UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

GEOMETRIA INTERATIVA: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio

Geraldo Henrique Alves Pereira

Uberaba - MG
2016

Geraldo Henrique Alves Pereira

GEOMETRIA INTERATIVA:
novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio

Dissertação apresentada à Banca Examinadora, como requisito parcial para aprovação no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, sob orientação da Profa. Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines.

Uberaba - MG
2016

Catalogação na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do Triângulo Mineiro

	Pereira, Geraldo Henrique Alves
P491g	Geometria interativa: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio / Geraldo Henrique Alves Pereira. -- 2016.
	110 f. : il.
	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2016
	Orientadora: Profª Drª Mônica de Cássia Siqueira Martines
	1. Geometria ï Estudo e ensino. 2. GeoGebra (Programa de computador). 3. Ensino médio. 4. Tecnologia educacional. I. Martines, Mônica de Cássia Siqueira. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.
	CDU 514(07)

GERALDO HENRIQUE ALVES PEREIRA

Geometria Interativa: novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro, como parte das atividades para obtenção do título de Mestre em Matemática.

04 de março de 2016.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Mônica de Cássia Siqueira Martines
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Profa. Dra. Marcela Luciano Vilela de Souza
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Profa. Me. Rachel Mariotto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
de São Paulo

A você Fellipe, meu amado filho, que desde seu nascimento tem me proporcionado as mais intensas experiências de vida e me ensinado o verdadeiro sentido do amor . . .

A minha esposa, Melina, que, com sua peculiar forma de demonstrar amor, fortalece-me diariamente . . .

Aos meus queridos pais, Cid e Maria Rosa, por terem me ensinado tantos valores e por se esforçarem tanto pela educação de seus filhos, ainda que isso lhes custasse abdicar de várias coisas . . .

A todos que, política, honesta e dignamente lutam pela Educação Brasileira . . .

E, por fim, mas principalmente, ao Nosso Senhor Jesus Cristo, como forma de retribuição a tudo que tem me dado nesta vida, . . .

. . . EU DEDICO.

Agradecimentos

A Deus, inicial e principalmente, pela impressionante sequência de benfeitorias que tem feito em minha vida ...

Ao meu filho e a minha esposa que souberam, dentro do possível, entender meus momentos de ausência em virtude dos percursos de formação que trilhei ...

A minha amada mãe que, escorando-se em suas orações, sempre me deu força e coragem para lutar com a vida ...

Ao meu amado pai, exemplo de humildade, que me vela lá do Alto ...

Ao meu segundo pai, Cláudio, que também é irmão, amigo, orientador, professor; pelos incomensuráveis exemplos de humildade e sabedoria ...

A minha orientadora, Professora Mônica, que, com extrema presteza, inteligência, profissionalismo e sabedoria, representa uma parte fundamental desta pesquisa ...

A todos os professores e colegas do PROFMAT, que, cada um a seu modo, contribuíram substancialmente para meu crescimento pessoal e profissional ...

Aos companheiros Gustavo Alves Caetano Neto, Israel Cardoso e José Henrique Binizoto, pelos inúmeros momentos de estudo e divisão de conhecimentos, e, este último, por ter dividido comigo esta pesquisa ...

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, principalmente a administração do Campus Bambuí, liderada até há pouco pelo professor e amigo Flávio Godinho, e a todos os meus companheiros de labor ...

Ao meus amigos-irmãos pelos perenes incentivos ...

Ao povo brasileiro que, através da Capes, financiou a bolsa de apoio financeiro que recebi ...

A todos que contribuíram de alguma forma com esta pesquisa ou com minha formação ...

... EU AGRADEÇO!

"É melhor morrer de pé do que viver de joelhos."

Emiliano Zapata

Resumo

Esta pesquisa analisa uma fatia importante da Educação: o ensino de Matemática em nível de educação básica. No cerne de sua proposta há o estudo das tendências metodológicas que compõem o arcabouço atual das discussões em Educação Matemática. Tomando como referência a experiência docente de seu autor, objetivou-se principalmente criar possibilidades para a ressignificação no modo de se ensinar e de se aprender Geometria em cursos de ensino médio, a partir da estruturação de novas mídias para a dinâmica da sala de aula que levem em conta *Tecnologias* e *Etnomatemática*, foco desta pesquisa. Após as discussões necessárias, apresenta uma proposta que entrelaça as duas tendências metodológicas do nosso foco, fazendo-as dialogar entre si, e apresenta uma atividade contextualizada que leva em consideração todo esse cenário. A atividade proposta configura-se como uma mídia alternativa à sala de aula de Matemática, contemplando a utilização de um *software* (GeoGebra) num ambiente com computadores e a vinculação de conteúdos a situações cotidianas dos estudantes.

Palavras-chave: Mídias de ensino. Geometria. Tecnologia. Etnomatemática.

Abstract

This research analyzes a important piece of Education: the process of teaching mathematics at primary education level. At the core of its proposal there is the study of the methodological trends that make up the current framework of discussions in Mathematics Education. Starting from the teaching experience of this paper autorship, we aimed mainly to create possibilities for the ressignification in the way of teaching and learning geometry in high school, from the structuring of new media for the classroom dynamics which considers technologies and Ethnomathematics focus of this research. After the necessary discussions, presents a proposal that interlink the two methodological trends of our focus, making them talk to each other, and it also shows a contextualized activity that takes into account this whole context. The proposed activity is configured as an alternative media for Mathematics classrooms, contemplating the use of a software (GeoGebra) in an environment with computers and also the linking of content to everyday situations of the students.

Keywords: Teaching Media. Geometry. Technology. Ethnomathematics.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Aqueles que vivem o dia a dia da escola conhecem bem os novos desafios que o ensino na atualidade impõe, sobretudo os professores. Estes têm sido constantemente provocados a repensarem sua prática pedagógica diante de cenários internos à sala de aula que parecem se remodelar com uma velocidade cada vez maior.

Estas mudanças não acontecem somente num ou noutro ambiente, nessa ou naquela escola, neste ou naquele nível de ensino. É bem sabido que a escola vem sendo instigada a se reorganizar permanentemente diante dessas novas demandas que emergem da sociedade em que estão inseridas, seja pela *simples* caracterização das gerações de estudantes ou pelas *complexas* exigências dos mercados de trabalho e qualificação profissional.

Assim sendo, todo esse melindre formado pela escola e pela atividade docente fez do Professor de Matemática nosso público-alvo nesta pesquisa[1], cujo exercício profissional também se faz na realidade de seus autores.

Caberá a este estudo a análise de uma importante fatia de todo esse conglomerado que forma a Educação: o ensino de Matemática em níveis de educação básica. Sobre esse recorte, esta pesquisa pretendeu enveredar-se num campo peculiar nos dias atuais, já que não se ateve a investigar se, neste cenário atual que foi apresentado, os modos de se ensinar Matemática estão corretos ou equivocados. Pretendeu-se, por outro lado, propor uma alternativa didático-metodológica que contemple atividades para sala de aula de cursos do ensino

[1]desenvolvida a partir de um projeto conjunto com José Henrique Bizinoto, também discente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, na UFTM.

médio que se caracterizem como opção frente àquelas que já se conhece/pratica.

Para tanto, essa proposta levou em consideração aspectos relacionados às atuais Tendências em Educação Matemática, em especial a perspectiva da Etnomatemática combinada às Tecnologias da Informação e Comunicação. Em meio ao referencial teórico, a partir de um breve exame das principais tendências atuais, esta pesquisa focou nessas duas tendências citadas, entrelaçando-as, de maneira tal que possam ser aplicadas num só projeto de ensino contextualizado.

A partir das experiências dos pesquisadores que juntos compõem esta pesquisa (em particular o autor deste trabalho conta com quse quatro anos de docência), viu-se uma disparidade entre como professores se propõem a ensinar Matemática e como os estudantes estão dispostos a estudá-la. Ainda que seja praticamente impossível haver uma perfeita sintonia entre os propósitos dessas duas partes, o elemento propulsor desta pesquisa esteve na possibilidade de se construir uma alternativa metodológica que, no intuito de superar essas divergências, pudesse criar caminhos de uma aprendizagem mais significativa a partir da apropriação e utilização de conceitos e experimentações inerentes à realidade social e cultural dos estudantes envolvidos.

Entre os contéudos da Matemática, este estudo cingiu-se à Geometria, a qual, pelas experiências particulares dos pesquisadores, é a que mais oportunidades gera para se propor alternativas metodológicas, seja pela facilidade de visualização em objetos do cotidiano, pela aplicabilidade em situações diárias ou mesmo pelo favorecimento de seu uso nas tecnologias aplicadas na pesquisa.

Num aspecto geral, esta pesquisa objetivou desenvolver um rol de atividades, a fim de criar possibilidades para a ressignificação no modo de se ensinar e de se aprender Geometria em cursos do ensino médio.

Ademais, de forma mais específica, pretendeu-se adequar uma proposta didático-metodológica de ensino de Geometria às atuais Tendências em Educação Matemática com vistas a facilitar o ensino de Matemática; auxiliar na promoção de estratégias de ensino que contemplem a contextualização de conhecimentos prévios dos estudantes, levando em consideração, sempre que possível, os ambientes sociais e culturais em que estão inseridos; e, por fim, promover a cultura da inserção de Tecnologias no ensino, sobretudo na Matemática, entendida de forma a complementar os recursos e possibilidades do docente.

Esse título, GEOMETRIA INTERATIVA, grafado em maiúsculas para simples destaque, reflete a reciprocidade que a tecnologia proporcionada pelo *software* `GeoGebra` concede. Contudo, a isso se soma todas as possibilidades de interação entre professor, estudantes, salas de aula, *software*, ambientes sociais, entre outros.

O primeiro capítulo desta pesquisa apresenta, depois de uma breve introdução histórica, uma discussão sobre a Educação Matemática, sua trajetória enquanto área de conhecimento nas academias e os seus atuais campos de pesquisa. Ainda, neste capítulo, é apresentado um embasamento teórico acerca das atuais Tendências em Educação Matemática, buscando discutir as aproximações conceituais de cada uma e, naturalmente, também suas diferenças.

Em consequência, no segundo capítulo, adentrando no foco do trabalho, entrelaçamos as tendências Etnomatemática e Tecnologias, discutindo suas interseções e acrescentando um maior aporte teórico àquele já apresentado no primeiro capítulo. Nesta parte, alguns outros trabalhos desenvolvidos numa linha parecida com a deste serviram para incrementar a discussão e sustentar sua viabilidade, ainda que a proposta contida no terceiro capítulo tenha abordagem um pouco diferente.

No terceiro capítulo, como resultado dessas discussões anteriores, apresenta-se uma proposta de atividade que se configura como alternativa às mídias convencionais de ensino de Matemática. Esta atividade é uma sugestão para professores que prentedem incluir novos conceitos na sala de aula de Geometria do ensino médio (potencialmente na segunda série), buscando permanentemente a contextualização de conhecimentos (Etnomatemática) e utilizando tecnologias como o `GeoGebra`, *software* dinâmico de geomeria e álgebra. O *software* possui lugar de destaque na pesquisa, principalmente porque permite alta interatividade tanto no seu manuseio quanto nas possibilidades de visualização.

A escolha do `GeoGebra`[2] justifica-se pelas experiências profissionais do seu autor e os inúmeros resultados positivos já obtidos pelo seu uso. O `GeoGebra` é um *software* que alia Geometria e Álgebra e tem uma alta capacidade de apresentação dinâmica, oferendo várias ferramentas de construção e visualização, além de vinculação de diversos objetos entre si. São todas essas possibilidades, agregadas à tecnologia, que serviram para a sua utilização.

Finalmente, no quarto capítulo, são apresentadas as principais considerações sobre as possibilidades oportunizadas pelo estudo, à luz do referencial teórico e das pesquisas desenvolvidas dentro da Educação Matemática.

[2] *Software* livre, podendo ser baixado gratuitamente no endereço eletrônico `www.geogebra.org/download/`. Esta pesquisa utilizou-se da versão `5-0-212-0`.

1 UMA VISÃO SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A discussão teórica que se inicia será estabelecida segundo uma cronologia da Educação Matemática no Brasil. Ainda que de forma sucinta, neste capítulo buscar-se-á um delineamento sobre os principais caminhos acadêmicos que essa área percorreu desde as primeiras discussões até sua estruturação em campo de estudo e pesquisa.

1.1 Introdução histórica

Na década de 1950 iniciaram, com maior intensidade, discussões sobre as formas de ensino-aprendizagem da Matemática. De acordo com Soares (2005), essas discussões ocorreram nos primeiros Congressos Nacionais de Educação Matemática organizados no Brasil:

- 1955 em Salvador: esse congresso teve como objetivo tratar de assuntos como programas e currículos, o livro de classe e as *tendências modernas do ensino*, além do aperfeiçoamento dos professores de Matemática.
- 1957 em Porto Alegre: no segundo congresso, propôs-se estudar questões relativas à aprendizagem da Matemática nos diferentes níveis de ensino; definir as bases para a elaboração de programas *levando em conta aspectos científicos e psicológicos*, buscando fixar normas para *uma boa*

articulação entre os programas dos diversos níveis de ensino, além de estudar também a influência da Matemática nas demais disciplinas.

- 1959 no Rio de Janeiro: o terceiro congresso teve como objetivo básico estudar os problemas relativos ao ensino secundário, primário, comercial, industrial e normal; também foram discutidas questões relativas à formação dos professores secundários.

Depois dessa data, aconteceram os Congressos de 1962 e 1966, nos quais as pautas eram o Movimento da Matemática Moderna, que havia se consolidado nas escolas brasileiras na época (SOARES, 2005). Este movimento teve o enfoque apenas na questão da linguagem Matemática e em sua formalização. A necessidade de um maior número de cientistas e técnicos com uma melhor qualificação, aliada ao discurso da inevitabilidade de uma formação científica moderna mínima frente à "tecnologização" da sociedade, eram algumas das justificativas para tal movimento (FONSECA, 2012).

Segundo Onuchic e Allevato (2004, p. 215), esse ensino "realçava muitas propriedades, tinha preocupação excessiva com abstrações Matemáticas e utilizava uma linguagem universal, precisa e concisa". Nesta mesma linha, Pinto (2005, p. 2) afirma que:

> desencadeado em âmbito internacional, esse movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, como também os conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos.

Porém, ao invés de melhorar o ensino-aprendizagem da Matemática, notou-se o agravamento dos problemas, pois os estudantes absorviam ideias complexas, mas não aprendiam os conceitos matemáticos. Na década de 1970, o Movimento da Matemática Moderna sofreu muitas críticas de professores franceses, que nessa época já havia instituído os Institutos de Pesquisa em Educação Matemática - IREM (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015).

Em consequência desses congressos, surgiram círculos e associações de Professores e Pesquisadores de Matemática, o que fez com que os Congressos Estaduais de Professores de Matemática se tornassem mais frequentes (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015).

Com a participação de onze pesquisadores brasileiros na sexta Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), em 1985, no México, surgiu a inspiração para a criação dos Encontros Nacionais em Educação Matemática (ENEM). Em 1987 acontece o I ENEM, que foi fundamental para a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que é concretizada durante o II ENEM, em 1988, na cidade de Maringá-PR (SOUZA, 2005).

A criação de uma sociedade como a SBEM oportunizou a congregação de profissinais que, desde as décadas de 1950 e 1960, fomentavam importantes discussões sobre a sala de aula de Matemática e que, por conseguinte, necessitavam de um espaço próprio nas academias.

Sendo assim, com a criação da SBEM os aspectos metodológicos da sala de aula conseguiram ser melhor discutidos e organizados, passando a desempenhar papel importante no desenvolvimento da Educação Matemática. Essas metodologias foram denominadas tendências para a Educação Matemática (SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015).

Temporalmente, as discussões acerca da Educação Matemática e suas tendências vêm se estendendo no Brasil por algumas décadas, e, entre suas idas e vindas, criou corpo somente nos últimos trinta anos, quando o tema adentrou as universidades e caracterizou-se como área de pesquisa.

1.2 Tendências em Educação Matemática: uma introdução

As Tendências em Educação Matemática são técnicas de ensino e aprendizagem que auxiliam nas formas de ensinar, para aproximar os conceitos aos estudantes.

Para Mendes (2006), os estudos e pesquisas sobre Educação Matemática têm buscado oferecer subsídios teórico-metodológicos que viabilizem a superação das dificuldades encontradas por professores e estudantes durante o processo educativo da Matemática.

Segundo Lopes e Borba *apud* Flemming, Luz e Mello (2005, p. 15),

> uma tendência é uma forma de trabalho que surgiu a partir da busca de soluções para os problemas da Educação Matemática. A partir do momento que é usado por muitos professores ou, mesmo que pouca utilizada, resulte em experiências bem-sucedidas, estamos diante de uma verdadeira tendência.

Colocam, ainda, que a Educação Matemática Crítica, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, o Uso de Computadores e a Escrita Matemática são verdadeiras tendências.

De acordo com Gomes e Rodrigues (2014, p. 60),

> é de suma importância salientar que, em sala de aula, o professor acaba por utilizar muitas tendências em uma determinada atividade. Isso porque, muitas vezes, devido a sua própria formação acadêmica, foi lhe transmitido, pelos professores da graduação, postura das mais variadas tendências supracitadas. O professor pode se valer do seu potencial criativo para escolher atividades que caracterizem o uso de muitas tendências.

Assim, percebe-se que as experiências dos docentes de Matemática da escola atual precisam de mais reflexões, pois a escola vive novos tempos, com novos conceitos, novos desafios, necessitando de ressignificações em sua atuação.

Quando falamos da Matemática, intrínseca a essa escola contemporânea, nos questionamos logo se aquela de outrora tem colhido os mesmos resultados agora. Por mais que esta questão germine inúmeros pontos de vista no que concerne ao sucesso ou não dos resultados, o fato é que algo parece ser consensual a toda comunidade acadêmica (não só de Matemática), profissionais de educação, pais e outros: o ensino de Matemática carece de novos modelos.

Essa *novidade*, à primeira vista, se contrapõe à aparente imutabilidade da Matemática. Todavia, essa discussão não invade a Matemática propriamente, o que se clama atualmente é por uma discussão coerente sobre como essa ciência deve aplicar-se em sala de aula, em cursos de educação básica, e como ela motiva seu principal agente: o professor, cuja práxis se submete a vários fatores do ambiente. Dessa forma, é necessário que a sala de aula de Matemática de hoje seja repensada e adequada aos novos moldes da sociedade, das profissões e da formação geral.

Esse é o campo de inquérito da Educação Matemática e a área de atuação de seus pesquisadores que se dedicam a examinar diversas metodologias do processo de ensinar. Ainda que o estudo de metodologias de ensino não seja campo restrito da Educação Matemática, nesta área ele encontrou solo fértil e se consolidou dentro dos programas de graduação e pós-graduação. Com base nisso, tendências metodológicas de ensino matemático ocuparam espaço entre as publicações das principais revistas científicas do País, entre as quais podemos destacar o Bolema (Boletim de Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista - Campus Rio Claro) e a Zetetiké (Revista de Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas e Universidade Federal Fluminense), além de várias outras oriundas dos próprios programas de pós-graduação.

A partir das próximas linhas, este estudo examinará o que se propôs, em cursos de nível médio, sob a análise das atuais tendências metodológicas de ensino de Matemática, elencadas conforme o destaque na produção acadêmica/científica nacional prescrita anteriormente. Sob essa justificativa, as principais tendências metodológicas atuais a serem aqui discutidas são:

- Etnomatemática
- História da Matemática

- Jogos Matemáticos e Materiais concretos
- Matemática Crítica
- Modelagem da Matemática
- Resolução de Problemas
- Tecnologias da Informação e Comunicação

Desta forma, para além das circunstâncias históricas, apresentaremos e discutiremos nos próximos itens os conceitos e aspectos educacionais destas tendências de forma mais específica.

1.2.1 Etnomatemática

Como uma técnica de aproximar a Matemática dos estudantes, surge, na década de 1970, o estudo da Etnomatemática, que, segundo Costa (2014), Ubiratan D'Ambrosio desenvolveu esse método de ensino como uma crítica ao tradicionalismo do ensino da Matemática, ao analisar as aplicações em diversos contextos socioculturais. “A palavra surgiu da junção de *techné* (modo de fazer, técnica), *matema* (conviver com a realidade sociocultural, ensinar, explicar) e *etno* (inserção do homem no meio cultural)” (COSTA, 2014, p. 182).

Essa metodologia leva em consideração o conhecimento prévio do estudante, usado em sua etnia, em sua casa, na profissão dos pais, além de outros. Para Zorzan (2007), a principal razão de a Etnomatemática tornar-se o foco de pesquisas é a necessidade de reflexão sobre a importância de valorizar os saberes culturais e de reconstruir a autoestima de povo, que também possui suas riquezas, valores e conhecimentos. Contudo, não deverá ser adotada como uma única maneira de ensino matemático.

Costa (2014) afirma que há defesas de que a Etnomatemática não é um método de ensino, e sim um plano de ações inclusivas entre professores e estudantes, ou, ainda, uma ação humana na produção de conhecimento contextualizado, pelas diferentes formas culturais nos mais diversos grupos humanos.

A Etnomatemática não se contrapõe à Matemática tradicional, ambas possuem o intuito de aprimorar o conhecimento, demonstrar ferramentas para dominar os números e gerar conceitos matemáticos para serem usados em seus benefícios, porém por caminhos diferentes. Desse modo, a primeira introduz os conceitos matemáticos envolvendo os conceitos adquiridos; já a segunda aborda os conceitos de forma cognitiva, mas para serem utilizados cotidianamente.

Segundo Costa (2014, p. 188),

> todos os povos do mundo se dedicaram a matematizar os seus problemas, mas no sentido de os resolver, e não por uma mera prática científica ou de habilidade instrutiva. A Etnomatemática pode contribuir, de modo decisivo, para a melhor compreensão do mundo, tornando-o mais humanizado e menos tecnocratizado.

Mas como introduzir a Etnomatemática no ensino da Matemática? "A Matemática, enquanto disciplina escolar, precisa ser trabalhada de forma contextualizada e passível de diferentes relações com outras áreas do conhecimento e com as necessidades e história de vida do grupo social" (ZORZAN, 2007, p. 81). Essa prática, assim como cada uma das outras tendências de ensino, não deve ser utilizada como uma única forma de ensino, mas como uma das ferramentas para despertar o interesse dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Além disso, deve ser abordada de forma pontual, em vários conceitos desenvolvidos pelos professores, nas mais diversas séries do ensino fundamental e médio, pois, se o interesse não acontecer de maneira precoce na vida do educando, quando a vontade de aprender despertar, ele não terá fixado os conceitos necessários para conseguir utilizar os algoritmos de maneira produtiva e poderá desistir do processo de aprendizagem.

Para Costa (2014, p. 186):

> Poder-se-ão inventariar três etapas fundamentais quando se desenvolve uma pedagogia pela etnomatemática. Uma primeira, a da investigação, quando os estudantes são confrontados, num processo de mesa-redonda, com as finalidades a atingir, informando dos preceitos que a distinguem do ensino tradicional de Matemática. Como segunda etapa, a da tematização, o professor escuta os estudantes sobre que temas serão organizados e desenvolvidos, em face da sua realidade.

> Como terceira fase, a da problematização, as situações de aprendizagem centrar-se-ão sobre as atividades.

A Etnomatemática é uma abordagem Matemática inclusiva, pois trabalha abordagens conceituais, levando em consideração os conhecimentos dos educandos, para um aprimoramento das etnias, com o intuito de melhorar a vida social deles e para que possam entender as atitudes dos governantes, que utilizam os conhecimentos linguísticos e matemáticos, além de outros, para dominar as classes menos favorecidas intelectualmente. Zorzan (2007, p. 80) comenta que "a etnomatemática apresenta em seu âmago a dimensão política, pois, ao conceber a Matemática como um produto cultural, torna-a uma ciência do povo, recuperando-o enquanto sujeito histórico".

Assim, a Etnomatemática, em sua perspectiva educacional, pode ser utilizada pelos professores como uma forma de aproximar a Matemática da escola com a Matemática do cotidiano. Sob essa visão, discutiremos no capítulo seguinte suas possibilidades de utilização em meio às oportunidades didáticas oferecidas pelas Tecnologias da Informação e Comunicação.

1.2.2 História da Matemática

A História da Matemática como tendência metodológica propõe ensinar a Matemática utilizando-se, entre outros aspectos, do contexto histórico. Entre suas várias vertentes e argumentos metodológicos, ela pretende mostrar ao estudante que os conceitos estudados em sala de aula foram necessários também numa outra época para resolver um determinado problema, e que, por isso, podem ser interligados agora com a sua vivência.

Com o desafio de aprender, gerado pela história desses conceitos e seus interrelacionamentos com a realidade, o estudante pode acabar se motivando a enfrentar os conteúdos mais complexos e, encontrando um resultado contextualizado, satisfazer-se com maior eficácia; afinal, ele conhece de onde aquilo partiu, para que serve e como/onde será útil.

Valente (2008) preceitua que as preocupações com o ensino da Matemática não podem se descuidar da sua dimensão histórica. Ainda que, dentro da Matemática, muitas acepções possam ser dadas ao termo “história”, em termos metodológicos o professor não deve associá-lo a “contos” ou ”anedotas” (MIGUEL, 1997).

Segundo Siqueira (2007, p. 27),

> ao compreender como a Matemática se desenvolveu, como ela influencia outros conhecimentos e também sofre a influência deles, o educando poderá também compreender melhor as dificuldades do homem na elaboração das ideias matemáticas. Dessa forma, a História da Matemática poderá proporcionar ao educando uma visão dinâmica da evolução da Matemática na ciência, na tecnologia e na sociedade.

No mesmo sentido, Gomes e Rodrigues (2014, p. 66) comentam que:

> quando os conceitos históricos são integrados, mostrando as necessidades e os motivos de seu surgimento, há motivação na sala de aula, então o professor pode fazer com que o educando entenda que a Matemática é uma ciência concreta e construída a partir de suas próprias emergências temporais.

Desta forma, é prudente reforçar o entendimento de que a História da Matemática não deve ser, por si só, *elemento de motivação* nem *o problema a ser tratado* nas aulas, e nem a vinculação de ambas as coisas, pois, segundo Miguel (1997, p. 82),

> o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele “histórico” ou até mesmo no fato de ser “problema”, mas no maior ou menor grau de desafio que esse problema oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídas por ele, etc.

De acordo com o texto de Miguel (1997), que por sinal analisa muito bem diversos argumentos para a utilização da História da Matemática, é necessário que façamos uma aproximação dessa metodologia para os fins pedagógicos que tem uma aula. Segundo o autor, parece

> mais adequado assumir uma posição intermediária que acredita que a história - apenas quando devidamente reconstituída com fins explicitamente pedagógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático - pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática, qual seja, o de um ponto de referência para a problematização pedagógica (MIGUEL, 1997, p. 101).

Ainda segundo Miguel (1997), uma metodologia assim, pedagogicamente orientada, prestaria relevante auxílio àqueles professores intencionados em contrapor-se a tendências tecnicistas do ensino, mas necessita ser construída sob o ponto de vista do educador matemático.

Por fim, a História da Matemática não pretende elucidar todos os pontos que envolvem a construção de um determinado conhecimento ao longo do tempo, mas, à medida que se estrutura como metodologia de ensino, busca auxiliar a responder perguntas que desmistifiquem ideias dos estudantes relacionadas à adaptação dessa ciência às épocas e, principalmente, traz consigo aspectos motivadores para a aprendizagem.

1.2.3 Jogos Matemáticos e Materiais Concretos

Os materiais concretos são úteis para o aprendizado da Matemática, pois, com a construção dos objetos, o estudante se depara com a necessidade de aprender conceitos abstratos para ele. Especialmente em Geometria, esse material deve retratar os elementos geométricos da forma mais próxima do ideal, para que sua visualização não fique tão distante do conceito real.

