UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFICIONAL EM MATEMÁTICA

KLEBER ALEXANDRE CAVALCANTE DA SILVA

O USO DAS AULAS DE EDUCAÇÃO FÍSICA COMO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Belém
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

KLEBER ALEXANDRE CAVALCANTE DA SILVA

O USO DAS AULAS DE EDUCAÇÃO FÍSICA COMO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Matemática do programa de mestrado profissional (PROFMAT/IMPA) da Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Valcir João da Cunha Farias

FOLHA DE AVALIAÇÃO

KLEBER ALEXANDRE CAVALCANTE DA SILVA

O USO DA AULAS DE EDUCAÇÃO FÍSICA COMO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional PROFMAT/Universidade Federal do Pará, avaliado pela seguinte banca examinadora:

Orientador: ____________________

Prof. Dr. Valcir João da Cunha Farias- PROFMAT-PPGME/UFPA

Membro: ____________________

Prof. Dr. Anderson David de Souza Campelo- PROFMAT-PPGME/UFPA

Membro: ____________________

Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira – UEPA

DATA DA AVALIAÇÃO: 11 / 03 / 2016

CONCEITO : Aprovado.

Dedico este trabalho a minha família, pelo apoio e Compreensão

AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida e pela saúde
A minha querida esposa e filhos por todo o apoio e incentivo
A todos os mestres com respeito

Eu era como um menino brincando à beira do mar, e contentando-me agora e, em seguida, em encontrar um seixo mais liso ou uma concha mais bonita que o normal, enquanto o grande oceano da verdade jazia todo por descobrir antes de mim.

Isaac Newton

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Silva, Kleber Alexandre Cavalcante da, 1971-
O uso das aulas de educação física como laboratório de matemática / Kleber Alexandre Cavalcante da Silva. - 2016.

Orientador: Valcir Joo da Cunha Farias.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2016.

1. Matemática-Estudo e ensino. 2. Física-Estudo e ensino. 3. Didática-Matemática. 4. Educação física-Matemática-Estudo e ensino. 5. Abordagem interdisciplinar do conhecimento na educação-Matemática. I. Título.
CDD 22. ed. 372.7

Sumário

Resumo

O objetivo da pesquisa deste trabalho foi verificar a utilização das aulas de Educação Física como Laboratório Didático para as aulas de Matemática, apresentando uma forma alternativa de conduzir as aulas, principalmente de funções afim e quadrática, ilustrando conceitos básicos como plotagem de gráficos e determinação de coeficientes, analisar se este uso alcança alguns dos objetivos da utilização de um Laboratório Didático além de pesquisar formas de interdisciplinaridade com a Física. Discute-se uma ação em que os alunos trabalham em grupos na solução de problemas propostos com base em dados empíricos obtidos através atividades lúdicas e de medidas de valores de provas de atletismo praticadas pelos próprios alunos permitindo assim que possam ter a oportunidade de produzir argumentos e respostas mais significativas, o que aprimoraria a aprendizagem geral. A atividade atlética e as atividades lúdicas são então usadas como objetos de problematização tanto de forma empírica como qualitativa. Como resultado observou-se que alguns dos objetivos de um Laboratório Didático são alcançados quando se utilizam as aulas de Educação Física e verifica-se também que este recurso é muito mais disponível nas escolas públicas que um laboratório de ciências equipado.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Ensino de Física, Laboratório Didático, Educação Física, Interdisciplinaridade.

Abstract

The research objective of this study was to evaluate the use of Physical Education classes as didactic laboratory for lessons in Mathematics, presenting an alternative way to conduct classes, mainly of affine and quadratic functions, illustrating basic concepts such as graphs plotting and determination coefficients, analyze if such use achieves some of the goals of using a Didactic Laboratory in addition to research ways to interdisciplinary with Physics. Discusses an action in which students work in groups to solve problems proposed based on empirical data obtained through play activities and measures of athletics values practiced by the students allowing may have the opportunity to produce arguments and more meaningful answers, which would improve the overall learning. The athletics and recreational activities are then used as problematic objects both empirically and qualitatively. As a result, it was observed that some of the objectives of a Didactic Laboratory are achieved when using the Physical Education classes and it appears that this feature is much more available in public schools than they are equipped with a science laboratory.

Keywords: Teaching of Mathematics, Physics Education, Didactic Laboratory, Physical Education, Interdisciplinary.

INTRODUÇÃO

Muitos professores têm passado dificuldade no ato de ensinar Matemática e em virtude disso procuram métodos alternativos e apresentar novos recursos didáticos que visam estimular o aluno e mostrar os conceitos de uma forma que se tenham menores dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma a necessidade de inovação e utilização de métodos alternativos tornou-se uma tendência nos últimos anos (BORGES, 2002). Um desses métodos é a modelagem Matemática que utiliza dados empíricos, dessa forma o professor oferece um ambiente no qual os alunos podem problematizar e investigar, por meio de exercícios matemáticos, situações mais reais e concretas, possibilitando ao aluno a análise da dimensão discursiva dos processos de ensino e aprendizagem de Ciências em situações reais na sala de aula (VILLANI, NASCIMENTO, 2003).

Procurando dessa forma novos métodos para o processo ensino aprendizagem, a proposta deste trabalho visa mostrar a possibilidade de usar as aulas de Educação Física como fonte de experiências para a disciplina Matemática. O uso do Laboratório Didático tradicional é um assunto muito estudado por pesquisadores do ensino de Ciências no Brasil, inclusive sem um espaço específico para tal (GRANDINI, GRANDINI,2008), assim essa proposta também visa Identificar dentro dos exercícios de atletismo e de outras atividades lúdicas os conceitos de funções envolvidos nos mesmos e analisar quantitativamente, mas também, de forma conceitual os exercícios de Educação Física através dos conceitos Matemáticos.

Para um país onde uma fração considerável dos estudantes nunca teve a oportunidade de entrar em um laboratório de ciências, pode parecer um contrassenso questionar a validade de aulas práticas, especialmente porque na maioria das escolas elas simplesmente não existem (BORGES, 2002). Com esse pensamento procurou-se fornecer uma alternativa ao laboratório tradicional através das aulas de Educação Física.

No capítulo 1 desse trabalho fazemos uma discussão sobre os objetivos do laboratório didático que procuramos alcançar durante o desenrolar dessa pesquisa e também fazemos uma breve discussão da inerente interdisciplinaridade entre Matemática e Física que envolvem as experiências desenvolvidas pelos alunos.

No capítulo 2 descrevemos a metodologia usada durante a pesquisa, com as aulas teóricas e uma descrição das aulas práticas, que foram realizadas durante o ano letivo de 2015 com uma turma de primeiro ano na escola de ensino médio onde leciono. Aulas essas tanto relacionadas às modalidades esportivas quanto relacionadas às atividades lúdicas realizadas pelos alunos.

O capítulo 3 trata de aspectos da teoria matemática de Função Afim e uma breve explanação sobre algarismos significativos e como foi feita a observação de seus conceitos pelos alunos durante as aulas práticas, da mesma forma o capítulo 4 é dedicado a uma visão da teoria matemática e os principais conceitos referentes à função quadrática.

O capítulo 5 apresenta exercícios e suas resolução que foram trabalhados em sala e o capítulo 6 detalha os resultados obtidos na pesquisa através de questionários propostos aos alunos e a comparação das médias das pontuações nas provas realizadas no período. Conclui-se o trabalho verificando-se com isso que a aprendizagem dos conceitos envolvidos nos fenômenos e compreensão das definições de função e suas análises gráficas ficaram muito mais claras para esta turma que vivenciou todo o processo.

Capítulo 1

OS OBJETIVOS DO LABORATÓRIO DIDÁTICO

Várias outras pesquisas disponíveis na literatura tratam de fazer análises e discussões sobre os objetivos do Laboratório didático (BORGES, 2002; GRANDINI E GRANDINE, 2004), nesse trabalho procuramos destacar alguns que nos pareceu mais relevantes às atividades desenvolvidas pelos alunos durante todo o processo.

Dessa forma destacamos os seguintes (GRANDINI, GRANDINI,2008):

i Ilustrar conteúdo ensinado nas aulas teóricas;

ii utilizar dados experimentais para solucionar problemas específicos;

iii estimular e manter o interesse dos alunos no estudo de Matemática;

iv ajudar a transpor a barreira entre teoria e prática;

Esses objetivos foram selecionados também procurando atentar às orientações dos PCNEM que propõem que “Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCNEM privilegia o tratamento de situações problema, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado” (PCNEM, 2012, p 129). Dessa forma as atividades propostas procuram levar aos alunos situações reais de forma a produzir uma visão contextualizada dos conceitos Matemáticos e Físicos relacionados além de possibilitar o fortalecimento da capacidade do aluno em estabelecer uma argumentação mais sólida acerca dos assuntos tratados (DRIVER, NEWTON, 1997)

O primeiro objetivo "*Ilustrar conteúdo ensinado nas aulas teóricas*"; é sistematicamente observado e criteriosamente buscado durante as atividades realizadas pelos alunos, visto que em cada atividade se faziam referências ao conteúdo ministrado previamente. Pudemos observar a reação geral da turma ao se deparar com uma situação que tornava, de acordo com o que eles falavam, útil as informações ministradas em sala, tornando a turma mais interessada no assunto tratado e nos detalhes matemáticos envolvidos na atividade.

