

UFRRJ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT

DISSERTAÇÃO

O método da Falsa Posição: Uma alternativa para o ensino de
resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau

FABRÍCIO DE AZEVEDO SILVA

Seropédica, RJ

2015



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

**O MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO: UMA ALTERNATIVA PARA O
ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES
DO 1º GRAU**

FABRÍCIO DE AZEVEDO SILVA

Sob a Orientação do Professor

Pedro Carlos Pereira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, área de concentração: Matemática.

Seropédica, RJ

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

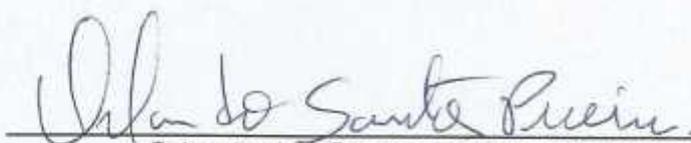
FABRÍCIO DE AZEVEDO SILVA

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre**, no curso de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, área de Concentração em Matemática.

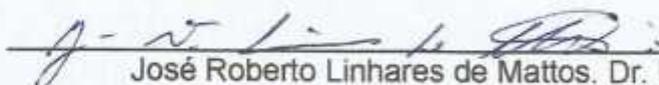
DISSERTAÇÃO APROVADA EM 31/08/2015



Pedro Carlos Pereira. Dr. UFRRJ
(Orientador)



Orlando dos Santos Pereira. Dr. UFRRJ



José Roberto Linhares de Mattos. Dr. UFF

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por estar sempre comigo e conceder graça para conclusão de mais essa etapa da minha vida.

Aos meus pais que, através de muito esforço, se dedicaram para transmitir-me valores que carrego comigo onde estou.

A minha esposa por abrir mão de minha presença em momentos em que a dedicação aos estudos era minha prioridade. Sem essa colaboração, não seria possível a conclusão do presente trabalho.

Ao Professor Pedro Carlos Pereira, pelo excelente trabalho de orientação ao longo desta dissertação, dedicação, disponibilidade e pelas contribuições na presente pesquisa. Minha gratidão por esse tempo de aprendizado e convivência e principalmente pela paciência.

Aos professores do PROFMAT pelos conhecimentos transmitidos e dedicação em todo esse processo acadêmico.

À CAPES pelo incentivo e aporte financeiro, sem o qual seria muito improvável a conclusão do curso.

RESUMO

SILVA, Fabrício de Azevedo. **O método da Falsa Posição: Uma alternativa para o ensino de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau**. Seropédica, RJ. 51 p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

O principal objetivo desta pesquisa é verificar se o método da falsa posição, utilizado para resolver alguns problemas do Papiro de Rhind, pode ser uma alternativa para resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau com uma incógnita para alunos do 7º ano do ensino fundamental. Esse método era utilizado pelos egípcios e trata-se de um caminho para encontrar a solução do problema através da estipulação de um valor inicial, considerado a falsa posição, que deverá ser ajustado imediatamente após para se obter o valor correto. Como observamos não ser raro que essa estratégia seja adotada pelos discentes nos dias atuais, acreditamos ser essa uma alternativa plausível para o ensino do conteúdo. Para verificar a eficácia do método, realizamos um estudo de caso – adotando uma abordagem qualitativa para analisar os dados recolhidos na pesquisa – com uma turma do 7º ano em uma escola da rede municipal do Rio de Janeiro. Propomos uma sequência de três atividades, aplicada em um único encontro, onde após a resolução dos problemas pelos discentes, iniciávamos uma discussão sobre quais estratégias adotaram. Após a resolução da primeira atividade, um problema retirado do Papiro de Rhind, durante o período destinado à discussão do problema, mostramos como os egípcios o resolviam. Podemos perceber que uma quantidade considerável deles se identificou com o método, pela forma como resolveram as atividades posteriores.

Palavras-chave

Resolução de problemas, equação do 1º grau, método da falsa posição, Papiro de Rhind.

ABSTRACT

SILVA, Fabrício de Azevedo. **The False Position method: An alternative for teaching problem solving involving the 1st degree equations**. Seropédica, RJ. 51 p. Dissertation (Master in Mathematics). Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2015.

The main objective of this research is to see whether the false position method, used to solve some problems Rhind Papyrus, can be an alternative for solving problems that involve the 1st degree equations with one unknown for students from the 7th grade of elementary school. The Egyptians used this method and this is a way to find the solution of the problem by requiring an initial value, considered the false position, which should be adjusted immediately to obtain the correct value. As we noted not rare that this strategy is adopted by students nowadays, we believe this is a plausible alternative to the teaching content. To check the effectiveness of the method, We conducted a case study – adopting a qualitative approach to analyze the data collected in search – with a group of the 7th grade in a municipal school in Rio de Janeiro. We propose a sequence of three activities, applied in a single meeting, where after the resolution of problems by students, we began a discussion of what strategies adopted. After the resolution of the first activity, a problem taken from the Rhind Papyrus, during the period for the discussion of the problem, we show how the Egyptians resolved. We can see that a considerable amount of them identified with the method, by the way they decided later activities.

Keywords

Problem solving, 1st degree equation, false position method, Rhind Papyrus.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cálculo de A5 para Atividade 1.....	29
Figura 2 - Comentário de A1 para Atividade 1.....	29
Figura 3 - Cálculo de A20 para Atividade 1.....	29
Figura 4 - Cálculo de A2 para Atividade 1.....	30
Figura 5 - Cálculo de A11 para Atividade 1.....	30
Figura 6 - Cálculo de A16 para Atividade 1.....	30
Figura 7 - Comentário de A16 para Atividade 1.....	31
Figura 8 - Cálculo de A10 para Atividade 1.....	31
Figura 9 - Cálculo de A9 para Atividade 1.....	31
Figura 10 - Comentário de A9 para Atividade 1.....	31
Figura 11 - Cálculo de A17 para Atividade 1.....	32
Figura 12 - Cálculo de A6 para Atividade 1.....	32
Figura 13 - Comentário de A6 para Atividade 1.....	32
Figura 14 - Cálculo de A3 para Atividade 2.....	34
Figura 15 - Cálculo de A10 para Atividade 2.....	35
Figura 16 - Cálculo de A10 para Atividade 2.....	35
Figura 17 - Cálculo de A7 para Atividade 2.....	36
Figura 18 - Cálculo de A4 para Atividade 2.....	36
Figura 19 - Cálculo de A14 para Atividade 2.....	36
Figura 20 - Cálculo de A5 para Atividade 2.....	37
Figura 21 - Comentário de A6 para Atividade 2.....	37
Figura 22 - Cálculo de A9 para Atividade 2.....	37
Figura 23 - Comentário de A9 para Atividade 2.....	38
Figura 24 - Cálculo de A18 para Atividade 2.....	38
Figura 25 - Cálculo de A11 para Atividade 2.....	38
Figura 26 - Cálculo de A1 para Atividade 2.....	39
Figura 27 - Comentário de A1 para Atividade 2.....	39
Figura 28 - Cálculo de A17 para Atividade 2.....	39
Figura 29 - Comentário de A17 para Atividade 2.....	40
Figura 30 - Cálculo de A19 para Atividade 2.....	40

Figura 31 - Cálculo de A16 para Atividade 2.....	40
Figura 32 - Cálculo de A9 para Atividade 3.....	43
Figura 33 - Cálculo de A17 para Atividade 3.....	43
Figura 34 - Cálculo de A14 para Atividade 3.....	44
Figura 35 - Cálculo de A18 para Atividade 3.....	44
Figura 36 - Cálculo de A10 para Atividade 3.....	45
Figura 37 - Cálculo de A11 para Atividade 3.....	45
Figura 38 - Cálculo de A15 para Atividade 3.....	45
Figura 39 - Cálculo de A13 para Atividade 3.....	46
Figura 40 - Cálculo de A1 para Atividade 3.....	46
Figura 41 - Comentário de A1 para Atividade 3	46
Figura 42 - Cálculo de A5 para Atividade 3.....	47

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	11
1.1. O que é um problema?	11
1.2. O que é um problema matemático?	12
1.3. Como se resolve um problema de matemática?	14
1.4. Resolução de problemas é um método de ensino?	16
2. MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO	18
2.1. O que é o método de falsa posição?	18
2.2. O Papiro de Rhind	21
3. RELATO DE EXPERIÊNCIA	25
3.1. Metodologia	25
3.2. Desenvolvimento	28
3.2.1. Atividade 1	28
3.2.2. Atividade 2	34
3.2.3 Atividade 3	42
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50

INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, percebemos pela experiência docente e pesquisas bibliográficas, que uma das grandes dificuldades encontradas pelos alunos do ensino básico está concentrada na resolução de problemas. Não é raro encontrarmos alunos que dominam os algoritmos necessários à resolução de um problema, porém quando são expostos ao mesmo não são capazes de perceber a relação existente entre o conteúdo assimilado e o problema proposto. Poderíamos citar diversos fatores para justificar tal ocorrência, entretanto o objetivo da presente pesquisa não é listar os motivos causadores das dificuldades encontradas pelos discentes, mas sim encontrar um caminho através da história da matemática para minimizar essas dificuldades em relação aos problemas que envolvem as equações do 1º grau. Foi buscando esse caminho que nos deparamos com o método da falsa posição utilizado pelos egípcios para resolução dos problemas encontrados no Papiro de Rhind. A escolha do tema se deu por que segundo Medeiros e Medeiros (2004, p. 546) “em sua essência, o método da falsa posição consiste em um procedimento de tentativas e erros”, e esse procedimento é bastante intuitivo e comum entre os alunos dessa etapa de ensino nos dias atuais. Entretanto, no método egípcio há uma estrutura mais consistente para essas tentativas e erros, que dificilmente encontraríamos nesse procedimento praticado pelos alunos de hoje, pois as tentativas e erros desses são, geralmente, aleatórias. Acreditamos que esse método pode contribuir para uma reflexão quanto aos procedimentos utilizados na resolução de problemas, visto que, segundo Medeiros e Medeiros (2004) a resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau é tratada hoje de uma forma exclusivamente simbólica e

Esta simbolização precoce traz sérios danos para a formação do pensamento especulativo, da exploração das relações numéricas porventura existentes na situação em causa e da própria intuição matemática a ser necessariamente desenvolvida. (MEDEIROS e MEDEIROS 2004, p. 546)

Obviamente não é interesse dessa pesquisa desmerecer ou minimizar a importância dos métodos algébricos atuais, que trouxeram inúmeros benefícios e praticidade à resolução de problemas matemáticos, contudo, segundo Medeiros e Medeiros (2004, p. 556)

Tendo em mente uma perspectiva histórica da produção do conhecimento, só depois de explorar as intuições é que deveriam ser feitas mecanizações de procedimentos via uma simbolização mais rigorosa das abordagens matemáticas.

