UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SÉRGIO HENRIQUE FURTADO FURTADO

BELÉM 400 ANOS: UMA APLICAÇÃO DAS PRINCIPAIS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO NA CIDADE DAS MANGUEIRAS

BELÉM
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SÉRGIO HENRIQUE FURTADO FURTADO

BELÉM 400 ANOS: UMA APLICAÇÃO DAS PRINCIPAIS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO NA CIDADE DAS MANGUEIRAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional (PROFMAT-IMPA) da Universidade Federal do Pará.

Orientadora: Prof^{a} Dr^{a} Rúbia Gonçalves Nascimento

BELÉM

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Furtado, Sérgio Henrique Furtado, 1981-
Belém 400 anos: uma aplicação das principais relações trigonométricas do triângulo na cidade das mangueiras / Sérgio Henrique Furtado Furtado. - 2016.

Orientadora: Rubia Gonçalves Nascimento.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2016.

1. Trigonometria. 2. Trigonometria-Metodologia-Conhecimentos e aprendizagem. 3. Geometria-Problemas,questões, exercícos. 4. Matemática-Estudo e ensino. 5. Lei dos senos. I. Título.

CDD 22. ed. 516.24

FOLHA DE APROVAÇÃO

SÉRGIO HENRIQUE FURTADO FURTADO

BELÉM 400 ANOS: UMA APLICAÇÃO DAS PRINCIPAIS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO TRIÂNGULO NA CIDADE DAS MANGUEIRAS

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT-IMPA) da Universidade Federal do Pará, avaliado pela seguinte banca examinadora:

Aprovada em: 09 de março de 2016

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rúbia Gonçalves Nascimento
PROFMAT/UFPA

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma
PROFMAT/UFPA

Prof. Dr. Ducival Carvalho Pereira
Universidade Estadual do Pará

Dedico este trabalho a minha família pelo incentivo e alegria pela minha aprovação.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida.

A todos os colegas da turma 2014, em especial a dois explendorosos amigos: MÁRCIO RODRIGO DA ROCHA PINHEIRO e ROGÉRIO SENA, pelo incansável incentivo na arte do aprender.

Aos meus queridos amigos JHONATAN DA SILVA LIMA e IZONETE DE LIMA FERREIRA pelo apoio e pela presença especial que fizeram em minha vida no decorrer de todo o curso.

"Os números são as regras dos seres e a Matemática é o Regulamento do Mundo"

(F. Gomes Teixeira)

Resumo

O objetivo deste trabalho é homenagear os 400 anos de Belém e, com isso, elaborar questões sobre trigonometria no contexto urbano. A metodologia utilizada será a partir de resolução de problemas, uma ferramenta bastante defendida por estudiosos que acreditarem que com ela é possível obter resultados significativos no processo de ensino e aprendizagem. Será realizado um breve histórico sobre a fundação dessa cidade e, assim, resgatar uma parte da memória e sua evolução até hoje, com o título de "Metrópole da Amazônia". Dessa forma, construímos algumas aplicações nos pontos turísticos de Belém com o direcionamento necessário para a assimilação do conteúdo em questão.

Palavras-chave: Trigonometria. Razões Trigonométricas. Aplicação. Lei dos Senos.

Abstract

The aim of this paper is to honor the 400th anniversary of Belém and with it, prepare questions about trigonometry in the urban context. The methodology will be through problem solving that is a tool rather advocated by teachers who believe that is possible to achieve significant results in the process of teaching and learning. There will be a brief history of the foundation of this city and thus redeem a portion of memory and its evolution to date with the title of "Metropolis of Amazon". Thus, we build some applications in the sights of Belém with the guidance necessary for the assimilation of the content in question.

Keywords: Trigonometry. Trigonometric ratios. Application and Sines rule.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

A Matemática pode nos proporcionar situações nas quais podemos descobrir o verdadeiro valor de sua essência. É de suma importância que tratemos essa ciência como ponto motivador nas aulas, pois, com ela, é possível resolver problemas interessantes, fato que a deixa mais prazerosa e traz maior proximidade com quem está diante dessa situação.

A resolução de problemas é uma tendência no ensino da Matemática que vem, cada vez mais, tomando forças nas escolas deste país. Trata-se de uma metodologia que visa ao aprendizado do aluno a partir de uma perspectiva de que ele mesmo constrói seu conhecimento com estratégias e competências acerca do objeto a ser estudado.

Segundo Lupinacci, no seu livro ***Resolução de problemas no ensino da matemática*** [8], "a Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido com desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos". Desta forma, é necessário realizar um elo concreto nesse processo de ensino aprendizagem no que visa a absorção do conhecimento.

Além disso, os ***Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática*** [3] cita que resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para um aprendizado eficaz. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar o leque de conteúdos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Na intenção de concretizar esse processo de aprendizagem, Polya em ***A Arte de resolver Problemas*** [10] elabora uma sequência que propõe uma intervenção segura durante as aulas. Afirma que resolver problemas consiste em quatro passos: compreensão, concepção de um plano, execução do plano e verificação da solução do problema.

Sob essa ótica, faremos aplicações de situações-problemas de trigonometria, envolvendo a cidade de Belém. Um dos principais motivos que nos influenciou a elaboração dessa proposta foi a unificação do acesso às universidades públicas, estaduais e federais, pelo Exame Nacional do Ensino

Médio (ENEM). Antes disso, cada instituição de ensino superior tinha a responsabilidade de elaborar o seu processo seletivo de ingresso e sempre eram levantadas questões voltadas para nossa realidade paraense. Com essa unificação, perdemos um pouco a identidade e reconhecimento, inclusive de outras instituições, das questões que eram formuladas.

Foi com intuito de tentar resgatar um pouco essa identidade que resolvemos aplicar conteúdo do 2° ano do Ensino Médio (Trigonometria) na "Cidade das Mangueiras".

O objetivo geral desse trabalho de conclusão de curso é homenagear os 400 anos da cidade de Belém por meio de aplicações de problemas sobre trigonometria. Com esse eixo geral, introduziremos alguns objetivos específicos como: resgatar traços da memória da criação de Belém e sua arquitetura; estimular a elaboração de questões voltadas para realidade dessa cidade; relacionar a matemática do cotidiano a partir de resoluções de problemas e com isso relacionar conceitos como relações trigonométricas no triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente, assim como a Lei dos Senos nas construções ou pontos turísticos da cidade.

No primeiro capítulo, cujo título é "Um breve histórico da fundação de Belém e seus principais pontos turísticos", será feita uma abordagem histórica sobre a fundação de Belém em Janeiro de 1616, pelo comandante Francisco Caldeira Castelo Branco. Em seguida, será mostrado como essa cidade evoluiu durante um século depois de sua fundação com a arquitetura de Antonio Landi, italiano trazido para Belém com o intuito de projetar Igrejas e outras construções que enaltecesse uma cidade com desenvolvimento a todo vapor aos moldes europeus. Consequentemente, serão mostrados alguns pontos turísticos e tradições que fazem de Belém a métropole da Amazônia.

No segundo capítulo, "Relações Trigonométricas no Triângulo", faremos um breve histórico sobre a Trigonometria. Definiremos semelhança de triângulos, triângulos retângulos e demonstraremos, usando semelhança, as principais razões trigonométricas que podem ser trabalhadas nesse tipo de figura geométrica: seno, cosseno e tangente. Abrangendo todos os triângulos, será demonstrada uma relação existente entre os lados e os ângulos opostos que compõem um triângulo qualquer: a Lei dos Senos.

O terceiro e último capítulo, entitulado "Aplicações na Cidade das Mangueiras", trará as aplicações resolvidas sobre o conteúdo definido no capítulo anterior. Nesta parte, utilizaremos a "Cidade das Mangueiras"como inspiração na criação de situações problemas.

Nas considerações finais, haverá uma reflexão sobre os resultados que poderão ser obtidos com esse trabalho. Além disso, teceremos comentários acerca de todo o processo de elaboração das questões, como coleta de dados e validação dos resultados.

Capítulo 1

Um breve histórico da fundação de Belém e seus principais pontos turísticos

Belém do Pará é uma cidade histórica e em seus 400 anos já passou por muitas descobertas, conquistas, lutas e transformações. Neste capítulo, será tecido um breve comentário sobre sua criação, seus principais fundadores e personagens que contribuíram para seu desenvolvimento social e cultural, além de seus principais pontos turísticos e, evidentemente, o Círio de Nazaré. Ao longo desses 400 anos houve, em Belém, diversos cenários que foram cruciais para a consolidação de vários títulos como Metrópole da Amazônia, Cidade Morena e Cidade das Mangueiras.