O segundo objetivo "*utilizar dados experimentais para solucionar problemas específicos*"; foi buscado de forma criteriosa, onde procuramos escolher problemas que tanto despertassem o interesse do aluno como complementassem com novas perspectivas sobre o assunto e as atividades experimentais que descreveremos no capítulo 3.

Todo o processo procurou atingir o terceiro objetivo "*estimular e manter o interesse dos alunos no estudo de Matemática*"; já que acreditamos que se aprende ciências ou qualquer outro conhecimento e maneira mais duradoura quando nos sentimos estimulados e prazer nas atividades relacionadas. Dessa forma esse foi o principal objetivo buscado durante esse trabalho.

O quarto objetivo "*ajudar a transpor a barreira entre teoria e prática*"; refere-se especificamente a **transposição didática**, buscamos assim fazer de forma mais prazerosa e interessante a passagem entre os saberes envolvidos. Não procuramos, entretanto, nesse trabalho fazer uma análise detalhada sobre os aspectos de **transposição didática** envolvidos.

Acreditamos que as aulas práticas não são apenas uma forma de constatar a teoria explicada na sala de aula pelo professor. *Esse tipo de aula busca, através do manuseio de instrumentos, de discussões e análise de um problema, que o aluno tente explicar o que aconteceu da maneira que mais lhe faça sentido, mas levando em consideração a forma como se faz ciência*. (LEITE, SILVA, VAZ, 2005)

Capítulo 2

METODOLOGIAS

Este trabalho foi realizado em etapas, a primeira nos meses de março e abril do ano de 2015, procurou-se determinar os objetivos do laboratório didático, consistindo numa pesquisa baseada em materiais desenvolvidos por outros pesquisadores na área da utilização do Laboratório Didático e da utilização de atividades lúdicas (VILLATORRE, HIGA, TYCHANOWICZ, 2008), procurando estabelecer processos de modelagem nas aulas de Matemática. Nesta pesquisa ficou evidenciada a importância do Laboratório Didático na formação dos alunos de Ensino Médio (GRANDINI, GRANDINI,2008). Além disso pareceu claro o caminho que leva a interdisciplinaridade com os conceitos da Física no campo da Mecânica.

Na segunda parte do trabalho foi desenvolvido uma discussão sobre as grandezas espaço e tempo e suas unidades de medida, uma visão inicialmente teórica. Faz-se então uma série de medidas que foram realizadas com fitas métricas e trenas para determinar os tamanhos dos objetos e alguns tamanhos de trajetórias lineares. Interessante foi notar como era falha a percepção de tamanho das unidades de medida como o metro e o centímetro. Foi discutida durante as medidas realizadas pelos alunos o conceito de algarismos significativos (veja apêndice 7.1) sem o recurso de anotações e foi verificado posteriormente que este conceito visto na prática, mesmo sem ser anotado, foi melhor absorvido do que os vistos em sala de aula, já que os alunos lhe deram maior significado. Parafraseando o comentário de um dos alunos da turma me parece bem relevante para a situação.

> "*Como eu estava segurando a trena e fazendo eu mesmo as medidas dos tamanhos foi mais fácil para eu entender*."

Isso mostra que o uso dos sentidos é muito importante na aprendizagem dos conceitos científicos.

Passamos então a formação de grupos de competição, dividindo o grupo de 38 alunos em 4 quatro grupos, dois com 9 alunos e dois com 10 alunos. Estes grupos ficariam envolvidos em duas formas de competição. A primeira competição foi relacionada às próprias provas de atletismo e a segunda relacionada com a maior precisão das medidas dos tempos e distâncias envolvidos no mesmo. Cada equipe teria então que escolher seus atletas que participariam de cada atividade.

Na prova dos 100 m, cada equipe escolhe um aluno ou aluna para participar da corrida propriamente dita, enquanto o restante fica responsável pela medida do tempo, usando cronômetros de mão. Cada equipe teria que medir os tempos não somente dos seus competidores, mas também os tempos dos competidores das outras equipes. Além disso o professor faz suas próprias medias usando instrumentos mais precisos com uma câmera e um computador. A Tabela 2.1 mostra os valores obtidos. Após a captação dos tempos das equipes, estes são comparados com os obtidos pelo professor, e verificam-se os erros cometidos. Os alunos ficaram impressionados como suas medias foram maiores que as medidas do computador.

Tabela 2.1: Medidas de tempo obtidas na prova dos 100m.

	Tempo médio medido pelas equipes				Tempo do computador
Corredores	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	
Equipe 3	14,57 s	14,83 s	14,68 s	14,53 s	13,67 s
Equipe 2	15,12 s	15,20 s	15,18 s	15,12 s	14,83 s
Equipe 1	15,38 s	15,22 s	15,26 s	15,29 s	15,13 s
Equipe 4	16,02 s	15,85 s	15,90 s	15,71 s	15,38 s

Nesse momento foi explicado o conceito de tempo de reação e evidenciado um dos objetivos dos Laboratórios Didáticos que é a de transpor a barreira entre teoria e prática. A prova foi repetida mais uma vez e verificaram-se as mesmas diferenças médias da prova anterior.

As equipes passaram então a se preparar para a prova dos 400 m, que foi realizada de forma diferente. Cada competidor das equipes correria separadamente. Somente um menino de cada equipe dessa vez iria ser o corredor. Os outros componentes das equipes foram distribuídos em 4 pontos da pista para medir os tempos a cada 100 m de corrida. Abaixo temos na Tabela 2.2 as medidas do corredor da equipe 3 que foi o vencedor.

Tabela 2.2: Medidas de tempo obtidas na prova dos 400m.

Corredor	Tempo medido pelas equipes				Tempo do computador
Equipe 3	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4	
100 m	14,56 s	14,45 s	14,61 s	14,58 s	13,07 s
200 m	31,85 s	31,81 s	31,89 s	31,82 s	31,32 s
300 m	49,25 s	49,13 s	49,28 s	49,35 s	48,76 s
400 m	67,57 s	67,46 s	67,56 s	67,94 s	67,02 s

Em seguida as equipes passaram para a prova, do arremesso de peso. Novamente, um atleta de cada equipe seria escolhido para competir, ficando o restante dos componentes das equipes tendo que medir as distâncias de todas as equipes. Nesta prova, não dispunha de equipamento informatizado para medir as distâncias de arremessos, então as medidas dos alunos foram comparadas entre elas mesmas. A Tabela 2.3 mostra as medidas obtidas por cada equipe.

Tabela 2.3: Medidas de distância obtidas na prova do arremesso do peso.

Arremessador	Distância medida pelas equipes			
	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4
Equipe 4	13,04	13,05	13,04	13,02
Equipe 2	12,68	12,68	12,67	12,67
Equipe 3	11,53	11,54	11,54	11,53
Equipe 1	10,40	10,42	10,41	10,42

Os alunos verificaram posteriormente que a diferença entre os valores medidos nos comprimentos foi muito menor que os verificados nas medidas do tempo nas provas de corrida. Novamente foi falado da existência do tempo de reação e que este tempo pode ser diferente de uma pessoa para outra.

De volta à sala de aula e com base nos dados nas atividades práticas foram propostas atividades para os grupos. Estas atividades foram organizadas em listas de problemas mostradas mais adiante no capítulo 5, neste momento mostramos apenas a metodologia geral adotada.

Para a prova dos 100m rasos as atividades foram:

1. Determinar as velocidades médias, em m/s, de cada corredor na prova de 100m com os valores obtidos pela sua equipe.

2. Transformar esses valores de velocidade para km/h.

3. Construir gráficos relativos aos movimentos.

A construção dos gráficos pelos alunos foi feita tanto usando materiais tradicionais como régua e transferidor, quanto com uma ferramenta mais moderna, no caso o **GeoGebra** (software de matemática dinâmica). Este aplicativo pode ser obtido gratuitamente nas lojas virtuais e instalados em dispositivos portáteis como celulares e **tablets**.

Durante a divulgação dos resultados obtidos das velocidades médias de cada corredor, foi repassado o filme da gravação das provas de 100m feita pelo professor de Educação física, e o tempo da prova mostrado na tela com o auxílio do computador. Os valores obtidos pelos alunos tiveram uma dimensão muito maior agora neste estágio, com as situações vivenciadas pelos alunos, que da primeira vez durante a etapa de atividades práticas do trabalho, os mesmos problemas vistos com um novo enfoque, foram muito mais significativos e compreendidos de maneira mais agradável e duradoura.

Os conceitos de distância percorrida e de tempo decorrido foram trabalhados de forma contextualizada usando-se os dados coletados para a resolução de problemas variados. Observou-se aqui como os objetivos de um Laboratório Didático, podem ser alcançados.

