendo).

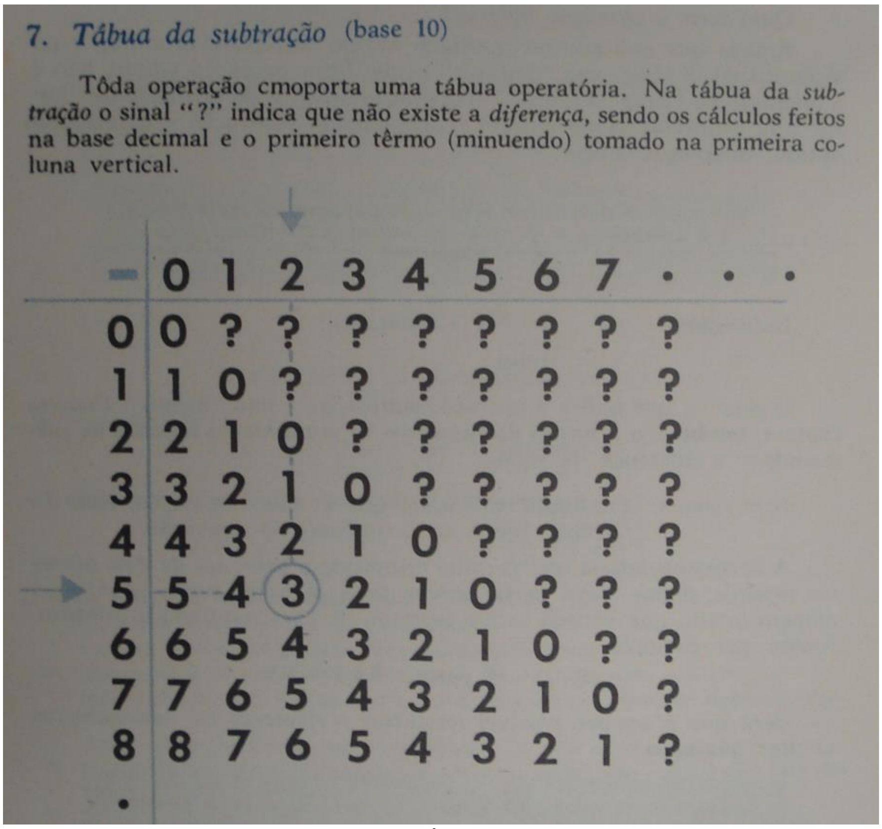
Em seguida, destaca subtração como a operação inversa da adição, e que o subtraendo deve ser menor ou igual ao minuendo.

Observamos que Quintela usa a mesma estratégia didática citada anteriormente em seu livro analisado antes do MMM, e só muda a situação problema usada, e define subtração com uma frase diferente.

Todos os autores usaram a mesma nomenclatura para os elementos da subtração, e Quintela e Sangiorgi definiram de forma parecida a subtração.

Para mostrar que as propriedades válidas na adição, não são válidas na subtração, Sangiorgi utiliza uma tabela de números, chamada tábua de subtração (Figura 29).

.



7. *Tábua da subtração* (base 10)

Tôda operação cmoporta uma tábua operatória. Na tábua da *subtração* o sinal "?" indica que não existe a *diferença*, sendo os cálculos feitos na base decimal e o primeiro têrmo (minuendo) tomado na primeira coluna vertical.

−	0	1	2	3	4	5	6	7	·	·	·
0	0	?	?	?	?	?	?	?	?		
1	1	0	?	?	?	?	?	?	?		
2	2	1	0	?	?	?	?	?	?		
3	3	2	1	0	?	?	?	?	?		
4	4	3	2	1	0	?	?	?	?		
5	5	4	3	2	1	0	?	?	?		
6	6	5	4	3	2	1	0	?	?		
7	7	6	5	4	3	2	1	0	?		
8	8	7	6	5	4	3	2	1	?		
·											

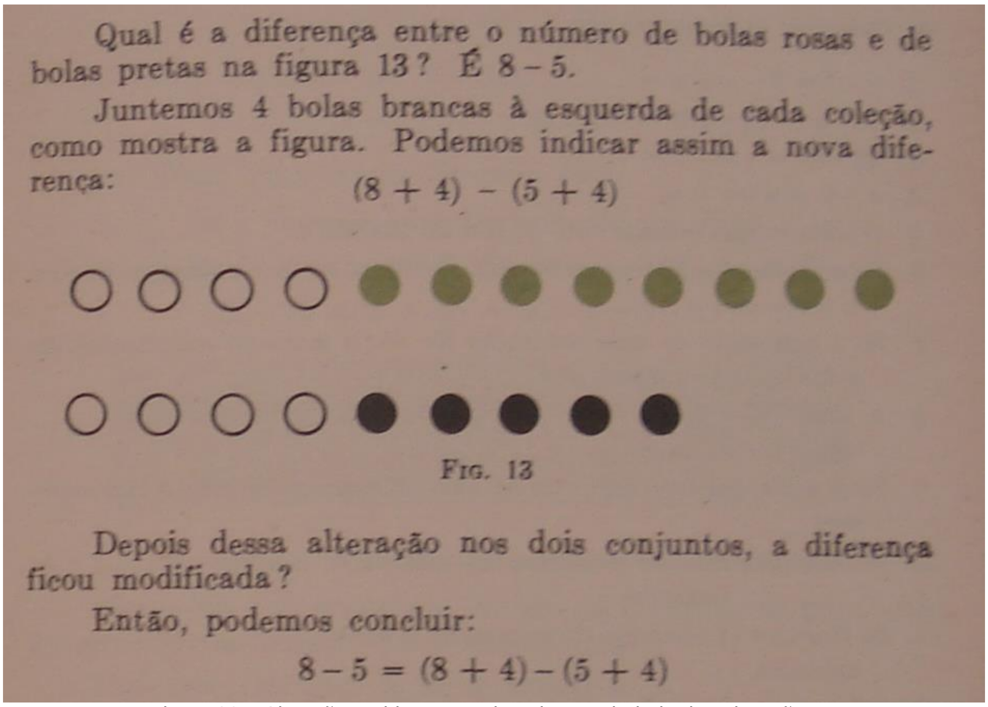
Figura 29 – Tábua de subtração
(SANGIORGI, 1965, P. 56).

E para a demonstração da não validade das propriedades, Sangiorgi (1965, p. 39) utiliza os seguintes exemplos a partir da tábua de subtração:

> 1°) Não possui a propriedade do fechamento, pois a diferença entre dois números inteiros quaisquer nem sempre é um número inteiro (como no caso de 2 − 3 = ?);
> 2°) Não possui a propriedade comutativa, pois a ordem dos termos agora interessa à operação. Exemplo: 5 − 3 = 2 e 3 − 5 = ? permitindo dizer: a subtração é uma operação não-comutativa;
> 3°) Não possui elemento neutro, pois enquanto: 5 − 0 = 0 não existe resultado para: 0 − 5 = ?

No seu livro analisado antes do MMM, Sangiorgi apresentou três propriedades para a subtração. E um ponto a se destacar foi que apresentou o fato da subtração não ser comutativa, como uma propriedade. Observamos que houve uma mudança conceitual na definição das propriedades da subtração no livro de Sangiorgi em relação ao seu livro analisado antes do MMM onde indicou algumas propriedades para a subtração.

No livro de Quintela, a partir de uma situação problema (Figura 30), o autor cita apenas uma propriedade, na qual destaca que somando ou subtraindo o mesmo número ao minuendo e subtraendo, o resto não se altera.


Qual é a diferença entre o número de bolas rosas e de bolas pretas na figura 13? É $8-5$.

Juntemos 4 bolas brancas à esquerda de cada coleção, como mostra a figura. Podemos indicar assim a nova diferença:

$$(8+4)-(5+4)$$

FIG. 13

Depois dessa alteração nos dois conjuntos, a diferença ficou modificada?

Então, podemos concluir:

$$8-5=(8+4)-(5+4)$$

Figura 30 – Situação problema envolvendo propriedade da subtração
(QUINTELA, 1966, P. 41)

Logo após a explanação da propriedade Quintela faz uma observação que subtraindo valores idênticos do subtraendo e minuendo a diferença também não é modificada. Observamos que Quintela em seu livro analisado antes do MMM, apresentou seis propriedades. Notamos com isto uma mudança conceitual no que se considera propriedade da subtração, por parte de Quintela. Outro fato já citado a se destacar são os recursos editoriais usados na imagem.

As propriedades da subtração citadas por Galante (1965, p. 20 - 21) são as seguintes:

a) Unívoca: a subtração da sempre um resutado único e bem determinado. Exemplo: A subtração $12-7$ é sempre igual a 5.
b) Para, de um número, subtrair sucessivamente vários outros, subtrai-se a sua soma.
Exemplo: $12-4-3-2=12-(4+3+2)=12-9=3$
c) Para de um número, subtrairmos uma soma indicada, subtraímos do número sucessivamente cada uma das parcelas. Esta propriedade é a anterior, em sentido inverso. De fato, usando o mesmo exemplo, podemos escrever que:
$$12-(4+3+2)=12-4-3-2=12-9=3$$

d) Somando o mesmo número ao minuendo e subtraendo, o resto não se altera.
Exemplo: 17 − 9 = 8
Somando ao minuendo 17, o número 3, e ao subtraendo o mesmo número 3, o resto não se altera, isto é:
20 − 12 = 8
De modo análogo, verifica-se a propriedade para a subtração.
e) Para, de um número, tirarmos uma diferença indicada, juntamos ao número o subtraendo e do resultado subtraímos o minuendo.
Exemplo: 17 − (8 − 3) = 17 − 8 + 3 = 12
f) Para, a um número, somar a diferença indicada de dois outros, é suficiente que ao número somemos o minuendo e ao resultado tiremos o subtraendo.
Exemplo: 9 + (7 − 5) = 9 + 7 − 5 = 11

Analisando as propriedades citadas por Galante, observamos que correspondem as mesmas citadas em seu livro analisado antes do MMM, e as únicas diferenças são os exemplos numéricos utilizados em cada propriedade.

Apresentaremos agora algumas informações, e detalhes verificados durante as análises dos livros de Sangiorgi, Galante e Quintela.

Nos livros de Quintela e Sangiorgi analisados no período antes do MMM foram usados elementos gráficos, que eram pequenos retângulos ou caixas de resumo, nos quais eram inseridas no seu interior, informações com o intuito de destacá-las. E a única diferença agora nos livros analisados foi que os retângulos (Figura 31) aparecem coloridos nos livros de Sangiorgi e Quintela.