1.1 A Fundação de Belém

A capital vizinha São Luis, no Maranhão, é um marco para a história de Belém, pois foi planejado a partir dela, pelos portugueses, a conquista da terra nova no vale do rio Amazonas com o intuito de garantir proteção contra os invasores europeus.

A preocupação de Portugal começou em 1615 com a possível ameaça dos franceses, que fundaram a cidade de São Luis, em 1612, em ocupar a região que hoje é Belém. Para evitar tal ocupação, foi enviado Francisco Caldeira Castelo Branco para defender o território português e, como consequência, fundar a cidade de Belém.

A embarcação de Castelo Branco saiu do cais do Porto de São Luis, no dia 25 de dezembro de 1615, levando uma tropa de 120 soldados. A tripulação avista a Baia de Guajará quase 20 dias depois de sua saída, enfrentando tempestades e rios estreitos.

Quando Belém foi fundada, a baia era um grande mangue com um terreno elevado, propiciando a construção de uma base que protegesse a entrada da Amazônia, pois era um local de acesso difícil. Tal base construída recebe o nome de Forte do Presépio, por conta do período natalino, que ajudou a defender a terra de outras potências que queriam conquistar aquele território.

Ainda existem prédios que contam parte desta história, conservando a arquitetura da época, principalmente em seus beirais. O processo de povoamento continua crescendo e as grandes obras datam do século XVIII, trazendo a marca do arquiteto Antônio Landi.

1.2 Antonio Landi e sua contribuição na arquitetura de Belém

Giuseppe Antonio Landi, nome original de Antônio Jose Landi, nasceu em Bolonha, na Itália, em 1713. Por ser desenhador, arquiteto, gravador, geógrafo e astrônomo, formando-se em Arquitetura e Perspectiva na Academia Clementina na década de 1730, é convidado a compor a Comissão de Demarcação de Fronteiras entre Portugal e Espanha na América do Sul, assim levantando as características geográficas, físicas e astronômicas da Amazônia.

Como desenhador de História Natural entre 1754 e 1761, seu desempenho é reconhecido pelo governador do Pará, Francisco Xavier de Mendoça Furtado, reunindo as anotações feitas nas mais variadas expedições que realizou pelos rios da Amazônia.

Sendo arquiteto, o artista realiza esculturas, pinturas, projetos e obras das quais se destacam a Igreja de Sant'Anna, o Palácio dos Governadores e a Capela de São João Batista em Belém.

1.2.1 Igreja da Sé

A catedral de invocação de Santa Maria da Graça da cidade de Belém do Grão Pará, hoje conhecida como Catedral Metropolitana de Belém ou Igreja da Sé, está localizada na Praça Frei Caetano Brandão, bairro da Cidade Velha.

Figura 1.1: Igreja da Sé
Fonte: www.boeingonline.com.br
Foto: Argentino.Miglio/www.feriasbrasil.com.br

Reconstruída em 1755 pelo arquiteto Antônio Landi, em estilo barroco-colonial e neoclássico, destacam-se os painéis pintados e ricamente emoldurados nos altares, substituindo as imagens tradicionais.

1.2.2 Palácio dos Governadores

O Palácio dos Governadores, atualmente chamado de Palácio Lauro Sodré, onde está situado o Museu do Estado do Pará (MEP), possui dois pavimentos e aspectos arquitetônicos relativos ao período colonial.

Figura 1.2: Palácio dos Governadores
Fonte: www.farm4.static.flickr.com

O Palácio Lauro Sodré é conhecido por ser um dos trabalhos mais nobres e influentes do arquiteto italiano.

1.2.3 Casa das Onze Janelas

Landi propõe a transformação de uma das casas do senhor de engenho, Domingos da Costa Bacelar em Hospital Real Militar, seguindo os padrões do Palácio dos Governadores, construindo, assim, as onze janelas nas fachadas, as quais deram origem ao nome de a Casa das Onze Janelas, como é conhecida nos dias atuais.

Figura 1.3: Casa das Onze Janelas

Fonte: www.rodtur.blogspot.com.br

Hoje, o local recebe exposições temporárias e mantém um acervo com obras de artistas como Tarsila do Amaral e Alfredo Volpi, atraindo turistas que visitam a cidade.

1.2.4 Capela de São João Batista

A capela de São João Batista foi construída devido à necessidade de se ter um local provisório para o culto e acolhida do Santíssimo Sacramento, no período em que a Igreja da Sé estava em fase de conclusão.

Figura 1.4: Capela São João Batista

Fonte: www.belempara.com.br

Com sua nave octogonal coberta com uma cúpula, é única em Belém. As pinturas do altar principal e das laterais são feitas para que emitam volumes e relevos.

1.2.5 Igreja de Sant'Anna da Campina

A Igreja de Sant'Anna da Campina, localizada no Bairro do Campina, tem imenso valor para a cidade de Belém, pois sendo a segunda igreja a ser construída, a edificação é uma joia do estilo Barroco, além de ser o local onde estão guardados os restos mortais do arquiteto Antônio José Landi.

Figura 1.5: Igreja de Sant'Anna

Fonte: www.g1.globo.com

A igreja começou a ser construída na década de 60 do século XVIII, com o intuito de sediar a paróquia do bairro. Contudo, por conta da complexidade da obra e escassez de recursos financeiros, só foi inaugurada vinte anos mais tarde.

1.3 Principais pontos turísticos de Belém

Belém, capital do Pará, Cidade das Mangueiras, de culinária forte com peixes e temperos, do carimbó, das belas praias de água doce, do Círio de Nazaré, dos casarões centenários das invasões portuguesas e holandesas. Da Igreja da Sé, Palácio dos Governadores, Casa das Onze Janelas, Capela São João Batista e Igreja de Sant'Anna, além de alguns outros pontos turísticos que serão citados abaixo.

1.3.1 Basílica de Nossa Senhora de Nazaré

A Basílica Santuário Nossa Senhora de Nazaré é uma das igrejas mais belas da cidade de Belém do Pará. Tem um estilo neoclássico e sua história se mistura com a maior festa religiosa dos paraenses, o Círio de Nazaré.

Figura 1.6: Basílica de Nossa Senhora de Nazaré

Fonte: www.noelbs.blogspot.com.br

Ela foi erguida em 1852, no mesmo local em que o cabloco Plácido encontrou, às margens do Igarapé Murucutu, a imagem de Nossa Senhora. Sua construção foi inspirada na Igreja de São Paulo de Roma e tornou-se santuário no ano de 2006.

1.3.2 Bosque Rodrigues Alves

O Bosque Rodrigues Alves - o Jardim Botânico da Amazônia - surge no alge do extrativismo da Borracha em meio ao processo de modernização da urbanização da cidade. Bosque Municipal do Marco da Légua, uma referência do limite da cidade, é o primeiro nome dado a esse bosque que trazia como ideário de qualidade de vida a valorização do ar, da luz e da água.

Figura 1.7: Bosque Rodrigues Alves

Fonte: www.noticias.orm.com.br

Após várias reformas, das quais a mais importante delas é creditada a Antônio Lemos, o bosque possui hoje grutas, riachos, cascatas, viveiros e definição espacial.

1.3.3 Complexo Ver-o-peso

O complexo Ver-o-peso, fundado em Março de 1687, funcionou, inicialmente, como intreposto fiscal, criando ali um posto de fiscalização e tributos - Casa do Haver o Peso - lugar em que, com uma balança, um funcionário público mediava as transações comerciais.

Em 1839, com a extinção da repartição, o espaço foi arrendado e destinado à venda de peixe fresco. Desde então, é composto pelo mercado de carne, mercado de peixe, praça de alimentação, solar da beira e feira do açaí.

Figura 1.8: Complexo Ver-o-Peso

Foto: divulgação GecParatur

Ao longo do tempo, visando às necessidades e gostos da Belle Époque, o Ver-o-Peso sofreu várias modificações, como o aterramento da baia do guajará, ampliação do mercado de carne e construção do porto. O conjunto foi tombado pelo Instituto do Patrimônio Histórico Nacional (IPHAN) em 1997.

