



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM CONTEXTUALIZADA PARA O ENSINO MÉDIO

Izonete de Lima Ferreira

Orientadora: Profa. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento

BELÉM
Março de 2016

Izonete de Lima Ferreira

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM CONTEXTUALIZADA PARA O ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento

BELEM
Março de 2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Ferreira, Izonete de Lima, 1973-

Matemática financeira: uma abordagem contextualizada
para o ensino médio / Izonete de Lima Ferreira. - 2016.

Orientadora: Rúbia Gonçalves Nascimento.

Dissertação (Mestrado) - Universidade
Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e
Naturais, Programa de Pós-Graduação em
Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2016.

1. Matemática financeira-Estudo e ensino
(Ensino médio). 2. Educação
financeira-Matemática. 3. Matemática
financeira-Conhecimentos e aprendizagem. I.
Título.

CDD 22. ed. 513.9307

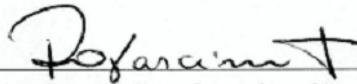
Izonete de Lima Ferreira

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM CONTEXTUALIZADA PARA O ENSINO MÉDIO

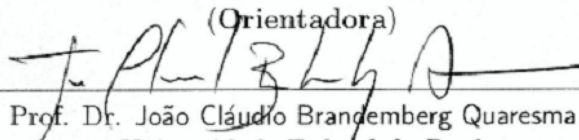
Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em 09 de Março de 2016, por

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento
Universidade Federal do Pará
(Orientadora)



Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
Universidade Federal do Pará
(Membro)

Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Universidade Estadual do Pará
(Membro)

BELÉM
Março de 2016

A minha família

"Uma vida sem desafios não vale a pena ser vivida."

Sócrates

AGRADECIMENTOS

- ✓ A Deus por me conceder saúde e sabedoria.
- ✓ A Nossa Senhora de Nazaré, padroeira da amazônia, pelas bênçãos concebidas.
- ✓ A meus pais Raimundo dos Santos Ferreira e Maria de Nazaré de Lima Ferreira, que sempre me apoiaram e vibraram com cada conquista.
- ✓ A meus filhos Vitor Ferreira e Rainara Ferreira, que me incetivaram e me apoiaram.
- ✓ A meus queridos irmãos, que sempre acreditaram em mim e sempre me apoiaram.
- ✓ A minha orientadora professora Rúbia Gonçalves Nascimento que, mais que uma orientadora, foi uma grande incentivadora no percurso desta formação, e a quem eu admiro muito.
- ✓ A Universidade Federal do Pará.
- ✓ Aos amigos da turma, pela parceria e pelos momentos vividos e em especial: Márcio Pinheiro e Rogério Sena.
- ✓ A minha amiga Patrícia da Luz, que me ajudou e me incentivou nesta formação.
- ✓ Ao meu grande amigo e incentivador Auri Scherer, pelas palavras de apoio nos momentos difíceis.
- ✓ A minha amiga Jussiane Campos, por estar sempre ao meu lado me apoiando.
- ✓ A todos os mestres, com carinho.
- ✓ Enfim, a todos que de forma positiva, tiveram alguma contribuição no decorrer desta formação.

RESUMO

O estudo da Matemática Financeira se faz cada vez mais necessário diante das circunstâncias que a vida nos impõe. O objetivo deste trabalho é fazer uma abordagem da Matemática Financeira a partir de algumas situações cotidianas presentes na vida dos alunos, usando raciocínios baseados em conteúdos estudados no Ensino Fundamental e Médio. Mostrando que a Matemática Financeira não deve ser desvinculada da Educação Básica, como de costume se faz, mas que pode ser estudada como aplicação de alguns conteúdos, que fazem parte do currículo desse nível de Ensino. Neste trabalho, mostramos como os conteúdos da Matemática Financeira podem ser introduzidos a partir da contextualização dos problemas e de conteúdos como: porcentagem, equações do segundo grau e progressões. Utilizando os assuntos estudados, como ferramentas para que o aluno possa interpretar e analisar matematicamente alguns fatos que ocorrem no seu cotidiano. Possibilitando dessa forma, que tornem-se cidadãos críticos e que saibam entender as diversas operações financeiras que ocorrem no seu dia-a-dia.

Palavras-chave: Educação Financeira, Matemática Financeira, Contextualização, Ensino Médio, Cidadania.

ABSTRACT

The Financial Mathematics study is increasingly necessary in the circumstances that life imposes on us. The aim of this paper is to approach the Financial Mathematics from some everyday situations present in the lives of students, using arguments based on content studied in primary and secondary schools. Showing that the Financial Mathematics should not be disconnected from the basic education, as usual is done, but that can be studied as application of some contents that are part of the curriculum of this school level. We show this paper as Financial Mathematics content can be introduced from the context of the problems and content as percentage, quadratic equations and progressions. Using the subjects studied as tools for the student to interpret and mathematically analyze some facts that occur in their daily lives. Thus allowing that to become critical citizens who can understand the various financial transactions that occur on a day-to-day.

Keywords: Financial Education, Financial Mathematics, Contextualization, High School, Citizenship.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Propaganda de descontos percentuais.	18
2.2	Propaganda de descontos promocionais	24
2.3	Propaganda de descontos sucessivos	25
3.1	Tabela de juros do cartão de crédito-rotativo	33
3.2	Capitalização e descapitalização	42
3.3	Eixo de setas com as opções de pagamento	42
3.4	Eixo de setas com as opções de pagamento	44
3.5	Eixo de setas com o valor das parcelas	48
3.6	Eixo de setas com o valor atual das parcelas	50

LISTA DE TABELAS

2.1	Valores de salários dos segurados e pensionistas do INSS	21
2.2	IPCA 2015	28
3.1	Fator de correção dos juros do cartão de crédito	34

LISTA DE SIGLAS

PCN Parâmetros Curriculares Nacionais

MEC Ministério da Educação

INSS Instituto Nacional do Seguro Social

CCSIP Cobrança para Custeio de Serviço de Iluminação Pública

CECON Centro de Estudos de Conjuntura e Política Econômica

INPC Índice Nacional de Preços ao Consumidor

IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IPCA Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo

IPVA Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
1 MATEMÁTICA FINANCEIRA E CIDADANIA	5
1.1 A MATEMÁTICA FINANCEIRA E OS PCN	5
1.2 A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO	8
2 CONHECIMENTOS BÁSICOS	13
2.1 PROPORÇÃO	13
2.2 PORCENTAGEM	18
2.2.1 Calculando porcentagem	19
2.2.2 Fator de correção	21
2.2.3 Taxa de variação percentual	22
2.2.4 Aumentos e descontos sucessivos	23
3 CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA	30
3.1 JUROS SIMPLES	30
3.2 JUROS COMPOSTOS	33
3.2.1 Entendendo a capitalização composta	33
3.3 TAXAS DE JUROS	36
3.3.1 Taxas equivalentes e taxas proporcionais	36
3.3.2 Taxas nominais e taxas efetivas	38
3.3.3 Taxa real e taxa nominal	39
3.4 DESCONTO COMPOSTO	40
3.5 SEQUÊNCIA UNIFORME DE PAGAMENTOS	45
3.5.1 Valor atual de uma sequência uniforme de pagamentos	45
3.5.2 Valor montante de uma sequência uniforme de pagamentos	48
CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54

INTRODUÇÃO

A Matemática foi criada e vem sendo desenvolvida pelo homem em função das suas necessidades. Utilizamos a Matemática para efetuarmos nossas atividades cotidianas. Os noticiários e jornais, de um modo geral, falam das mudanças econômicas pelas quais o mundo está passando, suas causas e consequências em nossas vidas. Muitas ações cotidianas requerem competências matemáticas.

As mudanças no mercado de trabalho têm sido cada vez mais rápidas, exigem cada vez mais a capacidade de adaptação e comunicação. A história da Matemática mostra que, o homem sempre fez uso das atividades matemáticas para entender e interagir com as mudanças do mundo.

O ensino da Matemática, é fundamental na formação integral do aluno como cidadão da sociedade contemporânea - sociedade marcada por desigualdades sociais, onde não é garantido a todo cidadão o acesso a bens e serviços, entre outros. As atividades matemáticas no mundo atual requerem interpretações, desde os níveis mais básicos aos mais complexos, entender as mudanças econômicas pelas quais o mundo está passando, se faz necessário. O ensino de Matemática, e em particular da Matemática Financeira, pode contribuir bastante para a formação de cidadãos críticos e responsáveis.

Colocar a educação matemática em diálogo com a construção da cidadania implica considerarmos os conhecimentos matemáticos como elementos que permitem compreender melhor a realidade em que estamos inseridos e a sociedade em que vivemos. É preciso dar aos alunos oportunidades para o desenvolvimento de uma atitude crítica com relação à sociedade, onde muitas decisões e ações são planejadas, conduzidas e justificadas a partir de modelos matemáticos[. . .].(SOUZA e SOUZA, 2009)

Pensando em cidadãos que saibam tomar decisões, conscientes de seus direitos e deveres é

que a Matemática Financeira tem se tornado um tema cada vez mais relevante. As pesquisas relacionadas ao tema são atuais, mas já existe uma preocupação que a Educação Financeira deve ser discutida na escola desde as séries iniciais.

Os conhecimentos da Matemática Financeira são fundamentais na formação do cidadão crítico, consciente de seus direitos e deveres. Defendemos que os conteúdos dessa disciplina sejam iniciados desde as primeiras séries do Ensino Fundamental. É claro que tais informações devem ser iniciadas adequadamente, explorando o lúdico, simulações de compras e vendas, preenchimento de cheques, histórias em quadrinhos, teatralizações, etc. (LIMA e SÁ, 2010)

Compreender as transformações econômicas, tomar decisões ao efetuar uma compra, calcular os juros do cartão de crédito, entender a relação de proporcionalidade entre quantidade e preço, são alguns exemplos de como a Matemática Financeira está presente em nosso cotidiano e a importância desse tema na vida de nossos alunos. Nossa experiência na docência em turmas preparatórias para concursos públicos, tem mostrado que os alunos que frequentam os cursinhos tem pouco conhecimento acerca de temas como proporção, porcentagem, juros compostos, entre outros, o que nos deixa perplexos, visto que entendemos que um aluno do ensino médio deveria ter tais conhecimentos, não apenas para inserir-se no mercado de trabalho, mas para sua prática como cidadão.

A Educação Financeira possibilita que os indivíduos e as sociedades melhorem sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros. Com informação e orientação podemos nos tornar mais conscientes das oportunidades e riscos para fazer escolhas assertivas e sustentáveis em relação à administração de nossos recursos para o nosso próprio bem-estar e de toda a sociedade. (<http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/o-programa/>)

É importante ressaltar que a ensino da Matemática Financeira a partir da simples memorização de fórmulas, não irá formar o cidadão crítico que citamos no parágrafo anterior. A abordagem dos assuntos deve ser feita de maneira significativa para os alunos, dar fórmulas prontas sem que eles procurem elaborar suas próprias soluções para as situações-problema, não desenvolverá as competências que queremos alcançar, tanto no sentido de ser crítico como no sentido lógico matemático.

Para a introdução inicial dos conteúdos, levamos em consideração alguns conhecimentos de outros assuntos que fazem parte do currículo da Educação Básica, como proporções, porcentagens, equações do segundo grau, entre outros. Mostrando que o uso das fórmulas se

faz necessário, mas que o objetivo principal das atividades propostas é entender as diversas situações que podem ser melhor analisadas e interpretadas a partir da Matemática Financeira. Os conteúdos foram abordados com ênfase na contextualização, objetivando dar um significado para o ensino e o desenvolvimento de competências e habilidades, utilizando-se a Matemática Financeira como ferramenta para o aluno entender melhor as diversas operações comerciais que acontecem no seu dia-a-dia. Usamos notícias atuais, anúncios e informações que fazem parte do cotidiano dos alunos. Em alguns cálculos sugerimos o uso da calculadora, para que os alunos se preocupem mais com a interpretação dos fatos, do que com os cálculos. Tendo em vista que esse é um recurso presente em nossas escolas, uma vez que a grande maioria dos alunos têm calculadoras em seus celulares.