Para a análise dos dados das provas de 400m as atividades propostas foram:

1. Determinar o tempo gasto pelos corredores em cada trecho de 100m da prova.
2. Determinar a velocidade média em cada trecho da prova.
3. Determinar um valor aproximado para a aceleração do corredor.
4. Esboçar graficamente a variação da velocidade em função do tempo para cada corredor.
5. Interpretar o conceito de coeficiente angular do gráfico referente ao movimento.

Com a realização desses exercícios, trabalhamos os conceitos de coeficiente angular de forma a mostrar como a diminuição da velocidade do corredor durante a prova pode ser determinada ao medirmos os seus tempos parciais. E também a análise do gráfico v x t (velocidade em função do tempo).

No caso do arremesso de peso, foi feita uma consideração em que todos os arremessos seriam considerados como tendo um ângulo de lançamento aproximadamente de 30°. Foi feita a seguinte pergunta: Considerando que o ângulo de lançamento do peso foi de 45° e considerando-se a altura do arremessador como a altura inicial do objeto, qual a velocidade inicial de arremesso?

Esta situação criou várias indagações por parte dos alunos que criticaram a forma como foi escolhido o ângulo de lançamento, mas como não dispúnhamos de equipamentos para medida do ângulo de lançamento, o valor foi aceito (com ressalvas).

Neste último caso, verificou-se que mesmo um ou dois dados "atribuídos" sem que fossem feitas as devidas medidas criam bastante dúvida e, portanto, dificuldade de assimilação dos conceitos envolvidos.

As atividades lúdicas foram realizadas com arremesso de bolas entre os alunos e também da observação do movimento retilíneo de uma bola em um corredor de cones.

Para analisar o movimento da bola arremessada, cada equipe seleciona 3 alunos para serem os experimentadores e o restante da equipe para coleta e análise de dados. Enquanto dois alunos arremessam uma bola de handball de um para o outro um terceiro aluno realiza filmagens do movimento. Nessa atividade cada equipe produziu vários vídeos. De posse dos vídeos os alunos responsáveis pelas análises dos movimentos escolherem um dos vídeos feitos. Os dados coletados do vídeo escolhido são usados para montar a Tabela 2.4 com as informações relevantes para a descrição do movimento, como tempo do movimento e a altura máxima. O alcance do movimento permanecia fixo entre as equipes visto que as posições dos alunos que estavam realizando os arremessos foram previamente estabelecidas. As alturas foram determinadas através da equação: $h = \frac{g.t^2}{2}$

Sendo t o tempo de subida obtido pela cronometragem dada pelos vídeos feitos pelos alunos.

Tabela 2.4: Medidas de tempo obtidas na atividade do arremesso da bola.

	Dados coletados pelas equipes.			
	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4
Tempo total	1,83 s	2,08 s	1,96 s	1,92 s
Tempo de subida	0,92 s	1,04 s	0,98 s	0,96 s
Altura máxima	4,2 m	5,4 m	4,8 m	4,6 m

Os dados coletados referentes aos exercícios da bola em movimento no corredor de cones foram feitos com o uso de aparelhos celulares dos alunos que obtiverem resultados semelhantes aos obtidos durante os exercícios da corrida de 400 m. Essa atividade é introduzida também para propor uma atividade que pode ser utilizada em substituição à corrida dos 400m no caso de a escola não possuir um espaço para tal atividade. Mediu-se o instante em que a bola passava entre cada par de cones distribuídos na quadra da escola. Foram organizados 4 pares de cones a cada 10 m depois do ponto de arremesso. Um aluno posiciona a bola no ponto inicial e a chuta de forma a fazer com que ela passe por todos os pares sem derrubar nenhum cone.

Os valores mostrados na Tabela 2.5 são referentes aos exercícios realizados por cada equipe, ou seja, cada equipe registrou os tempos referentes à sua própria atividade de arremesso. Por isso os tempos diferentes mostrados. A velocidade de arremesso inicial determina todos os tempos do percurso. Verificou-se que em todos os casos registrados um movimento com velocidade diminuindo.

Tabela 2.5: Medidas de tempo obtidas na atividade do corredor de cones

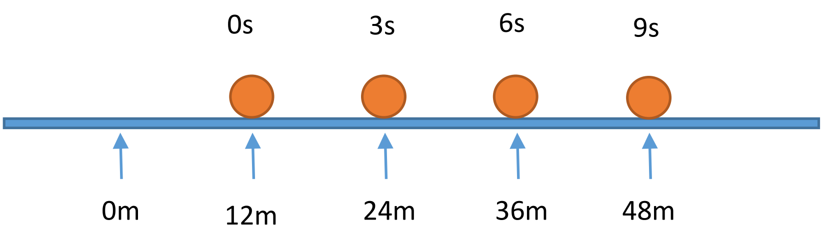
	Dados coletados pelas equipes			
	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4
1º Par de cones	1,53 s	1,48 s	1,04 s	1,35 s
2º Par de cones	3,09 s	3,00 s	2,10 s	2,77 s
3º Par de cones	4,73 s	4,58 s	3,17 s	4,24 s
4º Par de cones	6,67 s	6,70 s	4,26 s	5,77 s

Capítulo 3

FUNÇÃO AFIM

Quando trabalhamos com movimentos que ocorrem em uma linha reta com velocidade constante, como o de um corpo que parte de uma determinada posição de uma trajetória definida tendo o mesmo deslocamento a cada segundo, poderíamos construir uma tabela que relacionasse a cada instante a posição ocupada pelo móvel. Poderíamos por exemplo considerar o ponto de partida a 12m de um ponto de referência, ou origem onde x = 0, que se deslocasse sempre por 4 m a cada segundo sobre uma reta se afastando desse ponto de referência.

Figura 3.1: Posições de um corpo em movimento.



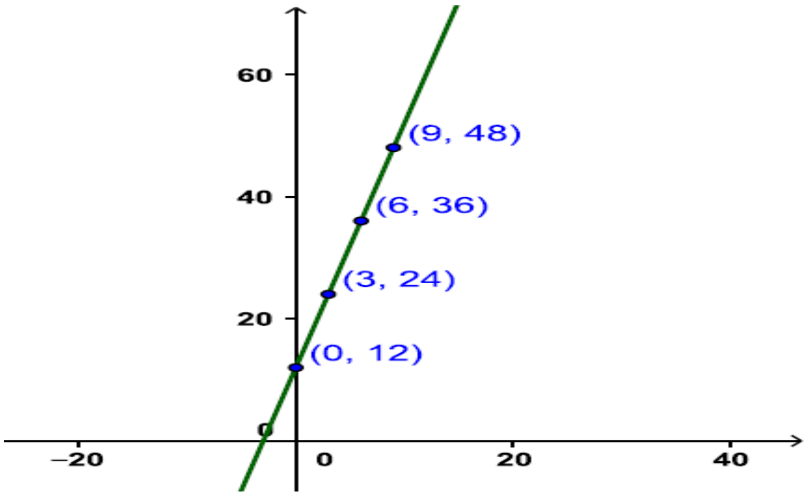
A Tabela 3.1 mostra os valores a serem utilizados na construção do gráfico do movimento:

Tabela 3.1: Valores de tempo e posição do móvel.

t (s)	0	3	6	9
x (m)	12	24	36	48

Ao marcarmos em um plano cartesiano os pontos (x, t=f(x)) indicados na Tabela 3.1, fica aparente que poderíamos traçar uma reta por todos esses pontos. O gráfico é mostrado na Figura 3.2 abaixo.

Figura 3.2: Gráfico do movimento do corpo.



Veremos a seguir que a função cujo gráfico é dado por uma reta é chamada de *função afim*. Vamos a sua definição.

3.1 Definição de função Afim

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se *afim* quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$ (LIMA, 2013).

Chamamos de raiz da função $f(x) = ax + b$ ao valor x_0, tal que

$$f(x_0) = 0.$$

Exemplo 3.1

As funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = ax$ (função linear) e $f(x) = b$ (função constante) são exemplos de funções afins.

Exemplo 3.2

A função que determina o valor de uma corrida de taxi dada por $f(x) = B + k \cdot x$, onde B é um valor fixo chamado bandeirada e k é um valor de referência paro o preço do quilômetro rodado x, é uma função afim.

Em sua forma geral $f(x) = ax + b$, o coeficiente $b = f(0)$, é chamado de valor inicial enquanto que o coeficiente a é chamado de taxa de variação da função dado por:

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \tag{3.1}$$

Onde x_2 e x_1 são valores distintos e arbitrários.

Pode-se demonstrar que o gráfico de uma função afim é uma reta, para isso basta tomar $x_1 < x_2 < x_3$, valores arbitrários e considerar os pontos A = $(x_1, f(x_1))$, B= $(x_2, f(x_2))$ e C = $(x_3, f(x_3))$. Ao mostrar que $d(\overline{AC}) = d(\overline{AB}) + d(\overline{BC})$, segue da desigualdade triangular que os pontos são colineares e, portanto, pertencem a mesma reta.

