



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MARCELO JOSÉ DE SOUZA MELO

**DA MATEMÁTICA BÁSICA E FINANCEIRA À EDUCAÇÃO
FINANCEIRA: Trabalhando a Economia Doméstica no Ensino
Médio para o Controle do Orçamento Familiar**

PALMAS - TO
2016

MARCELO JOSÉ DE SOUZA MELO

**DA MATEMÁTICA BÁSICA E FINANCEIRA À EDUCAÇÃO
FINANCEIRA: Trabalhando a Economia Doméstica no Ensino
Médio para o Controle do Orçamento Familiar**

Dissertação apresentada ao programa de
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional - PROFMAT da Universidade
Federal do Tocantins como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre - Área
de Concentração: Matemática.
Orientador: Prof. Msc. Gilmar Pires Novaes.

PALMAS - TO
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

M528d Melo, Marcelo José de Souza.
 DA MATEMÁTICA BÁSICA E FINANCEIRA À EDUCAÇÃO
FINANCEIRA: : Trabalhando a economia doméstica no ensino médio
para o controle do orçamento familiar . / Marcelo José de Souza Melo.
– Palmas, TO, 2016.

88 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do
Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Pós-
Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2016.

Orientador: Gilmar Pires Novaes

1. Matemática Financeira. 2. Matemática Básica. 3. Orçamento
Familiar. 4. Economia Doméstica. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de
qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde
que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime
estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica
da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

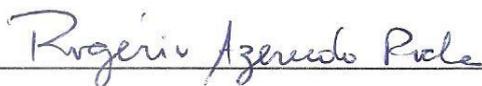
MARCELO JOSÉ DE SOUZA

DA MATEMÁTICA BÁSICA E FINANCEIRA À EDUCAÇÃO FINANCEIRA:
Trabalhando a Economia Doméstica no Ensino Médio para o Controle do Orçamento
Familiar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins como requisito parcial para obtenção do título de Mestre – Área de Concentração: Matemática. Orientador: Prof. Me. Gilmar Pires Novaes.

Aprovada em 19 / 02 / 2016

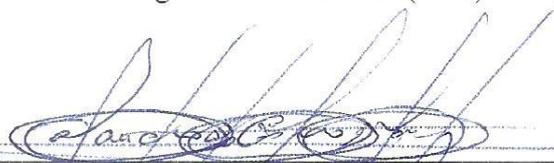
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Rogério Azevedo Rocha (UFT)



Prof. Dra. Helga Midori Iwamoto (UFT)



Prof. Dr. Cláudio De Castro Monteiro (IFTO)

*À minha adorável mãe Senhorinha Gonçalves de Souza. Ao meu guerreiro e querido pai Domingos José de Souza (in memoriam). À minha amada esposa Karine Moreira Melo Souza e ao meu filho Heitor Moreira Melo.
A toda a minha família.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por ter me dado sabedoria e inteligência para conseguir realizar esse sonho. O Senhor é minha fortaleza e o meu refúgio.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) pela coordenação deste importante programa de mestrado.

À Universidade Federal do Tocantins (UFT) por ter disponibilizado essa oportunidade de aprendizado, crescimento intelectual e profissional.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Ao meu orientador Professor Gilmar Pires Novaes pela paciência e profissionalismo.

À minha mãe Senhorinha e ao meu pai Domingos (*in memoriam*) pela a educação, carinho e amor durante toda a minha criação.

À minha amada esposa Karine e o ao meu filho Heitor por vir a acrescentar muita alegria na minha vida.

Aos meus irmãos Vanúbio, Vaneide, Cláudia e Márcia por, apesar de estarem longe, sempre terem feito parte da minha vida.

“O coração do homem planeja o seu caminho, mas o Senhor lhe dirige os passos”. “O sábio de coração será chamado prudente, e a doçura dos lábios aumentará o ensino”. “O entendimento para aqueles que o possuem é uma fonte de vida, mas a instrução dos tolos é a sua estultícia”. “O coração do sábio instrui a sua boca, e aumenta o ensino dos seus lábios.” .

(Provérbios 16:09 e 16:21-23)

RESUMO

O pensamento idealizado no presente trabalho pretende fazer com que os alunos do Ensino Médio tenham uma visão mais ampla das finanças da sua família, bem como aprender a economizar, investir e gastar o dinheiro com sabedoria e consciência. Para tanto, exploramos os assuntos em que a Matemática Financeira tem certa influência, abordamos temas como a funcionalidade dos eletrodomésticos, financiamentos, cobrança de impostos, interpretação das contas de água e de luz, dentre outros. Tratamos, assim, não só a conscientização dos alunos, mas a exploração da ideia de ampliar e valorizar o conhecimento da Matemática Financeira e da matemática básica na construção da educação financeira em prol da economia orçamentária doméstica. Procuramos despertar nos alunos a curiosidade em assuntos aos quais eles não atribuíam relevância, além de discutir assuntos do dia a dia e dicas de como devemos economizar nas contas de água, energia, combustível, nas compras de supermercado, etc., ampliando a discussão para o âmbito familiar, mostrando os resultados e importância dessa economia para a vida financeira e social de qualquer cidadão brasileiro. Aproximamos os alunos do mercado financeiro preparando-os para enfrentar as dificuldades e problemas do mundo moderno, gerando afinidade com os cálculos, desde os mais simples aos mais complexos, tratando o dinheiro como algo precioso e de suma importância na vida da família.

Palavras-chave: Matemática Financeira. Orçamento Familiar. Conscientização e Economia Doméstica.

ABSTRACT

The idealized thought in this research have been in intending to make the high school students obtain a broader view of the finances of their family as well as learn how to save, how to invest and how to spend money with wisely and conscientiously. To this, we explored the issues that the Financial Mathematics has some influence, we addressed topics such as home appliance functionality, financing, tax collection, interpretation of water bills and light bills, among others topics. We have been dealing with the issues not just focusing only in the awareness of the students but exploring the idea of extending and enhancing the knowledge of Financial Mathematics and basic math in the building of financial education for domestic budgetary savings. We tried awoke in the students the curiosity in some issues which they have not attributed any relevance and also discussed some topics of day-to-day life and tips of how we must save on water bills, energy bills, fuel, the grocery shopping, and so on, we expanded the discussion to the family environment, showing the results and significance of this economy to the financial and social life of any Brazilian citizen. We approximated the high students to the financial market preparing them to face some difficulties and problems of the modern world, generating affinity calculations, from the simplest to the most complex, treating the money as something precious and very important in family life.

Keywords: Financial Mathematics. Family budget. Awareness and Home Economics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Empréstimos Bancários	40
Figura 2 – Demonstrativo Mensal de Serviço de Água e Esgoto - TO	53
Figura 3 – Exemplo de Conta de Energia	56
Figura 4 – Dados informativos de uma Máquina de Lavar	64
Figura 5 – Dados informativos de uma geladeira	65
Figura 6 – Dados informativos de um ferro elétrico	66
Figura 7 – Preço dos combustíveis	72
Figura 8 – Boleto bancário	74
Figura 9 – Gastos do Orçamento da Família	80
Figura 10 – Economia Efetiva da Família	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Taxas mensais analisadas	28
Tabela 2 – Taxas mensais da empresa	30
Tabela 3 – Impostos Brasileiros	48
Tabela 4 – Perfil dos alunos envolvidos no trabalho	50
Tabela 5 – Histórico do Salário Mínimo	52
Tabela 6 – Alíquota Imposto de Renda	52
Tabela 7 – Estrutura Tarifária - Residencial	54
Tabela 8 – Energisa - Empresa de Energia-TO	57
Tabela 9 – Números de Eletrodomésticos nas residencias	59
Tabela 10 – Consumo de energia dos televisores, ligados 4 horas por dia (tarifa usada: R\$ 0,46 kWh)	63
Tabela 11 – Consumo de energia elétrica de alguns aparelhos domésticos	67
Tabela 12 – Alimentos de uma cesta básica média	69
Tabela 13 – Sistema de Amortização Constante (SAC)	76
Tabela 14 – Sistema de Amortização Francês (SAF ou tabela Price)	77
Tabela 15 – Principais despesas mensais da Família (Classe Média Baixa)	79
Tabela 16 – Resultado da economia doméstica Familiar	81

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	UM BREVE HISTÓRICO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	16
2.1	Surgimento dos bancos	17
2.2	Importância da economia doméstica: equilíbrio do orçamento familiar	18
3	ALGUNS CONCEITOS BÁSICOS	21
3.1	Porcentagem	21
3.2	Razão	21
3.3	Proporção	22
3.4	Capital	22
3.5	Juros	23
3.6	Montante	23
3.7	Acréscimo	23
3.8	Lucro	24
3.9	Prejuízo	24
3.10	Inflação	25
3.11	Taxa de Juros	25
3.12	Taxas proporcionais	25
3.13	Taxas equivalentes	26
3.14	Taxa nominal	27
3.15	Taxa efetiva	27
3.16	Taxa acumulada de juros com taxas variáveis	28
3.17	Taxa real	28
3.18	Taxa Aparente	29
3.19	Taxa over equivalente	29
3.20	Taxa média de juros	30
3.21	Receita	31
3.22	Juros simples	31
3.23	Juros compostos	33
3.24	Título	35
3.25	Crédito	36
3.26	Desconto	36
3.26.1	Desconto racional	36

3.26.2	Desconto comercial ou bancário	37
4	DESENVOLVIMENTO TÉORICO	39
4.1	Proposta Curricular do Ensino Médio: Referencial Curricular do Estado do Tocantins	45
4.2	Impostos no Brasil	47
5	APLICAÇÃO, METODOLOGIA DO TRABALHO	50
5.1	Salário Mínimo e seus tributos	51
5.2	Economia da água	53
5.2.1	Entendendo o consumo e utilização da água	53
5.3	Economia de Energia	55
5.3.1	Lâmpadas	57
5.3.2	Carregador de celular	58
5.3.3	Economia de energia dos eletrodomésticos	59
5.3.3.1	Ar condicionado	59
5.3.3.2	Televisores	61
5.3.3.2.1	Televisores de tubo	61
5.3.3.2.2	TVs populares de LCD	62
5.3.3.2.3	TV de plasma	62
5.3.3.2.4	TVs de LED LCD	62
5.3.3.3	Máquina de lavar roupas	63
5.3.3.4	Geladeira	64
5.3.3.5	Chuveiro elétrico	65
5.3.3.6	Ferro de passar roupas	66
5.4	Economia no Supermercado	68
5.5	Economia na compra de roupas e calçados	70
5.6	Economia de combustível	71
5.7	Economia de telefone e internet	73
5.8	Entendendo o pagamento de boletos	74
5.9	Aluguel ou a casa própria?	75
6	RESULTADOS	79
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	83
	REFERÊNCIAS	86

1 INTRODUÇÃO

A economia no orçamento familiar vem se tornando cada vez mais necessária, devido a diversos fatores tais como: a crise financeira, a instabilidade no emprego, os altos custos com saúde, educação, lazer, dentre outros. O descontrole nas finanças faz o número de inadimplentes e pessoas endividadas aumentarem no País, o que afeta principalmente a qualidade de vida do consumidor, conforme dados publicados pelo portal de notícias da GLOBO (2015), segundo os quais o Brasil ficou em 75 lugar no ranking dos melhores IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), ficando atrás de países como a Venezuela.

É evidente que o controle do orçamento familiar muito contribui para a qualidade de vida de uma família. No entanto, essa tarefa não pode ser atribuída apenas ao mantenedor do lar. Esse trabalho deve ser ampliado a todos os integrantes da família. A escola cumpre com um papel importante no auxílio desse processo, pois, de acordo com os PCN's (1996),

“[...] cada escola pode desenvolver projetos envolvendo outras questões consideradas de relevância para a comunidade. Temas relacionados à educação do consumidor, por exemplo, são contextos privilegiados para o desenvolvimento de conteúdos relativos à medida, porcentagem, sistema monetário, e, desse modo, podem merecer especial atenção no planejamento de Matemática”.

Por esse motivo, a Matemática (mais precisamente nesse contexto, a Matemática Financeira) pode ajudar os jovens que estão concluindo o Ensino Médio a lidar com problemas financeiros e auxiliá-los por meio dos cálculos e conscientização da importância de economizar e controlar as finanças.

Segundo os PCN's (1996), “A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos”. Os alunos podem vivenciar na prática da Matemática Financeira a própria educação financeira.

Uma parcela das escolas estaduais do Tocantins já trabalha no Ensino Médio a educação financeira nas escolas, um programa do Ministério da Educação e Cultura (MEC), em conjunto com o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF, 2013), em que são abordadas situações-problema que os próprios alunos vivenciam no seu dia a dia. As aulas são ministradas por professores de todas as áreas, gerando, em alguns docentes, dificuldades em relacionar a teoria, que envolve cálculos, com a prática.

O estudo da Matemática Financeira pode trazer uma nova perspectiva no combate aos gastos desenfreios e da falta de planejamento financeiro das famílias. O aluno do Ensino Médio sempre trás consigo dificuldades com fórmulas e cálculos matemáticos, mas, a abordagem do estudo financeiro associado à economia doméstica por meio de cálculos mais simples, tais como conhecer a taxa cobrada em um boleto ou por bancos, cálculos

de juros por atraso de alguma dívida, cálculos de juros de empréstimos, dentre outros, facilita o entendimento e desperta no aluno a curiosidade e a vontade de aprender.

Com base no ora exposto, este trabalho tem como objetivo geral não só conscientizar os alunos, mas trabalhar a Matemática básica e a Matemática Financeira no processo de exploração, orientação e do entendimento da economia orçamentária doméstica, ajudando os alunos a economizar de maneira consciente priorizando a qualidade de vida;

Para tanto, estabelecemos os seguintes objetivos específicos deste trabalho:

- conscientização dos alunos em relação à educação financeira;
- tratamento da matemática “financeira”, de modo a instigar a curiosidade dos alunos em relação aos gastos com água, energia, supermercado, combustíveis, alugueis, etc.;
- atenção à importância da Matemática e sua aplicabilidade no cotidiano, para ajudar a entender as despesas da família, ensinando como fazer os cálculos de consumo dos aparelhos eletrodomésticos, boletos e financiamentos;
- interação da Escola com as Famílias em prol de uma educação financeira saudável.

Este trabalho foi elaborado em forma de pesquisa exploratória com aplicação prática e está dividido em cinco capítulos, conforme descrevemos, sucintamente, a seguir.

No Capítulo 1, apresentamos um pouco da história da Matemática Financeira, o surgimento dos bancos e alguns conceitos de termos inerentes ao estudo desse ramo da Matemática, além de citar alguns exemplos de sua aplicação.

No Capítulo 2, abordamos alguns conceitos básicos de termos e fórmulas da Matemática Financeira, para auxiliar o aluno a compreender melhor os cálculos usados neste trabalho.

No Capítulo 3, relatamos algumas situações e dados estatísticos que abordam situações de superendividamento nas famílias, pensamentos e opiniões sobre o estudo da Matemática Financeira de autores renomados, além de explicar sobre os tipos de impostos cobrados pelo governo.

No Capítulo 4, discorremos sobre a aplicação e o estudo da economia orçamentária familiar, detalhando os principais gastos da família brasileira, o consumo dos aparelhos domésticos, os cálculos para economizar nos combustíveis, planilhas de financiamento e dicas para ajudar a reduzir os gastos.

No Capítulo 5, apresentamos e analisamos os resultados obtidos com esse trabalho. Usamos como referência o orçamento familiar de uma das famílias dos alunos envolvidos, onde destacamos os itens através de gráficos e tabelas que mais se gasta e desperdiça

dinheiro, bem como os que mais sofreram redução durante todo o período de elaboração desse trabalho.

Em resumo, pois, pretendemos trabalhar o conteúdo da Matemática Financeira de forma prática e interativa fazendo os alunos sentirem-se mais à vontade para aplicar, nas situações do dia a dia, os conhecimentos adquiridos e usá-los para ajudar a sua própria família a economizar e a gastar com consciência.

2 UM BREVE HISTÓRICO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira surgiu antes mesmo da criação do dinheiro e já configurava um grande impulso na vida humana. De acordo com Silva (2015a), “ao longo dos anos, com o grande crescimento da produtividade comercial no Renascimento, começaram a aparecer muitos textos populares de aritmética, e outras centenas desses livros foram publicadas na Europa antes do século XVII. Essas obras eram de dois tipos: um, escrito em latim por intelectuais de formação clássica, muitas vezes ligados a escolas da igreja; o outro, escrito por professores práticos interessados em preparar jovens para as profissões nas áreas comerciais e financeiras”.

De acordo com Sidnei (2009), “a mais antiga e rara aritmética impressa é a anônima conhecida hoje como Aritmética de Treviso, publicada em 1478 na cidade de Treviso”. Foi o primeiro livro de Matemática a ser publicado no mundo ocidental, tendo, em suas aplicações, a prática de escambo (troca de mercadorias sem fazer uso de moeda), ou seja, a forma de organização econômica da época. De acordo com Schimiguel e Júnior (2011), “uma civilização antiga, os sumérios, mesmo 3000 a.C. já utilizavam a Matemática Financeira, e os primeiros traços de uma operação que saíssem da matemática básica e fossem para a área financeira foi a prática da aplicação de juros utilizada por eles, em que o escambo era a sistema econômico, os juros eram ligados à colheita de forma incisiva”. O conceito de juros é bastante antigo, tendo sido amplamente divulgado e utilizado ao longo da História. Esse conceito surgiu naturalmente quando o homem percebeu uma estreita relação que poderia existir entre o dinheiro e o tempo. Um exemplo desse tipo de prática ocorria quando as pessoas pegavam empréstimos para ajudar a plantar uma safra e o pagamento aconteceria na safra seguinte, já com a aplicação dos acréscimos.

Segundo Ferreira (2014), “com o passar dos anos, ficou cada vez mais difícil a prática do escambo, pois surgiam muitos transtornos e divergências de valores das mercadorias a serem trocadas; então, criou-se a primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica, o chamado ‘boi’”. O estudo aponta que a palavra latina pecúnia quer dizer “fortuna, moeda, dinheiro”: provém, com efeito, de pecus, que significa “gado, rebanho”. Assim, o sentido de pecúnia correspondia ao “ter em bois”. Já nas ilhas do Pacífico, as mercadorias poderiam ser comercializadas em colares de pérolas ou até mesmo em conchas. Após algum tempo, começou-se por trocar animais por faixas de tecido ou objetos, em que o tecido era a moeda de troca; a unidade era o palmo da fita. Mas, com o tempo, tais métodos começaram a apresentar sérias dificuldades de aplicação. Assim, à medida que o trabalho comercial se desenvolvia, os metais entraram em cena, os quais desempe-

nharam um papel cada vez mais importante nas transações comerciais, vindo a tornar-se, no fim das contas, a “moeda de troca” preferida dos comerciantes, pois resistiam ao tempo e seu valor era expresso em peso ou de acordo com a dificuldade de ser encontrado na natureza.

Schimiguel e Júnior (2011) afirmam que “no decorrer da história, mudamos toda nossa economia e nosso sistema monetário, e junto a essas mudanças, mais pensamentos e fórmulas foram surgindo e a Matemática Financeira foi tomando e englobando um papel importante na sociedade, justamente para resolver os novos problemas que foram surgindo com o início da vida econômico mundial”.

De acordo com Azevedo (2013) "a Matemática Financeira é parte da matemática aplicada e fundamental nas negociações bancárias e comerciais, sendo de grande importância sua aprendizagem pelos estudantes".

Segundo Sobrinho (2000), definimos, hoje, a Matemática Financeira como sendo um conjunto de técnicas e aplicações de fórmulas matemáticas, com o objetivo de resolver situações financeiras envolvendo o dinheiro relacionado com determinado tempo. Em qualquer operação financeira, existem dois termos essenciais: o dinheiro e o tempo. O objetivo do estudo da Matemática Financeira é, pois, analisar como os recursos financeiros se modificam ao longo do tempo. Seria basicamente a área que se dedica exclusivamente ao cálculo financeiro.

Na sociedade em que vivemos é praticamente impossível viver sem utilizar serviços bancários. Seja em contas de água, luz, telefone, cartões de crédito e até mesmo pequenos empréstimos e financiamentos utilizamos conceitos de matemática financeira. (SPINASSE, 2013)

Assim, vivemos numa sociedade dependente do mundo financeiro, e nada mais prático e conveniente que aprendamos, desde adolescentes, a lidar com esse universo.

2.1 Surgimento dos bancos

A Matemática Financeira precisou de uma “invenção” que se tornou o que conhecemos hoje como bancos, que surgiram num momento de grande desenvolvimento comercial, fazendo uma reviravolta no mundo financeiro. Passa-se a comercializar também ouro e prata, e os países desenvolvem sua própria moeda. Essas moedas eram de circulação local, com o que surge o problema nas relações comerciais, já que as diferenças de moedas entre países vizinhos eram gritantes. Logo, começou a ação dos “cambistas” para intermediar a troca entre essas diferentes economias. Mas, segundo Sidnei (2009), “foi no século XVII que os bancos se firmaram com o surgimento do papel-moeda, que era o dinheiro usado pelo Banco de Estocolmo”. De acordo com Comitê Nacional de Educação Financeira CONEF (2013), “os bancos são regulados pelo Banco Central de cada país, que tem a função de emitir dinheiro, regular os bancos comerciais e industriais, capturar recursos financeiros

ros, além de ser o único a emitir moeda de acordo com a demanda pública”. Os bancos são instituições financeiras que podem ser públicas ou privadas que fornecem serviços financeiros à sociedade. De acordo Braga (2014), “os bancos conseguem lucros por meio dos juros e das taxas cobradas pelas transações efetuadas, beneficiando-se do aumento da atividade econômica, crescimento das carteiras de crédito, recolhendo mais tarifas e taxas sobre os reais que circulam sobre seus domínios, e embolsam fortunas com a venda de ações de companhias que abriram capitais e participaram da bolsa de valores.”