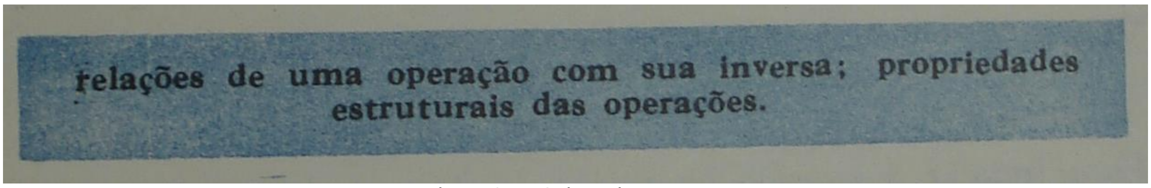


Figura 31 – Caixas de resumo
(SANGIORGI, 1965, P. 49).

No livro de Sangiorgi, os exercícios estão colocados sempre após assuntos abordados, e recebem os nomes de exercícios de fixação (Figura 32), e exercícios de aplicação (Figura 33). Verificamos que os exercícios não continham as respostas no livro. Visualizamos a presença de teoria dos conjuntos nas imagens usadas nos exercícios, através das representações de conjuntos por diagramas e chaves, e figuras que representavam conjuntos.

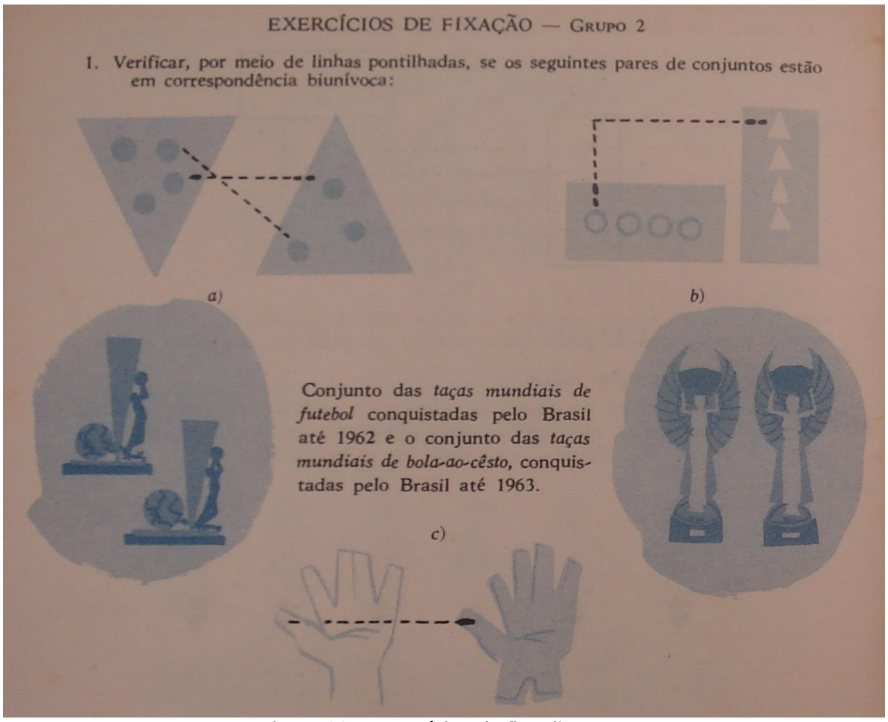


Figura 32 – Exercícios de fixação
(SANGIORGI, 1965, P. 12).

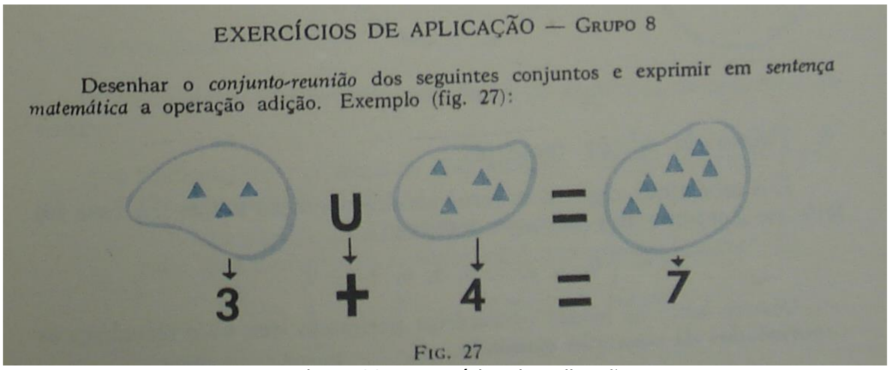


Figura 33 – Exercícios de aplicação
(SANGIORGI, 1965, P. 51).

Notamos que o tipo de abordagem usada por Sangiorgi, só é possível com desenhos.

O uso de imagens coloridas no livro de Sangiorgi é uma das inovações, e são notórias as formas como dialogam com o leitor no livro. Na imagem (Figura 34) observamos um índio fazendo nós em uma corda para cada figura de sol da imagem, nos passando a mensagem de que contava os dias fazendo nós na corda. Esta situação apresentada ajuda desenvolver o conceito da ideia de número.

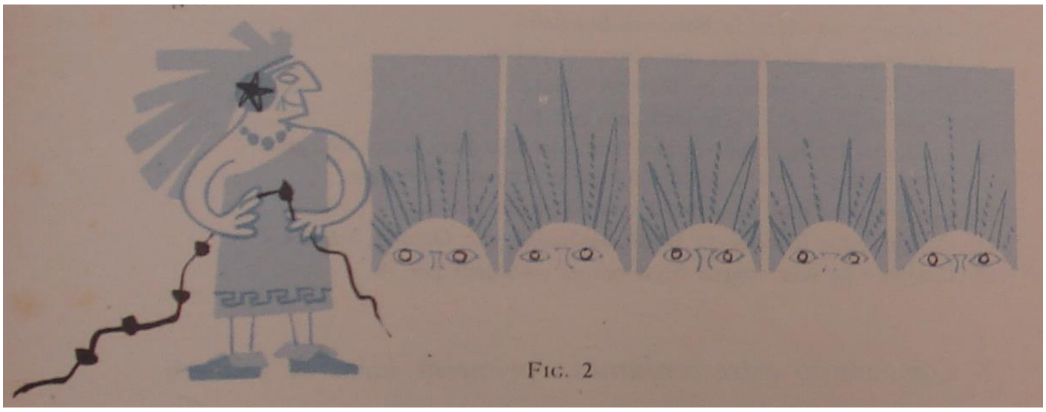


Figura 34 – Imagem de um indio efetuando contagem
(SANGIORGI, 1965, P. 8).

Em outros momentos as imagens auxiliam na apresentação de um conteúdo ajudando o leitor a compreender o assunto. A imagem (Figura 35) a seguir trabalha a idéia de numeral, destacando a representação de um número de formas diferentes ou seja por numerais que representam o mesmo número, usados por homens de nacionalidades diferentes.

Figura 35 – Idéia de numeral
(SANGIORGI, 1965, P. 14).

As imagens no livro de Sangiorgi estão quase sempre no centro da página, e quando há mais de uma imagem existe uma tendência a centralizar horizontalmente ou verticalmente, espaçando as mesmas igualmente, e quase sempre estão pintadas de azul.

Os exercícios no livro de Quintela estavam localizados sempre após assuntos abordados, e continham as respostas no final de cada capítulo do livro. O uso de imagens (Figura 36) e (Figura 37) no livro de Quintela é algo inovador na explanação dos conteúdos, e na maioria das vezes contextualizavam a abertura de assuntos em cada capítulo.

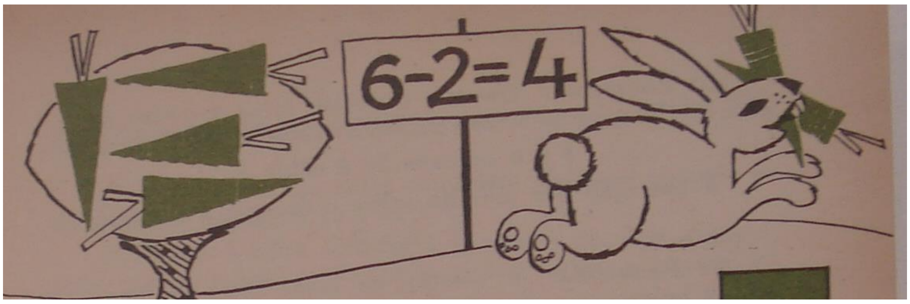


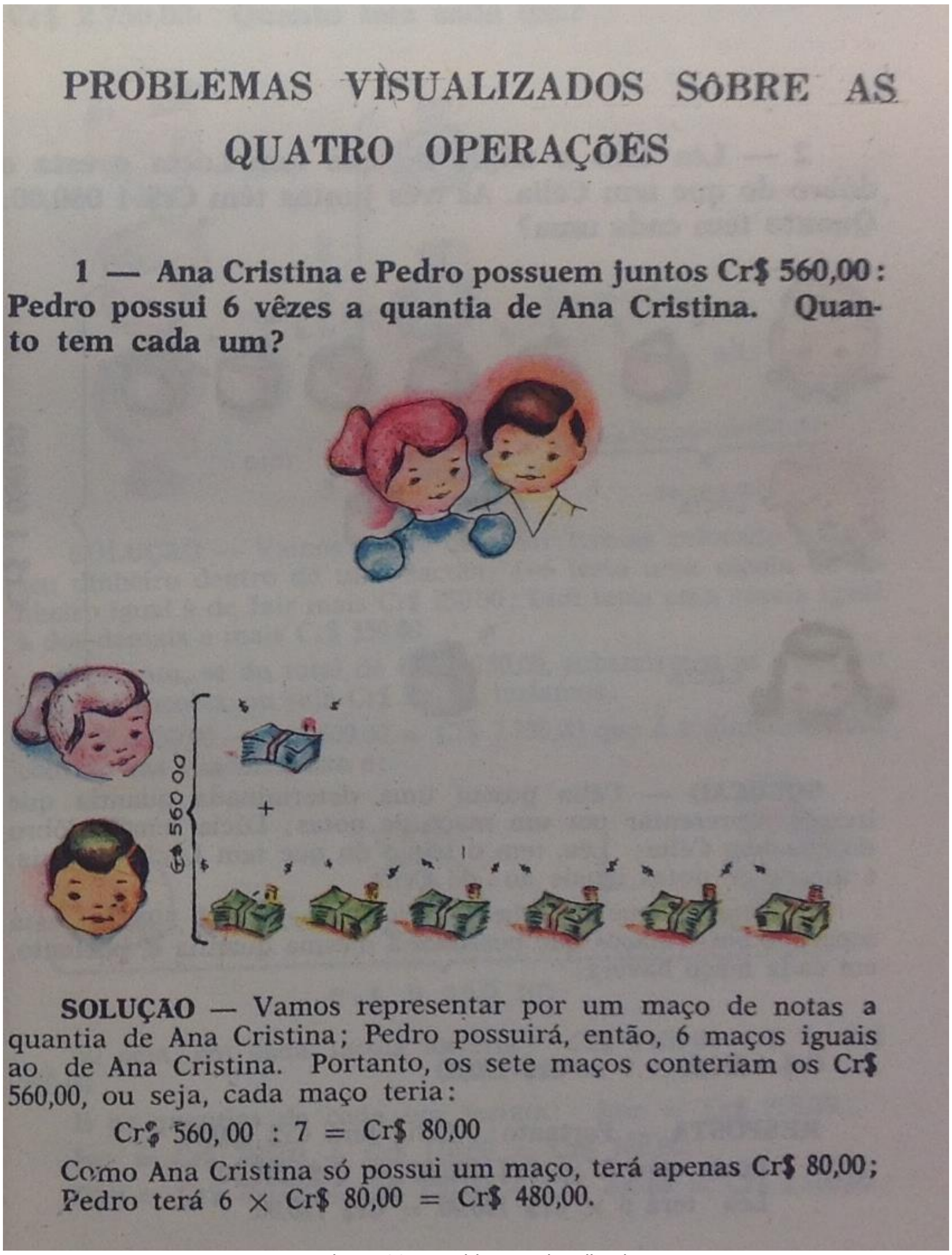
FIGURA 36 – Imagem de uma situação problema envolvendo subtração
(QUINTELA, 1966, P. 39)

Observando a imagem acima, vemos um coelho com duas cenouras na boca se afastando de um cesto com quatro cenouras, e a figura de uma placa onde esta anotado 6 - 2 = 4. Temos aqui uma situação representando a operação de subtração.