Dessa forma como a função afim $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tem como gráfico uma linha reta e então basta conhecer dois de seus pontos para que esta reta fique inteiramente determinada.

Exemplo 3.3

Para os gráficos que representam movimentos com velocidade constante em linha reta, caracterizados por uma função do tipo $x(t) = b + at$, usamos os pontos

$S_0 = (0, b = x(0))$, que marca a posição inicial do móvel

$S = (t, x(t))$, que marca uma outra posição arbitrária qualquer.

Determinados dois pontos distintos, estaremos caracterizando assim completamente o gráfico desta função. Como caso particular, com $b = 0$, dizemos que o móvel partiu da origem, o que nos dá $S_0 = (0,0)$, e, portanto, a função do movimento trata-se de uma função linear $x(t) = at$. O coeficiente a, taxa de variação da função, corresponde à velocidade do movimento, isto é, a velocidade é a taxa de variação do espaço em função do tempo. Além disso se $a > 0$, dizemos que a função é crescente e se $a < 0$ a função é dita decrescente.

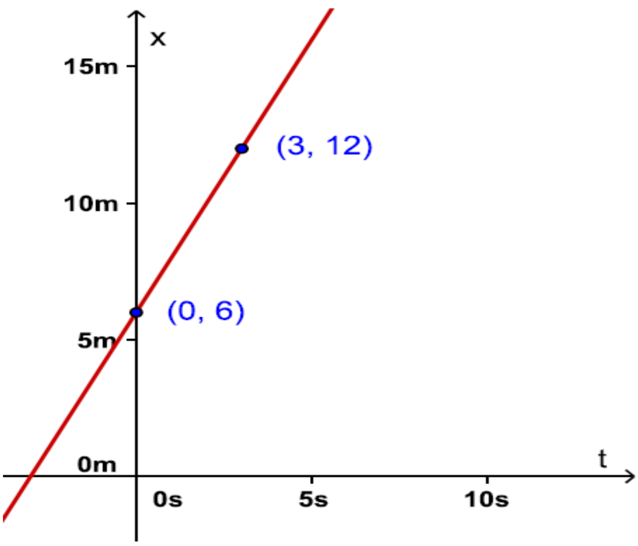
Exemplo 3.4

Considere um corpo que se desloca sobre uma reta partindo de uma posição a 6m de um ponto de referência com velocidade constante igual a 2m/s, construa o gráfico desta da função que representa este movimento.

Resolução

Inicialmente verificamos que para $t = 0$ teremos $S_0 = (0{,}6)$, já que a posição inicial é $b = 6m$, e sendo a velocidade $a = 2m/s$, podemos escolher de forma arbitrária um valor para t, digamos $t = 3s$, o que nos dá $x(t) = b + at = x(3) = 6 + 2 \cdot 3 = 12m$, e, portanto, teríamos $S = (3{,}12)$, como segundo ponto. Dessa forma teremos.

Figura 3.2: Gráfico do movimento do corpo exemplo 3.4

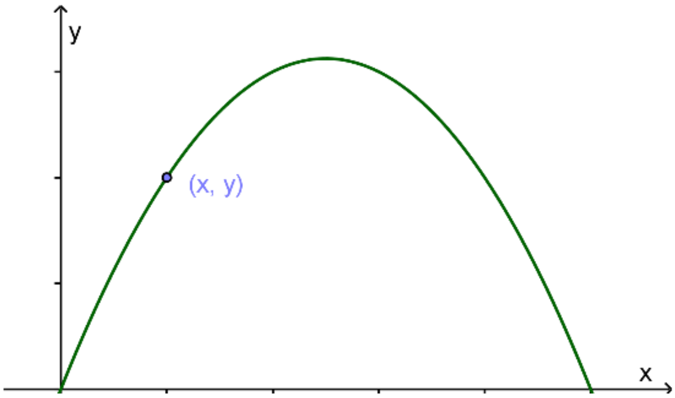


Capítulo 4

FUNÇÃO QUADRÁTICA

Considere a posição de um objeto em movimento de lançamento oblíquo representada pelo par (x, y), como mostrado na figura 4.1.

Figura 4.1: Trajetória de lançamento oblíquo.



Assim no lançamento oblíquo de um objeto a partir do solo com velocidade inicial V_0 e inclinação de um ângulo α em relação à direção horizontal, a altura y do objeto em relação ao solo pode ser determinada em função da projeção x do objeto pela equação a seguir (veja Apêndice 7.2).

$$y = f(x) = -\left(\frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha}\right) \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x \tag{4.1}$$

Esse tipo de função, que está relacionada a um polinômio de 2º grau, é exemplo de função quadrática.

4.1 Definição de função Quadrática

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando são dados números reais $a, b, c, \text{com } a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ (LIMA, 2013).

Exemplo 4.1

A função que relaciona a área A de um retângulo de altura $h = x$ e base variável $b = x + 4$, dada por $A = b \cdot h = (x + 4) \cdot x = x^2 + 4x$, com coeficientes $a = 1, b = 4$ e $c = 0$, é um exemplo de função quadrática. Note, entretanto, que no caso de se tratar de Área, deveríamos considerar como domínio apenas os valores de x maiores que zero.

Exemplo 4.2

A altura h de um móvel arremessado diretamente na vertical a partir de certa altura inicial h_0, com velocidade V_0 num local onde a aceleração da gravidade é $-g$, é dada em função do tempo pela função quadrática $h = f(t) = h_0 + V_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$. Esta função é chamada equação horária do movimento.

4.2 Forma canônica

Para fazermos um estudo analítico mais preciso da função quadrática, vamos representa-la em uma forma mais conveniente chamada *forma canônica* (IEZZI, MARAKAMI, 1993).

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)\right] = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)\right]$$

Fazendo $\Delta = b^2 - 4ac$, chamado de discriminante da função, teremos:

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right)\right] \qquad (4.2)$$

Que é a forma canônica da função quadrática.

A partir da forma canônica podemos determinar os zeros ou raízes da função, de forma imediata, fazendo

$$f(x) = 0$$

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right)\right] = 0$$

Como $a \neq 0$, teremos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right) = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right) \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad (4.3)$$

Podemos chamar as raízes possíveis da função quadrática de x_1 e x_2. Ao considerarmos os valores possíveis para o discriminante da função quadrática teremos a determinação da quantidade de raízes reais que a função admite.

Para Δ>0, a função admite duas raízes reais distintas ($x_1 \neq x_2$).

Para Δ=0, a função admite uma raiz dupla ($x_1 = x_2$) .

Para Δ<0, função não admite raiz real.

4.3 Gráfico da função quadrática

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola, uma curva composta de dois ramos simétricos em relação a uma reta vertical chamada eixo de simetria. O eixo de simetria é a reta $x = \frac{-b}{2a}$.

O ponto comum à parábola e ao eixo de simetria é o ponto V, chamado vértice da parábola. As coordenadas do vértice de uma parábola constituem o ponto

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \qquad (4.4)$$

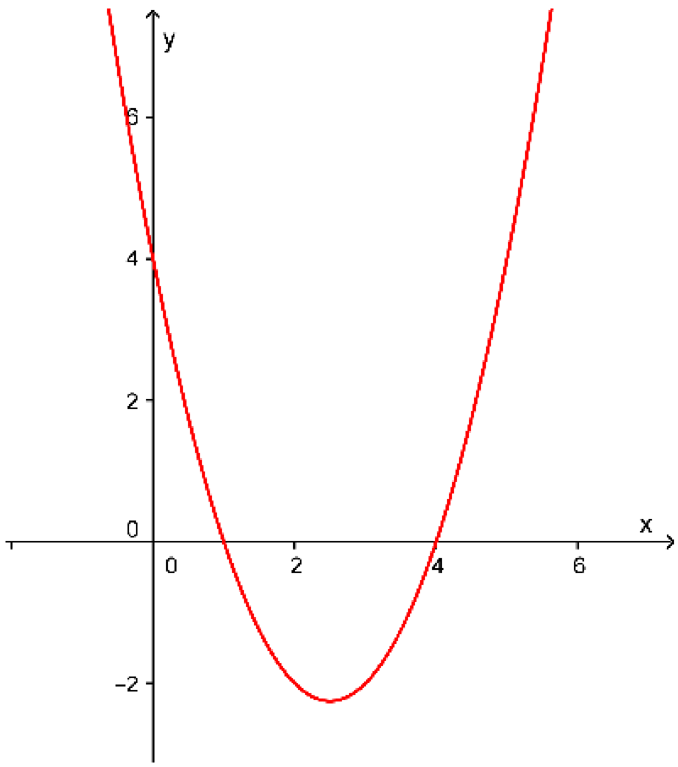
A concavidade dessa parábola depende do sinal do coeficiente a da função

$a > 0 \rightarrow \text{concavidade para cima}$

$a < 0 \rightarrow \text{concavidade para baixo}$

Geometricamente o ponto em que o gráfico da função intercepta o eixo vertical tem ordenada igual ao coeficiente b da função e os pontos onde a gráfico intercepta o eixo horizontal têm abscissas iguais aos valores das raízes. A Figura 4.2 ilustra um possível gráfico para uma função quadrática com coeficiente $b = 4$ e raízes $x_1 = 1$ e $x_2 = 4$.