Os bancos nos tempos atuais passaram por momentos difíceis, alavancados pela crise que se alastrou pelo mundo e os banqueiros que são figuras importantíssimas nessa história, sofreram na pele as consequências dela.

os banqueiros nunca lucraram tanto com o fim da União Soviética e nunca lucraram tanto com a década de ouro até que em 2008 ocorre mais uma grande crise mundial e explode uma bolha imobiliária que afeta o mundo desenvolvido e países pobres, os emergentes mantem seu crescimento, mas sofrem também tal crise coloca em cheque várias políticas de proteção por todo mundo, ainda estamos na espera para ver se o sistema financeiro recupera a sua força.

(FERREIRA, 2014)

Hoje, fazemos cálculos para causas e situações surpreendentes, como os cálculos feitos nas agências de câmbio ou nas transações financeiras entre empresas. É importante ressaltar que essa complexidade da economia moderna, não é de agora, pois as questões que motivaram o surgimento desses problemas estão no passado. Até mesmo a balança comercial é movida pela valorização, ou desvalorização de bens e serviços e isso é uma característica que já estava presente em civilizações antigas.

2.2 Importância da economia doméstica: equilíbrio do orçamento familiar

De acordo com Monteiro (1998), “economizar dinheiro não significa que temos que sacrificar nosso conforto ou algo que gostamos de fazer; o importante na economia doméstica é saber gastar o dinheiro, sem desperdício, sem ficarmos endividados e manter nossa qualidade de vida”. Monteiro (1998) afirma, ainda, que “ao poupar, estamos garantindo nosso futuro, alcançando os nossos objetivos, tornando-nos independentes, ficando com saldo de crédito no mercado, sobrando dinheiro para as emergências ou imprevistos, podendo ajudar as pessoas que amamos e, finalmente, garantindo uma boa aposentadoria”.

Todo o processo de economizar dinheiro requer da família muita insistência e disciplina, pois somos impulsionados a comprar sem realizar uma autorreflexão. Será que eu preciso? Posso esperar para comprar depois? É minha prioridade no momento? Enfim,

essas perguntas nos ajudam a compreender melhor nossas necessidades para não cairmos nas armadilhas do consumo desenfreado.

Temos que nos preocupar em poupar para nossa velhice, como nos alerta Sandrine (2011):

não é prudente confiar seu futuro ao governo. Ainda que a economia brasileira viva um bom momento e não aconteça uma reforma da previdência desde 2003, é natural que os gastos com aposentadorias e pensões sejam dramaticamente reduzidos nas próximas décadas para que o sistema de seguridade social não quebre com o envelhecimento da população. [...] Caberá, portanto, ao próprio indivíduo acumular os recursos que lhe garantirão uma velhice tranquila.

Sabemos que os grandes sonhos do brasileiro são: ter sua casa própria, dar uma boa educação para seus filhos, ter condições para cuidar da saúde da família. Mas esses sonhos só poderão ser possíveis se todos aprenderem que uma vida financeira saudável começa com bons hábitos e exemplos saudáveis no controle dos gastos da nossa própria casa. Veja uma dica para quem quer começar a poupar:

Todos nós possuímos gastos extras, seja para um hobby, um vício como o tabaco ou o café. A lei dos 100% por 100% representa uma poupança de valor igual, ou seja, é uma forma de poupar dinheiro com os seus gastos, cuja vantagem está em: quanto mais gastar, mais irá poupar. Por exemplo, se gastar 0,50 no seu café, coloque igual importância de parte; se beber 30 cafés por mês no valor de 0,50, terá poupado também 15. Para melhor realizar a poupança da lei dos 100% por 100%, compre um mealheiro e poupe o montante igual aos seus gastos. (CORDAS, 2012)

O CONEF (2013), programa do Governo Federal, mostra, em seus livros de educação financeira nas escolas, que, no ano de 2008, quando a crise começou, afetou diretamente as famílias brasileiras, pois o pivô desta foi a inadimplência das famílias no ramo imobiliário, conhecido pelos americanos como “hipotecas Subprime”, fazendo os bancos elevarem os juros por causa da inflação e deixarem de conceder novos empréstimos, além de várias empresas financeiras pararem de emprestar dinheiro e reduzirem as ofertas de novos créditos. Portanto, o mais importante é cortar os desperdícios, poupar e garantir que toda família esteja engajada no projeto, para que esse esforço seja retornado em dinheiro no final do mês, garantindo um futuro com menos dor de cabeça.

De acordo com Cabral (2014),

As compras mais conscientes, os investimentos apropriados e o bom aproveitamento do crédito melhoram a qualidade de vida. A partir dessas ações a situação financeira familiar progride e gera um efeito em cadeia de cesso à educação, à saúde e a moradia. A estabilidade e o progresso financeiro melhoram a produtividade das pessoas por estarem mais satisfeitas. Todos esses aspectos conduzem ao crescimento e ao desenvolvimento do país.

Lima (2016) aponta algumas dicas para quem já está endividado e queira sair do vermelho: “Cortar as gorduras”, como comer fora, passeios, viagens e salão de beleza (essas coisas podem ser reduzidas pela metade); ‘diminuir as porções’, renegociar empréstimos bancários; envolver toda a família na economia doméstica; livre-se de todo excesso que não seja prioridade no momento, por exemplo, trocar o carro por um modelo mais popular; abandonar os velhos hábitos, comprar por impulso, usar muito o cartão de crédito, dentre outros; experimente novas opções para ganhar dinheiro nas horas vagas, a exemplo das vendas autônomas ou abrir pequenos negócios em casa. Desse modo, muitas famílias que estão em situações financeiras comprometidas podem utilizar o conhecimento repassado pela escola, nos estudos da Matemática Financeira, como nova arma para ajudar na luta contra o endividamento.

De acordo com Campos (2014), temos que dar um destino à nossa receita ou renda líquida que advém do nosso trabalho organizando um bom orçamento doméstico para utilizar os valores de maneira adequada, pois imprevistos acontecem todos os dias e se tudo der certo e algo sobrar, devemos investir essa diferença em algo que nos dê retorno. Afinal, é importante não só poupar dinheiro; temos que aprender a multiplicá-lo também.

A Economia Doméstica lida com conhecimentos científicos teóricos-práticos que se relacionam ao que se concebe como esfera reprodutiva, aquela esfera onde se dá a reprodução social dos seres humanos, por meio da socialização, cuidados com higiene, saúde, habitação, alimentação.(OLIVEIRA, 2006)

A Economia Doméstica acompanhava o cotidiano familiar, no que diz respeito às necessidades de alimentação, habitação, higiene e saúde, sendo assim fundamental aprender a economizar nessas áreas de consumo e aproveitar ao máximo toda a renda da família. De acordo com Oliveira (2006), "A preocupação com a família, a solução racional de seus problemas e a preocupação com a educação do indivíduo para uma vida melhor constituem o objetivo da Economia Doméstica".

Muitos brasileiros estudam sobre a economia doméstica e, segundo Henrique (2015), "a participação da família é de alta importância, pois só assim se consegue diminuir gastos desnecessários e evitar desperdícios". Nesse projeto de economizar para investir, se toda a família não estiver engajada no processo, a probabilidade de não alcançar os objetos será muito maior.

3 ALGUNS CONCEITOS BÁSICOS

A compreensão dos problemas que os alunos enfrentam no seu cotidiano requer o conhecimento de alguns conceitos básicos da Matemática Financeira, além de cálculos matemáticos, que a maioria dos jovens do Ensino Médio já estudaram durante a sua vida e que precisam ser revisados e aprimorados para um melhor entendimento da proposta deste trabalho.

Tivemos a contribuição de alguns autores tais como Veras (2009), Morgado (2006), Mathias e Gomes (2010) e Silva (2010), nos quais baseamos os conceitos e as definições a seguir.

3.1 Porcentagem

O termo porcentagem (ou porcentage) vem do latim *per centum*, que significa “por cento”, ou seja, divisão por 100 (simbolizado por %). São frações cujos denominadores são centesimais, ou seja, se x é um número real não negativo, temos $x\% = \frac{x}{100}$. Assim, quando se diz que, dos 80 milhões de habitantes adultos de um país, 20% são analfabetos, isso significa que os não alfabetizados representam uma fração igual a $\frac{20}{100}$ do total de habitantes adultos, o que corresponde a 16 milhões de habitantes, pois

$$20\% \text{ de } 80 \text{ milhões} = 0,20 \times 80 \text{ milhões} = 16 \text{ milhões de habitantes.}$$

3.2 Razão

Razão é o quociente da divisão de dois números (possivelmente grandezas), o segundo dos quais diferente de zero.

Assim, dados dois números “ a ” e “ b ” ($b \neq 0$)¹, denominamos **razão** de “ a ” e “ b ” o número real r tal que $\frac{a}{b} = r$.

O conceito de razão é, em geral, muito usado em cálculos de escala, velocidade média, densidade, dentre outras. Entretanto, para os nossos propósitos, o usaremos bastante para cálculos básicos de porcentagem.

¹ Toda vez em que nos referirmos a uma razão, admitiremos, tacitamente, que os denominadores são não nulos.

3.3 Proporção

Proporção é a comparação de duas razões, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, em que “ a ” e “ d ” são os extremos e “ c ” e “ b ” são os meios.

Propriedades

i) **O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Exemplo.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4.$$

ii) **Uma proporção não se altera, caso se permutem os seus meios ou os seus extremos, um pelo outro.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Nesse caso, toda vez em que trocarmos os valores, obteremos uma nova proporção, equivalente à anterior.

iii) **Em uma proporção, a soma (resp. diferença) dos antecedentes está para a soma (resp. diferença) dos consequentes, assim como cada antecedente está para seu consequente.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = k \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} = h,$$

em que k e h são razões proporcionais às razões dadas.

Exemplo.

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{2+6}{3+9} = \frac{8}{12} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{6-2}{9-3} = \frac{4}{6}.$$

3.4 Capital

Capital (ou **Valor Presente**) é o valor em dinheiro de certa quantia que provém do início de uma transação ou aplicação financeira.

Pode ser o dinheiro investido em uma atividade comercial, o valor financiado de um bem, ou de um empréstimo tomado.

Pode ser denotado por várias siglas, de acordo com as suas correspondentes nomenclaturas: P (Principal); C (Capital); VP (Valor Presente); PV (Present Value); C_0 (Capital Inicial).

3.5 Juros

Juros são o rendimento que se obtém quando se empresta dinheiro por um tempo.

Os juros são para o credor uma compensação pelo fato de ele não utilizar o dinheiro emprestado nesse período. Também quem faz um empréstimo em dinheiro geralmente terá que pagar um valor pela utilização desse dinheiro ou pelo fato de ter parcelado a totalidade do valor do bem. A esse valor também se dá o nome de juros.

Podemos, pois, entender o conceito de juros de duas maneiras:

i) do ponto de vista de quem paga: despesa, prejuízo;

ii) do ponto de vista de quem recebe: receita, ganho.

Os juros são denotados por “*J*”.

3.6 Montante

Montante (ou **Valor Futuro**, também conhecido como **Valor Acumulado**) é a soma do valor presente com o juro produzido em certo tempo.

Matematicamente:

$$M = C + J \text{ ou } FV = C + J,$$

considerando-se *M* ou *FV* a representação de Montante ou Future Value, respectivamente.

Ou seja, o montante é calculado ao final das operações financeiras.

O montante pode ser denotado por várias siglas, de acordo com as suas correspondentes nomenclaturas: *S* (Saldo); *FV* (Future Value); *VF* (Valor Futuro).

3.7 Acréscimo

Um **acréscimo** ocorre quando é necessário atualizar preços de bens ou de serviços e calcular preços de venda com base nos preços de custo das mercadorias, de modo a garantir ao comerciante certa taxa de lucro.

Considerando

P = preço de venda;

i = taxa,

temos

$$\text{Acréscimo} = \frac{(P \cdot i)}{1 + i}.$$

Exemplo. Um feirante vendeu toda a mercadoria dele por R\$1.827,38, e teve um acréscimo de 6% sobre o custo. Qual é o valor desse acréscimo, em reais?

Resolução:

$$\text{Acréscimo} = \frac{(1827,38 \cdot 0,06)}{1 + 0,06} \Rightarrow \text{Acréscimo} \approx \text{R}\$103,44.$$

3.8 Lucro

Lucro pode ser considerado tudo o que foi ganho a partir de uma negociação financeira, ou seja, todo o rendimento adquirido após um trabalho ou benefícios que a vida e a experiência profissional nos trazem.

Exemplo. Por quanto devo vender uma mercadoria que custa R\$282,22, para obter um lucro (rentabilidade) de 8%?

Resolução:

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço de custo vezes } (1 + \% \text{ lucro}).$$

$$\text{Portanto, o preço de venda é de } 282,22 \cdot (1,08) \approx \text{R}\$304,8.$$

3.9 Prejuízo

Prejuízo pode ser considerado o oposto do lucro.

Prejuízo ocorre quando se ganha menos do que (quer dizer, perde-se o que) foi investido em uma negociação financeira, gasta mais do que arrecada ou, segundo o dicionário Aurélio, prejuízo significa dano ou perda.

Considerando

$$P = \text{preço de venda};$$

$$i = \text{taxa},$$

temos

$$\text{Prejuízo} = \frac{P}{1 - i} - P.$$

Exemplo. Uma geladeira foi vendida por R\$3.629,18 com o prejuízo de 4% sobre o preço de custo. Qual o valor do prejuízo?

Resolução:

$$\text{Prejuízo} = \frac{3629,18}{1 - 0,04} - 3629,18 \Rightarrow \text{Prejuízo} \approx \text{R}\$151,21.$$

3.10 Inflação

Inflação é o aumento continuado e generalizado dos preços dos bens e/ou serviços.

A inflação surgiu em 1838, quando a população teve uma noção do que ela era: ela significa o aumento dos preços e a consequente diminuição do poder de aquisição de uma moeda, o que acontece de forma persistente.

3.11 Taxa de Juros

Taxa de juros (ou simplesmente **taxa**) é a razão entre acréscimos recebidos (ou pagos) no fim de um período.

A taxa está sempre relacionada com o tempo, de modo que pode ser expressa em dia (*a.d*), mês (*a.m*), trimestre (*a.t*), semestre (*a.s*) ou ano (*a.a*).

A taxa é uma exigência do governo tanto a uma pessoa física como jurídica. Essas taxas são cobradas pelo uso de serviço oferecido pelo governo. A taxa é um tributo pago em favor de uma empresa que presta o serviço. Esse pagamento é, de certo modo, obrigatório, porque, sem ele, o serviço não é efetuado.

A taxa pode ser representada pela razão $\frac{J}{C}$. O cálculo dessa taxa é responsável pela observação da rentabilidade de uma operação financeira, sendo importante para um investimento.

A taxa é denotada por “*i*” (do inglês: interest).

Representações:

Taxa percentual: 2%, 7%, 25%, ...

Taxa decimal ou unitária: 0,02; 0,07; 0,25, ...

Há vários tipos de taxas: Proporcionais; Equivalentes, Nominal, Efetiva, Acumulada, Real, Aparente, Over, Média.

3.12 Taxas proporcionais

Taxas proporcionais são taxas de juros em unidades de tempo diferentes que, ao serem utilizadas a um mesmo principal durante um mesmo intervalo, produzem um mesmo valor futuro acumulado no final daquele período, no regime de juros simples.

Exemplos.

a) A taxa de juros de 14% *a.a* é proporcional a 7% *a.s*.

b) A taxa de juros de 2% *a.m* é proporcional a 24% *a.a*.

3.13 Taxas equivalentes

O conceito de **taxas equivalentes** está diretamente relacionado ao regime de juros compostos.

A diferença entre taxas equivalentes e proporcionais se refere ao regime de juros considerado: as taxas proporcionais são usadas em juros simples, enquanto que as taxas equivalentes, em juros compostos.

Segundo MORGADO (2006), podemos usar a seguinte fórmula que relaciona essas taxas de juros:

$$1 + I = (1 + i)^n,$$

em que

“ I ” denota a taxa de juros equivalentes;

“ i ” a taxa de juros dada;

“ n ” o período de tempo.

Exemplo. Obtenha a taxa anual de juros equivalente a 8% *a.m.*

Resolução:

A taxa anual de juros equivalente à taxa dada é “ I ” tal que

$$1 + I = (1 + 0,08)^{12}.$$

Portanto, $I \approx 1,52$, ou seja, $I \approx 152\%$ *a.a.*

Temos também outra opção:

$$i_{eq} = \left\{ \left[(1 + i_c)^{\frac{QQ}{QT}} \right] - 1 \right\} \cdot 100,$$

em que

QQ = Quanto eu Quero;

QT = Quanto eu Tenho;

i_{eq} = Taxa Equivalente;

i_c = Taxa Conhecida.

Exemplo. Obtenha a taxa mensal de juros equivalente a 10% *a.a.*

Resolução:

$$i_{eq} = \left\{ \left[(1 + 0,1)^{\frac{1}{12}} \right] - 1 \right\} \cdot 100 \approx 0,8\% \text{ a.m.}$$

3.14 Taxa nominal

Taxa nominal é a taxa de juros em que a unidade de tempo não coincide com o intervalo dos períodos de capitalização.

A taxa nominal é sempre fornecida na unidade de tempo ano, e os períodos de capitalização podem ser quaisquer outros.

Exemplos.

- a) 11% *a.a.*, capitalizados diariamente.
- b) 6% *a.a.*, capitalizados mensalmente.
- c) 15% *a.a.*, capitalizados trimestralmente.
- d) 4% *a.a.*, capitalizados semestralmente.

A taxa nominal, mesmo sendo bastante utilizada no mercado, não representa uma taxa efetiva e, por isso, não deve ser usada nos cálculos financeiros, principalmente no regime de juros compostos.

3.15 Taxa efetiva

Taxa efetiva é a taxa de juros em que a unidade de tempo coincide com a dos períodos de capitalização.

Exemplos.

- a) 12% *a.m.*, capitalizados mensalmente.
- b) 13% *a.t.*, capitalizados trimestralmente.
- c) 60% *a.s.*, capitalizados semestralmente.
- d) 20% *a.a.*, capitalizados anualmente.

A taxa efetiva é muito usada em calculadoras financeiras e nas planilhas eletrônicas.

3.16 Taxa acumulada de juros com taxas variáveis

A **taxa acumulada de juros (com taxas variáveis)** é normalmente utilizada em atualização de aluguéis, saldo devedor de um financiamento e em contratos em geral, podendo ser positiva ou negativa.

Essa taxa também é usada para mudanças da taxa original (correção) por meio da seguinte fórmula:

$$i_{ac} = [(1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n) - 1] \cdot 100.$$

Exemplo. Calcule a taxa acumulada no período indicado na seguinte tabela de uma empresa de cosméticos.

Tabela 1 – Taxas mensais analisadas

Período	Taxa no Momento
JANEIRO/2013	0,22%
FEVEREIRO/2013	1,2%
MARÇO/2013	0,43%
ABRIL/2013	1,6%

FONTE: Próprio autor

Resolução:

$$i_{ac} = [(1 + 0,0022) \cdot (1 + 0,012) \cdot (1 + 0,0043) \cdot (1 + 0,016) - 1] \cdot 100 \approx 3,49\%$$

3.17 Taxa real

A **Taxa real** é a apuração de ganho ou perda em relação à inflação ou de um custo de vantagens (em verdade, significa dizer que a taxa real é um ganho verdadeiro das transações financeiras.)

Considere uma aplicação financeira que rendeu 10% em um determinado período, cuja inflação foi de 8%. É correto afirmar que o ganho real dessa aplicação não foi de 10%, pois o rendimento correspondente teve uma queda de 8% no mesmo período de tempo. Desse modo, temos que calcular a taxa real embutida nesses juros.

Para calcular tal taxa, podemos usar a fórmula do verdadeiro ganho financeiro:

$$i_r = \frac{1 + i_{ef}}{1 + i_{inf}} - 1,$$

em que

i_r é a taxa real;

i_{ef} é a taxa efetiva;

i_{inf} é a taxa de inflação no período.

Exemplo. Uma aplicação, durante o ano de 2002, rendeu 9,5%. Se a taxa de inflação desse período foi de 5,8% *a.a.*, qual seria a taxa real de juros?

Resolução:

$$i_r = \frac{1 + 0,095}{1 + 0,058} - 1 \approx 0,035,$$

ou seja,

$$i_r \approx 3,5\%$$

3.18 Taxa Aparente

A **Taxa aparente** é a taxa que se obtém numa operação financeira sem se considerar os efeitos da inflação.

Caso a inflação seja zero, essa taxa é igual à taxa real.

3.19 Taxa over equivalente

Taxa over equivalente é uma taxa usada pelo mercado financeiro que determina o que foi rendido por dia útil, sendo o cálculo normalmente multiplicado por 30 (dias do mês financeiro).

Nas empresas, essa taxa é usada para escolher a melhor oportunidade de investimento.

Essa prática ganhou maior importância no início dos anos 90. Várias aplicações são efetuadas usando a taxa over. As mais comuns são aquelas de Comprovantes de Depósitos Interbancários (CDI's).

Essa taxa pode ser calculada do seguinte modo:

$$TOE = \left\{ \left[\left(1 + i_c \right)^{\frac{QQ}{QT}} \right]^{\frac{1}{ndu}} - 1 \right\} \cdot 3000,$$

em que

TOE = taxa over equivalente;

i_c = taxa de juros conhecida;

QQ = n° de dias efetivos da operação;

QT = n° de dias referentes à taxa conhecida (i_c);

$ndu = n^\circ$ de dias úteis no período da operação;

3000 = resultado da multiplicação de 30 dias por 100 (porcentagem).