Figura 37 – Imagem de um pastor contando ovelhas
(QUINTELA, 1966, P. 13)

A imagem do pastor e suas ovelhas está na abertura do primeiro capítulo do livro, onde o primeiro assunto é a noção de número natural, ou seja a imagem contextualiza o assunto pois as pedras na mão do pastor nos dão a idéia de contagem das ovelhas através das pedras.

No livro de Galante havia exercícios, problemas para resolver, e problemas de visualização e todas estas tarefas, estavam localizadas sempre após os assuntos abordados em cada capítulo, e continham as respectivas respostas, ao final dos capítulos. Os problemas de visualização (Figura 38) e (Figura 39) continham imagens com figuras contextualizando e esquematizando a solução dos problemas, e eram compostas por figuras coloridas, que em sua maioria correspondiam a objetos, animais e pessoas.



PROBLEMAS VISUALIZADOS SÔBRE AS QUATRO OPERAÇÕES

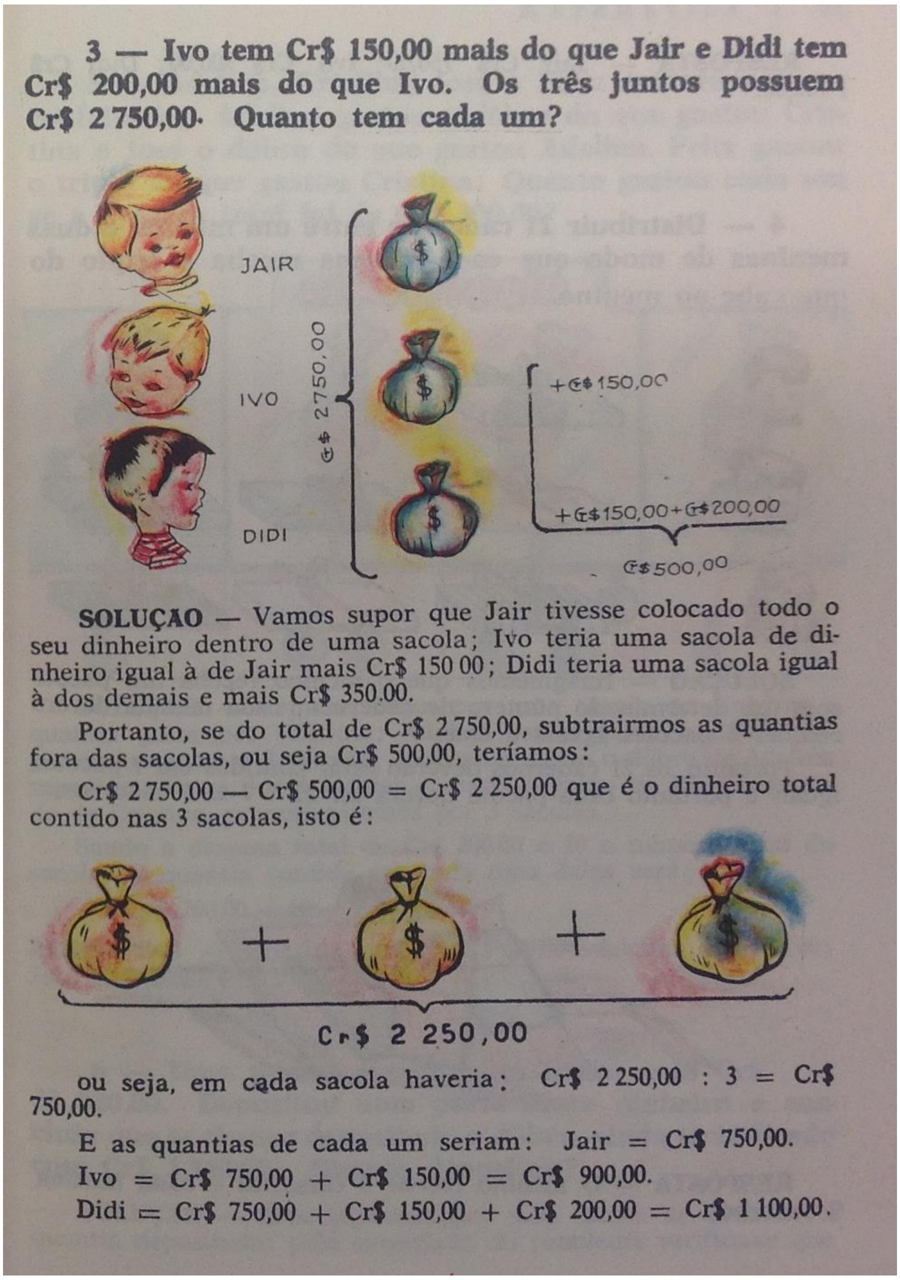
1 — Ana Cristina e Pedro possuem juntos Cr$ 560,00: Pedro possui 6 vêzes a quantia de Ana Cristina. Quanto tem cada um?

SOLUÇÃO — Vamos representar por um maço de notas a quantia de Ana Cristina; Pedro possuirá, então, 6 maços iguais ao de Ana Cristina. Portanto, os sete maços conteriam os Cr$ 560,00, ou seja, cada maço teria:

Cr$ 560,00 : 7 = Cr$ 80,00

Como Ana Cristina só possui um maço, terá apenas Cr$ 80,00; Pedro terá 6 × Cr$ 80,00 = Cr$ 480,00.

Figura 38 - Problemas visualizados
(GALANTE, 1965, P. 33).



3 — Ivo tem Cr$ 150,00 mais do que Jair e Didi tem Cr$ 200,00 mais do que Ivo. Os três juntos possuem Cr$ 2 750,00. Quanto tem cada um?

SOLUÇAO — Vamos supor que Jair tivesse colocado todo o seu dinheiro dentro de uma sacola; Ivo teria uma sacola de dinheiro igual à de Jair mais Cr$ 150 00; Didi teria uma sacola igual à dos demais e mais Cr$ 350.00.

Portanto, se do total de Cr$ 2 750,00, subtrairmos as quantias fora das sacolas, ou seja Cr$ 500,00, teríamos:

Cr$ 2 750,00 — Cr$ 500,00 = Cr$ 2 250,00 que é o dinheiro total contido nas 3 sacolas, isto é:

ou seja, em cada sacola haveria: Cr$ 2 250,00 : 3 = Cr$ 750,00.

E as quantias de cada um seriam: Jair = Cr$ 750,00.
Ivo = Cr$ 750,00 + Cr$ 150,00 = Cr$ 900,00.
Didi = Cr$ 750,00 + Cr$ 150,00 + Cr$ 200,00 = Cr$ 1 100,00.

Figura 39 - Problemas visualizados
(GALANTE, 1965, P. 35).

Em relação as diferenças entre o livro analisado antes do MMM, 1ª série matemática curso ginasial, 11ª edição, e o livro da coleção Matemática curso moderno, volume 1 para os ginásios, 5ª edição analisado durante o MMM, ambos de autoria de Osvaldo Sangiorgi, podemos afirmar que as maiores mudanças analisadas foram as implementações das noções de teoria dos conjuntos, as estruturas matemáticas na abordagem dos assuntos, e as imagens, que se distribuíam no livro em forma de diagramas, objetos, animais, pessoas, e as cores presentes no interior do livro, sempre havendo na maioria das vezes, três cores distintas. Além de uma quantidade maior de exercícios, e o aumento das dimensões do livro que era de 14 cm por 19 cm para 15 cm por 21,5 cm fazendo com que o livro tivesse 91 páginas a mais do que o livro analisado antes do MMM.

Observando as diferenças entre o livro 1ª série ginasial da coleção matemática curso ginasial, 68ª edição analisado antes do MMM, e o livro 1ª série ginasial da coleção matemática curso ginasial, 121ª edição analisado durante o MMM, ambos de autoria de Ary Quintela, aconteceram algumas mudanças. No índice do livro, podemos afirmar que os assuntos abordados são os mesmos, apenas não aparece o índice dos exercícios no final. Em relação a noções de teoria dos conjuntos, de mudanças, apenas aparecem as representações dos conjuntos dos naturais e inteiros utilizando chaves e a definição de conjunto vazio.

Notamos também no livro de Quintela, a utilização de um número maior de figuras, como objetos, animais, pessoas, na explanação dos assuntos e contextualizando as situações problemas, além do uso de um número maior de cores no interior do livro, que na maior parte das vezes haviam três cores distintas. As dimensões do livros continuaram a mesma de 13,5 cm por 19 cm. Todas essas mudanças fizeram com que o livro tivesse 56 páginas a mais do que o livro analisado antes do MMM.

Poucas diferenças foram observadas em relação ao livro analisado de Galante antes do MMM, como a associação do zero a um conjunto sem elementos, o que antes, era uma exigência da numeração escrita. Os exercícios resolvidos no livro antes do MMM, agora aparecem como problemas de visualização, com figuras coloridas, contextualizando e esquematizando a resolução do problemas. Apesar das dimensões dos livros serem as mesmas com 14 cm por 19 cm, notamos que o livro analisado durante o MMM tinha 35 páginas a menos do que o livro analisado antes do MMM, que acreditamos ter acontecido devido ao uso de letras menores e espaçamento menor entre as linhas em boa parte do livro. Em relação ao uso de noções de teoria dos conjuntos, praticamente não aconteceram mudanças.