Por isso, segundo Passos *apud* Murari (2011), os materiais a serem escolhidos devem (i) proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas; (ii) representar claramente o conceito matemático; (iii) ser motivadores; (iv) ser apropriados nos diferentes anos de escolaridade e nos diferentes níveis de conceitos; (v) formar uma base para a abstração; (vi) proporcionar manipulação individual.

As atividades de ensino da Matemática, por meio desses materiais, devem ser relacionadas aos conceitos vistos pelos estudantes em sala de aula e interligados a objetos com os quais eles possuem contato diário. Ainda, podem ter interface com figuras históricas, físicas, geográficas e de outras naturezas, para que haja o interesse do educando na atividade lúdica e não seja somente um período de descontração do processo de ensino e de aprendizagem.

Além disso, Mendes (2006) reafirma a importância da progressividade da aprendizagem que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações manipulativo-simbólicas e abstrativas estabelecidas em cada atividade.

Neste sentido, a manipulação de objetos pode ser um recurso didático-pedagógico para ser utilizado nas aulas de Matemática, e podemos, ainda, por meio desta manipulação, fazer o uso de jogos.

Os jogos podem ser usados como uma atividade de sala em que os estudantes precisam desenvolver o espírito de planejamento, pois, para obter o resultado esperado, é preciso que uma estratégia seja traçada e bem executada; quando eles não geram resultados esperados, desenvolvem a habilidade de análise e correção de erros.

Porém, os jogos matemáticos e materiais concretos não podem ser encarados como a solução do ensino da Matemática. Para Fiorentini e Miorim (1990, p. 3):

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

Para esses autores, os jogos e os materiais devem ser usados no início das atividades de aprendizagem, para introduzir um conceito, ou no final, como método de fixação.

1.2.4 Matemática Crítica

Essa tendência é um conceito embasado na pedagogia de Paulo Freire[3] com a Etnomatemática, em que o estudante deverá ser capaz de, não só operar e compreender os conceitos matemáticos, mas de refletir e posicionar criticamente sobre esses conceitos e poder agir sobre eles (SOARES, 2008).

Ainda segundo Soares (2008), os educadores devem ter capacidade de propor e resolver questões, além de questionar as respostas e as questões propostas por eles. A autora acredita que os estudantes de Matemática não estão tendo a capacidade de refletir sobre as questões e suas respostas.

O professor precisa ser mais democrático em sua atuação na sala de aula e não agir de forma decisória e prescritiva, pois, para que o estudante aprenda, ele precisa fazer parte do processo ensino-aprendizagem, não só como um espectador, mas como elemento ativo desse processo. Dentro desse contexto, Siqueira (2007, p. 28) cita Paulo Freire na importância do diálogo em sala de aula:

> Através do diálogo, o professor-dos-estudantes e os estudantes-do-professor se desfazem e um novo termo emerge; professor-estudantes com estudantes-professores. O professor não é mais meramente o-que-ensina, mas alguém a quem também se ensina no diálogo com os estudantes, os quais, por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem.

Para Skovsmose (2001), a educação crítica deve ser desenvolvida em uma relação de parceria do professor com os estudantes. O assunto deve interessar a ambos, com maior interesse para os estudantes, pois eles, em um diálogo com os professores, definirão o que é relevante para o processo educacional. Como se pretende desenvolver uma capacidade crítica, essa capacidade não pode ser imposta, e sim desenvolvida com as habilidades dos mesmos.

[3]Para este educador brasileiro, mundialmente reconhecido, a educação deve servir para a libertação, almejando conscientização de seus sujeitos (AZEVEDO, 2010).

Skovsmose (2001) considera a Matemática Crítica como uma alfabetização Matemática e defende essa alfabetização como forma de libertar os seres humanos das amarras da sociedade. E acrescenta: "a alfabetização Matemática pode ser usada para o propósito de 'libertação', porque pode ter o significado de organizar e reorganizar interpretações de instituições sociais, tradições e propostas para reformas políticas" (SKOVSMOSE, 2001, p. 122).

Como o próprio nome diz, essa tendência é uma Educação Matemática em que a crítica constrói o ensino; onde estudantes e professores participam ativamente das aulas e podem obter crescimentos significativos em suas vidas acadêmicas e pessoais.

1.2.5 Modelagem Matemática

Dicionários variados convergem o significado da palavra *modelagem* para "elaboração por modelo ou por um molde"; "concessão de formato a"; "moldar". Esses sinônimos, aplicados à Matemática, representam uma tendência de ensino em que se utilizam modelos matemáticos para resolver situações reais do cotidiano.

Segundo Gomes e Rodrigues (2014, p. 62), a modelagem "é um modo diferente de ver a Matemática e consiste na arte de tornar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los por meio da interpretação das suas soluções, na linguagem do mundo real".

Mais especificamente, Bassanezi (1999, p. 12) constrói a noção dessa metodologia a partir da concepção inicial de *modelo matemático*, o qual "é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno - este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro modelo matemático".

Por fim, é preciso fazer uma aproximação conceitual e metodológica da modelagem com o ramo da *matemática aplicada*, cuja primeira é instrumento indispensável para a segunda. E mais,

> A construção matemática pode ser entendida, neste contexto, como uma atividade em busca de sintetizar idéias concebidas a partir de situações empíricas que estão, quase sempre, escondidas em num [*sic*] emaranhado de variáveis. Fazer matemática, nesta perspectiva, é aliar, de maneira equilibrada, a abstração e a formalização não perdendo de vista a fonte originária do processo (BASSANEZI, 1999, p. 13).

O autor acrescenta ainda que a modelagem matemática é o que se convencionou chamar do processo de adaptação de um modelo para atingir determinados objetivos, adequando-o noutro caminho melhor ou, então, analisá-lo de modo comparativo, tomando como referência um outro já existente. Desse modo, "o desafio do professor, que toma o caminho da modelagem como método de ensino, é ajudar o aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas, cada etapa do processo" (BASSANEZI, 1999, p. 13).

1.2.6 Resolução de Problemas

Existe uma certa confusão conceitual na interpretação do que vem a ser um *problema* no ensino de Matemática. Isso faz com que os *problemas* não desempenhem o papel de metodologia no processo de ensino-aprendizagem e acabem por serem utilizados como ferramentas nas práticas habituais dos professores (PEREIRA, 2008; BRASIL, 1998). Talvez por esta proximidade conceitual entre metodologia e ferramenta, cuja imperceptibilidade degenera toda uma proposta metodológica, David (1995) afirma que a Resolução de Problemas é a metodologia de ensino de Matemática que obriga menos mudanças em relação ao ensino mais tradicional.

Segundo Onuchic e Allevato (2004), as primeiras investigações sistemáticas sobre o tema começaram na década de 1970. A publicação *Curriculum and Evaluation Standards* reiterava que a Resolução de Problemas deveria ser o objetivo principal de todo o ensino de Matemática e uma parte integrante de toda atividade Matemática (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004).

Nessa abordagem metodológica, a importância da resposta correta cede lugar à importância do processo de resolução, desenvolvido a partir de uma sequência de ações ou operações concatenadas, uma vez que o que se preceitua é o aprendizado, por parte dos estudantes, de um caminho didático capaz de não somente indicar a resposta correta, mas também garantir a apropriação do conhecimento envolvido (PEREIRA, 2008; BRASIL, 1998).

Professores dos anos iniciais do ensino fundamental podem usar da Resolução de Problemas para a introdução de conceitos das operações básicas e, assim, possibilitar aos estudantes aprender a Matemática com contextualizações dos seus cotidianos. Segundo Mendes (2006), essa metodologia de ensino visa ao desenvolvimento das habilidades cognitivas, favorecendo a reflexão e o questionamento, ao contrário do ensino memorístico e expositivo. Nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio, a abordagem deve ser investigativa, de forma a incentivar o exercício de levantamento e testagem de hipóteses para elaborar os algoritmos possíveis para a resolução do problema.

Dessa forma, segundo Flemming, Luz e Mello (2005, p. 74), "é necessário partir do simples para ter acesso ao complexo, e os problemas complexos são visualizados como um conjunto de partes simples".

A Resolução de Problemas terá uma contribuição maior na aprendizagem quando "os problemas" relatarem situações vividas pelos estudantes, até que estes passem do estágio de resolver problemas para o de aprender Matemática, ou seja, aprenderem Matemática para resolverem problemas (MENDES 2006). Ao despertar o prazer em solucionar problemas, os estudantes poderão encorajar-se a propor outros problemas para seus colegas e para professores, tornando-os pessoas críticas e desafiadoras, que não se esconderão de situações problemáticas, ao contrário, irão desafiar tais situações.

Ainda segundo Mendes (2006), com a utilização dessa técnica, alguns estudantes conseguem transpor os problemas de sua realidade para aplicações de raciocínio dedutivo, indutivo, espacial, gráfico, proporções e outros, que são abstratos ao seu cotidiano. Conseguem, além disso, serem mais críticos e construtivos em situações matemáticas.

Sintetizando o caminho metodológico que o professor deve seguir e ensinar na aplicação da Resolução de Problemas, Onuchic e Allevato (2004) delineiam suas fases a partir (i) da colocação de uma situação-problema que expressa aspectos-chave do tópico matemático que se esteja tratando, sobre a qual técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas pelo menos razoáveis, a princípio. Nessa etapa de aplicação das técnicas matemáticas, segundo Flemming, Luz e Mello (2005), deve-se inicialmente ser contemplado um momento para a compreensão do problema, o que foi fornecido (dados) e o que se pede (incógnita). Após isso, o passo seguinte (ii) é traçar uma estratégia de resolução, verificando as maneiras com as quais se pode resolver, escolher a maneira mais prática e mais rápida e executá-la com cuidado. Por último, (iii) deve-se fazer uma crítica dos resultados obtidos, verificando sua contextualização.

Esses quatro passos foram definidos por Polya (1995), quando, em sua obra "A arte de resolver problemas" ele prescreveu:

> Para agrupar convenientemente as indagações e sugestões de nossa lista, distinguiremos quatro fases de trabalho. Primeiro, temos que compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 1995, p. 3-4).

Para Polya (1995), não faz sentido resolver algo que não foi compreendido. Para o autor, depois da compreensão, temos que entender os cálculos, os desenhos e os caminhos que teremos que percorrer, para aí sim partir para a resolução do problema, lembrando que o trabalho não termina com o problema resolvido. É necessário olhar a resolução, tirar conclusões e fazer análises dos resultados. Para isso, o problema literal é mais conclusivo que os problemas numéricos, pois podemos fazer conjecturas e tirar conclusões que não são possíveis nas expressões numéricas.

A técnica de resolver problemas matemáticos é dominada por poucos, e quem a domina consegue visualizar, compreender e solucionar vários problemas nas mais diversas áreas. Os bons resolvedores de problemas possuem uma sequência lógica para as soluções, que iniciam com uma boa interpretação da situação, extração de dados essenciais, utilização de algoritmos e cálculos matemáticos, culminando em soluções ricas de conceitos e intepretações grandiosas. Essas pessoas conseguem transferir para a sua vivência conexões da Matemática com outros conceitos, do real e do abstrato (MENDES 2006).

É importante, durante o percorrer desse processo de Resolução de Problemas, que a situação-problema seja o ponto de partida do tópico matemático a ser estudado e não a definição dele propriamente dito, ou seja, o conhecimento a ser produzido e adquirido se forma no perpassar de todas as etapas. É sobre a situação-problema que o estudante aplica, depois de interpretá-la, conhecimentos não-mecânicos, inferindo primeiras aproximações do resultado, que tomam sentido a partir de um processo de retificações e generalizações com a ajuda do professor (BRASIL, 1998).

1.2.7 Tecnologias da Informação e Comunicação

O termo Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)[4] vem sendo utilizado com maior destaque desde a década de 1990, quando as principais inserções tecnológicas começaram a surgir no cotidiano da população. Se antes algumas TIC eram restritas e caras, a partir desse momento variados instrumentos passaram a ficar acessíveis.

Os recursos tecnológicos, cada dia mais enfatizados pela mídia e explorados pelo mercado de informática, prometem uma revolução na escola e no ensino-aprendizagem. Entretanto, a tendência educacional que se apropria desses recursos, aqui tratada como *tecnologias*, deve ser vista com cautela dentro da Educação Matemática, pois usar recursos informatizados não implica, necessariamente, na potencialização da aprendizagem. O computador, a calculadora, os celulares, entre outros, devem ser usados de maneira ordenada e

[4]Neste estudo, como as TIC terão um enfoque protagonista, o termo será utilizado, na maioria das vezes, simplesmente como *tecnologias*.

coordenada pelo professor para seu bom aproveitamento.

Borba (1996), à época da publicação de seu artigo, já constatava as significativas mudanças que os computadores estavam trazendo para a sala de aula de Matemática, sobre o que devia ser ensinado e aprendido. Segundo ele, essas mudanças não diziam respeito apenas à substituição de um tópico por outro, mas, sobretudo, pela maneira como o professor passaria a ter que se relacionar com os estudantes e com a máquina.

Há de se considerar que existe uma tendência habitual, mas obviamente não em regra, de o professor iniciante reproduzir em sua prática diária a forma como seus professores o ensinaram, especialmente aqueles na Licenciatura. Concorrente a isso, Borba (1996, p. 124) ainda reforçava a importância do contato do futuro professor com as tecnologias já na sua formação inicial e prenunciava um cenário que se pode observar nos dias de hoje, quando afirmava que, se os pontos citados no parágrafo anterior, dentre outros,

> não forem abordados na formação do professor, é possível que tenhamos dois cenários quando algumas escolas venham a ter amplo acesso a computadores: o primeiro é que os professores podem apenas tratar de velhos tópicos de forma igual, simplesmente trocando de mídia. Neste caso, o computador é visto somente como um caderno e/ou livro "mais rápido". O segundo cenário é que os computadores não serão utilizados (BORBA, 1996, p. 124).

Ademais, além da formação inicial, para que professores possam se valer dessas tecnologias, é de extrema importância a formação continuada, associada a um trabalho conjunto com colegas de onde trabalham ou a ligação a grupos de estudos, formando uma teia de informações. Com isso, terão segurança para aplicarem atividades com recursos de informática. Penteado (2004, p. 287) diz que:

> O uso do computador na escola não se consolidará com o apoio, apenas, de cursos esporádicos para professores proveniente de diferentes localidades e sujeitos a diferentes condições de trabalho. É preciso que, em nível de escola, o professor seja motivado a organizar e desenvolver atividades

> com o computador e, em parceria com os pesquisadores, técnicos em informática, pais, estudantes e demais educadores, possa criar estratégias para a resolução de problemas locais.

Essa ideia coaduna com o conceito apresentado por Miskulin et al. (2006), no qual as tecnologias representam a possibilidade de experiências mais cooperativas de aprendizado. Ainda segundo os autores,

> deve-se integrar a proposta de ensino com a tecnologia e usar recursos metodológicos colaborativos para desenvolver competências que o professor desempenhará em sala de aula, preparando, assim, o professor para ser o mediador que prioriza a tecnologia no seu local de trabalho (MISKULIN et al., 2006, p. 108).

Frederico e Gianoto (2014) afirmam que os professores precisam planejar as suas atividades com a utilização de computadores, bem como ter domínio de informática, para que situações imprevistas em suas aulas sejam administradas pelo educador, não comprometendo o conteúdo ministrado. Para Penteado (2004), a aplicação desses recursos leva os professores para uma zona de risco onde a perda do controle pode ocorrer em qualquer momento, e que esses não se sentem à vontade com esta situação. Assim, desejam retornar à sua zona de conforto e, desta forma, retomam as aulas simplesmente expositivas.

Essa questão leva o estudo da Matemática a uma boa discussão. Esse debate, já levantado em alguns estudos, permeia as possibilidades de utilização de novas mídias no contexto da sala de aula, além da tradicional lápis-e-papel.

Para Borba (1996), a Matemática tem sido vista sempre como uma abstração e, portanto, imune e não permeável a outras mídias. Ainda, para Araújo et al. (2008, p. 11), "o conhecimento é construído por seres-humanos-com-mídias", onde essas mídias, consideradas em sua pluralidade, perpassam por fala, lápis e papel, calculadoras, computadores, entre outras, e, sob essa perspectiva, "a natureza da Matemática construída quando computadores estão presentes é diferente daquela construída com seres-humanos-com-lápis-e-papel".

É notório que o acesso às tecnologias é obtido, na maioria das escolas do País, em laboratórios de informática. Porém, para Frederico e Gianoto (2014), a utilização desses espaços estão sendo subaproveitados, pois, em grande parte, o acesso aos computadores restringe-se à utilização de internet para pesquisas, e há pouco uso de *softwares* e planilha eletrônica, onde há maior aplicação do ensino da Matemática.

Os computadores propiciam algumas planilhas eletrônicas, as quais trabalham conceitos matemáticos de funções, estatística, matrizes, determinantes, além de outros que podem ser explorados por professores em suas aulas. Além disso, há *softwares* que trabalham gráficos, geometria, trigonometria, entre outros, que envolvem muitos conceitos abstratos aos estudantes e que possuem ferramentas que podem tornar esses conceitos mais acessíveis. Como cita Frederico e Gianoto (2014, p. 68):

> O computador e a internet têm provocado grandes mudanças no cotidiano doméstico de crianças, jovens e adultos. A internet, os *softwares* e os jogos, dentre outros, passaram a ganhar espaço como instrumentos de entretenimento, de pesquisas e de trabalhos de escola. Com o uso de editores de textos, por exemplo, podem ser realizadas inúmeras atividades, como digitação, edição de imagens, inserção de imagens, tabelas, etc. Já, com as planilhas de cálculos, pode ser efetuada uma série de cálculos e montagem de gráficos e tabelas, dentre outras atividades. Não se pode deixar de citar, é claro, as enciclopédias virtuais e a variedade de *sites* que servem de fonte de pesquisas.

Recursos computacionais estarão disponíveis sempre para serem aplicados no processo de ensino-aprendizagem, mas não devem ser abordados somente como enriquecimento didático, também precisam fazer parte de um processo de conhecimento que será de extrema utilidade pessoal aos educandos, pois estes serão inseridos no mercado de trabalho, no qual a informática é pré-requisito para empregos que requerem mais qualificação e oferecem, quase sempre, remunerações mais atraentes.

Neste sentido, pode-se constatar que

> muitas escolas brasileiras não têm cumprido a função de preparar os estudantes para o mundo tecnológico, que não é mais uma abstração intelectual, mas uma realidade que se impõe, cada vez mais intensamente, e que se deve enfrentar, refletindo e remodelando os formas de se ensinar Matemática, adequando-as às exigências da sociedade informatizada (MISKULIN et al., 2006).

Sob a perspectiva de utilização de algumas mídias que envolvem tecnologias, a Matemática não deve ser mediada por modelos obsoletos, que pouco ou nada contribuem para o desenvolvimento e transformação do indivíduo em formação, mas sim por metodologias alternativas em que sejam vivenviados novos processos educacionais, que façam sentido e tenham relação com a sua integração na sociedade (MISKULIN et al., 2006).

Ainda, Miskulin (1999) aborda a necessidade de apresentação e manuseio do computador com estudantes das mais diversas classes sociais para tentar diminuir as desigualdades:

> A Tecnologia não consiste apenas em um recurso a mais para os professores motivarem as suas aulas, consiste sim em um meio poderoso que pode propiciar aos estudantes novas formas de gerarem e disseminarem o conhecimento. Assim sendo, os professores de Matemática devem refletir [...], criando projetos nas escolas que possam oferecer oportunidades para que os estudantes aprendam Matemática e ao mesmo tempo, utilizem a Tecnologia de forma que a Matemática, no contexto tecnológico, torne-se um caminho que possa superar as desigualdades sociais e ainda possibilitar a formação adequada do sujeito ao mercado de trabalho (MISKULIN, 1999, p. 4).

E complementa afirmando que deve-se procurar criar ambientes de aprendizagem, com recursos tecnológicos disponíveis aos estudantes, e, acima de tudo, com uma proposta pedagógica atualizada que leve em conta os avanços da tecnologia (MISKULIN et al., 2006).

Sob uma perspectiva que poderia ser considerada audaciosa, a autora ainda caminha pelo cenário onde as tecnologias, aplicadas à Educação, devem migrar de laboratórios separados da sala de aula para uma concepção que as integre com o desenvolvimento de temas relacionados às diversas áreas do conhecimento. Assim,

> a tecnologia torna-se uma ferramenta cujo acesso ocorre dentro da própria sala, tornando-se um recurso pedagógico de apoio ao professor no desenvolvimento do plano de aula. Esta perspectiva possibilita uma integração do estudante e professor com o tema em discussão, estimulando e criando novas habilidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico, comunicativo e criativo (MISKULIN et al., 2006).

A utilização de tecnologias em sala de aula, vista como metodologia de ensino, apresenta-se inequivocamente como oportuna para o professor de Matemática. Todo o arcabouço teórico construído até agora neste estudo, principalmente em relação a esta última tendência de Educação Matemática, servirá como plataforma para a proposição de novas mídias no ensino de Geometria, buscando interatividade com as perspectivas educacionais da Etnomatemática num só projeto de ensino contextualizado. O capítulo seguinte pretende fazer esse interrelacionamento entre as possibilidades dessas duas tendências.

2 CONSTRUINDO O CENÁRIO

Este estudo teve como enfoque a Educação Matemática. Porém, esclarecendo suas pretensões, não aprofundamos nos conceitos de Educação, abordando teorias pedagógicas. Buscamos, por outro lado, discutir o *ensino da Matemática na escola básica*, especificamente no ensino médio, nível de ensino no qual o autor atua.

Sendo assim, a proposta de ensino que adiante será apresentada devia se valer/sustentar de alguma das tendências da Educação Matemática que são estudadas atualmente. De fato, isso aconteceu, mas não com apenas uma tendência, e sim com, pelo menos, duas delas: as Tecnologias e a Etnomatemática.

O cenário construído para o desenvolvimento desta pesquisa poderia ser assim explicado: temos um (i) palco e um (ii) pano de fundo que servirão para as encenações, empíricas ou vivenciadas, da Matemática da sala de aula. O primeiro é onde pisamos e nos sustentamos (Tecnologias), e o segundo, onde queremos ser vistos, nos aventurar (Etnomatemática).

Sob essa perspectiva, nosso cenário constitui uma plataforma interativa de ensino na qual se pretende criar mídias alternativas (mas não substitutivas!) no ensino de Matemática capazes de, ao mesmo tempo em que valorizam os conhecimentos prévios dos estudantes, por meio da Etnomatemática, também levam os educandos a experimentar novos conceitos de visualização, interpretação e reflexão das Geometrias, por meio das Tecnologias.

Desde já, é importante para o leitor perceber que o conceito de interatividade advém não somente das possibilidades que as tecnologias proporcionam nesse sentido. Outrossim, o interrelacionamento das duas tendências entre si, com a sala de aula, com o contexto social do aluno, entre outros, também corroboram para construí-lo.

A Etnomatemática, pano de fundo das nossas encenações, será aqui abordada como concepção pedagógica, ou seja, como ferramenta para metodologias de ensino. Vestiremo-nos da sua perspectiva aplicada à sala de aula para que a Etnomatemática sirva de suporte para as proposições de ensino que faremos.

Na seção seguinte, discutiremos as possibilidades de entrelaçamentos da Etnomatemática e das Tecnologias e como o trabalho se desenvolverá sob essa perspectiva.

2.1 Discussões sobre a Etnomatemática em sua dimensão educacional e suas possibilidades de intersecção com as Tecnologias

O *fazer matemático* cotidiano do professor tem exigido dele uma reflexão permanente sobre modelos que se consolidem como eficientes na sala de aula. Ainda que o currículo básico da Matemática não tenha mudado muito nas últimas décadas, a escola e a sala de aula têm exigido novos "fazeres". Discussões à parte quanto às benesses e malefícios dessa realidade, o fato é que a sala de aula de hoje oferece ao professor muito mais oportunidades para se pensar o fazer matemático cotidiano, uma vez que novas mídias direcionadas à produção do conhecimento vêm ganhando espaço e pedindo passagem.

Este conhecimento a ser produzido ganha espaço quando emerge da conversação entre áreas. Cunha (2010) critica a fragmentação atual em que se encontra a produção do conhecimento, escancarada pelo exagerado número de campos de conhecimento e, principalmente, pela incapacidade de diálogo entre si. Ainda, segundo o autor, a especialização cada vez maior dos campos de saber acentua o processo de compartimentalização e esfacelamento do conhecimento.

Neste espaço, caracterizado pelas possibilidades de produção de conhecimento na sala de aula da escola atual, é que se alicerça o campo de inquérito deste estudo. Para tanto, toma-se como fundamental o princípio de que não se deve dissociar o ensino de Matemática do ambiente onde ele é proposto, nem tampouco dos conhecimentos prévios dos estudantes.

Entende-se, assim, que o ambiente da sala de aula de Matemática não deve ser desconectado dos outros, nem dos internos à escola, nem daqueles que compõem os círculos de convivência de seus participantes. Destarte, os estudantes e suas aspirações são colocados no centro da produção do conhecimento, de forma a configurar uma importante relação de fazer/aprender para fazer sentido.

Nessa direção, coadunando com o pensamento de Cunha (2010), parece no mínimo prudente que o conhecimento tenha forte conotação cultural, laços que lhe deem sentido, de forma a fazer parte do todo do indivíduo. Se assim se instaurar, o conhecimento matemático escolar afasta-se de uma fragmentação acentuada que não devia se valer no ensino básico, especialmente, e possibilita ao estudante a ressignificação de conhecimentos acadêmicos na sua própria realidade social.

Ainda que a subjetividade incorpore a concepção de realidade que cada indivíduo tem, ou seja, cada estudante possui naturalmente uma percepção daquilo que lhe é mais ou é menos importante, uma proposta de ensino que consiga conversar minimamente com as realidades presentes na sala de aula tende a oferecer campo para o ingresso desses atores no processo de aprendizagem com mais entusiasmo e predisposição.

Com base no que foi falado neste início de capítulo, chamaremos o "fazer matemático" de Etnomatemática, na sua mais clara perspectiva educacional. Neste mesmo sentido, D'Ambrosio (2001, p. 44) afirma que "o essencial da Etnomatemática é incorporar a matemática do momento cultural, contextualizada, na educação matemática".

E acrescenta:

> A etnomatemática privilegia o raciocínio qualitativo. Um enfoque etnomatemático sempre está ligado a uma questão maior, de natureza ambiental ou de produção [...]. A etnomatemática se enquadra perfeitamente numa concepção multicultural e holística de educação (D'AMBROSIO, 2001, p. 44).

A afirmação anterior de D'Ambrosio mexe, sem exagero algum, em bases do ensino matemático. Seria possível, no ensino de Matemática da escola básica, privilegiar o raciocínio qualitativo?

Ainda segundo ele, este tipo de raciocínio deve, sem qualquer hesitação, ser incorporado nos sistemas educacionais. Não se trata, a nosso ver, de subjugar o raciocínio lógico-dedutivo, premissa fundamental da Matemática, mas sim dar relevante posição aos significados que essa premissa da Matemática exerce nas diferentes situações do cotidiano.

Sobre essa ideia, Costa (2014) acrescenta que os alunos, por meio da Matemática, devem ser levados a matematizar situações reais e a se tornarem competentes na construção de teorias adequadas às situações e aos problemas que lhes são próximos.

A escola, imbuída de uma proposta de educação científica formal e rigorosa, condiciona-se muito mais às necessidades e expectativas de determinados setores do mercado do que propriamente à formação holística do estudante. Entretanto, muitas vezes, isso não se faz de forma forçada, o próprio estudante se farta nesse discurso, ludibriado pela propagação da ideia de que essa educação é a que o colocará nos grandes campos do mercado, e, assim, imerge numa instrumentalização exagerada a fim de servir fielmente às regras desses mercados, sem questioná-las.

Não obstante a esses entendimentos, uma boa discussão se apresenta no campo da *Matemática Acadêmica X Educação Matemática.* Nessa discussão e concernente àquela questão sobre a incorporação do raciocício qualitativo, feito anteriormente, delineiam-se algumas inferências.