Figura 4.2: Gráfico da Função quadrática



Capítulo 5

PROBLEMATIZAÇÃO DOS DADOS COLETADOS

A seguir teremos uma coletânea de alguns dos problemas propostos aos alunos na sala de aula referentes aos dados empíricos coletados durante as aulas de educação física. As tabelas obtidas foram organizadas em pequenas apostilas e distribuídas aos alunos antes de cada série de exercícios.

5.1 Problemas dos 100 m

Os problemas a seguir utilizarão os dados da Tabela 2.1 do Capítulo 2.

1. Qual a diferença percentual dos tempos medidos por cada equipe referentes ao atleta vencedor, comparados com o tempo determinado pelo computador?

   Resolução:

   Equipe 1 $\frac{14,57-13,67}{13,67} = 0,066 = 6,6\%$

   Equipe 2 $\frac{14,83-13,67}{13,67} = 0,085 = 8,5\%$

   Equipe 3 $\frac{14,68-13,67}{13,67} = 0,074 = 7,4\%$

   Equipe 4 $\frac{14,53-13,67}{13,67} = 0,063 = 6,3\%$

2. Considerando os dados da equipe com menor margem de erro nas medidas do vencedor, qual a velocidade média dos corredores de cada equipe em m/s? Transforme os valores obtidos para km/h.

   Resolução:

   A equipe que obteve a maior precisão foi a equipe 4. Usando os dados medidos por essa equipe teremos as seguintes velocidades médias por equipe.

   Equipe 1 $V_m = \frac{100}{15,29} = 6,54m/s = 23,54\ km/h$

Equipe 2 $V_m = \frac{100}{15,12} = 6,61 m/s = 23,80\ km/h$

Equipe 3 $V_m = \frac{100}{14,53} = 6,88 m/s = 24,77\ km/h$

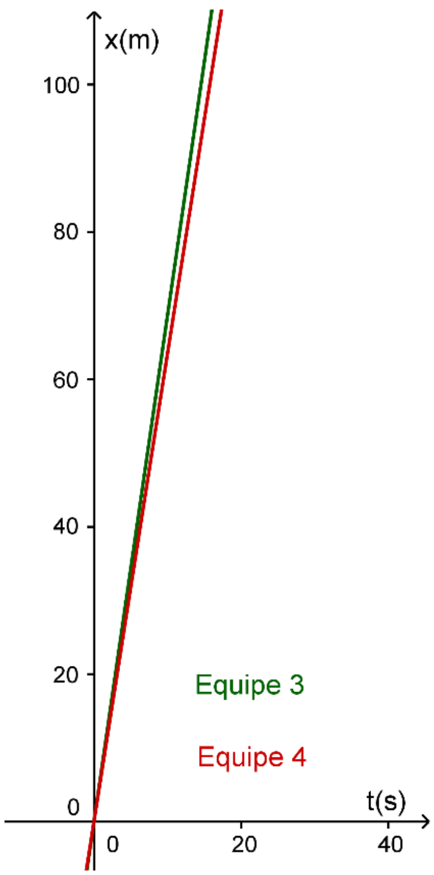
Equipe 4 $V_m = \frac{100}{15,71} = 6,36 m/s = 22,89\ km/h$

3. Considerando como constante as velocidades do corredor vencedor e do último colocado nessa prova, construir os gráficos do espaço (em metros) em função do tempo (em segundos) num mesmo plano cartesiano.

Resolução:

O corredor vencedor foi o da equipe 3 e a função horária de seu movimento é dada por $X = 6,88t$ e da equipe última colocada que é a equipe 4 e a função horária de seu movimento é dada por $X = 6,36t$, o gráfico pedido é mostrado na Figura 5.1

Figura 5.1: Gráfico da Função dos movimentos dos corredores.



5.2 Problemas dos 400 m

Os problemas a seguir utilizarão os dados da Tabela 2.2 do capítulo 2.

1. Qual a velocidade média do vencedor da prova em cada trecho de 100m, em m/s e em km/h, use os tempos determinados pela sua equipe?

   Resolução:

   O aluno atleta da equipe 3 foi o vencedor dessa prova, vamos resolver esse problema com os dados coletados pela própria equipe 3.

   Trecho 1 $V_m = \frac{100}{14,61} = 6,84 m/s = 24,62\ km/h$

   Trecho 2 $V_m = \frac{100}{31,89-14,61} = \frac{100}{17,28} = 5,79 m/s = 20,84\ km/h$

   Trecho 3 $V_m = \frac{100}{49,28-31,89} = \frac{100}{17,39} = 5,75 m/s = 20,70\ km/h$

   Trecho 4 $V_m = \frac{100}{67,56-49,28} = \frac{100}{18,28} = 5,47 m/s = 19,69\ km/h$

2. Determine com base nos dados obtidos na questão anterior a aceleração média no trecho 1 e em seguida calcule a aceleração média no restante da prova.

   Resolução:

   Trecho 1 $a_m = \frac{6,84}{14,61} = 0,47 m/s^2$

   Restante da prova $a_m = \frac{5,47-6,84}{67,56-14,61} = \frac{-1,37}{52,95} = -0,026 m/s^2$

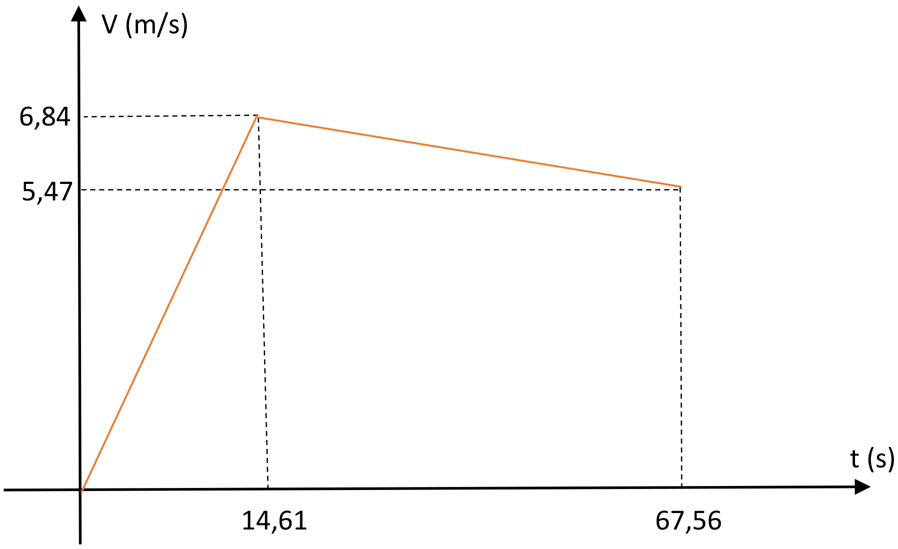
3. Construa o gráfico da variação da velocidade em função do tempo considerando as acelerações obtidas na questão anterior.

   Resolução:

   Vamos construir o gráfico considerando constantes as acelerações tanto no primeiro trecho como no restante do percurso.

   Marcamos o ponto P1 = (14,61; 6,84) e traçamos um segmento da origem até ele, daí marcamos o ponto P2 = (67,56; 5,47) e traçamos um segmento de P1 até P2. O gráfico obtido é mostrado na Figura 5.2.

Figura 5.2: Gráfico da variação da velocidade em função do tempo.



5.3 Problemas sobre o arremesso de peso

Os problemas a seguir utilizarão os dados da Tabela 2.3 do Capítulo 2.

1. Considerando os lançamentos realizados pelos alunos sob um ângulo de α = 45º, determine a velocidade de lançamento usando o valor de alcance medido por sua equipe. Use g = 10 m/s² e $A = \frac{V_0^2}{g} \cdot sen\ 2\alpha$.

   Resolução:

   Mostraremos a resolução para os dados coletados pela equipe 1

   Como α = 45º, então $sen\ 2\alpha = 1$, daí que a velocidade de lançamento pode ser determinada por:

$$V_0 = \sqrt{g \cdot A}$$

   Daí que as velocidades por equipe serão

   Equipe 1 $\quad V_0 = \sqrt{g \cdot A} = \sqrt{10 \cdot 10{,}40} = 10{,}20 m/s$

   Equipe 2 $\quad V_0 = \sqrt{g \cdot A} = \sqrt{10 \cdot 12{,}68} = 11{,}26 m/s$

   Equipe 3 $\quad V_0 = \sqrt{g \cdot A} = \sqrt{10 \cdot 11{,}53} = 10{,}74 m/s$

   Equipe 4 $\quad V_0 = \sqrt{g \cdot A} = \sqrt{10 \cdot 13{,}04} = 11{,}42 m/s$

2. Usando a equação da trajetória

$$y = f(x) = -\left(\frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha}\right) \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x$$

Escreva a função que representa a trajetória do peso arremessado por sua equipe, considerando α = 45º e o valor da velocidade determinado na questão anterior. (g=10 m/s²)

Resolução:

Consideremos a velocidade de lançamento da equipe vencedora, a equipe 4 com $V_0 = 11{,}42 m/s$.