3.3 Uma análise de um livro durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil, na década de 1970.

Na década de 1970, época em que se começam notar os primeiros problemas do MMM no Brasil, Miguel Assis Name escreveu uma série de livros didáticos de matemática dos quais analisaremos o livro (Figura 40) da 5ª série, da *coleção Matemática Ensino Moderno, 86ª edição, produzido pela Editora do Brasil S / A*, *no ano de 1975.* O livro apresenta como reponsáveis pela coordenação de produção e desenhos*:* Antoninho L. Cilly, Benigno Garcia dos Santos, e Martins Nunes de O. Neto.

Figura 40 – Capa do livro
(NAME, 1975)

Name foi o autor que substituiu Galante na Editora do Brasil. Observando a capa do livro de Name, vemos seis cores distintas, e as figuras geométricas de cinco quadrados e um triângulo estampadas na capa do livro. Notamos que a capa do livro segue uma tendência dos livros analisados na década de 1960, com capas coloridas e contendo figuras geométricas. Visualizamos na capa as palavras “ensino moderno”, ou seja, o autor sinaliza para o leitor que seu livro segue os parâmetros da MM.

Encontramos uma pequena mudança na capa, onde antes tinha escrita 1ª série ginasial e agora esta escrito 5ª série, ensino de primeiro grau, pois em 1971, a

Lei 5692/71 determinou novas classificações das séries às quais os livros didáticos analisados se destinavam, ou seja, a lei unificou o ensino primário e o ginasial em um curso único de 8 anos de duração, chamado 1º Grau, e dessa forma, o ensino de 1ª a 4ª série ginasial passou a ser chamado de 5ª a 8ª série do primeiro grau. A contra-capa do livro traz informações sobre a editora, autor e o nome do livro, e não faz menção ao programa de ensino seguido.

O índice do livro é composto por seis capítulos, relacionados aos assuntos da seguinte forma:

- Capitulo 1: Conjuntos.
- Capitulo 2: Conjunto dos números naturais.
- Capitulo 3: Operações com números naturais.
- Capitulo 4: Múltiplos e divisores.
- Capitulo 5: Conjunto dos números racionais.
- Capitulo 6: Medidas.

Analisando os assuntos do livro, percebemos que estão de acordo com as orientações do *Programa Assuntos Mínimos*.

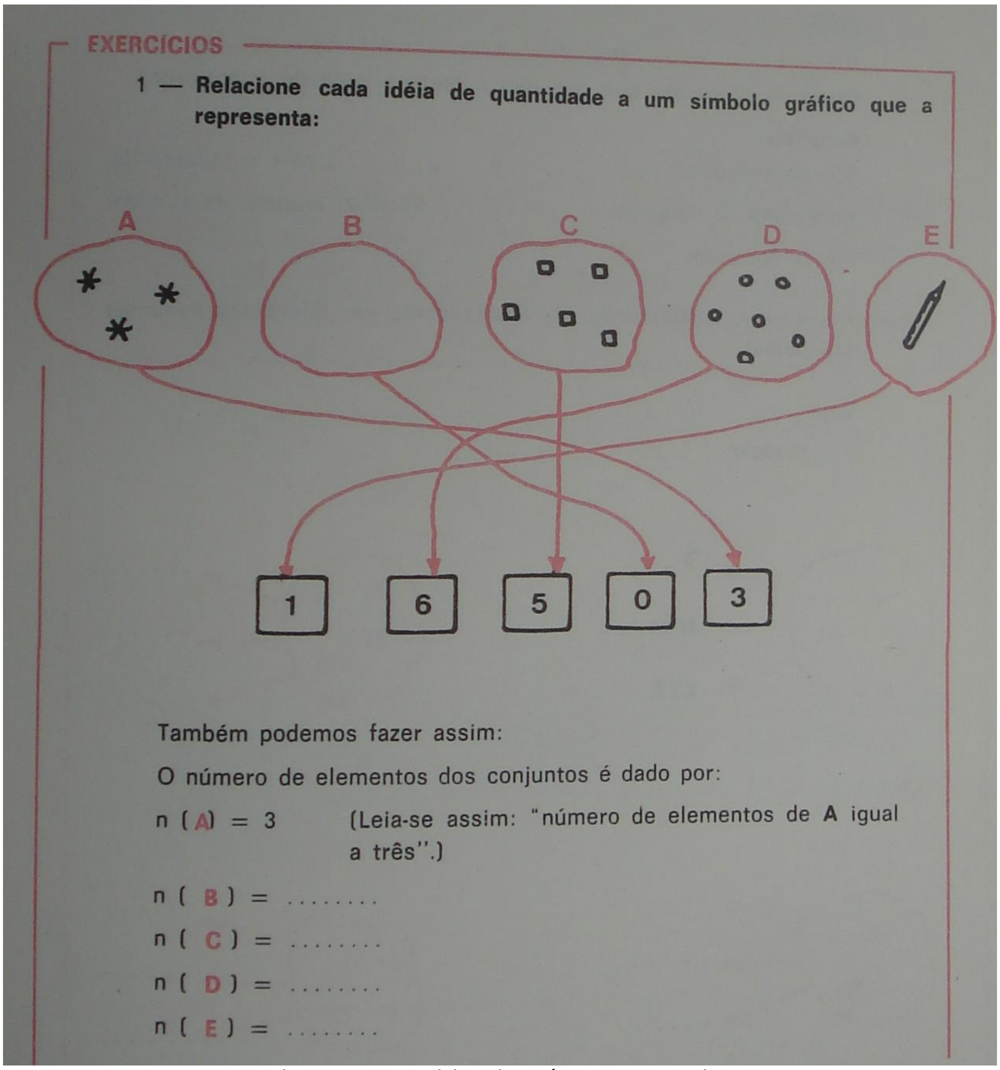
O primeiro capítulo é destinado a noções de teoria dos conjuntos, onde se incluem: as representações de conjuntos por chaves e diagrama de Venn; as relações entre conjuntos, de pertinência e inclusão; as operações entre conjuntos de reunião e intersecção; e as definições de conjunto vazio, conjunto unitário, conjunto finito, conjunto infinito, subconjunto de um conjunto. Olhando os assuntos do primeiro capítulo notamos que Name aborda assuntos como relações de pertinência e inclusão, e a operação de intersecção, que nenhum autor entre os livros analisados apresentou, ou seja, percebemos um avanço na inclusão de assuntos relativos a teoria dos conjutos.

O autor apresenta a ideia de número e numeral a partir dos seus significados literais:

Número é a ideia de quantidade.

Numeral é o símbolo gráfico que representa esta ideia.

Em seguida são propostos exercícios (Figura 41) sobre número e numeral.



EXERCÍCIOS

1 — **Relacione cada idéia de quantidade a um símbolo gráfico que a representa:**

A B C D E

1 6 5 0 3

Também podemos fazer assim:

O número de elementos dos conjuntos é dado por:

n (A) = 3 (Leia-se assim: "número de elementos de **A** igual a três".)

n (B) = ...

n (C) = ...

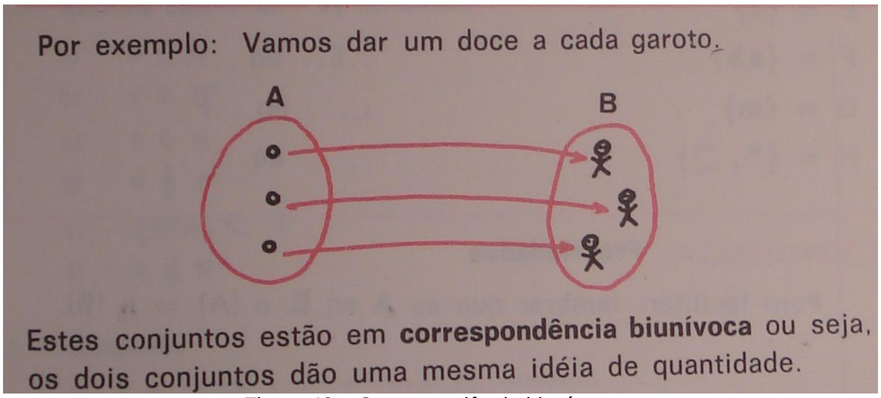
n (D) = ...

n (E) = ...

Figura 41 – Exercicio sobre número e numeral
(NAME, 1975, P. 41)

Percebemos no exercício, que nos diagramas está expressa a ideia de número representada pela quantidade de elementos em cada diagrama, que é representada por um símbolo gráfico chamado de numeral no interior de pequenos quadrados logo abaixo. A representação da quantidade de elementos do conjuto A, pela notação n (A) = 3 é algo novo, e a estratégia didática usada por Name na explanação da idéia de número e numeral a partir de suas definições, é uma prática observada no livro analisado de Galante durante o MMM, seu antecessor na Editora do Brasil.

E a partir da ideia de número Name define que "Se dois conjuntos fornecem a mesma idéia quantitativa, nós podemos ligar cada elemento do primeiro conjunto a um elemento do segundo conjunto e diremos que os conjuntos estão em correspondência biunívoca (ou correspondencia um a um)". Em seguida ele apresenta um exemplo (Figura 42).


Por exemplo: Vamos dar um doce a cada garoto.

A

B

Estes conjuntos estão em **correspondência biunívoca** ou seja, os dois conjuntos dão uma mesma idéia de quantidade.

Figura 42 – Correspondência biunívoca
(NAME, 1975, P. 43)

Logo após Name complementa que dois conjuntos em correspondência biunívoca são equipotentes pois são válidas as propriedades, simétrica, transitiva e reflexiva. E afirma que "Quando, para uma relação, valem as propriedades: simétrica, transitiva e reflexiva, dizemos que ela é uma relação de equivalência".

Em seguida o autor define o conjunto dos números naturais utilizando a letra N para representá-lo da seguinte forma, N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...}, e diz que o conjunto recebeu este nome pois "seus elementos aparecem naturalmente desde a antiguidade" (NAME, 1975, p. 45). E quando o zero é excluído do conjunto, ele é representado por: N* = {1, 2, 3, 4,5, 6, 7, 8, 9, ...}.

Observamos uma mudança conceitual no livro de Name em relação aos livros dos autores analisados antes e durante o MMM, pois antes o conjunto dos números naturais era definido pelo conjunto, {1, 2, 3, 4,5, 6, 7, 8, 9, ...}, e o conjunto dos números inteiros por: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...}.