Os conteúdos abordados não esgotam todos os temas no campo da Matemática Financeira. Levamos em consideração àqueles que se fazem presentes no dia-a-dia dos alunos e os que serão relevantes para estudos posteriores em outras áreas de conhecimento. O foco principal é o desenvolvimento dos conteúdos de forma contextualizada e significativa, de modo que o aluno entenda como é importante para sua vida obter tais conhecimentos. As atividades foram elaboradas com o objetivo de que os alunos entendam as informações nos textos, anúncios, tabelas e situações propostas. Partimos dos raciocínios e cálculos aritméticos para a solução dos problemas, para a posterior apresentação das fórmulas, que em algumas situações se fazem necessárias. Alguns conceitos e definições foram mencionados, mas não nos preocupamos em citar todos, pois os livros e materiais que tratam dos temas aqui abordados já trazem essas definições.

O professor de matemática precisa vencer as dificuldades encontradas em sala de aula, é preciso criar, pesquisar, elaborar nossas próprias perguntas para que possamos despertar em nossos alunos o verdadeiro prazer em estudar matemática.

O objetivo deste trabalho é fazer uma abordagem da Matemática Financeira a partir de algumas situações cotidianas presentes na vida dos alunos, usando raciocínios baseados em conteúdos estudados no Ensino Fundamental e Médio. No capítulo 1 abordamos o tema Matemática Financeira e Cidadania, neste capítulo falamos da relação entre a Matemática Financeira e as habilidades e competências citadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), e da importância de ensinar Matemática Financeira na Educação Básica, em particular no Ensino Médio, no capítulo 2 abordamos conteúdos que consideramos bási-

cos para iniciar o estudo da Matemática Financeira, como proporção e porcentagem, e no capítulo 3 apresentamos os conteúdos da Matemática Financeira, que julgamos importantes para o Ensino Médio.

CAPÍTULO 1

MATEMÁTICA FINANCEIRA E CIDADANIA

Um dos objetivos da Educação Básica é formar cidadãos. Tendo em vista esse objetivo, entendemos que a Matemática Financeira tem um papel importante, e não pode ficar de fora do currículo do Ensino Médio. Para desenvolvermos este capítulo iremos dividi-lo em dois subtemas: A Matemática Financeira e os PCN, e A Importância da Matemática Financeira no Ensino Médio.

1.1 A MATEMÁTICA FINANCEIRA E OS PCN

De acordo com os PCN, compreender os conteúdos matemáticos, é fundamental para o indivíduo na sociedade saber tomar decisões em sua vida pessoal, social e profissional, podendo agir com cautela diante das inúmeras transformações econômicas no Brasil e no mundo, com condições de identificar as melhores opções de negócios. Dessa forma, o Ministério da Educação (MEC) ressalta a importância da Matemática para o jovem no Ensino Médio e orienta:

O papel que a Matemática desempenha na formação básica do cidadão brasileiro norteia estes Parâmetros. Falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira. (BRASIL, 1999)

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino de matemática deve ser direcionado para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores. É com essa perspectiva que a Matemática

Financeira deve ser abordada no Ensino Fundamental e Médio, visando um dos objetivos da educação básica que é preparar o aluno para o exercício da cidadania.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade[...]. (BRASIL,1999).

A orientação dos PCN é que a Matemática seja ensinada levando-se em consideração os problemas vividos no cotidiano e nas demais disciplinas, visando um contexto interdisciplinar, dando mais significado aos conteúdos estudados, de modo que o aluno tenha um papel ativo na construção do conhecimento. Por outro lado há uma preocupação no sentido de que há uma interpretação equivocada a respeito da ideia de "cotidiano", descartando-se alguns conteúdos importantes para os alunos por serem julgados, sem uma análise adequada, sem relevância. Já que não fazem parte da realidade e do cotidiano dos alunos.

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 1999)

Cabe ao professor fazer com que os conteúdos tenham significado e relacionar tais conhecimentos com problemas do dia-a-dia, sem deixar de levar em consideração os conteúdos que aparentemente não tem uma aplicação imediata, mas que serão relevantes para obtenção de outros conhecimentos. Nesse sentido como Matemática Financeira está presente no dia-a-dia dos alunos, é uma excelente ferramenta para aplicação de outros conteúdos podendo ser abordada tanto no Ensino Fundamental, como no Ensino Médio.

A seleção e organização de conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da Matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção. (BRASIL,1999)

A Matemática Financeira por estar presente em diversas situações, como em jornais, revistas, anúncios, entre outras. Proporciona ao professor diversas abordagens inerentes aos assuntos e aos alunos um significado para o que está sendo estudado, podendo fazer uma relação com fatos reais. Entendemos que a matemática deve ser vista pelos alunos como uma disciplina que os ajuda a compreender melhor as diversas atividades que ocorrem na sua vida, e que requerem algum conhecimento matemático. Não queremos deixar de lado os demais conteúdos, que também são fundamentais na formação dos nossos alunos. Mas, as atividades financeiras são as mais presentes no dia-a dia dos alunos e a contextualização dos temas, e uma excelente forma de despertar o interesse dos nossos alunos para o saber matemático. Pois, é fundamental para o aluno que haja um conhecimento prático durante o aprendizado, de modo que perceba como pode resolver problemas do seu cotidiano através desses saberes.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, ao final do Ensino Médio, o aluno deve ser capaz de decidir sobre as vantagens e desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários. Entendemos que a matemática financeira ensinada de forma contextualizada irá desenvolver essas competências.

A matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente. A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade. No ensino de matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. (BRASIL, 1999)

Entendemos que é de inegável importância relacionar conteúdos matemáticos com o cotidiano do aluno, mas que nem todo conteúdo matemático é facilmente contextualizado com a realidade do aluno, e que, no entanto talvez seja necessário estudar, pois não sabemos qual será o objetivo de cada aluno ao terminar o Ensino Básico e alguns conteúdos são fundamentais para outras áreas de conhecimento. A escola possui um papel importantíssimo nessa relação teoria e prática, pois cabe a ela proporcionar essa contextualização, moti-

vando o aluno para que ele tenha interesse e consiga relacionar os conhecimentos de modo significativo e utilizá-los da melhor forma possível em seu cotidiano.

Os PCN apontam algumas considerações com relação ao ensino de Matemática categorizado como tradicional:

A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologia compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama.

A maioria dos alunos quando perguntados a respeito de alguns assuntos matemáticos, lembram-se apenas das propriedades referentes aos temas, não que elas não sejam importantes, com certeza nossos alunos precisam delas para a construção de novos saberes. Mas, e a relação desses conteúdos com fatos da sua vida? Porque os alunos na sua maioria não conseguem fazer essa relação? Quando perguntamos a um aluno o que ele entente de proporção, a resposta quase sempre é - o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Talvez não consigam responder qual a relação do tema com fatos do seu dia-a-dia, porque na maioria das vezes a ênfase na abordagem desses conteúdos está na memorização das propriedades e não na contextualização dos temas, fazendo uma relação com fatos reais.

A utilização de propagandas, do jornal nas aulas de matemática financeira traz o cotidiano para a sala de aula, além de contextualizar os conteúdos a serem trabalhados. Utilizando estas ferramentas como auxílio podemos despertar nos alunos uma motivação, um senso crítico, e até mesmo fazer com que ele adquira o hábito da leitura enriquecendo o seu vocabulário. (LIMA e SÁ, 2010).

O ensino de matemática vem sofrendo algumas transformações, mas ainda temos que melhorar muito nossa prática em sala de aula, se quisermos de fato uma mudança significativa. As pesquisas na área de Ensino e Educação Matemática investigam as causas pelas quais a Matemática ainda é, das disciplinas, a mais temida pelos alunos. As propostas são muito interessantes, mas na prática pouco se tem feito.

1.2 A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO

Com alto índice de evasão e reprovação, o Ensino Médio é um desafio para o Ministério da Educação e para nós professores e pesquisadores. Como podemos e o que devemos fazer para mudar o crescente índice de evasão no ensino médio?

Os textos oficiais e os elaborados pelos especialistas têm indicado ser a ambiguidade de um nível de ensino, que ao mesmo tempo tem de preparar para o mundo do trabalho e para a continuidade dos estudos, a raiz dos males do Ensino Médio. Ou seja, o grande desafio a ser enfrentado é a formulação de uma concepção de Ensino Médio que articule de forma competente essa duas dimensões. (KUENZER, 2008).

Independentemente do futuro que nossos alunos terão, seja entrar em uma universidade, ou procurar o mercado de trabalho, antes de tudo devemos pensar em que tipo de cidadão estamos formando. Nesse sentido a Matemática e em particular a Matemática Financeira, tem um papel importantíssimo na vida dos alunos do Ensino Médio. Entendemos que seja qual for o destino dos nossos alunos, estes não podem sair do Ensino Médio sem saber analisar matematicamente qual a melhor opção na hora de efetuar uma compra, ou em um supermercado, verificar qual produto oferece a melhor opção ao se comparar quantidade e preço, ao ler uma notícia em uma revista ou jornal, ou seja, em analisar e interpretar matematicamente as situações que ocorrem na seu cotidiano, na sua comunidade e no mundo.

Acreditamos que o maior objetivo do ensino da Matemática na Educação Básica é desenvolver a capacidade crítica do aluno, que vive num mundo em constante transformação. Sem falar nas oportunidades para o mercado de trabalho, e as melhores oportunidades, para os que não têm formação superior, são os concursos públicos, que na sua grande maioria cobram conteúdos de Matemática Financeira.

A grande evasão escolar dos alunos do Ensino Médio é um assunto muito discutido na área de Educação há bastante tempo. As pesquisas procuram descobrir quais são as causas que levam os alunos a abandonar seus estudos. Os índices de abandono da escola têm aumentado a cada ano, bem como as altas taxas de reprovação que juntos evidenciam o fracasso escolar.

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação, para mudar o atual quadro de evasão do Ensino Médio, devemos considerar diversas variáveis como:

Que características sócio-econômico-culturais possuem os jovens que frequentam as escolas de Ensino Médio? Que representações a escola, seus professores e dirigentes fazem dos estudantes? A escola conhece seus estudantes? Quais os pontos de proximidade e distanciamento entre os sujeitos das escolas (estudantes e professores particularmente)? Quais sentidos e significados esses jovens têm atribuído à experiência escolar? Que relações se podem observar entre jovens, escola e sociabilidade? [...] Que expectativas são explicitadas pelos jovens diante da relação escola e trabalho? Que aspectos precisariam mudar na escola tendo em vista oferecer condições de incentivo ao retorno e à permanência para os que a abandonaram?

Precisamos mudar nossa prática pedagógica em sala de aula, devemos saber quais são os objetivos dos nossos alunos do Ensino Médio. Não podemos deixar de levar em conta que a grande maioria dos alunos, ao terminar o Ensino Médio, irão inserir-se no mercado de trabalho. Uma vez que muitos deles usam esses empregos, para custear seus estudos posteriores.

Para muitos jovens, é seu próprio trabalho que lhes possibilita arcar com os custos vinculados à educação. Para muitos também, especialmente os integrantes das camadas populares, os baixos níveis de renda e capacidade de consumo da família redundam na necessidade do seu trabalho como condição de sobrevivência familiar. (ANDRADE, 2008)

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica:

O Brasil vive hoje um novo ciclo de desenvolvimento calcado na distribuição de renda que visa à inclusão de um grande contingente de pessoas no mercado consumidor. A sustentação desse ciclo e o estabelecimento de novos patamares de desenvolvimento requerem um aporte de trabalhadores qualificados em todos os níveis, o que implica na reestruturação da escola com vistas à introdução de novos conteúdos e de novas metodologias de ensino capazes de promover a oferta de uma formação integral.

Os jovens, atentos aos destinos do País, percebem essas modificações e criam novas expectativas em relação às possibilidades de inserção no mundo do trabalho e em relação ao papel da escola nos seus projetos de vida.

A Matemática Financeira por estar presente nas diversas operações comerciais, bancárias e de consumo de modo geral é um conteúdo que tem bastante relevância, tendo em vista não somente a inserção dos alunos no mercado de trabalho, mas numa perspectiva de formar consumidores conscientes. Pois através da Matemática Financeira saberão tomar uma decisão de forma mais consciente, reivindicar seus direitos e saber honrar seus deveres.