1.3.4 Espaço São José Liberto

Inaugurado em 11 de outubro de 2002, o Espaço São José Liberto é uma referência de território criativo e turístico de Belém do Pará. O prédio principal data de 1749 e foi erguido para ser o convento de São José. Com a expulsão dos jesuítas do Brasil, o prédio abrigou, ao longo de mais de dois séculos de existência, olaria, quartel, depósito de pólvora, hospital, cadeia pública e presídio.

Figura 1.9: Espaço São José Liberto

Foto: Geraldo Ramos - Igama/Divulgação

O Espaço São José Liberto é um espaço concebido para abrigar setores criativos e categorias culturais, como patrimônio, expressões culturais, artes de espetáculo, criações culturais e funcionais, promovendo geração de trabalho e renda, empreendedorismo criativo, inovação, design e capacitação profissional, tendo a cultura e o turismo como elementos transversais do seu funcionamento.

1.3.5 Estação das Docas

O antigo porto fluvial em Belém, em 2000, se transforma em um dos espaços mais representativos do Pará: A Estação das Docas. Por oferecer gastronomia, moda, lazer e eventos, é um complexo turístico de referências nacionais. Dos 32 mil metros quadrados, 500 metros de extensão são voltados para orla, comportando três armazéns e um terminal para embarque e desembarque de passageiros.

Figura 1.10: Estação das Docas do Pará

Fonte: www.estacaodasdocas.com.br

O armazém 1 foi batizado como Boulevard das Artes; armazém 2, Boulevard da Gastronomia; e o armazém 3, Boulevard de Feiras e Exposições. Além disso, compõe o complexo: o Teatro Maria Sylvia Nunes e o Anfiteatro São Pedro Nolasaco.

1.3.6 Forte do Castelo

Localizado às margens do Rio Guamá, o Forte do Presépio, como também é conhecido, guarda tesouros da história da Amazônia. Fazendo alusão à chegada da expedição de Castelo Branco em 25 de dezembro de 1615, fica localizado no Centro Histórico da capital paraense, sendo um dos espaços mais visitados de Belém.

Figura 1.11: Forte do Castelo

Fonte: www.portalamazonia.com.br

Tombado pelo IPHAN, o Forte faz parte do Complexo Feliz Lusitânia - localizado na região mais antiga de Belém, é composto pelo Forte do Presépio, Praça Dom Frei Caetano Brandão, Casa das Onze Janelas, Igreja de Santo Alexandre (Museu de Arte Sacra) e a Catedral Metropolitana de Belém - projeto de preservação dos espaços históricos de Belém.

1.3.7 Museu de Arte Sacra

O Museu de Arte Sacra é um complexo composto pela Igreja de Santo Alexandre e pelo palácio episcopal. Ambos foram construídos para ter a igreja como centro irradiador. A decoração é caracterizada pela arte barroca, na qual se destacam as peças produzidas pelos jesuítas e pelos índios. A igreja também funciona para espetáculos teatrais e recitais.

Figura 1.12: Museu de Arte Sacra

Fonte: www.carlafalconi.files.wordpress.com

O museu também foi projetado por Antonio Landi e tem um acervo com cerca de 320 peças expostas no primeiro pavimento do palácio episcopal e na igreja.

1.3.8 Parque da Residência

A partir de 1934, o Parque da Residência foi a residência oficial dos governadores do Pará e teve como primeiro morador Magalhães Barata. Também foi lar dos governadores Enéas Martins (1913-1917) e Lauro Sodré (1917-1921).

Figura 1.13: Parque da Residência

Fonte: www.boeingonline.com.br

Por ser também um Anfiteatro, torna-se uma boa opção para quem quer assistir a peças de teatro ou a apresentações musicais ao ar livre, ou ainda, simplesmente, sentar e aproveitar a paisagem. Na Praça do trem, um vagão de trem da antiga estrada de ferro Belém-Bragança, que tantas vezes transportou o governador Magalhães Barata pelo interior do estado, agora permite ao visitante do parque aproveitar o clima de "Belém-província".

1.3.9 Parque Naturalístico Mangal das Garças

O Parque foi criado em 2005 pelo Governo do Estado Pará como consequência da revitalização de uma área de cerca de 40.000 metros quadrados. Às margens do Rio Guamá, a antiga área alagada com extenso aningal transformou-se em um belo ponto turístico de Belém.

Figura 1.14: Mangal das Garças

Foto: João Ramid

Com lagos, aves, vegetação típica, equipamentos de lazer e restaurante, o Mangal das Garças representa um pedaço de toda riqueza amazônica em plena cidade, um verdadeiro oásis para aqueles que valorizam a natureza.

1.3.10 Parque Zoobotânico Emílio Goeldi

Fundado em 1866 e vinculado ao Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação do Brasil, tem suas atividades concentradas no estudo científico dos sistemas naturais e sócio culturais da Amazônia. Realiza pesquisas, promove inovação científica, forma recursos humanos, conserva acervos e comunica conhecimento nas áreas de ciências naturais e humanas relacionadas à Amazônia.

Figura 1.15: Parque Zoobotânico Emílio Goeldi

Fonte: www.g1.globo.com

O Museu Emílio Goeldi, como também é chamado, mantém dois periódicos científicos: o "Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi. Ciências Humanas"e "Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi.Ciências Naturais", ambos criados em 1994.

1.3.11 Praça da República

O Largo da Campina, primeiro nome dado a tão conhecida hoje Praça da República, que também ja foi chamada de Largo da Pólvora, era um imenso terreno descampado localizado entre o bairro da Campina e a estrada que levava a Ermida de Nossa Senhora de Nazaré. Já foi um imenso armazém para depósito de pólvora; porém, a mudança do que hoje representa a Praça da República começou a ser realizado em 1850, quando algumas árvores em forma desordenada foram plantadas.

Figura 1.16: Praça da República

Fonte: www.noticias.orm.com.br

Em 1889, foi idealizada a construção de um monumento em homenagem a República. Porém, foi Antonio Lemos que fez a Praça da República a merecedora da beleza que os paraenses conhecem, modificando completamente a aparência do logradouro, trocando, inclusive, a pavimentação das ruas que limitavam a praça.

1.3.12 Theatro da Paz

Fundado em 15 de fevereiro de 1878, durante o período áureo do Ciclo da Borracha, o Theatro da Paz foi uma construção da época de grandes progressos. Belém foi considerada "A Capital da Borracha"e por esse motivo faltava um teatro de grande porte, capaz de receber espetáculos do gênero lírico. Para isso, o governo da província contrata o engenheiro militar José Tiburcio de Magalhães que dá inicio ao projeto arquitetônico inspirado no Teatro Scalla de Milão (Itália).

Figura 1.17: Theatro da Paz

Fonte: www.theatrodapaz.com.br

Foi a primeira casa de espetáculos construída na Amazônia e tem características grandiosas: 1.100 lugares, acústica perfeita, lustres de cristal, piso em mosaico de madeiras nobres, afrescos nas paredes e teto, dezenas de obras de arte, gradis e outros elementos decorativos revestidos com folhas de ouro.

1.4 A maior procissão católica do Norte: Círio de Nossa Senhora de Nazaré

Às margens do igarapé Murutucú, foi encontrada pelo caboclo Plácido José de Souza uma pequena imagem da Senhora de Nazaré, que teria sido levada por ele para sua choupana, porém, no dia seguinte, a imagem não estaria mais lá e, ao procurá-la, encontrou-a novamente no local em que tinha achado pela primeira vez. Como o ocorrido sucedeu-se várias vezes, construiu uma pequena capela no local.

Para homenagear a Virgem de Nazaré, foi autorizada pelo Vaticano, em 1792, a realização da primeira procissão organizada pelo Presidente da Provincia do Pará, capitão-mor Dom Francisco de Souza Coutinho. O primeiro Círio foi realizado no dia 08 de setembro de 1793, não tendo, nesses primeiros anos, data fixa para a sua ocorrência. A partir de 1901, por determinação do bispo Dom Francisco do Rêgo Maia, a procissão começou a ser realizado sempre no segundo domingo de outubro.

O Círio de Nazaré é realizado há mais de dois séculos no Pará. Uma das maiores e mais belas homenagens católicas do Brasil e do mundo. Reúne cerca de dois milhões de pessoas (romeiros) em uma caminhada de fé. O percurso de 3,6 quilômetros tem início na Catedral de Belém e segue até a Praça Santuário de Nazaré onde, durante 15 dias, a imagem permanece em exposição para os fiéis.