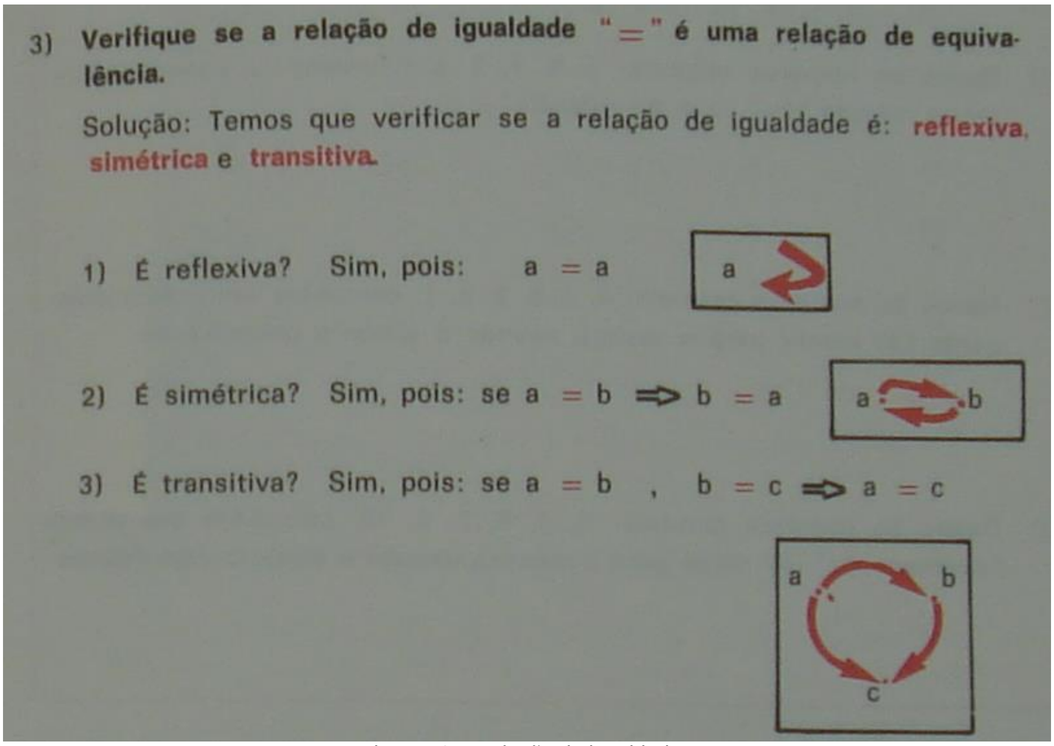
As relações de igualdade e desigualdade são apresentadas por Name (1975, p. 46) a partir da seguinte situação problema:

> O professor trouxe hoje, dentro de uma caixa, vários cartõezinhos numerados com números naturais. Mandou que Paulo e Alice retirassem um número. Paulo retirou um número "a" e Alice um número "b". Então, se não sabemos quais são estes números a e b, podemos afirmar que apenas uma das três afirmativas abaixo é verdadeira:
> 1ª) a = b (a "igual a" b)
> 2ª) a > b (a "maior que" b)
> 3ª) a < b (a "menor que" b)
> Se a 2ª ou 3ª afirmativa for verdadeira, dizemos que a ≠ b, ou seja, a e b são desiguais.

Dando continuidade ele indica que a relação = é chamada relação de igualdade, e as relações > ou <, são chamadas relações de desigualdade pois nos ajudam a dar ordem aos elementos dos conjuntos.

Percebemos uma estratégia didática diferente da utilizada anteriormente, pois o autor utiliza uma situação problema para definir as relações de igualdade e desigualdade, uma prática usada por Quintela e Sangiorgi em seus livros analisados no período durante o MMM. Ele incorpora e avança vários quesitos da MMM, agora nos livros da Editora do Brasil.

Notamos que o autor mostrou em um exercício resolvido, que a relação de igualdade é uma relação de equivalência (Figura 43), pois valem as propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva.



3) **Verifique se a relação de igualdade "=" é uma relação de equivalência.**

Solução: Temos que verificar se a relação de igualdade é: **reflexiva**, **simétrica** e **transitiva**.

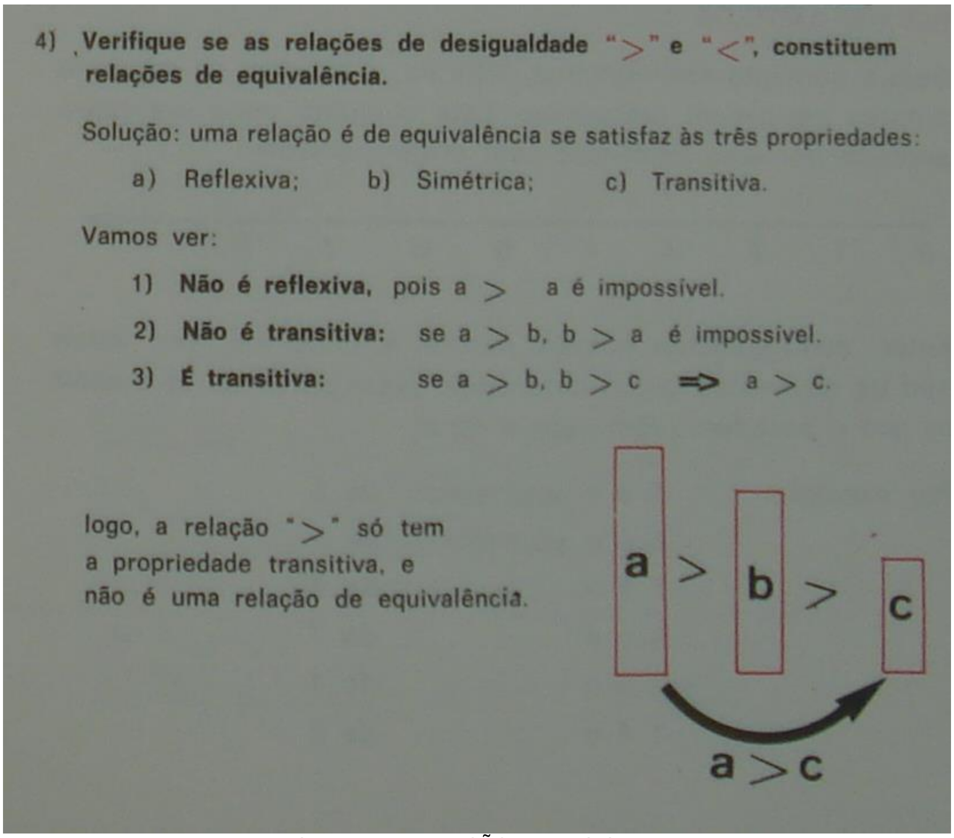
1) É reflexiva? Sim, pois: a = a

2) É simétrica? Sim, pois: se a = b ⇒ b = a

3) É transitiva? Sim, pois: se a = b , b = c ⇒ a = c

Figura 43 – Relação de igualdade
(NAME, 1975, P. 47)

E através de outro exercício resolvido, mostrou que a relação de desigualdade, não é uma relação de equivalência, pois não valem as propriedades reflexiva e simétrica (Figura 44).



4) Verifique se as relações de desigualdade "$>$" e "$<$", constituem relações de equivalência.

Solução: uma relação é de equivalência se satisfaz às três propriedades:

a) Reflexiva; b) Simétrica; c) Transitiva.

Vamos ver:

1) **Não é reflexiva,** pois a $>$ a é impossível.

2) **Não é transitiva:** se a $>$ b, b $>$ a é impossível.

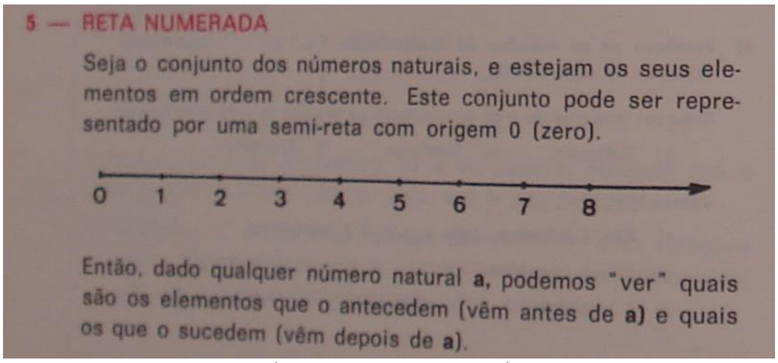
3) **É transitiva:** se a $>$ b, b $>$ c $\Rightarrow$ a $>$ c.

logo, a relação "$>$" só tem a propriedade transitiva, e não é uma relação de equivalência.

FIGURA 44 – RELAÇÃO DE DESIGUALDADE
(NAME, 1975, P. 47)

A forma como Name apresenta as relações de igualdade e desigualdade é muito parecida com a forma utilizada por Sangiorgi. A única diferença foi que Name definiu a relação de igualdade como uma relação de equivalência.

Name apresenta uma reta numerada (Figura 45), algo novo entre os livros analisados, que facilita a visualização da idéia de ordem dos números, ajudando na explanação do significado de número sucessor e número antecessor.



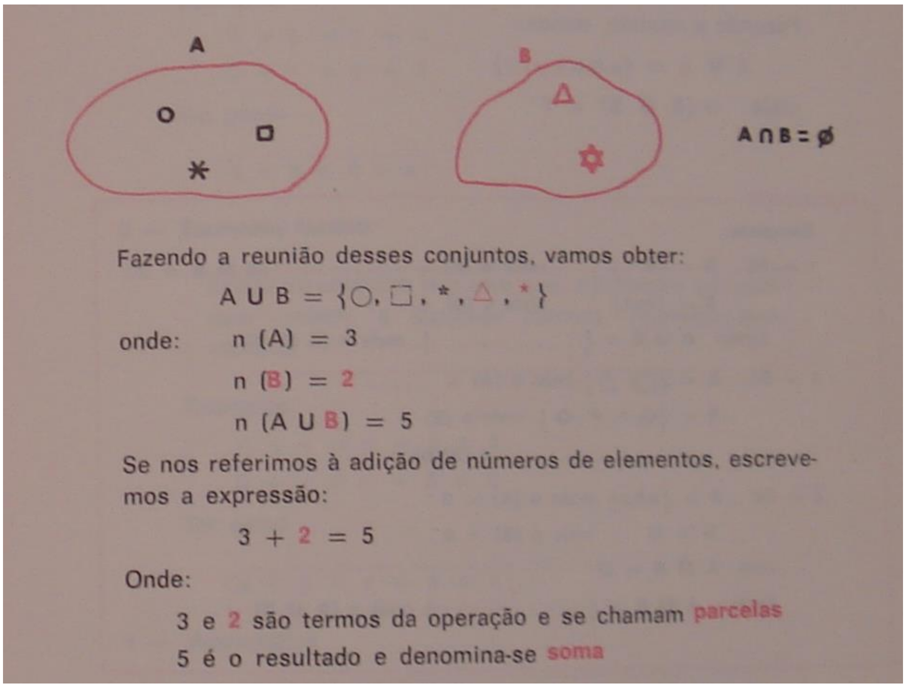
5 — RETA NUMERADA

Seja o conjunto dos números naturais, e estejam os seus elementos em ordem crescente. Este conjunto pode ser representado por uma semi-reta com origem 0 (zero).