Exemplo. O gerente financeiro de uma empresa analisou a taxa de juros de dois bancos. O Banco A lhe ofereceu uma taxa de 28% *a.a* para uma aplicação de 63 dias, considerando-se 43 dias úteis, enquanto o Banco B lhe ofereceu uma taxa de 26% *a.a*, para 32 dias, considerando 19 dias úteis. Qual é a melhor aplicação?

Resolução:

Para o Banco A, temos

$$TOE = \left\{ \left[(1 + 0,28)^{\frac{63}{360}} \right]^{\frac{1}{43}} - 1 \right\} \cdot 3000 \Rightarrow TOE \approx 3,01\% \text{ a.a.}$$

Para o Banco B, temos

$$TOE = \left\{ \left[(1 + 0,26)^{\frac{32}{360}} \right]^{\frac{1}{19}} - 1 \right\} \cdot 3000 \Rightarrow TOE \approx 3,24\% \text{ a.a.}$$

Portanto, a melhor aplicação é aquela oferecida pelo Banco A.

3.20 Taxa média de juros

A **taxa média de juros** tem como base teórica o conceito estatístico de média geométrica. Assim, do ponto de vista da Matemática, podemos calcular a taxa média extraindo a raiz n -ésima de um conjunto n de taxas, usando essa quantidade de taxas da operação.

Essa taxa pode ser calculada do seguinte modo:

$$i_m = [(1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)]^{\frac{1}{n}} - 1,$$

em que n = número de taxas analisadas.

Exemplo. Calcule a taxa média de juros no período indicado na seguinte tabela de uma empresa de produtos industrializados.

Tabela 2 – Taxas mensais da empresa

Período	Taxa no Momento
JANEIRO/2012	0,12%
FEVEREIRO/2012	3,2%
MARÇO/2012	0,13%
ABRIL/2012	1,8%

FONTE: Próprio autor

Resolução:

$$i_m = [(1 + 0,0012) \cdot (1 + 0,032) \cdot (1 + 0,0013) \cdot (1 + 0,018)]^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 1,3\%$$

3.21 Receita

Receita é todo o recurso que provém da venda de mercadoria, da venda de serviços em geral e do atendimento ao público.

Mas nem toda receita é oriunda do comércio. Podemos mencionar, por exemplo, os aluguéis de imóveis, os rendimentos de uma aplicação financeira, etc.

Receita pode ser entendida como a entrada monetária em um patrimônio ou empresa, que ocorre, em geral, sob a forma de títulos ou dinheiro que representam os direitos do consumidor.

3.22 Juros simples

Os juros são considerados **juros simples** quando a taxa de juros é calculada sempre em cima do valor presente.

Considerando o valor do capital “ C ”, aplicado a juros simples à taxa “ i ”, durante “ n ” períodos de tempo, é possível deduzir a seguinte fórmula para o cálculo de juros simples após esses “ n ” períodos de investimento:

$$\text{Juros após um período: } J_1 = C \cdot i;$$

$$\text{Juros após dois períodos: } J_2 = C \cdot i + C \cdot i = 2 \cdot (C \cdot i);$$

$$\text{Juros após três períodos: } J_3 = C \cdot i + C \cdot i + C \cdot i = 3 \cdot (C \cdot i);$$

⋮

$$\text{Juros após “}n\text{” períodos: } J_n = C \cdot i + C \cdot i + \dots + C \cdot i = n \cdot (C \cdot i).$$

Logo, podemos expressar a fórmula de juros simples por

$$J = C \cdot i \cdot n,$$

e, conseqüentemente, o montante M por

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n).$$

Exemplo 1. Um capital de R\$2.000,00 é aplicado durante um mês, à taxa de 1,1% *a.m.* Qual foi o juro nesse período?

Resolução:

$$J = ?$$

$$n = 1 \text{ mês};$$

$$i = 1,1\% \text{ a.m.};$$

$$C = \text{R}\$2.000,00.$$

Logo,

$$J = 2000 \cdot 1,1\% = 2000 \cdot 0,011 \Rightarrow J = \text{R}\$22,00.$$

Portanto, o juro é igual a R\$22,00.

Exemplo 2. Sabendo que os juros de R\$12.000,00 foram obtidos com a aplicação de R\$15.000,00 à taxa de 6% *a.t.*, calcule o período dessa operação.

Resolução:

$$n = ?$$

$$J = \text{R}\$12000,00;$$

$$i = 6\% \text{ a.t.};$$

$$C = \text{R}\$15.000,00.$$

Logo,

$$12000 = 15000 \cdot 0,06 \cdot n$$

$$n = \frac{12000}{15000 \cdot 0,06} \Rightarrow n \approx 13,33 \text{ trimestres.}$$

Exemplo 3. Um capital de R\$25.000,00, aplicado durante 8 meses, rendeu juros de R\$3.000,00. Calcule a taxa correspondente.

Resolução:

$$i = ?$$

$$C = \text{R}\$25.000,00;$$

$$j = \text{R}\$3.000,00;$$

$$n = 8 \text{ meses.}$$

Logo,

$$3000 = 25000 \cdot i \cdot 8 \Rightarrow i = \frac{3000}{25000 \cdot 8} = 1,5\% \text{ a.m.}$$

Exemplo 4. Qual o capital que, à taxa de 1,5% *a.m.*, rende juros de R\$27.000,00, em 3 anos?

Resolução:

$$C = ?$$

$$J = \text{R}\$27.000,00;$$

$$n = 3 \text{ anos (ou 36 meses);}$$

$$i = 1,5\% \text{ a.m.}$$

$$27000 = C \cdot 0,015 \cdot 36 \Rightarrow C = \frac{27000}{0,015 \cdot 36} = \frac{27000}{0,54} \Rightarrow C = \text{R}\$50.000,00.$$

3.23 Juros compostos

O sistema de **juros compostos** consiste em calcular os juros sobre os novos saldos devedores que forem surgindo mês a mês. Em outras palavras: “juros sobre juros”. Assim, o que seria o valor futuro relativo a um determinado período torna-se valor presente no período seguinte.

O regime de capitalização composta é usado nas situações seguintes, dentre outras:

- i) correção da poupança da pessoa física ou jurídica;
- ii) financiamentos habitacionais e de automóveis;
- iii) empréstimos bancários.

Considerando um capital C , uma taxa de juros i , e calculando o montante M obtido a juros compostos, após n período(s) de tempo, temos:

$$\text{após o 1 período: } M_1 = C + C \cdot i = C \cdot (1 + i)^1;$$

$$\text{após o 2 período: } M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2;$$

$$\text{após o 3 período: } M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^3,$$

e assim por diante, de modo que, após o n -ésimo período, obtemos

$$M_n = C \cdot (1 + i)^n,$$

$$J = M - C.$$

Exemplo 1. (Dados C , i , n , calcular M) Um capital de R\$150.000,00 está aplicado a uma taxa de 5% *a.m.*, durante 1 ano e meio. Usando o regime de juros compostos, calcule valor futuro (montante) dessa aplicação.

Resolução:

$$M = ?$$

$$C = \text{R}\$150.000,00;$$

$$i = 5\% \text{ a.m.};$$

$n = 1$ ano e meio = 18 meses (taxa e prazo compatibilizados).

Logo,

$$M = 150000 \cdot (1 + 0,05)^{18}$$

$$M \approx 360992,89.$$

Portanto, o montante é de, aproximadamente, R\$360.992,89.

Exemplo 2. (Dados M, i, n , calcular C) Dado o montante de R\$120.000,00, calcule o capital referente ao empréstimo à taxa de 5% a.m, com prazo de 1 ano, no regime de capitalização composto.

Resolução:

$$C = ?$$

$$M = \text{R}\$120.000,00;$$

$$i = 5\% \text{ a.m.};$$

$n = 1$ ano (12 meses).

Logo,

$$120000 = C \cdot (1 + 0,05)^{12}$$

$$C = \frac{120000}{(1 + 0,05)^{12}}$$

$$C \approx 66820,49.$$

Portanto, o valor do empréstimo foi de, aproximadamente, R\$66.820,49.

Exemplo 3. (Dados M, C, n , calcular i) Conhecendo o montante R\$132.000,00, o principal de R\$100.000,00 e o período de 1 ano, calcule a taxa do empréstimo a juros compostos.

Resolução:

$$i = ?$$

$$M = \text{R}\$132.000,00;$$

$$C = \text{R}\$100.000,00;$$

$n=1$ ano (12 meses).

Logo,

$$132000 = 100000 \cdot (1 + i)^{12}$$

$$(1+i)^{12} = \frac{132000}{100000}$$

$$(1+i)^{12} = 1,32$$

$$[(1+i)^{12}]^{\frac{1}{12}} = 1,32^{\frac{1}{12}}$$

$$1+i = 1,32^{\frac{1}{12}}$$

$$i \approx 0,0234.$$

Portanto, a taxa de juros do empréstimo é de, aproximadamente, 2,34% *a.m.*

Exemplo 4. (Dados M , C , i , calcular n) Conhecendo o montante de R\$368.000,00, o principal de R\$100.000,00 e a taxa de juros compostos de 7% *a.m.*, calcule o período desse empréstimo.

Resolução:

$$n = ?$$

$$M = \text{R}\$368.000,00;$$

$$C = \text{R}\$100.000,00;$$

$$i = 7\% \text{ a.m.}$$

Logo,

$$368000 = 100000 \cdot (1 + 0,07)^n$$

$$(1 + 0,07)^n = \frac{368000}{100000}$$

$$(1,07)^n = 3,68$$

$$\log(1,07)^n = \log(3,68)$$

$$n \cdot \log(1,07) = \log(3,68)$$

$$n = \frac{\log(3,68)}{\log(1,07)} \approx 19,26.$$

Portanto, o período é de, aproximadamente, 19,26 meses.

3.24 Título

O **título** pode ser entendido como uma dívida. Ele pode ser de renda fixa ou variável, e é emitido pelo governo, empresa ou banco. Alguns exemplos de títulos são as dívidas emitidas pelas autoridades de poder público, ou até mesmo por empresas, instituições financeiras ou bancos, por meio de um emissor que se submete ao compromisso de devolver o capital do título com os juros embutidos.

3.25 Crédito

O termo **crédito** tem sua origem no latim, *creditum*, que simboliza confiança, está baseado em algo que é realmente verdade, em que se possa confiar, de reputação louvável. Esse termo pode ser usado quando se obtém dinheiro por meio de um empréstimo, ou vantagens, ao abrir contas em comércios. É usado em situações diversas do dia a dia e está presente nas relações do consumidor com o comércio, com os bancos ou as próprias casas de crédito.

3.26 Desconto

O **desconto** refere-se ao abatimento ou redução de um valor estimado. No entanto, apresenta referências mais rígidas e específicas, de acordo com o contexto empregado. O financeiro aceita dois tipos de descontos no mercado: o legal (ou racional) e o comercial. No primeiro, o desconto é calculado de acordo com certos tipos de juros, enquanto que, no segundo, esse tipo de desconto é calculado de acordo com o valor nominal do documento.

3.26.1 Desconto racional

Conhecido popularmente como desconto “por dentro”, em que a taxa do desconto incide sobre o valor presente.

A fórmula para o cálculo do desconto racional é a seguinte:

$$D = FV - PV,$$

sendo

D : Desconto (racional);

FV : Valor Futuro;

PV : Valor Presente.

Especificamente, FV e PV , por sua vez, relacionam-se do seguinte modo:

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n),$$

em que

i é a taxa de juros;

n é o período.

Exemplo. Um comerciante procurou um banco para descontar uma nota promissória no valor de R\$65.000,00, com vencimento previsto em 8 meses. Qual o valor recebido

pelo comerciante e o desconto aplicado, sabendo-se que o banco cobra uma taxa de juros simples de 4% *a.m.*?

Resolução:

$$PV = ?$$

$$D = ?$$

$$FV = \text{R}\$65.000,00;$$

$$n = 8 \text{ meses};$$

$$i = 4\% \text{ a.m.};$$

$$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot n} = \frac{65000}{1 + 0,04 \cdot 8} \Rightarrow PV \approx 49242,42.$$

Logo,

$$D = FV - PV \approx 65000 - 49242,42 \Rightarrow D \approx \text{R}\$15.757,58.$$

Portanto, o valor recebido foi de, aproximadamente, R\$49.242,42 e o desconto aplicado foi de, aproximadamente, R\$15.757,58.

3.26.2 Desconto comercial ou bancário

Também conhecido popularmente como desconto “por fora”, em que a taxa de desconto incide sobre o Valor Futuro.

A fórmula para o cálculo do desconto comercial é a seguinte:

$$D = FV \cdot d \cdot n - PV,$$

em que

D : Desconto (comercial);

FV : Valor Futuro;

d : taxa de desconto;

n : período;

PV : Valor Presente.

Exemplo. Uma pessoa jurídica procurou um banco para descontar uma nota promissória no valor de R\$65.000,00, com vencimento previsto em 8 meses. Qual o desconto aplicado e o valor recebido por essa pessoa, sabendo-se que o banco cobra uma taxa de desconto racional simples de 3% *a.m.*?

Resolução:

$$PV = ?$$

$$i = ?$$

$$FV = \text{R}\$65.000,00;$$

$$n = 8 \text{ meses};$$

$$d = 3\% \text{ a.m. } (= 0,03).$$

$$D = FV \cdot d \cdot n = 65000 \cdot 0,03 \cdot 8 \Rightarrow D = \text{R}\$15.600,00$$

$$PV = FV - D = 65000 - 15600 \Rightarrow PV = \text{R}\$49.400,00.$$

Portanto, o desconto aplicado foi de R\$15.600,00, e o valor recebido foi de R\$49.400,00.

Nota. A título de informação, a taxa de juros (i) implícita nessa operação de desconto comercial simples é superior à taxa de desconto (d) de 3% a.m.

$$PV = FV \cdot (1 - d \cdot n)$$

$$65000 = 49400 \cdot (1 + i \cdot 8)$$

$$1 + i \cdot 8 = \frac{65000}{49400}$$

$$i \approx 3,95\% \text{ a.m.}$$

4 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Uma notícia publicada no site do SERASA (2015), no dia 24/11/2015, relata que os brasileiros estão gastando mais do que ganham, ocorrendo um superendividamento (impossibilidade do consumidor de pagar suas dívidas atuais e futuras), fato este causado por algumas situações tais como: grande oferta de crédito (mesmo para pessoas que já estão endividadas); falta de orientação financeira e planejamento pessoal; empréstimo do nome como fiador; compulsão por compras; o não conhecimento do tamanho da dívida por parte do credor e campanhas publicitárias que incentivam o consumo desenfreado, além do aumento do desemprego. Ainda segundo esse site, o superendividamento pode causar não só o aumento da inadimplência, mas também consequências graves para a vida social e pessoal, saúde física e mental, gerando problemas emocionais e sofrimentos psicológicos. Reverter essa situação requer do consumidor muito autocontrole e disciplina na hora de usar o dinheiro, evitando contrair novas dívidas desnecessárias, não cair em armadilhas do mercado e empréstimos bancários.

O próprio SERASA (2015) sugere aos consumidores uma opção conhecida por eles como “Super Feirão Limpa Nome Online”, além de orientá-los para não se endividarem novamente.

Algumas facilidades de créditos tem contribuído para esse quadro de endividamento segundo Cabral (2014).

A crescente facilidade de acesso ao crédito tem aumentado consideravelmente o nível de endividamento das famílias brasileiras. O crédito facilitado atua como um mecanismo de estímulo ao consumo de bens e serviços, principalmente por parte das classes mais baixas da sociedade, que possuem uma demanda reprimida por conta da baixa renda.

Ainda de acordo com Cabral (2014), o endividamento pelas famílias de baixa renda se deve pelo aumento das taxas de juros, mas, por sua vez, a redução dos juros estimula a busca por parte dos consumidores de baixa renda, por empréstimos pessoais para quitar dívidas que terminam mergulhando o consumidor em mais dívidas que nunca conseguem ser pagas, gerando um ciclo vicioso de desequilíbrio financeiro.

Alguns estudiosos e pesquisadores financeiros determinam o grau de endividamento de uma família e discute os limites dos percentuais dessas dívidas, como relata Campos (2013).

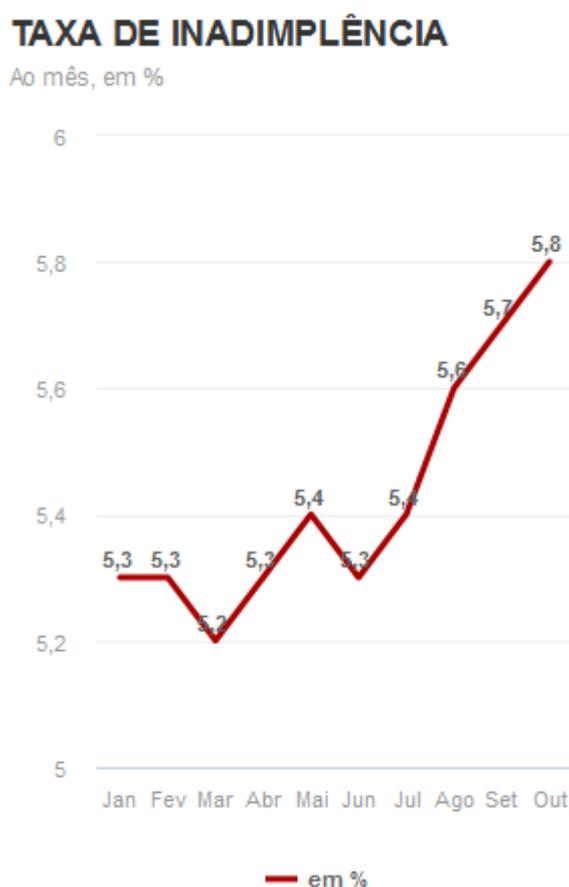
Até 30% ou um terço da renda — a situação está com uma parcela administrável pela maioria da população. Apesar que o ideal é não ter dívidas; Entre 30% e 35% da renda — o importante é trabalhar para reduzir as dívidas, mantendo-as dentro do máximo administrável e da filosofia do item anterior; Entre 35%

e 40% da renda — é necessário reduzir as dívidas imediatamente, ou corre-se o risco de inadimplência e problemas em caso de emergências; Acima de 40% da renda — com quase metade da renda comprometida, fica quase impossível honrar todos os compromissos financeiros, e o efeito “bola de neve” dos empréstimos e financiamentos pode transformar a situação em um verdadeiro caos. Reavalie toda a situação financeira e reduza as dívidas.

Segundo o Banco Central, conforme publicação no site da GLOBO (2015), a inadimplência das pessoas físicas, no que diz respeito a empréstimos bancários, considerando os livres recursos, subiu de 5,3% em junho para 5,8% em outubro (dados atualizados em 27/11/2015).

Veja o gráfico a seguir.

Figura 1 – Empréstimos Bancários



FONTE: BANCO CENTRAL, Disponível em: <http://g1.globo.com/economia/index.html>

Realizando uma breve análise gráfica, percebemos que esse aumento da taxa de inadimplência se deve também ao aumento dos juros bancários, que precisavam acompanhar a alta da taxa básica da economia (Selic), tentando, assim, conter a alta da inflação.

De acordo com o Serviço de Proteção ao Crédito SPC (2015), cerca de 41% dos brasileiros tornam-se inadimplentes ao comprar por impulso, sendo alimentos e bebidas os

itens mais comprados, pois os preços e promoções tornam esses produtos mais atrativos. Essa pesquisa mostra que as pessoas de maiores rendas são mais propensas a gastar mais por impulso, e afirma que essas atitudes fazem com que futuramente haja um desequilíbrio financeiro, pois pessoas que não controlam suas finanças não estão preocupadas em poupar para eventuais imprevistos e podem acabar se superendividando. Os economistas estimam que, ao final de maio de 2015, havia aproximadamente 56,5 milhões de brasileiros com o CPF negativado em todo o País. Ou seja, entre dezembro de 2014 e maio de 2015, houve um aumento líquido de dois milhões de novos adultos inadimplentes.

Dados mais recentes publicados pelo site GLOBO (2015) mostram que o ano de 2016 mal começou e já está batendo recorde de brasileiros endividados, pois não conseguem pagar suas dívidas. Segundo esse site, a principal culpa seria do desemprego, seguido do descontrole financeiro e do empréstimo do nome como fiador. Esses dados revelam que quase 60 milhões de pessoas estão nessa situação, o que é considerado um recorde, desde o ano de 2012.

D'AQUINO (2008) relata, em sua obra "Educação Financeira", que uma das grandes causas da inadimplência e do descontrole do gasto familiar poderá ser evitada no futuro se as escolas se preocuparem mais com a educação financeira, tratando esse assunto com mais relevância, e com a ajuda da família, a criança ou adolescente poderia dar continuidade a esse ensinamento na prática do seu dia a dia, obedecendo a quatro pontos principais, que são: como ganhar dinheiro, como gastar esse dinheiro, como poupar e como doar tempo, talento e dinheiro. Assim, no futuro, esses alunos se tornariam cidadãos mais responsáveis e conscientes para administrar melhor o que ganham e o que gastam, ajudando, desse modo, não só sua vida financeira, mas também seu próprio País.

De acordo com os PCN's (1996), "a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares". No campo da Matemática Financeira, essas aplicações são bem evidentes, pois os alunos podem aplicar esses conhecimentos no seu dia a dia e, sobretudo, usando-os para benefício da sua própria família, aprender a conter gastos e ajudar a poupar dinheiro.

De acordo com o Art. 1 § 2º da LDB (1996), "A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social", enquanto o seu Art. 3 trata da "valorização da experiência extraescolar". Logo, entendemos que nossos alunos podem (e devem) vincular a prática na sala de aula com sua realidade, associando o nosso estudo financeiro com sua rotina diária, aprendendo a dar valor ao dinheiro e a se tornarem consumidores conscientes.

A Seção IV, Art. 35 II da LDB (1996), relata que a educação no Ensino Médio tem por finalidade "a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas

condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores”. Desse modo, o aluno que aprende na escola a trabalhar com as finanças torna-se um cidadão mais preparado para enfrentar as dificuldades que o mercado de trabalho lhe propõe hoje.

