

Uso do software Xlogo para ensino de
polígonos no Ensino Fundamental Fase
II

por

Izaias Garcia Sobrinho

Uso do software Xlogo para ensino do conteúdo polígonos no Ensino Fundamental Fase II

Izaias Garcia Sobrinho

Departamento de Matemática - UFPR

81531-990, Curitiba, PR

Brazil

e-mail: izaias8492@gmail.com

Resumo

No presente artigo fazemos uma pesquisa sobre o histórico da linguagem LOGO e do erro como recurso pedagógico usando uma linguagem de programação. Também fazemos um estudo de como a recente história do Brasil influenciou o ensino da geometria e da matemática no em nosso país tendo como foco a apresentação de uma série de atividades usando o programa XLogo para trabalhar o conteúdo polígonos. As atividades fazem a ponte entre a geometria e a linguagem de programação, tendo como objetivo a inserção do computador como aliado do professor no ensino dos polígonos nas últimas séries do Ensino Fundamental.

1 Introdução

A linguagem LOGO foi desenvolvida nos anos 60 pela equipe de Seymour Papert, no MIT¹, tendo sido criada inicialmente para controlar um robô. A linguagem é bastante intuitiva e mesmo pessoas com pouca habilidade com computação não tem dificuldades em aprender os comandos básicos. Usaremos neste trabalho o programa XLogo, mas os comandos e programas descritos aqui podem ser adaptados a qualquer outro programa baseado na linguagem LOGO. A escolha do XLogo deve-se à familiaridade do autor com o programa e por este estar instalado nos laboratórios de informática da maioria das escolas do Estado do Paraná. O autor também já usou e usa o programa com alguns alunos para o estudo da geometria informalmente, ou seja, de forma desvinculada do currículo da sala de

¹Massachusetts Institute of Technology-Instituto de Tecnologia de Massachusetts

aula. O programa tem em sua tela inicial uma janela de comandos, uma outra janela onde ficam registrados os comandos feitos e uma janela gráfica, onde uma tartaruga obedece aos comandos dados, descrevendo segmentos de reta, círculos ou outras figuras, dependendo dos comandos digitados. Há também a possibilidade de fazer programas e salvá-los para uso posterior. Sua instalação é bastante simples e o programa pode ser obtido na internet e rodado a partir de uma mídia removível (pendrive ou outro).

A ideia que deu origem a este artigo está ligada não a substituir as aulas de matemática mas sim como um complemento, em uma escola de tempo integral por exemplo, onde há disciplinas que complementam a disciplina de matemática e que são oferecidas de forma integrada às aulas de matemática e que podem usar os laboratórios de informática da escola ou de outras instituições para desenvolver os conteúdos apresentados neste artigo. Ainda sobre escolas de tempo integral, elas são os ambientes ideais para propostas como a nossa, de introduzir a programação de computadores ao currículo, quer seja de matemática ou para uso em outras disciplinas. No Estado do Paraná há algumas escolas de tempo integral. Ao final de 2013, 29 escolas do estado tinham esse formato. A informática pode e deve ser usada como aliada ao processo de educação, como dizem [9]:

O uso da informática na educação possibilita a inserção do computador no processo ensino e aprendizagem de conteúdos curriculares de todos os níveis e modalidades de Educação, facilitando a socialização dos conhecimentos culturalmente construídos. Quando o aluno usa o computador para resolver problemas ou realizar tarefas como desenhar, escrever, calcular, dentre outras, lhe são propiciadas condições para descrever a resolução desses problemas, usando linguagem de programação, além de refletir sobre os resultados obtidos e aperfeiçoar suas idéias através da busca de novos conteúdos e estratégias.

Usaremos na maioria dos exemplos o conteúdo polígonos, por ser uma das bases para o ensino da geometria e por aparecer em todas as séries do Ensino Fundamental fase II. Uma outra justificativa é que a interface gráfica do logo se dá muito bem com os polígonos, especialmente os regulares, que podem ser desenhados apenas a partir dos comandos `pf` e `pd`, o comando `pf` significa para frente e o comando `pd` significa para direita, isto não significa que ele só sirva para fazer desenhos, pois foi desenvolvido como uma linguagem de programação completa, servindo tanto a usos simples como fazer desenhos de polígonos como para tarefas bem mais complicadas. Essas palavras são corroboradas por [8]:

O Logo tem sido apresentado de forma simplista e erroneamente, como uma linguagem desenvolvida para criança. De fato, essa foi uma das preocupações em seu desenvolvimento: fazer algo simples em termos computacionais de modo que crianças pudessem utilizar o computador. Essa característica é materializada, por exemplo, nas atividades de comandar a Tartaruga (tanto a de solo quanto a da tela), usando termos que a criança usa no seu dia-a-dia. Por outro lado, o Logo foi criado como parte das atividades do Laboratório de Inteligência Artificial do MIT, e isso implicou no desenvolvimento de características sofisticadas que permitem a realização de atividades em diversas áreas como gráfica, música, processamento simbólico, robótica, animação e combinações dessas áreas.

A citação acima foi retirada da Tese de Livre docência do Professor Doutor José Amando Valente, um estudioso do uso do computador na sala de aula e do uso de linguagens de programação em ambientes educativos. A geometria como um todo tem muitas noções intuitivas, e a maioria dessas noções podem ser trabalhadas usando LOGO, pois através dos comandos pode-se sempre rever o que foi feito e refazer de outra forma. Outra utilidade do programa é a do cálculo de áreas e perímetros dos polígonos que podem ser facilmente incorporados aos programas de desenho, usando para isso a definição de variáveis.

Na próxima seção falaremos sobre como o erro pode ser utilizado quando se trabalha com uma linguagem de programação.

2 A administração de erros no ambiente LOGO

O erro para muitos educadores, principalmente na matemática, é visto como algo ruim e que o aluno deve memorizar rapidamente o que fez de errado e não repeti-lo mais, o que pode ser visto como desperdício de oportunidades de aprendizagem. Usando uma linguagem de programação, o erro é algo que deve ser revisto e reavaliado e finalmente ajustado ao que se quer. Nesse sentido a linguagem LOGO é extremamente útil, pois ao digitar algo errado o aluno deve ajeitar o seu erro, avaliando-o, depurando-o, refletindo sobre ele e finalmente, ajustando-o à atividade. O processo descrito ocorre naturalmente e muitas vezes sem a percepção do aluno. Segundo [8]

... é importante entender que a programação Logo possibilita muito mais do que a representação formal de conhecimento. Na verdade, o conhecimento ou as "idéias" expressas podem ser "executadas" pelo computador à medida que o programa é executado pela máquina, produzindo um resultado. É justamente este resultado que, quando confrontado com a idéia original, possibilita ao aprendiz rever seus conceitos e com isto aprimorá-los ou construir novos conhecimentos. Com isso, o erro passa a ser uma importante fonte de aprendizagem.

Ainda com [8]temos que

... na atividade de programar o computador existem basicamente dois tipos de erro: o erro sintático do comando e o erro conceitual. No caso do erro sintático, se o comando é erradamente escrito, como por exemplo, pratrás 70, o computador fornece uma mensagem que não entende o comando fornecido. E o comando correto deve ser reescrito. Numa outra situação de aprendizagem, como na tradicional, a criança seria punida pelo fato de ter cometido um erro. Mas no Logo não acontece nada. Se o comando está sintaticamente errado, basta fornecê-lo outra vez, por exemplo, paratrás 70 e a Tartaruga se desloca para trás. A situação de erro mais interessante do ponto de vista de aprendizado é o erro conceitual. O programa que a criança define pode ser visto como uma descrição do seu processo de pensamento. Isto significa que existe uma proposta de solução do problema a nível de idéia e uma descrição desta idéia a nível de programa. Isto permite a comparação da intenção com a atual implementação da resolução do problema no computador. Se o programa não produz o esperado, significa que ele está conceitualmente errado. A análise do erro e sua correção constitui uma grande oportunidade para a criança entender o conceito envolvido na resolução do problema em questão. Portanto, no Logo, o erro deixa de ser uma arma de punição e passa a ser uma situação que nos leva a entender melhor nossas ações e conceitualizações. É assim que a criança aprende uma série de conceitos antes de entrar na escola. Ela é livre para explorar e os erros são usados para depurar os conceitos e não para se tornarem a arma do professor.

Uma potencialidade que pode ser explorada é a noção de variável e de função, que na linguagem LOGO é mais simples pois sendo definida uma variável, ela pode ser acessada toda vez que for necessária à alguma atividade. Dessa forma, várias outras possibilidades se apresentam pois essa funcionalidade pode ser usada para definir funções, progressões, fórmulas para o cálculo de áreas e volumes ou qualquer outro conteúdo em que seja necessária uma fórmula. O uso do computador para aprender geometria(em nosso caso especificamente os conteúdos relacionados aos polígonos) não pode ser visto como a solução para todos os problemas educacionais e sim como mais uma ferramenta para ajudar na aprendizagem. Nesse sentido, o uso de materiais concretos é de extrema importância para que o aluno melhore sua percepção em relação a geometria ou a outros conteúdos.