Então, dado qualquer número natural **a**, podemos "ver" quais são os elementos que o antecedem (vêm antes de **a**) e quais os que o sucedem (vêm depois de **a**).

Figura 45 – Reta numerada
(NAME, 1975, P. 47)

Name (1975, p.57) define a operação com números naturais, “como uma lei que permite associar a dois números naturais um terceiro número natural”. E para apresentar a operação de adição utiliza dois conjuntos A e B (Figura 46), representados por diagramas, nos quais, os elementos são todos de natureza diferentes, pois, são representados por símbolos diferentes, de forma que A ∩ B = Ø, e a seguir são reunidos em conjunto único, chamado conjunto reunião A U B, e a soma será dada pelo número de elementos deste conjunto n (A U B).


A

B

A ∩ B = ∅

Fazendo a reunião desses conjuntos, vamos obter:

A U B = {○, □, *, △, *}

onde: n (A) = 3

n (B) = 2

n (A U B) = 5

Se nos referimos à adição de números de elementos, escrevemos a expressão:

3 + 2 = 5

Onde:

3 e 2 são termos da operação e se chamam parcelas

5 é o resultado e denomina-se soma

Figura 46 – Adição de números naturais
(NAME, 1975, P. 57)

No exemplo utilizado para a adição de números naturais, observamos nos diagramas dos conjuntos A e B, elementos representados por figuras diferentes, ou seja o autor usa recurso visual para destacar que os elementos são diferentes e ainda destaca que a intersecção entre os conjuntos é vazia por A ∩ B = Ø. Percebemos também a representação dos números de elementos dos conjuntos A , B, e A U B, por n (A) = 3 e n (B) = 2 e n (A U B) = 5, onde 3 e 2 são os termos e se chamam parcelas e 5 é o resultado e denomina-se soma. No final Name apresentou um resumo da operação de adição em uma caixa de resumo (Figura 47).

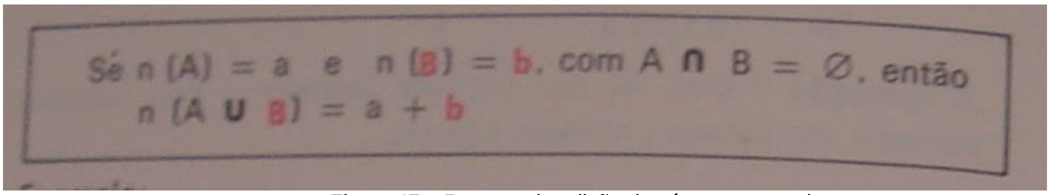

Se n (A) = a e n (B) = b, com A ∩ B = ∅, então
n (A ∪ B) = a + b

Figura 47 – Resumo de adição de números naturais
(NAME, 1975, P. 58)

Notamos aqui um avanço na representação da adição por meio de conjuntos, em relação a utilizada no livro analisado de Sangiorgi no período durante a MMM, pois Sangiorgi utilizou elementos de mesma espécie nos conjuntos (Figura 48).

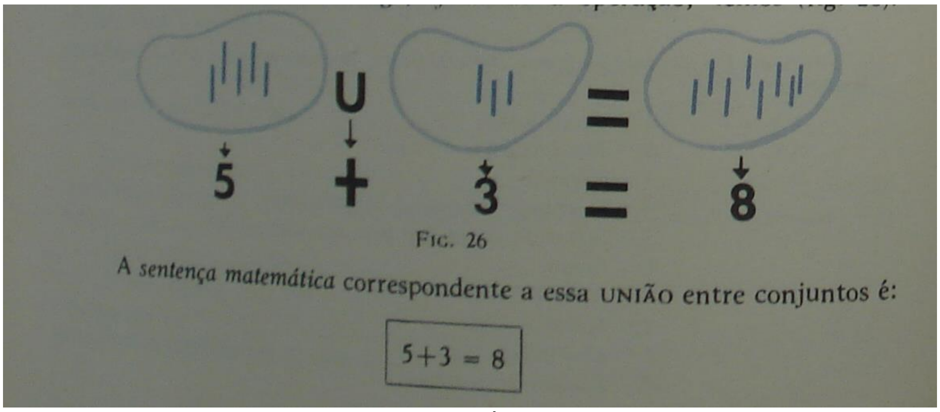


Figura 48 – Adição de números naturais
(SANGIORGI, 1965, P. 50).

Pela forma que Name apresentou a operação de adição, o resultado encontrado por Sangiorgi na sua apresentação deveria ser 1.

Em seguida Name (1975, p. 58 - 60) define no conjunto dos números naturais as propriedades da adição, da seguinte forma:

> - Fechamento: a soma de dois números naturais é um número natural.
> Exemplo: $5 + 3 = 8$
> Ou seja: $5 \in N$ e $3 \in N \rightarrow (5 + 3) \in N$
> Em símbolos: $a \in N$ e $b \in N \rightarrow (a + b) \in N$
> - Comutativa: a ordem das parcelas não altera a soma.
> Exemplos: $4 + 5 = 5 + 4$
> $7 + 1 = 1 + 7$
> Em geral: $a + b = b + a$
> - Elemento neutro: existe no conjunto N o zero, que adicionado em qualquer ordem, a qualquer número, reproduz este número.
> Exemplos: $4 + 0 = 0 + 4 = 0$
> $6 + 0 = 0 + 6 = 0$
> Em geral: $a + 0 = 0 + a = a$
> - Associativa: a adição de três números naturais pode ser feita asociando-se as duas primeiras ou as duas últimas parcelas.
> Exemplos: $(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)$

$$(3 + 9) + 4 = 3 + (9 + 4)$$
Em geral quaisquer que sejam os números naturais a, b e c temos sempre:
$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Analisando as propriedades da adição expostas por Name notamos que são as mesmas expostas por Sangiorgi no seu livro analisado durante o MMM, e com representação literal da propriedade no final. A única diferença foi que Name usou relação de pertinência nos exemplos da propriedade Fechamento.

No livro de Name (1975, p. 60 - 61) são apresentadas as seguintes propriedades das igualdades e desigualdades em relação a adição:

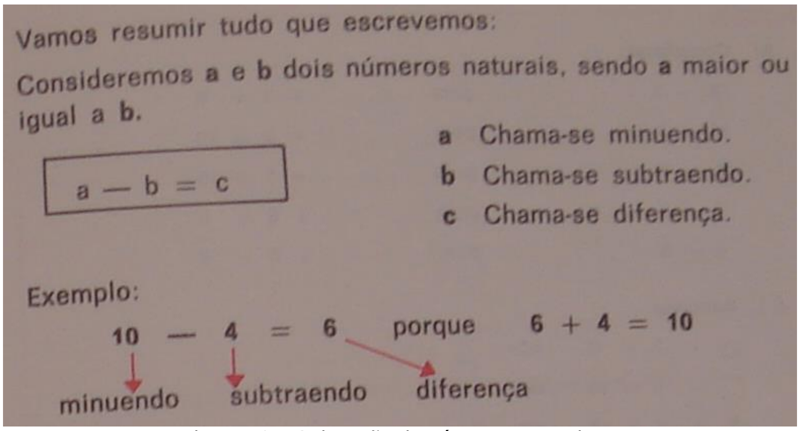
1- Somando-se um mesmo número aos membros de uma igualdade, obtém-se uma nova igualdade.
Em geral: $a = b \rightarrow a + c = b + c$
Exemplos: $a + 2 = 3 + 2 \rightarrow a = 3$
$x + 4 = 5 + 4 \rightarrow x = 4$
2- Somando-se um mesmo número aos membros de uma desigualdade, obtém-se uma outra desigualdade de mesmo sentido.
Em geral: $a > b \rightarrow a + m > b + m$
$b < a \rightarrow b + m < a + m$
Exemplos: $a + 2 > 7 + 2 \rightarrow a > 7$
$a + 4 < 5 + 4 \rightarrow a < 5$

Entre os livros analisados antes e durante o MMM, as propriedades das igualdades e desigualdades em relação a adição são novidades conceituais.

A subtração é definida por Name (1975, p. 64) como:

a operação que dados dois números numa certa ordem, com o primeiro maior ou igual ao segundo, acha-se um terceiro número natural que, adicionado ao segundo, dá para resultado o primeiro. Por exemplo:
7 é o primeiro deles.
2 é o segundo.
$7 - 2 = 5$, pois $7 = 5 + 2$.

Esta operação chama-se subtração, e é a inversa da adição. E através de uma representação literal ele resume (Figura 49) de forma geral subtração e seus elementos, e cita um exemplo.


Vamos resumir tudo que escrevemos:

Consideremos a e b dois números naturais, sendo a maior ou igual a b.

$$\boxed{a - b = c}$$

a Chama-se minuendo.
b Chama-se subtraendo.
c Chama-se diferença.

Exemplo:

10 — 4 = 6 porque 6 + 4 = 10

minuendo subtraendo diferença

Figura 49 – Subtração de números naturais
(NAME, 1975, P. 65)

A representação literal da operação de subtração é algo que Sangiorgi realizava em seus livros analisados, e a forma como Name apresenta a subtração utilizando um exemplo e concluindo no final com um resumo são as mesmas estratégias didáticas usadas por Quintela e Sangiorgi no período durante o MMM.

O autor não cita propriedades para a subtração, apenas mostra através de contra-exemplos que as propriedades fechamento, comutativa, elemento neutro, e associativa, não valem na subtração. E Name (1975, p. 65) faz isto da seguinte forma:

1- A subtração não possui as propriedades do fechamento.

$$7 - 10 = ?$$

2- A subtração não possui a propriedade comutativa.
Contra-exemplo:

$$8 - 3 = 5 \in N$$
$$3 - 8 = ?$$
$$8 - 3 \neq 3 - 8$$

3- A subtração não possui elemento neutro.
Contra-exemplo:

$$7 - 0 = 7 \in N$$
$$0 - 7 = ?$$
$$7 - 0 \neq 0 - 7$$

4- A subtração não possui a propriedade associativa.
Contra-exemplo:

$$(10 - 7) - 3 = 0 \text{ e } 10 - (7 - 3) = 6$$

Portanto:

$$(10 - 7) - 3 = 0 \neq 10 - (7 - 3) = 6$$

Notamos que Name mostra a não validade das propriedades fechamento, comutativa, elemento neutro, e associativa, da mesma forma que Sangiorgi em seu livro analisado durante o MMM.

No livro foram observados alguns detalhes, e informações, que destacaremos, um deles é o uso de pequenos retângulos pintados de cor rosa, nos quais eram inseridos no seu interior informações com o intuito de destaca-las, que são denominados caixas de resumo (Figura 50).