Ao ingressar no mercado de trabalho, o cidadão precisa estar consciente do que acontece a sua volta, saber lidar com todas as informações, enfim estar atento a tudo e a todos. Entre os conteúdos de matemática, a Financeira é a parte que mais engloba esse mercado de trabalho, por isso é de extrema importância estudar matemática financeira no Ensino Médio. (OLIVEIRA,2008)

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), mesmo que a pessoa não tenha pretensão de adentrar em uma universidade, ou de aprofundar os seus conhecimentos matemáticos, é fundamental dominar conceitos matemáticos, tendo em vista que a Matemática permite ao cidadão uma visão crítica e lógica de mundo. Portanto, para o exercício da cidadania se torna necessário saber contar, analisar, comparar, calcular, resolver problemas, raciocinar logicamente, argumentar e interpretar matematicamente certas situações entre outros.

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL,1999)

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenham papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (BRASIL, 1999)

O estudo da Matemática Financeira é particularmente importante no Ensino Médio, não que seja desnecessário no Ensino Fundamental, mas geralmente o aluno de Ensino Médio está começando a adentrar no mercado de trabalho, o que requer uma boa interpretação sobre atividades bancárias e o comércio em geral. Portanto, esse aluno necessita aprofundar seus estudos em relação à Matemática Financeira mais que um aluno do Ensino Fundamental.

A matemática no Ensino Médio e deve ser trabalhada preparando o jovem para os diferentes contextos, fugindo-se dos modelos previamente formatados. Afinal, no dia-a-dia do ambiente de trabalho os problemas não são padronizados nem as soluções são prontas para uma simples opção. Ao contrário, apresentam a complexidade dos múltiplos fatores de uma sociedade em permanente mudança. Com isso, no ambiente corporativo e de trabalho, o estudante poderá fazer uso de competências e habilidades financeiras, possibilitando mecanismos de inserção social. (JÚNIOR e SCHIMIGUEL, 2011)

O aluno que compreende os temas e procedimentos para a resolução de situações-problema dentro da Matemática Financeira, terá mais condições de exercer sua cidadania de forma consciente, tendo mais responsabilidade com prazos e valores determinados, sabendo administrar suas dívidas. Ainda há um outro aspecto no que diz respeito à formação da cidadania, que é saber reivindicar seus direitos, e estar preparado para as armadilhas estampadas em anúncios e propagandas, pois as empresas de marketing conhecem os mecanismos para atrair consumidores e induzi-los a comprar o que muitas vezes sequer precisam. Dentro dessas perspectivas, consideramos de suma importância o estudo da Matemática Financeira no Ensino Médio.

CAPÍTULO 2

CONHECIMENTOS BÁSICOS

Para iniciarmos o estudo da Matemática Financeira, há alguns conteúdos básicos que devem ser assimilados, tais como: proporção e porcentagem. A proporção, para que possamos interpretar e analisar as relações entre as grandezas matemáticas envolvidas nos problemas. No caso da porcentagem, seu uso é fundamental no mercado financeiro, seja na hora de analisar uma oferta de desconto ao realizar uma compra, calcular o lucro numa operação de compra e venda de um produto, calcular taxas de juros, capitalizar empréstimos e aplicações, expressar índices inflacionários e deflacionários, entre outros.

A partir do domínio desses conteúdos, o professor poderá introduzir os conteúdos de Matemática Financeira.

2.1 PROPORÇÃO

As proporções possuem inúmeras aplicabilidades em problemas que envolvem situações em que devemos comparar valores, como por exemplo quantidade e preço. E acreditamos que é um conteúdo de grande importância para o entendimento de alguns problemas que envolvem a matemática financeira.

Quando resolvemos uma regra de três nada mais fazemos que usar as propriedades de proporção. E em algumas situações que envolvem compra e venda para encontrarmos a solução do problema, basta resolvermos uma regra de três.

Na maioria dos livros didáticos o conteúdo é abordado fazendo com que o aluno apenas memorize as propriedades, o que de fato é importante, mas sugerir aos alunos problemas nos quais eles desenvolvam e entendam realmente essas propriedades tornaria o assunto mais interessante e desafiador para o aluno.

O objetivo final é encontrarmos a solução do problema, mas devemos deixar que o aluno investigue a situação, desenvolva sua estratégia, quando for o caso, para resolvê-lo. Os alunos devem ser desafiados a buscar suas próprias respostas para os problemas, ao invés de esperar a resposta pronta do professor ou do livro texto.

Uma das capacidades transversais do Ensino Básico é a resolução de problemas. Consiste na capacidade que o aluno deve adquirir para resolver e formular problemas analisando diferentes estratégias. Esses problemas não são apenas matemáticos, mas problemas do dia-a-dia.

É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações- problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico. (SMOLE e CENTURIÓN ,1992, p.9)

Para abordar o assunto proporção propomos a seguinte situação:

Exemplo 2.1. *Vitor foi ao supermercado e comprou um pacote de biscoitos e 2,5 kg de farinha. Por tudo, pagou R\$18,00. Caso Vitor tivesse comprado, além do pacote de biscoitos, apenas 1,25 kg de farinha, ele teria pago um total de R\$ 14,25. Qual o valor do pacote de biscoitos? Qual o valor que Vitor teria pago se tivesse comprado apenas 5kg de farinha?*

A questão pode ser resolvida de diferentes formas, utilizando apenas raciocínio aritmético. A ideia é deixar os alunos pensarem inicialmente em uma solução e depois discutirem as possíveis estratégias com a ajuda do professor. Vamos mostrar uma solução:

Solução

Fazendo a diferença entre os valores pagos:

$18 - 14,25 = 3,75$, determinamos o preço de 1,25kg de farinha que é R\$3,75.

Logo o preço de 2,5kg $(1,25kg \times 2)$ é R\$7,50 $(3,75 \times 2)$

Portanto, 5kg $(2,5kg \times 2)$ custam R\$15,00 $(7,50 \times 2)$.

E o valor do pacote de biscoitos é R\$10,50 $(18 - 7,5 = 10,5)$.

Claro que há outras soluções, não queremos discutir todas, mas acreditamos que os alunos apresentariam outras soluções interessantes, o que despertaria o interesse do aluno para o tema que está sendo ensinado.

O exemplo acima poderia ser usado para o aluno entender a relação de proporcionalidade entre quantidade e preço. É claro que os valores favorecem os cálculos mentais. Mas o objetivo é exatamente fazer que o aluno consiga desenvolver uma estratégia rápida para solucionar o problema, usando a noção de proporcionalidade.

A partir do exemplo 2.1 podemos introduzir a ideia de proporção. Observando com os alunos que:

$$\begin{aligned}\frac{1,25}{3,75} &= \frac{1}{3} \\ \frac{2,5}{7,5} &= \frac{1}{3} \\ \frac{5}{15} &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Ou seja, as razões entre esses valores são iguais. E nesse caso, dizemos que são proporcionais.

Podemos escrever:

$$\begin{aligned}\frac{1,25}{3,75} &= \frac{2,5}{7,5} \\ \frac{1,25}{3,75} &= \frac{5}{15} \\ \frac{2,5}{7,5} &= \frac{5}{15}\end{aligned}$$

Assim, se a razão entre dois números a e b é igual à razão entre os números c e d, dizemos que

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

é uma proporção.

Podemos também, usar o exemplo 2.1 para fazer os alunos entenderem quando duas grandezas são proporcionais.

Primeiramente precisamos lembrar:

Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou contado.

Com o exemplo podemos fazer o aluno observar que:

Se 1,25 Kg custam R\$3,75;

$2,5Kg(1,25Kg \times 2)$ custam $R\$7,50(3,75 \times 2)$

Portanto: $5Kg(1,25Kg \times 4)$ custam $R\$15,00(3,75 \times 4)$.

Portanto, quando o valor de uma dobra ou quadruplica, o valor da outra também dobra ou quadruplica e assim por diante. Em casos como esses dizemos que essas grandezas, quantidade e preço, são diretamente proporcionais ou apenas são proporcionais.

Até agora ainda não falamos das propriedades, estamos preocupados inicialmente em fazer com que o aluno perceba, como pode resolver problemas apenas com esses conhecimentos de proporcionalidade. Fazendo uma relação com um fato que ocorre corriqueiramente no seu dia-a-dia.

Proporemos mais um exemplo:

Exemplo 2.2. *Vitor foi ao supermercado e comprou um pacote de biscoitos e 2,5 kg de farinha. Por tudo, pagou R\$18,00. Caso Vitor tivesse comprado, além do pacote de biscoitos, apenas 1,25 kg de farinha, ela teria pago um total de R\$ 14,25 .Qual o valor que Vitor teria pago se tivesse comprado 4kg de farinha?*

Podemos pedir aos alunos que elaborem suas soluções como no exemplo anterior.

Aqui temos algumas possíveis soluções:

Solução 1

Fazendo a diferença entre os valores pagos:

$18 - 14,25 = 3,75$, determinamos o preço de 1,25kg de farinha que é $R\$3,75$

Logo o preço de $2,5kg(1,25kg \times 2)$ é $R\$7,50(3,75 \times 2)$.

Segue que, 5kg custam $R\$15,00((2,5kg \times 2 = 5kg) \text{ é } (R\$7,5 \times 2 = 15))$.

Assim cada kg custa $R\$3,00$, então 4kg custam $R\$12,00$.

Solução 2

Fazendo a diferença entre os valores pagos:

$18 - 14,25 = 3,75$, determinamos o preço de 1,25kg de farinha que é $R\$3,75$

Fazendo a divisão $\frac{3,75}{1,25}$, obtemos o preço do quilo de farinha que é $R\$3,00$.

Portanto, 4kg custam $R\$12,00$.

É importante comentar com os alunos que dependendo dos valores envolvidos nos cálculos, podemos ter uma certa dificuldade. Nesse caso podemos resolver as questões usando a propriedade fundamental das proporções:

Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Simbolicamente: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ é uma proporção, então $a \times d = b \times c$.

Solução 3

$18 - 14,25 = 3,75$, que é o preço de 1,25kg de farinha.

Montando a proporção:

$$\frac{1,25}{4} = \frac{3,75}{x}$$

$$1,25 \times x = 3,75 \times 4$$

$$1,25 \times x = 15$$

$$x = \frac{15}{1,25}$$

$$x = 12$$

Portanto, 4kg custam R\$12,00.

Observe que um simples problema de compra pode ser resolvido com estratégias diferentes. Montar a proporção e resolvê-la, sem explorar o conceito de proporcionalidade, faz com que o assunto passe ser entendido como apenas memorizações de propriedades e não desenvolve outras competências nos alunos. E tais competências serão necessárias para resolver problemas mais complexos no futuro.

Quando o aluno já tem a compreensão de como funciona o fator de proporcionalidade, do significado de ser diretamente proporcional, podemos sugerir outras situações-problema, trabalhando com o fator de proporcionalidade e as propriedades de proporção.

No caso da proporcionalidade inversa podemos proceder da mesma forma.

É claro que neste trabalho não queremos citar todas as possibilidades de resolver problemas com uso das propriedades de proporções e não nos preocupamos em citá-las, pois esse não é o objetivo deste trabalho. Mas, enfatizar como esses conhecimentos podem ser abordados de forma contextualizada, partindo de conhecimentos prévios inerentes aos alunos, para posterior formalização. Permitindo que o aluno participe da construção dos conhecimentos adquiridos.

2.2 PORCENTAGEM

A porcentagem, dos assuntos que tratam a matemática é um dos mais simples para trabalhar com interdisciplinaridade e contextualização, pois está presente em várias disciplinas e em vários fatos que ocorrem em nosso cotidiano. Ter domínio deste conteúdo é de fundamental importância para um aluno do Ensino Básico. São inúmeras as notícias dadas em jornais, revistas e anúncios que envolvem porcentagem. Basta abrir uma página da internet que aparecem várias ofertas com descontos percentuais do produto (Figura 2.1).



Figura 2.1: Propaganda de descontos percentuais.

Fonte: americanas.com

Há uma grande quantidade de informações que são dadas em forma de porcentagem: variação da inflação, índices de aumentos de preços, crescimento populacional, entre outras. Portanto o professor terá muitas possibilidades para elaborar seus exercícios de porcentagem dando um significado para sua aprendizagem, e desenvolvendo o raciocínio do seu aluno.

Todos os problemas de Matemática financeira envolvem cálculos de porcentagem, mas podemos utilizar outras situações para introduzir o assunto. Alguns conhecimentos prévios são necessários ao resolvermos os problemas de porcentagem.

Exemplo 2.3. *Suponhamos que um aluno tenha acertado em uma prova, 12 das 15 questões apresentadas. A razão entre o número de questões acertadas e o número total de questões é:*

Solução

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{80}{100}$$

Quando uma razão é apresentada com o conseqüente 100 ela é chamada razão centesimal.