Segundo Falcão (2008), a atividade Matemática pode ser classificada em três partes: “Matemática Escolar”, que determina um conjunto de iniciativas estruturadas voltadas para a negociação, em contexto cultural específico (sala de aula), de atividades voltadas para o desenvolvimento conceitual em Matemática (didática de conteúdos específicos/psicologia escolar); “Matemática extraescolar”, que é caracterizada por um conjunto de atividades envolvendo conhecimentos matemáticos no contexto de situações extraescolares culturalmente significativas, a exemplo do comércio, e em práticas profissionais (psicologia social/antropologia da Matemática, Etnomatemática) e, por último, a “Matemática dos Matemáticos”, ou seja, corpo de conhecimentos socialmente compartilhados, epistemologicamente delimitado e praticado por grupos profissionais institucionais específicos: os centros de produção de conhecimento matemático acadêmico (epistemologia da Matemática/História da Matemática).

Dentre as três partes, a Matemática Financeira é uma atividade caracterizada pela “Matemática extraescolar”, pois seu estudo envolve atividades que podem ser exploradas fora da sala de aula.

Por acreditar ser desejo dos educadores poder criar em sala de aula uma atmosfera de interesse e motivação, permitindo ao educando uma total e autônoma participação no processo ensinar-aprender-avaliar, é que não desejava ser mera repetidora de conteúdos, mas manter uma atuação dinâmica com relação à aplicação destes. (ALVES, 2009)

Monteiro (1998), no seu site “como tudo funciona”, esclarece como ter uma consciência do consumo, adotando princípios básicos para evitar desperdícios e excessos, como fechar bem as torneiras, desligar os eletrodomésticos da tomada quando não estiverem sendo usados, comprar só o necessário, dentre outras dicas muito úteis para o nosso dia a dia. Olhando assim parece simples cumprir essas tarefas. Todavia, só se alcançará um efeito relevante se essas dicas forem colocadas em prática por toda a família, começando pelos adultos e repassando para as crianças, com a ajuda da escola por meio da Matemática e da educação financeira.

Vejo a disciplina de Matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. Isso se dá da mesma maneira com as técnicas, as artes, as religiões e as ciências em geral. (D’AMBROSIO,)

No uso da Matemática Financeira, é muito interessante que o professor conheça bem a sua turma para aproveitar a vivência do aluno, como relata Lorenzato (2010):

“assim sendo, toda criança chega à escola com um saber não só matemático, um saber vivenciado e diferente do saber elaborado, ensinado pela escola”. Além disso, o professor tem que despertar no aluno o interesse em estudar a Matemática Financeira, de modo que os objetivos de formar cidadãos conscientes com suas finanças tornem-se mais claros.

Também a importância de se levar em conta o “conhecimento prévio” dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal. (PCN’S, 1996)

A Matemática está presente em todos os campos de conhecimento e se faz necessária em qualquer atividade humana e, conseqüentemente, oferece à escola inúmeros exemplos de aplicação. Cotidianamente, o cidadão comum, para se transportar, depara-se com situações que exigem cálculos de tempo, velocidade, custo, distância, [...] no comércio trabalham-se operações básicas, porcentagem, proporção, combinatória, [...] a mídia está repleta de relações numéricas: tabelas, gráficos, raciocínios lógicos falsos ou verdadeiros, as medidas e formas espaciais estão presentes na vida de qualquer cidadão. (LORENZATO, 2010)

O aluno pode se beneficiar do conhecimento adquirido para se educar quanto aos seus gastos e ajudar no orçamento familiar, vivenciando, na prática, a importância desse estudo para a sua vida, sem precisar ficar decorando fórmulas e regras cujos significados eles mal conhecem. Segundo Morgado, Wagner e Zani (2006), “Uma preocupação sempre presente é a de evitar o uso excessivo de fórmulas. Na maior parte dos casos, elas são desnecessárias e substituíveis, com vantagem, pelo uso consciente das definições e dos princípios fundamentais”. Assim, o foco principal é fazer com que os alunos vivenciem a Matemática Financeira na prática da educação financeira.

De acordo com Machado (2013), a Matemática ensina a pensar:

Sim, a Matemática parece contribuir de forma, se não decisiva, pelo menos significativa, para que se pense de uma determinada forma que se atém exatamente aí, na forma. Há, portanto, uma aparente identificação na afirmação em questão, do pensar com o pensar matemático, e dos objetivos da Matemática com os da Lógica Formal.

Portanto, pensar em como economizar usando como base a Matemática Financeira pode contribuir de forma lógica para um resultado suficientemente aceitável, mostrando que é possível estudar Matemática com finalidade de um bem comum.

A princípio, pode-se verificar que a Matemática Financeira é uma ferramenta importante para o exercício da cidadania, pois, sem ela, o cidadão pode sofrer grandes transtornos. Essa constatação só se confirma ao analisarem-se as condições atuais da sociedade e o modo como há pessoas desinformadas e desprovidas dos mecanismos necessários para conduzir seus próprios estudos econômicos, mantendo-se dentro do planejamento. (DUARTE *et al.*, 2012)

A Matemática Financeira, nesse contexto, ressalta a importância de sua inserção na vida dos cidadãos para estes exercerem a cidadania e viverem dignamente.

Dentre os conteúdos trabalhados nos parâmetros curriculares, o estudo da Matemática Financeira desempenha um grande papel na vida dos alunos que, futuramente, vão estar inseridos no mercado de trabalho.

a Matemática pode abordar aspectos econômicos em sala de aula, aprimorando os conhecimentos que coadunam com a sua posterior atividade econômica. Nesse sentido, é válida a afirmação de que a educação escolar precisa apresentar aspectos relacionados à economia não objetivando somente a carreira profissional, mas também a gestão individual ou familiar dos recursos financeiros dos indivíduos. (PELICIOLI, 2011)

Ainda segundo Pelicioli (2011), "os jovens não podem só aprender aspectos que os preparam para ser um grande empreendedor. Temos que levar em conta sua vivência e trabalhar os conhecimentos para que eles possam relacionar situações do dia a dia, tais como: seu salário, seus descontos, os pequenos financiamentos de crédito, cartões de crédito e aplicação de juros". A finalidade é evitar surpresas para aqueles estudantes cujo conhecimento financeiro é restrito, buscando apoio na Matemática Financeira, no que diz respeito à economia doméstica, para que os jovens possam ampliar suas visões do mundo financeiro.

Analisando o estudo financeiro em outros países, percebemos, segundo Vieira, Bataglia e Sereia (2011), que

Países desenvolvidos, como os Estados Unidos, inseriram a disciplina de educação financeira nas grades curriculares de escolas secundárias, e o Reino Unido tem a disciplina ofertada em caráter facultativo nas escolas, mas a oferece via mercado, pelos vários setores econômicos como, por exemplo, por meio das Instituições Financeiras.

No Brasil, as escolas têm uma certa resistência a trabalhar assuntos financeiros, pois, na sua grande maioria, os professores não dominam o assunto e fica a cargo do professor de Matemática o papel de intermediador desse conhecimento.

Em algumas situações, percebemos como a Matemática Financeira é uma ferramenta útil para a análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens e consumo. Ela consiste em empregar procedimentos matemáticos para simplificar a operação financeira. Logo, para aplicá-la em sala de aula de maneira efetiva, primeiramente deve-se convencer o aluno da importância da Matemática Financeira, de acordo com a realidade deles. (THEODORO, 2015)

De acordo com Stambassi e Silva (2014), no Brasil, assim como em vários países, as instituições financeiras são convidadas para trabalhar a educação financeira nas escolas para dar um apoio à formação do cidadão e ajudar os professores a lidar com o

assunto. Muitas dessas instituições promovem cursos em Educação Financeira, periodicamente. Entretanto, essas instituições não publicam o material didático, inviabilizando a contribuição dos professores para continuar a ensinar o tema nas escolas.

A escola, em sua função de ensinar e preparar os jovens para a vida, como relatam os PCN's, também desempenha papel fundamental para o crescimento do indivíduo, como relata Henrique (2015):

O intuito de educar financeiramente os indivíduos possibilita um nível mais alto de conhecimento e um melhor desempenho no planejamento financeiro com vistas à diminuição do endividamento das famílias; melhora significativa no planejamento financeiro para poupança; e elevação dos níveis de investimentos futuros. Uma forma de positivamente intervir é criar programas e projetos de extensão nas universidades, como o intuito de educar financeiramente crianças, jovens e adultos; para o uso da economia doméstica e suas ferramentas no cotidiano dos indivíduos, para que esta esteja cada vez mais presente na vida dos indivíduos; e os auxilie em suas tomadas de decisões e trajetória financeira.

Já segundo Ribeiro *et al.* (2013), "a educação financeira não pode continuar afastada do sistema escolar brasileiro, pois o contexto econômico está entrelaçado com a linguagem financeira, cotidianamente utilizada pelos meios de comunicação". Conforme esse pensamento, o desenvolvimento de práticas de educação financeira no dia-a-dia das escolas possibilita aos jovens alunos sua inserção no mundo das finanças, mostrando para eles a real importância de se interagir ao ambiente econômico e financeiro. Desse modo, promovemos um futuro no qual não haja analfabetos funcionais no país ou analfabetos financeiros.

4.1 Proposta Curricular do Ensino Médio: Referencial Curricular do Estado do Tocantins

A Proposta Curricular do Ensino Médio do Tocantins PCEM (2009),

enseja a formação do aluno como sujeito com capacidade de compreensão do contexto, a partir da interpretação científica, humana, ética e estética do mundo, com habilidades e conhecimentos suficientes para intervir na realidade, articulando-se coletivamente e orientando-se por valores éticos, preparar o cidadão para o exercício da cidadania, para a sua atividade profissional e para continuar a aprender, com autonomia intelectual, pensamento crítico e flexibilidade para adaptar-se às novas condições de ocupação.

De acordo com a competência da proposta curricular PCEM (2009), os alunos precisam concluir o Ensino Médio com plena capacidade de solucionar situações extremamente difíceis que envolvam cálculos, por meio de iniciativas criativas, que venham a ampliar o seu contexto individual e social, valorizando a construção do coletivo e democrático.

Desde os primórdios da história, o homem já construía o seu saber por meio das observações e de suas vivências pessoais, e foi com o surgimento da imprensa que grandes descobertas científicas puderam ser disseminadas pelo mundo. Nesse sentido, a proposta curricular afirma a importância da inclusão das Ciências da Natureza, que têm como objetivo garantir aos alunos o mínimo de conhecimento científico e compreensão do mundo natural.

Segundo a PCEM (2009), a Matemática está presente na vida de todas as pessoas nas situações em que é preciso quantificar, calcular, localizar, ler gráficos e mapas, fazer previsões, tornando-se, assim, a mais universal das linguagens e a mais aplicada das ciências. Está presente em todas as civilizações, em todos os ramos do conhecimento e no dia a dia, portanto, imprescindível para a leitura de mundo.

A Matemática torna-se uma ciência viva que pode ser explorada para alcançar objetivos reais e úteis à sociedade, e não apenas um jogo de fórmulas prontas e de finalidades duvidosas. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9394/96, em seu Art. 35, afirma que o Ensino Médio é a conclusão da educação básica. Portanto, é nessa fase do ensino que se devem explorar todos os campos do saber, principalmente as situações do cotidiano, às quais, por meio deste trabalho, damos ênfase e credibilidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio preceituam que se interprete informações e seus significados (tabelas, gráficos e expressões). Eles devem ser relacionados a contextos sócio-econômicos ou ao cotidiano que se adaptam certamente a Matemática Financeira. Devem formular questões a partir de situações da própria realidade e compreender aquelas já enunciadas. (AZEVEDO, 2013)

Algo interessante e de muita relevância observado na PCEM (2009) é que o conhecimento matemático deva ser explorado para garantir respostas a problemas reais e que o professor desempenhe um papel muito importante nesse processo, pois é por meio dele que o aluno pode entender e interpretar diversas situações do cotidiano, com problemas contextualizados, valorizando os conhecimentos prévios e priorizando a Matemática como ciência.

Para o aluno do Ensino Médio que vivencia seu estágio de maturidade intelectual, é de extrema importância garantir que desenvolvam seu conhecimento aumentando sua capacidade de criação. Essa ideia se concretiza quando a escola, professores e pais andam de mãos dadas no processo de ensino e de aprendizagem do discente.

Os currículos adotados nas escolas do Tocantins trabalham a Matemática Financeira como eixo norteador do pensamento dos números aritméticos e caracteriza suas competências como sendo a ciência que pode identificar a possibilidade de trabalhar os conhecimentos na esfera comercial e suas relações com o dinheiro no mundo financeiro. Os alunos, ao concluírem o Ensino Médio, terão as habilidades de trabalhar com desconto,

porcentagem, lucro e acréscimo em diversas situações do seu dia a dia, além de diferenciar os tipos de juros em simples e compostos.

Ao analisar o estudo da Matemática Financeira nas escolas, vemos que, de acordo com os conteúdos do currículo estadual do Tocantins, sua aplicação se restringe apenas ao quarto bimestre do 2º Ano do Ensino Médio, sendo aplicados apenas conceitos básicos e exercícios simulando problemas financeiros. Cabe ao professor tomar a iniciativa de interagir e relacionar esse estudo com a vida dos estudantes e prepará-los para serem bons profissionais. O presente trabalho trás, de maneira implícita, diversas situações nas quais se podem usar os conhecimentos da Matemática Financeira para solucionar os problemas econômicos das famílias.

4.2 Impostos no Brasil

Atualmente, o Brasil é considerado um dos países em que mais se pagam impostos. Segundo a revista VEJA (2014), um estudo feito pelo Instituto Brasileiro de Planejamento e Tributação (IBPT) mostra que, infelizmente, o Brasil é, dentre os 30 países pesquisados, aquele que pior reverte o dinheiro arrecadado com impostos em melhorias para a população.

Essas informações são de grande importância para os alunos, pois, além de ensiná-los a como trabalhar os cálculos básicos de porcentagem, por meio das alíquotas cobradas por cada imposto, cabe a cada um aprender sobre a importância e os motivos da existência de tais impostos, pois, no futuro, essas informações vão ajudá-los a administrar melhor sua vida financeira. Por meio do conhecimento e da conscientização, poder-se-ão formar cidadãos críticos e atentos ao mundo financeiro que gira ao nosso redor.

Detalhamos, a seguir (Tabela 3), os significados das siglas de alguns dos impostos mais comuns pagos pelos brasileiros, publicados pela RECEITA DA FAZENDA (2015).

Tabela 3 – Impostos Brasileiros

SIGLA	SIGNIFICADO	ONDE/EM QUEM INCIDE?
ICMS	Imposto sobre Circulação de Mercadorias	Imposto Estadual - incide sobre o transporte interestadual e intermunicipal e telefonia.
COFINS	Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social	Imposto Federal – incide sobre as empresas.
PIS/PASEP	Programas de Integração Social e de Formação do Patrimônio do Servidor Público	Imposto Federal – incide sobre as empresas.
IOF	Imposto sobre Operações Financeiras	Imposto Federal - Incide sobre empréstimos, operações financeiras e outras ações.
II	Cobrança do Imposto sobre Importação	Imposto Federal – incide sobre as empresas.
IPI	Imposto sobre Produto Industrializado	Imposto Federal – incide sobre as Indústrias.
IRPF	Imposto de Renda Pessoa Física	Imposto Federal – incide sobre renda do contribuinte.
IRPJ	Imposto de Renda Pessoa Jurídica	Imposto Federal – incide sobre o lucro das empresas.
ITR	Imposto sobre a Propriedade Territorial Rural	Imposto Federal – incide sobre as propriedades rurais.
Cide	Contribuição de Intervenção no Domínio Econômico	Imposto Federal – incide sobre petróleo e gás natural e seus derivados, sobre álcool e combustível.
CSLL	Contribuição Social sobre o Lucro Líquido	Imposto Federal – incide sobre lucro de empresas e indústrias com prestação de serviço.
FGTS	Fundo de Garantia do Tempo de Serviço	Imposto Federal – incide sobre o salário do trabalhador.
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social	Imposto Federal – incide sobre o salário do trabalhador para garantia da aposentadoria.
IGEPREV	Instituto de Previdência do Estado do Tocantins	Imposto Estadual - incide sobre o salário do trabalhador para garantia da aposentadoria.
IPVA	Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores	Imposto Estadual – incide sobre veículos Automotores.
ITCMD	Imposto sobre a Transmissão Causa Mortis e Doação	Imposto Estadual – incide sobre a herança.
IPTU	Imposto sobre a Propriedade Predial e Territorial Urbana	Imposto Municipal – incide sobre os imóveis.
ISS	Imposto Sobre Serviços	Imposto Municipal – incide sobre as Empresas.
ITBI	Imposto sobre Transmissão de Bens Inter Vivos	Imposto Municipal – incide sobre a mudança de propriedade de imóveis.

FONTE: Receita da Fazenda

De acordo com Cenci, Pereira e Barichello (2015) "a economia atual dos recursos financeiros e sua administração são fundamentais para a sobrevivência econômico-financeira dos indivíduos". Os impostos que são cobrados pelo governo têm extrema influência no orçamento familiar, e o pai de família que se preocupa com sua situação financeira precisa ficar atento aos impostos para que não comprometa o planejamento financeiro pessoal e familiar.

A escola tem um papel muito importante na construção da personalidade de um cidadão, pois, por meio da educação, pode formar jovens para serem críticos e informados quanto aos seus direitos e deveres. Tendo conhecimento sobre os impostos, os alunos valorizam o seu dinheiro e aprendem a cobrar das autoridades os benefícios devidos à arrecadação deles.

5 APLICAÇÃO, METODOLOGIA DO TRABALHO

Realizamos o presente trabalho juntamente com as turmas do 3º do Ensino Médio (Matutino e Vespertino) do Colégio Pré-Universitário na cidade Araguaína-TO, no segundo semestre de 2015. Essas turmas foram escolhidas pelo fato de os alunos serem mais maduros e já terem contato direto ou indireto com cálculos de porcentagem, razões, proporções, além de já compreenderem as dificuldades da sua família para administrar o dinheiro e controlar os gastos.

Está disposto na tabela a seguir o levantamento de dados dos níveis sociais e a idade dos alunos envolvidos nesse trabalho.

Tabela 4 – Perfil dos alunos envolvidos no trabalho

Idade	Quat.	Percentual	Situação Social	Quat.	Percentual
15 anos	10	16,67%	Classe Média	18	30,00%
16 anos	23	38,33%	Classe Média Baixa	38	63,33%
17 anos	18	30,00%	Classe Baixa	4	6,67%
18 anos	5	8,33%	Total	60	100%
19 anos	4	6,67%			
			Casa	Quat.	Percentual
			Própria	48	80,00%
			Aluguel	12	20,00%
Total	60	100%	Total	60	100%

FONTE: Próprio Autor

Trabalhamos, em um primeiro momento, a conscientização dos alunos, mostrando a importância de se economizar, poupar e administrar melhor o dinheiro da família, evitando gastos desnecessários para que, futuramente, não fiquem endividados e, conseqüentemente, se privem de fazer o que gostam ou adquirir algo de que precisam. Para isso, os alunos tiveram que entender como funcionam seus gastos e perceber onde eles desperdiçam seu tempo e dinheiro.

Organizamos todo o trabalho metodológico em forma de pesquisa, na qual os alunos abordaram as curiosidades, a natureza, o funcionamento e as características de bens de consumo, que os permitiram entender desde a origem até os cálculos usados pelas empresas e prestadoras de serviço, sendo que, por meio dessa compreensão, seriam capazes de estimar todo o orçamento familiar. Os alunos pesquisaram sobre o consumo da água, energia elétrica e os principais eletrodomésticos, gastos com supermercados, combustível, alugueis, compra de roupas e calçados, além do estudo de financiamento da casa própria. Em sala de aula, abordamos, na prática, como eram feitos os cálculos e discutimos as dicas

e orientações fornecidas pelos profissionais e empresas de economia doméstica. Usaram o conhecimento de Matemática básica e Matemática Financeira para entender e calcular o consumo de diversas despesas que contribuem para a formação dos gastos da família durante o mês e analisaram como é feita a cobrança dos impostos que incidem sobre o salário mínimo e o impacto destes na receita familiar.

5.1 Salário Mínimo e seus tributos

Antes de tratarmos das despesas domésticas, abordamos algumas curiosidades sobre o salário mínimo. Segundo o site SOLEIS (2014), na década de 30, a Lei nº 185, de janeiro de 1936, e o Decreto-Lei nº 399, de abril de 1938, instituíram o salário mínimo, e o Decreto-Lei nº 2162, de 1º de maio de 1940, fixou os seus valores, que passaram a vigorar a partir do mesmo ano.

De acordo com esse mesmo site, foi dado, em julho de 1943, um primeiro reajuste, seguido de outro, em dezembro do mesmo ano. Após esses aumentos, o salário mínimo passou mais de oito anos sem ser reajustado, sofrendo uma queda real da ordem de 65%, considerando-se a inflação medida pelo IPC da FIPE.

De acordo com PORTAL BRASIL (2015), o governo, no decorrer dos anos, constantemente enfrentam problemas entre o salário mínimo e a inflação que, por sua vez, era uma das grandes vilãs dos brasileiros. Esses conflitos tiveram um período de paz com a chegada do Plano Real, em 1994, que estabilizou a inflação, e o salário mínimo teve ganhos reais entre 1994 e 1999. Até hoje, muitos brasileiros sobrevivem com apenas um salário mínimo e com ajudas de programas sociais do governo.