Na próxima seção fazemos um pequeno resumo do ensino da matemática e da geometria no Brasil.

3 Resumo da História do ensino da matemática e da geometria no Brasil

O ensino da geometria nas escolas públicas do Brasil nos dias de hoje está ligado ao nosso contexto histórico recente. O trabalho do qual retiramos esse resumo: [6], organizado pela professora doutora Maria Laura Magalhães Gomes é usado em educação a distância no CAED-UFMG na formação de professores. O que se pode perceber partir dessa obra é que as condições sociais, políticas, econômicas e em certa medida a importação de políticas aplicadas em outros países sem o devido estudo, contribuíram para que a educação do povo estivesse sempre em segundo plano nas políticas públicas do estado brasileiro. Essa diferença entre a educação feita para o povo e a educação para as elites é uma das causas da desigualdade presente em nosso país, tanto economicamente quanto intelectualmente.

Da mesma forma que historicamente a geometria para as classes menos favorecidas da sociedade é colocada em segundo plano, o acesso a formação de qualidade em tecnologia para o povo também é. A seguir fazemos uma condensação de alguns tópicos considerados importantes pelo autor.

Na época do Império foi promulgada Lei que dizia que todo brasileiro devia ter direito à educação, mas pelas condições sociais essa educação não pôde ser efetivada. A lei fazia separação entre meninos e meninas mas a geometria deveria ser ensinada apenas aos meninos. Havia também uma clara distinção entre os ramos aritmética, álgebra e geometria e posteriormente a trigonometria. No Brasil República(1889) 85% da população era analfabeta. Em 1890 é instituída a lei que reestrutura a educação e que rompe com o modelo humanista por um currículo que privilegia as disciplinas científica e as matemáticas. Em 1893, seguindo o modelo de São Paulo, as províncias instituem os grupos escolares, em que havia classes em séries, cada série numa mesma sala, com um professor, todas as séries em um mesmo prédio. Na década de 1920 inicia-se no Brasil o movimento da escola nova, que focava no desenvolvimento da criança e no uso da matemática no cotidiano da criança. O movimento não atingiu o ensino secundário, que se pautava principalmente na memorização e assimilação passiva de conteúdos.

A Reforma Francisco Campos unifica a geometria, a álgebra e a aritmética em uma única disciplina(Matemática) e dizia que os conteúdos e práticas escolares deveriam levar em conta a idade e o grau de desenvolvimento do aluno, dando mais ênfase ao raciocínio matemático do que à memorização de fórmulas, teoremas e definições. Na geometria o estudo das demonstrações deve ser precedido de experimentações e construções das formas a serem estudadas. Também nesta reforma estruturam-se o primário (4 anos), o curso fundamental (5 anos) e o curso complementar(2 anos) este sendo dirigido para a preparação para o ensino superior. Em 1939 é criado o primeiro curso de Licenciatura em Matemática, na Faculdade de Filosofia Nacional. O ensino secundário foi regulamentado pela Lei Orgânica do Ensino Secundário, em 1943, sendo que o ensino secundário era

destinado às elites e o ensino profissional para o povo.

A partir de 1950 as disciplinas começam a se modificar, com a mudança do público de estudantes decorrente da democratização da escola, que passa a receber alunos da classe trabalhadora. A seleção de professores fica menos rígida devido à crescente demanda com a chegada desses novos alunos ao sistema educacional. São realizados os primeiros congressos de ensino da Matemática no país e começam as primeiras discussões sobre o Movimento da Matemática Moderna no país. Nessa época, a União Soviética lançou o Sputnik e os Estados Unidos começam uma reformulação do ensino da matemática. No terceiro Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática em 1958, foram amplamente discutidas as ideias da Matemática Moderna, e entre os conteúdos a serem incluídos nas práticas escolares estavam: linguagem dos conjuntos, relações entre conjuntos (produto cartesiano e seus subconjuntos), as estruturas matemáticas (anéis, grupos, corpos e espaços vetoriais) e a sequenciação dos conteúdos de acordo com a moderna construção da matemática. Após esse congresso foram criados grupos para preparar professores para trabalhar com as novas diretrizes. Em 1962 o quarto congresso apresentou experiências com as diretrizes e um programa para o ensino secundário. No congresso de 1966 o foco foi a implantação das ideias da Matemática Moderna no país. O movimento da Matemática Moderna provocou uma diminuição dos conteúdos geométricos nas práticas da escola, que é justificado tanto pelo papel principal ocupado pela álgebra como pela falta de livros e materiais que subsidiassem a prática dos docentes. A partir de 1968 são criados cursos mais rápidos para a formação de professores, o que também contribuiu para que a geometria ficasse em segundo plano.

Em 1971 é aprovada a primeira Lei de Diretrizes e Bases para o 1º e 2º graus (LDB-5692). Esta lei dividia o ensino em dois níveis: 1º grau com duração de 8 anos que unia os antigos primário (4 anos) e ginásio (4 anos) com a extinção do exame de admissão (feito após o primário para ingresso no ginásio) e o 2º grau que foi proposto como curso de preparação profissional, desviando parte da demanda do ensino superior, que não tinha vagas suficientes. As escolas não possuíam, quase em sua totalidade, condições físicas nem de material humano para concretizar a educação profissional. Nesse contexto a álgebra assume novamente o papel principal e o ensino da geometria é praticamente extinto nas escolas públicas nas décadas de 1970 e 1980. Com o fim da ditadura militar, o ideário modernista é discutido e criticado, e gradualmente a importância da geometria é acentuada e a álgebra e outros conteúdos são colocados no mesmo patamar. A partir de 1971 são criados cursos de pós-graduação em Educação Matemática em vários estados brasileiros. Em 1988 é fundada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) cuja finalidade é reunir profissionais da área de educação matemática e afins.

Em 1996 foi publicada a atual LDB, e em 1997 foram estabelecidos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o ensino fundamental e posteriormente para o Ensino Médio, antigo 2º grau, Educação de Jovens e Adultos e Educação

Indígena. Essas propostas incorporam os resultados de pesquisas acadêmicas em educação matemática do Brasil e do exterior. O PCNs trazem vários aspectos comuns, como a inserção das tecnologias no ambiente escolar e que os conteúdos estudados tenham significado para os alunos, entre outras. Uma mudança recente na estrutura da educação brasileira é o acréscimo de 1 ano no ensino fundamental, passando de 8 para 9 anos, sendo incluídas as crianças de 6 anos nessa modalidade. Trazemos na próxima seção uma pesquisa feita em 2013, que traz dados sobre o uso e aparelhamento tecnológico nas escolas brasileiras.

4 Dados da Pesquisa TIC-Educação 2013

Algo que deve ser visto de forma bastante séria quando pensamos em incorporar o computador e *softwares* como o XLogo às aulas de matemática é a questão do meio como o conteúdo vai chegar aos nossos alunos e a formação do professor. As escolas públicas brasileiras em sua maioria já possuem computadores, segundo a Pesquisa [1]. Mas como veremos a seguir, o objetivo de ensinar programação para alunos em todas as escolas do país ainda está longe de ser alcançado. A pesquisa é feita a partir de dados coletados em escolas urbanas públicas e privadas de todo o Brasil. Ela busca avaliar as condições de acesso e uso das TIC nos vários ambientes das escolas brasileiras.

Segundo a pesquisa 99% das escolas brasileiras possuem computadores. A média de computadores por escola é de 19,1, sendo que a média de alunos por escola é de 653 alunos, e isso por si só inviabiliza o uso individual dos computadores por parte dos alunos. Considerando a quantidade de computadores disponíveis para uso por parte dos alunos esse número cai para 17 por escola. A pesquisa também revela que em sua grande maioria os computadores estão instalados na sala do diretor (81%) e no laboratório de informática (85%). A pesquisa ainda revela um fato importante com relação à conexão de internet nas escolas: em 2013, 95% das escolas tinham acesso à internet, e em 71%, uma conexão wi-fi está disponível. O problema é que essa conexão apresenta baixa qualidade e a velocidade que é na média de 2 Mkbps, quando o ideal seria de 78 Mkbps. Isso traz problemas no compartilhamento dessa conexão com outros computadores e na conexão wi-fi. Estes últimos dados mostram a inviabilidade do uso dessa conexão por parte dos alunos em sala de aula.

A formação docente também é abordada pela pesquisa e revela que 47% dos professores tiveram acesso a algum curso ou treinamento que abordou o uso do computador em sala de aula durante a graduação e 83% desses avaliam que esse curso ou treinamento contribuiu positivamente para que eles utilizassem esse recurso com seus alunos. Sobre a formação continuada dos professores a pesquisa mostra que a oferta de cursos por parte do estado tem decrescido nos últimos anos, sobrando na maioria das vezes a responsabilidade e os custos dessa formação para o próprio professor: 78% pagaram com recursos próprios os cursos

a que tiveram acesso. Um dado importante é que os contatos entre os professores dentro da escola é citado por 81% como importante para sua formação no uso do computador em sala de aula, mostrando que montar redes de cooperação dentro da escola pode ser mais eficiente do que cursos oferecidos fora do contexto escolar. Destaca-se que para 74% dos professores, a falta de apoio pedagógico dificulta em alguma medida o uso do computador e da internet na sala de aula. Um outro ponto pesquisado é que a forma como os professores tiveram acesso às tecnologias influencia no seu uso com os alunos: professores que aprenderam por conta própria ou com colegas de trabalho usam mais as tecnologias com os alunos do que aqueles que aprenderam em um curso específico. Sobre a motivação do professor ao uso do computador na sala de aula 87% dizem que usam por motivação própria e 65% por necessidade dos alunos, sendo que apenas 40% usam por motivação da equipe pedagógica e 38% por motivação da direção da escola.