Porém, não é comumente valorizado o processo intuitivo dos discentes na resolução de problemas, em geral prioriza-se as manipulações algébricas estipuladas pelos livros didáticos de forma taxativa, sem que se ofereça oportunidade para o questionamento ou a reflexão, procedimentos estes que são de fundamental importância para o processo de ensino-aprendizagem.

Por esses motivos, acreditamos que o presente trabalho será uma ferramenta para professores que estiverem dispostos a utilizar as estratégias alternativas como recurso metodológico para o ensino de resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau de uma forma significativa. Estimulando, em primeira instância, a criatividade e intuição dos discentes, para posteriormente formalizar procedimentos algébricos mais elaborados.

O ensino sobre resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau é um assunto que permeia diversas séries do ensino básico, porém tem se tornado um desafio conseguir que os alunos compreendam de forma significativa os conceitos envolvidos nesse tipo de resolução. Refletindo sobre essa dificuldade, decidimos focar nossa pesquisa no 7º ano do ensino Fundamental por ser esse o momento onde eles têm o primeiro contato com o tema proposto. Veremos que o método da Falsa Posição, utilizado na resolução dos problemas 24 à 27 do Papiro de Rhind, é um instrumento pedagógico valioso no processo de ensino-aprendizagem sobre resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau, visto que é um método que, apesar de ser milenar, é bastante intuitivo.

No primeiro capítulo, veremos um breve panorama sobre os principais aspectos pertinentes à resolução de problemas. No segundo, faremos uma definição mais precisa do Método da Falsa Posição: suas origens, como os egípcios o utilizava e como ele aparece em diversas obras de grandes matemáticos. Além disso, discorreremos também sobre o Papiro de Rhin. E, no terceiro e último capítulo, veremos o relato de experiência. Onde apresentamos a metodologia da pesquisa e seu desenvolvimento.

1. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

1.1. O que é um problema?

É possível afirmar que a história da humanidade está intrinsecamente relacionada à história da resolução de problemas? Podemos perceber que as grandes descobertas e grandes inventos, das mais diversas civilizações, advêm de uma incansável busca pelas respostas de grandes problemas enfrentados no cotidiano. Nesse sentido, é de fundamental importância uma reflexão sobre o conceito do que realmente é um problema.

Segundo Lester um problema significa “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve a solução” (LESTER, 1983 apud POZO; ECHEVERRÍA, 1988, P. 15). Partindo desse princípio, podemos considerar que estaremos diante de um problema quando não formos capazes de apresentar uma resposta, sem antes refletir, analisar hipóteses, experimentar possibilidades, ou seja, não possuímos habilidades e competências suficientes para a resolução de forma imediata, ou após aplicação direta de técnicas previamente adquiridas.

Segundo Pozo e Echeverría (1988, p. 16):

[...]um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer por ela não se interessar pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício.

Podemos dizer então, que se uma situação representa ou não um problema é relativa, ou seja, depende de quem o está enfrentando. Se for um problema há interesse na obtenção da solução e há um esforço cognitivo considerável para encontrá-la. Se alguém depara-se com a mesma situação, porém sem essas características, estaria diante de um exercício.

Considerando essa diferenciação e a afirmação de Soares e Pinto (2000, p. 01), onde encontramos que

É preciso fazer com que os alunos se tornem pessoas capazes de enfrentar situações diferentes dentro de contextos diversificados, que façam com que eles busquem aprender novos conhecimentos e habilidades. Só assim estarão melhor preparados para adaptar-se às mudanças culturais, tecnológicas e profissionais do novo milênio.

Fica claro que a mera resolução de exercícios, por repetição de procedimentos previamente adquiridos, não cumpre o papel de levar o discente à reflexão e à busca por novos conhecimentos, como no caso em que este se depara com uma situação que pode ser considerada por ele um problema.

1.2. O que é um problema matemático?

Seguindo essa mesma linha de raciocínio, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.” (BRASIL, 1998, p.42). É óbvio que se faz necessário o conhecimento prévio de alguns algoritmos e procedimentos inerentes a resolução do problema, porém se este não demandar uma reflexão quanto aos mecanismos utilizados para a obtenção da solução, não se trata de um problema e sim de um exercício. Ainda nos PCN:

O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada”. (BRASIL, 1998, p. 41)

Segundo Silveira (2001, p. 1) “um problema matemático é toda situação que requer a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado”.

Ideia essa que reforça a definição apresentada pelos PCN, pois em ambos podemos notar que o ponto em comum está no fato de que para se considerar um problema matemático o resolvidor precisa descobrir informações desconhecidas. Mas, na prática docente, e até mesmo em livros didáticos, não é raro observarmos quem considere um problema aquelas tarefas que se encontram ao fim de um capítulo, ou ao fim de uma aula, onde os alunos são motivados a aplicarem habilidades adquiridas anteriormente em situações consideradas práticas. Entretanto, as definições para problemas matemáticos, que observamos anteriormente, divergem dessa ideia, pois consideram tais práticas como exercícios. Ainda segundo Silveira (2001, p. 1), “o fundamental é que o resolvidor conheça o objetivo a chegar, mas só estará enfrentando um problema se ele ainda não tem os meios para atingir tal objetivo”.

Certamente os exercícios exercem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, pois através deles são adquiridos conhecimentos, técnicas e procedimentos que serão de fundamental importância na resolução de alguns problemas. Porém, estes não devem ser confundidos com um problema.

Segundo Resnick (apud Silveira, 2001, p. 1), “existem diferentes tipos de problemas e que cada tipo tem uma função no processo de aprendizagem do aluno”. Desse modo, podemos classificar os problemas matemáticos como:

-) Sem algoritmização: o caminho da resolução é desconhecido, ao menos em boa parte.
-) Complexos: precisam de vários pontos de vista.
-) Exigentes: a solução só é atingida após intenso trabalho mental; embora o caminho possa ser curto, ele tende a ser difícil.
-) Exigem lucidez e paciência: um problema se inicia com uma aparente desordem e é necessário observar as regularidades, os padrões que permitirão a construção do caminho até a solução.
-) Nebulosos: pode ocorrer que nem todas as informações necessárias estejam aparentes; por outro lado, pode ocorrer que existam conflitos entre as condições estabelecidas pelo problema.
-) Não há resposta única: além de normalmente ocorrer de existirem várias maneiras de resolver um dado problema, pode ocorrer de não existir uma melhor solução e até de não existir solução; ao contrário do que a escola ensina: resolver um problema não é o mesmo que achar a resposta.

A escolha do melhor tipo de problema depende de diversos fatores, como, por exemplo, a realidade escolar e extraescolar dos discentes, a faixa etária e ano de escolaridade, os objetivos didáticos pretendidos. Pois, se não trabalhados de forma coerente, os problemas matemáticos podem se tornar um fator de desmotivação e desprezo para com a disciplina, devido ao alto grau de dificuldade e desproporcionalidade ao grau de conhecimento dos alunos. Daí a importância de se ter bem claro os objetivos a serem atingidos quando se propõe um problema matemático no processo educacional, evitando ocasionar efeitos não satisfatórios para a aprendizagem.

1.3. Como se resolve um problema de matemática?

Tão importante quanto definir o que é um problema matemático, é apresentar um roteiro de procedimentos que podem ser adotados frente a sua resolução. É bom ressaltar que a resolução de problemas é uma temática que deveria ser adotada desde os anos iniciais do ensino fundamental, para que o aluno ao longo de sua jornada escolar possa se habituar com a linguagem matemática, particular a eles de forma gradativa.

Segundo Polya (1978, p. 1) quatro etapas são fundamentais e devem ser empregadas para a resolução de um problema. A primeira etapa é a **compreensão do problema**, e para tanto é necessário que saibamos:

-) Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição?
-) É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou excessiva? Ou contraditória?
-) Desenha uma figura. Adota uma notação adequada.
-) Separa as diversas partes da condição. É possível defini-las de outro modo? Comentá-las?

Já, a segunda etapa é o **estabelecimento de um plano**, onde se encontra a conexão entre os dados e a incógnita. Em alguns casos, é possível que sejamos obrigados a recorrer a problemas auxiliares, pois não teremos uma conexão imediata. Assim:

-) Já viste este problema antes? Ou já viste o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?
-) Conheces um problema relacionado? Ou um que seja útil aqui?
-) Conheces um teorema que lhe poderia ser útil? Ou uma propriedade?
-) Olha bem para a incógnita! Pensa num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.
-) Eis um problema correlacionado e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?
-) É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volta às definições.

-) Se não pudes resolver o problema proposto, procura primeiro resolver algum problema correlacionado.
-) É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Ou um que seja mais genérico? Ou um que seja mais específico? Ou um que lhe seja análogo?
-) É possível resolver uma parte do problema? Mantém apenas uma parte da condição, deixa a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar?
-) É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita?
-) É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si?
-) Serviste-te de todos os dados? Utilizaste toda a condição?
-) Tiveste em conta todas as noções essenciais que estão no problema

A etapa terceira, denominamos de **execução do plano**. Nesse momento deve-se executar o plano de resolução e verificar cada passo:

-) É possível verificar claramente que cada passo está correto?
-) É possível demonstrar que ele está correto?

A quarta e última etapa é a **retrospectiva**. Aqui devemos examinar se a solução a solução obtida é viável.

-) É possível verificar o resultado? É possível verificar o raciocínio?
-) É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance?
-) É possível utilizar o resultado, ou o método, para outros problemas?

Apesar do método de Polya não se restringir apenas à resolução de problemas matemáticos, certamente ele é uma ferramenta altamente eficaz no processo de resolução desse tipo de problema. A aparente simplicidade das etapas são profundamente detalhadas nas perguntas que ele propõe à cada uma. Essas perguntas nos ajudam a refletir sobre o problema, sobre a forma como poderemos resolvê-lo e verificar se essa forma é realmente eficaz. É importante ressaltar que esse método só tem sentido quando nos deparamos com um problema e não um exercício. Pois, no segundo caso, como já vimos anteriormente, não há necessidade

de todas essas indagações, uma vez que que a priori temos o caminho para a solução quase que de maneira imediata. Para exemplificar, poderíamos imaginar uma situação onde nos encontramos com sede. Se isso ocorre em uma residência, normalmente não se trata de um problema, pois o acesso à água seria algo que imediatamente poderíamos solucionar. Entretanto, se esse episódio ocorre enquanto estamos em um deserto, certamente estamos diante de um problema.

Quando lemos o enunciado de um problema e não sabemos o que fazer ou por onde começar, podemos utilizar o método de Polya para nos orientar em relação ao que já conhecemos e o que ainda precisamos descobrir para solucioná-lo. Ele nos ajuda na organização do pensamento para que possamos, gradativamente, a partir das habilidades e informações que já possuímos, possamos construir o que ainda não sabemos.