Em termos práticos, levando-se em conta o ensino e a sala de aula, é equivocado privilegiar o saber científico/academizado em detrimento do saber cotidiano. Ainda que este último careça de requisitos formais, é ele que, na quase totalidade das vezes, se faz presente nas informalidades da população. Desse modo, a escola deve ser lugar onde, na mesma proporção que reconhece as diferenças desses saberes, entrelaça-os, aplicando o científico e ressignificando o cotidiano (D'AMBROSIO, 2001).

Costa (2014) acrescenta também que o meio circundante passa a ser um local de ensino e aprendizagem, onde os saberes se encontram e onde tudo se pode construir por um processo racional de comparação.

Neste mesmo entendimento, segundo Rosa e Orey (2005), investigações e pesquisas em Etnomatemática têm demonstrado que existem várias e diferenciadas formas de se fazer Matemática, sendo, dessa maneira, diferentes da matemática dominante, padronizada, acadêmica e institucionalizada.

Entretanto, D'Ambrosio (2001, p. 43) alerta:

> De um ponto de vista utilitário, que não deixa de ser muito importante como uma das metas da escola, é um grande equívoco pensar que a etnomatemática pode substituir uma **boa matemática acadêmica**, que é essencial para um indivíduo ser atuante no mundo moderno. Na sociedade moderna, a etnomatemática terá utilidade limitada, mas, igualmente, muito da matemática acadêmica é absolutamente inútil nessa sociedade.

Portanto, faz-se necessário relacionar a Matemática acadêmica com a escolar. Para Rosa e Orey (2005), a Etnomatemática consegue isso no momento em que os estudantes desenvolvem a capacidade de apreciar determinadas técnicas matemáticas de acordo com seus próprios sistemas de valores, levando em consideração o contexto sócio-cultural-político-econômico no qual estão inseridos, em conjunto com suas aspirações futuras. Ainda, para D'Ambrosio (2001), a aquisição dinâmica da Matemática integrada nos diversos saberes e fazeres do futuro depende de oferecer aos estudantes experiências enriquecedoras, contextualizadas, transdisciplinares. Caberá ao professor do futuro, obviamente preparado com outra dinâmica, idealizar, organizar e facilitar essas experiências.

A afirmação parafraseada acima, foi feita por D'Ambrosio em 2001. Aquele citado *professor do futuro* é o do nosso presente. Não seria exagero dizer que a dinâmica da época mudou muito pouco para a de hoje. É então adentrando nessa discussão que colocaremos a Etnomatemática como sendo uma possível nova dinâmica.

Sob o prisma de sua proposta pedagógica (ou talvez o termo perspectiva educacional seja mais adequado), a Etnomatemática busca fazer da Matemática algo vivo, lidando com situações reais do tempo [agora] e no espaço [aqui] (D'AMBROSIO, 2001). No entendimento de Lübeck (2010, p. 116),

> não há um método de ensino pronto ou único; que o conteúdo deve ter uma ligação com a cotidianidade dos envolvidos no processo educativo; a ação educativa não é impositiva, mas é inspirada nas práticas culturais onde está sendo desenvolvida; e a educação tem que fazer sentido e ser proveitosa aos elementos sociais a quem se destina.

Como já dito, Costa (2014) defende que a Etnomatemática não constitui, em si mesma, um método de ensino, mas talvez deva ser considerada um plano de ação que revela relações inclusivas entre professores e estudantes. Neste mesmo entendimento, Monteiro (2004) vê a Etnomatemática como uma proposta pedagógica, não exatamente como uma metodologia de ensino.

Sob essa ótica, pode-se dizer que Etnomatemática é uma crítica ao modelo tradicional de ensino da Matemática. No entanto, para que possa ser imediatamente aplicada às salas de aula, Rosa e Orey (2005) defendiam, em termos de pesquisa, uma ampla discussão na sua investigação como ação pedagógica. Desde então, muita coisa foi produzida e questionada, e ela, a Etnomatemática, não caiu em desuso, ao contrário, se apresenta ainda mais como campo de estudo na sua perspectiva educacional.

Esta pesquisa absorve essas argumentações discorridas por Costa (2014), Monteiro (2004) e Rosa e Orey (2005), entendendo a Etnomatemática em sua perspetiva educacional, ou seja, o mais próximo possível da sala de aula e das questões ligadas às metodologias de ensino.

Para D'Ambrosio (2001), a educação (matemática ou não) não pode focalizar a mera transmissão de conteúdos obsoletos, na sua maioria desinteressantes e inúteis. Deve-se, por outro lado, oferecer aos estudantes os instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que eles possam viver, com capacidade crítica, numa sociedade multicultural e impregnada de tecnologia.

Segundo Costa (2014), com o progressivo desenvolvimento tecnológico, o processo de ensino e aprendizagem exige, de todos, circunstâncias mais inovadoras de construção dos conhecimentos.

Sendo assim, sustentados pela discussão anterior, feita sobre a nova dinâmica que a Etnomatemática pode ser para o professor atual, e esta visão, destacada por D'Ambrosio (2001) e Costa (2014), de que as tecnologias impregnadas na sociedade moderna podem se configurar como uma importante ferramenta para o processo de aprendizagem, atreveremo-nos a misturá-las, propondo, neste estudo, a construção de mídias alternativas ao ensino de Geometria em turmas do ensino médio.

Não cabe aqui, nesta pesquisa, uma discussão aprofundada sobre o conceito de tecnologia. Contudo, é fundamental que todos tenham a percepção de que tudo aquilo que, ao longo da história da humanidade, foi construído ou proposto para facilitar a vida do homem, representando de alguma forma evolução no conhecimento, denomina-se tecnologia. O que dizer, por exemplo, da *roda* para a evolução do homem...

No capítulo anterior, pretendeu-se deixar claro que as tecnologias seriam abordadas nesta pesquisa como metodologia de ensino, aplicada à sala de aula e com patente denotação pedagógica. Ademais, talvez seja importante agora também reforçar que essas tecnologias que serão abordadas referir-se-ão àquelas ligadas principalmente aos computadores e outros dispositivos eletrônicos congêneres.

Dessa forma, a proposta de atividade a ser apresentada adiante será desenvolvida num ambiente formado por tecnologias assim: um *Laboratório de Informática* ou, simplesmente, *ambientes computacionais*. A estruturação desse ambiente, com as possibilidades que essas tecnologias permitem, e a atuação do professor na condução do processo de ensino-aprendizagem constituir-se-ão na mídia alternativa para propostas metodológicas no ensino médio.

Concernente ao que Ferreira, Soares e Lima (2009, p. 187) afirmam, esses ambientes computacionais ganham maior aplicabilidade para conteúdos de Geometria, uma vez que oferecem

> recursos que viabilizam as ações mentais dos alunos e podem ajudar na superação de dificuldades inerentes ao processo dessa aprendizagem, tais como: visualização, construção, raciocínio geométrico. Neles é possível criar condições para que se aprenda investigando, conjecturando, testando, analisando e concluindo acerca de um fenômeno estudado, transformando-se o aluno de mero expectador em agente do processo educativo, em alguém que pensa, reflete, dirige, decide e atua.

Da mesma forma, Marqueti (2015, p. 18) afirma que:

> No ensino de Geometria, em particular, o uso de *softwares*, com a correta estratégia, pode facilitar a aprendizagem, na medida em que cria um ambiente rico em imagens e animações e proporciona, dessa maneira, um estudo mais dinâmico; nesse sentido, tais ferramentas permitem que o aluno visualize melhor as figuras geométricas e interaja com o computador, procurando as soluções para os seus problemas e, assim, construindo seus próprios conhecimentos.

Acontece que o simples fato de uma escola ter uma sala de computadores conectados à Internet, por exemplo, não garante que esta mídia será efetivamente utilizada e incorporada na prática escolar. As incertezas e dúvidas desse cenário levam, muitas vezes, ao distanciamento do professor dessas possibilidades e inovações. Por este motivo, todo este processo na escola deveria ser acompanhado de um amplo trabalho e reflexão coletiva e colaborativa, com suporte adequado para que o professor de Matemática não se intimide com as tecnologias, mas, ao contrário, possa utilizá-las na formação do estudante (COSTA e FIORENTINI, 2007).

Desta afirmação, dois pontos suscitam para discussão: (i) o professor deve conhecer bem a tecnologia que utilizará e (ii) pode fazer isso a partir de trabalhos coletivos e colaborativos.

Indiscutivelmente, o domínio da tecnologia utilizada, ou fluência tecnológica, como quer Marqueti (2015), está diretamente ligado aos resultados que o professor colherá. Para atender a isso, um trabalho coletivo e colaborativo se mostra eficiente no processo de incorporação das tecnologias no contexto da escola e do trabalho docente, à medida que, juntos, professores administram, compartilham e se qualificam no imenso fluxo de informações que chegam à escola via Internet e outras mídias (COSTA e FIORENTINI, 2007, p. 6).

Por fim, a discussão que se estabelece, como ponto principal da finalidade desta pesquisa, é o papel que a tecnologia deve exercer no processo de ensino e aprendizagem. Marqueti (2015) preceitua uma importante observação quando se decide utilizar a tecnolgia em sala de aula. Além de refletir a respeito das formas como isto se dará, torna-se essencial a análise das perspectivas, tanto do professor quanto dos estudantes, e acrescenta:

> Isto significa refletir como serão planejadas as atividades neste novo cenário, que mudanças serão efetivadas a partir da definição de uma estratégia que considere a presença destes artefatos, quais papéis serão efetivamente desempenhados pelas pessoas, entre ouras possibilidades (MARQUETI, 2015, p. 27).

Em consonância com Araújo (2010), essa afirmação nos faz entender o porquê de as tecnologias se posicionarem como *mediadoras* do processo de ensino e aprendizagem; "... é importante destacar que a tecnologia não é vista como dispositivo capaz de fazer pensar e aprender melhor por si mesma" (MARQUETI, 2015, p. 26). Sendo assim, o uso do computador no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática não substitui o trabalho intelectual dos professores nem dos estudantes, nem tampouco configura-se como coadjuvante no que se refere à atividade mental humana (MARQUETI, 2015).

E o autor acrescenta: "Entretanto, o uso eficiente de tais recursos apenas surge quando subordinado a um planejamento consistente e à estratégia adequada, proposta pelo professor" (MARQUETI, 2015, p. 18).

Portanto, coadunando com as conclusões de Costa e Fiorentini (2007, p. 17), acredita-se que a introdução das tecnologias na prática escolar, calcada por uma ordenada rede de colaboração entre seus agentes, pode desencadear um processo de mudança da cultura docente e da cultura escolar, principalmente em Matemática. Essa introdução de tecnologias, feita de forma colaborativa, supre inseguranças e prepara professor e estudantes para novas mídias de aprendizagem matemática.

É com esse propósito, apoiado em todo o cenário construído anteriormente, que esta pesquisa apresenta no capítulo seguinte uma proposta de atividade a ser desenvolvida por um professor que aceite o desafio de experimentar *novas mídias numa proposta metodológica para o ensino médio*, saindo de sua zona de conforto e buscando alternativas em seu labor, como propõe Penteado (2004).

3 UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE

3.1 Algumas questões precedentes à atividade

Antes de apresentar a proposição de atividade, é importante esclarecer que o conteúdo de Geometria foi escolhido por possibilitar a utilização da maioria dos recursos oferecidos pelo *software*, além de também ser um dos conteúdos mais segregados do currículo escolar, principalmente a Espacial.

Dentro do estudo de Corpos Redondos da Geometria Espacial, há os Cilindros, Cones e Esferas. O estudo das Esferas não será aqui abordado porque a atividade ora proposta já se mostrou relativamente extensa, podendo tornar-se cansativo qualquer acréscimo. Outra razão para isso é que a ferramenta de Esferas no `GeoGebra` é bastante simples de ser utilizada.

Por último, cabe registrar que o conteúdo previsto na atividade, segundo Minas Gerais (2007), deve ser estudado na segunda série do ensino médio, podendo sofrer realocações, em face das especificidades dos cursos ou da região do País.

3.2 Dados preliminares

Todo o conjunto de informações e descrições que apresentaremos neste capítulo forma, na sua essência, uma sugestão para docentes que queiram incluir em sala de aula um itinerário de aprendizado e formação que se diferencie das mídias convencionais[5], inserindo os estudantes em ambientes com a presença de tecnologias e levando em consideração aspectos relacionados à carga de experiências dos alunos. Não visa, por conseguinte, servir como uma *receita* ou um *passo a passo* que deve ser rigorosamente seguido por aqueles que assim desejarem provar dessa experiência. As adaptações são mais do que necessárias, elas são fundamentais, uma vez que os aspectos relacionados à Etnomatemática farão com que cada experiência seja particular.

Por outro lado, o docente que, a princípio, não se sentir tão à vontade com a proposta de inclusão de tecnologias no espaço da sua sala de aula, encontrará aqui todos os passos para pôr em prática a proposta ora descrita.

Tema da atividade: Estudo dos corpos redondos da Geometria Espacial num ambiente de novas mídias: áreas, volumes e principais elementos de **Cilindros** e **Cones**.

Objetivos da atividade: De forma geral, o objetivo dessa proposta é apresentar uma sugestão de inserção de novas mídias no ensino de Geometria Espacial em cursos de ensino médio. Contudo, outros pontos específicos norteiam essa proposição:

a) Vincular os conteúdos a serem abordados a situações específicas do cotidiano dos estudantes, numa clara perspectiva etnomatemática de contextualização;

b) Incluir tecnologias em metodologias de ensino, criando mídias alternativas para o processo de aprendizagem;

c) Estender as conclusões obtidas em sala para atividades que transcendam esse espaço, possibilitando a promoção de trabalhos colaborativos entre os estudantes e desenvolvimento de senso crítico.

[5]Ainda que este conceito admita várias interpretações, consideraremos como convencionais aquelas mídias onde professor e estudantes se relacionam dentro de sala de aula, através de fala-quadro-giz-livro-caderno, admitindo poucas variações.

3.3 Estrutura e organização do roteiro

É importante conhecer como as informações, sugestões e comentários serão apresentados adiante no Roteiro da Atividade. Para tanto, chamamos a atenção para alguns detalhes principais, os quais elencamos a seguir.

Há uma separação dos conteúdos principais. Sendo assim, o Roteiro contém uma primeira seção que faz uma Introdução Geral, outra que trata de Cilindros e uma última que trata de Cones. Em cada seção, a atividade foi dividida em *Momentos*, cujos tempos de execução dependerão de cada professor e sua realidade e, portanto, poderão ocupar uma quantidade de aulas variável.

Ainda, observa-se que o Roteiro está dividido, na página, em duas partes. A primeira coluna, à esquerda, contém os passos que devem ser seguidos/propostos, os comandos que devem (ou podem) ser feitos nos computadores e as intervenções que poderão ser feitas pelo professor, além de figuras que complementam as informações dadas. A coluna da direita está reservada para comentários do autor, os quais não necessariamente fazem parte do rol de instruções. Estes servirão para, constantemente, dar sugestões ao professor, instigar debates, pesquisas, apontar intervenções, entre outras coisas.

3.4 Habilidades e conhecimentos prévios

Antes de mais nada, é importante ter em mente que uma atividade desse tipo não está desvinculada do programa curricular de Matemática de uma das séries do ensino médio. Sendo assim, esta deve vir em sequência à parte inicial de Geometria Espacial, que contempla:

1. **Introdução à Geometria Espacial:** (i) Noções primitivas de *ponto*, *reta* e *plano*; (ii) Sistema Dedutivo (postulados e teoremas relacionando condições de definição e existência para pontos, retas e planos); (iii) Posições relativas entre retas e planos; (iv) Projeção ortogonal, distâncias, ângulos e diedros.

2. **Poliedros:** (i) Poliedros convexos e não convexos; (ii) Planificação da superfície dos poliedros; (iii) Prismas: principais elementos, áreas e volumes; (iv)Pirâmides: principais elementos, áreas e volumes.

Além disso, é essencial que o *software* que será utilizado nessa atividade, o `GeoGebra`, já seja razoavelmente familiar aos estudantes. Caso contrário, faz-se necessária uma aula de apresentação realizada pelo professor.

Para participar desta atividade, não serão exigidos dos estudantes grandes conhecimentos do *software*; isto posto, numa curta aula introdutória, o professor será capaz de apresentar as principais funcionalidades e ferramentas.

3.5 Esquema de conteúdos que serão abordados

1. Cilindros
   - 1.1 Definição e classificação;
   - 1.2 Secções;
   - 1.3 Planificação e área da superfície de um cilindro reto;
   - 1.4 Volume.
2. Cones
   - 2.1 Definição e classificação;
   - 2.2 Secções;
   - 2.3 Planificação e área da superfície de um cone reto;
   - 2.4 Volume;
   - 2.5 Tronco de cone de bases paralelas.

A sequência estabelecida no esquema acima respeita a ordem didática prescrita em Minas Gerais (2007), assim como em alguns livros didáticos, tais como Editora Moderna (2013), Souza (2013) e Iezzi et al. (2010).

3.6 Roteiro da atividade

1 - Introdução geral

Momento 1

1) *Introdução do conteúdo*

O professor deverá programar o dia em que levará os estudantes para o ambiente com tecnologias, preferencialmente um *Laboratório de Informática*, tendo, pelo menos, um computador para cada dupla de estudantes. Este Momento 1 deverá acontecer duas ou três aulas antes desse dia programado.

Na(s) aula(s) que compõe(m) esse momento, o professor deverá apresentar em sala as definições (e seus elementos) e classificações de **Cilindros** e **Cones**, utilizando as mídias convencionais, com representações no quadro e explicações orais. Os estudantes devem ser colocados a par dos principais elementos desses dois tipos de corpos redondos.

[i] O professor deve instigar os estudantes a debaterem sobre as semelhanças nas definições entre prismas e cilindros, pirâmides e cones.

[ii] A apresentação de definições e classificações tende a não ser demorada, já que as conclusões virão em consequência do que já foi estudado antes em prismas e pirâmides.

2) *Contextualização*

Em seguida, o professor poderá inquirir os estudantes sobre quais objetos temos contato no dia a dia que têm a forma de Cilindros ou Cones. Respostas variadas aparecerão, mas provavelmente haverá uma certa convergência para exemplos de *embalagens de produtos diversos* e *recipientes maiores, do tipo caixas d'água*. Neste momento, o professor deve então organizar as respostas dos alunos, indicando aquilo que se adequa às formas estudadas e aquelas que não são exatamente o que se quer.

[iii] Aspectos relacionados à Etnomatemática começam a ser adicionados aqui na Contextualização.

Após isso, sugere-se que, para a próxima aula, cada estudante traga para sala um objeto na forma cilíndrica ou cônica e/ou que fotografe algum objeto de maior tamanho que tenha uma dessas duas formas.

[i] Trazer os objetos e fotografias pode ser visto como pesquisa e, portanto, poderia ser avaliado.

Momento 2

1) A aula deve ser iniciada com o professor pedindo para ver os objetos que foram trazidos e as fotografias tiradas dos objetos maiores, conforme solicitado na aula anterior.

2) De forma semelhante à aula anterior, o professor deve corrigir algum estudante que tenha trazido ou fotografado objetos que não sejam exatamente Cilindros ou Cones, explicando as variações/adaptações que podem ocorrer na fabricação desses objetos. Deve também classificar todos eles, aproveitando para relembrar as definições e classificações obtidas na aula anterior.

3) Feito isso, deve-se seguir no conteúdo apresentando os elementos principais dos Cilindros e dos Cones. Ainda em sala, e preferencialmente com o auxílio de um livro-texto, o professor deve explicar cuidadosamente os seguintes tópicos:

[ii] Essa explicação sugerida no item 3 pode acontecer sem a proposição de atividades na sequência; isso pode ser feito e explorado após a aula no Laboratório de Informática.

a) Secções meridiana e transversal, e propriedades;

b) Planificação do Cilindro e do Cone retos;

c) Áreas: da base, lateral e total;

d) Volume.

A aula termina com o professor anunciando que, na próxima, o Laboratório de Informática será a sala da turma.

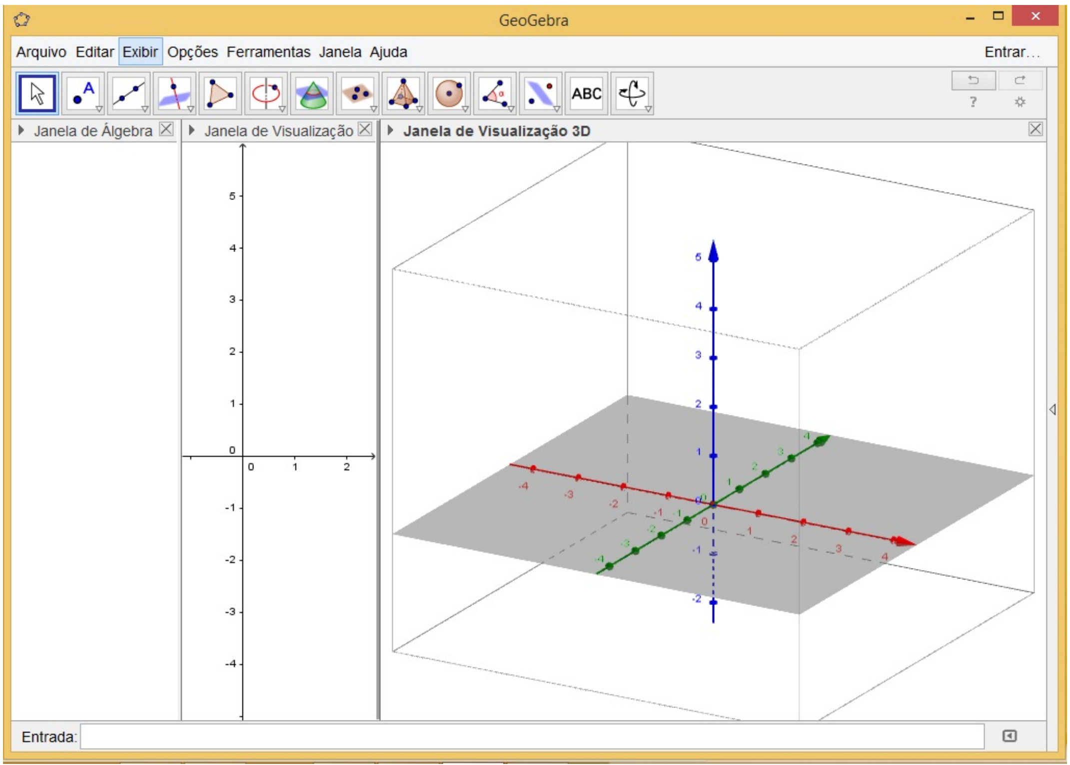
2 - Cilindro

Momentos seguintes

1) Inicialmente, dentro do ambiente com computadores, o professor deve instruir os estudantes a localizar e abrir o `GeoGebra`, que já deve estar instalado e testado em todas as máquinas; uma delas, a do professor, deve também estar conectada a um projetor multimídia.

2) Com o *software* aberto, o professor instrui os estudantes a exibir o ambiente $\mathbb{R}^3$, acionando o seguinte caminho de comandos: *Exibir > Janela de Visualização 3D*. O ambiente do *software* ficará com a seguinte interface:

Figura 3.1: Interface inicial do `GeoGebra`

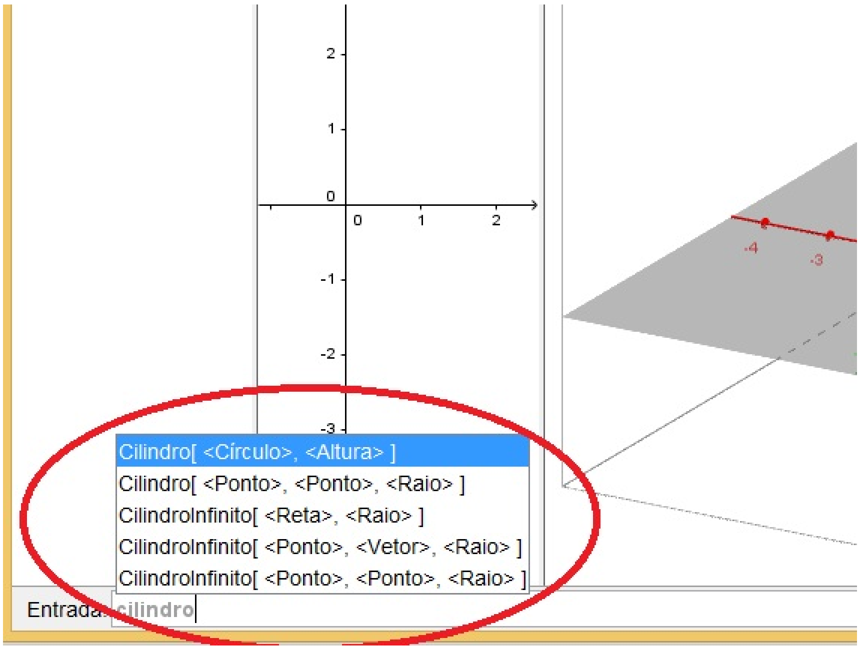


FONTE: Arquivo do autor

3) No campo *Entrada*, o professor deve começar mostrando todas as opções que o *software* oferece para construção de Cilindros. Neste campo, deve ser digitada a palavra **Cilindro**; logo aparecerão as opções, conforme mostra a Figura 3.2.

[i] Somente as duas primeiras opções serão utilizadas.

Figura 3.2: Opções do `GeoGebra` para construção de Cilindros



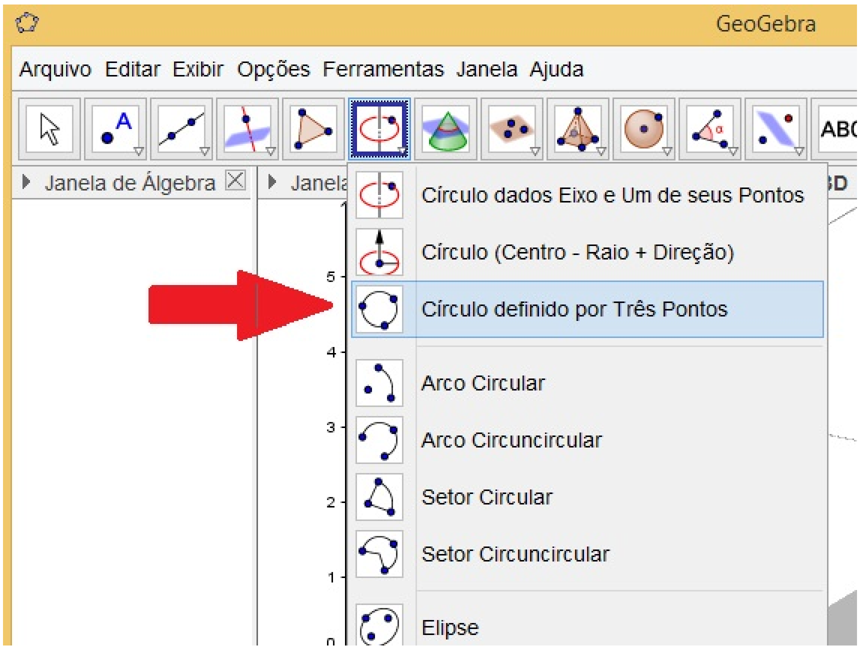
FONTE: Arquivo do autor

4) Utilizaremos, inicialmente, a primeira opção (`Cilindro[<Círculo>,<Altura>]`).

5) O professor deve explicar que este comando exige que já tenhamos construído um círculo anteriormente. A referência desse círculo será incluída no comando e representará a base do Cilindro. Para desenhar o círculo, basta utilizar a *Barra de Ferramentas* e a opção *Círculo definido por Três Pontos*.

[ii] O professor pode questionar os alunos sobre as exigências de cada opção. Após isso, deverá explicar cada uma.