Os dados acima mostram a fragilidade das escolas brasileiras quando se trata da quantidade de computadores por aluno nas escolas e da conexão de internet quando está disponível. Os dados ainda apontam que a formação do professor ainda é bastante precária com relação à informática e que a maioria desses professores deseja usar e usa as tecnologias com seus alunos. Ainda segundo a pesquisa acima a criação de grupos de estudo na escola e de redes de cooperação é mais eficaz na formação dos professores é mais eficiente do que cursos oferecidos fora do contexto escolar e ministradas por pessoas estranhas aos professores. A questão principal aqui não é apenas a de que as escolas não possuem computadores suficientes para que cada aluno possa usar um computador individualmente para usar o programa XLOGO, mas também que os professores devem estar preparados para agir como facilitadores ou mediadores desse conhecimento, como nos diz [8]:

...o processo de descrever, refletir e depurar não acontece simplesmente colocando o aluno em frente ao computador. A interação aluno-computador precisa ser mediada por um profissional que conhece Logo, tanto do ponto de vista computacional, quanto do pedagógico e do psicológico. Esse é o papel do mediador no ambiente Logo.

Os PCNs para o ensino fundamental [2] dão o devido lugar à geometria, colocando-a no mesmo patamar das outras áreas da matemática. Também coloca a experiência pessoal do aluno como ponto de partida para os conteúdos a serem trabalhados. Também é feita analogia entre a lógica e as estruturas geométricas, que devem ser usadas para ilustrar e mesmo introduzir noções de lógica. Há uma única menção de software para uso com a geometria, mas não traz nenhuma dica sobre o assunto ou um caminho que possa ser trilhado no uso desses softwares. Neste sentido o uso do computador e do software XLOGO pode contribuir de forma importante, pois as instruções e os procedimentos a serem executados pelo aprendiz devem seguir uma ordem para chegar ao resultado esperado. Se houver um erro de escrita de um comando, por exemplo, o programa dá uma mensagem e a sintaxe deve ser ajustada. No caso de um erro conceitual, ou seja um erro

que tem a ver com o conteúdo que está sendo estudado e não com as estruturas do programa, ele pode ser explorado pelo professor, trazendo algum conteúdo novo para o aluno ou mesmo propondo novas ideias para solucionar esse erro. As estruturas de programas em Logo ainda podem ser associadas à matemática como um todo e mesmo à língua materna, pois são estabelecidas por regras bem definidas.

O Plano Nacional de Educação [3] no seu artigo 7.12 diz que o Estado deve selecionar, certificar e divulgar tecnologias educacionais abertas e implementar o seu desenvolvimento, fiscalizando o uso e o resultado do uso dessas tecnologias. E é neste sentido que fica como sugestão do autor que se pense em trabalhar em nível acadêmico e na formação continuada de professores, disciplinas obrigatórias que usem a programação de computadores como produtora de materiais para as modalidades de ensino fundamental e médio, assegurando que as técnicas aprendidas sejam realmente aplicadas em salas de aula da rede pública em algum momento da formação desse professor. O artigo 15.6 coloca que deve-se reformular os currículos das licenciaturas de modo a melhorar a aprendizagem dos alunos e incluir nessa formação o uso ativo das novas tecnologias. Nesse sentido, devemos pensar não apenas em apresentar esta e outras tecnologias aos alunos das licenciaturas, mas tratá-la de forma séria, colocando como objetivo principal que os alunos saibam utilizá-la para si e também para os seus futuros alunos. E mesmo que essas ideias fossem colocadas em prática hoje, esses conteúdos ensinados aos acadêmicos demorariam bastante tempo para chegar às nossas salas de aula. Portanto devemos pensar também na formação continuada dos professores que já atuam nas redes de ensino.

5 Geometria e Logo

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná [4] nos dizem que os polígonos devem começar a ser estudados de forma sistemática no 6^o ano, quando são apresentados os conteúdos mais elementares como retas, planos e pontos, segmentos de reta entre outros. Também no 6^o ano são apresentados as definições de polígonos, corpos redondos, entre outros. No 7^o ano são trabalhados conteúdos como construção de polígonos, sólidos geométricos e geometrias não euclidianas. No 8^o ano são trabalhados conteúdos como semelhança de figuras planas, propriedades numéricas dos polígonos, sistemas de coordenadas cartesianas e fractais. No 9^o ano são trabalhados os conteúdos semelhança de triângulos, Teorema de Tales e geometria projetiva. As diretrizes ainda trazem objetivos do que os alunos deve saber ao final de cada ano letivo. Esses objetivos trazem o que pode ser tratado como um caminho para o docente em linhas muito gerais. Nossa proposta trabalha com os conteúdos elencados aqui, mas deve ser encarada de forma diferente pois não pode ser confundida como reprodutora de conteúdos. A forma com que o aluno vai aprendendo é diferente das outras a

que o aluno está acostumado na escola. Esse pode ser um desafio bem difícil, fazer com que os alunos se interessem por uma proposta usando o computador para aprender geometria. Nosso objetivo com as atividades propostas abaixo é mostrar um caminho que pode ser seguido pelo professor ou pela escola para melhorar seu entendimento da geometria e que conheça ao menos uma linguagem de programação. E isso pode melhorar não apenas o seu desenvolvimento como estudante mas na sua formação como cidadão. Pensando em desenvolvimento cognitivo devemos pensar nas avaliações internas e externas das escolas brasileiras. O desempenho dos alunos dos ensino fundamental e médio em matemática está praticamente estagnado nos últimos anos segundo as avaliações oficiais como a Prova Brasil ² e o Pisa ³. Nestas avaliações o desempenho em matemática está muito aquém do que se pode chamar de satisfatório e a proposta deste trabalho é trazer um meio que pode ser usado em sala de aula e em outros ambientes para melhorar a aprendizagem do conteúdo polígonos, podendo ser estendido a outros campos e áreas da matemática ou de outras disciplinas. O uso do software XLogo está de acordo com as metas e orientações que os documentos oficiais (LDB⁴,PCNs,DCEs,PNE)nos trazem, por exemplo o [3] que estabelece metas explícitas para o desempenho dos alunos no PISA e na Prova Brasil. Com as atividades apresentadas a seguir pretendemos trazer uma alternativa a professores que estejam interessados em ensinar geometria de forma diferente a seus alunos e que tenham real compromisso com a aprendizagem de seus alunos.

Usamos o conteúdo polígonos aqui, mas qualquer conteúdo de matemática (ou de outra disciplina) pode ser estudado usando uma linguagem de programação. No nosso caso especificamente usando o software XLogo. Também nos é bastante claro que o uso do software não deve ser visto como solução de todos os problemas, e sim que pode ser usado de forma integrada a outros materiais pedagógicos, para que se possa cumprir a contento o objetivo da aprendizagem dos conteúdos abordados aqui. Vamos agora ao nosso objeto de estudo: os polígonos e suas propriedades.

O termo polígono vem do latim poli=muitos gonos = ângulos e suas propriedades já eram conhecidas pelos povos antigos como os babilônios e egípcios, mas foi com os gregos que os conhecimentos sobre os polígonos foram sistematizados. A história por trás dos conteúdos pode ser explorada de forma bastante produtiva pelo professor, citando as principais realizações da engenharia dos egípcios e gregos, por exemplo. Uma das obras que chegou até nós, "Os Elementos" de Euclides, ainda hoje é usada como referência para estudos e mesmo para algumas definições em geometria. Nos Elementos de Euclides [7] a primeira referência aos polígonos é dada na definição 19 do livro 1, como sendo: "figuras retilíneas são

²A Prova Brasil é o instrumento oficial do Ministério da Educação e Cultura do Brasil para o ensino fundamental

³Programme for International Student Assessment (Pisa) - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

⁴Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica

as contidas por retas, por um lado, as por três, triláteras, e , por outro lado, quadriláteras, as por quatro, enquanto multiláteras, as contidas por mais do que quatro retas.” Não temos a intenção de usar essa definição com nossos alunos. A ideia central é que o aluno seja conduzido, fazendo experimentos com o *software*, a produzir suas próprias conjecturas e definições. Isto não quer dizer que o aluno deve descobrir tudo o que há para saber sobre polígonos, isso seria contraproducente e de certa forma, torturante. A ideia é conduzir as atividades de forma que ele pense sobre o que está fazendo, refletindo e fazendo conjecturas sobre as atividades. Mas para que as atividades tenham êxito em seu objetivo de trabalhar de forma mais interessante o conteúdo polígonos, é necessário que o aluno descubra coisas por sí próprio, e por essa razão não se deve entregar programas prontos aos alunos. A aprendizagem usando LOGO ocorre durante a utilização do software e mesmo depois que o aluno sai da frente do computador. Isso pode ser aproveitado tanto pelo aluno que usa o software quanto pelo professor que pode criar e recriar novas formas de ensinar a aprender.