Figura 1.18: Círio de Nossa Senhora de Nazaré

Fonte: www.fatoscuriososdahistoria.com

Por ser uma grande festa católica, o Círio de Belém foi registrado pelo IPHAN, em 2004, como patrimônio cultural de natureza imaterial.

Capítulo 2

Relações Trigonométricas no Triângulo

2.1 Um breve histórico da trigonometria

Nesse capítulo será abordado um breve histórico sobre a Trigonometria. Além disso, definição de semelhança, triângulo retângulo e suas principais razões trigonométricas. Finalmente faremos o enunciado e a demonstração da Lei dos Senos.

A palavra Trigonometria origina-se do grego: Trigonos (Triângulo) e Metrûm (medida). Dessa forma, pode-se entender Trigonometria como medida de triângulos. A aplicabilidade da trigonometria possui registros por babilônios e antigos egípcios, fundamentalmente na agrimensura e na astronomia, pois, utilizando as relações existentes entre as medidas dos lados e dos ângulos, era possível determinar comprimentos inacessíveis como a distância entre dois planetas.

Registros e pesquisas arqueológicas indicam que bem antes da Era Cristã, o céu era cuidadosamente estudado para se entender os movimentos dos objetos celestes visíveis a olho nu. As estimativas de distâncias, tamanhos e posições já eram pensadas a partir dos triângulos, pela prática da triangulação, técnica utilizada para determinar distâncias desde que conhecido um lado e dois ângulos de um triângulo, pois com essas informações é possivel calcular o terceiro ângulo e os outros dois lados.

Se no início, a Trigonometria era bastante utilizada no estudo da agrimensura e astronomia, hoje percebemos a sua utilização em diversas áreas do conhecimento, inclusive na Medicina, onde por exemplo, as ultrassonografias, por meio da emissão e reflexão (eco) de ultrassons, permite fazer investigações no interior do corpo humano.

2.2 Semelhança de triângulos

Dois triângulos são semelhantes quando existe uma correspondência biunívoca entre os vértices de um e do outro triângulo, de tal forma que os ângulos correspondentes sejam iguais e a razão entre os comprimentos de lados correspondentes seja sempre a mesma.

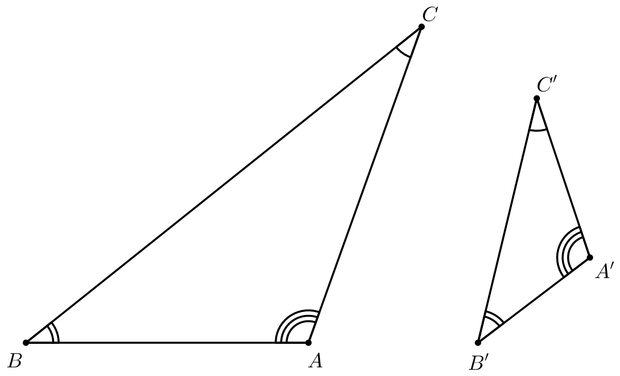

Figura 2.1: Semelhança de Triângulos

Na figura, os triângulos ABC e $A'B'C'$ são semelhantes, cuja correspondência de vértices é

$$A \longleftrightarrow A', B \longleftrightarrow B' e C \longleftrightarrow C'$$

Dessa forma,

$$\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'} e \widehat{C} = \widehat{C'}$$

existindo um $c > 0$ tal que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = c$$

O número real c é denominado razão de semelhança entre os triângulos ABC e $A'B'C'$, nessa ordem.

2.3 Casos de semelhança de triângulos

Há situações nas quais temos triângulos parecidos, não é necessário verificar se todos os ângulos são iguais e todos os lados correspondentes são proporcionais. Basta verificar algumas condições. Essas condições são os casos de semelhança de triângulos.

2.3.1 1° Caso de semelhança: Ângulo - Ângulo (A.A.)

Teorema 2.1. *Dados dois triângulos ABC e DEF, se $\widehat{A} = \widehat{D}$ e $\widehat{C} = \widehat{F}$, então os triângulos são semelhantes.*

Demonstração

Considere os triângulos ABC e DEF abaixo, de tal forma que $\widehat{A} = \widehat{D}$ e $\widehat{C} = \widehat{F}$:

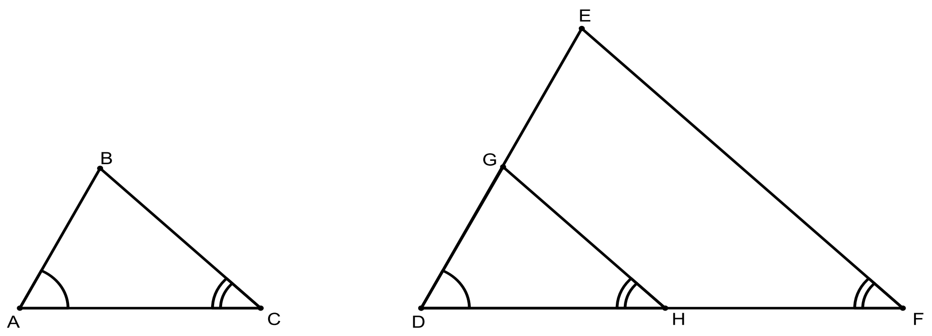

Figura 2.2: Triângulos Semelhantes: caso 1.

Já que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, então pelo fato de $\widehat{A} = \widehat{D}$ e $\widehat{C} = \widehat{F}$, é possível concluir que $\widehat{B} = \widehat{E}$. Basta provar que há uma proporcionalidade nas medidas dos lados. Para isso, marcando H no segmento $\overline{DF}$, de tal forma que $\overline{DH} = \overline{AC}$. Pelo ponto H, foi traçado o segmento $\overline{GH}$, paralelo a EF, tal que $\overline{GH} = \overline{BC}$. Tem-se, assim, o triângulo DGH congruente ao triângulo ABC. A partir daí podemos escrever a proporção:

$$\frac{\overline{DH}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{DE}}$$

Como $DH = AC$ e $DG = AB$ então, temos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$$

Analogamente, temos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$$

2.3.2 2° Caso de semelhança: Lado - Ângulo - Lado (L.A.L.)

Teorema 2.2. *Se, em dois triângulos ABC e DEF tem-se $\widehat{A} = \widehat{D}$ e $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$, então os triângulos são semelhantes.*

Demonstração

Construa o triângulo HIJ que tenha $HI = DF$, $\widehat{H} = \widehat{A}$ e $\widehat{I} = \widehat{C}$.

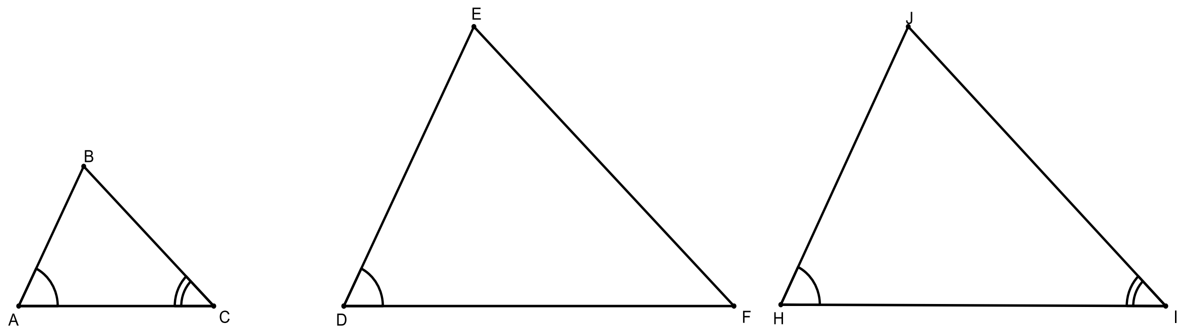

Figura 2.3: Triângulos Semelhantes: caso 2.

Segundo o teorema 2.1, os triângulos ABC e HIJ são semelhantes, logo:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{HJ}}$$

Como $HI = DF$, e por hipótese $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$ e pela igualdade acima então:

$$HJ = DE$$

Como, por construção $HI = DF$ e $\widehat{H} = \widehat{A} = \widehat{D}$ e ABC e HIJ são semelhantes, concluímos que ABC e DEF são semlehantes.

2.3.3 3° Caso de semelhança: Lado - Lado - Lado (L.L.L.)

Teorema 2.3. *Se, em dois triângulos ABC e DEF tem-se*

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{ED}}$$

então os triângulos são semlehantes.