Figura 3.3: Desenhando círculos



FONTE: Arquivo do autor

6) Clicando três vezes no plano $x0y$ (qualquer Janela de Visualização), será definido um círculo. Para nos ajudar na construção da planificação do cilindro, que faremos adiante, posicione um dos pontos na origem do sistema.

7) Observe que, na *Janela de Álgebra*, ele aparecerá identificado como *cônica*, tendo uma letra minúscula para identificá-lo. Chame a atenção dos estudantes para essa correspondência permanente entre as duas janelas.

8) Isso feito, já é suficiente para definir o cilindro utilizando o comando (`Cilindro[<Círculo>,<Altura>]`). Basta digitá-lo no campo *Entrada* e substituir o parâmetro `<Círculo>` pela letra que apareceu identificando o círculo, e o parâmetro `<Altura>` pela letra m.

9) Ao clicar em *Enter*, o *software* abrirá uma caixa de diálogo para a criação de *Controle Deslizante* para m. Permita isso, clicando em *Criar Controles Deslizantes*.

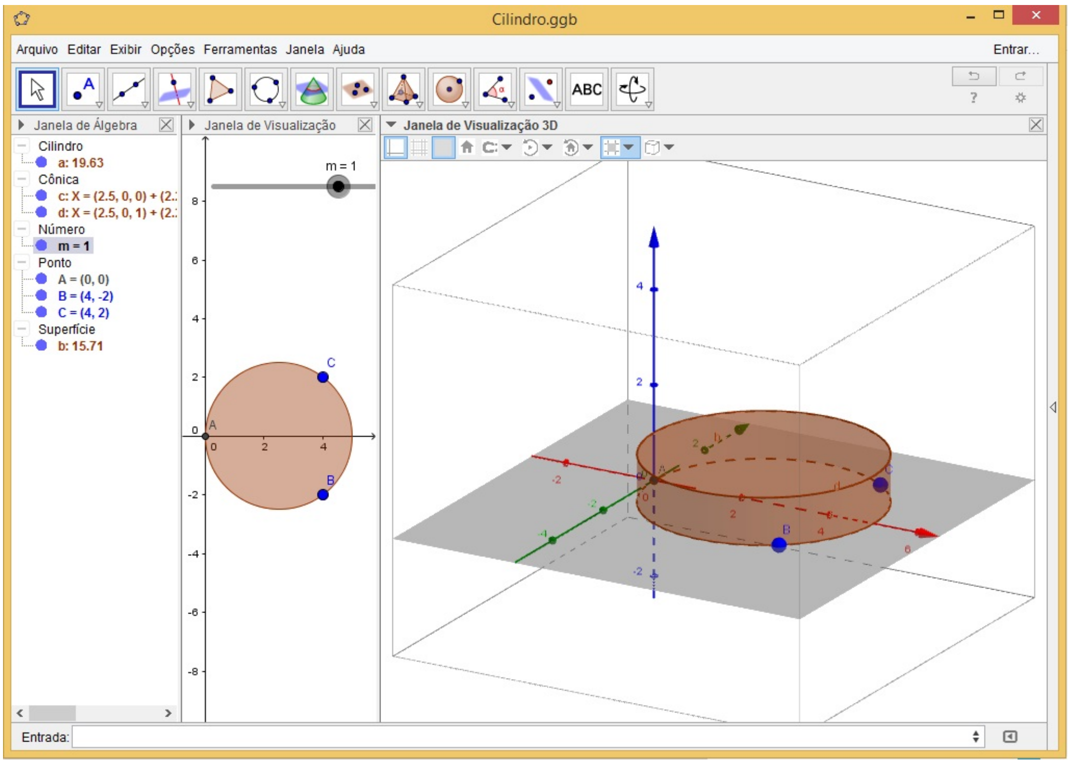
[i] Professor, oriente os estudantes que os pontos podem ser feitos em quaisquer lugares. Incentive-os a fazer vários círculos, depois, usando `Ctrl+Z`*, alguns podem ser desfeitos.*

[ii] Os pontos utilizados para definir o círculo podem ser omitidos da Janela de Visualização 3D se forem desmarcados da Janela de Álgebra. Porém, isso não fará com que o círculo desapareça.

IMPORTANTE: Dependendo da configuração do *software* (e talvez do sistema operacional do computador), para $m > 0$ o cilindro pode ser criado para baixo do eixo $x0y$ e para cima quando $m < 0$. Se acontecer, você deve corrigir isso acrescentando o sinal de "-" (menos) antes das fórmulas que usaremos.

A Figura 3.4 mostra a interface do `GeoGebra` após esses comandos. Observe que tudo que foi construído geometricamente também está definido algebricamente na *Janela de Álgebra*. Chame a atenção dos alunos para esse fato.

Figura 3.4: Tela com os primeiros comandos



FONTE: Arquivo do autor

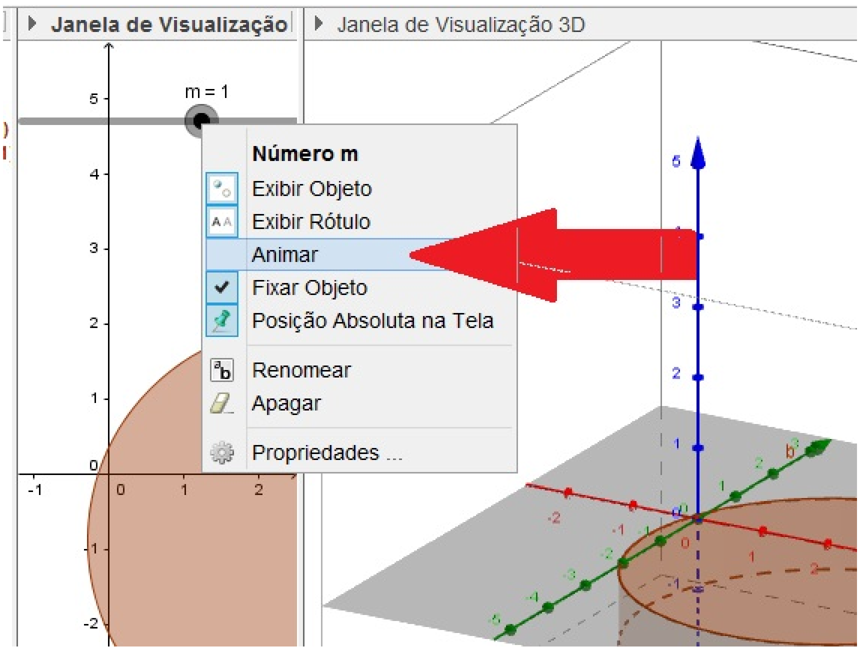
10) Este momento é ideal para que todos os elementos criados na *Janela de Álgebra* sejam explicados pelo professor. Não deixe de chamar a atenção nesta janela para a identificação que foi criada para o Cilindro, para a superfície lateral dele e para o outro círculo que o complementa.

[i] O comando descrito no item 11 só funcionará se, antes, o ícone "Mover" (primeiro da Barra de Ferramentas) for acionado.

11) Chame especial atenção dos estudantes para o *Controle Deslizante m* criado para a altura do Cilindro. Peça que eles modifiquem seu valor clicando sobre a barra, deslocando-o para os dois lados.

12) Isso pode ser feito automaticamente. Basta ativar a função *Animar*, clicando com o botão direito do *mouse* sobre o *Controle Deslizante* e escolhendo essa opção (conforme Figura 3.5).

Figura 3.5: Ativando a função *Animar*



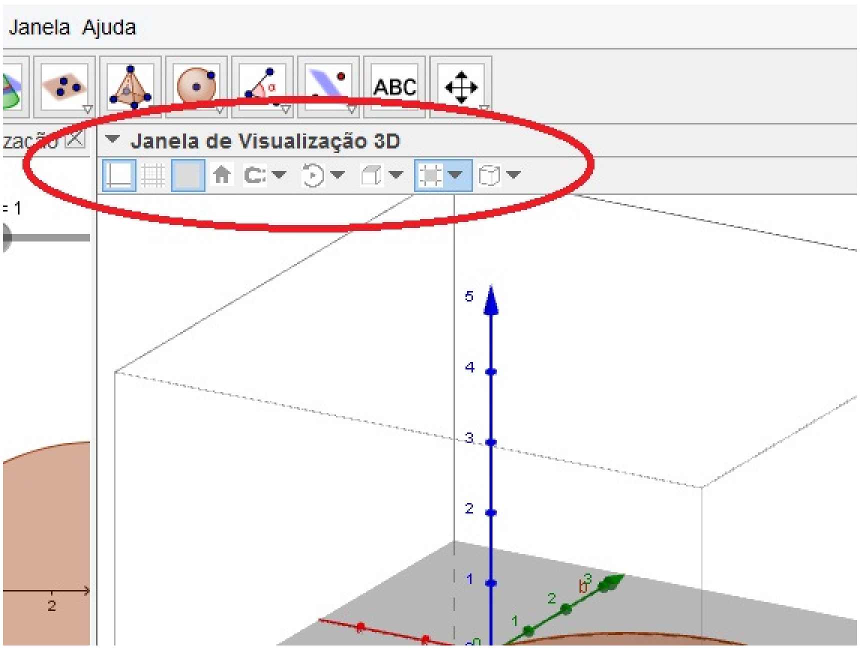
FONTE: Arquivo do autor

13) Este momento pode ser, relativamente, um momento de euforia em sala, pois o *software* torna-se, além de dinâmico, automático.

14) O professor deve conduzir agora os estudantes a explorarem o *software* utilizando a barra de ferramentas de visualização da *Janela de Visualização 3D*. A Figura 3.6 identifica a localização dessas ferramentas.

[i] Caso o `GeoGebra` *não exiba as ferramentas mencionadas no item 14 automaticamente, basta clicar em ▼, localizado antes do título da janela.*

Figura 3.6: Ferramentas de Visualização da Janela de Visualização 3D



FONTE: Arquivo do autor

15) Apesar de ser relativamente simples sua utilização, o professor deve conhecer as funcionalidades de cada ícone, de modo a orientar os estudantes. Para este estudo, o que nos interessa é o ícone *Iniciar ou parar rotação da cena* (sexto ícone).

16) Explorando o ícone *Iniciar ou parar rotação da cena*, o estudante será capaz de perceber que, estando definida

a *Direção de Visualização* desejada, o `GeoGebra` rotacionará o espaço tridimensional em torno do eixo $0z$.

17) Explorando o ícone *Direção de Visualização*, o estudante será capaz de perceber as diferentes perspectivas de visualização do espaço: pelo plano $x0y$ ou pelo plano $y0z$ ou pelo plano $x0z$.

18) O ícone *Alternar Caixa de Clipping* apenas aumenta ou diminui a fatia do espaço onde nossos objetos serão desenhados. Essa adequação vai depender de quantos sólidos estaremos desenhando e trabalhando ao mesmo tempo.

19) Explorando o ícone *Escolha o tipo de projeção*, o estudante será capaz de perceber algumas funcionalidades muito interessantes. Vejamos algumas:

a) *Projeção paralela*: tendo definido o plano em *Direção de Visualização*, o *software* gera a projeção de visualização paralela a ele, sem a perspectiva de profundidade.

b) *Projeção em Perspectiva*: estando definido o plano em *Direção de Visualização*, o *software* gera a projeção de visualização com profundidade, tracejando os limites que ficam por detrás da visão frontal.

c) *Projeção para Óculos 3D*: essa opção possibilita resultados impressionantes se explorada em sala, no entanto carece da disponibilidade de óculos 3D.

d) *Projeção oblíqua*: aqui o eixo $0z$ se inclina.

[i] Experimente alterar as perspectivas de visualização e rotação descritas nos itens 16 e 17, simultaneamente.

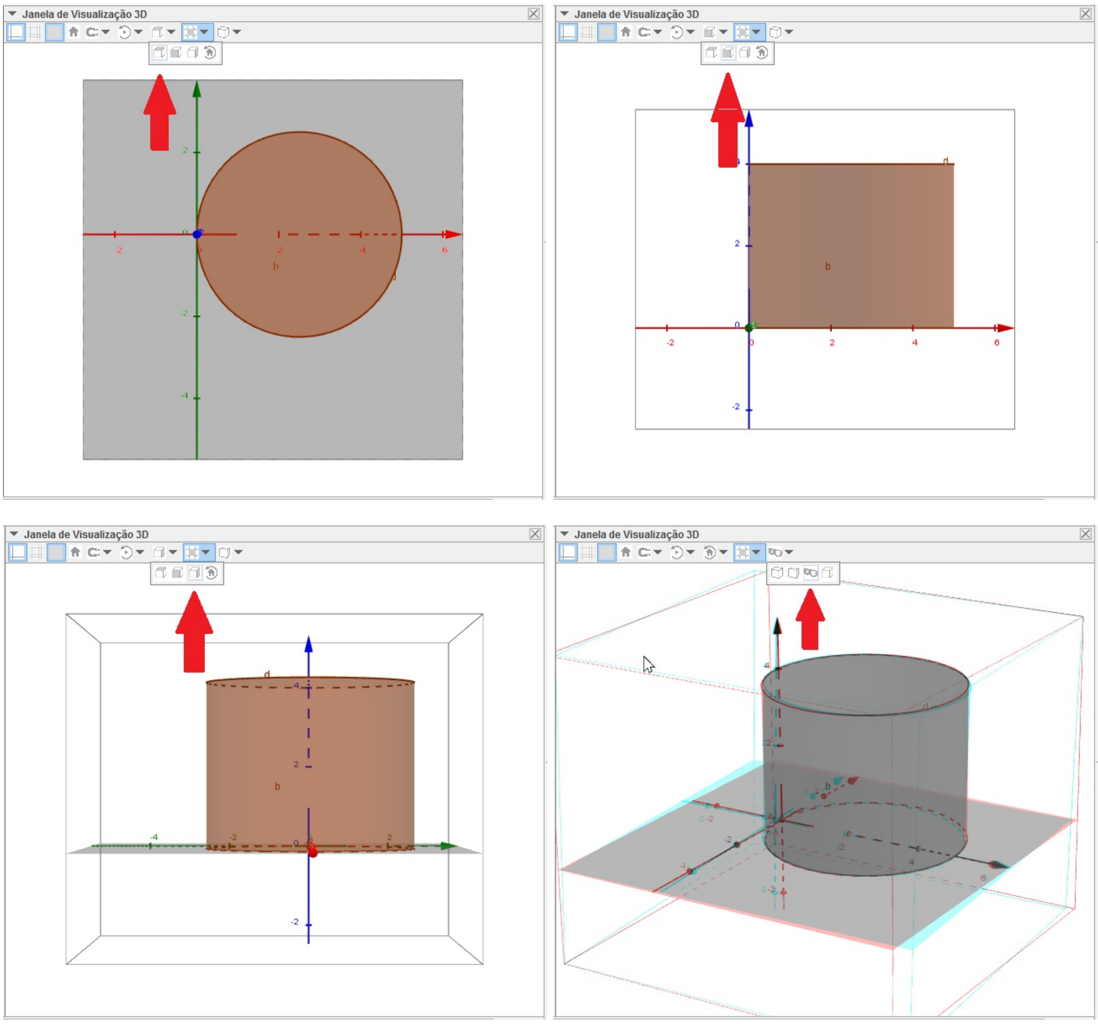
[ii] O professor deve utilizar essas diferentes perspectivas para mostrar cada um dos elementos do cilindro (raio da base, geratriz, eixo, altura).

[iii] Óculos 3D de fabricação simples, aqueles que vêm em livros infantis, são suficientes para explorar a ferramenta do item 19c.

[iv] Ainda que em pequena quantidade, seria muito interessante que os óculos 3D fossem levados para a sala.

20) Na Figura 3.7 algumas imagens estão dispostas apenas para ilustrar parte dessas situações. Todavia, só através de imagens não é possível mostrar aqui as funcionalidades dessas ferramentas. O que deve ser feito é explorá-las, usufruindo da dinamicidade do *software*.

Figura 3.7: Opções de visualização



FONTE: Arquivo do autor

21) Tendo explorado até agora algumas simples variações do Cilindro, em sua altura e nas diferentes formas de visualizá-lo, é momento de a aula ser conduzida para o

conteúdo seguinte: construções dos elementos principais de um Cilindro (centro e raio da base, eixo e geratriz).

22) Passemos ao **Centro da Base**. Sugestão de passos:

a) Aqueles três pontos (A, B e C), que serviram para definir o círculo da base do Cilindro, agora devem ser marcados para que possam aparecer na borda. Neste momento, utilizaremos mais a Janela de Visualização (bidimensional), por isso clique nela para que a *Barra de Ferramentas* fique com as ferramentas próprias para o Plano.

b) Clique no terceiro ícone e selecione a ferramenta *Segmento*. Após, clique, aos pares, em A, B e C, de forma que sejam definidas duas cordas do círculo.

c) Em seguinda, clique no segundo ícone e selecione a ferramenta *Ponto Médio ou Centro*. Repita os cliques na mesma sequência que fez no item anterior. Isso criará os pontos médios de $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ ou $\overline{BC}$.

d) Os pontos criados provavelmente serão identificados como D e E. Pela Geometria Plana, as retas perpendiculares que passam por estes pontos se interceptam no centro do círculo. Explique isso aos estudantes e construa as retas da forma seguinte.

e) Clique em *Reta Perpendicular*, quarto ícone da *Barra de Ferramentas*, e em seguida em D e E (e segmentos correspondentes) para criar essas retas.

f) Selecione o segundo ícone e clique em *Interseção de Dois Objetos*. Clique então nas duas retas criadas no item anterior. Um ponto F será criado, o qual é o **Centro da base inferior**, tal como queríamos.

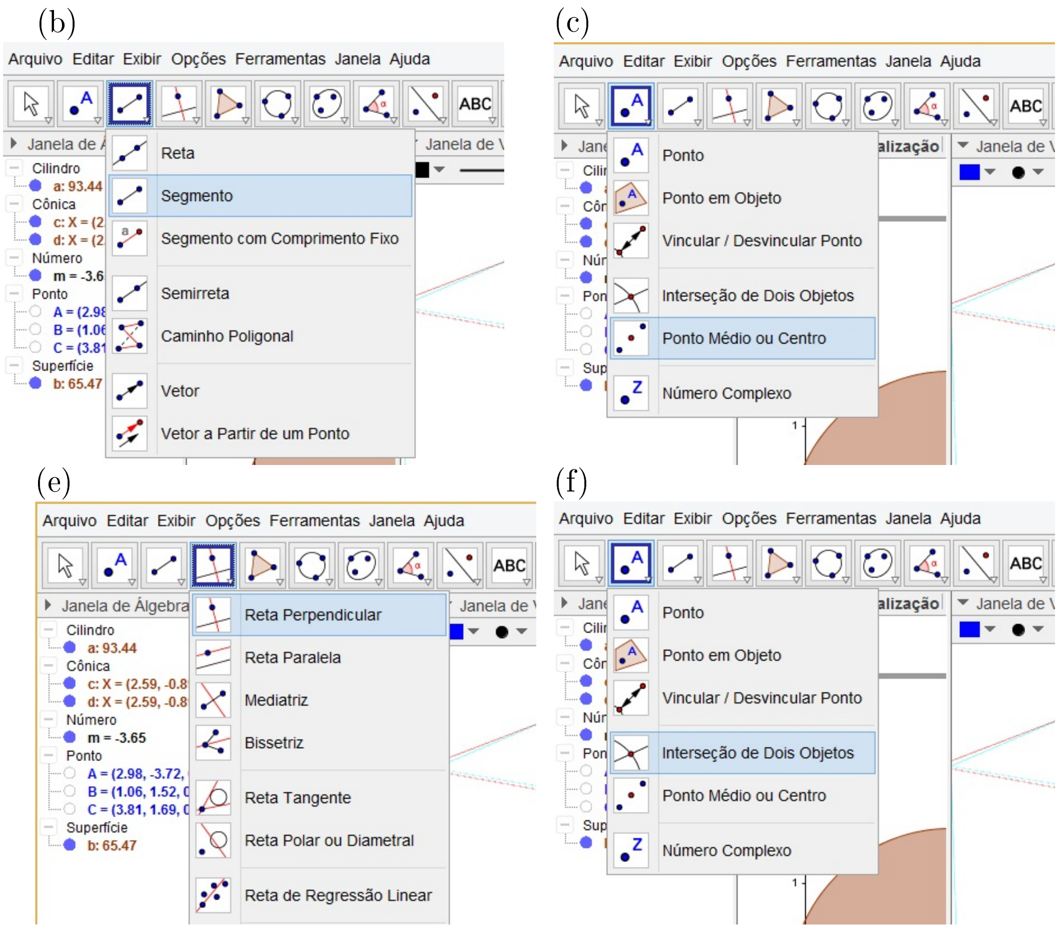
↻ *Lembre-se sempre de* ***salvar*** *seu arquivo e oriente os alunos a fazerem o mesmo!*

[i] Caso os pontos não sejam identificados como D e E, faça isso clicando sobre cada um com o botão direito, depois selecione Propriedades e renomeie-o.

[ii] Sempre que for clicar num objeto, faça isso na janela que mais lhe convier, inclusive na Janela de Álgebra.

g) Como nosso Cilindro é Reto, o centro da base inferior fica em projeção ortogonal em relação ao centro da base superior. Isso significa que as coordenadas do Centro da base superior são iguais às da base inferior, a menos de z, que coincide com a altura do Cilindro. Sendo assim, para criarmos o centro da base superior, procedemos da forma descrita no próximo item.

Figura 3.8: Sequência de comandos para definição dos centros



FONTE: Arquivo do autor

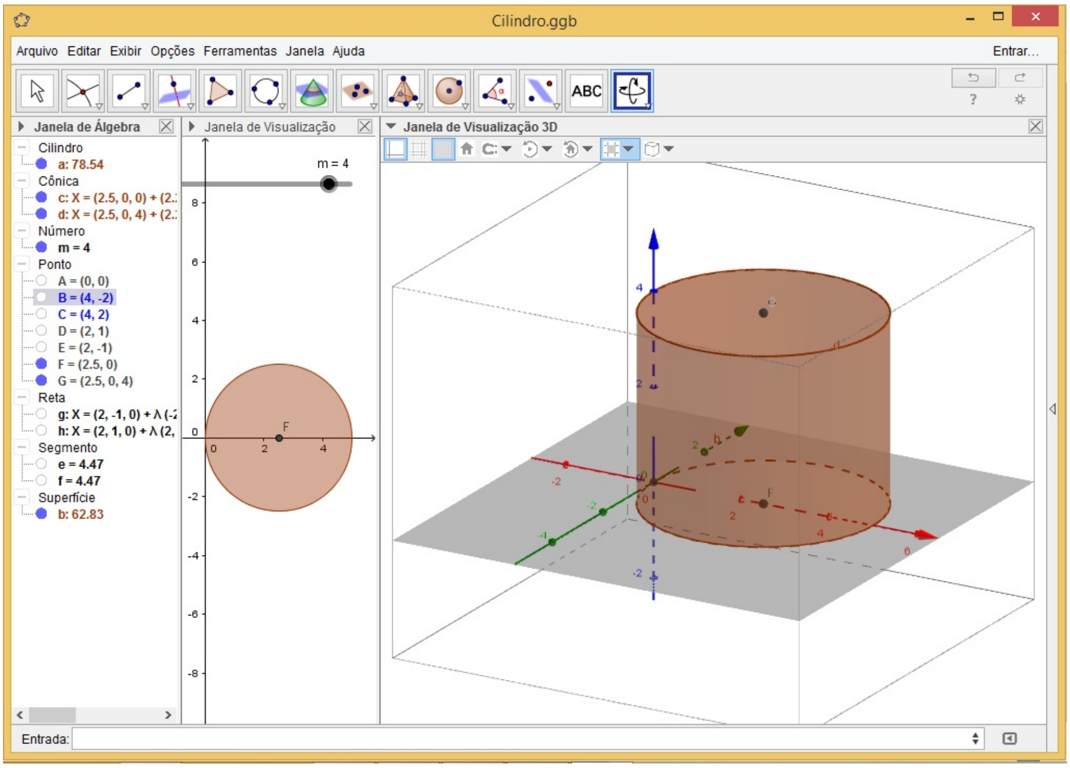
h) No campo *Entrada*, digite a letra G maiúscula seguida do símbolo $=$ e, entre parênteses, as coordenadas de x e y iguais às do ponto F. No lugar da coordenada z coloque a variável m, a qual controla a altura do Cilindro e depende do *Controle Deslizante*. No exemplo desta atividade, digitaríamos: $G = (2.5, 0, m)$.

[i] O procedimento descrito no item 22h faz com que o centro da base superior não saia dela mesmo com a variação da altura.

23) A Figura 3.8 mostra a sequência dos comandos descritos no item 22. A Figura 3.9 mostra, nas três janelas, o resultado da sequência de comandos. Foram omitidos os segmentos, retas e pontos que nos auxiliaram.

[ii] Para fazer isso, basta desmarcá-los na Janela de Álgebra.

Figura 3.9: Interface do `GeoGebra`, definidos os centros das bases



FONTE: Arquivo do autor

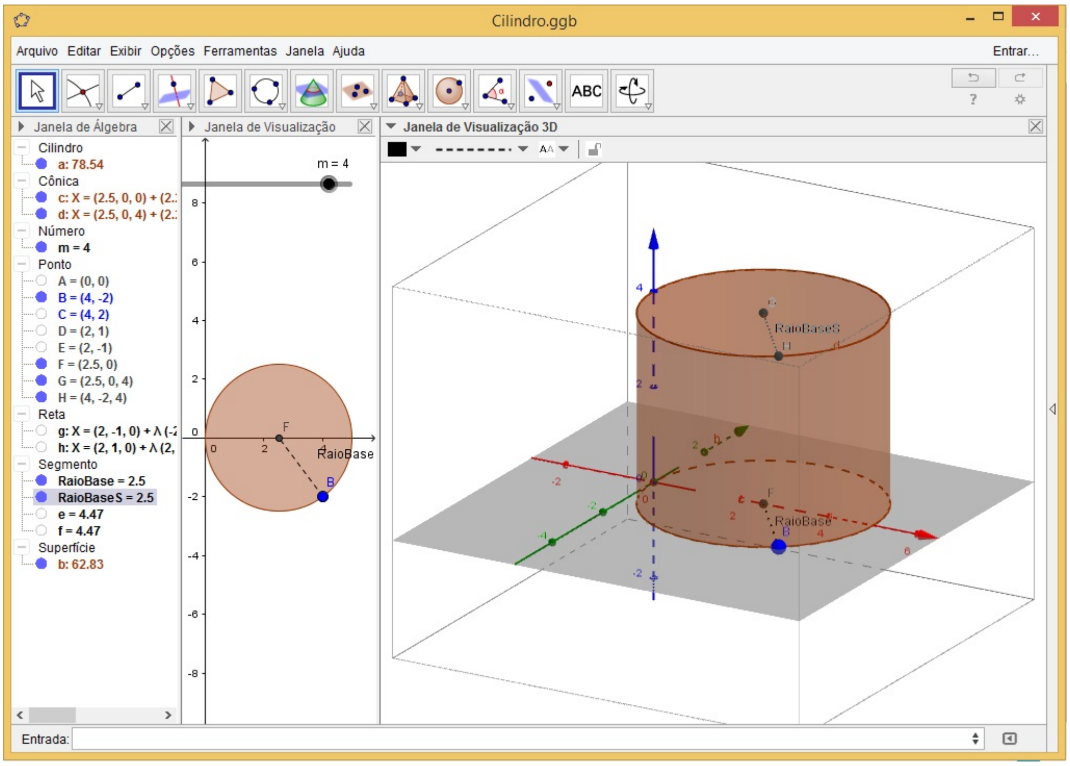
24) Passemos à definição do **Raio das bases**. Consideraremos os círculos das bases de tamanho fixo, ou seja, não dependem de *Controle Deslizante* e não simularemos a situação onde os pontos usados para defini-lo sejam reposicionados (arrastados no plano).