Os polígonos estudados neste trabalho serão, em sua maioria regulares pois sendo trabalhados em ambiente computacional, é mais vantajoso pois as regularidades podem ser estudadas em quase todos os níveis e a dedução de algumas fórmulas fica mais simples usando polígonos regulares. As primeiras atividades versarão sobre pontos, ângulos, segmentos de retas, nomenclatura e definição de polígonos regulares e não regulares, áreas de alguns desses polígonos e outros. No decorrer das atividades serão usados outros polígonos e mesmo outras figuras que não são definidas como polígonos, como algumas espirais. Também usaremos várias fórmulas relacionadas aos polígonos para cálculo de ângulos e outros elementos dos polígonos. O uso destas fórmulas devem estar ligadas aos desenhos que forem feitos, mas isso não deve ser uma obrigatoriedade. O importante é que os alunos e o professor tenham em mente que cada procedimento criado deve estar bem estruturado e possa ser usado para a criação de outras estratégias para a formação de novas figuras ou cálculos.

6 Atividades com o XLogo

As atividades abaixo em sua maior parte foram criadas pelo autor a partir de sua experiências com o programa, para este trabalho exclusivamente. Serão usados os comandos `parafrente` ou `pf` e `paradireita` ou `pd`(o comando `pf` faz a tartaruga andar para frente e o comando `pd` faz a tartaruga virar para a direita) e outros, para que o aluno comece a trabalhar com os polígonos e outros conceitos envolvidos. As atividades seguem níveis crescentes de dificuldade. Para as atividades abaixo é desejável que o aluno já conheça ângulos, segmentos de reta e alguns comandos da linguagem LOGO, a definição de polígono regular e os nomes das figuras pedidas e algumas de suas propriedades. Isso não quer dizer que dependamos de algum pré requisito, pois mesmo que ele não saiba os conceitos

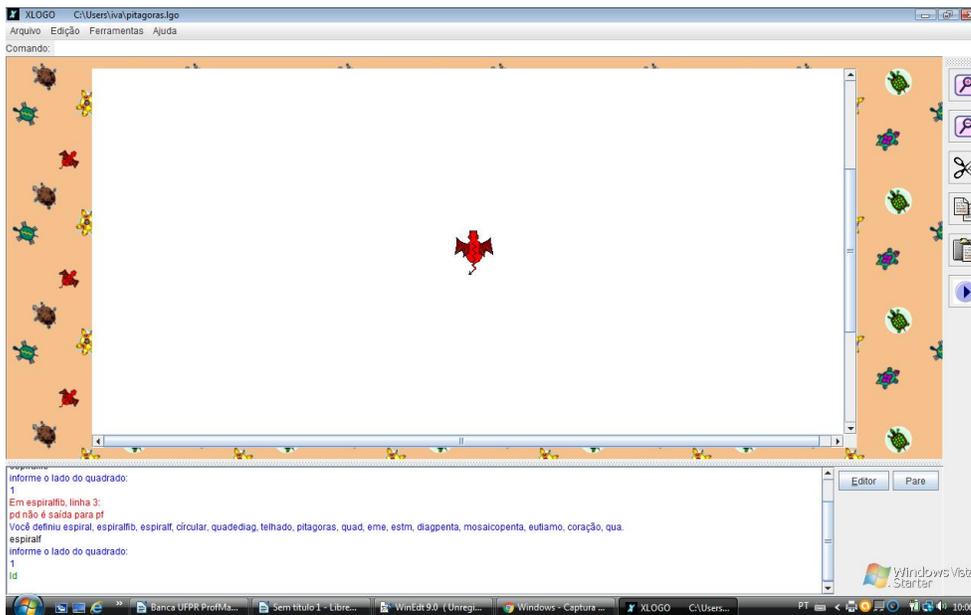


Figura 1: Tela inicial do XLogo

apresentados acima, eles podem ser explicados ou pesquisados durante o processo das construções usando o XLogo. Na figura abaixo mostramos a tela inicial do programa XLogo:

A noção de ângulo interno e externo pode ser explicada aos alunos antes de começar a trabalhar com polígonos regulares, devendo ser reforçado que isso deve ser usado sempre nas construções pedidas, mas isso também pode ser feito no decorrer das atividades. Os alunos também devem conhecer os ângulos de 90 graus e de 180 graus. Na atividade abaixo segue como contruir alguns ângulos e seu objetivo é que o aluno entenda como a tartaruga se move e de como isso pode ser usado para montar figuras e polígonos a partir de seus ângulos e a marcar os valores dos ângulos nessa figura.

Atividade (01) O objetivo desta atividade é a construção os ângulos de 90 graus, 30 graus, 45 graus e 120 graus usando os comandos **pf** e **pd** e indique sua medida usando o comando **rotule**. O pré-requisito aqui é que o aluno já conheça os ângulos que vai construir e que tenha um transferidor à mão, caso seja necessário. O professor deve explicar brevemente como fazer a tat "virar" e "andar" e para o ângulo de 90 graus a maioria deve executar os seguintes comandos para montar o que é pedido: **pf 120 pd 90 rotule 90 pf 130** (novamente enfatizamos que isso deve ser feito pelo aluno e não ser dado pronto). E neste caso vai dar certo e ele pode ou não reconhecer o ângulo de 90 graus. Partimos agora para o ângulo de 30 graus, e ao tentar o mesmo procedimento, o menor ângulo formado seria de 150 graus e o maior de 240 graus, e podemos medir esses ângulos com um

transferidor. A pergunta a ser feita aqui é: Porque o ângulo de 30 graus não foi formado? As explicações dos alunos são importantes nesse caso e deve-se pedir que eles desenhem o ângulo e tentem perceber o que deve ser corrigido para que o ângulo seja formado, e para que usem o transferidor para medir os ângulos formados. O que está em jogo aqui é o conceito de ângulo externo e o simples desenho do ângulo e o entendimento da figura pode ajudar a fixar o conceito de ângulo externo e interno. O uso do transferidor na atividade se justifica por dar uma medida numérica e física do ângulo, e seu uso deve ser incentivado sempre que possível. Para a construção dos ângulos de 30 graus, 45 graus e 120, basta executar os seguintes procedimentos:

1. aprenda angulo30
pf 100 pd 150 pf 150
fim
2. aprenda angulo45
pf 200 pd 135 pf 150
fim
3. aprenda angulo120
pf 130 pd 60 pf 100
fim

Esta atividade pode ser feita tanto como um início ao estudo dos ângulos como um complemento aos conteúdos já estudados. Podemos aqui também explicar, conceituar e questionar a definição de bissetriz de um ângulo e também que duas retas formam 4 ângulos. Como complemento poderíamos pedir que os alunos construíssem os ângulos de 180 e 360 graus e pedir para que eles expliquem o que houve. Ainda podemos explorar o fato de dois ângulos opostos pelo vértice terem medidas iguais. Isso pode ser feito durante ou após os alunos terem construído os ângulos pedidos. O aluno deve ser sempre indagado sobre seu entendimento das atividades e sempre que se faça uma atividade, esta deve ser registrada em seu caderno ou mesmo no computador, desde que se possa acessar facilmente sempre que a informação for necessária a uma outra atividade. Uma outra facilidade que o XLogo apresenta é a grande facilidade de se encontrar programas prontos e a grande quantidade de exemplos que podem ser encontrados na internet. Sendo que muitas das atividades propostas podem ser feitas e complementadas a partir destes exemplos.

A atividade pode ser complementada com atividades envolvendo as medidas dos ângulos, ângulo interno e externo e a noção de ângulos complementares.

Atividade (02) Nesta atividade o objetivo é revisar ou mesmo apresentar alguns polígonos regulares, mostrar como os ângulos podem ser usados para formar outras figuras, reconhecimento de padrões para os polígonos regulares como por exemplo cálculo do perímetro de um polígono regular e a soma dos ângulos internos desse polígono. Depois que os alunos perceberem que se pode montar polígonos para qualquer número de lados, é interessante pedir que vão aumentando esse número de lados, esse aumento acaba por formar um círculo, o que pode ser explorado de forma positiva mostrando que o círculo pode ser obtido aumentando-se o suficientemente o número de lados do polígono, podendo até ser dado uma idéia de limite, de forma bastante simplificada. Podemos também conceituar o perímetro de um polígono.