Demonstração

Construa um triângulo HIJ que tenha $\widehat{H} = \widehat{A}$, $HI = DF$, $HJ = DE$. Por hipótese temos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{HJ}}$$

Portanto, pelo teorema 2.2, os triângulos ABC e HIJ são semelhantes.

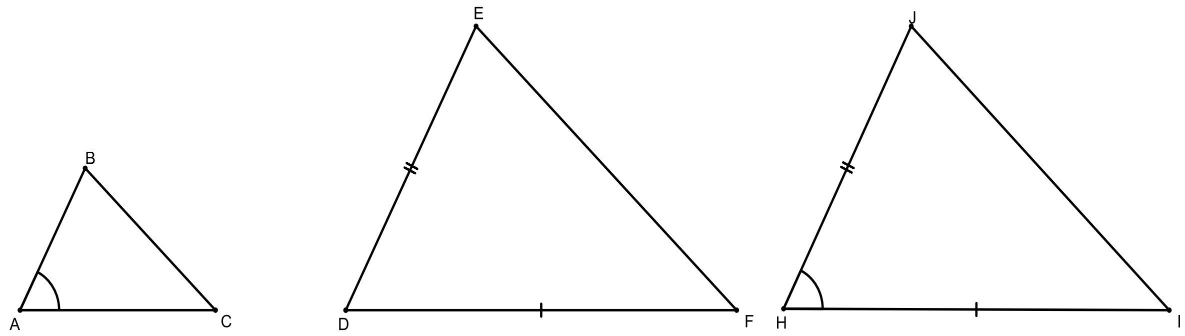

Figura 2.4: Triângulos Semelhantes: caso 3.

Da igualdade acima decorre que:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{IJ}}$$

Segue-se que $IJ = FE$. Como, por construção, $HI = DF$ e $HJ = DE$ então os triângulos HIJ e DEF são congruentes. Como ABC e HIJ são semelhantes, então, por transitividade, ABC e DEF também são semelhantes.

2.4 Triângulo retângulo

Definição 2.4.1 (Triângulo Retângulo). *Um triângulo é dito retângulo quando um dos seus ângulos internos é reto. Os outros dois são obrigatoriamente agudos, pois a soma dos ângulos internos deve ser* $180°$

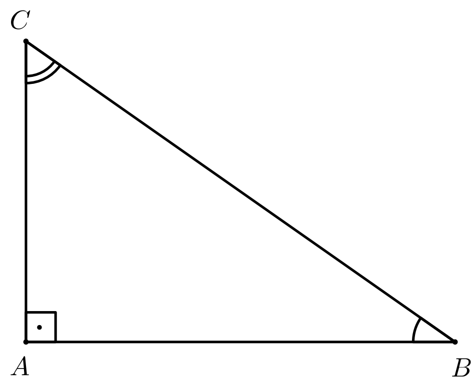

Figura 2.5: Triângulo Retângulo

Na figura acima, o ângulo $\widehat{A}$ é chamado de reto, pois mede $90°$; e os ângulos $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$, são agudos. Os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são chamados de catetos; e o lado $\overline{BC}$, oposto ao ângulo reto, é chamado de hipotenusa.

2.5 As principais relações trigonométricas no triângulo retângulo

Dado um ângulo agudo $\widehat{B}$, marcamos sobre um dos seus lados os pontos $A_1, A_2, A_3, \ldots$ e traçamos por eles, as perpendiculares $\overline{A_1C_1}$, $\overline{A_2C_2}$, $\overline{A_3C_3}, \ldots$, conforme a figura abaixo.

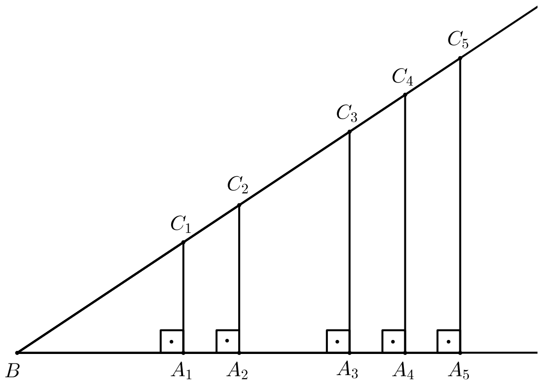

Figura 2.6: Razões Trigonométricas

Os triângulos BA_1C_1, BA_2C_2, BA_3C_3, etc. são todos semelhantes entre si. Então:

1. fixado $\widehat{B}$, o cateto oposto a $\widehat{B}$ e a hipotenusa são diretamente proporcionais.

$$\frac{\overline{A_1C_1}}{\overline{BC_1}} = \frac{\overline{A_2C_2}}{\overline{BC_2}} = \frac{\overline{A_3C_3}}{\overline{BC_3}} = \ldots$$

Definição 2.5.1 (Seno)**.** *Chama-se* seno *de um ângulo agudo a razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.*

2. fixado $\widehat{B}$, o cateto adjacente a $\widehat{B}$ e a hipotenusa são diretamente proporcionais.

$$\frac{\overline{BA_1}}{\overline{BC_1}} = \frac{\overline{BA_2}}{\overline{BC_2}} = \frac{\overline{BA_3}}{\overline{BC_3}} = \ldots$$

Definição 2.5.2 (Cosseno)**.** *Chama-se* cosseno *de um ângulo agudo a razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa.*

3. fixado $\widehat{B}$, os catetos oposto e adjacente a $\widehat{B}$ são diretamente proporcionais.

$$\frac{\overline{A_1C_1}}{\overline{BA_1}} = \frac{\overline{A_2C_2}}{\overline{BA_2}} = \frac{\overline{A_3C_3}}{\overline{BA_3}} = \ldots$$

Definição 2.5.3 (Tangente)**.** *Chama-se* tangente *de um ângulo agudo a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo.*

Das razões construídas acima, verificamos que elas não dependem do tamanho dos triângulos ΔBA_1C_1, ΔBA_2C_2, $\Delta BA_3C_3, \ldots$, mas sim apenas do valor do ângulo $\widehat{B}$.

Considerando assim um triângulo retângulo e fixando um ângulo agudo $\widehat{B}$, temos:

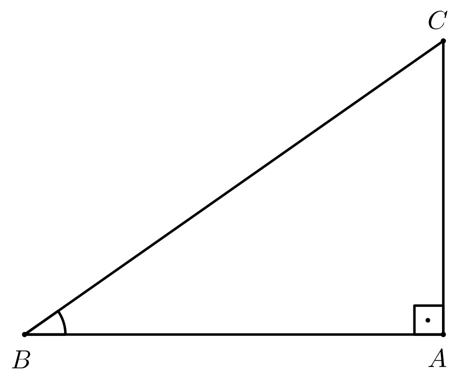

Figura 2.7: Definição das Principais Razões Trigonométricas

$$sen\ \widehat{B} = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$cos\ \widehat{B} = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

$$tg\ \widehat{B} = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

Considerando a razão $\frac{sen\ \widehat{B}}{cos\ \widehat{B}}$, temos:

$$\frac{sen\ \widehat{B}}{cos\ \widehat{B}} = \frac{\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}}{\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \cdot \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = tg\ \widehat{B}$$

Logo:

$$tg\ \widehat{B} = \frac{sen\ \widehat{B}}{cos\ \widehat{B}}$$

2.6 A lei dos senos num triângulo qualquer

Teorema 2.4 (Lei dos Senos)**.** *Seja um triângulo qualquer ABC e a circunferência circunscrita a ele de raio r, isto é, a circunferência que passa pelos vértices A, B e C e cuja distância de qualquer ponto da circunferência ao centro é r. A razão entre cada lado e o seno do ângulo oposto correspondente é constante e igual à medida do diâmetro da circunferência circunscrita.*

Temos então que:

$$\frac{\overline{BC}}{sen\widehat{A}} = \frac{\overline{AC}}{sen\widehat{B}} = \frac{\overline{AB}}{sen\widehat{C}} = 2r$$

Demonstração

Considere um triângulo qualquer ABC inscrito numa circunferência de raio r e centro O. Pelo vértice B, por exemplo, tracemos o diâmetro $\overline{BA'}$. Formemos então o triângulo $A'BC$