1.4. Resolução de problemas é um método de ensino?

Se pesquisarmos o passado recente do ensino da matemática em nosso país, poderemos perceber que a resolução de problemas não se destacava como metodologia de ensino. Os PCN afirmam que “Em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão”. (BRASIL, 1998, p. 19). O documento afirma ainda que “Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática no Brasil, assim como em outros países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna”. (BRASIL, 1998, p.19). Nesse movimento, fora priorizado um ensino da matemática nas escolas da mesma forma como os pesquisadores a entendiam. Dava-se grande importância às teorias e simbolismos, mesmo nas séries iniciais do ensino fundamental, distanciando assim a matemática do mundo real vivido pelos alunos. Durante muito tempo esse movimento influenciou o ensino da disciplina no país. No Brasil, o movimento perdeu força “a partir da constatação de inadequação de alguns de seus princípios básicos e das distorções e dos exageros ocorridos”. (BRASIL, 1998, p. 20).

Ainda segundo os PCN,

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics - NCTM -, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento

“Agenda para Ação”. Nele a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80. (BRASIL, 1998, p. 20, grifo do autor)

A partir daí, pesquisadores da área de Educação Matemática começaram a focar suas ideias na resolução de problemas como um eixo norteador do ensino da Matemática. Porém, ainda assim, o documento aponta que um dos desafios a serem superados no ensino da Matemática nos dias atuais, é a forma equivocada como esse tema é trabalhado em sala de aula.

Assim, por exemplo, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas - ainda bastante desconhecida da grande maioria - quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (BRASIL, 1998, p. 22)

Todavia, não é dessa forma que a resolução de problemas pode ser considerada uma metodologia de ensino. Confrontando essa prática, os PCN afirmam que “em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática”. (BRASIL, 1998, p. 39). Dessa forma o aluno deixa de ser coadjuvante em seu próprio processo de aprendizagem e passa a ser protagonista, uma vez que necessita percorrer caminhos que até então eram desconhecidos por ele, em busca de uma solução para o problema proposto. Esse comportamento coloca-o como agente ativo na construção de novos saberes, de forma que possa motivá-lo a continuar essa busca através de novos desafios.

Segundo Poffo (2011, p. 11),

A utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino exige do professor muita dedicação, avaliação contínua, além do planejamento para a escolha ideal de situações-problema geradoras que provoquem a curiosidade e mantenham a motivação do aluno.

Sendo assim, o professor deve adotar uma postura de facilitador, mediador e incentivador das ideias geradas pelos alunos durante o processo de resolução dos problemas. Nesse processo, até mesmo os ‘erros’ devem ser considerados e avaliados pelos alunos com a mediação do professor. Deve-se também incentivar a diversidade de possibilidades de resolução de um problema. Dessa forma o professor consegue transformar sua aula em um momento mais atrativo e desafiador para o aluno, além de conseguir que grande parte deles se motivem com a disciplina, fato que dificilmente ocorre quando a resolução de problemas é trabalhada de forma inadequada, apenas como fixação de habilidades previamente definidas ou quando são propostos problemas que não correspondem ao contexto em que o aluno está inserido.

2. MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO

2.1. O que é o método de falsa posição?

O método da falsa posição é um método milenar utilizado para resolver problemas que hoje classificaríamos como sendo relacionados a equações do 1º grau. Segundo Medeiros e Medeiros (2004, p. 546) “suas origens remontam ao antigo Egito e aos primórdios da civilização chinesa, tendo sido largamente utilizado, desde então, por matemáticos de várias civilizações”. Para Lumpkin (apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2004, p. 546),

Suas origens perdem-se no tempo, tendo surgido independentemente em vários locais e em várias civilizações da Antiguidade, como uma tentativa de resolver problemas práticos ligados ao comércio, à cobrança de impostos, ao armazenamento de animais e à agrimensura.

Essa característica aponta para o caráter intuitivo do método, pois, essencialmente, trata-se de um caminho para encontrar a solução do problema através da estipulação de um valor inicial, considerado a falsa posição, que deverá ser ajustado imediatamente após para se obter o valor correto. Posteriormente, iremos verificar que esse valor inicial não se dá de forma aleatória, mas sim com um objetivo específico de facilitar os cálculos.

O fato dele surgir em diversas civilizações e de forma independente, nos faz refletir sobre como esse método possui um caráter exploratório, na medida que trabalha com tentativas, erros e correções. Postura essa bastante comum na história da resolução de problemas e, inclusive, nos dias atuais, não é raro encontramos alguns discentes adotando-a frente a uma situação análoga.

Para exemplificar o método da falsa posição, vamos verificar como os egípcios o utilizavam na antiguidade. Para tal, tomaremos o *Problema 26 do Papiro de Rhind*, que diz:

“Uma quantidade e o seu quarto adicionado torna-se 15. Qual é esta quantidade?”

Poderíamos expressar a solução desse problema em termos algébricos atuais da seguinte forma:

$$x + \frac{x}{4} = 15 \Rightarrow 4x + x = 60 \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12$$

Porém, Segundo Medeiros e Medeiros (2004) os antigos egípcios resolviam esse tipo de problema de forma diferente, pois ainda não possuíam conhecimento dessa simbologia algébrica. Eles utilizavam um procedimento de tentativas e erros, conhecido como cálculo de “*aha*”, nome dado a quantidade desconhecida.

Segundo (BUNT; JONES; BEDIANT, 1988 apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2004, p. 547), “Esse procedimento viria a ser conhecido, posteriormente, como o método da falsa posição. Tal método tinha seu ponto de partida com o levantamento inicial de uma hipótese, ou posição inicial, sobre o valor da quantidade a ser determinada”.

Observemos a seguinte descrição:

No caso do exemplo acima, o escriba egípcio escolhia um valor para a quantidade desconhecida (*aha*) que evitasse a fração. Uma boa escolha seria o próprio número 4. É preciso perceber, entretanto, que este valor 4 atribuído inicialmente à quantidade desconhecida não tinha a pretensão de ser algo como um palpite verdadeiro; era, realmente, uma mera tentativa a ser apropriadamente corrigida logo em seguida. Aplicando a esta posição inicial as condições do enunciado do problema, o escriba raciocinava da seguinte forma: se a resposta fosse 4, então $4 + 1/4$ de $4 = 5$. Como o resultado esperado era igual a 15, a posição inicial assumida para a incógnita (4) era evidentemente falsa. Entretanto, tendo em vista que o resultado obtido (5) precisava ser multiplicado por 3 para se chegar ao valor da soma correta (15), na mesma proporção deveria ser multiplicada a falsa posição inicial (4) para se obter o valor correto da incógnita. Assim, o método da falsa posição apontava para um valor de ‘*aha*’ igual a $4 \times 3 = 12$. (MEDEIROS; MEDEIROS, 2004, p. 547-548)

Vale ressaltar que a notação utilizada por Medeiros e Medeiros (2004) não corresponde a original utilizada pelos egípcios. Uma vez que eles lançavam mão da escrita de frações próprias através de somas de frações unitárias. Faremos uma descrição dessa forma de escrita quando detalharmos os conteúdos tratados no Papiro de Rhind.

Além desses registros na antiguidade, o método da falsa posição recebeu destaque em diversas obras de matemáticos conceituados. Segundo Medeiros e Medeiros (2004), o referido método pode ser encontrado nos trabalhos do grande matemático grego Diofanto de Alexandria (201 – 285), por volta do ano 250 da nossa Era. Ainda entre os gregos, em alguns problemas contidos na influente “Antologia Grega”, elaborada por Metrodorus (478 – 525), por volta do ano 500. Na sequência histórica, vamos encontrar esse método exposto nos trabalhos de notáveis matemáticos árabes como Al-Khowarizm (780 – 850) e Abu Kamil (850 – 930), assim como entre matemáticos hindus, como o grande Bhaskaracharya (1114-1185). Por volta do ano 900, Abu-Kamil, legítimo sucessor de Al-Khowarizm, escreve o “*Livro sobre a Álgebra*”, foi através desse livro que o Ocidente veio, muito tempo depois, a tomar conhecimento inicial da Álgebra e em especial do método da falsa posição. A Álgebra só chegaria à Europa após a morte

de Bhaskara II, já no ano de 1202, através do célebre livro de Leonardo Fibonacci (1170 – 1240), também conhecido como Leonardo de Pisa, o “*Liber Abacci*”, ou “*Livro dos Cálculos*”.

O impacto deste importante livro no pensamento matemático europeu foi tremendo, ainda que não tenha ele se tratado de uma obra verdadeiramente original, mas da compilação de ensinamento dos árabes, dentre eles, o método da falsa posição. Aliás, é preciso que seja destacado que o método da falsa posição não é apresentado apenas como um pequeno conteúdo matemático a mais a ser conhecido. Todo o capítulo 13 do *Liber Abacci* é dedicado ao referido método, à forma como o mesmo havia sido usado desde a Antiguidade. (MEDEIROS; MEDEIROS, 2004, p. 552)

Concluindo essa parte histórica,

Já em pleno Renascimento, Luca Pacioli (1494 - 1514), viria a dar seqüência neste percurso histórico, através da escrita, em 1494, da sua famosa *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita*. Este foi o primeiro livro impresso sobre Aritmética e Álgebra em todo o mundo.[...] Muitas das soluções de problemas apresentadas por Pacioli são produzidas utilizando o método da falsa posição onde ele, encurtando a denominação dada por Fibonacci, intitula-o, simplesmente de *el cataym*. Este método ganhou, com o passar do tempo, várias denominações diferentes, até estabelecer-se, efetivamente, como o “método da falsa posição” nos trabalhos de Peletier (1549), Trenchant (1566), Baker (1568) e Suevus (1593). (MEDEIROS; MEDEIROS, 2004, p. 552, grifo do autor)

Percebemos, então, que esse método pode se tornar uma ferramenta eficaz no processo de ensino-aprendizagem de resolução de problemas que envolvem equações do 1º grau, uma vez que está de acordo com as recomendações propostas nos PCN e em consonância com a literatura pesquisada sobre o assunto. Além disso, apresentaremos aos alunos uma alternativa de resolução que se usava há mais de 3 milênios, mas que se aproxima com sua realidade de resolução dos dias atuais.

2.2. O Papiro de Rhind

O famoso Papiro Matemático conhecido como “Papiro de Rhind” ou “Papiro de Ahmes”, é o mais antigo documento matemático de que se tem notícia. Quanto às origens, segundo Eves (2011, p. 69) “1650 a.C. Essa é a data aproximada do papiro Rhind (ou Ahmes), um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo”. Vale ressaltar que a escrita hierática é uma simplificação da escrita hieroglífica. Na antiguidade, a primeira era utilizada no cotidiano e a segunda era utilizada somente em textos sagrados e fúnebres.