A proposta aqui é construir um triângulo, um pentágono e um hexágono regulares de lados 150 usando os comandos `pf` e `pd` do XLogo. Para construir o triângulo equilátero o aluno deve perceber qual ângulo usar, e ele já deve saber que o ângulo interno do triângulo é de 60 graus, mas se ele usar a sequência `pf 150 pd 60 pf 150 pd 60 pf 150` a figura do triângulo não será formada. O aluno deve perceber que ângulo está errado e que deve fazer a tartaruga "virar" 120 graus (que é o ângulo externo) e não apenas 60 graus. Para o quadrado os alunos podem usar, por exemplo, uma sequência com os seguintes comandos: `pf 150 pd 90 pf 150 pd 90 pf 150 pd 90 pf 150`

ou ainda, já introduzindo o comando `repita` poderíamos fazer: `repita 4 [pf 150 pd 90]` e a partir daqui usar o mesmo comando `repita` para o pentágono e o hexágono, que podem ser obtidos usando a sequência de comandos: `repita 5 [pf 150 pd 72]` e `repita 6 [pf 150 pd 60]` respectivamente.

Podemos propor como um desafio ou atividade complementar usar o procedimento acima para montar um programa que desenhe um polígono regular para qualquer número de lados (depois que o aluno já tiver alguma familiaridade com as definições de variáveis). Para isto os alunos devem ser levados a perceber como o ângulo usado para montar a figura foi obtido. O professor pode ajudar nessa percepção mostrando como os ângulos das construções acima foram obtidos: para o triângulo usamos o ângulo de 120 graus e são 3 ângulos, para o quadrado usamos o ângulo de 90 graus e são 4 ângulos, para o pentágono usamos o ângulo de 72 graus e são 5 ângulos, e nesse ponto deve-se questionar quanto é a soma desses ângulos (montar uma tabela é uma boa estratégia). A partir desse ponto podemos perguntar qual seria o ângulo para polígonos regulares de 6 lados (feito no exemplo acima), de 7 ou mais lados. O que precisamos é que o aluno perceba que para cada polígono de n lados o ângulo procurado é dado por 360 dividido por n e a partir disso montar um conjunto de comandos que construa polígonos com qualquer número de lados. Um programa que pode ser usado para resolver isto seria:

```

aprenda poligono
Leia [Informe o número de lados do polígono:] "n
Leia [Informe a medida do lado do polígono:] "lado

```

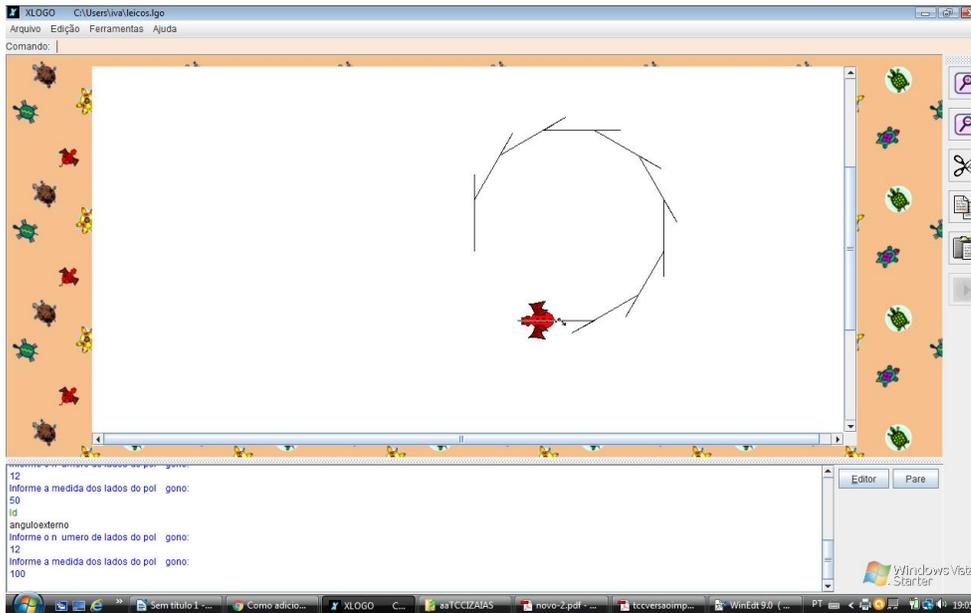


Figura 2: Execução do programa anguloexterno

```

repita :n [pf :lado pd 360/:n]
fim

```

Ainda nesta atividade podemos montar um programa que desenhe o polígono e os seus ângulos externos. Esta atividade serve para mostrar de que forma o ângulo externo é usado para contruir os polígonos regulares. Um programa que desenha esses ângulos externos é:

```

aprenda anguloexterno
Leia [Informe o número de lados do polígono:] "n
Leia [Informe a medida dos lados do polígono:] "lado
repita :n [pf :lado pt :lado/3 pd 360/:n]
fim

```

A figura abaixo mostra esse procedimento durante sua execução:

Aqui podemos também incrementar o programa acima para calcular a soma dos ângulos externos de um polígono regular, fazendo com que o aluno calcule a cada polígono desenhado o valor dessa soma, chegando ao resultado que nos diz que essa soma é sempre igual a 360 graus. Também podemos usar estes mesmos programas para calcular o perímetro desses polígonos regulares. Como desafio podemos pedir que os alunos pesquisem em seus livros ou mesmo na internet os nomes dos principais polígonos regulares e nomeiem as figuras que fizerem no programa usando o comando `rotule`.

Um desafio interessante para trabalhar polígonos não convexos é pedir que os alunos montem com comandos o próprio nome, mas esta atividade pode demandar bastante tempo até que eles consigam resolver a contento a atividade, mas isso

pode ser resolvido incentivando que eles instalem em casa o programa e explorem suas funcionalidades além do ambiente escolar.

Atividade (03) Nesta atividade o objetivo é trabalhar com regularidades e cálculo com ângulos, deve ser pedido que antes de montar a estrela o aluno faça o pentágono regular e a partir dele monte a estrela. Ele deve ter em mãos o desenho ou mesmo uma representação da estrela e fazendo uso das medidas dos ângulos do pentágono(já conhecidos) descobrir qual a medida dos ângulos da estrela. Esse mesmo exemplo pode servir para definir ou mesmo para ilustrar a idéia de diagonal do pentágono e podendo ser estendida para outros polígonos.

Construir usando os comando `pd` ou `pe`, `pf` e/ou o comando `repita`, uma estrela de 5 pontas. Para esta construção os alunos já devem ter feito o pentágono do exemplo anterior e perceber a relação entre o ângulo usado na construção do pentágono e na estrela. Uma sugestão de resolução para este exemplo seria `repita 5 [pf 150 pd 144]` . Aqui podemos formar outras estrelas, a de 6 pontas pode ser obtida a partir dos comandos `repita 6 [pf 150 pd 120 pf 150 pe 60]` e as que possuem mais pontas podem ser obtidas de forma semelhante. Também é interessante deixar que os alunos criem suas próprias estrelas, e muitas vezes as figuras que aparecem podem trazer mais questões que podem ser abordadas de outras formas. Esta atividade pode ser aplicada em qualquer das séries do Ensino Fundamental fase II.

Atividade (04) O objetivo aqui é que o aluno comece a trabalhar com as operações matemáticas do XLogo e revise o cálculo do perímetro de um retângulo. Podemos trabalhar ainda com aspectos relacionados a perímetros usando os aspectos numéricos do XLogo, como na atividade abaixo, que tem por objetivo fixar a idéia de perímetro e o seu cálculo. A atividade é bastante básica mas serve para mostrar que também podemos usar o programa para tratar de polígonos não regulares, neste caso um retângulo.

Vamos construir um retângulo de lados 125 e 210 e calcular seu perímetro usando os comando `repita` e soma: A resolução usando o comando `repita` fica assim:`repita 2 [pf 210 pd 90 pf 125 pd 90]` e o perímetro pode ser calculado fazendo `mostre 2*210 + 2*125`. Poderíamos ainda ter escrito um programa para resolver este exemplo, usando o comando `aprenda` e o editor de procedimentos e salvar como um programa para o cálculo do perímetro de um retângulo qualquer, como segue:

```
aprenda perimetret
repita 2 [pf 210 pd 90 pf 125 pd 90]
Escreva[O perímetro do retângulo é:]  mostre 2*210 + 2*125
fim
```

Como desafio podemos colocar ainda no mesmo programa o valor de sua área e de sua diagonal desde que o aluno já saiba como são feitos esses cálculos.

Atividade (05) O objetivo aqui é revisar os conceitos de perímetro e área. Depois de algumas atividades pode-se começar usar as formas mais elaboradas de se montar os programas, usando variáveis, o que pode ser bem interessante com turmas de 7^o, 8^o e 9^o anos, pois já é possível fazer programas que servem para muitas situações, como por exemplo, para calcular perímetro e área de alguns polígonos diretamente com a fórmula, sem recorrer a cálculos todas as vezes que se montar as figuras. Os exemplos abaixo podem ser introduzidos em turmas que já tenham alguma familiaridade com as fórmulas de perímetro e áreas de triângulos, quadrados e retângulos.