Com α = 45º, teremos $cos^2\alpha = (\cos 45°)^2 = (0{,}71)^2 = 0{,}50$

E $\tan 45° = 1$, logo,

$$y = f(x) = -\left(\frac{10}{2 \cdot (11{,}42)^2 . 0{,}50}\right) \cdot x^2 + (1) \cdot x$$

$$y = f(x) = -0{,}0767 \cdot x^2 + x$$

3. Determine as raízes da equação obtida na questão anterior.

Resolução:

$$-0{,}0767 \cdot x^2 + x = 0$$

$$(-0{,}0767 \cdot x + 1) \cdot x = 0$$

$$x_1 = 0,\ \text{e}\ x_2 = \frac{1}{0{,}0767} = 13{,}04$$

Observe que o valor da raiz x_2 é igual ao alcance do arremesso.

4. Determine o vértice da parábola dada pela equação obtida no exercício 2.

Resolução:

Temos

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

Com: $a = -0{,}0767, b = 1, c = 0\ e\ \Delta = 1$

Dessa forma $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(-0{,}0767)} = \frac{1}{0{,}153} = 6{,}52$

E $y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4(-0{,}0767)} = \frac{1}{0{,}307} = 3{,}26$

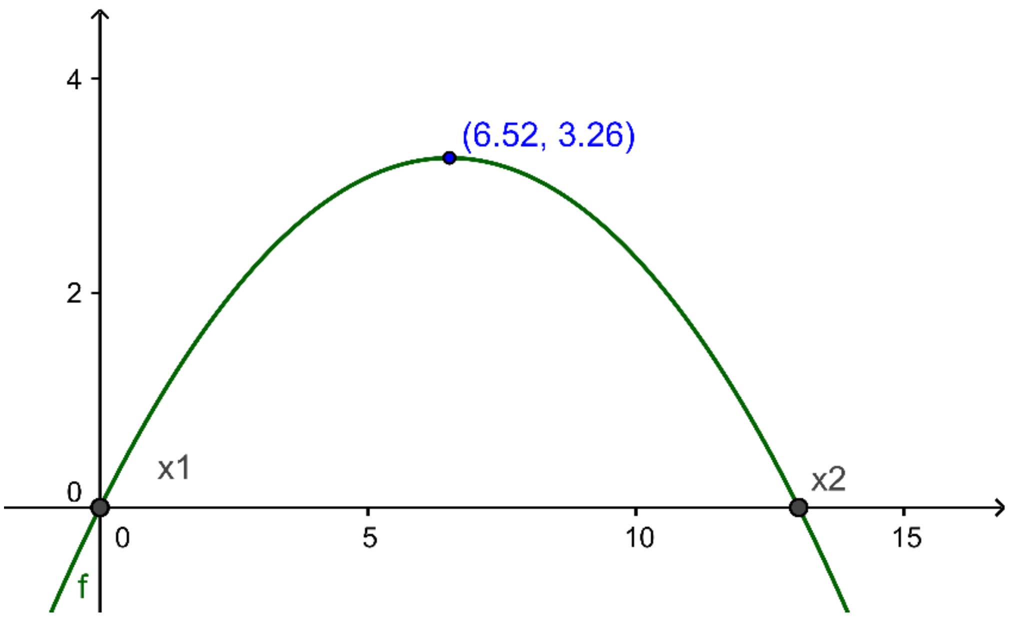
Observe que o valor de x_v, é o ponto médio das raízes obtidas, e que o valor de y_v corresponde à altura máxima da trajetória do corpo.

5. Faça o gráfico da equação obtida no exercício 2.

   Resolução:

   Sendo a função dada por $y = f(x) = -0{,}0767 \cdot x^2 + x$, as raízes são $x_1 = 0,$ e $x_2 = 13{,}04$ e o vértice o ponto $(6{,}52; 3{,}26)$, podemos construir o gráfico como mostrado na Figura 5.3.

   Figura 5.3: Gráfico da função quadrática do arremesso de peso.



5.4 Problemas sobre o arremesso da bola.

Os problemas a seguir utilizarão os dados da Tabela 2.4 do Capítulo 2.

1. Considerando os lançamentos realizados pelos alunos sob um ângulo de α = 60º, determine a velocidade de lançamento usando o valor tempo de subida medido por sua equipe. Use g = 10 m/s² e $t_s = \frac{V_0}{g} \cdot sen\,\alpha$.

   Resolução:

   Como α = 60º, então $sen\,\alpha = 0{,}866$, daí que a velocidade de lançamento pode ser determinada por:

$$V_0 = \frac{g.t_s}{0{,}866}$$

Daí que as velocidades por equipe serão

Equipe 1 $\qquad V_0 = \frac{g.t_s}{0{,}866} = \frac{10\cdot 0{,}92}{0{,}866} = 10{,}62 m/s$

Equipe 2 $\qquad V_0 = \frac{g.t_s}{0{,}866} = \frac{10\cdot 1{,}04}{0{,}866} = 12{,}01 m/s$

Equipe 3 $\qquad V_0 = \frac{g.t_s}{0{,}866} = \frac{10\cdot 0{,}98}{0{,}866} = 11{,}32 m/s$

Equipe 4 $\qquad V_0 = \frac{g.t_s}{0{,}866} = \frac{10\cdot 0{,}96}{0{,}866} = 11{,}08 m/s$

2. Usando a equação da trajetória

$$y = f(x) = -\left(\frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha}\right)\cdot x^2 + (\tan\alpha)\cdot x$$

Escreva a função que representa a trajetória da bola arremessada por sua equipe, considerando α = 60º e o valor da velocidade determinado na questão anterior. (g=10 m/s²)

Resolução:

Consideremos a velocidade de lançamento da equipe 2 com $V_0 = 12{,}01 m/s$.

Com α = 60º, teremos $cos^2\alpha = (\cos 60°)^2 = (0{,}5)^2 = 0{,}25$

E $\tan 60° = 1{,}73$, logo

$$y = f(x) = -\left(\frac{10}{2\cdot(12{,}01)^2 . 0{,}25}\right)\cdot x^2 + (1{,}73)\cdot x$$

$$y = f(x) = -0{,}139\cdot x^2 + 1{,}73x$$

3. Determine as raízes da equação obtida na questão anterior.

Resolução:

$$-0{,}139\cdot x^2 + 1{,}73x = 0$$

$$(-0{,}139\cdot x + 1{,}73)\cdot x = 0$$

$$x_1 = 0, \text{ e } x_2 = \frac{1{,}73}{0{,}139} = 12{,}45$$

4. Determine o vértice da parábola dada pela equação obtida no exercício 2.

Resolução:

Temos

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$$

Com: $a = -0{,}139, b = 1{,}73, c = 0\ e\ \Delta = 2{,}99$

Dessa forma $\qquad x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1{,}73}{2(-0{,}139)} = \frac{1{,}73}{0{,}278} = 6{,}22$

E $\qquad y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-2{,}99}{4(-0{,}139)} = \frac{2{,}99}{0{,}556} = 5{,}38$

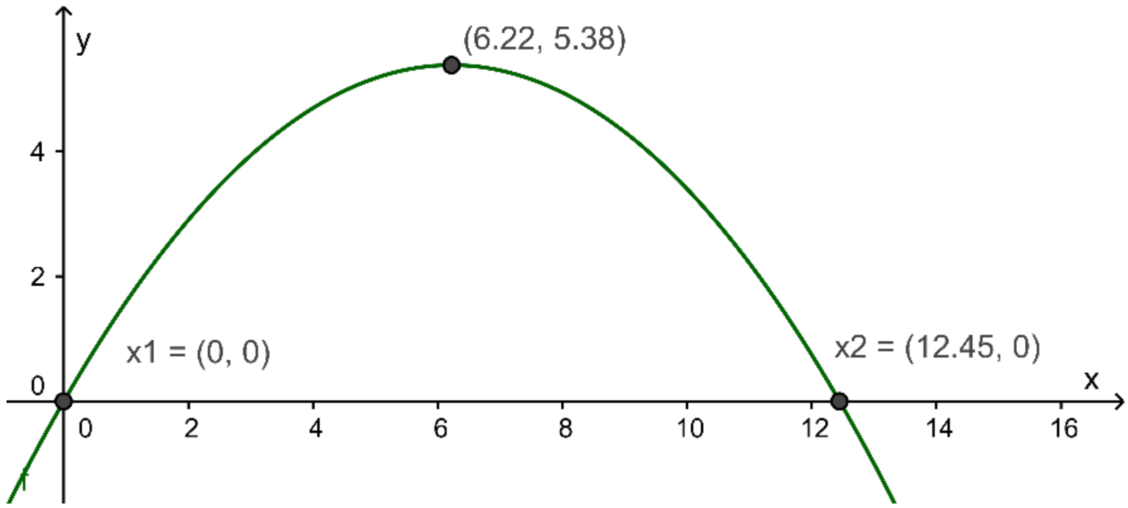
Observe que o valor de x_v, é o ponto médio das raízes obtidas, e que o valor de y_v corresponde à altura máxima da trajetória do corpo.