Segundo Boyer (1974, p. 9) “[...]é um rolo de papiro com cerca de 0,30 m altura e 5 m de comprimento, que está agora no British Museum, (exceto uns poucos fragmentos, que estão no Brooklin Museum)”. Foi encontrado em 1858 numa cidade à beira do Rio Nilo, por um egiptólogo e antiquário escocês, chamado Henry Rhind. Por esse motivo é conhecido como Papiro de Rhind. Mas também é chamado de Papiro de Ahmes, em honra ao escriba que o copiou. Porém, segundo Eves (2011, p. 70),

Cerca de quatro anos depois de Rhind ter adquirido seu papiro, o egiptólogo americano Edwin Smith comprou no Egito o que pensou que fosse um papiro médico. A aquisição de Smith foi doada à Sociedade Histórica de Nova York em 1932, quando os especialistas descobriram por sob uma camada fraudulenta a parte que faltava do papiro Ahmes. A Sociedade, então, doou o rolo de pergaminho ao Museu Britânico, completando-se assim todo o trabalho de Ahmes.

Quanto ao conteúdo Eves (2011, p. 70) relata que

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática à problemas práticos.

Não é o objetivo da presente pesquisa abordar todos os assuntos encontrados no documento. Entretanto, julgamos necessário realizar um breve relato sobre a maneira como eles trabalhavam com as frações e como empregavam o método da falsa posição.

Dentre os assuntos tratados no Papiro, nota-se, através dos problemas propostos e das tabelas apresentadas no documento, a necessidade que egípcios possuíam em se trabalhar com frações. E como a maneira deles realizarem os cálculos era singular. A única fração própria que não era escrita na forma de uma soma de frações unitárias, era $\frac{2}{3}$. Para os outros casos, eles não consideravam a fração racional própria da forma $\frac{m}{n}$ como algo elementar, mas sim como

parte de um processo incompleto. A título de exemplo, Boyer (1974, p. 10) afirma que “a fração $3/5$ para nós uma única fração irredutível, era pensada pelos escribas egípcios como uma soma de três frações unitárias $1/3$, $1/5$ e $1/15$ ”. Obviamente, os cálculos seriam demasiadamente longos caso necessitassem encontrar a soma de frações unitárias em substituição a eventuais frações decorrentes dos cálculos que realizassem. Dessa forma, para facilitar a redução de frações próprias à soma de frações unitárias, Boyer afirma que:

O Papiro de Rhind começa com uma tabela fornecendo $2/n$ como soma de frações unitárias, para todos os valores ímpares de n de 5 a 101. O equivalente de $2/5$ é dado como $1/3$ mais $1/15$; $2/11$ é escrito como $1/6$ mais $1/66$; e $2/15$ é expresso como $1/10$ mais $1/30$. O último item da tabela decompõe $2/101$ em $1/101$ mais $1/202$ mais $1/303$ mais $1/606$. (BOYER, 1974, p. 10).

A tabela para $2/n$ apresentada no Papiro de Rhind é seguida, segundo Boyer (1974, p. 11), “[...]de uma curta tabela para $n/10$ para n entre 1 e 9, as frações sendo novamente expressas em termos das favoritas – frações unitárias e a fração $2/3$. A fração $9/10$, por exemplo, é decomposta como $1/30$ mais $1/5$ mais $2/3$ ”. Ela possuía o mesmo intuito da primeira, facilitar os cálculos com frações.

Por motivos óbvios, optamos por não trabalhar com as frações dessa forma nas atividades que propomos aos discentes.

Após a apresentação das tabelas, o Papiro de Rhind segue com a lista de problemas sobre questões variadas. Segundo Lagarto (2010), os problemas estão organizados, quanto aos conteúdos, de acordo com a tabela 1:

Problema	Assunto
1 a 6	Divisão de 1, 2, 6, 7, 8 e 9 pães por 10 homens.
7 a 20	Multiplicação de diferentes frações por $1 + 1/2 + 1/4$ ou $1 + 2/3 + 1/3$.
21-23	Subtrações: $1 - (2/3 + 1/15)$, $1 - (2/3 + 1/30)$ e $2/3 - (1/4 + 1/8 + 1/10 + 1/30 + 1/45)$.
24 a 29	Problemas de quantidades, envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita, resolvidas pelo método da falsa posição.
30 a 34	Problemas semelhantes aos anteriores, mas mais complicados (envolvendo frações) e resolvidos pelo método da divisão.
35 a 38	Problemas de hekat (medida de capacidade), envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita, mas ainda mais complexas que as anteriores, resolvidos pelo método da falsa posição.
39	Divisão de pães.
40	Divisão de pães envolvendo progressões aritméticas.
41 a 43	Volumes de contentores cilíndricos de cereais.
44 a 47	Volumes de contentores paralelepípedicos de cereais.
47	Tabela das frações de 1 hekat, como frações do olho de Hórus.
48 a 53	Áreas de triângulos, retângulos, trapézios e círculos.
54 e 55	Divisão relacionada com área.
56 a 60	Problemas relacionados com pirâmides (sekeds, alturas e bases).
61 e 61B	Tabela de uma regra para encontrar $2/3$ de números ímpares e frações unitárias.
62	Problema de proporções, sobre metais preciosos e o seu peso.
63 e 65	Divisão proporcional de pães por um número de homens.
64	Problema envolvendo uma progressão aritmética.
66	Divisão de gordura.
67	Proporção de gado devido a impostos.
68	Divisão proporcional de cereais entre grupos de homens.
69 a 78	Problemas de pesos de pão e cerveja. Proporção inversa.
79	Progressão geométrica de razão 7.
80 e 81	Tabelas das frações do olho de Hórus.
82 a 84	Problemas (pouco claros) sobre a quantidade de comida de vários animais domésticos, como gansos e outras aves.
85.	Escritura enigmática.
86-87	Apontamento de certas contas e incidentes (em parte perdido).

Tabela 1 – Organização dos problemas do Papiro de Rhind

Cabe a observação sobre a divergência em relação à quantidade de problemas contidos no Papiro de Rhind. Como vimos anteriormente, Eves (2011) considera a existência de 85 problemas. Já Boyer (1974), considera 84 problemas. Mas outros autores, entre eles Lagarto (2010), consideram que a lista possuía 87 problemas. Essas diferenças se devem a discordâncias sobre a existência dos problemas 85, 86 e 87, além de opiniões contraditórias em relação ao conteúdo do problema 40. Entretanto, julgamos não ser necessário um aprofundamento sobre tais divergências, uma vez que estas não interferem no objeto da presente pesquisa.

Como o propósito dessa pesquisa é introduzir o método da falsa posição como uma alternativa para o ensino de resoluções de problemas que envolvam equações do 1º grau, a

escolha por trabalhar algum dos problemas entre o 24º e 29º do Papiro de Rhind faz todo sentido, uma vez que, segundo a tabela 1, estes se tratam de “Problemas de quantidades, envolvendo equações do 1º grau com uma incógnita, resolvidas pelo método da falsa posição”. E, dissertando sobre os mesmos problemas, Boyer afirma que esses problemas

Não se referem a objetos concretos, específicos, como pães e cervejas, nem exigem operações entre números conhecidos. Em vez disso, pedem o que equivale a solução de equações lineares, da forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, onde a , b e c são conhecidos e x é desconhecido. A incógnita é chamada de ‘aha’. O problema 24, por exemplo, pede o valor de *aha* sabendo que *aha* mais um sétimo de *aha* dá 19. A solução de Ahmes não é a dos livros modernos, mas é característica de um processo conhecido como ‘método da falsa posição’. (BOYER, 1974, p. 12, grifo do autor)

Partindo desses pressupostos, decidimos trabalhar com o problema 26 do Papiro com objetivo de desafiar os discentes a propor resoluções para o mesmo. E, em seguida, apresentá-lhes o método da falsa posição como alternativa para resolução dele e de outros problemas encontrados nos materiais didáticos utilizados por eles.

3. RELATO DE EXPERIÊNCIA

3.1. Metodologia

As atividades propostas na presente pesquisa foram realizadas no CIEP Roberto Morena, pertencente à 10ª Coordenadoria Regional de Educação da Secretaria Municipal de Educação da Cidade do Rio de Janeiro, localizada no bairro de Paciência, Zona Oeste da cidade. O corpo discente é composto, predominantemente, por alunos que residem em comunidades próximas a unidade escolar, onde o baixo poder aquisitivo e a baixa escolaridade são características da grande maioria dos responsáveis.

A escola atende turmas de Educação Infantil, primeiro segmento do Ensino Fundamental e segundo segmento do Ensino Fundamental, além de turmas de Educação Especial. Conta com uma infraestrutura de 19 salas de aula, sala de diretoria, sala de professores, laboratório de informática, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), quadra poliesportiva coberta, cozinha, biblioteca, sala de leitura, parque infantil, banheiros, banheiros adequados à Educação Infantil, dependências e vias adequadas a alunos com deficiência ou mobilidade reduzida, refeitório, despensa, almoxarifado, auditório, pátio coberto e área verde. A unidade conta ainda com acesso à internet banda larga em todas as dependências e projetor multimídia em todas as salas de aula.

Escolhemos realizar as atividades em uma turma do 7º ano que possui 25 alunos. Segundo o professor de Matemática da turma, um número considerável de alunos possui dificuldades com a disciplina e com leitura e interpretação. Dificuldades estas que o mesmo atribui a diversos fatores, como, por exemplo, falta de participação dos responsáveis no processo educacional, indisciplina no ambiente de sala de aula, desinteresse pelo próprio desenvolvimento acadêmico, entre outros.

Quanto a resolução de problemas, o professor nos relatou que, geralmente, trabalha da forma tradicional, propondo-os após a explicação dos algoritmos necessários à resolução dos mesmos, como fixação dos conteúdos ministrados. E que, em alguns casos, lança mão de um problema como ponto de partida para o desenvolvimento de novos conceitos.

Acreditamos que seria interessante realizar a pesquisa com os alunos dessa etapa do ensino, pois é nela que são iniciados os conceitos de resolução de problemas através dos símbolos algébricos.

Sobre o ensino de equações no terceiro ciclo do Ensino Fundamental (6º e 7º anos), os PCN declaram que:

Devido à complexidade que caracteriza os conceitos e procedimentos algébricos não é desejável que no terceiro ciclo se desenvolva um trabalho visando ao aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações. É suficiente nesse ciclo que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. É provável que ao explorar situações-problema que envolvam variação de grandezas o aluno depare com equações, o que possibilita interpretar a letra como incógnita. Nesse caso, o que se recomenda é que os alunos sejam estimulados a construir procedimentos diversos para resolvê-las, deixando as técnicas convencionais para um estudo mais detalhado no quarto ciclo. (BRASIL, 1998, p. 68)

Sendo assim, o presente trabalho se torna relevante, uma vez que pretende explorar formas alternativas de resolução de problemas que envolvem equações nessa etapa de ensino. Entendendo, porém, a importância dos procedimentos algébricos que deverão ser explorados de maneira mais aprofundada nas séries seguinte.