No universo econômico-financeiro substituímos o conseqüente 100 pelo símbolo %.

$$\text{Assim, } \frac{80}{100} = 80\%$$

Neste exemplo o professor pode destacar que a porcentagem representa uma parte de um valor de referência. Que uma porcentagem pode ser obtida a partir de qualquer razão, bastando para isso encontrar uma razão equivalente de conseqüente igual a 100.

Pode parecer desnecessário, mas é importante mostrar que um número representado na forma de porcentagem pode ser escrito na forma de razão centesimal e também na forma decimal ou unitária.

Vamos representar algumas porcentagens na forma de razão centesimal e também na forma decimal ou unitária.

$$(a) 40\% = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$(b) 1,5\% = \frac{1,5}{100} = 0,015$$

$$(c) 0,2\% = \frac{0,2}{100} = 0,002$$

$$(d) 1,25\% = \frac{1,25}{100} = 0,0125$$

2.2.1 Calculando porcentagem

Calcular porcentagem de um número ou porcentagem de uma porcentagem são cálculos que estão presentes em qualquer problema que envolve porcentagens. Para desenvolvermos o tema, propomos a interpretação de um texto retirado de uma página da internet.

TEXTO

Aposentadorias do Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) com valor acima do piso terão o reajuste sem aumento real

O índice de reajuste para as 11,1 milhões de aposentadorias e pensões do INSS (Instituto Nacional do Seguro Social) com valor acima do piso será de 11,28%, igual ao INPC (Índice Nacional de Preços ao Consumidor), apurado pelo IBGE.

A regra atual de reajuste dos benefícios do INSS prevê a reposição da inflação pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) sem aumento real, no entanto, o valor do benefício não pode ser inferior ao salário mínimo nacional. Deste modo, quem recebe atualmente entre

R\$788 e R\$790,50 vai receber R\$ 880. O piso do INSS teve reajuste de 11,67%, ou seja, 3,45% maior que o aumento para os demais segurados da Previdência Social.

O INPC também definiu o valor máximo dos benefícios que serão calculados em 2016. O teto mudou de R\$ 4.663,75 para R\$ 5.189,82. (Fonte: <http://noticias.r7.com/economia,09/01/2016>)

Observamos nesta notícia retirada da internet, um universo de situações-problema que podem ser exploradas pelo professor e pelos alunos.

O professor pode propor atividades e questionamentos de modo que os alunos se interessem a explorar a notícia usando o conhecimento matemático para entendê-la.

Atividade Proposta 2.1. Construir uma tabela contendo: o valor atual dos salários, valor do reajuste e o novo valor após o reajuste, para o salários dos segurados que recebem: R\$ 1000,00, R\$1200,00,R\$1500,00 ,R\$3000,00 e R\$4500,00.

Construção:

Para elaborar a tabela os alunos deverão calcular o valor do reajuste em reais.

Para calcular uma porcentagem de um número, basta multiplicarmos a porcentagem na forma de razão centesimal ou decimal por cada um dos valores. Vamos usar a forma de razão centesimal.

$$\frac{11,28}{100} \times 1000 = 112,80$$

$$\frac{11,28}{100} \times 1200 = 135,36$$

$$\frac{11,28}{100} \times 1500 = 169,20$$

$$\frac{11,28}{100} \times 3000 = 338,40$$

$$\frac{11,28}{100} \times 4500 = 507,60$$

Valor atual (em R\$)	Valor do reajuste(em R\$)	Novo valor(em R\$)
1000	112,80	1112,80
1200	135,36	1335,36
1500	169,20	1669,20
3000	338,40	3338,40
4500	507,60	5007,60

Tabela 2.1: Valores de salários dos segurados e pensionistas do INSS

2.2.2 Fator de correção

Podemos agora, falar do fator de correção, uma informação imprescindível para calcular aumentos e descontos de uma forma prática.

Fator de Aumento

$F=(100\%+k\%)$, onde $k\%$ representa o valor percentual de aumento.

Fator de Redução

$F=(100\%-k\%)$, onde $k\%$ representa o valor percentual de desconto.

Na maioria das fórmulas desenvolvidas para resolver problemas de matemática financeira, utilizamos o fator de correção.

Para encontrarmos os valores dos salários dos segurados da Previdência Social de forma mais prática podemos fazer os cálculos utilizando o fator de correção.

Atividade Proposta 2.2. Refazer a atividade proposta 2.1, utilizando o fator de correção.

Como o aumento percentual foi de 11,28%, o fator de correção é $F = 100\% + 11,28\% = 111,28\%$

Calculando os valores:

$$\frac{111,28}{100} \times 1000 = 1112,80$$

$$\frac{111,28}{100} \times 1200 = 1335,36$$

$$\frac{111,28}{100} \times 1500 = 1669,20$$

$$\frac{111,28}{100} \times 3000 = 3338,40$$

$$\frac{111,28}{100} \times 4500 = 5007,60$$

Atividade Proposta 2.3. Usando o fator de correção, calcular o novo valor após o reajuste, para o salários dos segurados que recebiam: R\$ 788,00 e R\$790,50

Como o aumento percentual foi de 11,28%, o fator de correção é $F = 100\% + 11,28\% = 111,28\%$

Calculando os valores:

$$\frac{111,28}{100} \times 788 = 876,88$$

$$\frac{111,28}{100} \times 790,50 = 879,66$$

Observamos que de acordo com a notícia, o valor do benefício não pode ser inferior ao salário mínimo nacional, portanto os cálculos justificam o fato de que pessoas que recebem atualmente entre R\$788 e R\$790,50 irão receber R\$ 880.

Atividade Proposta 2.4. Segundo o que foi informado no texto, o piso do INSS teve reajuste de 11,67%, ou seja, 3,45% maior que o aumento para os demais segurados da Previdência Social. Justifique a informação dada no texto.

Solução

Como o salário anterior era de R\$788,00 e passará para R\$880,00, temos:

$$788 \times F = 880$$

$$F = \frac{880}{788} = 1,1167$$

$$F = (1,1167 \times 100)\% - 100\% = 11,67\%$$

$$\text{Agora: } 11,67\% - 11,28\% = 0,39\%$$

Um bom momento para o professor ressaltar a importância do valor de referência nos cálculos de porcentagem. Na situação em questão o valor de referência é o valor do aumento para os demais segurados, ou seja, 11,28%.

Assim:

$$\left[\frac{0,39\%}{11,28\%} \times 100 \right] \% \cong 3,45\%$$

Outras tarefas poderão ser desenvolvidas a partir do texto, podemos elaborar outras situações hipotéticas.

2.2.3 Taxa de variação percentual

O conceito de variação percentual é usado para descrever a relação entre um valor ou quantidade anterior e um valor ou quantidade posterior. De modo específico, a variação

percentual expressa a diferença entre ambas as quantidades, na forma de uma porcentagem relativa ao primeiro valor.

Considerando que V_P representa a variação percentual, V_I representa um valor anterior ou inicial e V_F representa o valor posterior ou final, podemos calcular a variação percentual da seguinte forma:

$$V_P = \left[\left(\frac{V_F - V_I}{V_I} \right) \times 100 \right] \%$$

Quando a variação percentual é positiva, denomina-se taxa percentual de crescimento, e, quando é negativa, seu valor absoluto é denominado taxa percentual de decréscimo.

O professor poderá usar a tarefa 2.3 do exercício anterior para exemplificar a variação percentual, pois 3,45% é a taxa de variação entre o aumento dado aos segurados que recebem o piso e os demais segurados.

$$V_P = \left[\left(\frac{11,67\% - 11,28\%}{11,28\%} \right) \times 100 \right] \% = \left(\frac{0,39\%}{11,28\%} \times 100 \right) \% = 3,45\%$$

Como o resultado foi positivo, dizemos que houve um aumento percentual de 3,45%.

Podemos também calcular a variação relativa percentual fazendo:

$$\begin{aligned} V_P &= \left[\left(\frac{V_F}{V_I} - \frac{V_I}{V_I} \right) \times 100 \right] \% \\ V_P &= \left\{ \left[\left(\frac{V_F}{V_I} \right) - 1 \right] \times 100 \right\} \% \\ V_P &= \left\{ \left[\left(\frac{11,67\%}{11,28\%} \right) - 1 \right] \times 100 \right\} \% = [(1,0345 - 1) \times 100] \% = (0,0345 \times 100) \% = \\ &3,45\% \end{aligned}$$

Uma atividade interessante, seria pedir que os alunos verificassem a variação nos preços de alguns produtos da cesta básica em supermercados do bairro e em seguida verificar os resultados.

2.2.4 Aumentos e descontos sucessivos

Descontos

Para resolver problemas que envolvem descontos, podemos utilizar o fator de redução.

Observe o anúncio a seguir:



Balança Digital com Vidro Temperado
150kg - Kala
de R\$ 99,75 por
R\$ 39,90

Figura 2.2: Propaganda de descontos promocionais
Fonte: americanas.com

Atividade Proposta 2.5. Calcular o desconto dado no produto da figura 3.2.

Solução

$$99,75 \times F = 39,90$$

$$F = \frac{39,90}{99,75} = 0,4$$

$$(0,4 \times 100) \% = 40\%$$

Portanto:

$$40\% - 100\% = -60\%$$

Ou seja, houve um desconto de 60%

Atividade Proposta 2.6. Refazer a atividade anterior utilizando a variação relativa percentual.

$$V_P = \left[\left(\frac{39,90 - 99,75}{99,75} \right) \times 100 \right] \% = \left(\frac{-59,85}{99,75} \times 100 \right) \% = (-0,6 \times 100) \% = -60\%$$

Logo, houve um desconto de 60%.

É comum abrirmos uma página da internet e encontrarmos propagandas como as da Figura 2.3. Observe que o anúncio não deixa claro de quanto será o desconto total. A informação é dada dessa forma para atrair a atenção do consumidor. Este anúncio é um excelente material para começarmos uma aula de descontos sucessivos.

Como já explicamos, podemos utilizar o fator de correção para calcular o valor após o desconto, neste caso usaremos o fator de desconto, ou seja, $100\% - k\%$.



Figura 2.3: Propaganda de descontos sucessivos
 Fonte: americanas.com

Atividade Proposta 2.7. Se o desconto na propaganda fosse realmente de $80\% + 10\%$, qual seria o real desconto dado pela loja?

Solução

Para determinar o valor de um determinado produto dessa loja após o desconto de 80% , aplicamos o fator de correção, assim:

Considerando V_I o valor inicial do produto antes dos descontos e V_F o valor após os descontos. E como o desconto inicial é de 80% , o fator de correção é: $100\% - 80\% = 20\%$.

$$V_F = 20\% \times V_I.$$

Como o segundo desconto foi de 10% , o fator de redução é: $100\% - 10\% = 90\%$.

$$V_F = 90\% \times 20\% \times V_I$$

$$V_F = \frac{90}{100} \times 20\% \times V_I = 18\% \times V_I$$

Observe que o desconto total foi de $18\% - 100\% = -82\%$

Portanto, houve um desconto de 82% .

É importante comentar com os alunos o fato de que o desconto total é menor que a soma dos descontos, diferente da informação que aparentemente a propaganda deixa a entender.

Aumentos

Para podermos falar de aumentos sucessivos para nossos alunos, é necessário que falemos de inflação, pois a maioria dos problemas que envolvem aumentos sucessivos estão envolvidos com aumentos da inflação.

Veja as respostas de Pedro Linhares Rossi, Professor Doutor do Instituto de Economia

da Unicamp, e Diretor do Centro de Estudos de Conjuntura e Política Econômica (CECON) da UNICAMP, a respeito do assunto.

O que é inflação?

"A taxa de inflação é o aumento no nível de preços. Ou seja, é a média do crescimento dos preços de um conjunto de bens e serviços em um determinado período."

Efeitos?

"Se todos os preços (bens, serviços, salários, lucros etc.) aumentassem uniformemente, não haveria problemas. O problema é que a inflação mexe nos preços relativos, e assim, dá ganhos para alguns e perdas para outros.

Quando a inflação é superior ao aumento de salários, por exemplo, há perda de poder de compra da população assalariada."

Causas?

"A inflação pode ter uma causa monetária (impressão de dinheiro pelo governo), pode ter causas psicológicas (agentes ajustam o preço porque acham que outro também vai ajustar) e pode ter uma causa real (um desajuste entre a oferta e a demanda por bens e serviços)."