25) Para defini-lo, basta criarmos um segmento ligando o centro a um ponto da extremidade da respectiva base.

26) Para isso, na *Janela de Visualização* (plano), escolha um dos pontos da base inferior para aparecer, clicando sobre ele na *Janela de Álgebra* e, seguindo os passos já conhecidos, ligue-o ao ponto F (centro da base inferior).

[i] O raio da base superior também pode ser criado. Caso queira demonstrar isso, antes de refazer todo o procedimento descrito no item 26, crie um ponto na extremidade da base superior. Isso pode ser feito repetindo o procedimento do item 22h para algum dos pontos A, B e C.

Figura 3.10: Interface do `GeoGebra`, definidos os raios das bases



FONTE: Arquivo do autor

27) Caso queira, você poderá alterar a aparência do segmento criado, inclusive renomeando-o para algo do tipo "RaioBase". Clicando com o botão direito do *mouse* sobre o segmento e escolhendo *Propriedades*, na aba *Básico*, você pode renomear o segmento e, na aba *Estilo*, o professor poderá, por exemplo, deixar o segmento com um estilo tracejado.

[i] Lembre-se que a Janela de Álgebra pode ser um melhor local para selecionar os objetos a serem clicados.

A Figura 3.10 mostra o Cilindro com os raios definidos.

28) Passemos à definição do **Eixo**. Este procedimento, devido ao que já construímos até agora, torna-se fácil, bastando criar uma reta que ligue os dois centros.

29) Escolhendo o terceiro ícone da *Barra de Ferramentas*, selecione *Reta*, clicando, em seguida, nos dois centros das bases; a reta será criada. Mude a aparência dela também para um aspecto tracejado, já que este eixo é como se fosse um eixo imaginário.

[ii] IMPORTANTE: O professor deve fazer, o tempo todo, um paralelo entre o que ele explicou no Momento 2 e essa sequência que ele estará apresentando no `GeoGebra`*. Do contrário, o Momento 2 foi desperdiçado.*

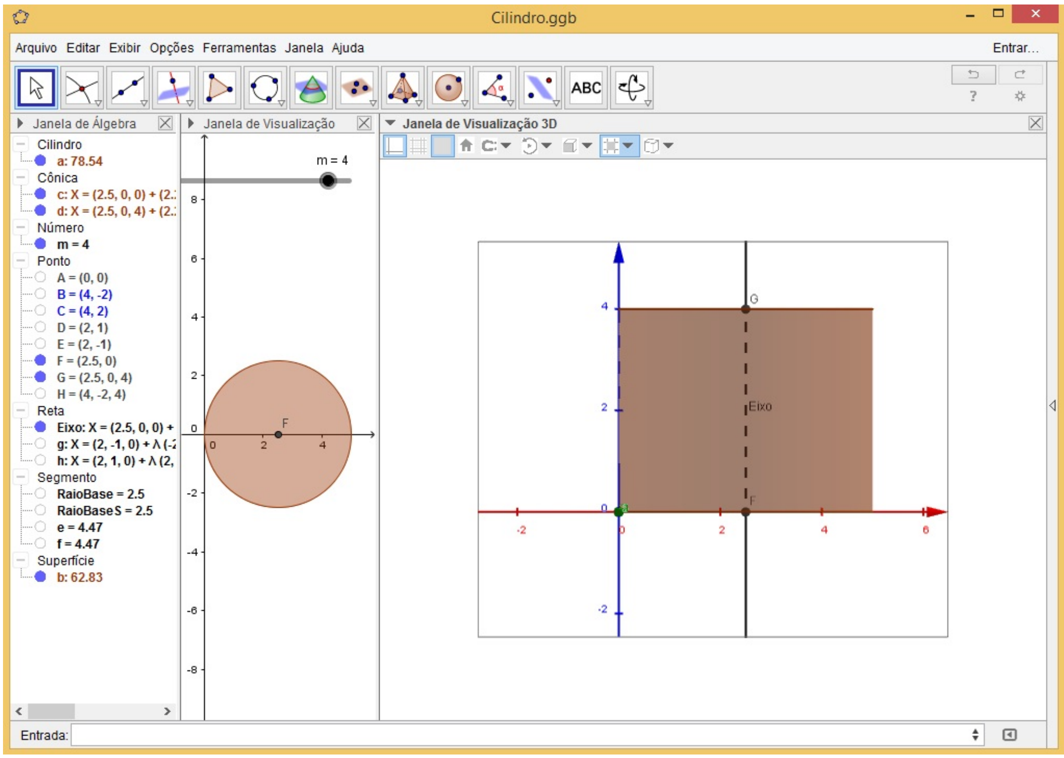
A Figura 3.11 exemplifica a interface do Cilindro com o Eixo definido.

30) Definiremos agora as **Secções** (meridianas e transversais) no Cilindro Reto. Começaremos definindo um plano paralelo às bases. O `GeoGebra` nos dá várias opções para criá-lo; o professor deve conhecer algumas. Crie-o a partir do ícone específico na *Barra de Ferramentas*, ou crie-o a partir de uma das sugestões do campo *Entrada* (ao digitar *Plano*, o *software* te dará opções) ou utilize de Geometria Analítica, definindo o plano como $z = t$, onde t pode ser a variável que desejar.

[iii] Sugestão: Renomeie o plano $z = t$ para α.

31) Faremos aqui por Geometria Analítica. Todavia, o professor deve explicar aos estudantes o porquê dessa es-

Figura 3.11: Interface do `GeoGebra`, definido o Eixo



FONTE: Arquivo do autor

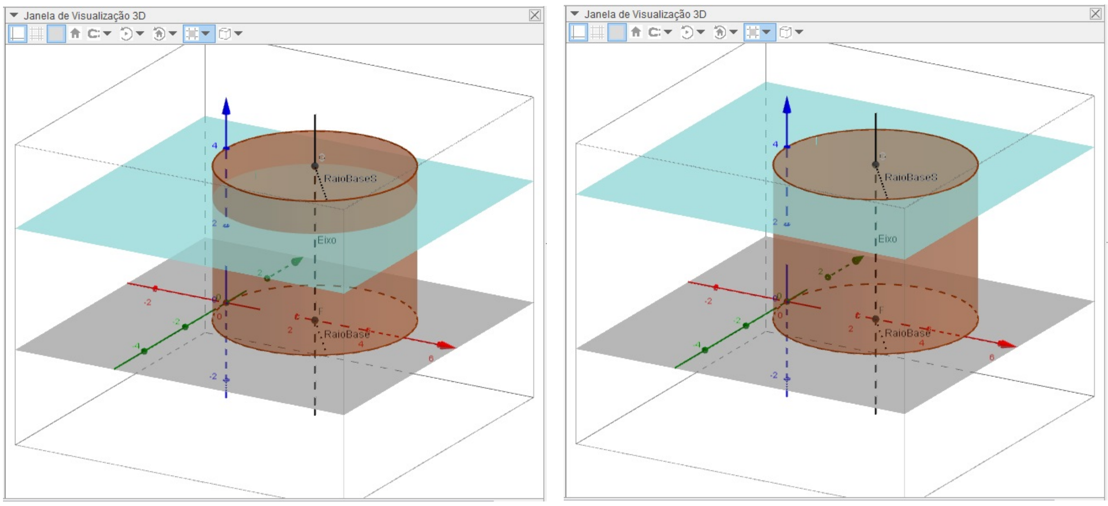
colha. Ainda que sem aprofundamento teórico, já que esse conteúdo só será estudado na terceira série do ensino médio, o professor deve explicar os fundamentos de um plano paralelo ao plano $x0y$.

32) Passada a explicação, digite no campo *Entrada* o plano $z = t$. O *software* pedirá a construção do *Controle Deslizante* para a variável t. Permita isso!

33) O que se verá (conforme Figura 3.12) é um plano α que "corta" a superfície lateral do Cilindro (quando $t \neq 0$ ou $t \neq m$) ou contém as bases do mesmo (quando $t = 0$ ou $t = m$, respectivamente). Explore as diversas posições do plano α alterando o valor do *Controle Deslizante* t e ativando a opção *Animar*.

Figura 3.12: Plano paralelo às bases do Cilindro

para $t \neq 0$ e $t \neq m$ para $t = m$



FONTE: Arquivo do autor

34) As duas bases estão classificadas como *Cônicas* e recebem os nomes de c e d; e a superfície lateral está classificada como *Superfície* e recebe o nome de b. Isso nos será útil para definirmos as secções (cortes) no *Cilindro*.

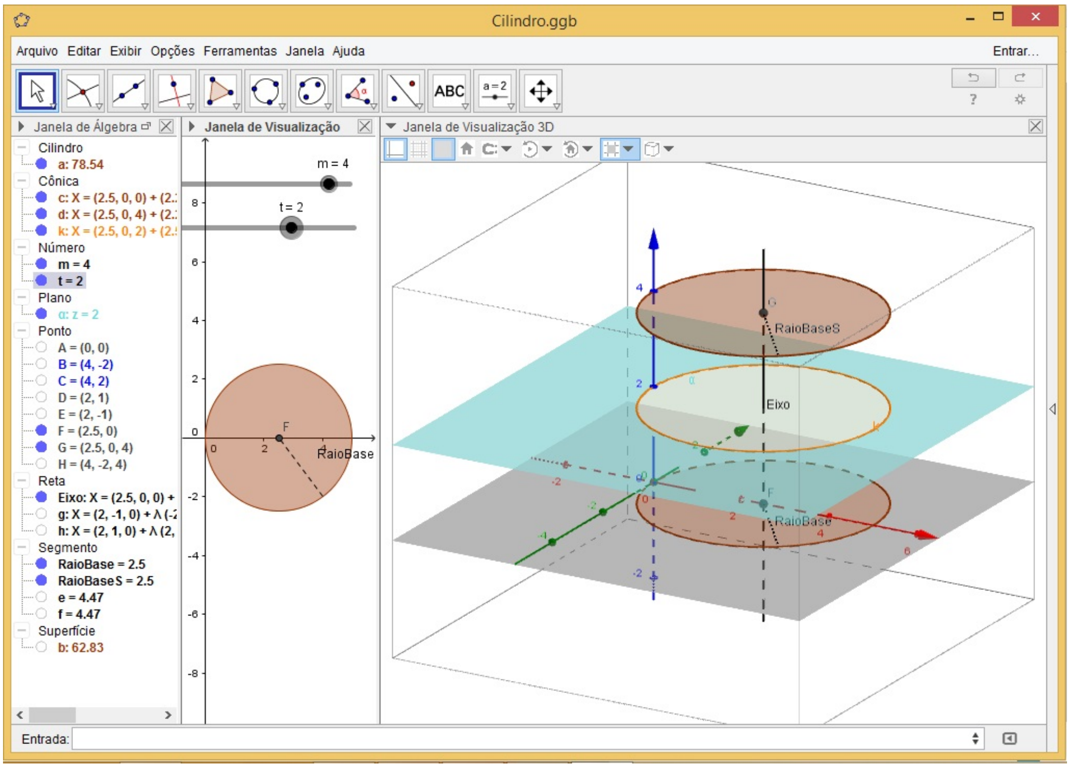
[i] Se achar pertinente, o professor pode explicar resumidamente o que são Cônicas.

35) Os estudantes precisam verificar (não seguir somente a intuição) que todos os cortes feitos paralelos às bases geram círculos idênticos às bases. Podemos fazer isso utilizando a ferramenta contida no sétimo ícone da *Barra de Ferramentas* da *Janela de Visualização 3D*: *Interseção de Duas Superfícies*.

36) Antes de acionarmos essa ferramenta, faremos com que a superfície lateral do *Cilindro* não apareça momentaneamente. Basta desabilitá-la na *Janela de Álgebra*. Feito isso, basta clicar na ferramenta indicada no item anterior e, na sequência, também em α e na superfície b.

37) Pronto! A **Secção Transversal** está definida no Cilindro, conforme mostra a Figura 3.13:

Figura 3.13: Secção Transversal no Cilindro



FONTE: Arquivo do autor

38) Altere o valor de t e mostre aos estudantes como a interseção coincide com as bases.

39) Caso queira, também mostre que as áreas das bases e dos cortes coincidem. Basta ativar a ferramenta *Área* no décimo primeiro ícone da *Barra de Ferramentas* e clicar sobre estes objetos. Alterando o valor de t, os estudantes verão que o valor permanecerá inalterado.

40) Neste momento, deixe os estudantes explorarem com todos os *Controles Deslizantes* e visualizações, cada um a seu modo. Provavelmente várias conclusões virão, cabe a você, professor, direcioná-las e corrigi-las.

[i] Para melhor visualização do que está sugerido no item 39, explore o ícone Direção de Visualização dentro da Janela de Visualização 3D, e mostre as projeções na direção do plano $x0y$.

41) Uma **Secção Meridiana** do Cilindro pode ser construída a partir da definição de um plano que passe pelo Eixo e por um dos pontos das extremidades dos círculos das bases. Sugere-se que o professor estimule os estudantes a construírem esse plano e a explorarem as diferentes seções.

Nosso próximo conteúdo a ser estudado são as **áreas** do Cilindro.

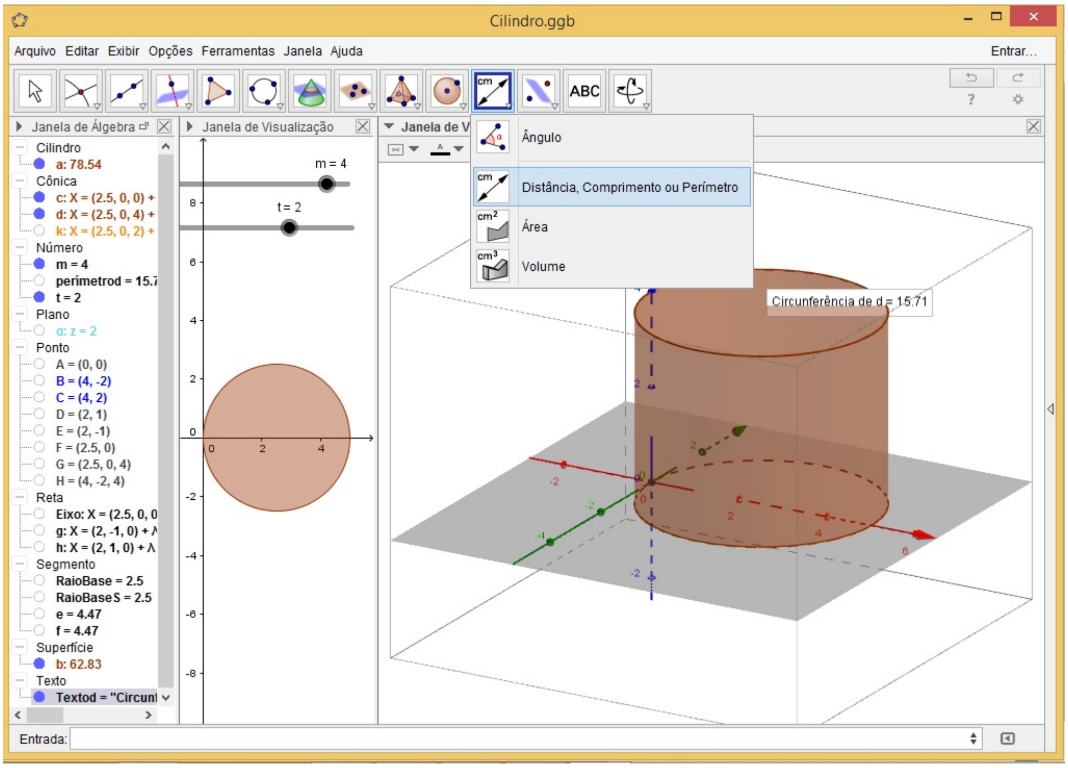
←-- Este momento é oportuno para pausas na atividade. Inclusive, na divisão entre aulas diferentes. Portanto, se for dividir a atividade em várias aulas, este é um momento interessante.

42) É importante salientar, antes de mais nada, que o `GeoGebra` possui uma limitação no trato com alguns objetos circulares. Isto posto, o recurso disponível para Planificação só funciona para Poliedros, ou seja, corpos redondos, como é o caso dessa atividade, ainda não são contemplados pelo *software*. Entretanto, temos uma saída para isso utilizando de suas várias ferramentas. Vejamos os passos adiante.

43) Na *Barra de Ferramentas* da *Janela de Visualização 3D*, escolheremos a ferramenta *Distância, Comprimento ou Perímetro*, no décimo primeiro ícone. Após isso, clicamos em uma das bases do *Cilindro*, preferencialmente a superior, para melhor visualização. Logo aparecerá uma legenda, junto à figura, com o valor do perímetro da base, que coincide com o comprimento da superfície lateral do Cilindro. Na *Janela de Álgebra*, essa medida será identificada como *perímetrod*.

A Figura 3.14 exemplifica a interface do `GeoGebra` com este comando:

Figura 3.14: Primeiros passos para determinação da área do Cilindro



FONTE: Arquivo do autor

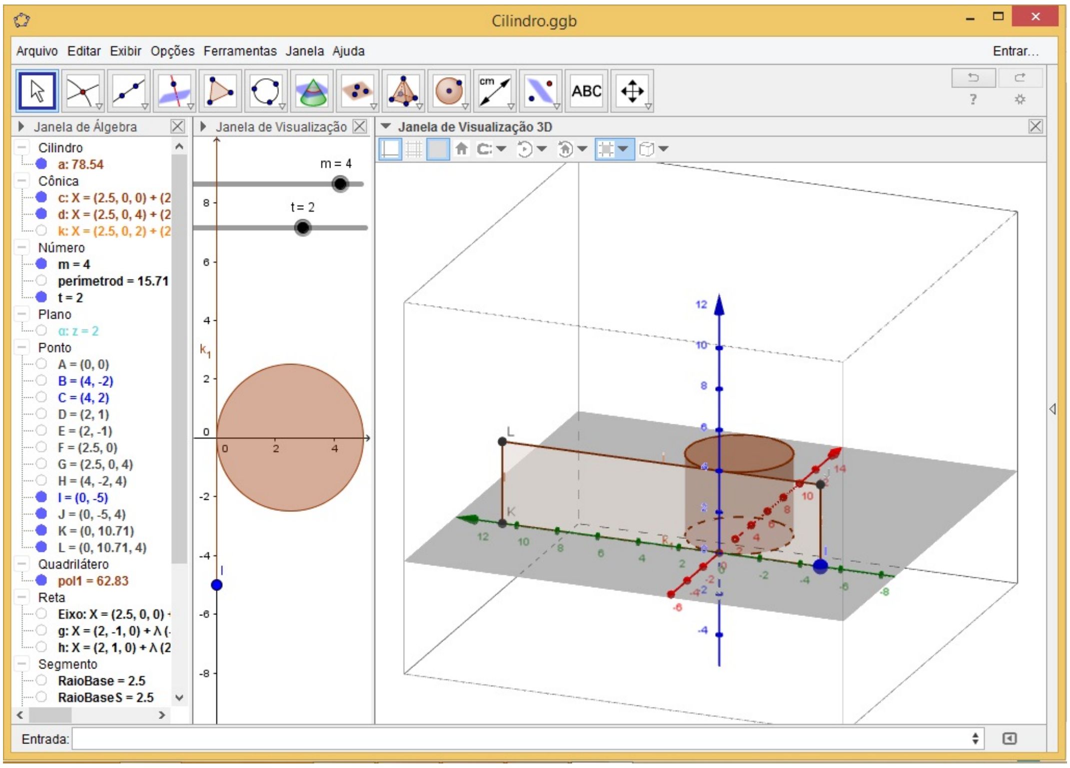
44) Construiremos um retângulo que represente essa superfície planificada. Para isso, fixaremos quatro pontos alinhados ao lado do cilindro de forma que possam definir um retângulo, justamente a planificação que queremos. Definiremo-los assim, digitando um de cada vez no campo *Entrada*: `I=(0,-5,0)`, `J=(0,-5,m)`, `L=(0,-5+perímetrod,m)`, `K=(0,-5+perímetrod,0)`.

[i] Antes de executar o item 45, altere a Direção de Visualização para o plano y0z de modo a permitir ver a disposição dos pontos I, J, K e L com melhor precisão.

45) Essa sequência de inserções gerará os pontos necessários para que criemos o retângulo. Basta agora clicar no quinto ícone da *Barra de Ferramentas*, *Polígono*, e em seguida clicar nos quatro pontos que acabamos de criar, de forma sequencial a formar o retângulo. Na *Janela de Álgebra*, ele será identificado como quadrilátero *pol1*.

Conforme Figura 3.15, a Superfície Lateral do Cilindro está planificada e representada ao seu lado, pois o retângulo formado tem altura igual ao Cilindro e as coordenadas dos pontos que determinam seu comprimento respeitam a mesma medida da circunferência das bases.

Figura 3.15: Planificação da superfície lateral do Cilindro



FONTE: Arquivo do autor

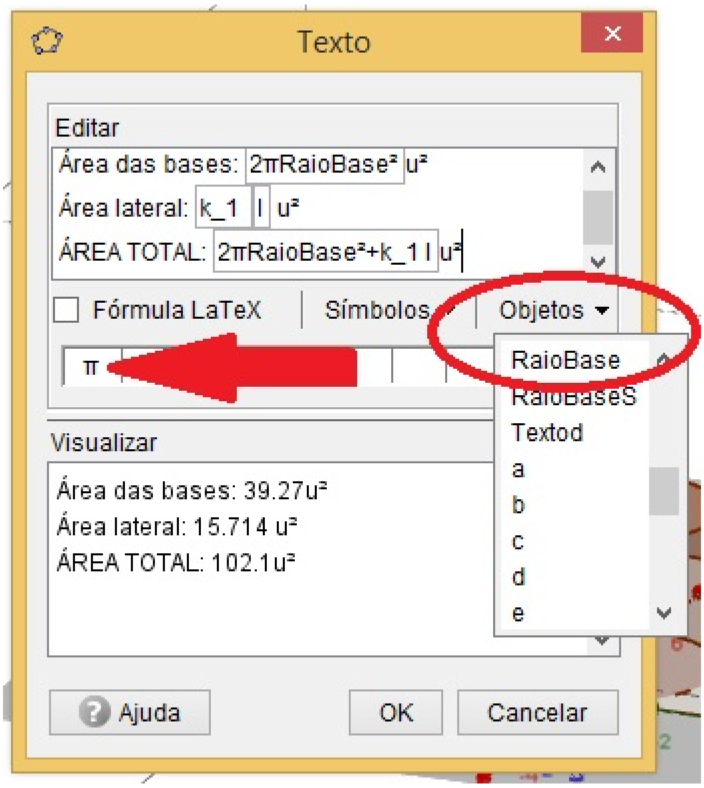
46) Agora, para calcular a **área** do Cilindro, podemos utilizar a ferramenta *Área* contida no décimo primeiro ícone da *Barra de Ferramentas*.

47) Para a definição de áreas, basta clicar nesta ferramenta e, logo em seguida, nas duas bases e no retângulo formado. Obviamente a **Área Total** é a soma dessas três áreas que aparecerão na tela.

48) Mas também podemos indicar a **Área Total** na *Janela de Visualização 3D*, a partir da inclusão de um texto. Para isso, selecione a ferramenta *Texto*, no penúltimo ícone da *Barra de Ferramentas* e, após clicar em algum ponto do espaço, preencha a caixa de diálogo assim:

[i] Antes do passo descrito no item 48, desabilite os textos que aparecem na figura. Basta clicar sobre eles na Janela de Álgebra.

Figura 3.16: Caixa de Texto para Visualização das Áreas do Cilindro



FONTE: Arquivo do autor

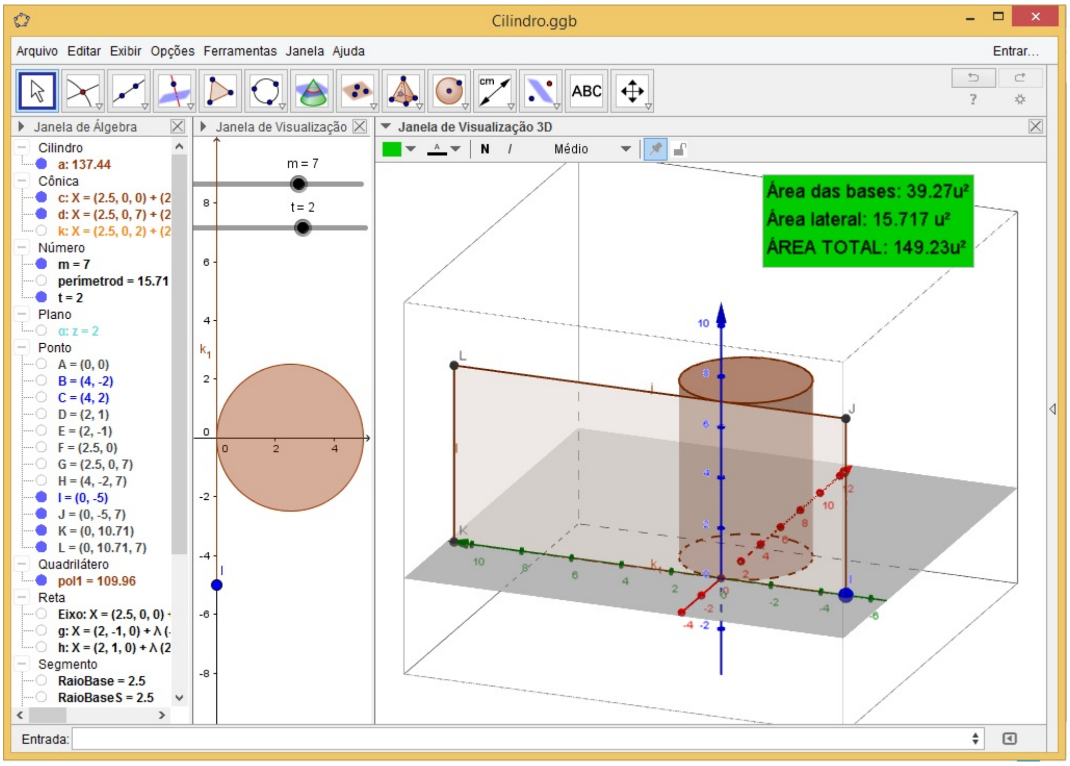
49) Repare que os campos $2\pi\, RaioBase^2$, k_1 e l estão dentro de caixas. Isso porque eles NÃO devem ser digitados, mas sim, selecionados da lista de *Objetos*, como ilustrado na Figura 3.16. Dessa forma, fazemos com que os valores correspondentes às alterações na figura original, a partir dos *Controles Deslizantes*, por exemplo, se-

jam trazidos para dentro do Texto. Após clicar em *OK*, o texto aparecerá no local que foi clicado.

50) Ao clicar com o botão direito do *mouse* sobre a caixa de *Texto*, várias configurações dela poderão ser alteradas, como o tamanho da fonte, as cores da fonte e do fundo, fixação do objeto, entre outras.

A Figura 3.17 exemplifica a caixa de *Texto* configurada.

Figura 3.17: Visualização da caixa de Texto com valores das Áreas



FONTE: Arquivo do autor

51) Experimente alterar os valores de m (pedindo o mesmo aos estudantes). Veja que, conforme alteramos seu valor, nossa planificação é alterada e os valores contidos na caixa de *Texto* também.

[i] Em Propriedades do Controle Deslizante m você poderá configurá-lo com os valores desejáveis.

52) Nosso próximo e último passo, estudando o Cilindro no `GeoGebra`, é a definição do **Volume** desse Corpo Redondo. Este passo é bastante fácil de ser determinado, pois o recurso disponível como ferramenta funciona bem também para Cilindros. Basta escolher a ferramena *Volume* no décimo primeiro ícone da *Barra de Ferramentas* e, em seguida, clicar sobre o Cilindro.

53) É só! Logo aparecerá a legenda com o valor correspondente. Caso queira fazer com o *Volume* o mesmo que fez com a *Área*, crie uma caixa de *Texto* para ele. A Figura 3.18 exemplifica a interface da *Janela de Visualização 3D* e algumas situações quando alteramos o valor de m e também acionamos a Rotação de Tela.