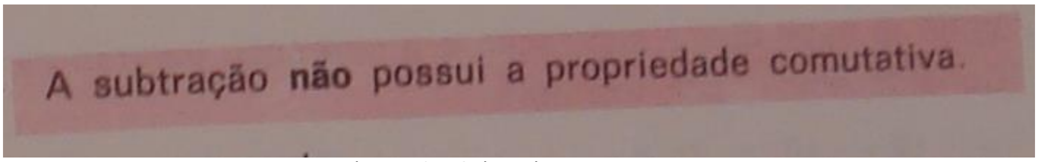
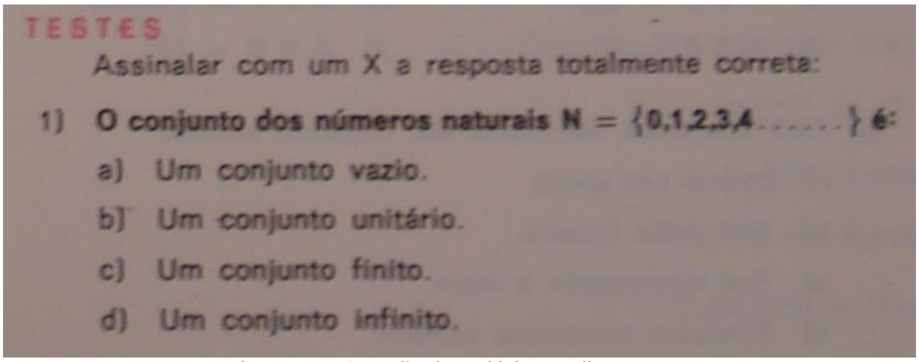

A subtração **não** possui a propriedade comutativa.

Figura 50 – Caixas de resumo
(NAME, 1975, P. 65)

Observamos que Name usava na maior parte das vezes as caixas de resumo para destacar conclusões, definições e resumos do assunto desenvolvido. O uso das caixas de resumo já era uma prática dos autores Galante, Quintela e Sangiorgi em seus livros no período durante o MMM.

O livro é composto por 194 páginas, com aproximadamente 100 palavras por página, com dimensões 23,5 cm x 16,5 cm, e as margens laterais, inferior e superior das folhas eram largas.

No livro havia exercícios localizados ao final de cada assunto. E ao final de cada capítulo, exercícios de revisão, e testes. Os testes (Figura 51) eram questões de múltipla escolha, nas quais deveria se assinalar a resposta certa com um x. Notamos que os testes no livro de Name são uma novidade entre os livros analisados.


TESTES

Assinalar com um X a resposta totalmente correta:

1) **O conjunto dos números naturais N = {0,1,2,3,4 ...... } é:**

a) Um conjunto vazio.

b) Um conjunto unitário.

c) Um conjunto finito.

d) Um conjunto infinito.

Figura 51 – Questão de multipla escolha
(NAME, 1975, P. 27)

Em relação a utilização de cores no livro, a capa continha seis cores diferentes, azul, amarelo, verde, vermelho, preto e branco, e nas partes internas, na maior parte das vezes haviam três cores, sendo elas a preta da grafia, a branca da folha, e a rosa que era usada para destacar informações, e contornar ou colorir diagramas e figuras.

As imagens que mais se destacavam no livro estavam localizadas nas aberturas dos capítulos, e eram compostas por pessoas, objetos e representações de conjunto (Figura 52) e (Figura 53). Visualizamos também que as imagens estavam quase sempre ao centro da página, e quando havia mais de uma imagem existia uma tendência a centralizá-las horizontalmente ou verticalmente, espaçando as mesmas igualmente.

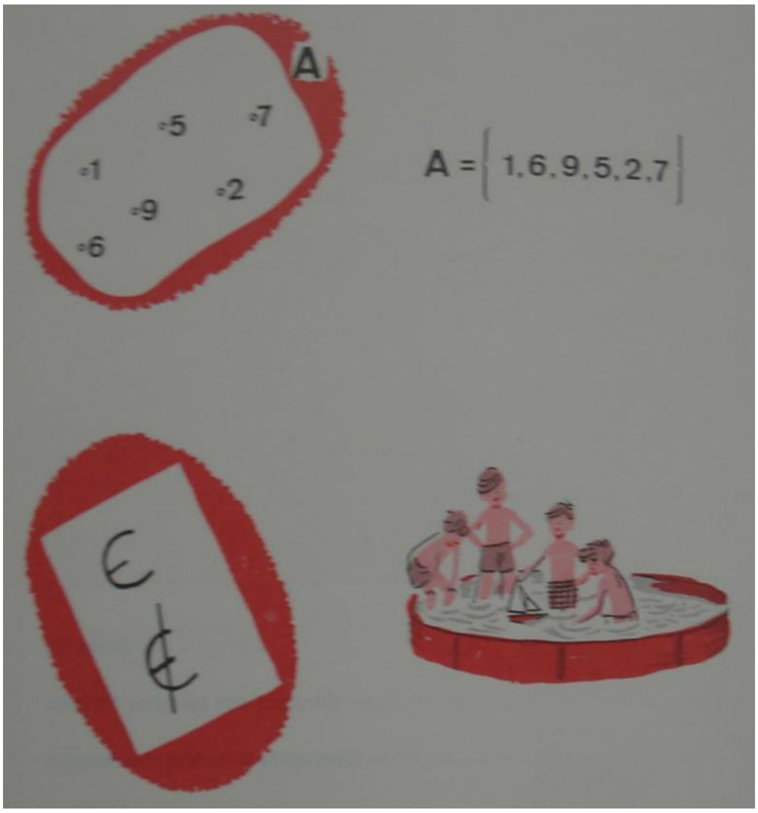


Figura 52 – Imagem de abertura do primeiro
capítulo sobre conjuntos (NAME, 1975, P. 12)

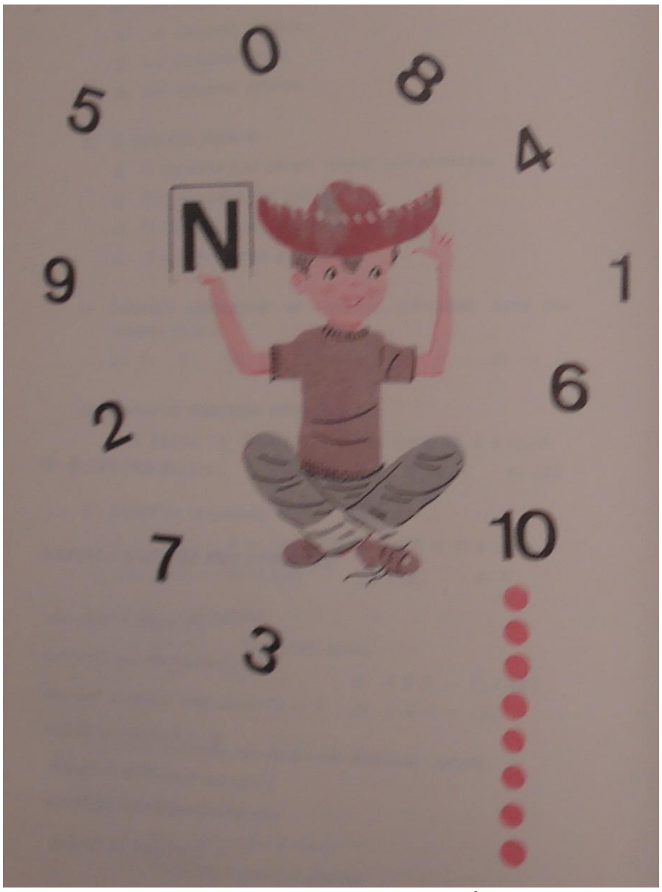


Figura 53 – Imagem de abertura do segundo capítulo sobre conjunto dos números naturais (NAME, 1975, P. 40)

Observamos que as imagens contextualizavam os assuntos a serem explorados em cada capítulo, onde visualizamos a presença da MM através das noções de teoria dos conjuntos, expressas nas representações de conjuntos por chaves e diagramas, relação de pertinência e a representação do conjunto dos números naturais através da letra N. Um ponto interessante a se destacar na imagem de abertura do segundo capítulo são as reticências após o número 10, dando a idéia que o conjunto dos números naturais é infinito. De todo modo, os livros da Editora do Brasil, sejam os de Galante ou os de Name, parecem usar das cores de maneira bastante modesta e diversa da Editora Nacional.

4 Considerações finais

O MMM no Brasil acontece a quase uma década após o inìcio na Europa e Estados Unidos da América, surgindo no País por influência maior dos movimentos internacionais do que pelo protagonismo e iniciativa dos nossos professores, autoridades, e de nossas necessidades econômicas e industriais. E fica evidente na declaração de Sangiorgi durante o segundo congresso nacional de ensino de matemática, realizado em Porto Alegre, Rio Grande do Sul :

> Cremos que as teorias cada vez mais complexas, a que é conduzida a investigação moderna, revelam-se pouco susceptíveis de virem ser já incorporadas no ensino secundário. É evidente, e os fatos nos tem provado, que a tendência é caminhar no sentido de satisfazer o anseio
> das novas gerações que estão vivendo num mundo ultramoderno, onde as ciências físico-matemáticas recebem continuamente novos e substanciosos impulsos. Mas - e este é o nosso pensamento - essa modelação aos tempos novos deve ser gradativa, a fim de serem evitados os malefícios decorrentes de transformações radicais [...]. (CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 1957a, p. 399).

Notamos que Sangiorgi em 1957 considerado provavelmente a maior liderança na divulgação do MMM no Brasil, durante o segundo congresso nacional de ensino de matemática, mantinha uma postura moderada com relação as propostas da MM. Mais tarde, em 1960, após um estágio na Universidade do Kansas, Estados Unidos da América,volta demonstrando muita convicção em relação a implantação das novas propostas da MM, evidenciando que as influências externas foram mais decisivas na sua mudança de postura em relação a implantação da MM no Brasil. E esta convicção evidenciamos em uma mensagem ao leitor em seu livro analisado durante o MMM:

> Meu caro estudante: Você vai iniciar agora o estudo da matemática de um modo diferente pelo qual seus irmãos e colegas mais velhos estudaram. Sabê por quê? Porque matemática, para eles, na maioria das vezes, era um “exagero de calculos” , “problemas complicados, trabalhosos e fora da realidade” que a tornavam, quase sempre, um fantasma!. Hoje na Era Atômica em que vivemos, isto é trabalho para as máquinas (os fabulosos computadores eletrônicos de que tanto falam os jornais ...), razão pela qual você vai aproveitar o seu precioso tempo aprendendo o verdadeiro significado e as belas estruturas da matemática moderna. Então você perceberá , por exemplo, uma certa semelhança entre o modo de raciocinar em mátematica e nas outras matérias de seus estudos, como Português, História, Geografia, Ciências, Música, Educação física, etc. Fazer conhecer Matemática dessa forma é o principal objetivo deste livro em que você vai aprender a estudar e que se completará com o auxilio indispensável de seu professor. Vamos pois estudar matemática com prazer! (SANGIORGI, 1965, contra-capa)

Na década de 1960 aconteceram os principais eventos da Matemática Moderna no Brasil, e na década de 1970 acontece o declínio do MMM no Brasil, relacionado aos exageros cometidos na implantação da MM nas escolas brasileiras, e que foram reconhecidos pelo próprio Sangiorgi (1975) em artigo do jornal O Estado de São Paulo.