Para explorar o tema: aumentos percentuais, propomos as seguintes atividades:

Texto

Economia: Aumentos sucessivos confundem consumidor

As mudanças na conta de energia que entraram em vigor este ano têm trazido dificuldades de entendimento aos consumidores, que ainda enfrentam sucessivos aumentos. A principal dúvida recaiu sobre a cobrança para custeio de serviço de iluminação pública (CCSIP), que foi reajustada duas vezes e, com isso, praticamente dobrou de valor entre janeiro e março, passando de R\$ 9,33 para R\$18,27, mesmo nos casos em que houve queda de consumo de energia nas residências. Quem buscou informações sobre essas altas enfrentou morosidade de atendimento e, até mesmo, falta de conhecimento por parte dos órgãos competentes para obter esclarecimentos.

Além da cobrança do serviço de iluminação pública, as contas também foram impactadas por dois reajustes consecutivos. Em março, a alta foi de 21,39% por conta de uma revisão extraordinária e, em abril, de 5,39% devido à revisão anual [...]. (Fonte: <http://www.jfclipping.com> em 19/01/2016).

Atividade Proposta 2.8. Segundo o que foi informado no texto, houve dois aumentos sucessivos nas contas de energia, um em março de 21,39% e outro em abril de 5,39%. Calcule o aumento total dado às contas de energia elétrica, para estes consumidores.

Solução

Como já trabalhamos com o fator de correção de aumento nas tarefas propostas anteriormente, para trabalharmos com aumentos sucessivos basta aplicarmos o fator de correção para cada aumento que for dado e multiplicarmos pelo valor a ser corrigido. Por exemplo se um valor V_I , sofreu reajustes sucessivos de $k\%$ e $j\%$, o valor final V_F após os reajustes será:

$$V_F = V_I \times (100\% + k\%) \times (100\% + j\%).$$

$$V_F = V_I \times (100\% + 21,39\%) \times (100\% + 5,39\%)$$

$$V_F = V_I \times \frac{121,39}{100} \times 105,39\% = 127,93\% \times V_I.$$

Portanto o aumento total foi de: $127,93\% - 100\% = 27,93\%$.

Atividade Proposta 2.9. Ainda com base no texto, calcule o valor total do aumento dado à taxa de iluminação pública.

Utilizando o fator de correção, temos:

$$9,33 \times F = 18,27$$

$$F = \frac{18,27}{9,33} \cong 1,96$$

$$(1,96 \times 100)\% - 100\% \cong 96\%$$

Logo, o aumento na taxa de iluminação pública foi aproximadamente de 96%.

Atividade Proposta 2.10. Considere que um dos aumentos dados na taxa de iluminação pública tenha sido de 32,5%. Nesse caso de quanto foi o segundo aumento dado sobre a taxa?

$$V_F = V \times (100\% + k\%) \times (100\% + j\%)$$

$$V \times (132,5\%) \times F = 196\% \times V$$

$$F = \frac{196\%}{132,5\%}$$

$$F = 1,48$$

$$(1,48 \times 100)\% - 100\% = 48\%.$$

Portanto, o segundo aumento teria sido de 48%.

Aumentos sucessivos e o cálculo da inflação acumulada no período

O IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo) é calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) desde 1980 e se refere às famílias com rendimento monetário de 01 a 40 salários mínimos, qualquer que seja a fonte.

Desde janeiro, o IBGE passou a incorporar a Região Metropolitana de Vitória e o município de Campo Grande no IPCA e no Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC).

Até dezembro de 2013, as pesquisas eram feitas com informações das Regiões Metropolitanas de Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba e Porto Alegre, além de Brasília e Goiânia.

Com a finalidade de determinar a inflação, o Banco Central usa como referência o IPCA, que é o índice de inflação calculado pelo IBGE.

Observe a tabela com os valores da variação mensal do IPCA em 2015.

2015	VARIAÇÃO MENSAL (%)
JANEIRO	1,24
FEVEREIRO	1,22
MARÇO	1,32
ABRIL	0,71
MAIO	0,74
JUNHO	0,79
JULHO	0,62
AGOSTO	0,22
SETEMBRO	0,54
OUTUBRO	0,82
NOVEMBRO	1,01
DEZEMBRO	0,96

Tabela 2.2: IPCA 2015

Atividade Proposta 2.11. Calcular a inflação acumulada nos primeiros 6 meses de 2015.

É importante ressaltarmos para o aluno que como as taxas são todas positivas, basta utilizarmos o fator de correção para cada valor da tabela nos primeiros 6 meses.

$$I_{acumulada} = (100\% + 1,24\%) \times (100\% + 1,22\%) \times (100\% + 1,32\%) \times (100\% + 0,71\%) \times (100\% + 0,74\%) \times (100\% + 0,79\%)$$

Como os cálculos serão realizados com o auxílio de uma calculadora, um recurso que não podemos descartar, vamos escrever as taxas na forma decimal para facilitar os cálculos. Em

Exames e concursos quando esse tipo de cálculo é solicitado, o período não pode ser muito longo, já que não podemos contar com esse recurso.

Dessa forma podemos fazer:

$$I_{acumulada} = (1,0124) \times (1,0122) \times (1,0132) \times (1,0071) \times (1,0074) \times (1,0079)$$

$$I_{acumulada} = 1,061709$$

$$(1,061769 \times 100) \% - 100\% = 6,1709\%$$

Portanto, a inflação acumulada no período foi de 6,1709%

O objetivo dessa tarefa é fazer com que o aluno entenda como calculamos a inflação acumulada para um determinado período. E posteriormente quando formos calcular juros compostos, poderemos explicar ao aluno que o cálculo que faremos é exatamente o mesmo, exceto pelo fato que na maioria das vezes a taxa de juros é a mesma.

CAPÍTULO 3

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Denomina-se Capitalização ao processo que calcula o valor futuro a partir do valor presente adicionando-se a este os juros.

Juros, representam a remuneração do Capital empregado em alguma atividade produtiva. Os juros podem ser capitalizados segundo dois regimes: simples ou compostos.

3.1 JUROS SIMPLES

Os juros simples são calculados com base no capital inicial (C), período a período. Por isso o valor dos juros simples é constante em cada período de tempo.

Para introduzirmos o assunto aos alunos vamos propor a seguinte situação hipotética:

Exemplo 3.1. *Imaginemos que você empreste R\$ 1000,00 para um amigo e combine com ele que o empréstimo será pago com o valor de R\$ 1200,00 no final de 4 meses. Se o regime de capitalização utilizado for o de juros simples, qual é a taxa de juros mensal?*

Inicialmente vamos fazer alguns cálculos, levando em consideração que o aluno já domina cálculos com porcentagem.

Como $1200 - 1000 = 200$, e o tempo do empréstimo foi de 4 meses, temos: $200 \div 4 = 50$. Nesse caso, R\$ 50,00 é o acréscimo dado ao capital a cada mês.

Tendo em vista que, em juros simples, os juros são constantes a cada período e calculados com base no capital inicial. Determinar a taxa de juros significa verificar quanto R\$ 50,00 representa de R\$ 1000,00.

Assim, obteremos:

$$\frac{50}{1000} = \frac{5}{100} = 5\%$$

Considerando que:

- Taxa de juros (i) - é a porcentagem do capital que se paga a cada unidade de tempo;
- Capital(C)- (ou principal) - quantia aplicada ou emprestada;
- Juros (J)-é a remuneração do capital empregado;
- Tempo (n)- período ou tempo de aplicação ou empréstimo;
- Montante(M)-soma do capital com os juros.

Para os dados informados no exemplo 3.1, temos: $i=5\%$, $C=1000$, $J=200$, $n=4$ e $M=1200$.

Exemplo 3.2. *Considere que você empreste R\$ 1000,00 para um amigo e combine com ele que o empréstimo será pago no final de 4 meses. Se o regime de capitalização utilizado for o de juros simples, e a taxa de juros é de 5% ao mês, quanto você receberá de juros?*

Considerando que nenhuma fórmula foi apresentada aos alunos, eles devem procurar uma forma de resolver o problema usando outra estratégia.

Temos: $i=5\%$, $C=1000$ e $n=4$

Calculando os juros mensais: $\frac{5}{100} \times 1000 = 50$.

E como a aplicação se dará em 4 meses, segue que: $50 \times 4 = 200$.

Dessa forma temos que:

$$J = C \times i \times n$$

Acreditamos que a construção dos raciocínios a partir de informações e conteúdos que já são conhecidos dos alunos, permite aos mesmos entender os fatos de maneira mais simples. A ideia é que os alunos entendam que as fórmulas são apenas uma maneira de organizar os raciocínios.

Montante Simples

Como o montante é a soma do capital com os juros,

$$M = C + J \Rightarrow M = C + C \times i \times n \Rightarrow M = C \times (1 + i \times n)$$

As fórmulas anteriormente descritas foram estabelecidas de modo a serem consideradas quando a taxa (i) e o número de períodos (n) referirem-se a mesma unidade de tempo. Caso isso não ocorra devemos transformar uma dessas grandezas.

Taxas equivalentes

Taxas equivalentes são aquelas que referidas a períodos de tempo diferentes, mas que quando aplicadas a um mesmo capital, pelo mesmo prazo, geram o mesmo montante.

No regime de juros simples, taxas equivalentes serão sempre proporcionais.

Para calcular uma taxa equivalente em juros simples, basta encontrar a taxa proporcional correspondente.

- A taxa de 36% ao ano é equivalente a 3% ao mês.
- A taxa de 3% ao mês é equivalente a 18% ao semestre.
- A taxa de 3% ao trimestre é equivalente a 12% ao ano.
- A taxa de 24% ao ano é equivalente a 6% ao trimestre.

Exemplo 3.3. *Um capital de R\$ 20.000,00 foi aplicado durante 8 meses à taxa de 9% ao ano. Determine o montante desta aplicação.*

Temos: $i=9\%$ ao ano, $C=20000$ e $n=8$.

O professor deve explicar aos alunos que em juros simples, os juros não se acumulam e portanto, podemos transformar as unidades do tempo e da taxa para uma unidade comum que melhor nos convier.

Neste caso podemos transformar as unidades de tempo e taxa para ao quadrimestre, por exemplo.

9% ao ano é equivalente a $(9\% \div 3)$ 3% ao quadrimestre.

8 meses equivalem a 2 quadrimestres.

Resolvendo:

$$J = C \times i \times n \Rightarrow J = 20000 \times \frac{3}{100} \times 2 \Rightarrow J = 1200$$

3.2 JUROS COMPOSTOS

Compras a prazo, investimentos, financiamentos nos dias atuais, são corrigidas através do cálculo dos juros compostos. É de fundamental importância que os alunos do Ensino Básico tenham esse tipo de conhecimento, para que se tornem consumidores mais conscientes e responsáveis.

Como no capítulo 2, já discutimos algumas situações envolvendo aumentos percentuais, podemos utilizá-las para introduzir a capitalização composta, a qual entendemos como uma aplicação de n vezes o fator de correção.

Entendemos que mostrar ou demonstrar a fórmula apenas, não irá despertar o interesse do aluno. Considerar uma situação real, para a partir dela introduzir os conceitos e fórmulas, sempre tornará o ensino mais significativo.

3.2.1 Entendendo a capitalização composta

Consideremos a Figura 3.1 a seguir, na qual estão apresentadas as taxas de juros do cartão de crédito de um determinado Banco, para pessoa física.

Clientes Pessoa Física		
TAXA DE JUROS DE CARTÃO DE CRÉDITO - ROTATIVO		
Cartões Pessoa Física	Encargos	
	Taxa Mensal (%)	Taxa Anual (%)
Beneficiários/ clientes		
Cientes com recebimento de salário ou benefício INSS no BB	15,60	469,50
Cientes com investimentos até R\$ 49.999	15,98	492,38
Cientes com investimentos de R\$ 50.000 a R\$ 999.999	15,60	469,50
Cientes com investimentos acima de R\$ 1.000.000	1,98	26,53
Cartões Platinum e Grafite	11,49	252,88
Cartões Infinite, Black e Nanquim	8,10	154,63

Figura 3.1: Tabela de juros do cartão de crédito-rotativo
Fonte:www.bb.com.br

Atividades propostas:

Atividade Proposta 3.1. Construir uma tabela contendo o fator de correção de aumento, para todas as categorias citadas.

Para tal o aluno deverá calcular:

$(100\%+K\%)$, onde $k\%$ é o valor da taxa de juros de cada categoria.