Construir um quadrado de lados 200 e exibir sua área e seu perímetro em um mesmo procedimento. Para resolver este exemplo podemos usar a definição de variáveis no XLogo e o editor de procedimentos. Uma forma de se fazer isso é escrever o programa abaixo no editor do XLogo:

```
Aprenda areaeperquad :lado
repita 4[pf :lado pd 90]
escreva[A área do quadrado é de:]mostre :lado*:lado
escreva[O perímetro do quadrado é:] mostre 4*:lado
fim
```

Nesta atividade mostramos como podemos colocar de forma mais palpável as noções de perímetro e área, podendo mesmo ser usado de forma recursiva para que os alunos deduzam as fórmulas de perímetro para todos os polígonos regulares e a área do retângulo, por exemplo. Apesar de ter sido feito para o quadrado, pode ser usado para outras figuras desde os alunos conheçam antecipadamente as fórmulas que serão utilizadas nos procedimentos. Estas fórmulas podem ser introduzidas antecipadamente nas aulas e depois podem ser usadas nos procedimentos para os cálculos. Podemos também usar para trabalhar a soma dos ângulos internos do polígono em questão e indagar se o que foi encontrado para polígonos regulares também serve para os não regulares.

Um desafio aqui seria montar outros programas para o cálculo da área e do perímetro de outros polígonos.

Atividade (06) O objetivo aqui é apresentar de forma mais elaborada o uso das variáveis no programa XLogo e como podemos usar isso de forma recursiva.

Esta atividade traz uma maneira de obter o valor da soma dos ângulos internos de um polígono regular. Deve ser feito com o auxílio de uma tabela com os valores da soma para alguns polígonos regulares. Uma atividade que pode ser feita nas aulas com régua, lápis e papel é o cálculo da soma dos ângulos internos de um triângulo e mesmo para um quadrilátero qualquer. Pede-se que o aluno desenhe um triângulo qualquer e que pinte os seus ângulos, depois dobre esse triângulo, de forma que cada dobra seja paralela a cada uma das alturas do triângulo, de modo que os três vértices coincidam e que seja formado um retângulo. A junção dos três vértices forma o ângulo de 180 graus, dessa forma mostra-se, informalmente, que a soma dos ângulos internos é de 180 graus. A mesma atividade descrita para

um triângulo pode ser adaptada para um quadrilátero convexo qualquer. Depois de fazer isso podemos perguntar aos alunos:

Qual é valor da soma dos ângulos internos de um polígono regular de n lados? Neste caso usar uma tabela para auxiliar na dedução da fórmula pode ser uma boa estratégia. Na tabela colocamos os valores encontrados acima na atividade, a saber para o triângulo a soma é 180 graus, para o quadrado 360 graus, para o pentágono são 540 graus, com esses 3 valores é possível que alguns alunos já percebam que há uma regularidade. Neste ponto já se pode introduzir a fórmula (que poderia ser verificada com o exemplo que desenha um polígono de n lados). Depois disso deve-se atentar para o fato de que para o triângulo a soma é $(1) * 180 = (3 - 2) * 180$, para o quadrado a soma é $360 = (2) * 180 = (4 - 2) * 180$ e para o pentágono a soma é $540 = (3) * 180 = (5 - 2) * 180$, a partir daqui podemos calcular com os alunos a soma para outros polígonos regulares e questionar se é possível construir uma fórmula para esse número de lados, a saber: $(n - 2) * 180$. Aqui podemos juntar o programa que desenha o polígono de n lados com o que calcula a soma dos ângulos internos desse polígono. Um programa que calcula a soma pedida é:

```
aprenda somaangulosinternos
Leia[Informe o número de lados do polígono:] "n
Leia[Informe a medida do lado do polígono] "lado
repita :n [pf :lado pd 360/:n]
Escreva[A soma dos ângulos do polígono de] mostre :n
Escreva[ lados é igual a:] mostre (:n-2)*180
fim
```

Um desafio aqui seria juntar o programa de desenho proposto acima, a soma dos ângulos e o perímetro de um polígono regular.

Atividade (07) Nesta atividade o objetivo é construir um quadrado e suas diagonais, mas para isso o aluno deve saber o valor numérico dessas diagonais. Neste ponto podemos começar a trabalhar ou mesmo relembrar o Teorema de Pitágoras. Essa abordagem pode ser feita tratando somente do quadrado ou iniciando com o triângulo retângulo e depois calcular essa diagonal ou mesmo diretamente com o quadrado, desde que o teorema já seja conhecido. Um outro programa pode ser construído para calcular diretamente o valor dos lados de um triângulo retângulo sendo conhecidos outros dois lados, o que será feito em outra atividade.

Construa um quadrado e suas diagonais usando os comandos `pf`, `pd` e `raizq`. Para resolver este exemplo devemos já ter trabalhado com raízes quadradas e esta é uma boa oportunidade de exemplificar o uso das raízes e onde elas podem ser encontrado no mundo real. Para resolver este exemplo podemos usar o seguinte procedimento:

```
aprenda quadediag
leia[Informe o valor do lado do quadrado] "lado
```

```

repita 4[ pf :lado pd 90]
pd 45 pf :lado*raizq 2 pd 135 pf :lado pd 135 pf :lado* raizq 2
fim

```

Mesmo que os alunos ainda não tenham maturidade para que seja trabalhado o teorema de Pitágoras, a atividade acima pode ser usada como um experimento, pois nas tentativas de encontrar um valor para a diagonal experimentalmente, a maioria vai chegar a valores aproximados, o que pode ser usado de forma positiva para explicar o significado do valor exato $\sqrt{2}$. Nesse caso ainda podemos trabalhar as noções de aproximações de números irracionais.

Atividade (08) Para esta atividade os alunos podem ou não conhecer a fórmula para o cálculo do valor da diagonal do pentágono regular. Se eles não conhecerem seria um bom exercício medir essas diagonais diretamente no pentágono construído e impresso.

Construir um pentágono regular e suas diagonais, usando os comandos `pf`, `pd` e/ou `pe` e `raizq`. Uma resolução para este problema pode ser:

```

aprenda diagpenta
leia [Informe o valor do lado do pentágono:] "lado
repita 5 [pf :lado pd 72 ]
pd 36 pf :lado *((raizq 5 )/2 +1/2 )
repita 4 [pd 144 pf :lado*((raizq 5 )/2 +1/2 )]
fim

```

Nesta atividade usamos no programa o valor $\sqrt{5}/2 + 1/2$ multiplicado pelo lado para o valor de cada uma das diagonais do pentágono. Mas de onde ele veio? - Os alunos podem perguntar - Esse é um bom exemplo de como muitas perguntas podem aparecer durante o uso do programa. O professor deve estar preparado(não para todas as questões que aparecerem) para algumas questões como esta. Neste caso o que se pode fazer é introduzir a lei dos cossenos a partir do exemplo do pentágono para calcular o valor desse lado e posteriormente encontrar uma fórmula que calcule isso para qualquer triângulo dado. Neste caso o aluno já deve conhecer o seno e o cosseno de um ângulo, o que deve ser visto como conteúdo no nono ano.

Atividade (09) Na atividade abaixo usamos um programa para calcular o valor de de um dos lados de um triângulo retângulo, sendo dados os valores dos outros dois. Também poderia ser usado para o cálculo da área do triângulo e seu perímetro.

Construir um programa que calcule o valor do lado de um triângulo retângulo sendo dados os outros dois. Para este cálculo os alunos já devem conhecer a fórmula para este cálculo e depois de já ter uma certa familiaridade com a fórmula propor o exemplo. Deve estar claro que antes de chegar a um programa que calcule corretamente os valores pode levar algum tempo. Uma forma de começar

seria calcular o valor da hipotenusa e depois partir para os catetos. Um programa pronto que calcula o que se pede pode ser feito da seguinte forma:

```
aprenda pitagoras
Escreva [Este programa calcula a medida do lado de um triângulo
retângulo sendo dadas as as medidas dos outros dois lados.
Digite 1 para calcular a hipotenusa ou 2 para calcular um dos
catetos.]
Leia [ 1 ou 2 ] "tecla
Se :tecla =1 [ Leia [Informe o valor de um dos catetos] "b
Leia [Informe o valor do outro cateto] "c
Escreva [O valor da hipotenusa é :]mostre
raizq (:b*:b + :c*:c ) ]
se :tecla=2 [ Leia [informe o valor da hipotenusa do triângulo]
"a
Leia [informe o valor do cateto do triângulo] "b
Escreva [O valor do outro cateto é:]
mostre raizq (:a*:a - :b*:b ) ]
fim
```

Nesta atividade ainda podemos questionar o valor exato de uma raiz quadrada e o valor aproximado da mesma. Como exemplo podemos pensar em um triângulo retângulo com catetos unitários e hipotenusa valendo $\sqrt{2}$. Neste mesmo exemplo também podemos calcular e exibir no mesmo programa a área e o perímetro do triângulo e ainda calcular os ângulos deste triângulo usando as definições de seno e cosseno no triângulo retângulo. Deve estar claro que o logo não possui todas as funcionalidades que um programa de geometria dinâmica como o Geogebra, mas como cada passo deve ser construído pelo aluno, auxiliado pelo professor. As fórmulas e estruturas que o aluno deve acessar estão diretamente ligadas ao programa e ao conteúdo, possibilitando uma melhor apreensão destes.