Observamos que o MMM no Brasil aconteceu sem o planejamento necessário, o que tornou-se evidente na década de 1970, através das críticas sofridas devido aos exageros cometidos na introdução da teoria dos conjuntos, e estruturas matemáticas, o que constatamos na análise do livro de Name e Sangiorgi. Outro fato que evidencia a falta de planejamento é o autor Sangiorgi, que segundo (VILLELA,2008) teve a maior vendagem de livros entre os anos de 1960 e 1973, nos quais estavam contidas as propostas da MM, reconhecer os exageros cometidos durante o MMM no Brasil.

Talvez tenham faltado mais análise e estudo das propostas da MM por parte dos responsáveis pela educação, e também dos principais grupos de professores protagonistas do MMM no Brasil, GEEM, NEDEM, GEMPA, CECIBA, para fazer adequações da MM à realidade educacional do Brasil.

Em nossa análise dos livros dos autores, Osvaldo Sangiorgi, Ary Quintela, e Carlos Galante em co-autoria com Osvaldo Marcondes dos Santos, no período antes do MMM, verificamos que os livros estavam de acordo com o *Programa Mínimo*, estabelecido na reforma Simões Filho, conforme Portaria Ministerial nº 966, de 2 de outubro de 1951. Eles mostravam uniformidade quanto aos conteúdos do programa de ensino e obediência a legislação vigente.

O mesmo não ocorre com os livros dos autores, Osvaldo Sangiorgi, Ary Quintela, Carlos Galante e Miguel Assis Name, no período durante o MMM, onde Name e Sangiorgi seguem as recomendações do *Programa Assuntos Mínimos*, aprovado em 1962 no quarto congresso do ensino da matemática, Quintela seguiu parcialmente e Galante não seguiu, o que fundamenta um pouco mais a nossa afirmação de que o MMM não foi homogêneo em todo território nacional, pois havia livros de autores que não adotaram completamente em suas obras as propostas da MM, sendo vendidos no Brasil.

As inovações relacionadas a matemática moderna estão relacionadas ao uso da teoria dos conjuntos, estruturas matemáticas, e as novas orientações pedagógicas, na explanação dos assuntos, e que estão evidentes nos livros de Sangiorgi e Name, que destinaram um capítulo para definições básicas de teoria dos conjuntos, como, representação, operações, e relações entre conjuntos, que serviram de apoio para o desenvolvimento de assuntos posteriores dos livros.

Sangiorgi e Quintela produziram seus livros pela Editora Nacional, e este fato não influenciou a forma como Quintela desenvolveu sua obra, pois praticamente manteve os mesmos assuntos do período antes do MMM, acrescentando apenas a representação de conjuntos por chaves, e conjunto vazio. Notamos que Quintela e Sangiorgi, no prefácio de seus livros, mencionavam que seguiam o *Programa Assuntos Mínimos*. Tudo leva a crer que a Editora manteve durante toda década de 60 dois livros concorrentes, sendo um deles mais alinhado ao MMM.

O livro analisado de Galante durante o MMM não continha noções de teoria dos conjuntos, e aqui é interessante destacar que Galante e Name produziram seus livros pela editora do Brasil, com Name produzindo suas obras no início da década de 1970, com um trabalho muito parecido com o de Sangiorgi.

Observamos nas obras analisadas no período antes do MMM, o uso de poucas imagens, sendo que apenas o livro de Quintela continha algumas figuras. O número de cores distintas no interior dos livros, eram sempre duas, o preto da grafia e o branco da folha, e as capas apresentavam de três a seis cores distintas.

No período durante o MMM, todos os livros contêm figuras e mais do que duas cores distintas em seu interior, as capas com cinco a seis cores distintas, mas estas diferenças entre as obras analisadas nos dois períodos não se relacionam com as inovações propostas pela MM. Segundo (MIORIM, 2006), os anos 1960 marcaram também um momento de modernização do setor editorial brasileiro, e nesse contexto que surgem os livros didáticos que iriam difundir as idéias da matemática moderna.

Apesar do uso de cores e recursos visuais não se relacionarem com as novas propostas da MM, auxiliaram na explanação dos assuntos, principalmente na representação de conjuntos por diagramas, e na utilização de figuras para contextualizar a representação dos elementos de um conjunto, na explanação dos exercícios, e se destacam nos livros de Name e Sangiorgi. No livro de Galante facilitaram a esquematização e contextualização da resolução dos problemas de visualização, e no livro de Quintela aparecem nas aberturas de capítulo e explanação dos assuntos, e na maior parte das vezes contextualizavam situações que representavam conjuntos. Nesse sentido, a introdução da teoria de conjuntos e de todo esse aparato gráfico são sem dúvida nenhuma, as inovações do período, mas não podem ser vistas de maneira separadas. Ao contrário, são complementares. Além disso, não foram vistas em todos os livros. Nesse sentido, os recursos editoriais utilizados pelas editoras durante o MMM nos mostram que novas tecnologias podem ser facilitadoras na explanação de muitos assuntos de matemática.

Acredito que este trabalho realizado contribuiu em muito para minha formação como professor de matemática, pois através de muito estudo e pesquisa, pude perceber mudanças conceituais e metodológicas, no ensino dos números naturais, assim como conhecer as reformas do ensino e os congressos de matemática ocorridas no último século, o que me ajudou a compreender como foi construído o programa de matemática dos ensinos fundamental e médio ao longo dos anos.

Referências[1]

BICUDO, J. C. O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação (de 1931 a 1941). São Paulo: Associação dos Inspetores Federais de Ensino Secundário de São Paulo, 1942.

BRASIL. Governo Provisório da República dos Estados Unidos do Brasil. Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931. Rio de Janeiro, 18 de abril de 1931. In: http://www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/fontes_escritas/5_Gov_Vargas/ decreto%2019.890-%201931%20reforma%20francisco%20 campos.htm.

BÚRIGO, E. Z. Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Porto Alegre, 1989. 286f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989.

CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 2., Porto Alegre. Anais... Porto Alegre, RS: Gráfica da Universidade do Rio Grande do Sul, 1957a. p. 272-399.

D'AMBRÓSIO, B. S. The Dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education. Thesis (Doctor of Philosophy) - Indiana University, 1987.

DIÁRIO OFICIAL DA UNIÃO (DOU) • 22/02/1952 • Seção 1 • Pg. 71-72. www.jusbrasil.com.br/.../pg-65-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou-de-22/02/1952

Freire, I. A. A. Ensino de Matemática: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969). Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia (2009).

GALANTE, C. Primeira Série – Curso Ginasial, Coleção Didática do Brasil – Série Ginasial – Vol. 68 – Matemática, 51ª edição, Editora do Brasil S / A, 1965.

GALANTE, C.; SANTOS, O. M. Primeira Série – Curso Ginasial, Coleção Didática do Brasil – Série Ginasial – Vol. 68 – Matemática, 13ª edição, Editora do Brasil S / A, 1954.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (Org.). A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos. São Paulo: GHEMAT, 2007. p. 21-45.

HALLEWELL, L. O Livro no Brasil: sua história. 2 ed. São Paulo: EDUSP, 2005.

KLINE, M. O fracasso da Matemática Moderna. São Paulo,SP: Ibrasa, 1976.

KRAFZIK, M. L. A. Acordo MEC/USAID – A Comissão do livro técnico e do livro didático – COLTED (1966/1971). Dissertação. Mestrado em Educação: Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2006.

[1] De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

LIMA, F. R. Grupo de estudos do ensino da matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil – GEEM. 2006. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

MIORIM, M.A. Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo. Editora Atual, 1998.

MIORIM, M.A. A Biblioteca Pedagógica Brasileira da Companhia Editora Nacional e o ensino de matemática: livros, autores e estratégias editoriais. Revista Horizontes, v. 24, n, 1, p. 9-21, jan/ jun - 2006.

OLIVEIRA FILHO, F. *O School Mathematics Study Group e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.* 2009. 204f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

PINTO, N. B. Marcas Históricass da Matemática Moderna No Brasil. Revista Díalogo Educacional, Curitiba, v.5, n.16, p.25-38, set./dez.2005.

QUINTELA, A. Primeira Série Ginasial, Coleção Matemática, 68ª edição, Editora Nacional, 1959.

QUINTELA, A. Primeira Série Ginasial, Coleção Matemática, 121ª edição, Editora Nacional, 1966.

SANGIORGI, O. Introdução da matemática moderna no ensino secundário. In: GEEM. Matemática moderna para o ensino secundário. São Paulo,SP: IBECC, 1965a.

SANGIORGI, O. Entrevista à imprensa. In: O GEEM vem renovando o ensino de matemática há quatro anos. Folha de São Paulo, São Paulo,SP, 3 nov. 1965b.

SANGIORGI, O. Quinze anos de matemática.O Estado de São Paulo. 21 de de setembro de 1975b.

SANGIORGI, O. 1ª Série Ginasial, Coleção Matemática Curso Ginasial, 11ª edição, Editora Nacional, 1955.

SANGIORGI, O. Volume 1 para os ginásios, Coleção Matemática Curso Moderno, 5ª edição, Editora Nacional, 1965.

SANGIORGI, O. Volume 1 para os ginásios, Guia para uso dos professores, Coleção Matemática Curso Moderno, Editora Nacional, 1967.

SCHUBRING, G. Análise histórica de livros de matemática: notas de aula (tradução Maria Laura Magalhães Gomes).- Campinas.Sp: autores associados, 2003.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos. Zetetiké, v. 7, n. 11, p. 29-50, 1999.

SIQUEIRA, R. M.; SILVA, L. O mercado de livros didáticos de matemática no Brasil: autores e editoras (1950-1979), 2013.

SOARES, F. S. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou Retrocesso? Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

VALENTE, W. R. A MATEMÁTICA MODERNA NAS ESCOLAS DO BRASIL: UM TEMA PARA ESTUDOS HISTÓRICOS. Revista Díalogo Educacional, Curitiba, v.6, n.18, p.35-47, maio./ago.2006.

VILLELA, L. M. A. Os livros didáticos de matemática de maior vendagem, na companhia editora nacional, no período de 1964 a 1980. In: A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos. Porto Alegre: Redes Editora: Capes: Ghemat, 2008, p. 118-132.