Beneficiários / clientes	Taxa mensal(%)	Fator de correção(%)
Clientes com recebimento de salários ou benefício INSS no BB	15,60	115,60
Clientes com investimentos até R\$49.999	15,98	115,98
Clientes com investimentos acima de R\$1.000.000	1,98	101,98
Cartões Platinum e Grafite	11,49	111,49
Cartões Infiniti, black e Nanquim	8,10	108,10

Tabela 3.1: Fator de correção dos juros do cartão de crédito

Atividade Proposta 3.2. Resolver algumas situações hipotéticas criadas a partir dos dados da Figura 3.1.

Exemplo 3.4. *Imagine que Bruno, um beneficiário do INSS, tinha uma dívida no cartão de crédito no valor de R\$ 600,00. Por estar endividado, não pagou o valor da fatura do cartão. Qual será o valor da fatura para o mês seguinte?*

Solução

Como já vimos em porcentagem, basta multiplicar o valor a ser corrigido pelo fator de correção.

$$600 \times \frac{115,60}{100} = 693,60$$

Logo, o valor montante da nova fatura, se não houve compras adicionais, será de R\$ 693,60.

Exemplo 3.5. *Considerando o exemplo 3.4. Imagine que Bruno, permaneceu sem efetuar compras no cartão, mas não conseguiu recursos para pagar a fatura novamente, ou seja, a dívida já acumula juros de dois meses. Qual o valor acumulado da fatura?*

Neste caso, bastaria aplicar o fator de correção sobre o valor da dívida no mês anterior, ou seja:

Solução

$$693,60 \times \frac{115,60}{100} = 801,80$$

Queremos mostrar aos alunos que para formar juros sobre juros basta multiplicar o valor que está sendo corrigido pelo fator de aumento, n vezes. Sendo n o número de períodos.

Dessa forma, obteremos:

$$600 \times \underbrace{\frac{115,60}{100}}_{693,60} \times \frac{115,60}{100} = 801,80$$

Logo, o valor da nova fatura, se não houver compras adicionais será de R\$ 801,80.

Exemplo 3.6. *Qual seria o valor da dívida após 5 meses?*

Solução

Queremos com esta atividade fazer com que o aluno perceba que basta multiplicar o valor inicial pelo fator de correção, para encontrar o montante final. O objetivo dessas atividades é fazer uma introdução aos cálculos de juros compostos, sem que os alunos necessitem de fórmulas a princípio.

$$600 \times \frac{115,60}{100} \times \frac{115,60}{100} \times \frac{115,60}{100} \times \frac{115,60}{100} \times \frac{115,60}{100} = 1238,62$$

Portanto, o valor da nova fatura, se não houver compras adicionais será de R\$ 1238,62.

Podemos observar no exemplo 3.6, que para formar juros sobre juros, multiplicamos o valor a ser corrigido por n vezes o fator de correção, onde n representa o número de períodos em que os juros serão acumulados. Na matemática financeira n é chamado de período de capitalização.

No sistema de juros compostos, deve-se calcular o juros no fim de cada período, formando um montante sobre o qual se calculam os juros do período seguinte, até esgotar o tempo de aplicação. (Dante, 2005)

A partir das atividades desenvolvidas, entendemos que para resolver situações-problema envolvendo juros compostos, podemos aplicar a fórmula a seguir:

Considerando:

- M= Montante
- C= capital
- i= taxa de juros (i=k%, a taxa de juros na forma decimal)

$$M = C \times \underbrace{(1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i) \dots \times (1 + i)}_{n \text{ fatores}}$$

Assim, obtemos:

$$M = C \times (1 + i)^n$$

O fator $(1 + i)^n$, é denominado fator de acumulação de capital.

É importante observarmos que para cálculos em que o período de capitalização é muito grande, é necessário usar a fórmula.

3.3 TAXAS DE JUROS

3.3.1 Taxas equivalentes e taxas proporcionais

Observe na figura 3.1 que a taxa de juros mensal para os clientes com recebimento de salários ou benefícios do INSS no BB é de 15,6% ao mês e 469,5% ao ano. O que significa que pagar juros de 15,6% ao mês equivale a pagar juros de 469,5% ao ano.

Para calcularmos uma taxa equivalente em juros compostos, basta aplicarmos o fator de acumulação de capital por n períodos e em seguida subtrair 100%.

$$I_{equivalente} = [(1 + i)^n] - 1$$

Fazendo os cálculos

$$I_{equivalente} = [(1 + 0,156)^{12}] - 1 = 5,695 - 1 = 4,695$$

$$4,695 \times 100\% = 469,5\%$$

Portanto a taxa equivalente anual é de 469,5%.

Em juros compostos os juros equivalentes não são proporcionais, como nos juros simples.

Para verificar esta informação vamos propor a atividade 3.3.

Atividade Proposta 3.3. Calcular a taxa de juros semestral equivalente a taxa de 15,6% ao mês.

$$I_{equivalente} = [(1 + i)^n] - 1$$

$$I_{equivalente} = [(1 + 0,156)^6] - 1 = 2,386 - 1 = 1,386$$

$$(1,386 \times 100) \% = 138,6\%$$

Portanto a taxa equivalente semestral é de 138,6%.

Observamos que os juros acumulados no semestre não correspondem à metade do juro acumulado em um ano. Portanto em juros compostos taxas de juros equivalentes não são proporcionais.

Se fizermos $15,6\% \times 12$ obtemos 187,2% ao ano, que corresponde a taxa proporcional anual.

A taxa mensal de 15,6% a.m. é equivalente à taxa anual de 469,5% a.a., isto porque produzem um montante igual, quando aplicadas a um mesmo capital, em um período de tempo de mesma duração.

Para verificarmos a equivalência vamos calcular M_1 e M_2 , referentes ao montante obtido a partir das taxas mensal e anual, respectivamente, para um capital de R\$ 1000,00 pelo período de um ano:

$$M_1 = 1000 \times (1 + 0,156)^{12} \Rightarrow M_1 = 1000 \times 5,695 \Rightarrow M_1 = 5695$$

$$M_2 = 1000 \times (1 + 4,695)^1 \Rightarrow M_2 = 1000 \times 5,695 \Rightarrow M_1 = 5695$$

Como já vimos:

Taxas equivalentes são aquelas que referidas a períodos de tempo diferentes, mas que quando aplicadas a um mesmo capital, pelo mesmo prazo, geram o mesmo montante.

Atividade Proposta 3.4. Dada a taxa de 138,6% ao semestre, determinar a taxa equivalente mensal.

Temos agora uma taxa em uma unidade maior e queremos a equivalente em uma unidade menor.

Queremos saber qual a taxa mensal que acumulada em seis meses acumula 136,8% ao semestre.

Temos:

$$I_{equivalente} = [(1 + i)^n] - 1$$

$$[(1 + i)^6] - 1 = 1,368$$

$$[(1 + i)^6] = 1,368 + 1$$

$$(1 + i)^6 = 2,368$$

$$1 + i = \sqrt[6]{2,368}$$

$$1 + i = 1,1545$$

$$i = 1,1545 - 1 = 0,1545$$

Ou seja, 15,45% ao mês.

Devemos comentar com os alunos que há uma pequena diferença em relação a taxa de 15,6%, devido ao fato de não estarmos trabalhando com todas as casas decimais.

3.3.2 Taxas nominais e taxas efetivas

Taxa nominal é aquela que está definida em período de tempo diferente do período de capitalização. Exemplos:

- a) Uma taxa de 12% ao ano com capitalização mensal.
- b) 3% ao trimestre com capitalização semestral.
- c) 12% ao semestre com capitalização bimestral.

Vamos considerar a seguinte situação: você vai a um banco investir R\$ 1000,00 em uma aplicação financeira que rende juros de 187,2% ao ano com capitalização mensal.

Portanto, você terá uma aplicação no regime de capitalização composta, sendo que os serão juros formados mensalmente.

A taxa de 187,2% ao ano é a uma taxa nominal, uma vez que os juros serão calculados mensalmente, a taxa acumulada no final do período será maior.

Fazendo $187,2\% \div 12$ obtemos 15,6% que é a taxa mensal proporcional.

A taxa de 15,6% ao mês além de ser proporcional a 187,2% ao ano, é a taxa efetiva mensal. Uma vez que os juros serão formados mensalmente.

$$I_{efetiva} = [(1 + i)^n] - 1$$

Fazendo os cálculos

$$I_{efetiva} = [(1 + 0,156)^{12}] - 1 = 5,695 - 1 = 4,695$$

$$(4,695 \times 100) \% = 469,5\%$$

Portanto a taxa efetiva anual é de 469,5%.

A taxa efetiva anual é calculada da mesma forma que a taxa equivalente anual. É comum em alguns problemas de matemática financeira, falarmos em taxa efetiva equivalente, ou seja, os juros que efetivamente serão pagos no final do período, equivalentes a uma dada taxa efetiva.

Segundo o dicionário efetiva significa real, verdadeira, que produz efeito. Para calcularmos os juros compostos utilizamos a taxa efetiva, a taxa nominal não é utilizada para estes fins.

A taxa efetiva mensal de 15,6%a.m. é equivalente à taxa efetiva anual de 469,5% a.a., isto porque produzem um montante igual, quando aplicadas a um mesmo capital, em um período de tempo de mesma duração.

3.3.3 Taxa real e taxa nominal

Taxa de juros nominal ou aparente

A taxa de juros nominais é aquela divulgada pelas instituições financeiras quando você faz um investimento ou assume uma dívida sem considerar os efeitos da inflação.

Taxa de juros real

A taxa de juros reais são os juros nominais já com a inflação descontada.

Ao fazermos um investimento devemos verificar se os mesmos oferecem ganhos reais, ou seja, ganhos acima da inflação. Por isto, é importante aprender a descobrir a rentabilidade real ou a taxa de juros reais dos seus investimentos.

Exemplo 3.7. *Uma instituição financeira divulgou que a rentabilidade de um determinado investimento foi de 19,9% de juros no ano. Este são os juros nominais. A inflação no mesmo período foi de 9%. Vamos calcular os juros reais, que são os juros recebidos acima da inflação.*

Como a taxa de inflação corrige a taxa de juros real e a taxa de inflação é 9%, o fator

de correção correspondente é 109%. Para a taxa de juros de 19,9% o fator de correção é 119,9%.

Temos que:

$$109\% \times F = 119,9\%$$

$$F = \frac{119,9}{109} = 1,1$$

$$(1,1 \times 100)\% - 100\% = 10\%$$

Logo, a taxa de juros real do investimento é de 10%.

Entendo que o juro total ou nominal é formado pela acumulação dos juros referentes às taxas real e de inflação, como já havíamos trabalhado questões similares apenas aplicando o fator de correção, o que pode ser feito de maneira prática, não vemos a necessidade de uma fórmula específica para este cálculo. Mas, é comum ser apresentada a seguinte fórmula para resolver problemas desse tipo. Representando por:

- i =taxa nominal ou aparente
- I = taxa de inflação
- r =taxa real

$$(1 + i) = (1 + r) \times (1 + I)$$

3.4 DESCONTO COMPOSTO

Em algumas situações do nosso dia-a-dia são oferecidos descontos para pagamento à vista e em outras opções de pagamento. Para tomarmos uma decisão mais consciente precisamos saber calcular a taxa de juros implícita nesses financiamentos.

Pensando na faixa etária dos nossos alunos do Ensino Médio, podemos imaginar que eles não tem carro, mas bem provável que algum familiar possua um. De qualquer forma, já devem ter ouvido falar no IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores).

Todo início de ano proprietários de veículos de todo Brasil precisam pagar esse imposto. Existem regras para pagamentos com opções de desconto, o tamanho do desconto depende do Estado onde você recolhe o imposto.

Por exemplo, vejamos as regras no Estado do Pará:

Vencimentos e Pagamento IPVA Pará 2016:

Os vencimentos variam de acordo com os dois últimos números da placa do veículo, podendo ser entre março e dezembro.

Os contribuintes têm as seguintes opções de pagamento:

✓ Motoristas que não tenham sido multados nos dois últimos anos e quitarem em Cota Única recebem 15% de desconto.

✓ Motoristas que não foram multados nos últimos doze meses e efetuarem o pagamento em Cota Única também recebem desconto, mas de 10%.

✓ Motoristas que possuem multas mais recentes (de 12 meses pra cá) também recebem desconto no pagamento à vista do imposto, mas de apenas 5%.