Tem-se que a abertura econômica, a partir de 1990, e a estabilização da moeda em 1994, contribuíram para redução da inflação, fazendo com que os indivíduos e a sociedade tivessem uma nova visão sobre a gestão financeira e também, proporcionaram um processo de mudança cultural e um novo aprendizado. O resultado foi o aumento do poder aquisitivo, do crédito e o alongamento dos prazos de financiamentos, além do aumento do consumo, poupança e investimento. (VIEIRA; BATAGLIA; SEREIA, 2011)

Veja a tabela a seguir, a qual nos mostra os reajustes do salário mínimo após o Plano Real.

Para o aluno, foi importante perceber que os reajustes do salário mínimo eram sempre tímidos, pois deveriam respeitar as taxas de inflação de cada período. Assim, o governo controla o poder de compra do brasileiro e não deixa o sistema econômico entrar em colapso.

Muitos alunos concluem o Ensino Médio sem compreender os descontos que são feitos sobre o salário do trabalhador. De fato, a lei exige que todo trabalhador tenha, no

Tabela 5 – Histórico do Salário Mínimo

Vigência a partir de	Moeda	Valor	Vigência a partir de	Moeda	Valor
Janeiro de 2016	R\$	880,00	Abril de 2003	R\$	240,00
Janeiro de 2015	R\$	788,00	Abril de 2002	R\$	200,00
Janeiro de 2014	R\$	724,00	Abril de 2001	R\$	180,00
Janeiro de 2013	R\$	678,00	Abril de 2000	R\$	151,00
Janeiro de 2012	R\$	622,00	Maior de 1999	R\$	136,00
Março de 2011	R\$	545,00	Maior de 1998	R\$	130,00
Janeiro de 2011	R\$	540,00	Maior de 1997	R\$	120,00
Janeiro de 2010	R\$	510,00	Maior de 1996	R\$	112,00
Fevereiro de 2009	R\$	465,00	Maior de 1995	R\$	100,00
Março de 2008	R\$	415,00	Setembro de 1994	R\$	70,00
Abril de 2007	R\$	380,00	Julho de 1994	R\$	64,79
Abril de 2006	R\$	350,00	Março de 1994	URV	64,79
Maior de 2005	R\$	300,00	Fevereiro de 1994	CR\$	42.829,00
Maior de 2004	R\$	260,00	Janeiro de 1994	CR\$	32.882,00

FONTE: <http://www.soleis.com.br>. Acesso em 22/10/2015.

seu salário, descontos em forma de contribuições para o INSS (que, no caso do Tocantins, corresponde ao IGEPREVE), e o Imposto de Renda (IR), descontos estes que fazem com que o salário tenha uma redução considerável. As pessoas que ganham anualmente acima de um teto pré-fixado pela Receita Federal são obrigadas a declarar o IR em datas definidas pela própria Receita Federal. Por exemplo, as pessoas que ganharam acima de R\$25.661,70 por ano, em 2013, foram obrigadas a declarar o IR em 2014, e as que ganharam um salário de até R\$1.903,98, em 2015, foram consideradas isentas de pagar o IR. Veja como é feita a cobrança, de acordo com a tabela a seguir da Receita Federal do ano de 2015.

Tabela 6 – Alíquota Imposto de Renda

Até R\$ 1.903,98	(isento)	(isento)
De R\$ 1.903,99 até R\$ 2.826,65	7,5%	R\$ 142,80
De R\$ 2.826,66 até R\$ 3.751,05	15%	R\$ 354,80
De R\$ 3.751,06 até R\$ 4.664,68	22,5%	R\$ 636,13
Acima de R\$ 4.664,68	27,5%	R\$ 869,36

FONTE: Receita Federal do Brasil

Essas contribuições são importantes, pois, pelo menos em tese, garantem ao trabalhador uma aposentadoria digna, de modo que a cobrança de impostos cumpre sua principal função: a de arrecadar recursos para o governo (função fiscal), garantindo a redistribuição de renda.

5.2 Economia da água

A conscientização trouxe para os alunos a ideia de que a economia da água traz benefícios para o bolso e também para o meio ambiente, que é um bem indispensável para a manutenção da vida. Apesar de ser encontrada em grande quantidade no planeta, os gastos com tratamento estão ficando cada vez mais caros e trabalhosos. Segundo alguns especialistas, se o ser humano continuar com os altos níveis de desperdício, poderemos enfrentar muito mais problemas com escassez de água potável.

Propusemos aos alunos que todos trouxessem um talão de água para que pudessem aprender como calcular o consumo de água na sua residência. De fato, veja o que foi trabalhado e sala de aula.

5.2.1 Entendendo o consumo e utilização da água

A água no Brasil é um bem de domínio público, mas nossos governantes tiveram que criar leis e regras para seu uso, gerenciadas por cada estado, evitando que no futuro não tenhamos uma escassez desse recurso. Cada estado fica responsável por articular e organizar planos hídricos de saneamento básico, assim como a cobrança desse tratamento por parte da respectiva empresa de saneamento.

Para o cálculo de consumo de água, consideramos como base um talão de água da Saneatins (2015), e uma tabela da Estrutura Tarifária – Residencial dessa companhia.

Figura 2 – Demonstrativo Mensal de Serviço de Água e Esgoto - TO

CÓDIGO DO CLIENTE		REFERÊNCIA	DATA VENCIMENTO	VALOR A PAGAR - R\$	
[REDACTED]		[REDACTED]	25/01/2016	31,26	
DC [REDACTED]					
J/ [REDACTED]					
TIPO DE FATURAMENTO	CATEGORIAS / ECONOMIAS	TIPO DE CONSUMO FATURADO			
ÁGUA	RES 1	MÍNIMO			
HIDRÔMETRO	IDENTIFICAÇÃO	Nº CONTA			
Y14S443820	28.0000.13.000.2640.00	6402741			
HISTÓRICO DO CONSUMO					
07/15	08/15	09/15	10/15	11/15	12/15
2	3	2	4	12	4
DATA EMISSÃO		13/01/2016		COND. LEIT:	
DATA LEITURA ANTERIOR		12/12/2015		LEITURA ANTERIOR	
				60	
DATA LEITURA ATUAL		13/01/2016		LEITURA ATUAL	
				67	
PREV. PROX. LEITURA		13/02/2016		CONSUMO RESIDUAL	
				0	
DIAS DE CONSUMO		32		CONSUMO MEDIDO	
				7	
MÉDIA		6		CONSUMO FATURADO	
				10	
DISCRIMINAÇÃO DOS SERVIÇOS					
FORNECIMENTO ÁGUA		31,11		ATUALIZ MONETARIA-R. 1	
				0,08	
ATUALIZ MONETARIA-R. 1		0,07			
VALOR TOTAL				31,26	
VAL APROX DOS TRIBUTOS R\$2,88 (9,25%) CONFORME LEI 12.741/12					
ESCR. ATENDIMENTO: CONEGO JOAO LIMA NII 2000 - E PRAJA					

FONTE: Saneatins/ TO

Tabela 7 – Estrutura Tarifária - Residencial

TIPO	Faixa m^3 Intervalo	Volume Por Faixa	Alíquota Preço p/ m^3	Fator de Dedução	Valor da Faixa	Valor Acu- mulado
R,1	00 A 10	10	3,11	—	31,11	31,11
R,2	11 A 15	5	4,27	11,63	21,38	52,49
R,3	16 A 20	5	5,46	29,49	27,33	79,82
R,4	21 A 25	5	6,55	51,24	32,73	112,55
R,5	26 A 30	5	7,59	77,18	37,95	150,49
R,6	31 A 35	5	8,18	95,04	40,93	191,42
R,7	36 A 40	5	10,10	162,27	50,53	241,94
R,8	41 A 50	10	11,09	201,76	110,93	352,88
R,9	> 50	—	13,23	308,63	—	—

FONTE: Saneatins/2016

Para o consumo de até $10 m^3$ (o equivalente a 10 mil litros de água), o valor fixo cobrado na fatura da conta de água normal será de R\$31,11; para cada m^3 utilizado excedente são cobrados R\$3,31.

Suponhamos que, em um mês, você tenha gasto $27 m^3$ de água. Em uma conta rápida, calculamos:

$$10 m^3 = R\$22,10; \text{ o excedente foi de } 17 m^3 \times R\$3,31/m^3 = R\$78,37.$$

Logo, o valor a ser pago vai ser de R\$78,37.

Essa tabela determina, ainda, um preço fixo para o cálculo do consumo de água de até 30 mil litros ($30 m^3$), que é de R\$ 88,30. Depois disso, cada m^3 tem o valor de R\$5,65/ m^3 . Se você registrar o consumo de 40 mil litros d'água em um mês, o valor da sua conta no fim do mês poderá chegar a:

$$30 m^3 = R\$88,30; \text{ o excedente foi de } 10 m^3 \times R\$5,65/m^3 = R\$56,50.$$

Portanto, o valor a ser pago vai ser de R\$88,30+R\$56,50=R\$144,80.

Os alunos entenderam também como funciona a cobrança da rede de esgoto, o tratamento da água e as multas cobradas por atraso de pagamento. O pagamento da água é necessário para incentivar o consumo consciente dos recursos hídricos e gerar recursos financeiros suficientes para a manutenção de todo o sistema de saneamento, incluindo equipamentos, estruturas físicas e pagamentos de funcionários, além de gerar fundos para preservar as bacias e mananciais.

A experiência com o consumo de água fez com que os alunos pudessem comparar e calcular quantos por cento eles economizariam se eles mudassem de faixa de intervalo de consumo. Para isso, eles praticaram atos simples, no intuito de economizar água, de acordo com o Inmetro (2015), tais como:

- ao escovar os dentes, manter a torneira fechada;
- fechar a torneira enquanto estive ensaboando as louças e panelas;
- usar a máquina de lavar roupas uma vez por semana na capacidade máxima, aproveitando a água para lavar o quintal;
- na hora do banho, procurar se ensaboar com o chuveiro desligado e tomar banho rápido;
- não jogar óleo usado em fritura no ralo da pia ou na rua. A prática contrária polui os rios, dificulta o tratamento e a limpeza da água;
- fazer manutenção nos canos para evitar os vazamentos dentro da residência;
- verificar o vazamento de água na rede externa e comunicá-lo, em caso de existência, à companhia de água;
- reutilizar a água nos casos em que for possível;
- utilizar regador para molhar as plantas em vez da mangueira;
- varrer o chão em vez de usar a água da mangueira;
- lavar o carro com menos frequência usando balde em vez de mangueira;
- captar a água da chuva e do ar condicionado com baldes. Depois utilizá-la para lavar carros e quintais;
- tratar a água de piscinas evitando trocá-la com frequência;
- colocar sistemas de controle de fluxo de água nas torneiras.

5.3 Economia de Energia

Para falarmos em economia de energia, primeiramente os alunos teriam que entender como funciona a cobrança desse consumo no próprio talão de energia. Percebemos que, no início, a maioria dos alunos não tinham noção de como era feito o cálculo pela Energisa (2015), companhia de energia do Tocantins. A unidade utilizada por ela (pelas concessionárias, de modo geral) é o *kWh* (lê-se: quilowatt-hora), que indica o consumo de energia equivalente a 1000 *watts* em 1 hora. Para ensinar esse cálculo, usamos como exemplo um talão de energia, previamente providenciado por cada um dos alunos.

Figura 3 – Exemplo de Conta de Energia

Mês	Vencimento	Consumo Faturado kWh	Valor (R\$)
09/2015	07/10/2015	178	139,91

Dados da U.C. Classe: RESIDENCIAL SubClasse: RESIDENCIAL NORMAL Tipo de Tarifa: CONVENCIONAL Grupo de Tensão: B Fase: MONOFASICO Local: 0004 Etapa / Livro / Seq: 04 / 004065 / 45 Perdas do Ramal: Fator de Potência:		Dados do Fornecimento Tensão nominal ou contratada (V): 220 Limites adequados de tensão (V): 202 a 231 Equipamento: 2003024154 Perdas de Transformações (%): 0		Dados da Leitura Leitura Atual: 09/09/2015 Leitura Anterior: 07/08/2015 Próxima Leitura: 08/10/2015 Número de Dias Faturados: 33 Origem da Leitura Atual: Lida Consumo médio diário: 5,39 Média dos 12 últimos meses: 151,33 Emissão: 09/09/2015 Apresentação: 09/09/2015	
--	--	---	--	---	--

Dados da Medição	Unidade de Medida	Leitura Atual	Leitura Anterior	Constante de Faturamento	Medido	Faturado	Dados do Faturamento	Faturado	Tarifa (R\$)	Total (R\$)	
Consumo	kWh	7361	7183	1,0000	178,00	178,00	Consumo	178	0,462030	82,24	
							Adic. Band. Vermelha			9,30	
							ICMS			32,95	
							Cofins			6,03	
							PIS			1,31	
							Subtotal (R\$)			131,83	
							Laçamentos e Serviços				
							Cip-Contrib de Ilum Pub				8,08
							Subtotal (R\$)				8,08

Tributos	Base de Cálculo (R\$)	Alíquota (%)	Valor (R\$)
ICMS	131,83	25,00000	32,95
COFINS	131,83	4,57500	6,03
PIS	131,83	0,99340	1,31

Composição do Preço (Art. 31, Resolução 168/2005)					
Distribuição	Enc. Setoriais	Energia	Transmissão	Tributos	
34,80	8,34	45,86	2,45	40,29	
				Soma (R\$)	131,83

Inscrição sobre a conta paga após o vencimento multa de 2%, juros de mora de 0,0333% ao dia (conf. Lei 10.438/02) e atualização monetária com base no (IP-M) a serem incluídos na próxima conta.

FONTE: Energisa - TO

De imediato, trabalhamos os cálculos dos impostos ICMS, COFINS e PIS que, segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica ANEEL (2015), tiveram sua aplicação alterada a partir da entrada em vigor das leis n° 10.637/2002, 10.833/2003 e 10.865/2004, fazendo com que houvesse uma elevação no valor das contas de energia elétrica. As alíquotas do PIS e CONFINS são alteradas mensalmente, pois varia de acordo com a quantidade de créditos contabilizado mensalmente por sua concessionária. Já a alíquota do ICMS é diferenciada em cada estado da federação.

Os alunos observaram que o consumo mensal, no mês em questão, foi de 178 *kWh*, e que o valor da tarifa sem a inclusão dos tributos foi de R\$0,462030/*kWh*. Logo, o valor total a ser pago será calculado pela seguinte expressão:

$$V_{\text{total}} = E_{\text{consumida}} \times V_{\text{tarifa}},$$

em que

V_{total} : valor total a ser pago em reais (R\$);

$E_{\text{consumida}}$: energia elétrica mensal gasta em quilowatt-hora (*kWh*);

V_{tarifa} : valor da tarifa sem tributos em reais por quilowatt-hora $\left(\frac{\text{R\$}}{\text{kWh}}\right)$.

Portanto, o valor total a ser pago, segundo a tarifa supracitada, é

$$V_{\text{total}} = 178 \times 0,462030 \Rightarrow V_{\text{total}} \approx \text{R\$}82,24.$$

Mas, com a regularidade dos tributos cobrados pela Energisa (2015), os alunos perceberam que esse valor influenciava diretamente no bolso do consumidor. Os cálculos são trabalhados e definidos por alíquota em porcentagem, conforme tabela a seguir, de acordo com o exemplo:

Tabela 8 – Energisa - Empresa de Energia-TO

IMPOSTOS/TRIBUTOS	Alíquota (%)
ICMS	25,0000
CONFINS	4,5758
PIS	0,9934

FONTE: Energisa (2015)

Observado a tabela das alíquotas, os alunos calcularam a tarifa com os impostos (tributos) agregados. Para isso, utilizaram a equação da ANEEL (2015), como segue:

$$\begin{aligned}
 \text{Tarifa com Tributos} &= \frac{\text{Tarifa ANEEL}}{[1 - (\text{PIS} + \text{CONFINS} + \text{ICMS})]} \\
 &= \frac{0,462030}{[1 - (0,009934 + 0,045758 + 0,25)]} \\
 &= \frac{0,462030}{[1 - 0,3055098]} \\
 &\approx 0,66545.
 \end{aligned}$$

Adotando, agora, a nova tarifa com tributos, temos um novo cálculo:

$$V_{\text{total}} \approx 178 \times 0,66545 \Rightarrow V_{\text{total}} \approx \text{R}\$118,45.$$

Adicionando os tributos da bandeira vermelha e da contribuição com iluminação pública, constantes do talão do talão de energia, obtemos o total a pagar de, aproximadamente, $\text{R}\$118,45 + \text{R}\$9,30 + \text{R}\$8,08 = \text{R}\$135,83$.

O que diferencia do valor da conta acima seria algum acréscimo por atraso de pagamento. Esse mesmo cálculo é fácil de visualizar, pois está detalhado na própria conta.

Os alunos ficaram atentos com o consumo de *kWh*, que depende exclusivamente do consumo de energia e está influenciado principalmente pelo uso dos eletrodomésticos e maus hábitos dos consumidores.

O valor total da fatura em função dos impostos passou de $\text{R}\$82,24$, sem tributação, para $\text{R}\$139,91$, já incluídos todos os impostos, totalizando um aumento de $\text{R}\$57,67$, que corresponde a, aproximadamente, 70,12%. Em sala de aula, pudemos debater com os alunos o uso adequado dessa arrecadação com impostos em benefício da sociedade em geral.

5.3.1 Lâmpadas

Sabendo que 1 *kWh* indica que foi consumida a energia equivalente a 1000 *watts* em 1 hora, os alunos puderam estimar, por exemplo, que, se uma lâmpada de 100 *w* ficasse ligada durante a noite, por 8 horas, seriam gastos 800 *w* por noite, que correspondem a

0,8 *kWh*, e, de acordo com o valor da tarifa da conta de luz de 0,462030 por *kWh* do exemplo acima, temos um cálculo fácil:

$$0,8 \cdot 0,462030 = \text{R}\$0,36,$$

o que, de início, parece pouco, mas esse problema pode ficar mais interessante. Então foi proposto aos alunos o seguinte problema.

Exemplo. Usando os dados acima, vamos imaginar que nossa casa tenha 6 lâmpadas iguais a essa. Quanto iremos pagar por mês, se ligarmos igualmente todas essas lâmpadas por um mesmo período de tempo de 8 horas por noite?

Resolução:

Pelo que foi calculado, 1 lâmpada gasta R\$0,36.

Logo, $6 \times 0,36 = \text{R}\$2,16$ por noite.

Se considerarmos o mês com 30 dias, teremos, portanto:

$$2,16 \times 30 = \text{R}\$64,80 \text{ por mês.}$$

Levando em conta que no mercado existem, atualmente, três tipos de lâmpadas (as incandescentes, as fluorescentes compactas e as de LED), basta o consumidor verificar qual seria mais econômica. Por exemplo, de acordo com o Inmetro (2015), a fluorescente compacta com 15 *watts* ilumina da mesma forma que a incandescente de 60 *watts*. Isso significa uma economia de 75% na conta de luz. Já a lâmpada de LED consegue ser ainda mais econômica que essas no consumo de energia. Com apenas uma lâmpada de LED com 10 *watts* você obtém um ambiente iluminado da mesma forma que a incandescente de 60 *watts* ou a fluorescente compacta de 15 *watts*. O que vai pesar na decisão será o valor de cada uma, pois a diferença entre elas pode chegar a, aproximadamente, 90%.

5.3.2 Carregador de celular

Abordamos esse assunto em sala de aula, pois hoje em dia, quase todos usam celulares e precisam carregar a sua bateria constantemente. O que quase ninguém percebe é que, segundo o Inmetro (2015), eles gastam energia mesmo quando nenhum dispositivo está conectado a eles. Se associados a outros vários aparelhos desligados, mas conectados, a energia pode contribuir com até 10% da sua conta de energia.

Ao realizarem uma breve pesquisa, os alunos constataram que o consumo médio de um carregador é de 0,25 *watt* quando não está em uso, e de 1 a 4 *watts* mesmo quando o aparelho, com a energia totalmente carregada, está plugado.

5.3.3 Economia de energia dos eletrodomésticos

Para esta etapa, dividimos a turma em grupos de até 5 integrantes, para realizar um trabalho que visava não somente aos cálculos de Matemática e conhecimentos em porcentagem, mas também à conscientização com os gastos de energia, usando pesquisas feitas com os tipos e modelos de aparelhos eletrodomésticos, além da análise dos cálculos para comparação de seu consumo.

Tabela com levantamentos de dados sobre a quantidade de eletrodomésticos das residências dos alunos envolvidos no trabalho.

Tabela 9 – Números de Eletrodomésticos nas residências

Quantidade	Quat. Alunos	Percentual
[05 ; 10[18	30,00%
[10 ; 15[16	26,67%
[15 ; 20[15	25,00%
[20 ; 25[6	10,00%
[25 ; 30[5	8,33%
Total	60	100%

FONTE: Próprio Autor

Seguem abaixo os principais eletroeletrônicos de uma residência, trabalhados com os alunos em sala de aula, para a conscientização da economia de energia.

5.3.3.1 Ar condicionado

Um dos vilões do consumo de energia nas residências em geral é o ar condicionado. Hoje no Brasil são utilizados dois tipos: o split (mais moderno) e o ar condicionado de janela.

Segundo o Inmetro (2015), cada um tem suas vantagens e desvantagens. Enquanto o ar condicionado de janela é, em média, 30% a 50% mais barato e garante refrigeração rápida e não necessita de pessoal capacitado para fazer a instalação, os splits necessitam de tubos de cobre para passagem do ar do condensador que fica do lado externo da casa até a parte fixa do aparelho no interior da residência, e sua instalação só pode ser feita por um especialista. Mas, apesar dessas diferenças, o modelo split tem suas vantagens, pois, além de ser silencioso, tem uma vida útil melhor e consome menos energia: de acordo com o Inmetro, um modelo de 7 mil BTU's tem, em média, consumo de 639 *kWh*, enquanto o consumo do outro modelo é, em média, de 700 *kWh*.

Em sala de aula, os alunos aprenderam como é feito o cálculo de consumo de energia de um ar condicionado, além de aprender a escolher a capacidade do ar para cada ambiente da residência.