Para o desenvolvimento da pesquisa, selecionamos 3 atividades: um problema do Papiro de Rhind e dois problemas do material didáticos utilizado pelos alunos. Essas atividades foram propostas em 3 “Fichas de Registro de Atividades” individuais, onde os alunos preencheram alguns dados básicos, o grau de dificuldade que consideraram que a atividade apresentou, o desenvolvimento do raciocínio e os comentários sobre a atividade. Todas elas foram propostas em apenas 1 encontro com duração de 1h 40min, durante o horário escolar e na sala de aula da própria turma. Todo o encontro foi gravado em áudio para facilitar a transcrição dos fatos ocorridos durante o mesmo.

A dinâmica do encontro se desenvolveu de seguinte forma: distribuimos as fichas da atividade 1 aos alunos, aguardamos os 20 minutos propostos para o desenvolvimento, recolhemos as fichas e iniciamos uma discussão, que durou 20 minutos, sobre a primeira atividade. Depois, distribuimos as fichas da atividade 2, aguardamos os 20 minutos propostos para o desenvolvimento, recolhemos as fichas e iniciamos uma discussão, que durou 10 minutos, sobre a segunda atividade. Por fim, distribuimos as fichas da atividade 3, aguardamos

os 20 minutos propostos para o desenvolvimento, recolhemos as fichas e iniciamos uma discussão sobre a terceira atividade, que durou 10 minutos.

Como haviam 20 alunos presentes no dia em que realizamos as atividades, organizamos as fichas considerando a ordem alfabética dos nomes e identificaremos eles da seguinte forma: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19 e A20.

3.2. Desenvolvimento

3.2.1. Atividade 1

A primeira atividade proposta foi o problema 26 do Papiro de Rhind, cujo enunciado traduzimos da seguinte maneira:

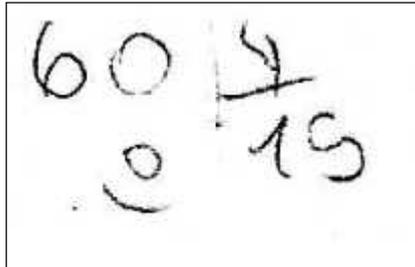
“Uma quantidade mais um quarto dela dá 15. Qual é a quantidade?”

O objetivo inicial era observar quais estratégias os alunos usariam para resolver o problema. Por esse motivo, não fizemos qualquer tipo de comentário sobre o problema antes deles iniciarem a atividade. Propomos que eles poderiam resolver da maneira que desejassem: através de cálculos, figuras ou palavras. Mas que tudo quanto pensassem, colocassem no papel sem apagar, mesmo que julgassem que alguma parte não estivesse correta.

Após decorridos 8 minutos para o desenvolvimento das atividades, percebemos que grande parte dos alunos estavam encontrando dificuldades para entender o enunciado do problema, uma vez que os mesmos solicitaram para que o explicasse. Então, indagamos sobre qual parte do enunciado eles estavam encontrando maior dificuldade para entender. A resposta foi unânime, que a parte da fração, “um quarto dela”, era a parte que não estavam compreendendo. Percebendo isso, consideramos necessário realizar uma pequena intervenção, para tentar amenizar essa dificuldade. Explicamos que para se obter um quarto de uma quantidade, seria necessário dividir essa quantidade em 4 partes iguais e tomar uma delas, ou seja, seria essa quantidade dividida por 4. Dessa forma, o problema poderia ser reescrito assim: *Uma quantidade mais ela dividida por quatro dá 15. Qual é a quantidade?* Esse foi o único comentário que fizemos durante todo período destinado ao desenvolvimento da primeira atividade.

Após decorridos os 20 minutos que foram estipulados para tal atividade, recolhemos as Fichas de Registro de Atividade e iniciamos as discussões sobre como eles desenvolveram o raciocínio para resolver o problema. Considerávamos natural que uma quantidade considerável deles fosse optar por resolver o problema por meio de uma equação, visto que, segundo o professor da turma, tal conteúdo já tivera sido ministrado, e alguns poucos fossem optar por meios alternativos. Entretanto, para nossa surpresa, apenas dois dos discentes recorreram às equações para tentar resolver o problema, porém ambos não obtiveram êxito.

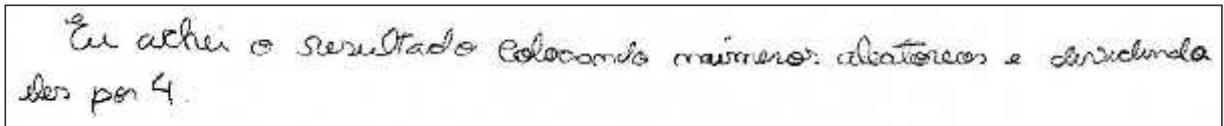
Iniciamos a discussão da atividade 1 perguntando qual resultado haviam encontrado para o problema. A resposta da maioria foi 60, outros disseram 12 e alguns outros números surgiram como resposta. Então, estimulamos a compartilharem como chegaram a tais resultados. Os que encontraram 60 como resultado realizaram o seguinte cálculo:



$$60 \div 4 = 15$$

Figura 1 - Cálculo de A5 para Atividade 1

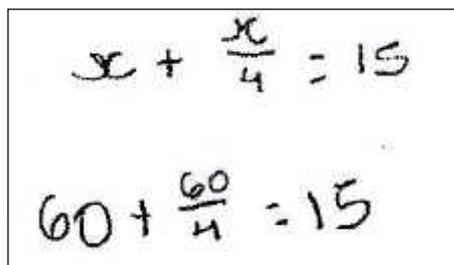
Além do cálculo igual ao exemplo acima, o discente A1 fez o seguinte comentário sobre a atividade:



Eu achei o resultado colocando quaisquer números e dividindo eles por 4.

Figura 2 - Comentário de A1 para Atividade 1

Dos 20 alunos que realizaram a atividade, 11 encontraram 60 como resultado. Desse, apenas um realizou o cálculo diferente:



$$x + \frac{x}{4} = 15$$

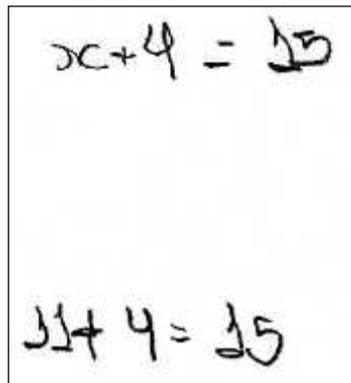
$$60 + \frac{60}{4} = 15$$

Figura 3 - Cálculo de A20 para Atividade 1

Podemos perceber que o discente conseguiu transcrever o problema de forma correta para a linguagem matemática, porém não efetuou os cálculos corretamente. Vale ressaltar que, apesar de escrever o problema através de uma equação, o aluno não desenvolveu a equação da forma tradicional. Na verdade, ele atribuiu um valor arbitrário para a incógnita na tentativa de

encontrar o resultado correto. O que lhe faltou foi verificar que a sentença na segunda linha não era verdadeira.

Outros alunos também compartilharam como chegaram a resultados diferentes do esperado para o problema. Selecionamos algumas dessas resoluções para análise. Por exemplo o aluno A2 tentou escrever o problema através de uma equação, entretanto não obteve sucesso em sua tentativa:

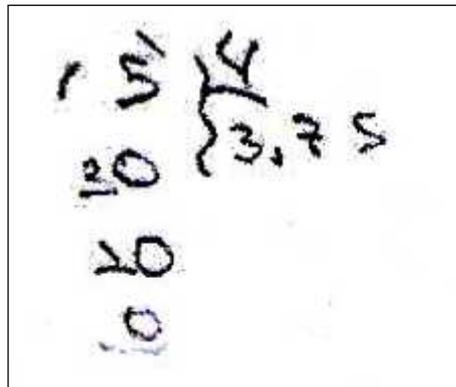


$$x + 4 = 15$$

$$11 + 4 = 15$$

Figura 4 - Cálculo de A2 para Atividade 1

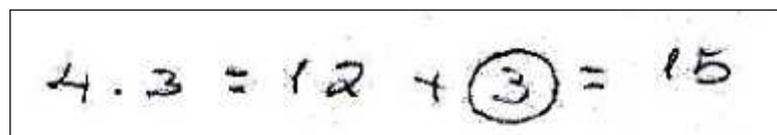
O aluno A11 relatou que entendeu que deveria dividir 15 por 4, portanto realizou o cálculo abaixo:



$$\begin{array}{r} 3.75 \\ 4 \overline{) 15} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Figura 5 - Cálculo de A11 para Atividade 1

Um caso curioso foi o cálculo apresentado pelo aluno A16. Ele chega a escrever a sentença $12+3=15$, porém afirma que o resultado é 3.



$$4 \cdot 3 = 12 + \textcircled{3} = 15$$

Figura 6 - Cálculo de A16 para Atividade 1

COMENTÁRIOS: porque 3,4 é igual a 12 então mais um quarto de 12 mais 3

Figura 7 - Comentário de A16 para Atividade 1

O aluno A10 apesar de ter encontrado a resposta correta para o problema, os cálculos não são coerentes e o mesmo não soube explicar como chegou ao resultado.

Figura 8 - Cálculo de A10 para Atividade 1

Apenas 3 alunos encontraram resultado correto, apresentaram cálculos coerentes e souberam explicar como obtiveram os resultados.

O aluno A9 explicou que depois de testar alguns valores, realizando os cálculos mentalmente, desenvolveu o seguinte raciocínio:

Figura 9 - Cálculo de A9 para Atividade 1

COMENTÁRIOS: Eu acho que o erro é porque se dividida por quatro e 3, e se mais 3 e 15.