✓ A Cota Única tem vencimento juntamente com a primeira parcela do imposto. Será possível pagar, independente de multas, o imposto parcelado, em três vezes, mas sem desconto. (Fonte: www.detran.pa.gov.br)

Vamos supor que um proprietário de um veículo, no estado do Pará, deve pagar R\$1200,00 de IPVA.

Atividade Proposta 3.5. Calcular a taxa de juros implícita para o pagamento do IPVA, do motorista acima citado, considerando que não tenha sido multado nos dois últimos anos.

Solução

Calculando: $\frac{15}{100} \times 1200 = 180$

Portanto o valor a pagar à vista, será de: $1200 - 180 = 1020$

Parcelando, teríamos três parcelas iguais no valor de R\$ 400,00.

Na capitalização composta quando queremos calcular um valor numa data futura, basta multiplicarmos o valor a ser corrigido pelo fator de acumulação de capital, ou seja, por $(1 + i)^n$.

Assim, obtemos:

$$M = C \times (1 + i)^n$$

Agora, se o objetivo é determinar o valor atual de uma parcela ou de uma dívida em uma data anterior ao seu vencimento, devemos dividir o valor da parcela pelo fator $(1 + i)^n$. Este

processo chamamos de descapitalização. A descapitalização corresponde a operação inversa da capitalização, sabemos o valor do montante e queremos saber o valor atual.

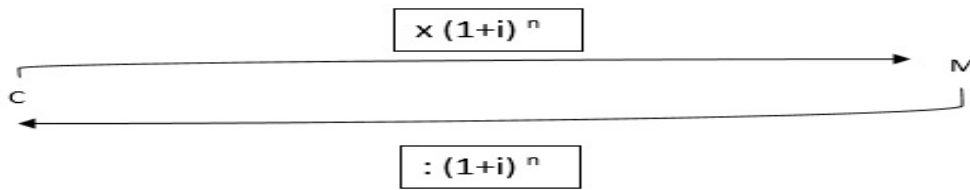


Figura 3.2: Capitalização e descapitalização
Fonte: a autora

Se soubéssemos o valor da taxa de juros do financiamento e quiséssemos calcular o valor da primeira parcela na data de hoje, sem os juros, faríamos o seguinte cálculo.

Vamos representar o valor atual da primeira por VA_1 , nesse caso:

$$VA_1 = \frac{400}{1+i}$$

Vamos representar o valor atual da segunda por VA_2 , de forma análoga, para a segunda parcela:

$$VA_2 = \frac{400}{(1+i)^2}$$

Entendemos que, como as duas opções pagam a dívida e estamos considerando a capitalização composta, então seus valores devem ser equivalentes em qualquer data. Tomemos a data zero, ou seja o valor da dívida na data do pagamento à vista.

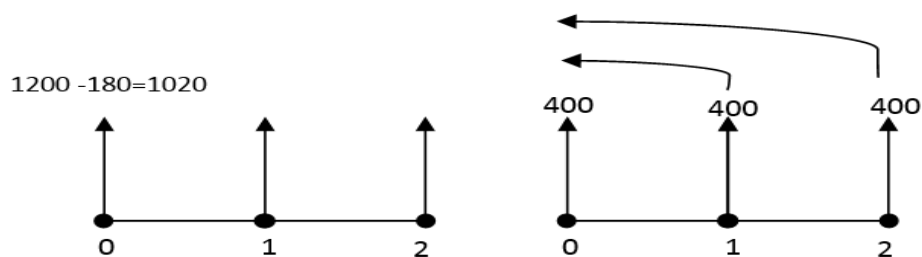


Figura 3.3: Eixo de setas com as opções de pagamento

Observando a Figura 3.3, fica mais fácil entender o que devemos fazer para igualar as duas propostas de pagamento.

Como a Cota Única tem vencimento juntamente com a primeira parcela do imposto, temos:

$$1020 = 400 + \frac{400}{1+i} + \frac{400}{(1+i)^2}$$

$$1020 - 400 = \frac{400}{1+i} + \frac{400}{(1+i)^2}$$

$$620 = 400 \times \left[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} \right]$$

Representando $(1+i)$ por x , temos:

$$\frac{620}{400} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$1,55 = \frac{x+1}{x^2}$$

$$1,55x^2 = x + 1$$

$$1,55x^2 - x - 1 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, obtemos:

$x = 1,188$, a outra raiz encontrada não satisfaz o contexto da questão.

Assim:

$$1+i = 1,188 \Rightarrow i = 1,188 - 1 \Rightarrow i = 18,8\%$$

Dizemos que 18,8% é a taxa implícita ou efetiva do financiamento.

Conhecendo a taxa implícita, o proprietário do veículo deve considerar a sua situação pessoal:

Em algumas situações como essa, precisamos saber efetuar cálculos financeiros para que possamos fazer a escolha mais vantajosa.

Se ele tem aplicações que rendem mais do que a taxa implícita, ele deve deixar o dinheiro rendendo, e pagar o IPVA parceladamente. Ao contrário, se as suas aplicações rendem menos, ele deve sacar e pagar o IPVA à vista.

De outra forma, se ele vai tomar dinheiro emprestado, e a taxa do empréstimo for menor do que a taxa implícita, ele deve pagar à vista. Caso contrário, deve pagar parceladamente.

Atividade Proposta 3.6. Calcular a taxa de juros implícita para as demais opções de pagamento do IPVA.

Para os motoristas que não foram multados nos últimos doze meses e efetuarem o pagamento em Cota Única também recebem desconto, mas de 10%.

Como a taxa de juros independe do valor do imposto a ser pago. Para calcularmos o valor da taxa implícita de juros para essa categoria, vamos supor que um certo proprietário de veículo pertencente a essa categoria deve pagar R\$ 900,00 de IPVA.

Calculando: $\frac{10}{100} \times 900 = 90$

Portanto o valor a pagar à vista, será de: $900 - 90 = 810$

Parcelando, teríamos três parcelas iguais no valor de R\$ 300,00.

Como estamos considerando a capitalização composta podemos fazer a equivalência desses valores em qualquer data. Para mostrar aos alunos as várias possibilidades de estratégias que podemos fazer nestas situações vamos escolher a data da última parcela para igualar as duas opções de pagamento.

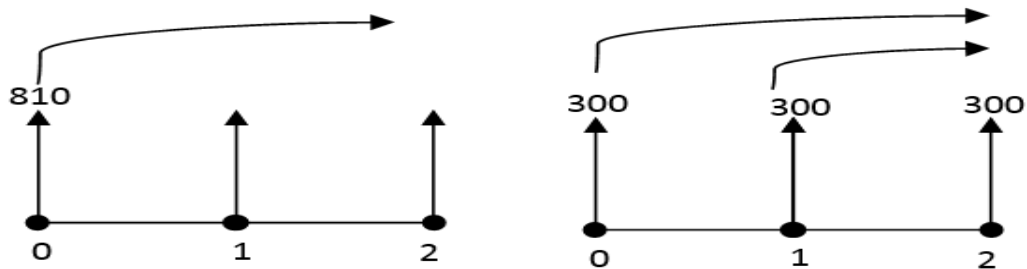


Figura 3.4: Eixo de setas com as opções de pagamento

Observando a Figura 3.4, entendemos que precisamos capitalizar o valor à vista por dois períodos:

Seja M_1 o montante referente ao valor à vista após dois meses e M_2 a soma dos montantes referente às três parcelas.

$$M_1 = C \times (1 + i)^n$$

$$M_1 = 810 \times (1 + i)^2$$

$$M_2 = 300 \times (1 + i)^2 + 300 \times (1 + i) + 300$$

Como $M_1 = M_2$ (Já que pagam a mesma dívida, devem ter valores iguais em qualquer data)

$$810 \times (1 + i)^2 = 300 \times (1 + i)^2 + 300 \times (1 + i) + 300$$

Representando $(1 + i)$ por x , temos:

$$810x^2 = 300x^2 + 300x + 300$$

$$810x^2 - 300x^2 - 300x - 300 = 0$$

$$510x^2 - 300x - 300 = 0$$

Que é equivalente a:

$$1,7x^2 - x - 1 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, obtemos:

$x \cong 1,116$, a outra raiz encontrada não satisfaz o contexto da questão, pois a mesma é negativa.

Assim:

$$1 + i \cong 1,116 \Rightarrow i = 1,116 - 1 \Rightarrow i = 11,6\%$$

Dizemos que 11,6% é a taxa implícita ou efetiva do financiamento.

É importante o aluno perceber que não há uma única saída e que devemos antes de começarmos os cálculos, pensar na melhor estratégia.

Devemos observar que para financiamentos com um número de parcelas maior, os cálculos não seriam nada fáceis.

Para facilitar os cálculos foram desenvolvidas algumas fórmulas para trabalhar com financiamentos. É o que veremos a seguir.

3.5 SEQUÊNCIA UNIFORME DE PAGAMENTOS

3.5.1 Valor atual de uma sequência uniforme de pagamentos

Considerando o que vimos anteriormente, imagine que uma pessoa queira pagar uma dívida no valor de VA (Valor Atual) reais, em n parcelas fixas no valor de P reais, sendo a primeira paga um mês após a compra e que a taxa de juros compostos cobrada no financiamento seja i por período de tempo.

Nesse caso como posso pagar à vista com VA reais ou em n parcelas de P reais, estas duas opções devem ser equivalentes em qualquer data. Vamos considerar a data inicial do financiamento.

Obtemos assim a seguinte igualdade:

$$\begin{aligned} VA &= \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n} \\ VA &= P \times \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \\ VA &= P \times \left[\frac{(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-3} + \dots + 1}{(1+i)^n} \right] \end{aligned} \quad (3.1)$$

Observemos que a sequência $1, \dots, (1+i)^{n-3}, (1+i)^{n-2}, (1+i)^{n-1}$ é uma progressão geométrica de razão igual a $(1+i)$.

Substituindo esses valores na fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica finita, obtemos:

$$\begin{aligned}
 S_n &= a_1 \times \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \\
 S_n &= 1 \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} \right] \\
 S_n &= \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \tag{3.2}
 \end{aligned}$$

Substituindo (3.2) em (3.1)

$$\begin{aligned}
 VA &= P \times \left[\frac{\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)}{(1+i)^n} \right] \\
 VA &= P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \right]
 \end{aligned}$$

O fator $\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \right]$ é chamado fator de valor atual de uma série de pagamentos, podendo também ser escrito da seguinte forma:

$$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \right] \times \frac{(1+i)^{-n}}{(1+i)^{-n}} = \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Portanto:

$$VA = P \times \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Antes da implementação do Plano Real, em julho de 1994, assumir dívidas era um risco enorme, devido aos aumentos abusivos provocados pela hiperinflação no orçamento doméstico. Mesmo os que tinham renda suficiente para ingressar no Sistema Financeiro de Habitação não queriam assumir o risco. Os juros eram absurdos e os bancos, recusavam a maioria dos candidatos à compra de imóveis. Nos dias atuais apesar da inflação estar fora das metas estabelecidas pelo governo, a oferta de financiamentos de imóveis ainda é grande. São inúmeros os anúncios envolvendo venda de imóveis, portanto podemos utilizá-los para exemplificar problemas de financiamentos a longo prazo.

Atividade Proposta 3.7. Considere os dados do financiamento de um imóvel já construído.

Valor do imóvel: R\$ 300 mil

Valor da entrada: 10% (R\$ 30 mil à vista)

Tempo de financiamento: 30 anos (360 meses)

Taxa: 0,68% ao mês.

A partir das informações, calcule:

1. A taxa de juros efetiva anual.
2. O valor da prestação mensal.
3. O valor total pago.

Soluções

$$1) I_{efetiva} = [(1 + i)^n] - 1$$

$$I_{efetiva} = [(1 + 0,0068)^{12}] - 1$$

$$I_{efetiva} = 1,0847 - 1 = 0,0847$$

$$(0,0847 \times 100) \% = 8,47\% \text{ ao ano}$$

$$2) VA = P \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$
$$300000 - 30000 = P \times \left[\frac{1 - (1 + 0,0068)^{-360}}{0,0068} \right]$$
$$270000 \times 0,0068 = P \times (1 - 0,08718)$$

$$1,836 = P \times 0,9128$$

$$P = \frac{1,836}{0,9128}$$

$$P = 2011,40$$

3) Valor Total pago

$$\text{Parcelas: } 360 \times R\$2.011,40 = 724.104$$

Entrada: 30000

Valor total pago : R\$754.104,00

3.5.2 Valor montante de uma sequência uniforme de pagamentos

Em algumas situações temos a necessidade de verificar o valor atual de um conjunto de pagamentos e em outras o objetivo é calcular o valor montante de uma série de pagamentos uniformes.