Nesta atividade usamos o comando **se** do XLogo, esse comando é chamado condicional e serve quando temos várias alternativas, das quais devemos escolher uma ou mais para executar. Em matemática como em programação os condicionais são muito importantes pois aparecem em muitas situações. Isso pode e deve ser explorado tanto nas aulas de matemática como nas atividade feitas no computador.

Atividade (10) Nesta atividade damos uma sugestão de como o professor pode trabalhar com a fórmula do número de diagonais de um polígono convexo com n lados.

Qual é o número de diagonais de um polígono regular? Geralmente isto é dado aos alunos como uma fórmula pronta que deve ser usada de forma mecânica para calcular o número de diagonais de um polígono qualquer. Podemos encontrar essa fórmula a partir dos exemplos deste trabalho e de outros. Podemos montar uma tabela para estabelecer a fórmula para este número de diagonais. Esta

dedução fica mais simples se os alunos tiverem em mãos alguns desenhos de alguns polígonos regulares, para que possam contar diretamente esse número. Essa contagem por parte dos alunos faz com que a fórmula para o cálculo tenha mais significado, podendo ser deduzida por eles. Mesmo que essa dedução não seja feita a contento, ela pode ser apresentada aos alunos. Após a apresentação da fórmula e seu entendimento, podemos partir para montar um programa que calcule o número de diagonais para um polígono convexo de n lados. Um programa que faz esse cálculo é:

```

aprenda diagonalpoligono
Leia[Informe o número de lados do polígono convexo:] "n
Escreva[O número de diagonais do polígono que possui ]
mostre: n
Escreva [lados é:] mostre (:n*(:n-1))/2 -:n
fim

```

Como desafio podemos propor a junção de todos os programas feitos neste trabalho para polígonos de n lados em um único programa.

Atividade (11) O objetivo desta atividade é revisar os conteúdos relacionados ao círculo. Vamos construir um círculo(ou circunferência), usando os comandos `repita`, `pf` e `pd`. São várias as formas de se resolver este exemplo, uma que pode ser explorada posteriormente é usando o exemplo de construção dos polígonos regulares de n lados, apresentado acima, aumentando o número de lados, podemos obter a circunferência pedida. Uma forma alternativa seria usar o comando `circ` que desenha diretamente a circunferência de raio dado. Mas no caso deste exemplo, o mais interessante seria que os alunos tentassem fazer com que a tartaruga andasse em círculo, o que pode ser feito indo para frente e virando um pouquinho de cada vez. Uma questão que pode ser respondida por eles nessa atividade é quantos passos a tartaruga deve dar e quantos graus terá a figura da circunferência. Uma solução bastante simples para o exemplo seria:

```

aprenda circulo
repita 360[pf 1 pd 1]
fim

```

Algumas questões podem ser colocadas aos alunos, por exemplo, como proceder para obter meio círculo ou um quarto de círculo e que ângulos podem ser associados a essas operações. O comando `circ` do XLogo desenha um círculo de raio dado, podendo tanto ser usado para o desenho quanto para o cálculo da área e do perímetro. Vejamos como podemos desenhar o círculo com esse comando:

```

aprenda circeraio
Leia[Informe o valor do raio do círculo] "raio
circ(:raio)
fim

```

Como desafio podemos propor o cálculo em um mesmo programa do valor da área do círculo e do comprimento de seu perímetro desde que se use o comando

circ.

Atividade (12) O objetivo desta atividade é construir a partir de um quadrado uma espiral, o aluno deve perceber que a cada passo ele deve diminuir ou aumentar o valor do lado do quadrado até chegar à figura de uma espiral. Deve estar claro que ele deve desenhar usando lápis e papel a espiral e a partir deste pensar em como deve "caminhar" para que a espiral esteja completa. Aqui podemos pensar também nas regularidades possíveis e podemos usar para construir outras espirais.

Construir usando os comandos pf, pd, atribua ou outros uma espiral que tenha como base um quadrado. Para este exemplo podemos usar o procedimento a seguir:

```
aprenda espquad
leia [Informe o valor do lado inicial da espiral:] "lado
repita 20 [pf :lado pd 90 atr "lado :lado+10]
fim
```

Como desafio podemos pedir que o aluno monte outras espirais usando outros polígonos regulares.

Atividade (13) Nesta atividade trabalhamos com a espiral de Fibonacci. Podemos trabalhar com sequências e introduzir os números de Fibonacci antes de fazer esta atividade. A espiral pode ser introduzida depois que os alunos entenderem a formação da sequência e que já tenham feito a espiral em seu caderno. Os números da sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... podem ser compreendidos como as medidas dos lados dos quadrados formados em cada iteração de formação da espiral.

Construa uma espiral de Fibonacci. Para esta atividade podemos começar com o quadrado e pensando em como construir um quarto de círculo dentro dele e depois montar a espiral juntando as várias partes. Esta é uma boa atividade para se fazer também usando materiais como régua e compasso. Um procedimento que resolveria este exemplo seria:

```
aprenda espiralfib
leia [informe o lado do quadrado:] "lado
repita 4 [pf :lado pd 90]
repita 90 [pf pi * :lado / 180 pd 1 ]
atr "lado1 :lado
repita 10 [atr "lado2 :lado+:lado1 repita 4 [pf :lado2 pd 90]
repita 90 [pf pi * :lado2 / 180 pd 1] atr "lado :lado1
atr "lado1 :lado2 ]
fim
```

O programa acima segue a formação da espiral mas não os números da sequência, pois pode ser fornecido qualquer valor inicial para o primeiro quadrado.

Atividade (14) Podemos também trabalhar com figuras fractais usando o XLogo e alguns dos polígonos regulares estudados aqui. Esta atividade usa a construção de um triângulo equilátero. Pode ser feito como um início e pode ser repetido com outros polígonos, mudando-se apenas os ângulos. O programa abaixo como contruir uma sequência de triângulos equiláteros, formando uma figura de um fractal.

```

aprenda tri :lado
repita 3 [pf :lado pd 120]
fim
aprenda fractri :lado
repita 5 [ tri :lado pf :lado/2 pd 60 atr "lado :lado/2]
fim

```

Outras formas podem ser produzidas a partir deste exemplo, usando outros polígonos ou mesmo outras formas geométricas. No exemplo acima usamos uma recursividade, ou seja, usamos um programa dentro de outro programa, este tipo de ideia pode ser usado em outras situações mais complexas e deve ser incentivada sempre que possível. Experimente nesta atividade fazer: `repita 6 [fractri 200]`.

Atividade (15) Nesta atividade fazemos o mesmo procedimento que foi feito acima usando o quadrado. Para o quadrado usamos o Teorema de Pitágoras para encontrar os valores dos lados dos quadrados que compõem a figura seguinte. Aqui podemos usar a atividade sobre o citado teorema para calcular alguns valores e depois chegar a uma fórmula que calcule a cada novo passo o valor do lado do quadrado. Construir uma sequência de quadrados, formando uma figura fractal. O procedimento abaixo é bastante parecido com o que foi apresentado acima, acrescentando apenas os cálculos envolvendo o referido teorema:

```

aprenda qua :lado
repita 4 [pf :lado pd 90]
fim
aprenda quafrac :lado
qua :lado
enquanto [:lado>10] [ pf :lado/2 pd 45
atr "lado (:lado*raizq 2)/2 qua :lado]
fim

```

Atividade (16) Uma outra figura mais elaborada que segue o mesmo princípio das duas atividades acima é feita tendo como base o hexágono, descrita a seguir: Construir um fractal tendo como base um hexágono regular: Para resolver este exemplo iniciamos com um hexágono com lado fornecido pelo usuário. O programa abaixo pode resolver o exemplo dado. O programa abaixo é composto de vários programas, que são agrupados para se chegar ao resultado final. O programa `hex` desenha o primeiro hexágono da figura, o programa `phex` faz a

passagem da tat para o ponto onde começam os triângulos, o programa tris faz os desenhos dos dois triângulos dentro do hexágono, o programa david faz o desenho final.

```

aprenda hex :raio
repita 6 [pf :raio pd 60]
fim
aprenda phex :raio
pf :raio pd 90
fim
aprenda phex2 :raio
pf (:raio*raizq 3)/3 pd 30
fim aprenda tris :raio
repita 3 [pf :raio*raizq 3 pd 120] pe 30 pf :raio pd 90
repita 3 [pf :raio*raizq 3 pd 120]
fim
aprenda david :raio
escondetat
hex :raio phex :raio tris :raio phex2 :raio
enquanto [:raio>10 ] [atr "raio (:raio*raizq 3)/3
tris :raio phex2 :raio]
fim

```

Aqui usamos algumas das propriedades do hexágono regular e também o cálculo da diagonal menor do hexágono e estes cálculos devem ser feitos junto com os alunos pelo professor sendo anotado no caderno ou mesmo desenvolvendo um programa para o cálculo dos valores necessários. Isso pode ser feito usando, por exemplo, a lei dos cossenos em um triângulo isósceles formado por dois lados do hexágono e uma das diagonais, sendo que o ângulo pode ser deduzido também com os alunos. Podemos usar a próxima atividade para fazer esses cálculos.