54) Este momento (sequência de aulas), componente da Atividade proposta como um todo, poderia ser finalizado pelo professor com a demonstração das outras maneiras de se construir Cilindros.

55) Uma outra forma é utilizar o comando `Cilindro[<Ponto>,<Ponto>,<Raio>]` no campo *Entrada*. Esse comando exigirá que dois pontos, já construídos no espaço, sejam colocados como parâmetro (estes pontos serão os centros das bases) e o tamanho do Raio seja definido também (isso poderá ser determinado por *Controle Deslizante*). Repare que, se você fixar os pontos, não os fazendo depender de *Controles Deslizantes*, a altura do Cilindro será fixa.

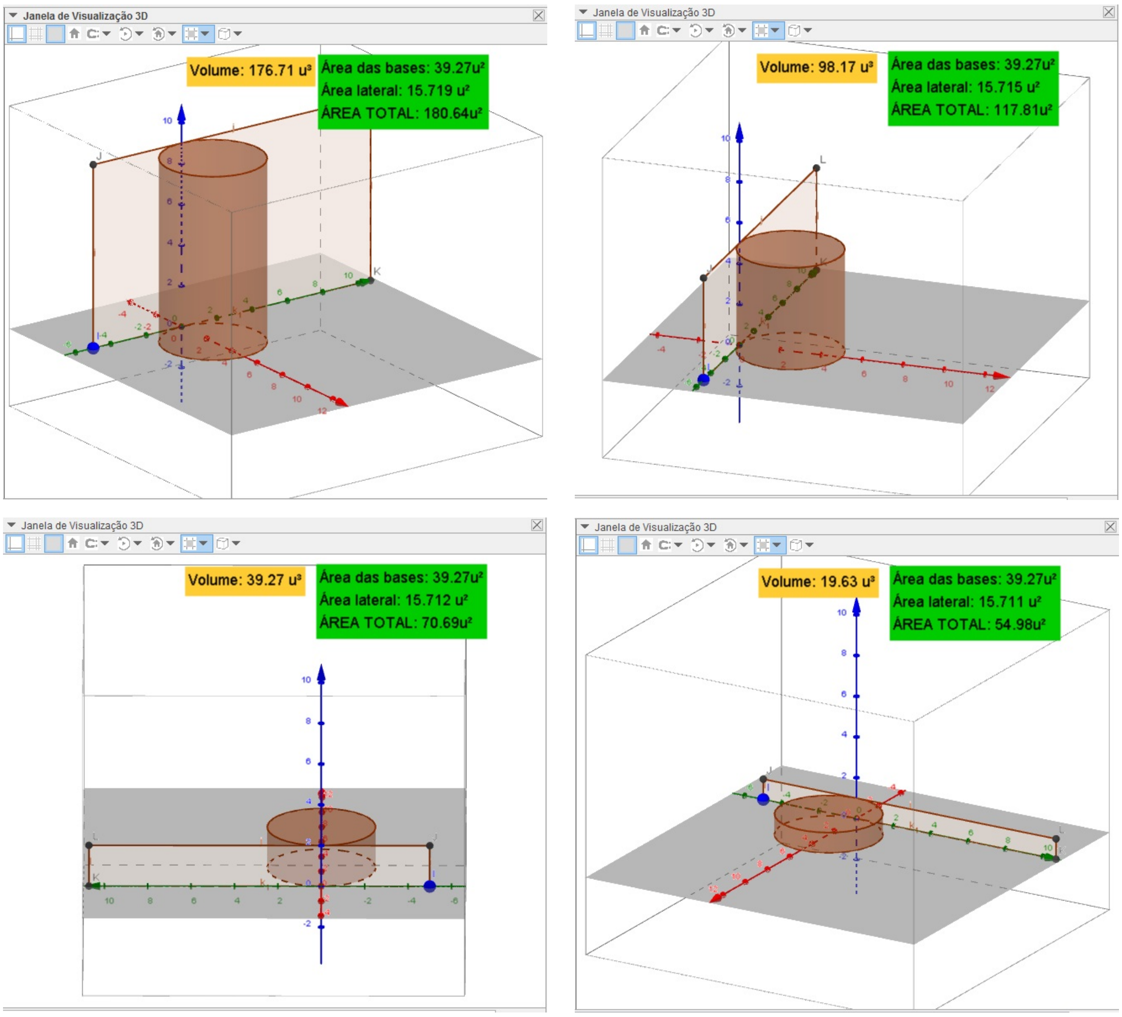
56) Se forem fixados pontos não ortogonais, o Cilindro criado não terá bases paralelas ao eixo $x0y$.

[i] Aproveite a dinamicidade do software ativando as funções Animar e Rotação de Cena, por exemplo!

[ii] ***SUGESTÃO:*** *Professor, não se esqueça de sempre fazer um paralelo entre essas conclusões construídas, aquelas explicações que deu nos Momentos 1 e 2 e aquilo que vemos no dia a dia. Sugira também que os estudantes confiram no caderno os valores dados pela caixa de Texto.*

[iii] Experimente criar o Cilindro a partir do seguinte comando `Cilindro[I,L,3]`.

Figura 3.18: Área e Volume *versus* altura



FONTE: Arquivo do autor

57) A outra maneira é utilizando o nono ícone da *Barra de Ferramentas* da *Janela de Visualização 3D*: a ferramenta *Cilindro*. O processo é praticamente o mesmo descrito nos dois itens acima. Logo após selecionar a ferramenta, dois pontos precisarão ser fixados no plano $x0y$; em seguida, será pedido o raio da base, e, então, o *Cilindro* será criado. Caso queira mudar um dos pontos de lugar, isso poderá ser feito clicando nele, arrastando-o

ou mudando suas coordenadas na *Janela de Álgebra*.

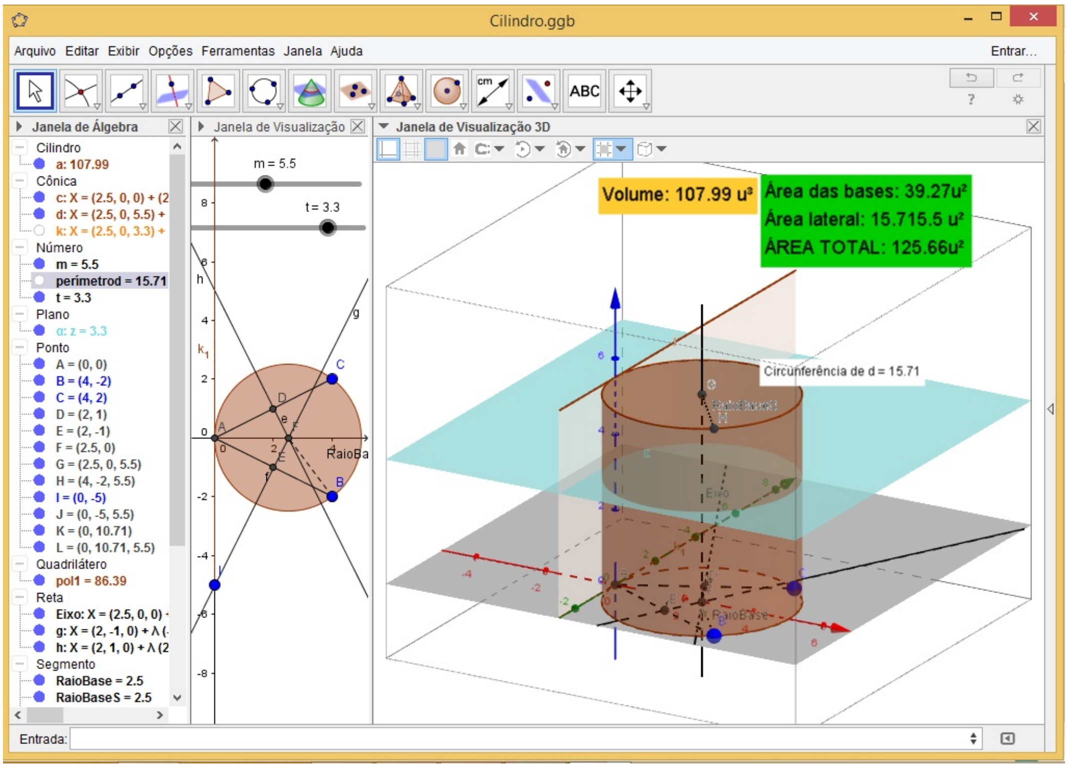
58) Se sobrar tempo, é conveniente que o docente deixe os estudantes à vontade para explorarem o *software* a fim de trabalhar essas outras formas de construir *Cilindros*.

Não esqueça de SALVAR seu arquivo no `GeoGebra`.

OBSERVAÇÃO: O `GeoGebra` não possui ferramentas já desenvolvidas para a construção de *Cilindros Oblíquos*. Caso queira conhecer um processo para isso, consulte o trabalho de Arruda (2014).

A Figura 3.19 nos dá uma visão de tudo que foi construído nesta (sequência de) aula:

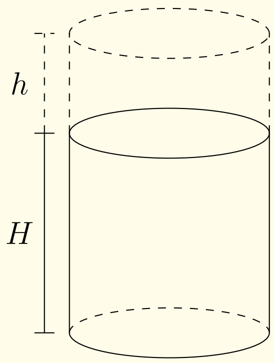
Figura 3.19: Conjunto de construções utilizadas para estudar o Cilindro



FONTE: Arquivo do autor

Sugestão de contextualização do conteúdo:
Neste instante, o professor pode aproveitar para introduzir uma proposta etnomatemática, por meio de um problema que sugerimos a seguir.

Suponha que a figura ao lado seja uma caixa d'água em formato cilíndrico (com altura H), feita de alvenaria, pertencente a uma propriedade rural. Suponha ainda que você trabalhe nessa propriedade rural e precisa ajudar o proprietário a resolver uma questão. Ele precisa aumentar a capacidade de armazenamento, a partir da construção de paredes acima das já existentes, de modo que 12.000 litros sejam adicionados ao seu volume atual. Ao medir a circunferência lateral, você constatou que ela mede aproximadamente $7,54\,m$. Determine a altura h de parede que deve ser construída acima da já existente.



Caminho para resolução:

Se a medida da circunferência é $7,54\,m$, isso indica que o raio é $1,2\,m$, aproximadamente.

Sabemos que o Volume de um Cilindro é dado por $V = A_{base} \times altura$.

Como $r = 1,2\,m$, a $A_{base} = \pi\, r^2 \simeq 4,5239\,m^2$.

Por consequência, como o Volume deve ser dado em litros, devemos converter as medidas para dm (decímetros). Logo, a $A_{base} = 452,39\,dm^2$.

Podemos calcular a altura h de parede que deve ser construída acima da já existente da seguinte forma:

$$V = A_{base} \times altura \Rightarrow 12000 = 452,39 \times h \Rightarrow$$

$$h = \frac{12000}{452,39} \Rightarrow h \simeq 26,5\,dm \Rightarrow h \simeq 2,65\,m$$

3 - Cone

Neste conteúdo, **Cone**, é importante deixar frisado que, muitos dos passos explicados com certa minuciosidade anteriormente, serão agora apresentados de forma mais direta. Embora os primeiros contatos com o `GeoGebra` não sejam suficientes para conhecê-lo bem, é conveniente que os estudantes sejam incentivados a procurarem sozinhos pelas ferramentas já estudadas.

Simularemos a continuidade da atividade, independentemente se ela estiver recomeçando numa aula própria, o que se apresenta ser mais conveniente.

1) Criaremos um **Cone** agora com alguns recursos mais "maleáveis". Definiremos tanto o raio da base quanto a altura a partir de *Controles Deslizantes.* Isso já foi feito anteriormente. Então, num novo arquivo do `GeoGebra`, começa-se digitando a seguinte sequência de comandos:

←-- Organize-se para pausar a (sequência de) aula antes de iniciar aqui.

a) Desabilitaremos o eixo Z clicando com o botão direito do mouse sobre ele e selecionando *Janela de Visualização...*);

b) Fixaremos um ponto $C(0,0,0)$ a partir do seguinte comando no campo *Entrada*: `C=(0,0,0)`;

c) Utilizando da função `Círculo[<Ponto>,<Raio>]`, desenharemos um *Círculo* tendo o ponto C como centro e um raio dependente de um *Controle Deslizante.* Para isso, basta trocar o parâmetro `<Ponto>` por `C` e `<Raio>` por `r`. Será criado um Círculo (chamado na *Janela de Álgebra* por Cônica) denominado por c;

d) Configure o *Controle Deslizante* `r` para que ele não admita valores negativos. Basta acessar suas *Propriedades* e tornar seu limite inferior 0;

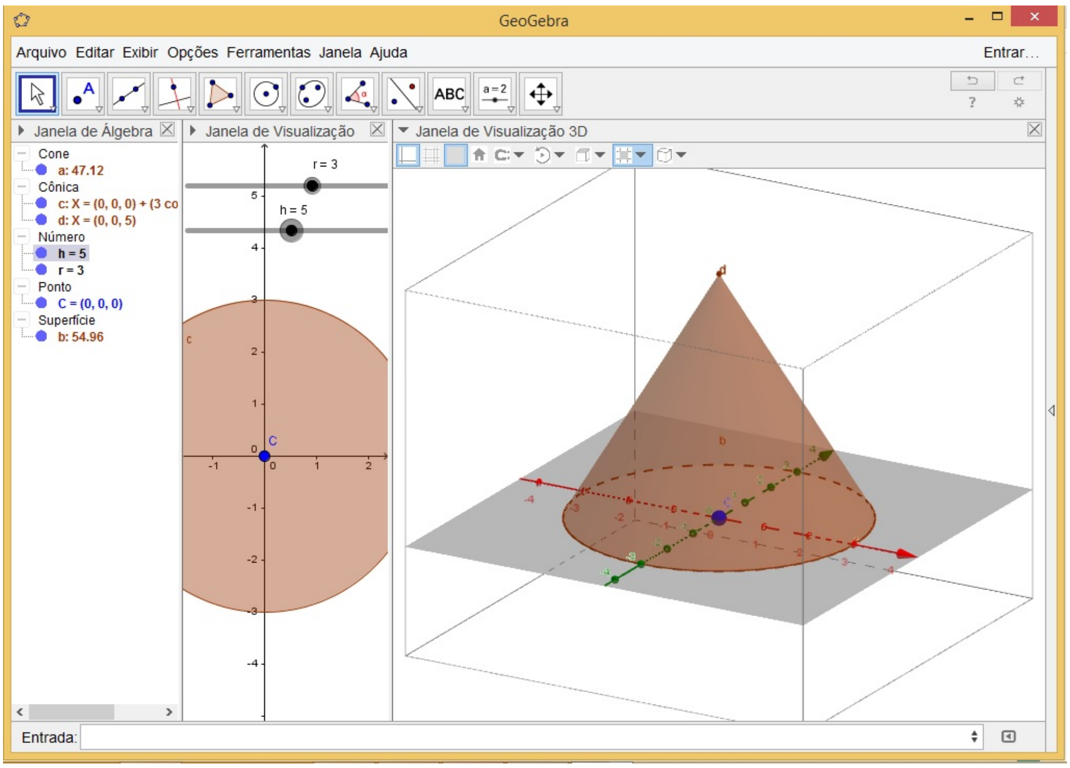
e) No campo *Entrada*, utilize o comando `Cone[<Círculo>, <Altura>]`, substituindo `<Círculo>` por `c` e `<Altura>` por `h`. Um novo *Controle Deslizante* será criado para `h`.

[i] Para melhor manuseio dos recursos, admita 5 *como valor superior para* `r` *e* 10 *para* `h`.

f) Configure da mesma forma o *Controle Deslizante* `h` para que ele não admita valores negativos.

2) Pronto! Nosso Cone já está definido no *software*, conforme a Figura 3.20.

Figura 3.20: Primeiros passos na construção do Cone



FONTE: Arquivo do autor

3) De forma semelhante ao que foi feito com o cilindro, faça e incentive os estudantes a fazerem alterações nos valores dos *Controles Deslizantes* `r` e `h`.

Passemos à definição dos elementos do Cone.

4) Inicialmente, determinaremos o **Raio da Base**. Para isso, basta definir um ponto na extremidade de c, na *Janela de Visualização* (plano), utilizando a ferramenta *Ponto* no segundo ícone da *Barra de Ferramentas*. Basta clicar sobre c, e o ponto A será fixado. Depois, utilizando a ferramenta *Segmento* do terceiro ícone, ligue o ponto C ao ponto A, e estará definido o *raio* da base.

5) Renomeie este segmento para R e, caso julgue mais adequado, mude seu estilo para tracejado.

6) Definiremos agora o **Vértice**. Basta repararmos que, como o Cone é reto, o *Vértice* tem as mesmas coordenadas de C, a menos da coordenada de z, que é a mesma de h. Sendo assim, no campo *Entrada*, digite o seguinte comando: `V=(0,0,h)`.

7) O próximo passo é definir o **Eixo** do Cone. O processo é simples, basta construir uma reta que passe pelos pontos C e V. Para isso, é só utilizar a ferramenta *Reta* do terceiro ícone da *Barra de Ferramentas*. Selecionando esta ferramenta e clicando em seguida nos dois pontos, a reta estará criada. Renomeie-a para e.

8) Por último dos elementos, definiremos a *Geratriz*. Podemos aproveitar o ponto A, já criado, para ligá-lo ao ponto V. Faremos isso definindo o segmento semelhantemente a como criamos o raio da base, com as mesmas ferramentas, renomeando-a por g.

[i] A partir das alterações nos valores de `r` *e* `h`*, instigue os estudantes a concluírem o que acontece quando temos* $r = 0$ *e/ou* $h = 0$.

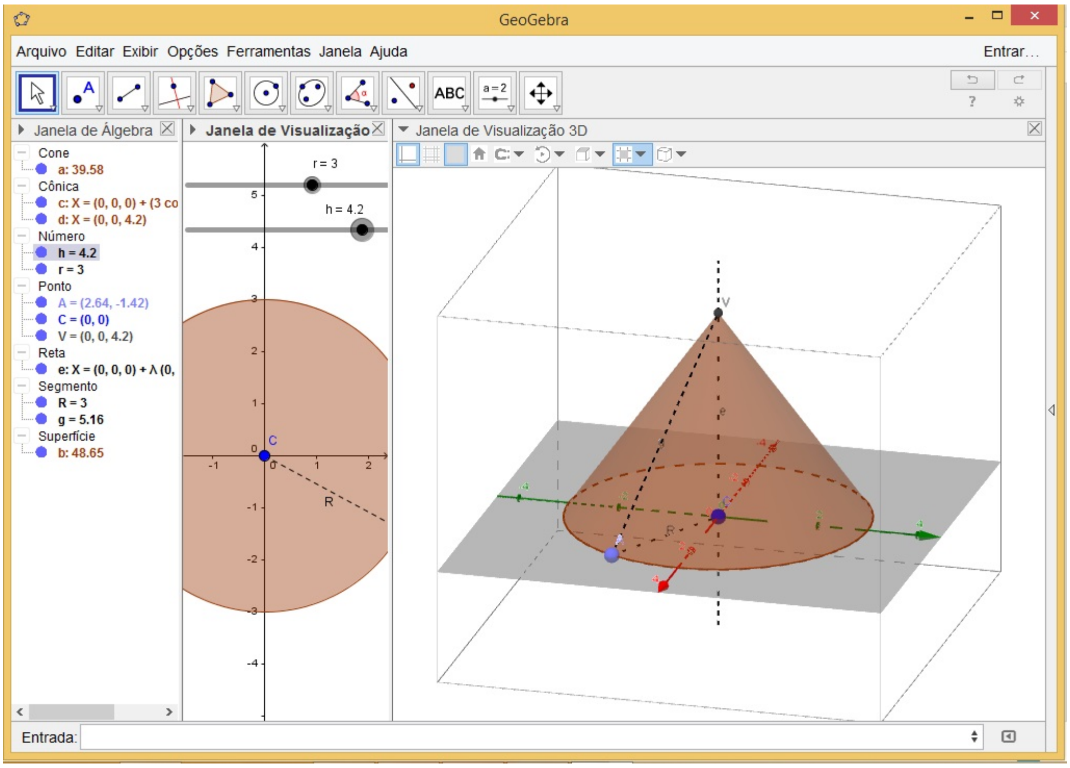
[ii] Lembre-se que a função Animar é sempre uma boa alternativa para explorar a dinamicidade do software.

[iii] Repare que, mesmo com a variação de `r`*, o ponto A está fixado na extremidade de c.*

[iv] Após o item 8, é um bom momento para que o professor possa incentivar os estudantes a explorarem o software. Incentive-os. Depois peça que as "construções" sejam desfeitas ou salvas noutro arquivo.

A Figura 3.21 exemplifica a interface do *software* após todos esses comandos.

Figura 3.21: Cone e seus elementos



FONTE: Arquivo do autor

Passaremos agora à definição de **Secções** do Cone.

9)Relembre aos estudantes o conceito de Secção Meridiana e Secção Transversal. Após isso, passe à construção.

10) As *Secções Transversais* serão feitas por planos paralelos à base. Lembre-se que nossa base está sobre o eixo $x0y$, portanto, qualquer plano do tipo $z = t$ (para $t \geq 0$) interceptará o Cone, quando $h \geq t$.

11) Utilizaremos de Geometria Analítica novamente para definir este plano, que servirá para seccionar o Cone. Para isso, digite no campo *Entrada* o seguinte comando: `z=t`. O *software* criará o *Controle Deslizante* para t. Configure-o para o intervalo $[0, 10]$, com incremento 0.5 para facilitar o manuseio do recurso, igual ao que deve estar definido para h.

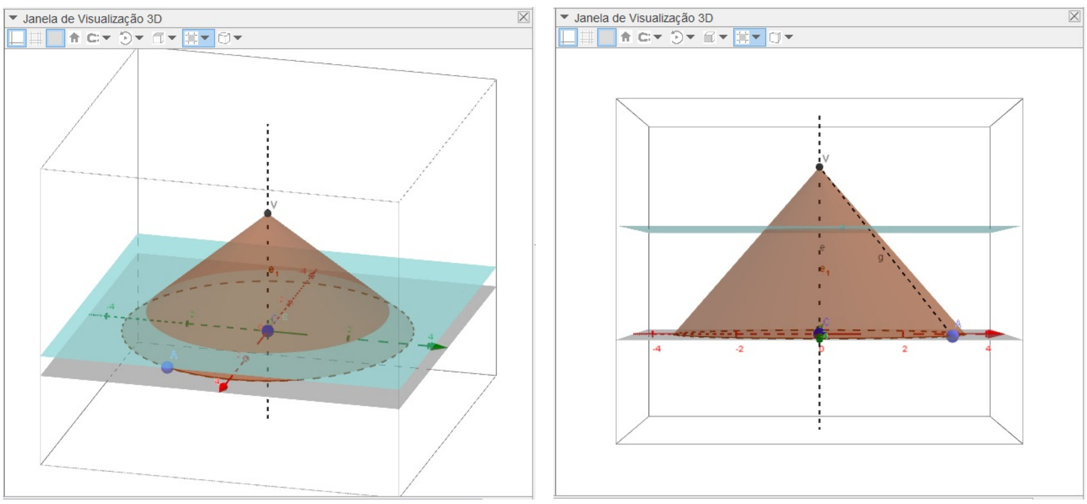
12) O próximo passo é definir a interseção entre a superfície lateral (renomeada para e_1) do *Cone* e o plano criado a. Para isso, utilize o sétimo ícone da *Barra de Ferramentas* da *Janela de Visualização 3D*, *Interseção de Duas Superfícies*. Antes de clicar sobre as duas superfícies, desabilite-as para que apareça somente a secção entre elas. A Secção Transversal será identificada como f.

As Figuras 3.22 e 3.23 exploram possíveis visualizações.

[i] Instigue os estudantes a perceberem que o círculo da base e o círculo definido pela secção transversal são concêntricos.

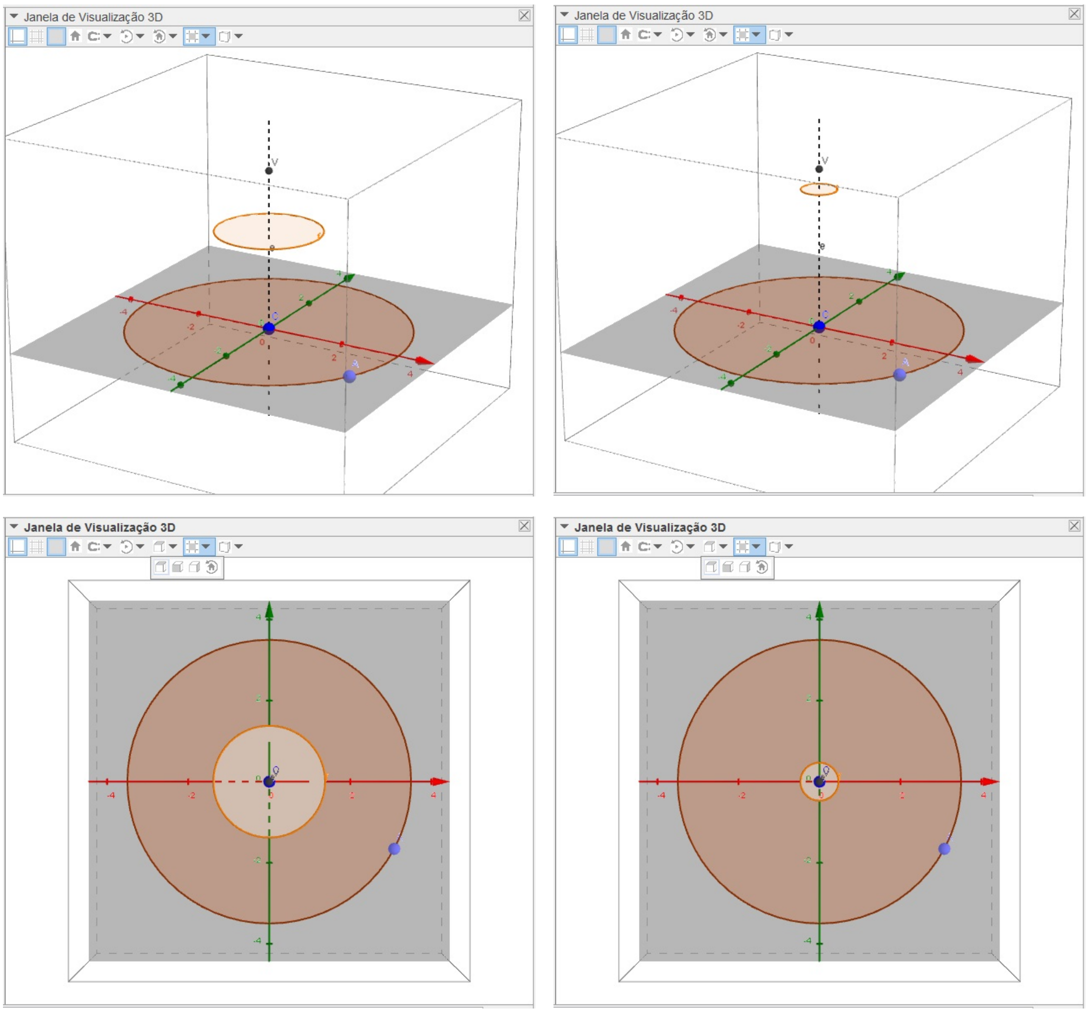
[ii] Mostre aos estudantes que, quanto maior o valor de t, mais perto o corte estará do Vértice e, portanto, menor será a secção (círculo definido pelo corte).

Figura 3.22: Mesma Seção Transversal vista de maneiras diferentes



FONTE: Arquivo do autor

Figura 3.23: Explorando as direções de visualização das Secções Transversais



FONTE: Arquivo do autor

Passaremos para a definição de *Secções Meridianas*. Antes, desabilitaremos a secção f e o plano a.