Exemplo 3.8. *Considere que uma pessoa faça mensalmente uma aplicação de R\$ 100,00 no final de cada mês, por um período de um ano e que a taxa de juros seja de 6% ao ano com capitalização mensal. Quanto ela terá no final de 5 meses?*

A ideia é que o aluno faça os cálculos inicialmente usando o fator de acumulação de capital.

A taxa de 6% ao ano é uma taxa nominal e os juros serão capitalizados mensalmente, portanto temos uma taxa efetiva de 0,5% ao mês.

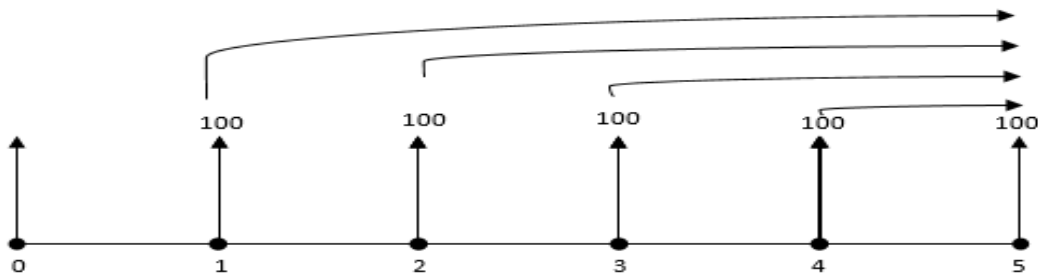


Figura 3.5: Eixo de setas com o valor das parcelas

A partir da Figura 3.5, fica mais claro quais são os cálculos que devemos realizar.

$$M = 100 + 100 \times (1 + 0,005) + 100 \times (1 + 0,005)^2 + 100 \times (1 + 0,005)^3 + 100 \times (1 + 0,005)^4$$

$$M = 100 + 100 \times (1,005) + 100 \times (1,010025) + 100 \times (1,01507) + 100 \times (1,02015)$$

$$M = 100 + 100,5 + 101 + 101,5 + 102,01 = 505,01$$

Devemos comentar com os alunos que para períodos curtos não há necessidade de fórmulas, porém pra períodos muito longos o cálculo ficaria demasiadamente demorado e cansativo. Para obtermos a fórmula para determinar o valor montante de uma série de pagamentos, na data do último pagamento, vamos considerar a seguinte situação.

Imagine que uma pessoa contratou pagar uma dívida no valor de VA reais, em n parcelas fixas no valor de P reais, sendo a primeira paga um mês após a compra e que a taxa de

juros compostos cobrada no financiamento seja i por período de tempo. E por falta de planejamento, essa pessoa não teve condições de pagar essas parcelas. Qual será o montante total da dívida na data do último pagamento.

$$\begin{aligned}
 M &= P + P \times (1 + i) + P \times (1 + i)^2 + P \times (1 + i)^3 + \dots + P \times (1 + i)^{n-1} \\
 M &= P \times [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{n-1}] \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Observemos que a sequência $1, 1 + i, (1 + i)^2, (1 + i)^3, \dots, (1 + i)^{n-1}$ é uma progressão geométrica de razão igual a $(1 + i)$.

Substituindo esses valores na fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica finita, obtemos:

$$\begin{aligned}
 S_n &= a_1 \times \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \\
 S_n &= 1 \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{1 + i - 1} \right] \\
 S_n &= \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Substituindo (3.4) em (3.3)

$$M = P \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

O fator $\left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$ é chamado fator de acumulação de capital de uma série de pagamentos.

Podemos obter a fórmula para calcular o valor montante de uma série de pagamentos, ao pensarmos em uma outra estratégia para solucionar o exemplo anterior.

Como nenhum dos pagamentos foi efetuado, bastaria calcularmos o valor montante considerando o valor atual da série: VA.

$$M = VA \times (1 + i)^n \quad (3.5)$$

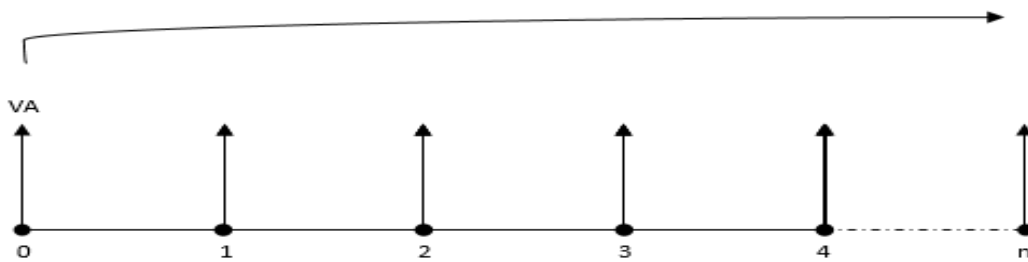


Figura 3.6: Eixo de setas com o valor atual das parcelas

Mas, VA representa o valor atual da série, ou seja,

$$VA = P \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \quad (3.6)$$

Substituindo (3.6) em (3.5)

$$M = P \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \times (1 + i)^n$$

$$M = P \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Resolvendo o exemplo 3.8, com a utilização da fórmula, obteremos:

$$M = 100 \times \left[\frac{(1 + 0,005)^5 - 1}{0,005} \right]$$

$$M = 100 \times \left[\frac{1,0252 - 1}{0,005} \right]$$

$$M = 100 \times \left[\frac{0,0252}{0,005} \right]$$

$$M = 505,02$$

Quando os prazos são muito longos a utilização das fórmulas se fazem necessárias. Mas, como os conteúdos foram abordados a partir de raciocínios e estratégias para resolver as questões, utilizando outros conteúdos que também são aplicados no Ensino Médio, acreditamos que os alunos dependendo das ferramentas oferecidas para resolverem os problemas, saibam escolher qual a melhor abordagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Propostas de Educação Financeira começam a surgir em alguns setores, com diferentes olhares e perspectivas. O Ministério da Educação já tem um projeto para incluir a educação financeira em algumas escolas.

Entendemos que a matemática financeira deve ser um assunto abordado ao longo do Ensino Médio, não somente através de conteúdos básicos como: porcentagem, juros simples e juros compostos. E não estamos falando apenas em ensinar aos alunos a lidar com o dinheiro, mas de uma forma mais ampla, para que possam entender melhor as situações que ocorrem no seu dia-a-dia e que podem ser melhor analisadas através desses conhecimentos.

Um aluno do Ensino médio, deve entender de inflação, taxas de juros, saber escolher qual a melhor opção de pagamento, ou simplesmente saber ler notícias que tratam de fatos importantes, como: o aumento na conta de energia, o reajuste percentual do salário mínimo, entre outras. Caso contrário, que tipo de cidadãos estamos formando em nossas escolas? Acreditamos que a educação pode mudar o mundo e a matemática tem um papel importante nessa transformação.

Outro ponto importante é percebermos que mesmo que nem todos os temas abordados neste trabalho, estejam de forma explícita no currículo do Ensino Médio, podemos trabalhar esses assuntos como exemplos de aplicação de outros conteúdos que fazem parte desse currículo, como: porcentagem, equações do segundo grau, progressões, etc. Podendo através desses exemplos dar um significado para esses conteúdos, pois estarão envolvidos com fatos reais. Portanto, só depende de nós professores quisermos desenvolver esses temas em sala de aula com nossos alunos.

Ao desenvolvermos este trabalho, observamos que a construção dos conceitos a partir de situações reais, torna o ensino da matemática de um modo geral, mais simples e dá um

significado para o que está sendo estudado. O conhecimento será construído a partir de uma necessidade de tentarmos entender as situações envolvidas nos problemas. Há uma variedade de temas que podem ser discutidos, quando desenvolvemos os assuntos tendo como exemplos notícias do mundo atual.

O professor deve fazer seu planejamento de acordo com os objetivos que deseja alcançar. Se a aula é de porcentagem, precisa ter notícias e fatos interessantes relacionados ao tema, mostrando sua importância na vida do aluno, de modo a despertar no mesmo a vontade de querer compreender tais informações.

A história da Matemática conta que a Matemática foi desenvolvida a partir das mudanças ocorridas no ser humano e na sociedade, portanto o conteúdo escolar deve ser atualizado de acordo com as necessidades que aparecem na sociedade. Atualmente vivemos em um mundo globalizado, onde o consumidor é vítima de um poderoso mercado de marketing, e não faz a menor ideia das armadilhas financeiras por trás de algumas ofertas, onde as informações sobre os produtos estão mascaradas por rótulos maravilhosos que nos fazem esquecer qual a melhor proposta, pensando matematicamente.

Diante das constantes mudanças econômicas ocorridas na sociedade, acreditamos que a Matemática Financeira não pode ficar de fora do currículo do Ensino Médio. A escola é um lugar de formação, precisamos nos atualizar, acompanhar essas mudanças, para tanto é necessário rever nossos currículos e nossas práticas de ensino.

Os PCN nos orientam a formar cidadãos conscientes, críticos e que saibam tomar suas decisões. Porém, apenas a mudança no currículo ou simplesmente o ensino do conteúdo de Matemática Financeira, não irão desenvolver as competências que queremos alcançar. É necessário que haja uma contextualização dos temas para que os alunos possam relacioná-los com as situações reais. E posteriormente as utilize de fato. Entendemos que assim iremos despertar o interesse dos alunos pela matemática e dessa forma fazer com que o aluno perceba a importância do conhecimento matemático na sua vida.

Este trabalho não esgota todas as abordagens que podem ser feitas no campo da Matemática Financeira, mas mostra a sua importância no cotidiano das pessoas de um modo geral e em particular do aluno do Ensino Médio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANDRADE, C. C. de. **Juventude e trabalho: alguns aspectos do cenário brasileiro contemporâneo**, 2008.
- [2] BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação**. volume 2, Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, 2013.
- [3] BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio Ministério da Educação**. volume 2, Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, 2006.
- [4] BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.
- [5] CRESPO, A. A. **Matemática Financeira Fácil**. 14a ed. São Paulo: Saraiva, 2009.
- [6] DANTE, L. R. **Projeto Têlaris-Matemática-7º ano**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2013
- [7] DANTE, L. R. **Matemática, volume único: livro do professor**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2005
- [8] DETRAN. **IPVA 2016**. Disponível em: < <http://www.ipva2016detran.org/ipva-para-2016-detran>>. Acesso em 16 jan. 2016
- [9] ECONOMIA. **Inflação**. Disponível em: < <http://g1.globo.com/economia/inflacao-o-que-e/platb>>. Acesso em 19 jan. 2016.
- [10] INFLAÇÃO. **IPCA 2016**. Disponível em: < <http://br.advfn.com/indicadores/ipca/2015>>. Acesso em 18 jan. 2016.

- [11] JUNIOR, H. R.; SCHIMIGUEL, J. **Matemática Financeira e os Parâmetros Curriculares Nacionais**. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.
- [12] KUENZER, A. Z. (org.). **Ensino Médio: Construindo uma proposta para os que vivem do trabalho**. 4 . ed., São Paulo: Cortez, 2005.
- [13] LIMA, C. B.; SÁ, I. P. **Matemática financeira no ensino fundamental**. Revista Eletrônica TECCEN, v. 3, n. 1, p. 34-43, 2010.
- [14] MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. **Progressões e Matemática Financeira**. Coleção do Professor de Matemática, Rio de Janeiro: SBM, 2005.
- [15] OLIVEIRA, K. P. da S. **Médio, Segunda Série Médio**. Unidade Universitária de Jussara Licenciatura Plena em Matemática.
- [16] EDUCAÇÃO FINANCEIRA. **Programa de Educação Financeira nas Escolas**, 2016. Disponível em:< <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br>>. Acesso em 05/01/2016.
- [17] SMOLE, K. C. S.; CENTURIÓN, M. **A matemática de jornais e revistas**. RPM nº 20, 1º quadrimestre de 1992.
- [18] SOUZA, J. C. S. de; SOUZA, E. A. de. **A importância da escola na formação do cidadão: Algumas Reflexões para o Educador Matemático**. P@rtes:revista virtual, publicado em 06/08/2009. Disponível em <<http://www.partes.com.br/educacao/educadormatematico.asp>> Acesso em 18 jan. 2016.