5. Faça o gráfico da equação obtida no exercício 2.

   Resolução:

   Sendo a função dada por $y = f(x) = -0{,}139 \cdot x^2 + 1{,}73x$, as raízes são $x_1 = 0,$ e $x_2 = 12{,}45$ e o vértice o ponto $(6{,}22; 5{,}38)$, podemos construir o gráfico como mostrado na Figura 5.4.

   Figura 5.4: Gráfico da função quadrática do arremesso da bola.



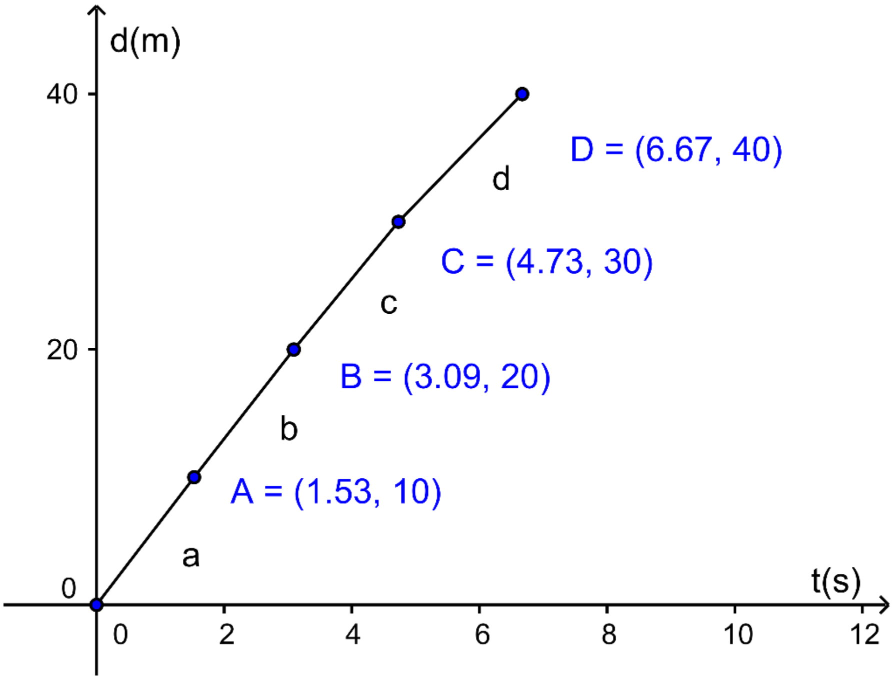
5.5 Problema sobre a bola e os cones

Os problemas a seguir utilizarão os dados da Tabela 2.5 do Capítulo 2

1. Sabendo-se que cada par de cones foi colocado com um intervalo de 10m, marque num plano cartesiano os momentos em que a bola passa entre cada par de cones. Ligue os pontos para ter uma noção da variação da velocidade.

   Resolução:

   Figura 5.5: Mostraremos o gráfico referente aos dados obtidos pela equipe 1



Observe uma leve inclinação no último segmento.

Capítulo 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a pesquisa não foram encontradas publicações que relacionassem Laboratório Didático e aulas de Educação Física. Isso influenciou na análise dos resultados fazendo com os mesmos apresentassem algumas limitações, pois não houve uma fundamentação teórica específica sobre esse assunto.

Apesar disso, conseguiu-se observar com essa pesquisa que as aulas de Educação Física funcionam como uma ótima ferramenta, inclusive alcançando os objetivos de um Laboratório Didático e servindo também para despertar o interesse dos alunos em aprender.

Ao final do processo foi solicitado aos alunos da turma onde a pesquisa foi realizada o preenchimento de um pequeno questionário relativo às atividades e às opiniões dos alunos quanto a validade do processo proposto. Os questionários utilizados, mostrados na Tabela 6.1, tomaram como referência pesquisas prévias sobre o assunto. (GRANDINI, GRANDINI,2008). Na pergunta 1 o aluno poderia escolher apenas uma das duas opções enquanto que nas perguntas 2 e 3 poderiam escolher mais de uma opção.

Tabela 6.1: Ponto de vista do aluno.

Questionário	%
1. Para você, o que é um laboratório didático?	
1.1. É um local onde se desenvolvem atividades para ilustrar o conteúdo ministrado em aulas teóricas;	42%
1.2. É um conjunto de atividades práticas incorporados ao Ensino de Ciências.	58%

2. Por qual (quais) motivos as atividades práticas devem fazer parte das aulas de Matemática no Ensino Médio?	
2.1. Incentivam o aluno a conhecer, entender e aplicar a teoria na prática;	92%
2.2. Ensinam conteúdo não incluído nas aulas teóricas;	62%
2.3. Treinam os alunos na interpretação dos dados experimentais;	81%
2.4. Ensinam princípios e atitudes no trabalho experimental;	86%
3. Dentre os objetivos abaixo, assinale aquele (s) que você acredita mais importantes para o uso de Laboratório Didático.	
3.1. Ajudar a transpor a barreira entre teoria e prática;	88%
3.2. Estimular e manter o interesse no estudo de Matemática;	96%
3.3. Resolver exercícios de Matemática;	64%
3.4. Desenvolver habilidades práticas básicas.	78%

Ao analisarmos as respostas à primeira pergunta onde 42% dos alunos ainda considera o laboratório Didático apenas um local onde atividades práticas podem ser realizadas, notamos que mesmo para uma turma que teve atividades realizadas em vários locais a noção de espaço “reservado” às atividades experimentais é muito forte.

Na segunda pergunta os alunos poderiam escolher mais de uma opção e ficou evidenciado que o uso do laboratório didático incentiva grandemente na aprendizagem, mostrando caminhos para que o próprio aluno vivencie situações onde a teoria é aplicada. As respostas dadas à pergunta 3 só vem reforçar essa noção de estímulo do interesse dos alunos no processo de aprendizagem.

As atividades propostas aos alunos na sala de aula, após as aulas práticas, serviram para ilustrar de forma mais interessante ao aluno os conceitos de funções afim e quadrática trabalhados no primeiro ano do ensino médio.

Destaca-se também que as aulas práticas influenciaram diretamente na argumentação dos alunos, o que lhes permitiu fazer uma analogia mais concreta dos conteúdos ministrados com fenômenos observados e executados por eles mesmos.

Finalmente, pode-se observar a necessidade de planejamento prévio das aulas ministradas, para fornecer ferramentas atraentes a fim de fornecer aos alunos mais instrumentos que eles podem utilizar para a formação de uma argumentação sólida a partir das atividades do atletismo e outras atividades lúdicas.

Além do primeiro questionário que visa principalmente ter uma ideia das motivações dos alunos, foi proposto um segundo questionário, mostrado na Tabela 6.2, onde procura-se verificar até que ponto os objetivos do laboratório didático foram alcançados na visão dos alunos.

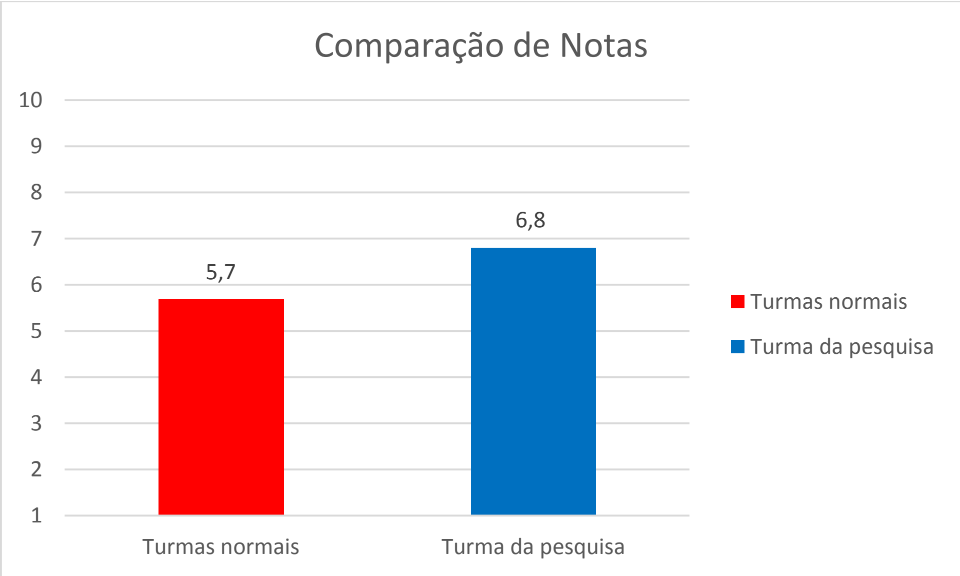
Tabela 6.2: O objetivo citado foi alcançado durante o período em que foram utilizadas as atividades de Laboratório Didático?