Figura 10 - Comentário de A9 para Atividade 1

Já o aluno A17 preferiu explicar através de um texto como resolveu a atividade:

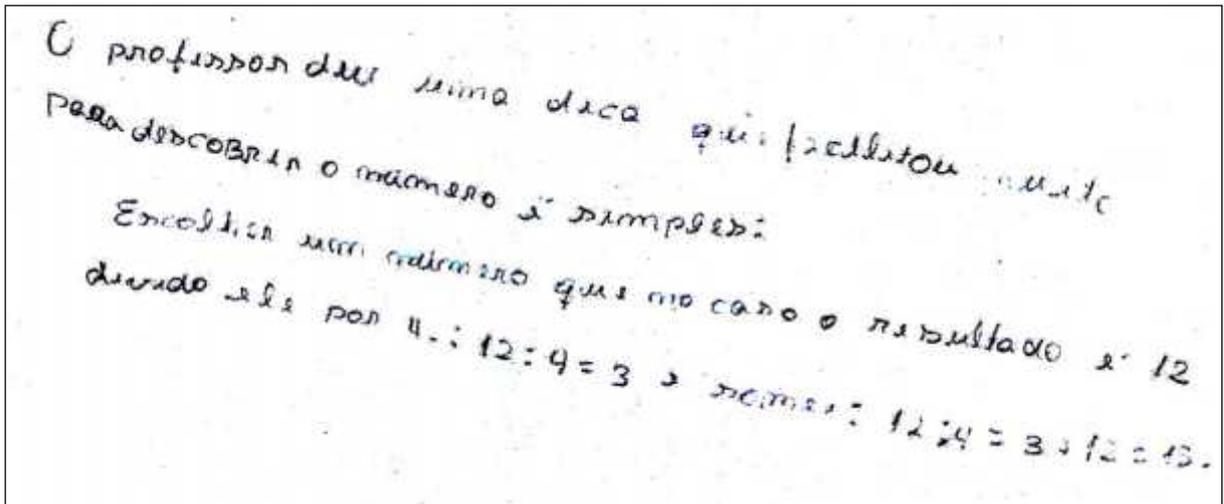


Figura 11 - Cálculo de A17 para Atividade 1

E, por fim, o aluno A6 relatou que realizou 3 contas, mas somente na terceira que percebeu que um quarto de 12 era igual a 3 e, como $12+3=15$, então o resultado era 12.

$$\begin{array}{r} 15 \mid 4 \\ \underline{3} \quad 3 \end{array}$$

$$4 \cdot 4 = 16 - 1 = 15$$

$$4 + 4 + 4 + 3 = 15$$

Figura 12 - Cálculo de A6 para Atividade 1

COMENTÁRIOS: eu acho que a quantidade é 12 já que 12 mais 3 é igual a 15.

Figura 13 - Comentário de A6 para Atividade 1

Após esse momento de discussão, onde todos tiveram oportunidade de expor seus pensamentos e verificar seus erros e acertos, percebemos que nossa proposta de trabalhar com método da falsa posição ganhara força, uma vez que a grande maioria deles seguiram um caminho bem próximo ao adotado pelos egípcios. Como já relatamos, foi uma surpresa verificar que somente 2 alunos tentaram resolver o problema expressando-o através de uma equação. E a surpresa tornou-se ainda maior, quando observamos os desenvolvimentos dos que lograram êxito na resolução do problema, pois nenhum deles utilizou desse meio para obter os resultados.

Com o intuito de verificar qual método seria mais aceito pelos discentes, ao fim da discussão sobre o problema da atividade 1, explicamos a origem desse problema, que se tratava de um problema milenar encontrado em um documento egípcio chamado Papiro de Rhind, que além das soluções apresentadas por eles, ele poderia ser resolvido através de uma equação, como eles estudaram nas aulas de matemática. Construimos, juntamente com eles, a resolução através de uma equação. Depois de resolvermos o problema utilizando a equação, explicamos como os egípcios resolviam esse tipo de problema através do método da falsa posição.

Após as explicações, ouvimos alguns comentários favoráveis ao método da falsa posição, principalmente dos alunos que tentaram resolver o problema atribuindo valores até encontrarem o julgaram ser a resposta correta. Perguntamos o que mais chamou a atenção deles na forma como os egípcios resolviam o problema. Eles responderam que era o fato de que com apenas duas tentativas eles já encontravam a solução. Isso os motivou bastante. Depois surgiram perguntas de como eles descobriram isso? Porque eles não usavam x ? Entre outras. Assim concluímos a primeira atividade proposta.

3.2.2. Atividade 2

A segunda atividade proposta, foi um problema retirado da página 21 do Caderno Pedagógico de Matemática do 3º bimestre para o 7º Ano do Ensino Fundamental. Esse material é distribuído pela Secretaria Municipal de Educação bimestralmente como material de apoio pedagógico. A escolha do problema se deu pelo fato de que este se assemelha com problema 1, já que nosso objetivo seria observar como os discentes se comportariam depois das discussões sobre o problema 1 e se alguma das estratégias de resolução apresentadas por eles ou por nós influenciariam na resolução da próxima atividade.

Antes de distribuir as Ficha de Registro de Atividades, dissemos que as mesmas orientações apresentadas à atividade 1 eram válidas para a segunda atividade. Poderiam resolver o problema da forma que julgassem ser melhor, podendo usar cálculos, figuras ou palavras para explicar como chegaram ao resultado.

O problema proposto na atividade 2, tem o seguinte enunciado:

“Um número mais a sua metade é igual a 24. Qual é esse número?”

Diferente do que ocorreu na atividade 1, não julgamos necessário realizar intervenções durante o tempo destinado a resolução do problema.

Decorridos os 20 minutos propostos, recolhemos as fichas e demos início a discussão sobre o problema da atividade 2.

Quando perguntados sobre qual resultado encontraram, a resposta que mais se ouviu foi 12. Porém, ao analisarmos as fichas, verificamos que apenas 4 alunos encontraram essa resposta. Eles realizaram a divisão de 24 por 2 e chegaram à conclusão que haviam encontrado a resposta correta.

RESOLUÇÃO: R: o número é $\frac{24}{2} = 12$

$24 \div 2 = 12$

$12 + \frac{12}{2} = 6 \times 4 = 24$

Figura 14 - Cálculo de A3 para Atividade 2

Podemos perceber que depois de realizar a divisão, o aluno escreve o primeiro membro da sentença de forma correta ($12+12/2$), mas obtém um resultado equivocado (6), pois não realizou a soma. Logo após, multiplica o resultado por 4 na tentativa de encontrar 24 como resultado final.

O aluno A10 inicia o desenvolvimento tentando utilizar o método da falsa posição:

$$\begin{array}{l} x + x = 24 \\ \hline 2 \\ 2 + 2 = 24 \\ \hline \textcircled{2} = 12 \\ 2 \\ \hline x \cdot 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

Figura 15 - Cálculo de A10 para Atividade 2

Escreve a equação correspondente ao enunciado do problema de forma correta, atribui o valor 2 como falsa posição, o que seria uma boa iniciativa, porém não conclui os cálculos de maneira coerente. Então, adota a mesma postura do aluno que observamos acima e conclui que o resultado é 12.

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 2} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

Figura 16 - Cálculo de A10 para Atividade 2

O aluno A7, depois de realizar alguns cálculos que considerou incorretos, chegou à conclusão de que a resposta era 12 realizando o cálculo apresentado na figura 17:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$$

Figura 17 - Cálculo de A7 para Atividade 2

O último aluno que obteve resposta 12, depois de inúmeros cálculos, foi o A4.

RESOLUÇÃO:

$$12 + \frac{12}{2} = 24$$

$$x + \frac{12}{2} = 24$$

$$12 + \frac{12}{2} = 24$$

$$12 + \frac{12}{2} = 24$$

$$24/2 = 12$$

$$48/2 = 24$$

$$34/2 = 17$$

Figura 18 - Cálculo de A4 para Atividade 2

Além desses 4 alunos que encontraram 12 como resposta, outros 3 alunos cometeram o mesmo equívoco predominante na atividade anterior. Consideraram o 48 como resposta correta, realizando a divisão de 48 por 2. Como o resultado é 24, julgaram que haviam encontrado a resposta correta.

$$\begin{array}{r} 48 \\ \div 2 \\ \hline 24 \end{array}$$

Figura 19 - Cálculo de A14 para Atividade 2

Figura 20 - Cálculo de A5 para Atividade 2

COMENTÁRIOS: O número quarenta e oito dividido por dois é igual a vinte e quatro

Figura 21 - Comentário de A6 para Atividade 2

Outros alunos encontraram outros valores diferentes realizando cálculos incoerentes com o enunciado do problema. Além disso, não souberam explicar como chegaram aos resultados encontrados.

Entretanto, dos 20 alunos que realizaram a atividade, 7 deles conseguiram resolver o problema. Todos eles utilizaram o método da falsa posição.

Os 3 primeiros que veremos, procederam da mesma forma: escreveram a equação correspondente, atribuíram o valor 2 como falsa posição, verificaram que o resultado encontrado 3 não era o esperado, mas perceberam que se $3 \times 8 = 24$, então deveriam multiplicar a falsa posição 2 também por 8. Assim encontraram o resultado 16.

Figura 22 - Cálculo de A9 para Atividade 2

Além de efetuar os cálculos corretamente, o aluno A9 verificou a veracidade do valor encontrado, quando realiza o cálculo $16 + 16/2 = 16 + 8 = 24$. Então, o aluno conclui no comentário:

COMENTÁRIOS: Em outra que = 16, Porque 16 dividida por 2 e 8 e 16 + 8 = 24.

Figura 23 - Comentário de A9 para Atividade 2

O aluno A18 segue a mesma linha de raciocínio:

$$\begin{array}{l} x + \frac{x}{2} = 24 \\ 2 + \frac{2}{2} \\ 2 + 1 = 3 \times 8 = 24 \\ 1 \cdot 2 \times 8 = 16 \\ \underline{16 \overline{) 24}} \end{array} \quad \begin{array}{l} 16 + \frac{16}{2} = \\ 16 + 8 = 24 \end{array}$$

Figura 24 - Cálculo de A18 para Atividade 2

Da mesma forma, também procede o aluno A11:

$$\begin{array}{l} x + \frac{x}{2} = 24 \\ x + \frac{x}{2} = 24 \\ 2 + \frac{2}{2} \\ 2 + 1 = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 + \frac{3}{2} = 4.5 \\ 24 \overline{) 72} \\ 24 \overline{) 3} \\ 0 \overline{) 8} \\ 0 \overline{) 8} \end{array} \quad \begin{array}{l} 16 + \frac{16}{2} = 24 \\ 16 + 8 = 24 \end{array}$$

Figura 25 - Cálculo de A11 para Atividade 2

Outros 3 alunos, atribuíram valores diferentes para a falsa posição, na verdade, parece que atribuíram valores para a quantidade sem a preocupação de trabalhar com a proporção para encontrar o valor correto. Foram atribuindo valores até perceberem que o 16 era o valor correto.

The image shows a student's handwritten work for Activity 2. At the top left, the equation $x + \frac{x}{2} = 24$ is written. To its right, the calculation $\frac{36 + 36}{2} = 36 - 8 = 24$ is circled. Below this, $\frac{36}{2} = 18$ is written in a circle. Further right, $\frac{32 + 32}{2}$ is written. In the center, there is a vertical dotted line with '00' at the bottom. To the left of this line, $\frac{2+2}{2+2}$ is written and crossed out. To the right, $\frac{32+32}{2}$ is written and crossed out, followed by $12+6=$. Below that, a calculation $\frac{36 + \frac{36}{2}}{36 + 8} = 24$ is shown with a checkmark. At the bottom, $\frac{36}{2} = 18$ is written and crossed out.