Antes de propor a atividade aos alunos, aprendemos o significado de BTU (sigla de British Thermal Unit, que significa, em português, Unidade Térmica Britânica). O BTU é uma medida de energia, que estabelece a quantidade de energia que um aparelho precisa para elevar a temperatura e determina a potência de refrigeração de vários aparelhos, como por exemplo, o ar condicionado. Apesar de não ter unidade, o BTU é equivalente a outras unidades de medida, como 252,2 calorias e 1055,05 joules.

Para calcular o consumo de energia do ar condicionado, consideramos como exemplo um aparelho split que consome em média 639 *kWh*, usando como referência o valor 0,6. Primeiro, multiplicamos o consumo do aparelho pelo número de horas utilizadas por dia. O exemplo utilizado foi de 8 horas de consumo por dia:

$$0,6 \cdot 8 = 4,8.$$

Esse resultado foi multiplicado por 0,70, número padrão que representa a capacidade aproximada de rendimento de um ar condicionado. O cálculo tornou-se:

$$4,8 \cdot 0,70 = 3,36.$$

Agora, é só multiplicar o resultado por 30 dias do mês:

$$3,36 \cdot 30 = 100,8.$$

Finalmente, multiplicamos esse resultado pelo valor do quilowatt-hora, que vem explicitado na conta de energia, que foi de R\$0,46.

$$\text{Portanto, } 100,8 \cdot 0,46 \approx \text{R\$46,37.}$$

Com essa atividade os alunos desenvolveram uma pesquisa para melhor escolher a capacidade de refrigeração do aparelho, visando à economia de energia. O cálculo mais adequado, segundo o Inmetro (2015), é que, para cada metro quadrado, multiplica-se por 600 BTU's: cada pessoa adicional e cada equipamento eletrônico que aquece o ambiente somam 600 BTU's. Assim, consideramos como exemplo um quarto com 16 m^2 para dois moradores com dois computadores de mesa. O cálculo é o seguinte:

$$16 \text{ m}^2 \times 600 \text{ BTU} + 600 \text{ BTU (uma pessoa adicional)} + 2 \times 600 \text{ BTU (dois computadores)} = 11400 \text{ BTU's.}$$

Logo, o mais adequado para esse ambiente é um ar condicionado de 12 mil BTU's.

O Inmetro (2015) divulgou algumas dicas importantes que discutimos com os alunos, tais como:

- escolher os modelos que se adequem melhor à sua necessidade;
- dar preferência aos modelos splits, mais modernos e com tecnologia inverter;
- instalar a parte externa (condensadora) em local com boa circulação de ar;
- manter os ambientes com temperatura entre 23°C e 25°C;

- manter portas e janelas bem fechadas, para evitar a entrada de ar do ambiente externo;
- não deixar o calor do sol no ambiente em que esteja usando o ar, fechando cortinas e persiana;
- manter os filtros limpos para facilitar a circulação livre do ar para não forçar o aparelho a trabalhar mais;
- nos dias que não estiverem muito quentes, usar os ventiladores, pois auxilia no combate ao calor e gasta bem menos energia.

5.3.3.2 Televisores

A paixão dos eletrodomésticos da maioria dos brasileiros são os televisores. Assim, entender um pouco de marcas, modelos e consumo desses aparelhos ajuda na economia de energia.

Considerando como base que o brasileiro usa o televisor por aproximadamente 5 horas diárias, podemos efetuar o seguinte cálculo, segundo a pesquisa tarifária da ANEEL (2015):

$$\text{Tarifa com Tributos} = \frac{(\text{potência do aparelho (em watts)}) \times (\text{horas mensais de uso})}{(1000)}$$

= consumo mensal em *KWh*.

Depois, é só multiplicar o resultado é só multiplicar, pelo valor do *kWh* apresentado em sua conta de luz, o resultado obtido.

Para perceber a economia de energia se concretizar de fato no final do mês, os alunos pesquisaram alguns modelos de televisores para fazerem uma breve análise.

5.3.3.2.1 Televisores de tubo

Apesar de esses tipos de televisores ficarem cada vez mais raros no mercado, pois eles não garantem imagens de qualidade, seu consumo de energia é bastante moderado, ao contrário do que muitos pensam. De acordo com o Inmetro (2015), os modelos de 14" consomem na faixa dos 40 a 70 *watts* de potência. Adotando a fórmula de cálculo que mencionamos acima e considerando um total de 120 horas ligadas por mês, torna-se fácil para os alunos verificarem o seu consumo:

$$\frac{40 \cdot 120}{1000} = 4,8.$$

Assim, adotando a tarifa da conta de energia de R\$0,46 *kWh*, temos

$$4,8 \cdot 0,46 = \text{R}\$2,20 \text{ ou } \frac{70 \cdot 120}{1000} = 8,4 \text{ e } 8,4 \cdot 0,46 = \text{R}\$3,86.$$

Portanto, o custo do consumo é de R\$2,20 e R\$3,86 respectivamente.

A média de consumo dos televisores de tubo varia de acordo com a tela: quanto mais polegadas, maior o seu gasto com energia.

5.3.3.2.2 TVs populares de LCD

De acordo com o Inmetro (2015), o consumo de um televisor de LCD varia de baixo a moderado e, diferente das TV's de tubo, seu consumo de energia sofre influência da tecnologia empregada, bem como do tamanho da tela.

Os alunos perceberam que os modelos LCD's de 22" consomem por volta de 38 a 75 *watts*. Fazendo os cálculos com o mesmo total de tempo do exemplo anterior e adotando a tarifa da conta de energia de R\$0,46 *kWh*, temos:

para a primeira faixa:

$$\frac{38 \cdot 120}{1000} = 4,56 \quad \text{e} \quad 4,56 \cdot 0,46 = \text{R\$}2,09;$$

para a segunda faixa:

$$\frac{75 \cdot 120}{1000} = 9 \quad \text{e} \quad 9 \cdot 0,46 = \text{R\$}4,14.$$

5.3.3.2.3 TV de plasma

Na pesquisa, os alunos fizeram uma análise das TV's de plasma que, segundo o Inmetro (2015), são consideradas no mercado aquelas de consumo mais elevado, variando de moderado a alto (esse seria o preço a pagar por uma melhor qualidade de imagem). No mercado, não existem modelos de TV de plasma com tela pequena. Assim, quem optar por esse tipo de TV sempre pagará uma conta de energia mais cara. Em média, os modelos de plasma de 42" consomem de 240 a 320 *watts* de potência. O cálculo de consumo com uso de 120 horas mensais e adotando a tarifa da conta de energia de R\$0,46 *kWh* é:

para a primeira faixa:

$$\frac{240 \cdot 120}{1000} = 28,80 \quad \text{e} \quad \text{R\$}28,80 \cdot 0,46 = \text{R\$}13,24;$$

para a segunda faixa:

$$\frac{320 \cdot 120}{1000} = 38,4 \quad \text{e} \quad \text{R\$}38,4 \cdot 0,46 = \text{R\$}17,66.$$

5.3.3.2.4 TVs de LED LCD

Para finalizar, temos a surpreendente TV de LED, que alia qualidade ao baixo consumo. Por utilizar diversas lâmpadas de LED, há uma gama maior de cores, resultando

em um maior contraste e em um consumo menor de energia. Mas, por se tratar de nova tecnologia, o preço dos aparelhos ainda é elevado.

Veja o que os alunos perceberam no consumo de uma TV de LED de 32", com gasto de apenas 95 *watts* em média. O cálculo de consumo com uso de 120 horas mensais e adotando a tarifa da conta de energia de R\$0,46 *kWh* é:

$$\frac{95 \cdot 120}{1000} = 11,40 \quad \text{e} \quad R\$11,40 \cdot 0,46 = R\$5,24.$$

Portanto, para melhor escolha na hora da compra de uma TV, é preciso comparar melhor a qualidade com o custo x benefício. Veja o que foi calculado pelos alunos na tabela a seguir.

Tabela 10 – Consumo de energia dos televisores, ligados 4 horas por dia (tarifa usada: R\$ 0,46 kWh)

Modelos	Consumo (watts)	Consumo mensal (R\$)	Consumo Anual (R\$)
Tubo 14"	40 – 70	2,208 – 3,864	46,368
Tubo 29"	80 – 110	4,416 – 6,072	72,864
LCD 22"	38 – 75	2,0976 – 4,14	49,68
LCD 42"	200 – 250	11,04 – 13,8	165,6
Plasma 42"	240 – 320	13,248 – 17,664	211,968
Plasma 50"	330 – 585	18,216 – 32,292	387,504
LED 32"	95	5,244	387,504
LED 46"	155 – 175	8,556 – 9,66	115,92
LED 55"	195 – 260	10,764 – 14,352	172,224

FONTE:Próprio autor

Pela análise dessa tabela, discutimos em sala de aula que a melhor opção para quem quer economizar energia, sem levar em consideração a qualidade da imagem, seria a TV de tudo de 14", mas, para quem quer uma televisão maior e com baixo consumo, a TV de LED é a melhor opção.

5.3.3.3 Máquina de lavar roupas

O Inmetro (2015), ajuda o consumidor a fazer uma escolha consciente, pois informa dados sobre a eficiência de cada máquina de lavar. Sabendo que consomem eletricidade e água, dois recursos preciosos, os alunos fizeram a comparação calculando quanta energia elétrica e água uma máquina consome para lavar 100 *kg* de roupa por mês. Considerando a máquina mais econômica indicada pelo Inmetro, que seria a automática de abertura frontal, que tem, em média, 253 *watts* de potência, supondo-se um gasto de R\$3,1/*m*³ de água, trabalhando 4 horas por dia, os alunos calcularam o seu consumo mensal:

$$\frac{253 \cdot 120}{1000} = 30,36 \quad \text{e} \quad R\$30,36 \cdot 0,46 = R\$13,96.$$

Esse gasto é com energia elétrica. A máquina de lavar roupas gasta até 250 *l* de água em média para cada 5 *kg* de roupa. Por meio desse exemplo, para 100 *kg* de roupa,

essa máquina gasta 5000 l (ou 5 m³) de água, que correspondem a 5 · 3,1 = R\$15,50 a mais no gasto com a conta de água da família.

Veja outro exemplo que simulamos em sala de aula, agora com uma máquina tradicional, de acordo com sua potência indicada na figura a seguir.

Figura 4 – Dados informativos de uma Máquina de Lavar



FONTE: Próprio autor

A potência observada foi de 840 *watts*. Considerando um consumo de 60 horas mensais, o cálculo a ser feito é:

$$\frac{840 \cdot 60}{1000} = 50,40 \text{ e } 50,40 \cdot 0,46 = \text{R}\$23,18.$$

Portanto, o seu consumo mensal é de R\$23,18.

Os cálculos que apresentamos nesse exemplo podem ser explorados com outros eletrodomésticos, como segue.

5.3.3.4 Geladeira

Segundo dados do Inmetro, a geladeira, por ficar ligada o tempo todo, é responsável por cerca de 30% do consumo de energia de uma casa. As geladeiras de uma porta têm potência de 90 *watts* em média, e as de duas portas, cerca de 130 *watts*. Usando como base o cálculo da ANEEL (2015), a geladeira de uma porta tem o consumo mensal calculado da seguinte forma:

$$\frac{90 \cdot 720}{1000} = 64,8 \text{ e } 64,8 \cdot 0,46 = \text{R}\$29,80.$$

Já a de duas portas:

$$\frac{130 \cdot 720}{1000} = 93,6 \text{ e } 93,6 \cdot 0,46 = \text{R}\$43,05.$$

Discutimos em sala algumas dicas para evitar o gasto desnecessário com a geladeira, de acordo com o Inmetro (2015), tais como:

- nunca colocar roupas para secar atrás da geladeira para secar, pois os refrigeradores precisam de muito ar circulando para se manterem resfriados;

- evitar colocar alimentos quentes na geladeira, pois forçará o motor a resfriar esse alimento;
- observar a borracha de vedação, para evitar o vazamento de ar, gastando mais energia;
- sempre regular o termostato do refrigerador de acordo com as recomendações do fabricante;
- instalar a geladeira longe de eletrodomésticos, perto de aparelhos como fogões e micro-ondas;
- tentar abrir menos a geladeira e sempre escolher o tamanho certo para o tamanho da família.

Veja outro exemplo na prática de como calcular o consumo de energia de uma geladeira feito em sala de aula usando as informações que normalmente vêm atrás do aparelho.

Figura 5 – Dados informativos de uma geladeira

Produzido por: Whirlpool S.A. R.D. Francisco 7200 - Zona Indust. Joinville - SC CEP 89219 - 900 CNPJ 59.105.999/0039 - 59				CLAS. ISOL.	01	VOL. TOT. BRU.	460,0 l
BRASTEMP				CLAS. TEMP.	T	VOL. BRU. RFG.	328,0 l
MODELO	BRD50ABBNA	TENSAO	220 V~	PRESSAO DE PROJETO		VOL. BRU. FRZ.	132,0 l
SERIE	JL0838215	FREQUENCIA	60 Hz	LADO ALTA	1479 kPa	VOL. TOT. ARM.	450,0 l
R134a	195 g	CORRENTE	1.3 A	LADO BAIXA	545 kPa	VOL. ARM. RFG.	319,0 l
CAP. CONG. 24h	6,0 kg	POTENCIA	120 W	POT. RESIST.		VOL. FZ. 3E STR.	107,0 l
ISOL. TERM.	C-PENTANO	TIPO PRODUTO	COMBINADO			VOL. FZ. 2E STR.	24,0 l
SERVICE				BRD50ABBNA00		JL0838215	

FONTE: Próprio autor

A potência dessa geladeira indica 120 *watts*, de modo que o cálculo mensal é:

$$\frac{1120 \cdot 720}{1000} = 86,4 \text{ e } 86,4 \cdot 0,46 = \text{R\$}39,74.$$

Assim, os alunos puderam calcular na prática o consumo de energia usando os aparelhos de suas próprias casas.

5.3.3.5 Chuveiro elétrico

Com base em informações do Inmetro (2015), os alunos perceberam que outro grande vilão da conta de energia é o chuveiro elétrico.

Veja como ficou o cálculo do consumo de energia desse equipamento feito pelos alunos em sala de aula. Para isso, usaram como referência os dados do Inmetro, segundo os quais, a potência máxima de um chuveiro elétrico é de 5400 *watts*; supondo uma residência com duas pessoas e que cada uma toma 2 banhos por dia que duram, em média, 15 minutos cada, teremos, então, 4 banhos por dia, consumindo 60 minutos (ou 1

hora) por dia com o chuveiro ligado. Vamos utilizar o valor de R\$0,46 por *kWh*. Usando a fórmula da ANEEL (2015), temos

$$\frac{5400 \cdot 30}{1000} = 162 \text{ e } 162 \cdot 0,46 = \text{R}\$74,52 \text{ (consumo mensal).}$$

Esse valor pode aumentar ainda mais, dependendo da região e da quantidade de pessoas que vivem na residência. Normalmente, os chuveiros têm uma chave com três posições: Inverno, Desligado e o Verão. Quando não estiver fazendo frio, use a chave na posição Verão para economizar 30% de energia no aquecimento da água, e para economizar energia e água, feche a torneira quando estiver ensaboando e não fique muito tempo no banho, pois o consumo de energia é diretamente proporcional ao tempo de banho.

5.3.3.6 Ferro de passar roupas

Os alunos perceberam que, ao contrário do chuveiro elétrico, o ferro de passar não costuma ser utilizado todo dia, mas, segundo estimativas de especialistas, o seu impacto na conta de energia é grande. O teste feito pelos alunos estimou o consumo de um ferro de passar de 2000 *watts* de potência (como mostram os dados do fabricante, conforme figura a seguir), ligado durante 6 horas por semana.

Figura 6 – Dados informativos de um ferro elétrico



FONTE: Próprio autor

Logo, durante o mês, totalizaria 24 horas de utilização.

O cálculo é o seguinte:

$$\frac{2000 \cdot 24}{1000} = 48 \text{ e } 48 \cdot 0,46 = \text{R}\$22,08 \text{ (consumo mensal).}$$

Mas, se o consumidor não ficar atento quanto ao uso desse aparelho e utilizá-lo por várias horas, o impacto na conta de energia será assustador. Observe algumas dicas fornecidas pelo Inmetro (2015), para ajudar a economizar energia:

- não usar o ferro nos horários em que muitos outros aparelhos estejam ligados, pois ele sobrecarrega a rede de energia;
- juntar a maior quantidade de roupas possível para passá-las todas de uma vez;
- ficar atento à temperatura indicada para cada tipo de tecido;
- não ficar alternando a temperatura do ferro;
- na compra de um ferro novo, opte por modelos a vapor, pois são mais econômicos.

Assim, os alunos puderam verificar, por meio de simples mudanças de hábito da sua família, que seriam capazes de reduzir significativamente o valor da sua conta de energia.

Esse trabalho de pesquisa proporcionou aos alunos grandes reflexões sobre o consumo de energia e o uso de aparelhos eletroeletrônicos, bem como a facilidade de se estimar o consumo em kWh de cada aparelho, usando como base as tarifas de consumo da conta de energia (Energisa), dados da ANEEL (2015) e Inmetro (2015).

A conclusão dessa etapa do trabalho ficou a cargo de cada aluno, por meio da seguinte atividade.

Eles teriam que completar os dados da tabela a seguir com os dados da potência de cada aparelho que tivessem em casa, juntamente com os cálculos dos kWh/s e seus respectivos consumos, usando para isso as fórmulas fornecidas pela ANEEL (2015), que mencionamos nos exemplos acima, podendo acrescentar novos aparelhos, caso necessário.

Tabela 11 – Consumo de energia elétrica de alguns aparelhos domésticos

Aparelhos	h/mês	Watts	kWh/mês	Custo(R\$) kWh/mês
Aparelho de som	60h	200 w	$\frac{60h \cdot 200w}{1000} = 12kWh$	12 x 0,46 = R\$5,52
Ar condicionado	120h	4000 w	480 kWh	R\$ 220,80
Cafeteira Elétrica	15h	600 w	9 kWh	R\$ 4,14
Chuveiro Elétrico	10h	5500 w	55 kWh	R\$ 25,30
Aspirador de pó	3h	600 w	1,8 kWh	R\$ 0,83
Ferro Elétrico	30h	2000 w	60 kWh	R\$ 27,60
Forno de Microondas	10h	2000 w	20 kWh	R\$ 9,20
Freezer	300h	500 w	150 kWh	R\$ 69,00
Frigobar	300h	300 w	90 kWh	R\$ 41,40
Geladeira	300h	120 w	36 kWh	R\$ 16,56
Lavadora de Roupa	60h	840 w	50,4 kWh	R\$ 23,18
Lâmpada	150h	100 w	15 kWh	R\$ 6,90
Secador de Cabelo	5h	1000 w	5 kWh	R\$ 2,30
Televisor	240h	90 w	21,6 kWh	R\$ 9,94
Torradeira Elétrica	5h	800 w	40 kWh	R\$ 18,40
Ventilador	240h	100 w	24 kWh	R\$ 11,04
Microcomputador	150h	250 w	37,5 kWh	R\$ 17,25
Notebook	150h	100 w	15 kWh	R\$ 6,90
Outros				
TOTAL:				R\$ 510,74

FONTE: Próprio autor

O valor da tarifa do brasileiro deveria ser o mais baixo do mundo, visto que a matéria prima para a produção da nossa energia elétrica é a água, e no Brasil existem várias usinas hidrelétricas, além de podermos captar energia de outras fontes, como energia solar e eólica, mas, infelizmente, temos acréscimos de impostos, taxas, sobretaxas, contribuição

voluntária, contribuição provisória, dentre outros impostos que o governo sempre irá nos cobrar.

A ideia é que os alunos apresentem essa tabela a todos os componentes da família, destacando os itens que mais consomem energia, como o ar condicionado, o chuveiro e o ferro de passar roupa, tentando, assim, mobilizar e conscientizar toda a família para a economia de energia elétrica.

5.4 Economia no Supermercado

Em outra oportunidade, propusemos uma atividade aos alunos. Queríamos que fizessem uma lista de produtos de supermercado presentes na cesta básica e acompanhassem os pais nas compras. De início, pedimos que eles anotassem os preços de todas as mercadorias compradas, analisando e comparando os preços de mesmos produtos de marcas diferentes e descartassem aquilo que eles achassem desnecessário na lista.

A atividade foi feita em grupo pesquisando o preço dos alimentos da cesta básica. Os alunos tinham que pesquisar em outros dois supermercados da cidade as mesmas mercadorias da cesta e organizar uma tabela para que pudessem comparar os preços.

Veja, na página seguinte, um exemplo da pesquisa feita pelos alunos com os alimentos da cesta básica de dois supermercados.

Tabela 12 – Alimentos de uma cesta básica média

ALIMENTOS	Supermercado A	Supermercado B
5 kg de Arroz	R\$ 14,97	R\$ 10,79
2 Kg de Feijão	R\$ 6,49	R\$ 5,97
2 Latas de Óleo	R\$ 15,54	R\$ 7,50
1 Kg de Farinha de Mandioca	R\$ 4,99	R\$ 2,79
1 Kg de Farinha de Trigo	R\$ 3,29	R\$ 2,75
250 g de Café	R\$ 4,39	R\$ 2,97
1 Kg de Fubá	R\$ 2,35	R\$ 1,79
1 Lata de Sardinha	R\$5,79	R\$ 2,29
5 Kg de Açúcar	R\$ 5,59	R\$ 2,29
1 Kg de Sal	R\$ 2,95	R\$ 0,65
1 Lata de Extrato (140 g)	R\$ 2,89	R\$ 1,19
500 g de Macarrão	R\$ 2,67	R\$ 1,99
250 g de Margarina	R\$ 6,59	R\$ 3,39
1 Lata de Fermento	R\$ 2,97	R\$ 2,29
4 Rolos de Papel Higiênico	R\$ 5,77	R\$ 1,97
2 Sabonetes(90 g)	R\$ 4,50	R\$ 1,78
1 Creme Dental (50 g)	R\$ 5,87	R\$ 1,75
1 Cx. de Sabão em Pó (500g)	R\$ 4,29	R\$ 2,59
3 Barras de Sabão em Pedra	R\$ 5,49	R\$ 3,59
1 Pct. de Bombril	R\$ 1,67	R\$ 0,96
1 Detergente	R\$ 1,65	R\$ 1,25
1 Tempero Alho e Sal	R\$ 4,27	R\$ 1,39
TOTAL:	R\$ 112,01	R\$ 63,93

FONTE: <http://cestabasicaalimentos.blogspot.com.br/> (??) Acesso em 23/11/2015.