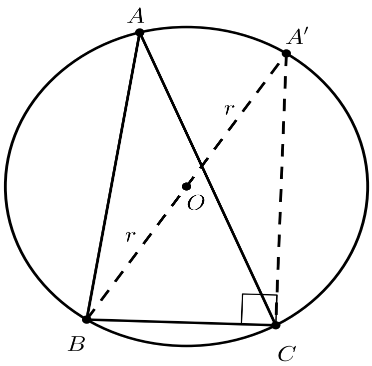

Figura 2.8: Demonstração Lei dos Senos

Como os ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{A'}$ determinam na circunferência a mesma corda $\overline{BC}$, então $\widehat{A} = \widehat{A'}$. O triângulo $A'BC$ por estar inscrito numa semicircunferência e $\overline{A'B}$ ser um diâmetro, então $A'BC$ é um triângulo retângulo em C. Usando o $sen\widehat{A'}$, temos que:

$$sen\widehat{A'} = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}} = \frac{\overline{BC}}{2r}$$

Daí, temos que:

$$\frac{\overline{BC}}{sen\widehat{A'}} = \frac{\overline{BC}}{sen\widehat{A}} = 2r$$

Analogamente, temos;

$$\frac{\overline{AC}}{sen\widehat{B}} = 2r$$

e

$$\frac{\overline{AB}}{sen\widehat{C}} = 2r$$

Concluímos então que:

$$\frac{\overline{BC}}{sen\widehat{A}} = \frac{\overline{AC}}{sen\widehat{B}} = \frac{\overline{AB}}{sen\widehat{C}} = 2r$$

Capítulo 3

Aplicações das Principais Relações Trigométricas do Triângulo na Cidade das Mangueiras

É possível fazer inúmeras aplicações com triângulos na Cidade das Mangueiras. Contextualizaremos situações que envolvam as principais razões trigonométricas no triângulo retângulo e lei dos senos. Os dados das questões apresentadas serão reais para que tenhamos uma maior proximidade possível da realidade.

Traremos questões clássicas da Trigonometria adaptadas no contexto paraense. Mostraremos como um modelo real de uma situação problema pode ser transformado em um modelo matemático e desta forma aplicaremos o contéudo em questão de forma concreta, sem a preocupação de reproduzir cálculos sem algum direcionamento para a vida do aluno, pois desta forma, acreditamos que haja produção do conhecimento sobre componentes matemáticos.

3.1 Aplicação 01 - Altura do relógio

"A Praça Siqueira Campos, no centro comercial de Belém, foi inaugurada em 5 de outubro de 1931, para homenagear um dos dezoito revolucionários paraenses heróis do Forte de Copacabana. Na memória cultural histórica da cidade das mangueiras, o monumento que ornamenta a praça, atualmente conhecida como Praça do Relógio, foi encomendado pelo Intendente de Belém, Antonio Faciola, no início de 1930, durante o governo de Eurico de Freitas Valle".

Fonte: www.monumentosdebelem.ufpa.br

Figura 3.1: Praça do Relógio

Fonte: www.monumentosdebelem.ufpa.br

Um turista, com altura de 1,60 metros, localizado a uma distância de 2,5 metros do centro da base do relógio, visualiza o topo do monumento sob um ângulo de 76,4°. Determine a altura do relógio. (Dados $sen\ 76,4° \cong 0,97; cos\ 76,4° \cong 0,23; tg\ 76,4 \cong 4,16$).

MODELO MATEMÁTICO

Na figura abaixo, temos o modelo matemático que nos auxiliará na resolução da aplicação 01. Na figura, temos que: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{CE}$ *e* $D\widehat{B}E$ *representam, respectivamente, a altura do turista, a distância dele até o centro da base do relógio, a altura do relógio e o ângulo de visualização do topo do relógio.*

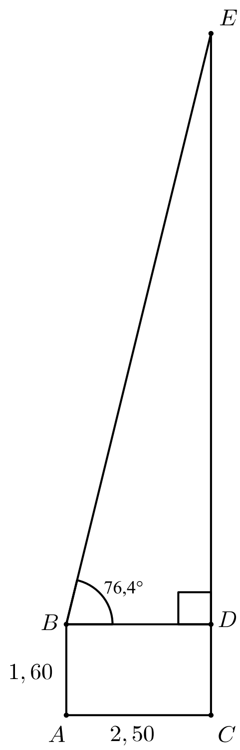

Figura 3.2: Modelo Matemático da Aplicação 01 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

O objetivo da questão é determinar a altura do relógio representado no modelo matemático pelo segmento $\overline{CE}$. *Como a medida do segmento* $\overline{CD}$ *já foi dado pois* $\overline{AB} = \overline{CD} = 1,60$, *precisamos então calcular a medida do segmento* $\overline{DE}$. *Pelo fato do triângulo* BDE *ser retângulo em* D, *pois o relógio foi construído perpendicularmente ao solo, temos então o cateto oposto ao ângulo de visualização a ser descoberto e o cateto adjacente a esse ângulo. Portanto, podemos utilizar a razão trigonométrica correspondente a essas informações: tangente do ângulo 76,4°. Então:*

$$tg\ 76,4^\circ = \frac{\overline{ED}}{\overline{BD}}$$

$$4,16 \cong \frac{\overline{ED}}{2,5}$$

$$4,16 \cdot 2,5 \cong \overline{ED}$$

$$10,4 \cong \overline{ED}$$

Daí

$$\overline{EC} = \overline{CD} + \overline{DE}$$

$$\overline{EC} \cong 1,60 + 10,4$$

$$\overline{EC} \cong 12$$

Logo, a altura do relógio é de aproximadamente 12 metros.

3.2 Aplicação 02 - Percurso do barco

"O rio Guamá é um dos rios estritamente paraense, pois nasce e deságua dentro do território do Estado do Pará. Ao chegar à costa de Belém, o rio Guamá forma um verdadeiro delta, com três bifurcações que se encontram na baía de Guajará. Uma das ilhas, talvez a maior delas, chamada ilha do Combu, fica à vista de quem passa pela orla da cidade naquela face. A ilha pertence ao município do Acará, porém é habitada por pessoas oriundas da Região Metropolitana de Belém, da feita que a travessia é rápida e fácil".

Fonte: www.orm.com.br

Figura 3.3: Rio Guamá em frente a UFPA

Fonte: www.ufpa.br

Um estudante da Universidade Federal do Pará pretende saborear as iguarias de um restaurante localizado a margem oposta do Rio Guamá. Nesse trecho, a largura do rio é de aproximadamente 1,5 km. De um pequeno porto localizado na UFPA, o estudante parte em um barco que forma um ângulo de 80° com a margem, que está a direita, do Centro Universitário. Determine o comprimento aproximado do percurso realizado pela embarcação levando em consideração que ele foi feito em linha reta. (Dados $sen\ 80° \cong 0,98; cos\ 80° \cong 0,17; tg\ 80° \cong 5,67$)

MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático da aplicação 02 está representado na figura abaixo, em que: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ *e* $D\widehat{C}E$ *representam, respectivamente, a largura do rio, o percurso considerado que o barco realizou e o ângulo de partida da embarcação.*

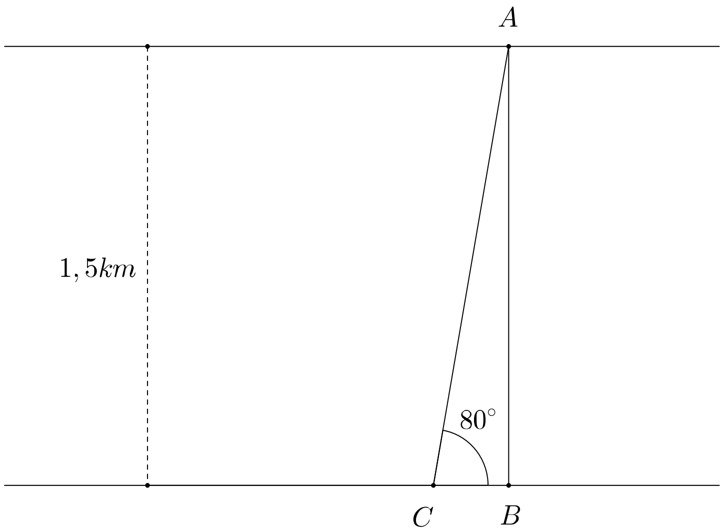

Figura 3.4: Modelo Matemático da Aplicação 02 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

O objetivo da aplicação é determinar o percurso realizado pela embarcação, desde a sua saída do porto da UFPA até a sua chegada no restaurante localizado do outro lado do Rio Guamá. Sabemos que o triângulo ABC é retângulo em B,pois $\overline{AB}$ representa a distância entre as duas margens. São conhecidos nesse triângulo: um ângulo agudo e o cateto oposto a ele. Como desejamos calcular o valor da hipotenusa de tal triângulo, a razão trigonométrica que utilizaremos é o seno de 80°. Então:

$$sen\ 80^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$0,98 \cong \frac{1,5}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} \cong \frac{1,5}{0,98}$$

$$\overline{AC} \cong 1,53$$

Logo, o percurso realizado pelo barco, considerando sua trajetória retilínea, tem valor aproximado de 1,53 km.