Figura 26 - Cálculo de A1 para Atividade 2

Chutar um número, dividir por 2, depois somar com o resultado que deu X

Figura 27 - Comentário de A1 para Atividade 2

Seguindo o mesmo raciocínio, A17 resolveu da seguinte forma:

The image shows a student's handwritten work for Activity 2. At the top, the equation $x + \frac{x}{2} = 24$ is written and crossed out. Below it, the calculation $16 + \frac{16}{2} = 24$ is circled. An arrow points from this calculation to another circled calculation below it: $16 + 8 = 24$.

Figura 28 - Cálculo de A17 para Atividade 2

$3 \times 8 = 24$ mas se $2 \times 8 = 16$ e a metade de $16 = 8$ se somar a metade de 16 "8" e o próprio 16 dá 24 , simpatia.

Figura 29 - Comentário de A17 para Atividade 2

Da mesma forma, também resolveu A19:

Handwritten calculations for A19:

- $12 + \frac{12}{2} = 18$ (crossed out)
- $14 + \frac{14}{2} = 21$ (crossed out)
- $16 + \frac{16}{2} = 24$ (circled)
- $18 + \frac{18}{2} = 27$ (crossed out)
- $20 + \frac{20}{2} = 30$ (crossed out)
- $22 + \frac{22}{2} = 33$ (crossed out)
- $24 + \frac{24}{2} = 36$ (crossed out)
- $26 + \frac{26}{2} = 39$ (crossed out)
- $28 + \frac{28}{2} = 42$ (crossed out)
- $30 + \frac{30}{2} = 45$ (crossed out)
- $32 + \frac{32}{2} = 48$ (crossed out)
- $34 + \frac{34}{2} = 51$ (crossed out)
- $36 + \frac{36}{2} = 54$ (crossed out)
- $38 + \frac{38}{2} = 57$ (crossed out)
- $40 + \frac{40}{2} = 60$ (crossed out)
- $42 + \frac{42}{2} = 63$ (crossed out)
- $44 + \frac{44}{2} = 66$ (crossed out)
- $46 + \frac{46}{2} = 69$ (crossed out)
- $48 + \frac{48}{2} = 72$ (crossed out)
- $50 + \frac{50}{2} = 75$ (crossed out)
- $52 + \frac{52}{2} = 78$ (crossed out)
- $54 + \frac{54}{2} = 81$ (crossed out)
- $56 + \frac{56}{2} = 84$ (crossed out)
- $58 + \frac{58}{2} = 87$ (crossed out)
- $60 + \frac{60}{2} = 90$ (crossed out)
- $62 + \frac{62}{2} = 93$ (crossed out)
- $64 + \frac{64}{2} = 96$ (crossed out)
- $66 + \frac{66}{2} = 99$ (crossed out)
- $68 + \frac{68}{2} = 102$ (crossed out)
- $70 + \frac{70}{2} = 105$ (crossed out)
- $72 + \frac{72}{2} = 108$ (crossed out)
- $74 + \frac{74}{2} = 111$ (crossed out)
- $76 + \frac{76}{2} = 114$ (crossed out)
- $78 + \frac{78}{2} = 117$ (crossed out)
- $80 + \frac{80}{2} = 120$ (crossed out)
- $82 + \frac{82}{2} = 123$ (crossed out)
- $84 + \frac{84}{2} = 126$ (crossed out)
- $86 + \frac{86}{2} = 129$ (crossed out)
- $88 + \frac{88}{2} = 132$ (crossed out)
- $90 + \frac{90}{2} = 135$ (crossed out)
- $92 + \frac{92}{2} = 138$ (crossed out)
- $94 + \frac{94}{2} = 141$ (crossed out)
- $96 + \frac{96}{2} = 144$ (crossed out)
- $98 + \frac{98}{2} = 147$ (crossed out)
- $100 + \frac{100}{2} = 150$ (crossed out)

Figura 30 - Cálculo de A19 para Atividade 2

E último aluno que verificamos que encontrou o resultado correto para o problema, foi o A16. Porém ele comete um erro de cálculo simples no momento de multiplicar a falsa posição (2) por 8. Isso o fez realizar outros cálculos que não seriam necessários. Mas, quando solicitamos que explicasse oralmente como havia encontrado o resultado, ele descreveu corretamente que havia percebido que “16 mais a metade de 16 era igual a 24, então a resposta só poderia ser 16”.

Handwritten calculations for A16:

- $x + \frac{x}{2} = 24$
- $2 + \frac{2}{2} = 3$ (with $\times 8$ next to it)
- $\frac{14}{2} = 7 + 14 = 24$
- $8 + \frac{8}{2} = 4$ (with $\times 6$ next to it)
- $16 + \frac{16}{2} = 8$ (with $\times 3$ next to it)
- 24

Figura 31 - Cálculo de A16 para Atividade 2

Durante a discussão sobre a atividade 2, solicitamos que alguns alunos se dirigissem ao quadro para explicarem a forma como chegaram ao resultado, independente se ele estava correto ou não. Essa atitude gerou um ambiente propício para a troca de experiência entre eles. Onde um compartilhava com o outro o que consideravam correto ou não. Alguns argumentavam sobre suas ideias de maneira incisiva, foram poucas as interferências que realizamos nesse momento.

Mas, depois de analisadas todas as propostas de resolução do problema apresentada por eles, não poderíamos deixar de fazer a seguinte pergunta: porque nenhum de vocês tentou resolver o problema através de uma equação? As respostas ficaram divididas. Alguns disseram que não compreenderam bem a matéria. Outros que têm dificuldade de resolver equações quando aparecem frações. Mas a maioria disse que achou o método da falsa posição mais fácil, mesmo aqueles que não encontraram a resposta correta para o problema. Então fizemos outra pergunta a eles: porque vocês consideram o método da falsa posição mais fácil? Um dos alunos respondeu que ele costuma resolver problemas atribuindo valores até encontrar a resposta certa, por isso gostou da maneira como os egípcios resolviam problemas. Outro disse que achou fácil por que só precisa fazer contas que ele já conhecia. Mais alguns alunos expuseram suas respostas, que só ratificaram essas duas anteriores. Depois dessas colocações, encerramos a discussão da atividade 2.

3.2.3 Atividade 3

A terceira atividade proposta, foi um problema retirado da página 22 do Caderno Pedagógico de Matemática do 3º bimestre para o 7º Ano do Ensino Fundamental. Cujo enunciado era o seguinte:

“As idades de Carlos e Mário somam 40 anos. A idade de Carlos é três quintos da idade de Mário. Qual a idade de Mário?”

Antes de distribuir as Ficha de Registro de Atividades, dissemos que as mesmas orientações apresentadas às atividades 1 e 2 eram válidas para a terceira atividade. Poderiam resolver o problema da forma que julgassem ser melhor, podendo usar cálculos, figuras ou palavras para explicar como chegaram ao resultado.

Assim como ocorreu na atividade 2, não julgamos necessário realizar intervenções durante o tempo destinado a resolução do problema.

Decorridos os 20 minutos propostos, recolhemos as fichas e demos início a discussão sobre o problema da atividade 3.

Nossa expectativa para essa atividade era de verificar a capacidade deles de resolver um problema prático com um grau de dificuldade um pouco maior que os outros. Nessa etapa da atividade, já esperávamos que fossem tentar seguir a mesma linha de raciocínio da atividade 2. E foi o que realmente aconteceu, os alunos que lograram êxito na resolução do problema, ou chegaram perto disso, utilizaram o método da falsa posição. Já os equívocos cometidos, diferentemente das atividades anteriores, não estabeleceram nenhum padrão. Dos que não conseguiram encontrar a resposta correta, duas resoluções se destacaram, a dos alunos A9 e A17.

O aluno A9 havia obtido sucesso nas outras duas atividades, porém na última cometeu um erro elementar de cálculo no desenvolvimento que podemos observar na figura 32.

$$x + \frac{3}{5} \cdot x = 40$$

$$5 + \frac{3}{5} \cdot 5 =$$

$$5 + \frac{15}{5}$$

$$15 \rightarrow 5 + 3 = 8 \text{ (ex)}$$

$$10$$

$$10 + \frac{3}{5} \cdot 10 =$$

$$10 + \frac{30}{5}$$

$$10 + 6 = 16 \text{ (ex)}$$

Figura 32 - Cálculo de A9 para Atividade 3

O discente escreveu de forma correta o problema através de uma equação, atribuiu o valor 5 como falsa posição, desenvolveu corretamente o primeiro membro da sentença, encontrou 8 como resultado e verificou que o mesmo deveria ser multiplicado por 5 para se obter a resposta esperada, 40. Entretanto, quando foi multiplicar a falsa posição (5) por 5 também, cometeu o seguinte erro de cálculo, $5 \times 5 = 10$. Apesar de ter verificado seu equívoco quando substituiu a incógnita por 10 na equação, o discente manteve o 10 como resposta ao problema.

O aluno A17 também obtivera sucesso nas outras duas atividades, porém, nessa última, quando atribuiu o valor 5 como falsa posição, não concluiu os cálculos corretamente. Provavelmente, por esse motivo, continuou atribuindo diversos valores à incógnita: 20, 24 e 28, como podemos verificar nos cálculos, mas não conseguiu encontrar a resposta correta para o problema.