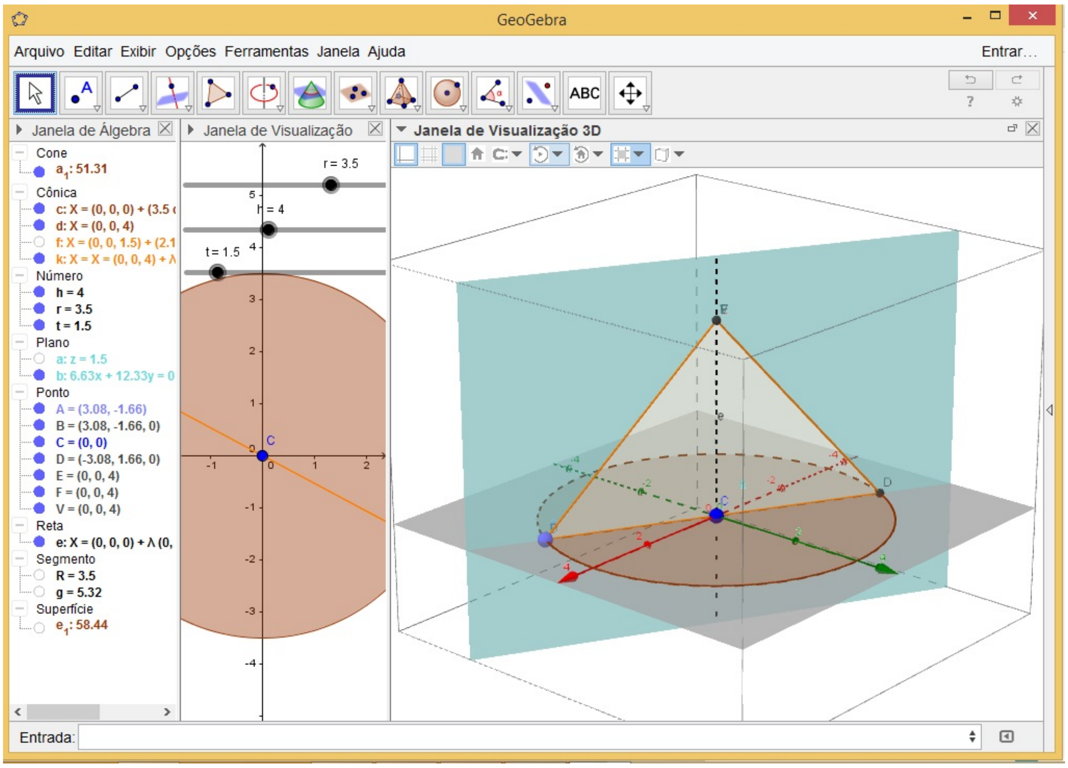
13) Para determinar um plano que corta o Cone de forma meridiana, basta fazê-lo conter o eixo Z e passar por qualquer ponto da extremidade da base, por exemplo. Para construir isso, utilizaremos o comando seguinte, digitando no campo *Entrada*: `Plano[<Ponto>,<Reta>]`,

substituindo `<Ponto>` por `A` e `<Reta>` por `e`. Será criado o plano b.

14) O próximo passo é definir a interseção entre a superfície lateral e_1 do *Cone* e o plano b. Repita o processo do item 12.

Na Figura 3.24 a superfície k é a Secção Meridiana do Cone.

Figura 3.24: Seção Meridiana no Cone



FONTE: Arquivo do autor

15) Passemos à planificação do Cone Reto. Mais uma vez, o `GeoGebra` não tem uma ferramenta própria para planificar esse corpo redondo. Utilizaremos então de outras ferramentas para exemplificar uma maneira de pla-

nificar a superfície lateral do Cone.

16) Começamos relembrando com os estudantes que a superfície lateral do cone tem a forma de um *setor circular*, que o comprimento do arco que define este setor circular é igual ao comprimento da base (que é um círculo) e que o raio deste setor circular é a geratriz g do cone. Portanto, sendo R o raio da base do cone, tem-se que:

$$\widehat{AB} = 2\pi R = \frac{\alpha\pi g}{180}$$

onde α é o ângulo central (em graus). Temos então a generalização de que a superfície lateral de um Cone é um setor circular de tamanho $2\pi R$, ângulo central α e raio g. Logo,

$$\alpha = \frac{360R}{g}$$

Isso nos ajudará a construir um setor circular no `GeoGebra` que tenha α como ângulo central e g de raio. Vejamos os passos.

[i] Diante do item 16, se ainda não tiver feito nas aulas anteriores, é interessante que o professor mostre, através de um recorte de papel, que um setor circular, qualquer que seja seu tamanho, forma a lateral de cone.

17) Antes de mais nada, desabilite a superfície lateral e_1 do Cone, pois será ela que planificaremos, e ative a *Direção de Visualização* para o plano $x0y$, pois, nele, faremos a planificação.

[ii] A planificação da lateral será posicionada junto à base num ponto da sua extremidade, assim como o conceito de planificação sugere.

18) No campo *Entrada*, crie dois pontos, que servirão como centro e extremidades do setor circular, usando as seguintes coordenadas:

$$G = (r, 0, 0); \;\; H = (r + g, 0, 0)$$

19) Usando a ferramenta *Ponto* da *Barra de Ferramentas*, crie mais um ponto I num local qualquer, preferencialmente acima do eixo x, tendo, para H, mais ou menos, a mesma distância que G tem para H. Esse ponto I não

[iii] Observe que sua construção também está sendo construída na Janela de Visualização (plano). Você poderá utilizá-la.

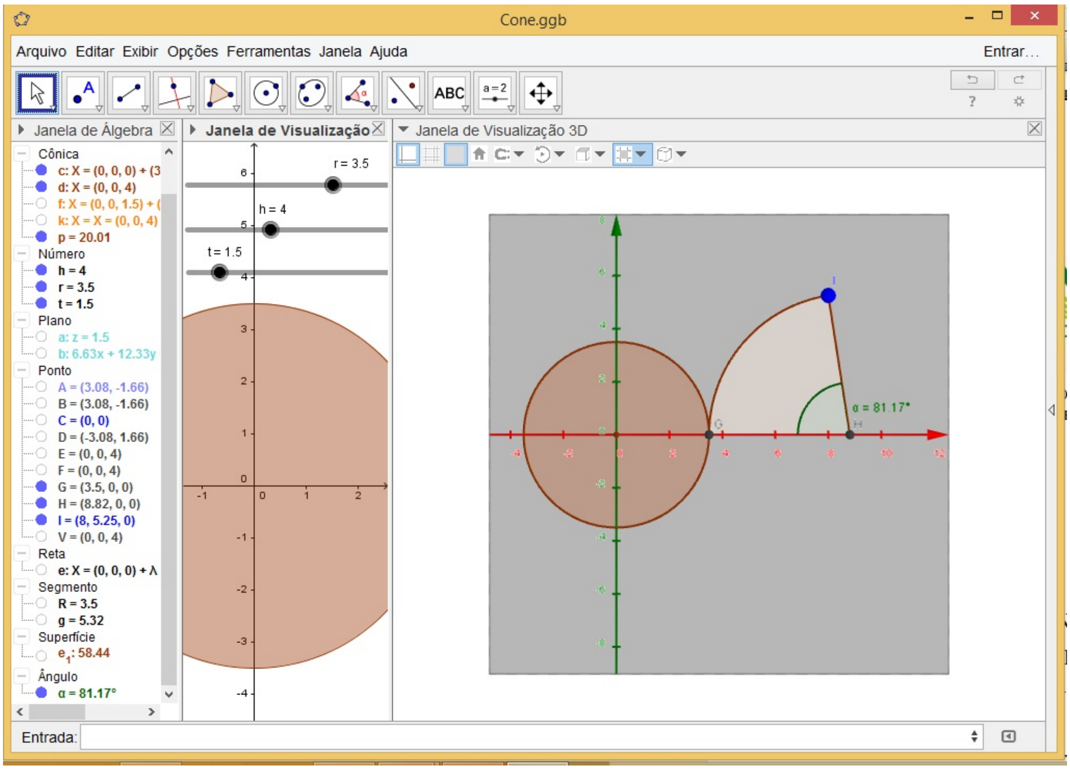
será fixo, utilizemos I para que o ângulo central seja definido no tamanho que precisamos.

20) Utilizando o comando `SetorCircular[H,G,I]` no campo *Entrada*, será criado o setor circular com centro H e extremidades G e I.

21) Agora, utilizando o comando `Ângulo[<Ponto>, <Vértice>,<Ponto>]`, substituindo `<Ponto>` por `G`, `<Vértice>` por `H` e `<Ponto>` por `I`, mediremos o ângulo formado pelo setor circular definido por estes três pontos.

A Figura 3.25 mostra como inicialmente estará disposto o setor circular.

Figura 3.25: Primeira definição do setor circular



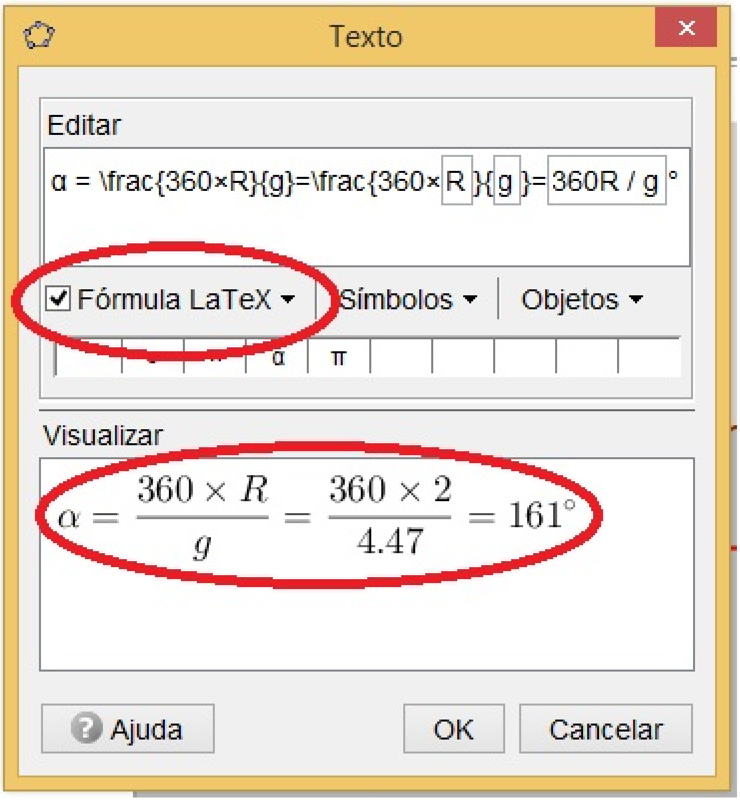
FONTE: Arquivo do autor

22) O que nos cabe agora é definir o *ângulo central* do setor circular que corresponde à superfície lateral do Cone. O professor até poderia fazer isso num quadro negro ou num processo de resolução onde os estudantes também o fariam no caderno. Mas temos a opção de fazê-lo no próprio *software*.

23) Lembremos que o *ângulo central* depende do raio da base, que, por sua vez, depende do *Controle Deslizante* r. Criaremos uma caixa de *Texto* com as seguintes informações:

*[i] Conforme Fig.3.26, marcamos a opção **Fórmula LaTeX**. Por ser uma linguagem específica para fórmulas matemáticas, conseguimos uma aparência melhor na caixa de Texto.*

Figura 3.26: Caixa de Texto para definição do ângulo central

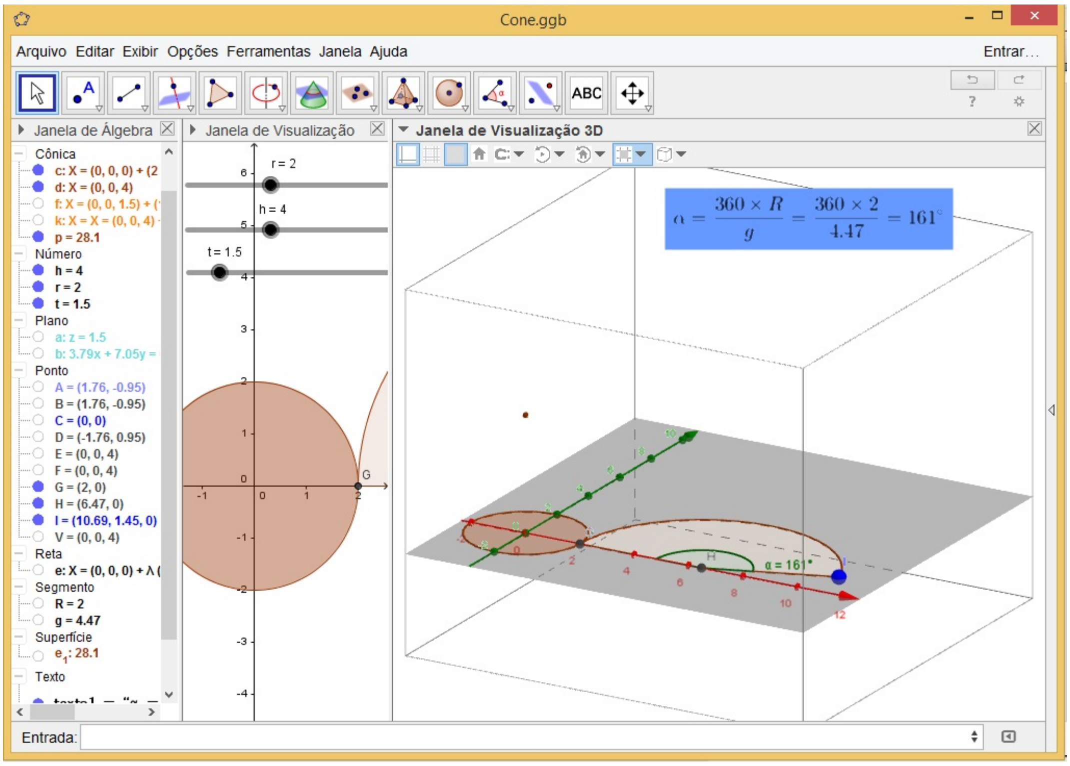


FONTE: Arquivo do autor

24) O próximo passo é ajustar o setor circular, arrastando o ponto I, de forma que fique com o ângulo central igual ao valor que estará aparecendo na caixa de *Texto*.

Faça as configurações que desejar na caixa de *Texto*. A interface do *software* será a da Figura 3.27.

Figura 3.27: Interface da planificação do Cone



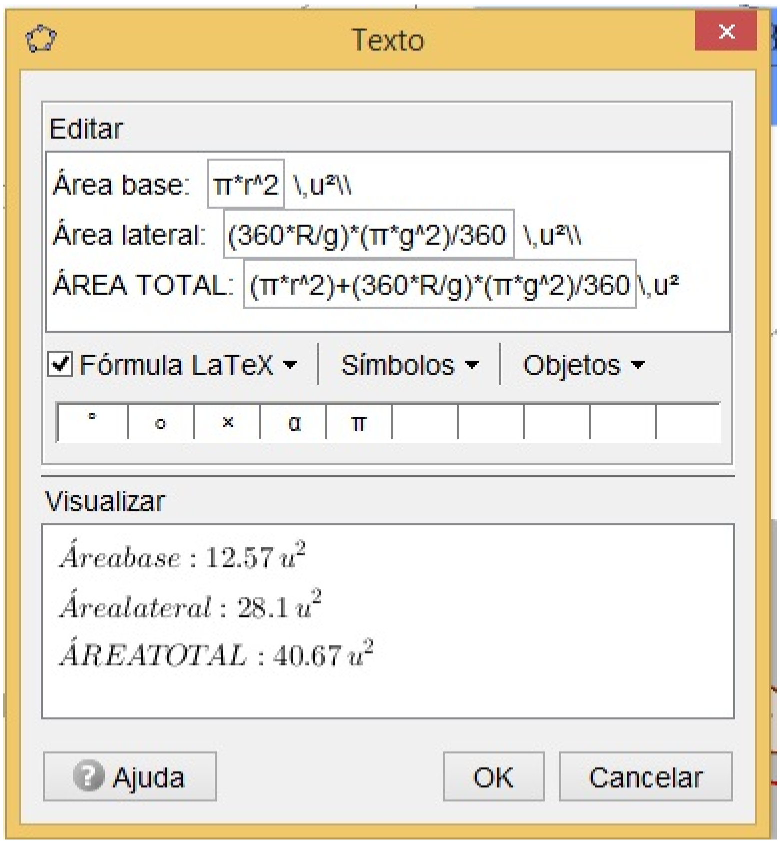
FONTE: Arquivo do autor

25) O último passo é explicitar os valores das áreas. O atalho disponível na *Barra de Ferramentas* calcula a área da base, mas a do setor circular não é feita automaticamente. Mesmo assim, podemos construir uma caixa de *Texto* que nos informe todos esses valores.

Lembre-se sempre de salvar seu arquivo

A Figura 3.28 dá as informações da caixa de *Texto*.

Figura 3.28: Caixa de Texto para definição de Áreas do Cone



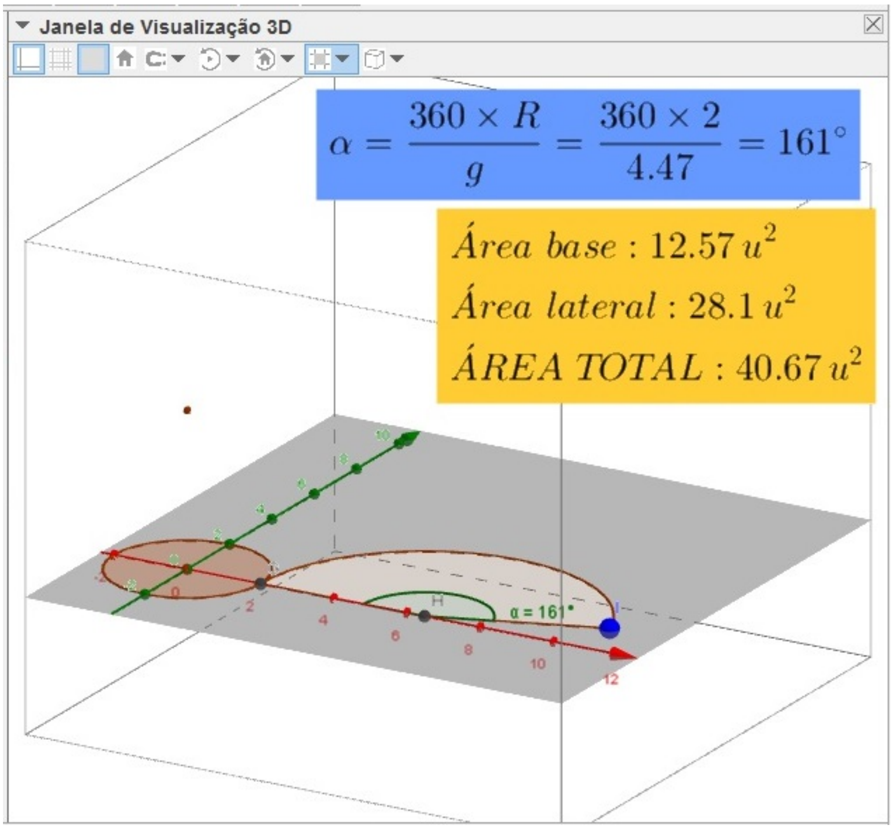
FONTE: Arquivo do autor

Concluída a criação da caixa de *Texto*, a interface do *software* será a contida na Figura 3.29.

26) Nosso próximo passo é a definição do **Volume** do Cone. Faremos como para o cilindro, utilizaremos o recurso *Volume* disponível na *Barra de Ferramentas*. Ao clicar sobre o Cone na *Janela de Visualização 3D* (já com sua superfície lateral habilitada a aparecer) ou na sua indicação na *Janela de Álgebra*, logo aparecerá a legenda com o valor correspondente. Caso queira fazer com o *Volume* como fez com a *Área*, crie uma caixa de

[i] Aproveite o momento para pedir aos estudantes para alterarem os Controles Deslizantes, verificarem as alterações no Cone e aproveitarem a dinamicidade do software.

Figura 3.29: Interface da *Janela de Visualização 3D* com a planificação



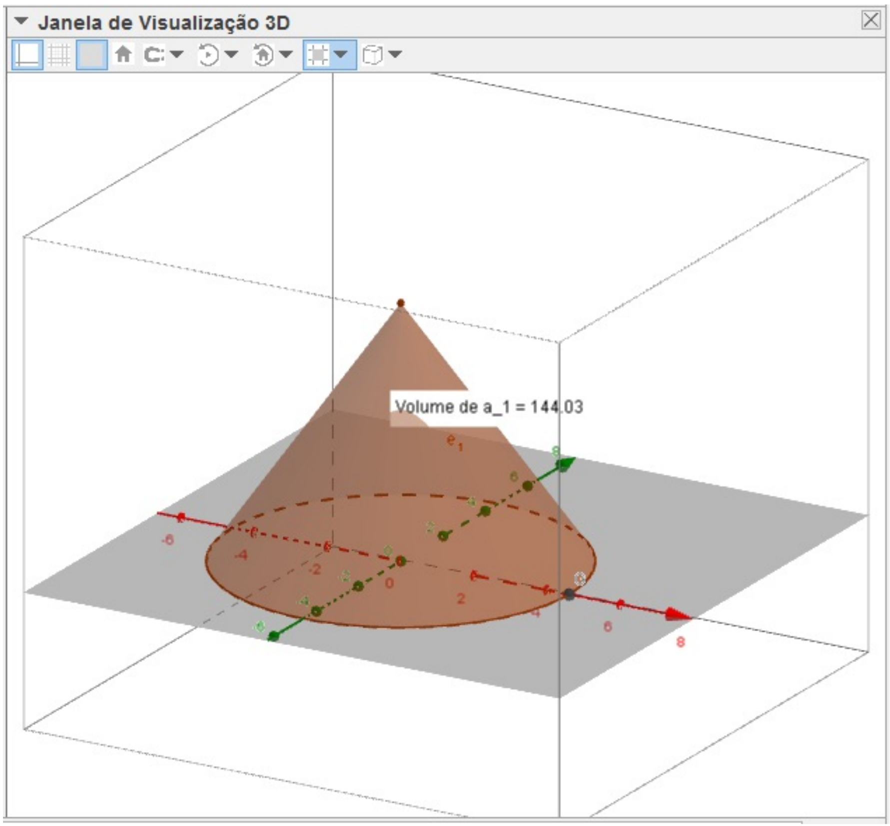
FONTE: Arquivo do autor

Texto para ele. A Figura 3.30 exemplifica a interface da *Janela de Visualização 3D*.

27) Nosso último passo é o estudo dos **Troncos de Cone**. Esse estudo cingir-se-á aos *troncos de cone reto* e, naturalmente, emerge como consequência do estudo das secções transversais feitas no Cone. Todavia, como o `GeoGebra` não tem recursos específicos para a construção de troncos de cone, utilizaremos o campo de visão disponibilizado na *Janela de Visualização 3D* para estudarmos esse conteúdo.

[i] Sempre tenha o hábito de alterar os valores dos Controles Deslizantes para que os estudantes vejam as alterações produzidas.

Figura 3.30: Definição do volume do Cone



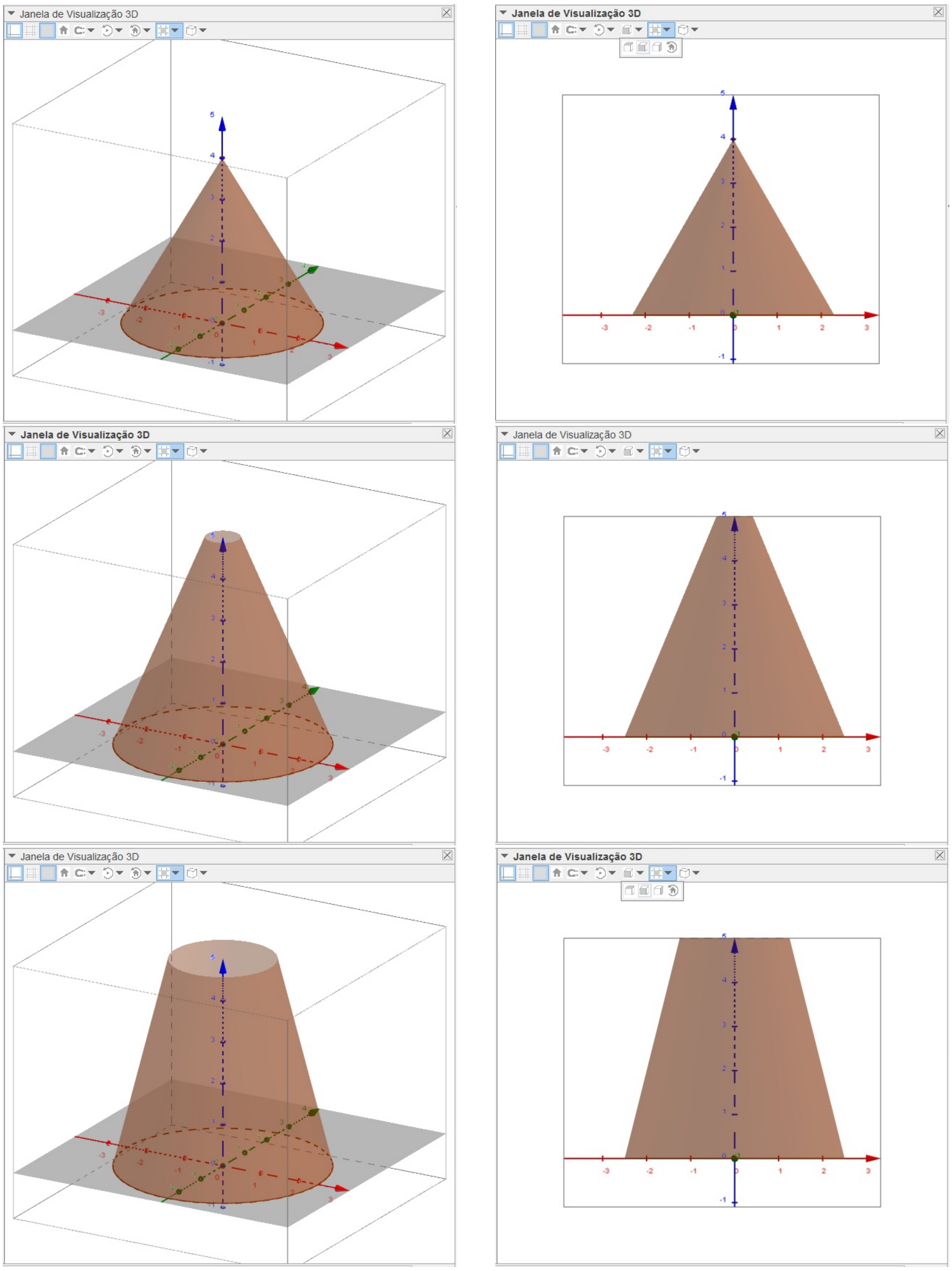
FONTE: Arquivo do autor

28) Antes, porém, é preciso que o professor explique aos estudantes que o espaço $\mathbb{R}^3$, apesar de infinito, é apresentado no *software* obviamente de forma fracionada, como se um bloco em forma de paralelepípedo fosse retirado do espaço. E é justamente os limites desse bloco no eixo Z que servirão para seccionar nosso Cone.

[i] Explique aos estudantes que, como a visualização está limitada no valor 5 do eixo Z, então é como se um plano paralelo a $x0y$ estivesse passando neste valor de Z.

29) Configure a *Janela de Visualização 3D* de modo que seu eixo Z apareça e fique limitado ao valor 5. A Figura 3.31 mostra, nas duas primeiras imagens, perspectivas dessa situação. Já nas outras quatro imagens, há as perspectivas de visualização que serão exploradas no item seguinte.