3.3 Aplicação 03 - Distância horizontal

"Antes uma fazenda colonial, a área do Aeroporto Val-de-Cans foi desapropriada em 1934, passando para a Secretaria do Estado do Pará a contrução do aeródromo, como meio de ligação entre o Brasil e o hemisfério norte. Depois da reforma de 2001, além de modernizado, foi transformado em um verdadeiro ponto turístico da capital paraense. Possui destinos internacionais para a França e o Suriname".

Fonte: www.edestinos.com.br

Figura 3.5: Aeroporto Internacional de Belém - Aeroporto Val-de-Cans

Fonte: www.evandrocorreaoliberal.blogspot.com

Um avião decola formando um ângulo de 30° com o plano horizontal. Sabendo que a decolagem ocorre com uma velocidade de 4 quilômetros por minuto, após 05 minutos de decolagem, qual o percurso horizontal realizado pelo avião a partir do ponto de saída do solo? (Dados $sen\ 30° = 0,5; cos\ 30° \cong 0,9; tg\ 30° \cong 0,6$)

MODELO MATEMÁTICO

A aplicação 03 está modelada matematicamente na figura abaixo, de tal forma que: $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ *e* $D\widehat{A}E$ *representam, respectivamente, a distância real percorrida pelo avião após a decolagem no ponto* A*, a distância horizontal percorrida pelo avião - projeção da distância real no solo - e o ângulo de decolagem.*

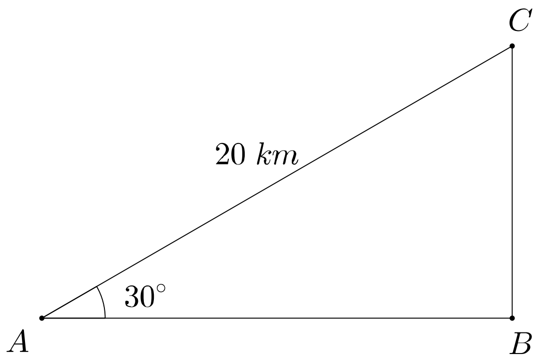

Figura 3.6: Modelo Matemático da Aplicação 03 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

A aplicação traz como objetivo o cálculo da projeção da distância real percorrida pelo avião no solo. Como $\overline{BC}$, representa a altura do avião em relação ao chão, então o triângulo ABC é retângulo em B. Neste triângulo são conhecidos: o ângulo de decolagem e a distância real percorrida pelo avião, isto é, a hipotenusa do triângulo. O que precisa ser determinado é o cateto adjacente ao ângulo de $30°$. Portanto, a razão trigonométrica que pode ser aplicada para resolução da questão é o cosseno de 30°. Logo:

$$cos\ 30° = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$0,9 \cong \frac{\overline{AB}}{20}$$

$$0,9 \cdot 20 \cong \overline{AB}$$

$$18 \cong \overline{AB}$$

Logo, a distância horizontal percorrida pelo avião foi de aproximadamente 18 km

3.4 Aplicação 04 - Distância entre Catedral da Sé e Forte do Castelo

"O Feliz Lusitânia é um complexo do Governo do Estado, idealizado por Paulo Chaves, em Belém do Pará, situado no centro histórico de Belém, no bairro da Cidade Velha. O Forte do Presépio, a Casa das Onze Janelas e a Catedral Metropolitana de Belém, são um dos espaços que compõem este complexo".

Fonte: www.culturaeharmonia.no.comunidades.net

Figura 3.7: Complexo Feliz Lusitânea

Fonte: www.guiadasemana.com.br

Situando os pontos A, B e C, respectivamente no Forte do Castelo, Casa das Onze Janelas e na Catedral Metropolitana de Belém, têm-se que: os ângulos $A\widehat{B}C$ e $B\widehat{C}A$, medem aproximadamente 136° e 30°, respectivamente. Se fosse possível caminhar em linha reta da Catedral da Sé até o Forte do Castelo, que distância um visitante da nossa cidade percorreria, sabendo que $d(A, B) \cong 90m$. (Dados sen $136° \cong 0,69$; cos $136° \cong -0,72$; tg $136° \cong -0,96$; sen $30° = 0,5$; cos $30° \cong 0,87$; tg $30° \cong 0,58$)

MODELO MATEMÁTICO

A aplicação 4, possui como modelo matemático a figura abaixo, onde temos a construção de um triângulo obtusângulo, cujos vértices A, B e C são os descritos no comando do problema e cujos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ representam respectivamente as distâncias do Forte do Castelo até a Casa das Onze Janelas, da Casa das Onze Janelas até a Catedral da Sé e da Catedral da Sé até o Forte do Castelo.

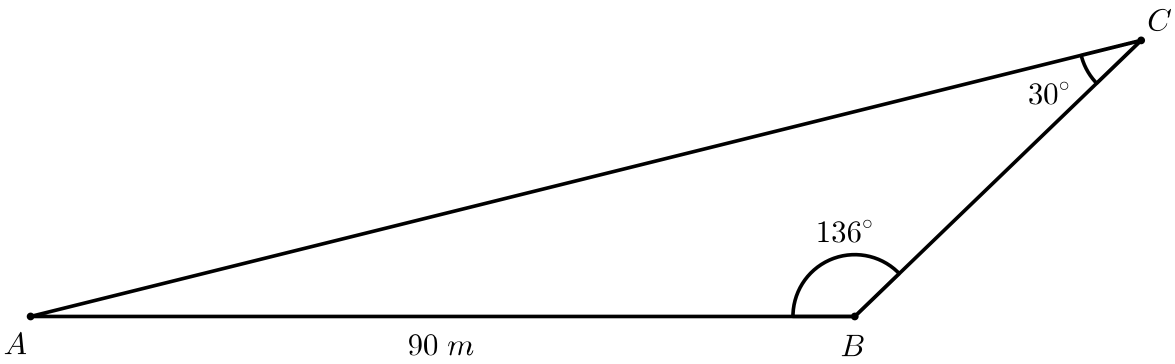

Figura 3.8: Modelo Matemático da Aplicação 04 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

O objetivo da questão é determinar qual a medida da distância em linha reta dos vértices A até C, isto é, a distância que poderia ser percorrida da Catedral da Sé até o Forte do Castelo, caso tal caminho pudesse ser o menor possível. Sendo conhecidos os ângulos $A\widehat{B}C = 136°$ e $B\widehat{C}A$=30°, além de $d(A, B) \cong 90m$, percebemos então que conhecemos um ângulo e o seu lado oposto e precisamos determinar o lado oposto a um outro ângulo também conhecido. Logo, a relação matemática que podemos utilizar para resolver o problema é a Lei dos Senos para os ângulos dados. Assim:

$$\frac{\overline{AC}}{sen\ 136°} = \frac{\overline{AB}}{sen\ 30°}$$

$$\frac{\overline{AC}}{0,69} \cong \frac{90}{0,5}$$

$$\overline{AC} \cong \frac{90 \cdot 0,69}{0,5}$$

$$\overline{AC} \cong \frac{62,1}{0,5}$$

$$\overline{AC} \cong 124,2$$

Portanto, a menor distância que poderia ser percorrida entre a Catedral da Sé e o Forte do Castelo é de aproximadamente 124,2 km

3.5 Aplicação 05 - Comprimento da sombra

"O Monumento à República, localizado na Praça Batista Campos, bairro da Campina, foi inaugurado no dia 15 de novembro de 1897 sendo projetado pelo escultor italiano Michele Sansebastiano. Atualmente, cercam este momumento : Theatro da Paz, Teatro Waldemar Henrique e o Instituto de Ciência da Arte da Universidade Federal do Pará. O monumento é erguido sobre quatro degraus sendo formado por um pedestal de quatro faces e uma coluna dórica. No alto da coluna está a figura do monumento: Marianne, representando a República ".