Usando cálculos de Matemática Financeira, foi feita uma estimativa de economia pelos alunos entre os dois supermercados, como segue:

$$112,01 \rightarrow 100\%$$

$$R\$63,93 \leftarrow x$$

$$x = \frac{63,93 \cdot 100}{112,01} \Rightarrow x \approx 57,07\%$$

Logo, nessa atividade, houve uma economia de, aproximadamente, $100\% - 57,07\% = 42,93\%$ do supermercado B em relação ao supermercado A.

Aproveitando esses dados, foi possível trabalhar os conceitos de alguns impostos cobrados pelo governo, tais como ICMS, IOF, IPI e IRPJ, além de conscientizá-los da importância de economizar sem perder a qualidade de vida, já que o foco principal não era fazer os alunos consumirem e gastarem menos, e sim de consumirem apenas o que era necessário para uma vida saudável.

Para que essa experiência com os alunos pudesse influenciar definitivamente na vida deles, discutimos algumas práticas que as famílias podem adotar para conseguir essa

mesma economia, de acordo com o Inmetro (2015), tais como:

- fazer as compras por semana e não por mês, para evitar que os alimentos estraguem e sejam jogados fora;
- ter em mente um cardápio da semana, para comprar naquela semana apenas os ingredientes necessários;
- definir uma meta em valores para ser gasto por mês e tente cumprir essa meta;
- comprar apenas alimentos frescos e evitar comprar os congelados, pois são mais caros e ainda fazem mal à saúde;
- ficar atento às promoções e às épocas de safra de determinados alimentos, pois eles podem sair bem mais em conta;
- não agir por impulso, não comprando o que não é necessário no momento;
- pesquisar preços e marcas e acompanhar promoções, mas só comprar se tiver realmente precisando;
- não levar criança pequena ao supermercado, pois você acaba comprando coisas para ela sem necessidade;
- alimentar-se antes das compras, para evitar a compra desmedida e que os alimentos estraguem antes do consumo;
- dar preferência aos atacados e, se possível, comprar à vista para ganhar desconto.

Ao finalizar essa parte do trabalho, pudemos debater em sala de aula com os alunos algo de interesse deles e de suas famílias. Isso fez com que eles aprendessem a dar mais importância e a valorizar o estudo da educação financeira, bem como os cálculos da Matemática Financeira no seu dia a dia .

5.5 Economia na compra de roupas e calçados

Falar em compras de roupas e calçados com adolescente é meio difícil, ainda mais pelo fato de priorizar a economia de dinheiro. Monteiro (1998) diz que “a grande maioria têm uma visão distorcida do dinheiro, pois é próprio do ser humano não valorizar aquilo que não lhe custou nada”. Os alunos do Ensino Médio tiveram oportunidade para discutir esse assunto em sala. Um grande desafio para eles foi tentar economizar na compra de roupas e calçados, valorizando a qualidade do produto e a sua necessidade do momento.

A maioria concordou que seria importante valorizar o estilo de cada um, não caindo nas armadilhas das “modinhas”, valorizando as peças duradouras para que não seja necessário descartá-las tão facilmente. Ficar atento à troca de estação, pois, nessa época, as roupas e calçados ficam com preço mais em conta, as lojas querem esvaziar o estoque e

fazem muitas liquidações. Mas eles perceberam que é importante comprar somente o que lhes falta e não só porque há algo em promoção.

Outra dica relevante foi verificar do que realmente cada um está precisando, para evitar comprar algo e deixar guardado por muito tempo. Hoje, já existem muitas maneiras de customizar aquela bermuda ou aquela peça de roupa que sempre temos em casa. Logo, vale a pena ir à costureira para não ter que comprar um item novo.

Os alunos perceberam que não podemos esquecer que pesquisar preços nunca sai de moda e, no final, sempre ganhamos com esse hábito, sem falar na importância de valorizar as condições financeiras da família e entender até onde é possível e necessário gastar, sem cair no vilão do cartão de crédito, pois ele nos dá a falsa sensação de que temos mais dinheiro do que realmente temos. Eles entenderam que, se alguém gasta boa parte do que ganha apenas comprando roupas e sapatos, nunca poderá ter outras experiências de consumo, como, por exemplo, gastar em uma viagem de férias.

5.6 Economia de combustível

O combustível é um item que o brasileiro consome muito. Com a facilidade de crédito e as várias opções de financiamento, as famílias brasileiras conseguem realizar o sonho de adquirir um carro novo e, assim, sofrem com o aumento do combustível. De acordo com o Inmetro (2015), os carros mais novos consomem menos combustíveis e tiveram nota verde do IBAMA em relação aos níveis de emissão de poluição. Segundo a Agência Nacional de Petróleo, Gás natural e Biocombustível ANP (2015), o crescimento do consumo de combustível vem aumentando gradativamente, devido ao aumento da frota de veículos em circulação. Nas grandes cidades, como São Paulo, o governo teve que adotar medidas de rodízio, para não superlotar as ruas da cidade, sem falar de muitas campanhas para que o motorista vá de carona ou até mesmo de bicicleta para o trabalho.

Em sala de aula, trabalhamos algumas técnicas para a escolha do combustível, no caso de carros flex. Para entender melhor tais técnicas, os alunos pesquisaram o preço da gasolina comum e do etanol.

Veja o exemplo baseado na figura a seguir.

Figura 7 – Preço dos combustíveis



FONTE: <http://www.noticiasautomotivas.com.br/gasolina-combustivel-tem-nova-alta-de-precos/>
 acesso: 11/11/2015

Gasolina: R\$3,29 por litro.

Etanol: R\$2,54 por litro.

Conforme a ANP (2015), só valerá a pena abastecer com álcool se o valor for próximo de 70% do valor da gasolina. Assim, temos que dividir o valor do litro de álcool pelo da gasolina e verificar se o resultado é maior ou menor que 0,7 (70%):

$$2,54 : 3,29 \approx 0,77 (77\%),$$

maior que 70%.

Logo, é mais vantajoso abastecer com gasolina.

Podemos fazer esse cálculo multiplicando o valor da gasolina por 0,7 e verificar se o valor do álcool está abaixo do obtido:

$$3,29 \cdot 0,7 = 2,30,$$

abaixo do valor do etanol.

Ou seja, o valor do etanol deveria ser R\$2,30, para ser mais vantajoso

Logo, a gasolina é mais vantajosa.

De acordo com a revista Quatro Rodas (2015), com boas práticas de direção e manutenção do veículo, podemos reduzir em média 35% o consumo de combustível.

As dicas da revista foram levadas e as discutimos em sala de aula. Para reduzir o consumo de combustível do seu carro:

- comprar carros mais econômicos;
- usar o ar condicionado do carro com menos frequência;
- reduzir o peso do veículo quando possível;
- desligar o motor do carro, quando parar por mais de 20 minutos em um congestionamento;
- dirigir mais devagar, sem abusar muito do acelerador;
- evitar trajetos com muitos semáforos;
- calibrar os pneus, deixar o carro alinhado e manutenção em dia;
- se possível, preferir os carros menores e de menor potência;
- usar bons combustíveis em postos de confiança.

A ideia dessa atividade, além de ensinar aos alunos a utilizar os cálculos de porcentagem, era fazer com que eles conversassem com os pais sobre esse consumo e verificassem quais das práticas citadas pela revista eles poderiam adotar.

5.7 Economia de telefone e internet

Influenciados pelo mercado e pela mídia, a procura por telefones celulares e o uso da internet deixam o brasileiro refém dessas tecnologias, tornando quase impossível sobreviver no mundo de hoje sem esses recursos, pois a utilidade dos telefones não se restringe apenas à comunicação e ao lazer: muitas pessoas precisam desse recurso para trabalhar e ganhar dinheiro. Segundo a revista VEJA (2014), por causa do reajuste fiscal, as contas de telefone e internet podem ficar mais caras, pois uma das estratégias do governo, em acordo com o ministro da fazenda é aumentar a arrecadação com telecomunicações para cumprir o estabelecido pelo superávit primário no ano de 2015. De acordo com o PROCON (2015), por cada chip usado de telefone e internet, as empresas chegam a pagar para manter a linha funcionando cerca de 26 reais e mais 13 reais em taxas, que são revertidas para a conta do consumidor.

Como é notória a importância dessa tecnologia em nossas vidas, vale ressaltar algumas dicas fornecidas pelo PROCON (2015), que discutimos em sala de aula, para economizar na conta de telefone e também no uso da internet:

- usar o telefone apenas quando for de extrema urgência;
- aproveitar, se possível, os horários durante os quais as tarifas estão mais em conta (telefone fixo), que são das 0h às 6h, e durante os sábados, domingos e feriados;
- sempre pesquisar a melhor opção para as ligações DDD e DDI;

- combinar com sua família para usarem chips da mesma operadora;
- utilizar aplicativos de redes sociais de preferência com wifi, para economizar no seu 3G;
- evitar comprar pacotes de internet de que você não precisa.

Enfim, se o objetivo é economizar, os alunos entenderam que fazer as melhores escolhas na hora de usar o telefone e a internet podem trazer grandes diferenças na sua conta no final do mês.

5.8 Entendendo o pagamento de boletos

Todo cidadão recebe ou vai receber algum tipo de boleto de cobrança durante a vida. A atividade proposta em sala de aula busca interagir e ensinar como funciona essa cobrança usando os conhecimentos de porcentagem e cálculo financeiro. Segundo o PROCON (2015), amparado pelo Código de Defesa do Consumidor (CDC) no art. 52, §1º, existe um valor máximo para a cobrança de multas por atraso, que não pode passar de 2% do valor a ser cobrado pelo Título. Além disso, é cobrada apenas uma vez para cada boleto, acrescida de juros por dia de atraso. Esses juros, de acordo com o PROCON (2015), não podem exceder 1% ao dia. Um boleto baixado da Internet foi levado para a sala de aula para ajudar os alunos a desenvolver a ideia de juros e acréscimo.

Figura 8 – Boleto bancário

		756		75691.30433 02000.082509 06000.100013 5 43760000003990	
Local de pagamento Pagável em qualquer banco até a data de vencimento				Vencimento 30/09/2009	
Cedente GILBERTO ALVES DO AMARAL				Cooperativa contratante / Código cedente 3043/825	
Data do documento 08/09/2009	N.º documento INTERNET	Espécie OU	Aceite S	Data processamento 08/09/2009	Nosso número 60001-0
N.º da Conta / Resposta 1	Carteira R\$	Espécie R\$	Quantidade	Valor	Valor documento 39,90
Instruções NÃO RECEBER APÓS 30 DIAS DE VENCIMENTO APÓS VENCIMENTO MORA AO DIA 1,00% APÓS VENCIMENTO MULTA 2,00% R\$ 29,90 Ref. ao SCI prestador pela F.P. TELECOMUNICAÇÕES R\$ 10,00 Ref. ao SCM prestado pela BELEZA NETWORK, CNPJ 08.204.233/0001-18 EMITIDO PELA COOPERATIVA CONTRATANTE SEM RESPONSABILIDADE DO BANCOOB COOPERATIVA CONTRATANTE 3043 SICOOB CENTRO-SUL				(-) Desconto / Abatimento	
				(-) Outras Deduções	
				(+*) Mora/Multa	
				(+*) Outros Acréscimos	
				(=) Valor cobrado	
Sacado: HULANA SILVA CHAGAS RUA MAESTRO V. J. VIEIRA N 40 CENTRO MORRINHOS - GO				019.258.891-17 75.650-000	
Sacador / Avalista:				Autenticação mecânica Ficha de compensação	
					

FONTE: Internet

Exemplo. Uma pessoa precisa pagar esse boleto, que está atrasado 5 dias. Seu valor é de R\$39,90. Qual o valor a ser pago, se o próprio boleto estipula uma multa de 2% de atraso, acrescida de 1% de juros ao dia?

Resolução:

$39,90 \cdot 0,02 \approx R\$0,8$ pelo atraso;

$39,9 \cdot 0,01 \approx R\$0,4$ de juros por dia;

$0,4 \cdot 5 \approx \text{R}\$2,0$ de juros pelos 5 dias.

Logo, no final, o boleto custará $\text{R}\$39,90 + \text{R}\$0,80 + \text{R}\$2,00 = \text{R}\$42,70$, aproximadamente.

Propusemos aos alunos colocarem em prática o que foi estudo em sala usando algum boleto de cobrança da própria família, com a finalidade de fazê-los notarem a importância de economizar no orçamento familiar para pagar suas contas em dia, evitando, assim, essas cobranças de multas e de juros por atraso.

5.9 Aluguel ou a casa própria?

O sonho da maioria dos brasileiros é um dia comprar sua casa própria e, assim, sair de vez do aluguel.

Inicialmente, todos os alunos concordaram com essa frase, mas, durante a aula, apresentamos algumas vantagens e desvantagens em morar de aluguel e em comprar uma casa.

De acordo com o site Educação Financeira (2014), morar de aluguel tem vantagens, tais como: não se preocupar com manutenção; menos compromisso com documentos de transação e condições do mercado numa eventual venda; não precisa dispor de muito dinheiro, pois não tem obrigação de dar valor de entrada. Em contrapartida, a pessoa não está construindo patrimônio; o dinheiro investido não terá retorno; o aluguel pode subir; a pessoa pode ser forçada a mudar, causando muitos transtornos.

Já a compra da casa própria, de certa forma, torna-se um patrimônio para os filhos; a pessoa tem liberdade para reformar; aumentar ou diminuir como quiser; as prestações são fixas. Em contrapartida, é necessário dinheiro para dar de entrada e custos de transação; tem que obter aprovação para uma hipoteca; a pessoa faz um compromisso a longo prazo; sofre com a oscilação do mercado e ainda com o risco de perder o emprego.

Para esclarecer aos alunos qual seria a melhor escolha, realizamos uma simulação de financiamento da casa própria usando como base os dados da Caixa Econômica Federal (CEF), trabalhando em sala de aula dois sistemas de amortização muito usados no mercado financeiro: o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema de Amortização Francês (SAF ou tabela Price).

Consideramos a taxa de, aproximadamente, $8,5\%$ *a.a.*, para o financiamento da casa própria, cobrada pela Caixa Econômica Federal (CEF).

Usando a fórmula de taxa equivalente para converter essa taxa, temos

$$i_{eq} = \left\{ \left[(1 - i_c)^{\frac{90}{360}} \right] - 1 \right\} \cdot 100 \Rightarrow i_{eq} = \left\{ \left[(1 - 0,085)^{\frac{1}{12}} \right] - 1 \right\} \cdot 100 = 0,68\% \text{ a.m.}$$

O preço a ser simulado no exemplo a seguir é $\text{R}\$100.000,00$. Observe como ficou

essa simulação em 180 meses, nos dois sistemas de amortização.

Tabela 13 – Sistema de Amortização Constante (SAC)

Parcelas	Saldo(-)	Amortização	Juros	Prestações
0	R\$ 100.000,00	—	—	—
1	R\$ 99.444,44	R\$ 555,56	R\$ 680,00	R\$ 1.235,56
2	R\$ 98.888,89	R\$ 555,56	R\$ 676,22	R\$ 1.231,78
3	R\$ 98.333,33	R\$ 555,56	R\$ 672,44	R\$ 1.228,00
4	R\$ 97.777,78	R\$ 555,56	R\$ 668,67	R\$ 1.224,22
...
...
...
178	R\$ 1.111,11	R\$ 555,56	R\$ 11,33	R\$ 566,89
179	R\$ 555,56	R\$ 555,56	R\$ 7,56	R\$ 563,11
180	R\$ 0,00	R\$ 555,56	R\$ 3,78	R\$ 559,33
TOTAL		R\$ 100.000,00	R\$ 61.540,00	R\$ 161.540,00

FONTE: Próprio autor

Para construir essa tabela, primeiramente os alunos dividiram o saldo devedor pelo número de parcelas:

$$\frac{100000}{180} \approx 555,56.$$

Esse valor representa a coluna de amortização. Depois, calcularam os juros que incidem sobre o saldo devedor usando a taxa de 0,68% *a.m.*:

$$R\$100.000,00 \cdot 0,0068 = R\$680,00.$$

A prestação é calculada somando amortização mais juros:

$$R\$555,56 + R\$680,00 = R\$1.235,56,$$

e, finalmente, o novo saldo devedor é a diferença entre o saldo devedor do mês anterior e a amortização:

$$R\$100.000,00 - R\$555,56 = R\$99.444,44.$$

Essa tabela é também conhecida mundialmente como Método Hamburguês, e a principal característica do SAC é que ele amortiza um percentual fixo do valor do principal, garantindo que as prestações sejam decrescentes, muito usadas em financiamentos imobiliários.

Tabela 14 – Sistema de Amortização Francês (SAF ou tabela Price)

Parcelas	Saldo(-)	Amortização	Juros	Prestações
0	R\$ 100.000,00	—	—	—
1	R\$ 99.715,09	R\$ 284,91	R\$ 680,00	R\$ 964,91
2	R\$ 99.428,24	R\$ 286,85	R\$ 678,06	R\$ 964,91
3	R\$ 99.139,44	R\$ 288,80	R\$ 676,11	R\$ 964,91
4	R\$ 98.848,68	R\$ 290,76	R\$ 674,15	R\$ 964,91
...
...
...
188	R\$ 1.910,32	R\$ 945,49	R\$ 19,42	R\$ 964,91
189	R\$ 958,39	R\$ 951,92	R\$ 12,99	R\$ 964,91
180	R\$ 0,00	R\$ 958,39	R\$ 6,52	R\$ 964,91
TOTAL		R\$ 100.000,00	R\$ 73.684,11	R\$ 173.684,11

FONTE: Próprio autor

Os alunos tiveram um pouco mais de dificuldade com essa tabela, pois, ao contrário do SAC, eles tiveram que calcular, primeiramente, as prestações (PMT), que são da modalidade postecipadas. Usando a fórmula

$$PMT = PV \cdot \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right],$$

obtiveram

$$PMT = 100000 \cdot \left[\frac{(1+0,0068)^{180} \cdot 0,0068}{(1+0,0068)^{180} - 1} \right] \Rightarrow PMT \approx R\$964,91.$$

Depois, calcularam os juros que incidem sobre o saldo devedor usando a taxa de 0,68% *a.m.*:

$$R\$100.000,00 \cdot 0,0068 = R\$680,00.$$

A amortização é calculada subtraindo os juros da prestação:

$$R\$964,91 - R\$680,00 = R\$284,91,$$

e, finalmente, o novo saldo devedor é a diferença entre o saldo devedor do mês anterior e a amortização:

$$R\$100.000,00 - R\$284,91 = R\$99.715,09,$$

e assim por diante, até zerar o saldo devedor.

Essa tabela, idealizada por Richard Price, tem como principal característica fixar as prestações, fazendo os juros diminuírem com o passar do tempo. É um método muito usado em amortização de empréstimos.

Observação. Para construir as tabelas acima, os alunos tiveram auxílio do Excel. Como estávamos trabalhando com economia do orçamento familiar, os alunos observaram que, comparando o total de juros da tabela SAC (R\$61.540,00) com aquele da tabela Price (R\$73.684,11), houve uma economia de 16,48%, mostrando que a tabela mais vantajosa para o consumidor é a SAC. Mas, longe de pagar essa quantidade em juros, todos concordaram que a melhor opção era, se possível, evitar os financiamentos, tentar poupar e juntar o dinheiro para comprar à vista ou construir sua casa própria.

Nota. Segundo Capra (2015) Richard Price (1723–1791) foi um filósofo, ministro da igreja dissidente da Inglaterra e político republicano liberal, apoiador da revolução americana.

De acordo com MARCHIONI (2013) é a partir do prelúdio da segunda Revolução Industrial que a Tabela Price ganha força na França como método de amortização de empréstimo pela necessidade de massificação de consumo (daí a origem do nome: sistema francês de amortização).

6 RESULTADOS

Segundo dados do Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos - DIEESE, a classificação da situação social das famílias brasileiras pode ser realizada de acordo com o número de salários mínimos ganhos (somando a renda de todos os membros da família), como segue:

- Miserável: Até 1 Salário Mínimo (R\$ 880,00).
- Baixa: De 1 a 2 Salários Mínimos (R\$ 880,00 - R\$ 1.760,00).
- Média baixa: De 3 a 6 Salários Mínimos (R\$ 2.640,00 - R\$ 5.280,00).
- Média: De 7 a 19 Salários Mínimos (R\$ 6.160,00 - R\$ 16.720,00).
- Média alta: De 20 a 29 Salários Mínimos (R\$ 17.600,00 - R\$ 25.520,00).
- Alta: 30 ou mais Salários Mínimos (a partir de R\$ 26.400,00).