Objetivo	**Discordo**	**Concordo parcialmente**	**Concordo Totalmente**	**Total**
Ilustrar conteúdo ensinado nas aulas teóricas	8%	38%	54%	100%
Utilizar dados experimentais para solucionar problemas específicos	5%	34%	61%	100%
Estimular e manter o interesse dos alunos no estudo de Matemática	6%	46%	48%	100%
Ajudar a transpor a barreira entre teoria e prática	9%	42%	49%	100%

Notamos que a maioria dos alunos concorda que os objetivos do laboratório Didático foram alcançados de maneira satisfatória ao usar as aulas de educação Física, sendo importante para fornecer dados experimentais para a resolução de problemas e principalmente estimular os alunos no estudo da Matemática.

Mesmo que a opinião dos alunos sobre o processo seja importante, mais ainda é a constatação dos resultados obtidos pelos alunos da turma que participou do processo. Enquanto que a média de notas dos alunos nas outras turmas de 1º ano do colégio foi de 5,7, a média de notas dos alunos da turma onde a pesquisa foi realizada foi de 6,8, uma média de notas 19,3% acima da média das outras turmas como mostrado na Figura 6.1.

Figura 6.1: Gráfico de comparação entre as médias da turma base da pesquisa e as demais turmas do colégio.



Os tabus referentes a Matemática quando as suas dificuldades de aprendizagem podem ser rebatidas com atividades que estimulem os alunos a pensar por si mesmos desenvolvendo formas mais sólidas de argumentação através das experiências vivenciadas.

Capítulo 7

APÊNDICES

7.1 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Ao usar instrumentos de medida é muito importante trabalhar os dados coletados da maneira adequada levando-se em consideração que a precisão e a sensibilidade de todo instrumento de medida é determinada por sua fabricação.

Quando os alunos medem o alcance do mesmo arremesso de peso com valores 12,68 e 12,67, verificamos que existem uma concordância quanto aos algarismos 1, 2 e 6, portanto há um consenso de que esses números são "exatos", enquanto que os algarismos 8 e 7 são "duvidosos". Os algarismos exatos juntamente com o primeiro algarismo duvidoso são considerados algarismos significativos. O termo duvidoso deriva da incerteza da própria natureza da grandeza medida, da perícia do operador do instrumento e das limitações do equipamento utilizado.

Mesmo que atualmente existem instrumentos com grande precisão de medidas, os instrumentos mais usados pelos alunos durante as suas coletas de dados foram trenas e cronômetros que usam efetivamente duas casas decimais de precisão. Assim, por exemplo, no caso de medidas de distâncias menores que 100m pode-se adotar 4 algarismos significativos satisfatoriamente.

Podem-se adotar algumas poucas regras na hora de decidir quantos algarismos significativos devem ser mantidos (RESNICK, HALLIDAY, KRANE, 2013).

Regra 1

Ao se contar da esquerda para direita e ignorar os zeros a esquerda, conservam-se todos os números até o primeiro algarismo duvidoso.

Dessa forma uma medida escrita como x = 12 cm possui 2 algarismos significativos, e escrevendo esse valor como x = 0,12 m não muda o número de algarismos significativos.

No caso de notações das medidas é importante evitar notações ambíguas como representar uma distância igual a 4000 m, pode-se dar a impressão de que se utilizam 4 algarismos significativos, mas não temos a informação se devemos usar 1, 2, 3 ou 4. Nesse caso, e na realidade na maioria dos casos, o ideal seria a representação em notação científica: 4.10^4, para um algarismo significativo, $4{,}0.\ 10^4$, para dois algarismos significativos, $4{,}00.\ 10^4$ para três algarismos significativos e assim por diante, isso deixa a mais clara a precisão adotada.

Regra 2

Ao se multiplicar ou dividir, o número de algarismos significativos no resultado não deve ser maior que o número de algarismos significativos do fator com a menor precisão.

Dessa forma ao calcular a velocidade média em uma corrida de 100m usando valores como $\Delta S = 1{,}00.\ 10^2$ m e $\Delta t = 14{,}57$ s, não se devem usar todos os dígitos que aparecem no resultado da calculadora, portanto o resultado dado como $V_m = 6{,}86341798$ m/s seria desonesto, pois não se tem essa informação na realidade. O correto seria informar o resultado como $V_m = 6{,}86$ m/s, que possui a mesma quantidade de algarismos significativos do ΔS.

Regra 3

Ao somar ou subtrair o digito menos significativo de cada parcela deve ocupar a mesma posição relativa associada ao dígito menos significativo das grandezas que estão sendo operadas. Neste caso o número de algarismos significativos não é importante, é a posição que importa.

Por exemplo ao realizarmos a soma 312,3 + 4,57, no resultado 316,87, os dígitos 8 e 7 são duvidosos, então pela regra 1 devemos usar apenas 1 dígito duvidoso, logo o resultado deve ser expresso como 316,8.

7.2 EQUAÇÃO DA TRAJETÓRIA DO LANÇAMENTO OBLÍQUO.

No lançamento oblíquo de um corpo no vácuo os elemento essenciais são: a velocidade inicial de lançamento V_0, o ângulo de lançamento $\propto$ e a aceleração local da gravidade g.

Inicialmente verificamos que podemos decompor a velocidade inicial de lançamento V_0 em suas componentes horizontal V_{0x} e vertical V_{0y}, assim podemos escrever:

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha \text{ e } V_{0y} = V_0 \cdot \operatorname{sen}\alpha \tag{7.2.1}$$

Podemos agora escrever as equações das projeções horizontal e vertical sabendo que a aceleração da gravidade vai atuar apenas na direção vertical, dessa forma a projeção horizontal x move-se com velocidade constante e a projeção vertical y em movimento uniformemente acelerado, sendo suas equações, mostradas a seguir, originadas diretamente das equações básicas do MRU e do MRUV.

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t$$

$$x = x_0 + V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \tag{7.2.2}$$

$$y = y_0 + V_{0y} \cdot t + \frac{1}{2}(-g)t$$

$$y = y_0 + V_0 \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt \tag{7.2.3}$$

Da equação (7.2.2), podemos escrever

$$t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos\alpha} \tag{7.2.4}$$

E dessa forma substituindo (7.2.4) na equação (7.2.3) obtemos a equação da trajetória do móvel:

$$y = -\left(\frac{g}{2V_0^2 cos^2\alpha}\right) \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x \tag{7.2.5}$$

7.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE INTERDISCIPLINARIDADE

Como galileu uma vez disse "*A Matemática é o alfabeto em que Deus escreveu o Universo*", quaisquer estudos de fenômenos físicos devem ser tratados através de uma modelagem matemática. Os exercícios propostos aos alunos nos servem como fonte de dados empíricos para a construção dessas modelagens. Mesmo sendo o foco principal desse trabalho a construção desses modelos matemáticos, ficou claro durante todo o processo que se não se tratassem dos conceitos físicos envolvidos quaisquer discursões ficariam incompletas e por isso insatisfatórias.

A relação entre a Matemática e a Física é indiscutível, não temos como tratar de fenômenos Físicos de maneira clara sem a modelagem matemática, entretanto esse trabalho não teve como objetivo a pesquisa sobre os aspectos mais específicos da Interdisciplinaridade.

Os aspectos interdisciplinares são notados, inclusive durante a fase de transposição didática, mas fica claro que estudos adicionais serão necessários para uma cobertura mais ampla sobre interdisciplinaridade e transposição didática.

Referências

[1] Borges, A.T. Novos Rumos Para o Laboratório Escolar de Ciências. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v.19, n. 3, p.291- 313, dez. 2002.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais : Ciências. Brasília: MEC/SEF, 1997.

[3] Driver, R. & Newton, P.: Establisching the norms of a scientific argumentation in classrooms. Paper prepared for presentation at the ESERA Conference, 2 – 6 September, Rome, 1997.

[4] Grandini, N. A.; Grandini, C. R.: Laboratório Didático: Importância e Utilização No Processo Ensino-Aprendizagem
XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física – Curitiba – 2008

[5] Iezzi, G.; Marakami, C.; Fundamentos de Matemática Elementar Volume 1, Conjuntos e Funções. Editora Atual, São Paulo, 1993.

[6] Leite, A. C. S.; Silva, P. A. B.; Vaz, A. C. R. A Importância das Aulas Práticas para Alunos Jovens E Adultos: Uma Abordagem Investigativa Sobre a Percepção dos Alunos Do Proef II.

[7] Lima, E. L.; Números e Funções, Coleção PROFMAT
Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2013.

[8] Resnick, R.; Halliday, D.; Krane, K. S.: Física Volume 1.
LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. Grupo GEN
Rio de Janeiro, 2013.

[9] Villani, C. E. P.; Nascimento, S. S.: A Argumentação e o Ensino De Ciências: Uma Atividade Experimental no Laboratório Didático de Física do Ensino Médio. Investigações em Ensino de Ciências – V8(3), pp. 187-209, 2003

[10] Villatorre, A. M.; Higa, I.; Tychanowicz, S. D.; Didática e Avaliação em Física. Curitiba 2008, (Coleção Metodologia do Ensino de Matemática e Física; v. 1)