RESOLUÇÃO:

$$x + \frac{3}{5} \cdot x = 40$$

$$20 + \frac{3}{5} \cdot 20 = 32$$

$$20 + 12 = 32$$

$$24 + \frac{3}{5} \cdot 24 = 40$$

$$24 + 16 = 40$$

$$28 + \frac{3}{5} \cdot 28 = 40$$

$$28 + 16 = 40$$

$$5 + \frac{3}{5} \cdot 5 = 8$$

$$5 + \frac{15}{5} = 8$$

$$5 + 3 = 8$$

$$5 + \frac{15}{5} = 8$$

$$5 + 3 = 8$$

Figura 33 - Cálculo de A17 para Atividade 3

Dos 20 alunos que realizaram a atividade, 8 responderam corretamente o problema. Entre eles, 6 utilizaram o método da falsa posição para encontrar a resposta. Atribuíram o 5 como falsa posição, desenvolveram o primeiro membro da sentença encontrando 8 como resultado, verificaram que era necessário multiplicar o 8 por 5 para obter o resultado esperado, 40. Então, multiplicaram a falsa posição 5 também por 5 e encontrarão o valor 25. Depois, verificaram a veracidade do resultado substituindo-o no lugar da incógnita.

$$x + \frac{3}{5} \cdot x = 40$$

$$5 + \frac{3}{5} \cdot 5 = 15$$

$$5 + \frac{15}{5} = 8$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$25 + \frac{3}{5} \cdot 25 =$$

$$25 + \frac{75}{5} =$$

$$25 + 15 = 40$$

Figura 34 - Cálculo de A14 para Atividade 3

RESOLUÇÃO: $x + \frac{3}{5} \cdot x = 40$

$$5 + \frac{3}{5} \cdot 5$$

$$5 + \frac{15}{5}$$

$$5 + 3 = 8 \times 5 = 40$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$25 + \frac{3}{5} \cdot 25$$

$$25 + \frac{75}{5}$$

$$25 + 15 = 40$$

Figura 35 - Cálculo de A18 para Atividade 3

$$\begin{array}{l}
 x + \frac{3x}{5} = 40 \\
 \frac{5x + 3x}{5} = 40 \\
 \frac{8x}{5} = 40 \\
 8x = 40 \cdot 5 \\
 8x = 200 \\
 x = \frac{200}{8} \\
 x = 25
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 25 + 3 \cdot 25 = \\
 25 + \frac{75}{1} = 40 \\
 25 + 75 = 40
 \end{array}$$

Figura 36 - Cálculo de A10 para Atividade 3

$$\begin{array}{l}
 x + \frac{3x}{5} = 40 \\
 \frac{5x + 3x}{5} = 40 \\
 \frac{8x}{5} = 40 \\
 8x = 40 \cdot 5 \\
 8x = 200 \\
 x = \frac{200}{8} \\
 x = 25
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 25 + 3 \cdot 25 = \\
 25 + 75 = 40
 \end{array}$$

Figura 37 - Cálculo de A11 para Atividade 3

$$\begin{array}{l}
 x + \frac{3x}{5} = 40 \\
 \frac{5x + 3x}{5} = 40 \\
 \frac{8x}{5} = 40 \\
 8x = 40 \cdot 5 \\
 8x = 200 \\
 x = \frac{200}{8} \\
 x = 25
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 3 \cdot 25 = 75 \\
 5 \cdot 25 = 125 \\
 3 \cdot 125 = 375 \\
 25 + 75 + 125 + 375 = 40
 \end{array}$$

Figura 38 - Cálculo de A15 para Atividade 3

$x + \frac{3}{5} \cdot x = 40$
 $5 + \frac{3}{5} \cdot 5$
 $5 + \frac{30}{5}$
 $5 + 6$
 $5 + 11$
 $5 + 15$
 $5 + 15.5$
 $25 + \frac{3}{5}$
 $25 + 15$
 $25 + 15 = 40$

Figura 39 - Cálculo de A13 para Atividade 3

Vale ressaltar que esse último errou nos cálculos para conferência, porém manteve o 25 como resposta.

Além desses, outros 2 discentes conseguiram resolver o problema de forma diferente. O aluno A1 não atribuiu o 5 como falsa posição. Parece que primeiro tentou o 20, verificou que não estava correto, então, em seguida, encontrou o 25.

$x + \frac{3}{5} \cdot x = 40$
 $20 + \frac{3}{5} \cdot 20 = 75$
 $25 + \frac{3}{5} \cdot 25 = 40$
 $20 + \frac{3}{5} \cdot 20 = 60$
 $20 + \frac{3}{5} \cdot 20 = 35$
 $20 + \frac{3}{5} \cdot 20 = 25$

Figura 40 - Cálculo de A1 para Atividade 3

Cheguei o mínimo 25 fiz as contas e no final deu 40 como a resposta!

Figura 41 - Comentário de A1 para Atividade 3

Já o aluno A5 apresentou um cálculo bastante simples e, à primeira vista, incoerente. Entretanto, quando foi solicitado que explicasse como encontrou o resultado, ficou claro o entendimento do aluno sobre o problema. O argumento que usou foi o seguinte: “*pensei no 25 e vi que 25 dividido por 5 dá 5, que multiplicado por 3 dá 15. Daí somei 15 mais o 25 que deu 40*”. Perguntamos porque não colocou os cálculos no papel. Então respondeu que tinha feito as contas de cabeça.

$$x + \frac{3}{5} = 40$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 25 \\ \hline 40 \end{array}$$

Figura 42 - Cálculo de A5 para Atividade 3

Enquanto terminávamos as discussões sobre a terceira atividade, alguns alunos disseram que só então entenderam o enunciado do problema. Outro não sabia o que significava três quintos de uma quantidade. Enfim, eles foram expondo suas dúvidas que eram respondidas, muitas das vezes, pelos próprios colegas. Essa última atividade foi a que gerou a discussão mais calorosa entre eles. Porém a que menos precisamos intervir. Entre perguntas e respostas, eles chegaram à conclusão que método da falsa posição foi de fundamental importância para o êxito na atividade.

Para concluir as atividades, perguntamos a eles o que acharam da experiência. Alguns poucos alunos mostraram descontentamento por não terem obtido sucesso nas atividades. Mas grande parte deles respondeu positivamente, declarando que acharam interessante essa forma de resolver de problema. Um deles disse que não imaginava que esse tipo de problema já era resolvido há tanto tempo. Outro perguntou porque não ensinam a resolver problemas dessa forma na escola. Outro se todos os problemas poderiam ser resolvidos dessa forma. Enfim, continuamos a conversa por alguns minutos, onde tentamos responder essas perguntas da melhor maneira possível. E assim, concluímos as atividades com a turma.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atuando como professor de ensino médio e fundamental há 12 anos, podemos verificar que o ensino sobre resolução de problemas é um dos grandes desafios que um professor de matemática enfrenta em sua rotina diária de trabalho. Esse fato nos impulsionou pela busca de novas estratégias para abordar o tema em sala de aula. Pesquisando especificamente sobre resoluções de problemas que envolvem equações do 1º grau, nos deparamos com o método da falsa posição, utilizado para resolução de alguns problemas do Papiro de Rhind. Esse método nos chamou a atenção, pois consideramos que ele seria uma versão mais apurada da forma como alguns alunos resolviam esses tipos de problemas. Não era raro percebermos alguns alunos atribuindo valores a incógnita na tentativa de encontrar o valor correto, porém, nem sempre logravam êxito nessas tentativas, pois os valores eram, muitas das vezes, atribuídos aleatoriamente. Então, identificamos no método da falsa posição uma alternativa para o desenvolvimento de uma resolução baseada em tentativas e erros mais eficaz. Dessa forma surgiu nosso interesse pelo tema dessa pesquisa.

Apesar de encontrarmos várias recomendações para que trabalhemos de forma a estimular os alunos a construir procedimentos diversos para resolução de problemas envolvendo equações, na prática isso é pouco explorado. Em conversas com colegas de profissão, percebemos que a tendência é imposição da maneira ‘correta’ de desenvolver a equação. Pensamento que diverge com a recomendação dos PCN para essa etapa do ensino, como já vimos anteriormente.

Dessa forma, acreditamos que as análises realizadas por esse trabalho podem servir como uma ferramenta para reflexão quanto a maneira como trabalhamos os problemas envolvendo equações do 1º grau com os alunos do 7º ano do ensino fundamental. Começando pela postura que adotaram quando solicitamos que resolvessem a atividade 1 da maneira que julgassem melhor. Dos 20 alunos, 90% sequer escreveu uma equação para tentar resolvê-lo e os 10% que o fizeram, não obtiveram êxito. Apenas 15% dos alunos conseguiram chegar a solução do problema, todos utilizando estratégias não convencionais.

Depois de discutidas as estratégias adotadas por eles para a atividade 1 e, expostas por nós, duas alternativas para o desenvolvimento da mesma: uma através de uma equação e outra através do método da falsa posição, o resultado da segunda atividade foi que 35% dos alunos

conseguiram chegar a solução do problema. Dos que acertaram, todos utilizaram o método da falsa posição. Fato esse que demonstra a identificação que eles adquiriram com o método.

E para na atividade 3, 40% dos alunos conseguiram chegar a solução. Isso sem considerarmos os 2 alunos que haviam solucionado de forma correta as outras duas atividades, mas erram cálculos elementares na terceira atividade. Como podemos perceber nas análises.

Outro fato curioso que podemos perceber no decorrer das atividades, foi que na atividade 1 nenhum dos alunos teve o trabalho de verificar se a resposta encontrada era compatível como problema. Já nas atividades seguintes, essa preocupação pode ser observada em alguns alunos.

Considerando a dificuldade percebida em grande parte dos alunos para com a disciplina e conteúdo trabalhados, pois encontramos alunos com dificuldades com frações, com equações, com algoritmo da divisão e, ainda outros, com dificuldades na escrita e leitura e interpretação do enunciado. Considerando também o curto período de tempo designado para a atividade, apenas um encontro, pois acreditamos ser essa atividade uma experiência inicial, devendo, portanto, ser dada continuidade pelo professor titular da turma. Percebemos que o método da falsa posição foi bem aceito pelos alunos como uma alternativa para a resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau. Na verdade, observamos uma identificação com o método, pois conseguiram dar significado ao valor desconhecido nos problemas. E mesmo antes de expostos a tal método, alguns deles já utilizavam estratégias próximas a ele.

Sendo assim, concluímos esse trabalho considerando a importância de se trabalhar a resolução de problemas não como uma sequência de regras pré-estabelecidas a serem seguidas à risca para se obter a resposta correta, mas sim com a perspectiva da criatividade e diversidade de estratégias que esse tema nos proporciona. Esperamos que essa experiência proporcione em nós, professores de matemática, e em nossos alunos, o desejo pela busca de novas formas de resolução de problemas, sejam eles matemáticos ou do nosso cotidiano. Para que, dessa forma, possamos formar além de alunos mais criativos, cidadãos mais críticos em relação ao mundo que os cerca.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL, PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL, Matemática. MEC/SEF, 1998.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5.ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

LAGARTO, M. J. **O Papiro matemático de Rhind**, 2010. Disponível em: <<http://www.malhatlantica.pt/mathis/Egipto/Rhind/Rhind.htm>>. Acessado em 13 de Junho de 2014 às 16:50.

MEDEIROS, C. F.; MEDEIROS, A. **O método da falsa posição na História e na Educação Matemática**, 2004. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/16.pdf>>. Acessado em 12 de junho de 2014 às 20:40.

POFFO, E. M. **A resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise a partir das contribuições de Vygotsky**, 2011. Disponível em: <<http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=node/70>>. Acessado em 29 de abril de 2015 às 21:10.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZO, J. I.; ECHEVERRIA, M. P. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**, 1998. Disponível em: <http://boltz.ccne.ufsm.br/pub/mpeac/other/pozo_solucao_problemas_cap_01.pdf>. Acessado em 15 de abril de 2015 às 15:20.

RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação. **Caderno Pedagógico de Matemática do 3º bimestre para o 7º ano**. Rio de Janeiro, 2015.

SILVEIRA, J. F. P. **O que é um problema matemático?** 2001. Disponível em: <<http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu.html>>. Acessado em 22 Abril 2015 às 18:30.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. 2000. Disponível em: <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf>. Acessado em 02 de abril de 2015 às 19:00.