Neste capítulo, abordamos os resultados obtidos da análise dos gastos mensais de uma das famílias dos alunos que está na classe média baixa (a situação social mais evidente dos indivíduos envolvidos no trabalho), composta por 4 pessoas (2 adultos e 2 crianças). Realizamos essa análise por meio de tabelas de distribuição de frequência e gráficos, como segue:

Tabela 15 – Principais despesas mensais da Família (Classe Média Baixa)

Despesas	Média de Consumo	Percentual
Água	R\$ 85,78	2,18%
Energia	R\$ 358,6	9,12%
Supermercado	R\$ 1.286,68	32,73%
Roupas e Calçados	R\$ 367,00	9,33%
Telefone e Internet	R\$ 187,54	4,77%
Aluguel	R\$ 700,00	17,80%
Combustível	R\$ 658,45	16,75%
Diversos	R\$ 287,45	7,31%
Total	R\$ 3.931,57	100%

FONTE: Próprio Autor

A tabela acima nos mostra as principais despesas dessa família. Observamos que os gastos com Supermercado comprometem até 32,73% do orçamento familiar, seguido por Aluguel 17,80%, Combustível 16,75%, Roupas e Calçados 9,33%, e Energia 9,12%. Esse resultado reflete uma característica comum a todas as famílias brasileiras: a de não conseguirem se organizar financeiramente e acabar gastando mais que o necessário.

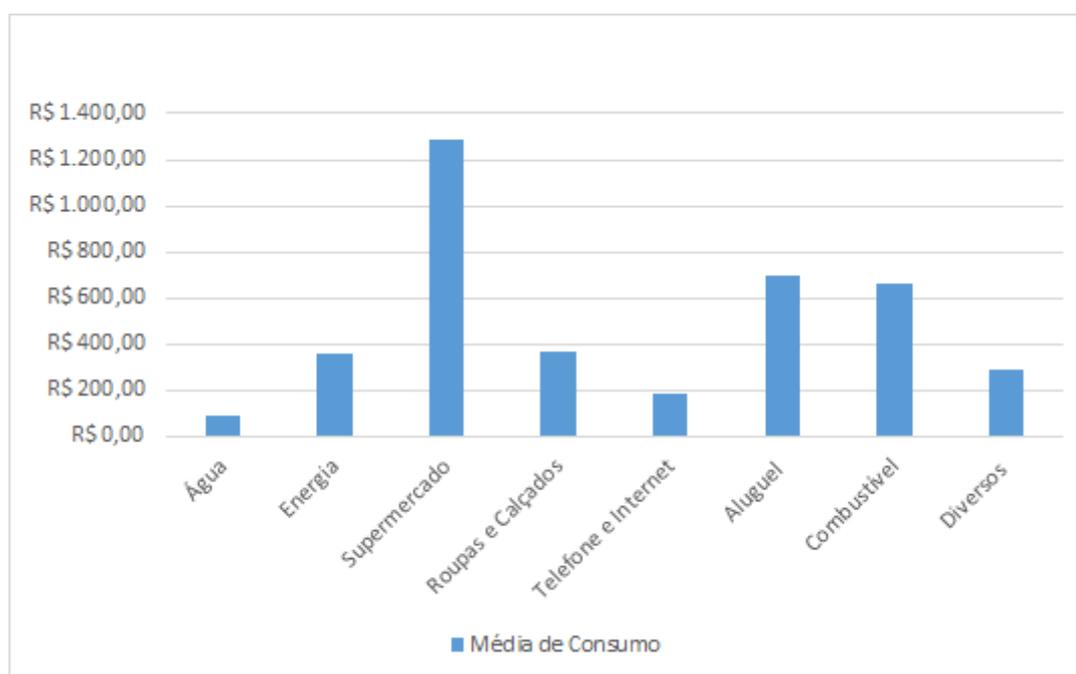
Segundo Silva (2015b), a estrutura orçamentária de uma família brasileira padrão

deve ter suas despesas distribuídas de acordo com os seguintes percentuais:

- 30% para Moradia (todas as despesas com água, energia, telefone e reparos);
- 25% para Alimentação (inclui as despesas com supermercado e fat foods);
- 12% para Saúde;
- 15% para Transportes;
- 8% para Educação e Cultura;
- 5% para Lazer;
- 5% para Gastos Diversos.

Essa estrutura citada pelo autor não se refletiu na família analisada nesse trabalho. Essa comparação pode ser melhor visualizada pelo gráfico seguinte.

Figura 9 – Gastos do Orçamento da Família



FONTE: Próprio Autor

Durante todo o segundo semestre de 2015, os alunos trabalharam e pesquisaram a economia doméstica, discutiram temas sobre o assunto e usou os conhecimentos adquiridos em sala de aula com o estudo da matemática básica e financeira para tentar diminuir os desperdícios e economizar ao máximo nos gastos do orçamento familiar.

Utilizando como referência os gastos da família analisada acima, comparamos como ficaram suas despesas após o período de estudo do referente trabalho, usando as análises da tabela e do gráfico a seguir.

Tabela 16 – Resultado da economia doméstica Familiar

Despesas	Consumo Consciente	Economia (R\$)	Economia Efetiva (%)
Água	R\$ 58,65	R\$ 27,13	31,63%
Energia	R\$ 186,74	R\$ 171,93	47,94%
Supermercado	R\$ 785,42	R\$ 501,26	38,96%
Roupas e Calçados	R\$ 234,50	R\$ 132,50	36,10%
Telefone e Internet	R\$ 112,45	R\$ 75,09	40,04%
Aluguel	R\$ 700,00	R\$ 0,00	0,00%
Combustível	R\$ 448,54	R\$ 209,91	31,88%
Diversos	R\$ 132,85	R\$ 154,60	53,78%
Total	R\$ 2.659,15	R\$ 1.272,42	32,36%

FONTE: Próprio Autor

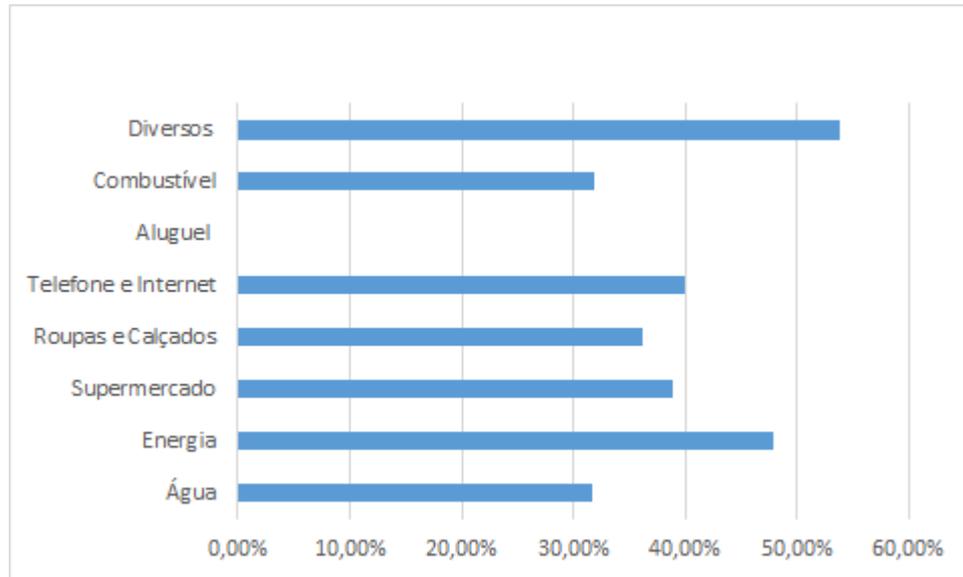
Percebemos, por meio da análise dessa tabela, que houve uma economia considerável nas despesas com produtos diversos, representando uma redução de 53,78%. Essa economia se deve ao fato de que as famílias acabam não levando em consideração pequenos gastos realizados durante o dia-a-dia, os quais, no final do mês, podem fazer muita diferença no orçamento familiar. Não podemos deixar de comentar a economia de energia que chegou aos 47,94%, tema bastante discutido com os alunos em sala de aula. Grande parte dessa economia decorre da redução dos desperdícios, utilização correta dos aparelhos eletrodomésticos e da conscientização da família.

O supermercado foi um dos itens que mais comprometeu o orçamento da família nas análises realizadas anteriormente, de modo que percebemos, pela tabela, que esse item teve uma redução bastante significativa, de cerca de 38,96%, o que corresponde a R\$ 501,26 de economia.

O mais importante resultado do trabalho foi o percentual total da economia dessa família que conseguiu reduzir suas despesas em 32,36%, num total importante de R\$ 1.272,42.

A seguir, esboçamos um gráfico em barras para melhor visualização dos resultados dessa pesquisa.

Figura 10 – Economia Efetiva da Família



FONTE: Próprio Autor

Mostramos, assim, neste capítulo, os percentuais de economia de cada item estudado durante todo o período de execução do presente trabalho.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática Financeira se tornará um dos principais assuntos abordados e questionados pelos brasileiros que queiram economizar, poupar, investir e gastar o seu dinheiro com responsabilidade. No âmbito escolar, ela ainda está tímida, ocupando seu espaço pouco a pouco em meio a tantos outros assuntos estudados.

De fato, hoje percebemos que nossos adolescentes trazem consigo enormes dificuldades em Matemática. Mas é por meio de assuntos do seu cotidiano que o professor pode quebrar barreiras e inserir um novo mundo de descobertas, principalmente na vida financeira desses adolescentes. Desse modo, as famílias brasileiras do futuro vão poder se orgulhar dos seus jovens, pois se tornarão cidadãos mais responsáveis com suas finanças.

O estudo com gastos domésticos foi um tema de extrema importância para se explorar os conteúdos de Matemática básica e Matemática Financeira, além de proporcionar uma reflexão e conscientização por parte dos alunos envolvendo toda a família. Por meio do estudo dos PCN's, ficou claro que o conhecimento matemático jamais poderá ser plenamente compreendido com apenas fórmulas e ideias que não trabalham a realidade do seu cotidiano. O envolvimento com a vida real trouxe para os alunos uma nova visão de mundo e ampliou as opções de aprendizado, elevando o estudo da Matemática a outro nível de aceitação. Assim, os alunos puderam associar o conteúdo estudado em sala de aula com a reeducação financeira, e aprenderam como funciona o sistema financeiro em um país capitalista e consumista como o nosso.

Hoje, o estudo da Matemática Financeira se tornou uma ótima ferramenta utilizada na exploração dos conhecimentos financeiros e de grande valia para a sociedade moderna, pois economizar no orçamento familiar é o primeiro passo para um equilíbrio financeiro e garantia de tranquilidade para nossas crianças e adultos do futuro.

Seria muita displicência da escola não levar em consideração o fato de que a sociedade está entrando em um caos de dívidas e de inadimplentes, com famílias arruinadas financeiramente, fazendo nossos jovens de hoje, que estão saindo do Ensino Médio, terem a responsabilidade de não aumentar ainda mais esse quadro. Nessa história, surge o ensino da Matemática Financeira, para tentar estreitar a ligação entre a vida financeira das famílias e a escola.

Ao realizar esse trabalho a matemática básica e financeira estava como foco principal no processo de exploração, orientação e do entendimento da economia orçamentária doméstica, os alunos entenderam a real importância de se economizar de maneira inteligente, pois em sua grande maioria conseguiu ver resultados reais no orçamento da própria família e por consequência manteve a qualidade de vida.

A Conscientização dos alunos em relação à Educação financeira, esteve à prova nesse trabalho, os estudo de caso e exemplos diários fez com que todos estivessem engajados no projeto, onde cada um pode verificar através dos ensinamentos a importância de aprender como funciona e como é composto o orçamento familiar.

O tratamento da matemática “financeira” nesse trabalho trouxe uma perspectiva otimista para os alunos e um interesse maior para saber como calcular os gastos da sua família em relação à água, energia, supermercado, combustíveis, alugueis, etc, além de interagir os alunos com suas famílias podemos associar os conteúdos curriculares do estado com práticas de consumo do dia-a-dia.

Ressaltamos a importância da Matemática e sua aplicabilidade ao cotidiano, pois os alunos conseguiram associar o estudo matemático com uma real utilidade ao realizarem cálculos de consumo dos aparelhos eletrodomésticos, boletos e financiamentos, antecipando para suas famílias quanto seria gasto no final de cada mês. Com isso aumentamos a participação e interesse dos alunos nas aulas de Matemática focando sua aplicação na economia doméstica.

O trabalho realizado nesse projeto, além de todos os benefícios acima citados, contribui com a interação da escola com as famílias em prol de uma educação financeira saudável, prestando, assim, um serviço de cunho social, mostrando para os alunos que é possível se organizarem em conjunto com suas famílias e se beneficiarem com o fim das dívidas e dos desperdícios de dinheiro, usando, para isso, conhecimentos de Matemática básica e Matemática Financeira.

Nesse sentido, como tema para pesquisas futuras, podemos trabalhar esse projeto em outras áreas escolares ou extraescolar, com a finalidade de ajudar a sociedade a aprender como funciona seus gastos. Assim, podemos ampliar a aplicação em âmbito acadêmico e até mesmo na própria comunidade.

O trabalho pode auxiliar outros professores em qualquer área do conhecimento na aplicação de atividades voltadas à economia doméstica, inclusive em turmas de vários níveis, respeitando a dificuldade de cada turma, seja de Ensino Médio ou de séries mais avançadas do fundamental, mostrando a interação de suas famílias no processo de conhecimento financeiro do estudante.

Tendo este trabalho sido realizado com alunos do 3 Ano do Ensino Médio, temos que esclarecer que, como qualquer outro trabalho, as dificuldades de realização estão sempre presentes, pois precisamos de um nível de conhecimento mínimo em Matemática e um tempo disponível considerável para a realização dele, além da colaboração das famílias dos envolvidos. Logo, não é aconselhável tentar trabalhar com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, pois a imaturidade e falta de conhecimento específico comprometeriam os objetivos do projeto. É importante lembrar também que a escola precisa estar ciente

do trabalho desenvolvido pelo professor, de modo que a unidade escolar possa trabalhar em conjunto facilitando as etapas e suas aplicações. As atividades, em sua maioria, são extraescolar e envolvem as famílias dos alunos. O sucesso desse trabalho está relacionado à capacidade de interação do professor com seus alunos e colaboração da escola e das famílias.

Portanto, o objetivo maior deste trabalho é preservar a qualidade de vida (financeira), motivando e assegurando o conhecimento científico matemático necessário para um sucesso mútuo na escola e na sociedade, formando cidadãos mais críticos, capazes de ajudar no orçamento familiar, priorizando o controle financeiro da família e entendendo como funcionam seus gastos e consumos diários nas diversas situações da vida.

REFERÊNCIAS

- ALVES, E. M. S. **a ludicidade e o ensino de Matemática**. 5. ed. Campinas-SP: Papirus, 2009.
- AZEVEDO, R. K. A relevância da matemática financeira no ensino médio. **Brasília: Universidade Católica de Brasília-PUC/DF. Disponível em: [www. ucb. br/sites/100/103/TCC/22005/RenatoKleberAzevedo. pdf](http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/RenatoKleberAzevedo.pdf). Acesso em, v. 15, n. 03, 2013.**
- BRAGA, A. G. **Matemática Financeira**: Uma abordagem necessária e diferenciada no ensino médio. Palmas: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Tocantins, 2014. v. 47f.
- BRASIL, P. **Histórico do salário mínimo no Brasil**. Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.portalbrasil.net/salariominimo.htm>. Acesso em: 08 dez. 2015.
- CABRAL, B. B. Educação financeira: O primeiro passo para consumo consciente. **SABERES MULTIDISCIPLINARES**, p. 125, 2014.
- CAMPOS, A. R. A educação financeira em um curso de orçamento e economia doméstica para professores: Uma leitura da produção de significados financeiro-econômicos de nove indivíduos-consumidores. 2013.
- _____. A educação financeira em um curso de orçamento e economia doméstica para professores: Uma leitura da produção de significados financeiro-econômicos de nove indivíduos-consumidores. 2014.
- CAPRA, M. Métodos de sistemas de amortização: dívidas de curto prazo. 2015.
- CENCI, J. J.; PEREIRA, I.; BARICHELLO, R. Educação financeira, planejamento familiar e orçamento doméstico: Um estudo de caso. **Tecnológica**, v. 3, n. 2, p. 89–104, 2015.
- CONEF. **Comitê Nacional de Educação Financeira. Educação Financeira nas Escolas: Ensino Médio: Livro do Professor**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2013.
- CORDAS, J. **Como deixar dinheiro de parte para poupar**. São Paulo: [s.n.], 2012. Disponível em: <http://poupar-dinheiro.blogs.sapo.pt/>. Acesso em: 22 out. 2015.
- DUARTE, P. C. X.; VIANA, D. S.; TASSOTE, E. M.; DIAS, M. V. Matemática financeira: um alicerce para o exercício da cidadania. **Nucleus**, v. 9, n. 1, 2012.
- D'AMBROSIO, U. 17. ed. Campinas-SP: Papirus.
- D'AQUINO, C. **Educação Financeira**: como educar seu filho. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.
- FALCÃO, J. T. da R. **Psicologia da Educação Matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

- FAZENDA, R. D. **Salário Mínimo: História**. Brasil, 2015. Disponível em: <<http://idg.receita.fazenda.gov.br>>. Acesso em: 08 jan 2016.
- FERREIRA, B. **A História dos Bancos e suas Influências**. São Paulo: [s.n.], 2014. Disponível em: <<http://historiabruno.blogspot.com.br/2014/05/a-historia-dos-bancos-e-suas-influencia.html>>. Acesso em: 11 jan. 2016.
- FINANCEIRA, E. **Educação Financeira e Finanças Pessoais**. Brasil, 2014. Disponível em: <<http://www.educacaofinanceira.info/2091/as-vantagens-e-desvantagens-de-alugar-e-comprar-casa/>>. Acesso em: 18 Dez. 2015.
- HENRIQUE, F. **Economia doméstica: A determinante necessidade do planejamento de gastos em períodos de crise**. 2015.
- LDB, B. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional, lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da República Federativa do Brasil]**, Brasília, DF, 20 dez. 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 11 jan. 2016.
- LIMA, L. **É hora de apertar o cinto. Revista econômica, VOCÊ S/A**, p. 69, 2016.
- LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 3. ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2010.
- MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade:: das concepções às ações docentes**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2013.
- MARCHIONI, A. P. R. **Uma proposta de abordagem da matemática financeira no ensino médio**. 2013.
- MONTEIRO, C. **Como funciona a economia doméstica**. São Paulo, SP, 1998. Disponível em: <<http://empresasefinancas.hsw.uol.com.br/economia-domestica2.htm>>. Acesso em: 22 out. 2015.
- MORGADO, A. C. de O.; WAGNER, E.; ZANI, S. **Progressões e Matemática Financeira**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 1.
- OLIVEIRA, A. C. M. de. **Economia doméstica: origem, desenvolvimento e campo de atuação profissional. Vértices**, v. 8, n. 1, p. 77–88, 2006.
- PCEM, B. **Proposta curricular do ensino médio: Referencial curricular do estado do Tocantins. Secretaria de Educação e Cultura do Estado do Tocantins – SEDUC, Tocantins**, 2009. Disponível em: <[Disponivelem:http://www.drearaguaina.com.br/](http://www.drearaguaina.com.br/)>. Acesso em: 21 jan. 2016.
- PCN'S. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 28 out. 2015.
- PELICIOLI, A. F. **A relevância da educação financeira na formação de jovens**. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2011.

RIBEIRO, F. T. F.; CARVALHO, L. C.; NOGUEIRA, L. R. T.; GAMBI, T. F. R. Educação financeira aos alunos de escolas públicas. **Revista Extendere**, v. 1, n. 1, 2013.

SANDRINE, J. **Cinco motivos para poupar dinheiro**. São Paulo: [s.n.], 2011. Disponível em: <<http://flaviaconsultoriafinanceira.blogspot.com.br/2011/04/importancia-de-poupar-dinheiro.html>>. Acesso em: 06 out. 2015.

SCHIMIGUEL, J.; JÚNIOR, H. R. **Matemática Financeira: Educação Matemática e a História Monetária**. São Paulo: [s.n.], 2011. Disponível em: <<http://www.conhecer.org.br/enciclop/2011b/cienciasexatasedaterra/matematicafinanceira.pdf>>. Acesso em: 12 jan. 2016.

SIDNEI, C. **A História da Matemática Financeira**. São Paulo: [s.n.], 2009. Disponível em: <<http://www.administradores.com.br/artigos/economia-e-financas/a-historia-da-matematica-financeira/30965/>>. Acesso em: 05 jan. 2016.

SILVA, A. C. da. **Matemática Financeira Aplicada: Coleção coppead de administração**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

SILVA, M. N. P. da. **Cálculo de Financiamento**. São Paulo: [s.n.], 2015. Disponível em: <<http://www.mundoeducacao.com/matematica/calculo-financiamento.htm>>. Acesso em: 06 jan. 2016.

SILVA, R. M. da. **Saúde financeira: Educação financeira doméstica**. 2015.

SOBRINHO, J. D. V. **Matemática Financeira: juros, capitalização, descontos e séries de pagamentos, empréstimos, financiamentos e aplicações financeiras, utilização de calculadoras financeiras**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

SOLEIS. **Salário Mínimo: História**. Brasil, 2014. Disponível em: <http://www.soleis.com.br/salario_minimo.htm>. Acesso em: 22 out. 2015.

SPINASSÉ, C. **Introdução à matemática financeira para alunos na educação de jovens e adultos**. 2013.

STAMBASSI, A.; SILVA, A. M. da. **Um curso de educação financeira escolar para professores que ensinam matemática**. 2014.

THEODORO, F. R. F. **Matemática e educação financeira: uma experiência com o ensino médio**. **Revista de Educação**, v. 13, n. 15, 2015.

VERAS, L. L. **Matemática Financeira**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

VIEIRA, S. F. A.; BATAGLIA, R. T. M.; SEREIA, V. J. **Educação financeira e decisões de consumo, investimento e poupança: uma análise dos alunos de uma universidade pública do norte do paraná**. doi: 10.15600/1679-5350/rau.v9n3p61-86. **Revista de Administração da Unimep-Unimep Business Journal**, v. 9, n. 3, p. 61-86, 2011.