Figura 3.31: Perspectivas para $z = 5$ do Cone e do Tronco de Cone



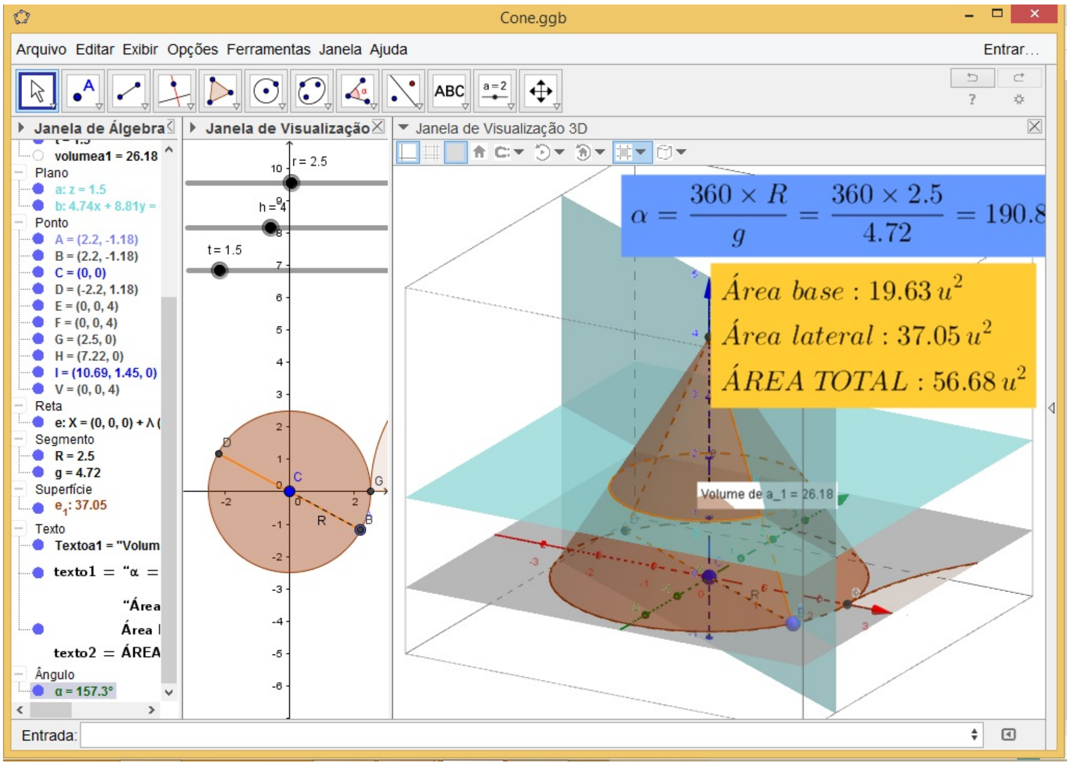
FONTE: Arquivo do autor

30) Devemos agora alterar a altura h do Cone, de forma que ela fique maior que 5. Para isso, basta alterarmos o valor do respectivo *Controle Deslizante*. As quatro últimas imagens da Figura 3.31 exploram possíveis visualizações dos Troncos de Cone que podemos criar.

A Figura 3.32 nos dá uma visão do conjunto de todas as construções utilizadas para estudar o Cone.

Salve seu arquivo.

Figura 3.32: Conjunto de construções utilizadas para estudar o Cone



FONTE: Arquivo do autor

Este é um ponto de parada da aula. O professor, neste momento, pode seguir diferentes itinerários. Antes, porém, recomenda-se o seguinte:

←-- Ponto de parada da aula.

a) Como no Cilindro, explique que o `GeoGebra` contém outras ferramentas para construção de Cones.

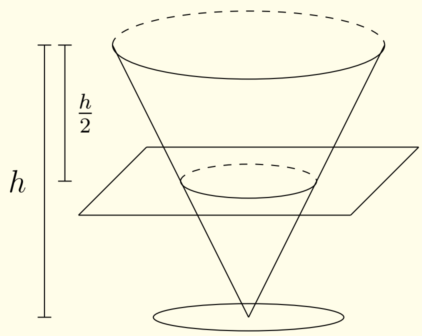
b) Novamente explique que o *software* não possui ferramentas facilitadas para a construção de Cones Oblíquos (Ver Arruda (2014)).

Sugere-se que o professor reserve um espaço de tempo para os estudantes utilizarem o `GeoGebra` à vontade.

Após este instante, o professor pode realizar uma revisão dos conteúdos.

Sugestão de contextualização do conteúdo:
Na sequência, outro problema é sugerido.

Suponha que você e um amigo estão bebendo refrigerante numa festa e resolvem medir quanto cada um é capaz de ingerir de uma taça que está cheia do líquido. A taça tem formato cônico e está apoiada em uma base circular, conforme figura ao lado. Se você beber primeiro o refrigerante, de forma que o restante atinja a metade da altura da taça, e seu amigo beber este restante, que percentual do líquido você bebeu e qual ficou para seu amigo?



Caminho para resolução:

Sabemos que $V_{cone} = \dfrac{A_{base} \times altura}{3}$.

Consideremos C_1 a taça cheia e C_2, depois de ter sido bebido o líguido.

Por semelhança de triângulos, sabemos que o raio das bases estarão na mesma razão que suas alturas. Logo:

Então: $V_{C_1} = \dfrac{\pi\, r^2 \;\times\; h}{3}$

Então: $V_{C_2} = \dfrac{\pi\, (r/2)^2 \;\times\; (h/2)}{3}$

Logo: $\dfrac{V_{C_2}}{V_{C_1}} = \dfrac{1}{8}$

Você bebeu $87,5\%$ e seu amigo $12,5\%$.

3.7 Formas de avaliação

Este item, mais uma vez, tem caráter sugestivo. Não só pela subjetividade que há no processo de avaliação, mas, sobretudo, pela sua complexidade.

Cada professor tem, no âmago da sua formação e da sua prática, as diretrizes que delineiam seu processo de avaliar. Além disso, muita coisa interfere durante o itinerário de avaliação, e um processo de encarrilamento dessas diretrizes se faz necessário frequentemente.

Entende-se, neste trabalho, que o momento de manuseio do *software* deve ser explorado ao máximo para avaliação dos estudantes. Contudo, durante as aulas em que o professor estiver conduzindo as construções (aulas que compõem essa atividade), deve-se evitar criar espaços de tempo destinados à criação dos objetos por parte dos estudantes.

Isso porque, dependendo daquilo que for pedido e diante do número de estudantes que estarão envolvidos na resolução, há uma tendência de que muito tempo tenha que ser dispendido para isso; principalmente se levarmos em consideração que cada estudante terá habilidades diferentes para essa tecnologia.

A sugestão é que seja instalado um esquema de Perguntas e Respostas do tipo "*E se fizermos isso ...?*", "*O que acontece quando isso ... fica menor que isso ...?*", "*O que há de semelhante entre isso ... e aquilo ...?*". As perguntas podem ser direcionadas individualmente, para duplas (caso assim estejam dispostos para uso do computador) ou para a sala inteira.

A forma de avaliar e os critérios já são outra história.

3.8 Atividades sequenciais

Em seguida, sugere-se que o professor faça a proposição de atividades que conectem desde o Momento 1 até este último. Esta atividade pode ocorrer em sala, no ambiente com computadores, ou ser executada em casa, com um grau de dificuldade maior e exigindo mais tempo para sua elaboração.

Outra sugestão é que essas atividades tenham caráter etnomatemático, de contextualização dos conteúdos estudados e busca de significados.

Uma possível proposta de atividade subsequente a esta sequência de sugestões contidas neste tópico leva em consideração o ambiente vivido pelo seu autor num Curso Técnico em Agropecuária. Esta atividade, contida no Anexo, aborda alguns importantes aspectos:

a) **Prática:** construção real de poliedros e corpos redondos;

b) **Contextualização:** envolvimento do conteúdo com situações reais encontradas no curso;

c) **Equipe:** incentivo ao trabalho colaborativo e coletivo;

d) **Liderança:** promoção do aspecto de liderança e respeito aos colegas investidos nessas funções;

e) **Regras:** prazos e procedimentos bem definidos a serem seguidos pelos grupos de trabalho.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sala de aula de Matemática em níveis de educação básica é campo propício para inúmeras pesquisas e intervenções, configurando-se como solo fértil para boas discussões e conclusões. Isso se deve à complexidade do processo formativo dessa disciplina escolar e às experiências que a educação brasileira vem colhendo nas últimas décadas.

A atividade do professor de Matemática deve apoiar-se em novos conceitos, tanto em aspectos teóricos quanto (principalmente) em questões metodológicas. Com base nessa necessidade, esta pesquisa se propôs a estruturar, a partir de uma consistente discussão teórica sobre as tendências atuais na Educação Matemática, um conceito alternativo para os meios de comunicação (mídias) nas salas de aula de Matemática.

Essa motivação inicial pôde ser respondida a partir do entrelaçamento metodológico de duas tendências de Educação Matemática, adequando-as à sala de aula de Geometria. Também, a promoção de estratégias contextualizadas de ensino foi buscada na interatividade de um projeto que contemplasse as duas tendências.

Anunciada logo no título deste trabalho, a interatividade sugerida não remete apenas à ideia de Tecnologia, congrega, também, o interrelacionamento que ela pode ter com as concepções educacionais da Etnomatemática, principalmente com aquelas que a aproximam da sala de aula e a veem como ferramenta para a valorização de conhecimentos discentes prévios. Não se trata, portanto, de apenas inserir tecnologias na sala de forma isolada, mas sim, associá-las àquilo que já existe e pôr em funcionamento num só projeto de ensino contextualizado.

Desta forma, coadunando Tecnologias e Etnomatemática, a partir de suas caracterizações metodológicas e suas aproximações conceituais, às necessidades da sala de aula, vivenciadas pelo autor da pesquisa, uma proposta de atividade foi desenvolvida para dar alternativas ao ensino de Geometria.

A atividade que foi proposta, desde o princípio, não exclui a sala de aula tal como acostumamos a conhecê-la; ao contrário, a inclui num processo dinâmico que dá a cada etapa do ensino-aprendizagem o seu devido valor.

Na atividade proposta, todos os ambientes da escola são valorizados: tanto a sala de aula, dotada de mídias convencionais, como os ambientes com computadores e suas mídias alternativas, além daqueles ambientes externos, particulares a cada estudante. Porém, a utilização de computadores delineia-se como o cerne da alternativa metodológica apresentada e tem, na utilização do *software* `GeoGebra`, sua principal ferramenta.

Todas as possibilidades de interação dessa ferramenta são sugeridas de forma prática, simples e de fácil visualização. Essa facilidade de manuseio e a inserção dos estudantes em ambientes com mídias alternativas para aprendizagem se mostram capazes de produzir resultados potencialmente melhores.

Portanto, considerou-se oportuno o objeto da pesquisa, não só diante da necessidade premente de se estruturar boas alternativas que influenciem positivamente na sala de aula de Matemática em cursos de nível médio, mas também pelos potenciais resultados advindos da sua aplicação.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L.; PINTO, M. M. F.; LUZ, C. R. da; RIBEIRO, A. R. Efemeridades dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de matemática com tecnologias. **Zetetiké**, Campinas, v. 16 n. 29, p. 7 – 40, jan/jun. 2008.

ARAÚJO, P. B. **Situações de aprendizagem:** a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra. 2010, 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

ARRUDA, P. C. B. **Estudo da versão 3D - Beta do GeoGebra, geometria espacial.** 2014. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, 2014.

AZEVEDO, J. A. de. Fundamentos filosóficos da pedagogia de Paulo Freire. **Akrópolis**, Umuarama, v. 18, n. 1, p. 37 – 47, jan./mar. 2010.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática - Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores.** In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 22, 1999, Santos. Biomatemática IX. Campinas: IMECC, 1999. v. 9. p. 9-22.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** - Matemática: terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BORBA, M. C. Informática trará mudanças na educação brasileira? **Zetetiké**, Campinas, v. 4, n. 6, p. 123 – 134, jul/dez. 1996.

COSTA, F. J. M. da. Etnomatemática: metodologia, ferramenta ou, simplesmente, etnorrevolução? **Zetetiké**, Campinas, v. 22, n. 42, p. 181 – 196, jul/dez. 2014.

COSTA, G. L. M.; FIORENTINI, D. Mudança da cultura docente em um contexto de trabalho colaborativo de introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação na prática escolar. **Bolema**, Rio Claro, v. 20, n. 27, p. 1-19, 2007.

CUNHA, A. N. da. Etnomatemática e transdisciplinaridade: resposta ao esfacelamento do conhecimento. In: SILVA, A. A. da; JESUS, E. A. de; SCANDIUZZI, P. P. (Org.). **Educação Etnomatemática:** concepções e trajetórias. Goiânia: Ed. PUC Goiás, 2010, p. 21 – 33.

DAVID, M. M. M. S. As possibilidades de inovação no ensino-aprendizagem da matemática elementar. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, v. 1, n. 1, p.56 – 66, jan./fev. 1995.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 112 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

EDITORA MODERNA. **Conexões com a matemática.** Editor responsável Fabio Martins de Leonardo. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013. 319 p.

FERREIRA, E. B.; SOARES, A. B.; LIMA, J. C. As Demonstrações no Ensino da Geometria: discussões sobre a formação de professores através do uso de novas tecnologias. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 185-208, 2009.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**. SBM: São Paulo, v. 4, n. 7, 1990.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. de. **Tendências em Educação Matemática:** Disciplina na modalidade à distância. 2. ed - Palhoça: UnisulVirtual, 2005. 87 p.

FONSECA, M. S. da. O discurso filosófico na tecitura da matemática escolar. **Zetetiké**, Campinas, v. 20, n. 37, p. 101-112, jan./jun. 2012.

FREDERICO, F. T.; GIANOTO, D. E. P. Ensino de ciências e matemática: utilização da informática e formação de professores. **Zetetiké**, Campinas, v. 22, n. 42, p. 63-88, jul./dez. 2014.

GOMES, T. de A.; RODRIGUES, C. K. A Evolução das Tendências da Educação Matemática e o Enfoque da História da Matemática no Ensino. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**. v. 4 n. 3, p. 57-67, set./dez. 2014.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. de. **Matemática: ciência e aplicações, 2: ensino médio**. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010. 320 p.

LÜBECK, M. Etnomatemática: pesquisa e educação na prática de ensino. In: SILVA, A. A. da; JESUS, E. A. de; SCANDIUZZI, P. P. (Org.). **Educação Etnomatemática:** concepções e trajetórias. Goiânia: Ed. PUC Goiás, 2010, p. $21 - 33$.

MARQUETI, C. **O uso de tecnologias digitais para a compreensão da construção de sólidos a partir de suas propriedades**. 2015, 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MENDES, I. A. **Matemática em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do tempo, 2006. 120 p.

MIGUEL, A. As potencialidade pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, jul./dez. 1997.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **CBC Matemática Ensinos Fundamental e Médio**. Belo Horizonte: SEE/MG, 2007. Disponível em $< http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema\_crv/banco\_objetos\_crv/\%7B4DA513B4-3453-4B47-A322-13CD37811A9C\%7D\_Matem\%C3\%A1tica\%20final.pdf >$. Acesso em: 3 de fevereiro de 2016.

MISKULIN, R. G. S. **Reflexões sobre as tendências atuais da educação matemática e da informática**. 1999. 32 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

________, R. G. S.; PEREZ, G.; SILVA, M. da R. C.; MONTREZOR, C. L.; SANTOS, C. R.; TOON, E.; LIBONI FILHO, P. A.; SANTANA, P. H. O. Identificação e análise das dimensões que permeiam a utilização das tecnologias da informação e comunicação nas aulas de matemática no contexto da formação de professores. **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 26, p. $103 - 123$, 2006.

MONTEIRO, A. Algumas reflexões sobre a perspectiva educacional da Etnomatemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 12, n. 22, p. 9-32, jul./dez. 2004.

MURARI, C. Experienciando materiais manipulativos para o ensino a aprendizagem de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 187 – 211, dez. 2011.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 – 231.

PENTEADO, M. G. Redes de Trabalhos: Expansão das Possibilidades da Informática na Educação Matemática da Escola Básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Org.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 283 – 295.

PEREIRA, G. H. A. **A Etnomatemática como valorização dos conhecimentos discentes:** contexto e significação na educação matemática. 2008. 60 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Alto São Francisco, Luz, 2008.

PINTO, N. B. Marcas históricas da Matemática moderna no Brasil. **Revista Diálogo Educacional**. Curitiba, v.5, n. 16, p. 25-38, set./dez. 2005.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspécto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, 196 p.

ROSA, M.; OREY, D. C. Tendências atuais da etnomatemática como um programa: ruma à ação pedagógica. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 121-136, jan./dez. 2005.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** 3. ed. rev. atual. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. 121 p.

SIQUEIRA. R. A. N. de. **Tendências da Educação Matemática na Formação de Professores**. Ponta Grossa: [s.n.], 2007. 50 p.

SKOSVMOSE, O. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. 160 p.

SOARES. D. A. **Educação Matemática Crítica:** contribuições para o debate teórico e seus reflexos nos trabalhos acadêmicos. São Paulo: PUC, 2008. 157 p.

SOARES, F. Os congressos de ensino de Matemática no Brasil nas décadas de 1950 e 1960 e as discussões sobre a Matemática Moderna. In: SEMINÁRIO PAULISTA DE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2005, São Paulo. **Diálogos Temáticos 5: História da Educação Matemática**. São Paulo: IME-USP, 2005. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/ sphem/documentos/sphem-tematicos-5.pdf>. Acesso em: 9 de março de 2016.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembra-sil/atividades.html>. Acesso em: 10 de agosto de 2015.

SOUZA, J. R. de. **Novo olhar matemática: 3**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. 320 p.

VALENTE, W. R. Quem somos nós, professores de matemática? **Caderno Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008.

ZORZAN, A. S. L. Ensino-aprendizagem: algumas tendências na educação Matemática. **R. Ciências Humanas**. Frederico Westphalen, v. 8, n. 10, p. 77-93, jun. 2007.

APÊNDICE

PROPOSTA DE ATIVIDADE EM GRUPO

Tema
Construção de Sólidos Geométricos

Justificativa
A presente proposta visa inserir, com a construção de materiais concretos, os estudantes do 2º ano do Curso Xxxxxxxxxxx numa atividade prática que utilizará conhecimentos adquiridos anteriormente no estudo de Sólidos Geométricos, dentro da Geometria Espacial. Justifica-se pela necessidade de se aprimorar a visão geométrica espacial (saindo da percepção bidimensional do quadro e do livro) e verificar, na prática, conclusões feitas algebricamente em sala de aula.

Objetivos
Geral: Construir Sólidos Geométricos utilizando conceitos já estudados em sala de aula.

Específicos:

- Propiciar a aplicação de conteúdos de sala de aula numa situação prática;
- Incentivar a aprendizagem com a discussão dos resultados obtidos dos materiais construídos;
- Incentivar o trabalho em grupo, a construção coletiva e a criatividade.
- Verificar volumes e áreas de cada sólido e comparar com resultados encontrados durante as atividades utilizando o `GeoGebra`.

Proposta
Propõe-se a **construção** de Sólidos Geométricos a partir de materiais de baixo custo (reutilizáveis talvez), tais como: plásticos, acrílicos, madeiras, ou outros que tenham firmeza suficiente para a não deformação dos objetos. Nenhum tipo de papel é permitido para a construção. Ademais, propõe-se a **apresentação** em sala dos Sólidos Geométricos construídos por cada grupo, com o relato do material utilizado e da lógica de construção.

O que deverá ser construído:

Grupo 1:

- **Poliedro Regular: OCTAEDRO**
  - Dimensões: *Aresta (entre 10 e 15 cm)*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume.*
- **Prisma Reto:**
  - Dimensões: *Base (Quadrado, com arestas 10 cm), Altura (25cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Pirâmide Oblíqua:**
  - Dimensões: *Base (Retângulo, com arestas 10 e 15 cm), Altura (20cm), Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cilindro Oblíquo:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 5 cm), Altura (20 cm). Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cone Reto:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 9 cm), Altura (15 cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Esfera:**
  - Dimensões: *Diâmetro mínimo (3cm). Caso o grupo apresente mais de uma esfera, as demais poderão ter diâmetros menores do que isso.*
  - Características: *Diante da dificuldade de se construir esse sólido de forma regular, ou seja, sem imperfeições, talvez seja conveniente que o grupo procure algum objeto industrializado que tenha essa forma. Há no mercado esferas ocas feitas de plásticos, possíveis de serem perfuradas e, portanto, enchidas para se verificar seu volume. Esferas de outros materiais também são permitidas, tais como: algum metal, borracha, isopor, acrílico etc. Diante dessa variabilidade de possibilidades, o grupo poderá apresentar mais de uma esfera. No entanto, caso os modelos sejam industrializados ou pré-fabricados, qualquer tipo de "enfeites" que estejam na superfície devem ser retirados para que tenhamos, de fato, uma esfera com superfície regular.*

Grupo 2:

- **Poliedro Regular: TETRAEDRO**
  - Dimensões: *Aresta (entre 10 e 15 cm)*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume.*
- **Prisma Oblíquo:**
  - Dimensões: *Base (Quadrado, com arestas 10 cm), Altura (25cm), Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Pirâmide Reta:**
  - Dimensões: *Base (Quadrado, com arestas 10 cm), Altura (30cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cilindro Reto:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 10 cm), Altura (5 cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cone Oblíquo:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 7 cm), Altura (24,8cm). Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Esfera:**
  - Dimensões: *Diâmetro mínimo (3cm). Caso o grupo apresente mais de uma esfera, as demais poderão ter diâmetros menores do que isso.*
  - Características: *Diante da dificuldade de se construir esse sólido de forma regular, ou seja, sem imperfeições, talvez seja conveniente que o grupo procure algum objeto industrializado que tenha essa forma. Há no mercado esferas ocas feitas de plásticos, possíveis de serem perfuradas e, portanto, enchidas para se verificar seu volume. Esferas de outros materiais também são permitidas, tais como: algum metal, borracha, isopor, acrílico etc. Diante dessa variabilidade de possibilidades, o grupo poderá apresentar mais de uma esfera. No entanto, caso os modelos sejam industrializados ou pré-fabricados, qualquer tipo de "enfeites" que estejam na superfície devem ser retirados para que tenhamos, de fato, uma esfera com superfície regular.*

Grupo 3:

- **Poliedro Regular: DODECAEDRO**
  - Dimensões: *Aresta (entre 8 e 15 cm)*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume.*
- **Prisma Oblíquo:**
  - Dimensões: *(Hexágono regular com aresta 10 cm), Altura (15 cm), Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Pirâmide Reta:**
  - Dimensões: *Base (Retângulo, com arestas 10 e 17,3 cm), Altura (30cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cilindro Reto:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 12 cm), Altura (13,3 cm). Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cone Oblíquo:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 9,8 cm), Altura (30 cm). Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Esfera:**
  - Dimensões: *Diâmetro mínimo (3cm). Caso o grupo apresente mais de uma esfera, as demais poderão ter diâmetros menores do que isso.*
  - Características: *Diante da dificuldade de se construir esse sólido de forma regular, ou seja, sem imperfeições, talvez seja conveniente que o grupo procure algum objeto industrializado que tenha essa forma. Há no mercado esferas ocas feitas de plásticos, possíveis de serem perfuradas e, portanto, enchidas para se verificar seu volume. Esferas de outros materiais também são permitidas, tais como: algum metal, borracha, isopor, acrílico etc. Diante dessa variabilidade de possibilidades, o grupo poderá apresentar mais de uma esfera. No entanto, caso os modelos sejam industrializados ou pré-fabricados, qualquer tipo de "enfeites" que estejam na superfície devem ser retirados para que tenhamos, de fato, uma esfera com superfície regular.*

Grupo 4:

- **Poliedro Regular: HEXAEDRO**
  - Dimensões: *Aresta (entre 10 e 15 cm)*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume.*
    - *Se possível, perfurar suas seis faces, de forma que as perfurações acompanhem os planos das faces, para permitir o estudo de retas paralelas, concorrentes e perpendiculares (peça mais orientações sobre esse item ao professor).*
- **Prisma Reto:**
  - Dimensões: *Base (Hexágono regular com aresta 10 cm), Altura (15 cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Pirâmide Oblíqua:**
  - Dimensões: *Base (triângulo equilátero, com aresta 20 cm), Altura (30cm). Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cilindro Oblíquo:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 8 cm), Altura (30 cm). Ângulo de inclinação (maior que 30° e menor que 90°).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Cone Reto:**
  - Dimensões: *Base (círculo com raio 12 cm), Altura (20 cm).*
  - Características: *Num dos vértices ou no meio de uma de suas faces, fazer um pequeno orifício para que ele possa ser enchido e, assim, calculado seu volume. Vedar o sólido bem, para que seja possível calcular seu volume.*
- **Esfera:**
  - Dimensões: *Diâmetro mínimo (3cm). Caso o grupo apresente mais de uma esfera, as demais poderão ter diâmetros menores do que isso.*
  - Características: *Diante da dificuldade de se construir esse sólido de forma regular, ou seja, sem imperfeições, talvez seja conveniente que o grupo procure algum objeto industrializado que tenha essa forma. Há no mercado esferas ocas feitas de plásticos, possíveis de serem perfuradas e, portanto, enchidas para se verificar seu volume. Esferas de outros materiais também são permitidas, tais*

> *como: algum metal, borracha, isopor, acrílico etc. Diante dessa variabilidade de possibilidades, o grupo poderá apresentar mais de uma esfera. No entanto, caso os modelos sejam industrializados ou pré-fabricados, qualquer tipo de "enfeites" que estejam na superfície devem ser retirados para que tenhamos, de fato, uma esfera com superfície regular.*

*A **apresentação oral** deve contemplar:* presença de todos os estudantes do grupo, com funções de apresentação bem definidas. Deve ser desenvolvida no limite máximo de tempo (25 minutos) para não atrasar outros grupos. Durante a *apresentação oral*, os estudantes devem, ao apresentar os sólidos construídos, fazer referências para objetos do seu dia a dia (seja pessoal, familiar ou mesmo do contexto profissional do curso).

*Os **sólidos geométricos construídos** devem conter:* a lógica de construção apresentada acima, com as dimensões e características determinadas, sendo de liberdade de cada grupo a utilização de outros materiais que incrementem e melhorem os sólidos geométricos (por exemplo: tintas, adesivos, entre outros).

Cada grupo poderá (e deverá) procurar o professor para orientação durante a fase de construção dos *sólidos geométricos*.

É recomendável que se evite improvisos, colagens ou junções mal feitas ou mesmo mal planejadas.

Durante a confecção dos *sólidos geométricos*, o grupo deve evitar a utilização de ferramentas ou máquinas perigosas. Recomenda-se que, havendo necessidade de utilizá-las, um profissional deverá ser consultado e dele solicitados os serviços necessários.

Avaliação

A atividade terá o valor de XX pontos, que comporão a nota do XX bimestre do ano letivo de XXXX.

Os *Sólidos Geométricos construídos* valerão XX pontos e levarão em consideração a qualidade e a funcionalidade. Eles deverão ser levados para sala e apresentados aos outros estudantes na *apresentação oral*. No material construído, a nota será única para todos os participantes, a menos que declaradamente algum estudante não tenha participado, parcial ou totalmente, da elaboração da atividade.

Na *apresentação oral*, cada participante do grupo receberá sua nota. Todos os estudantes do grupo devem chegar no horário marcado para a *apresentação oral*, com vestimentas adequadas ao uniforme da instituição. Além disso, o grupo poderá utilizar-se de projetor multimídia. No entanto, recomenda-se que o notebook para conexão seja trazido.

Observação: Aqui o professor deve verificar: (i) o conhecimento adquirido pelo estudante; (ii) se os grupos foram capazes de comparar os resultados encontrados; (iii) se cada estudante do grupo compreendeu a razão de se calcular o volume e áreas de alguns poliedros e, por fim, (iv) se isso tudo pode colaborar com a formação dos estudantes.

Dia de entrega do material e apresentação da atividade: **XX de Xxxxx de XXXX**.