Atividade (17) Calcular o valor do lado de um triângulo qualquer sendo conhecidos dois de seus lados e um de seus ângulos, sendo conhecida a lei dos cossenos para um triângulo: $a^2 = b^2 + c^2 - 2*b*c*cos(\alpha)$. Para montar um programa como esse tanto o professor quanto os alunos já devem conhecer bem tanto o programa quanto o uso da lei dos cossenos:

```

aprenda leicos
Leia [digite 1 se quer calcular o lado adjacente ao ângulo e 2
se deseja calcular o lado oposto ao ângulo:] "opc
Se :opc=2
[ Leia [Informe o valor do lado adjacente ao ângulo] "c
Leia [informe o valor do outro lado] "b
Leia [Informe o valor do ângulo ] "alpha
Escreva [O valor do lado procurado é :]
atr "a raizq ( :b*:b +:c*:c - 2*:b*:c*cos (:alpha)) mostre :a]

```

```

Se :opc=1
[Leia [informe o valor do lado adjacente ao ângulo:] "b
Leia [Informe o valor do lado oposto ao ângulo:] "a
Leia [Informe o valor do ângulo:] "alpha
atr "c (:b*(cos :alpha)
+raizq(:a*:a -(:b*:b*(sen:alpha)*sen :alpha )))
atr "d (:b*(cos :alpha)
-raizq(:a*:a -:b*:b*(sen :alpha)*sen :alpha ))
Se :c>0 [ Escreva [O valor do lado procurado é:] mostre :c ]
se :d>0 [ Escreva [O valor do lado procurado é:] mostre :d ]]
fim

```

Um desafio para turmas mais avançadas seria incorporar o cálculo do ângulo α a este programa.

Atividade (18) Nesta atividade usamos uma das funcionalidades mais interessantes do programa XLogo, o visor 3D. Este recurso desenha figuras tridimensionais animadas e tem opções de luz, sombra e neblina. O exemplo abaixo foi retirado do Manual do XLogo⁵. Aqui podemos trabalhar com perspectiva, semelhança, áreas e volumes de figuras tridimensionais: Construir um cubo usando o comando `logo3d`:

```

aprenda cuboSimples
limpedesenho logo3d mudecordolápis amarelo
# desenhar as primeiras 4 faces
repita 4 [quadrado usenada paradireita 90 parafrente 400
paraesquerda 90 roleparadireita 90 uselápis]
# desenhar a face inferior
baixenariz 90 quadrado levantenariz 90
# desenhar a face superior
parafrente 400 baixenariz 90 quadrado
# visualizar
mostrepolígono
fim

```

7 Conclusões

As questões relacionadas à educação e à informática no Brasil estão sempre ligadas ao custo desses investimentos e quanto eles são benéficos ao país, na forma de melhor desempenho em avaliações internacionais ou nacionais. O uso do computador nas salas de aula brasileiras ainda é bastante pequeno, mas em algum momento esse uso deve ocorrer e ser incorporado ao dia a dia da escola. O ensino

⁵Disponível em <http://xlogo.tuxfamily.org/pt/html/index.html>, o programa XLogo pode ser baixado de forma segura também neste site

e o uso de uma linguagem de programação em escolas públicas pode ser visto por muitas pessoas como um desperdício, já que a maioria dos alunos nas escolas sabe apenas como acessar o facebook e responder mensagens via aplicativos de mensagens instantâneas. Nosso papel como educadores deve ser o de conhecer as tecnologias e também usá-las em sala de aula, mas como professores devemos sempre saber ou conhecer mais do que nossos alunos. Nos dias de hoje isso é quase impossível, pois muitos de nossos alunos conhecem mais de informática, de aplicativos de celulares, de jogos e outras tecnologias do que nós. Então aqui vem a questão: Onde podemos ser úteis a esses alunos, já que a maioria dos conteúdos matemáticos está disponível em milhares de páginas da internet, em vídeo aulas disponíveis nos mais variados sites e mesmo em aplicativos sobre matemática ou de outras áreas? A resposta não é simples, mas me arrisco a responder: Devemos ensiná-los a aprender. Aprender a aprender demanda tempo, e ensinar a aprender ainda mais. A noção de aprender a aprender está ligada de forma bastante forte à linguagem LOGO, mas também é um dos 4 pilares da educação do relatório da UNESCO para a educação do século XXI [5]. Nesse relatório estão explicitados as ideias que devem nortear as políticas educacionais para este século. As quais incluem formar cidadãos capazes de pensar por si próprios e de questionar as suas ações no mundo e de outras pessoas ou instituições.

Há várias questões que podem ser exploradas usando programação, e acreditamos que uma delas seja a liberação do potencial criativo dos alunos e de certa forma um desprendimento das formas mais comuns de aprender, como a memorização ou apenas a de seguir exemplos prontos. Aprender a programar abre novas possibilidades, e aqui não estamos falando apenas em matemática, mas da vida dos alunos e de sua jornada pelos ambientes educativos durante a vida.

Analisando o histórico do ensino da geometria e da matemática no Brasil vemos que enquanto a educação pública era destinada às elites, essa escola era de boa qualidade, para os padrões da época e atendia bem a uma parcela pequena da população. Com a democratização e obrigatoriedade de dar educação escolar a todos, os investimentos tanto em infraestrutura quanto em material humano não foram feitos na mesma proporção do que se tinha antes. Essa falta de investimentos que realmente cheguem ao chão da escola reflete na maioria das escolas públicas até os dias de hoje. Uma outra questão aqui é a aceitação de políticas externas sem que estas sejam discutidas diretamente com as comunidades em que serão implementadas, como foi com o Movimento da Matemática Moderna e em outras adotadas sem as devidas discussões pelo estado brasileiro. Essas políticas externas em sua maioria são enfiadas goela adentro nas secretarias de educação estaduais ou municipais, que por sua vez também impõem para suas escolas e professores. Isso não ocorreu com a linguagem LOGO que, para muitos educadores, é vista como sendo de pouco interesse para as escolas públicas brasileiras. Ainda há as questões relacionadas com o financiamento da educação: não se pensa em dinheiro para educação como investimento e sim como gasto. Essa é uma visão que em alguma medida acaba por retirar recursos da educação para ser usado em

outras áreas mais urgentes, pois educação é investimento de longo prazo, não dá resultados imediatos.

Na pesquisa [1] os dados nos mostram que o país ainda tem um longo período antes que as escolas possam oferecer meios para que o professor possa trabalhar com o computador diretamente em sala de aula mesmo porque na maioria das escolas a quantidade mínima de alunos por sala não é respeitada. Ainda há as questões de formação inicial e formação continuada dos professores e apesar de todos esses problemas, há professores que muitas vezes com seus próprios recursos fazem com que em suas aulas o computador e outras tecnologias estejam presentes. Aqui ainda devemos ressaltar também que o computador não é solução dos problemas educacionais brasileiros, mas pode ser de grande ajuda para superar muitas das barreiras presentes na educação.

Nos exemplos dados acima mostramos como podemos usar uma linguagem de programação para trabalhar o conteúdo polígonos. Nesses exemplos estão alguns dos conceitos e estes podem ser modificados pelo professor ou pelos alunos para produzir outros programas e atividades, podendo ser usados para outros conteúdos matemáticos ou de outras áreas do conhecimento. O importante aqui é que se perceba que é possível trabalhar com programação com alunos de ensino fundamental em escolas públicas do Brasil.

Referências

- [1] TIC-Educação .: *Pesquisa TIC-Educação*. MEC.- Brasília:MEC,2013. disponível em:
<http://www.cetic.br/media/docs/publicacoes/2/tic-educacao-2013.pdf> , acessado em agosto de 2015.
- [2] PCN.: *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC/SEF, 1997. disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> , acessado em março 2015.
- [3] PNE.:em Plano Nacional da Educação 2014-2024.- Brasília: Edições Câmara,2014. disponível em
<http://www.observatoriodopne.org.br/uploads/reference/file/439/documento-referencia.pdf>, acessado em março 2015.
- [4] DCE.: *Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná* SEED-PR.-Paraná. 2008. disponível em
<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1>, acessado em maio 2015
- [5] Delors, Jacques .: *Educação: Um tesouro a descobrir*. -UNESCO. BRASILIA, 2010.

- [6] Gomes, M.L.M.: *História do Ensino da Matemática: uma introdução*. CAED-UFMG, Minas Gerais, 2012, disponível em:
<http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/historiadoensinodamatematica.pdf>, acessado em maio 2015.
- [7] Bicudo, I.: *Os elementos*. UNESP, 2009, São Paulo.
- [8] Valente, J.A.: *A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação* (tese de livre docencia). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2005.
- [9] Santos, G.M.da Costa e Barros, D.M. Vieira.: *Escola de tempo integral: a informática como princípio educativo*. Revista Iberoamericana de Educación, nº 46/8 - 15 de agosto de 2008.