Fonte: www.googleweblight.com

Figura 3.9: Monumento à República

Fonte: www.monumentosdebelem.ufpa.br

Em um determinado instante, os raios solares atingem o Monumento à República, que possui 20 metros de altura, localizado na Praça da República, formando um ângulo, entre o raio do sol e o monumento, de aproximadamente 27°. Determine o comprimento aproximado da sombra projetada no solo desta escultura nesse exato momento. (Dados $sen\ 27^\circ \cong 0,45; cos\ 27^\circ \cong 0,89; tg\ 27^\circ \cong 0,50$)

MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático da aplicação acima, está representado na figura abaixo de tal forma que o tamanho do monumento, o comprimento da sombra projetada no solo pela incidência dos raios solares e o ângulo entre o monumento e os raios do sol, são dados, respectivamente por, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ *e* $A\widehat{B}C$.

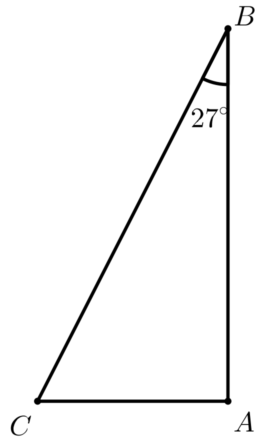

Figura 3.10: Modelo Matemático da Aplicação 05 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

O objetivo da questão é determinar o comprimento do segmento $\overline{AC}$ que representa a sombra determinada pelo monumento em um determinado instante. Para isso, temos o ângulo oposto ao segmento a ser calculado e o segmento adjacente a esse ângulo. Portanto, a razão trigonométrica a ser utilizada para resolver o problema é a tangente de 27°. Logo:

$$tg\ 27^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

$$0,5 \cong \frac{\overline{AC}}{20}$$

$$0,5 \cdot 20 \cong \overline{AC}$$

$$10 \cong \overline{AC}$$

Logo, a sombra projetada pela incidência dos raios solares no monumento é de aproximadamente 10 metros.

3.6 Aplicação 06 - Área de um triângulo

"Na Praça das Sereias, em Belém, está o Chafariz das Sereias um dos monumentos mais misteriosos da Amazônia, a começar pelo simbolismo. Na Mitologia Grega, as sereias são seres fantásticos, metade mulher, metade pássaro para uns ou metade peixe para outros escritores e poetas. São tidas como ninfas marinhas que atacavam as embarcações que passavam entre a ilha de Capri e as costas da Itália, levando os marinheiros à morte com seu belo canto."

Fonte: www.monumentosdebelem.ufpa.br

Figura 3.11: Chafariz das Sereias

Fonte: www.monumentosdebelem.ufpa.br

"A praça possui formato muito próximo a um triângulo, como podemos verificar abaixo.

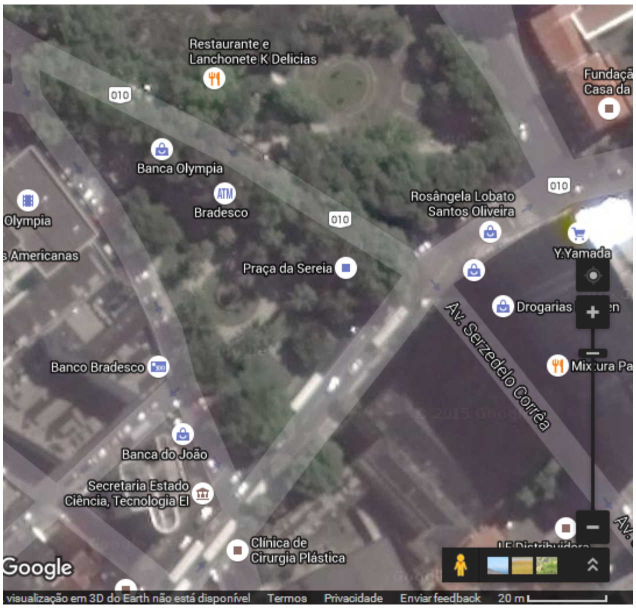

Figura 3.12: Praça da Sereia

Fonte: Google Maps

Definição 3.6.1. *Dado um triângulo ABC, a sua área é a metade do produto entre os lados e o seno do ângulo entre eles.*

Considerando então que tal região seja triangular e a definição acima, determine a área ocupada pela Praça da Sereia sabendo que os lados adjacentes a Avenida Presidente Vargas e a Avenida Almirante Tamandaré, assim como o ângulo formado pelas duas ruas, respectivamente, são os seguintes valores aproximados: 105 metros, 65 metros e 82°. (Dados $sen\ 82° \cong 0,99; cos\ 82° \cong 0,14; tg\ 82° \cong 7,12$)

MODELO MATEMÁTICO

A aplicação 6 tem como modelo matemático a figura abaixo onde $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $A\widehat{B}C$ representam o lado adjacente a Avenida Presidente Vargas e a Avenida Almirante Tamandaré, respectivamente, assim como o ângulo formado entre elas.

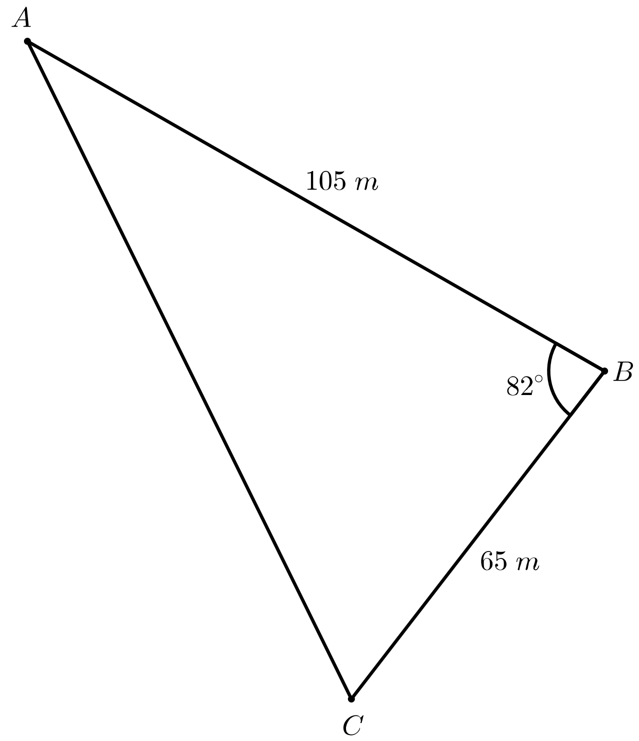

Figura 3.13: Modelo Matemático da Aplicação 06 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

A aplicação pede a determinação da área da praça (A_P) sendo conhecidos dois lados e o ângulo entre eles, levando em consideração que esta área está associada a um triângulo. Utilizando a relação mencionada na aplicação, temos:

$$A_P = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot sen\ 82^\circ}{2}$$

$$A_P \cong \frac{105 \cdot 65 \cdot 0,99}{2}$$

$$A_P \cong \frac{6756,75}{2}$$

$$A_P \cong 3378,37$$

Logo, a área ocupada pela Praça da Sereia é de aproximadamente 3378,37 m^2.

3.7 Aplicação 07 - Tamanho da corda

"A tirolesa é uma atividade esportiva de aventura que consiste em um cabo aéreo ancorado horizontalmente entre dois pontos, pelo qual o aventureiro se desloca através de roldanas conectadas por mosquetões a uma cadeirinha de alpinismo. Tal atividade é difundida pelo mundo todo, e permite ao praticante a emoção de voar por vales contemplando as mais belas paisagens por ângulos diferentes, é uma atividade passiva, que não exige técnica nem condicionamento físico específico do praticante, mas proporciona muita adrenalina, permitindo a prática de maneira segura, inclusive para leigos, que simplesmente senta na cadeirinha e desliza pelo cabo de aço ou corda."

Fonte: www.sinaldafenix.com.br

Figura 3.14: Tirolesa

Fonte: www.sinaldafenix.com.br

"O Farol de Belém é um dos pontos mais requisitados do Mangal das Garças. É uma torre de metal de 47 metros de altura, onde os visitantes podem ter uma vista panorâmica da cidade, contemplando o centro histórico e as ilhas próximas de Belém banhadas pela Baía do Guajará. Localizado ao lado do Viveiro, o Farol tem dois níveis de observação, a 15 e a 27 metros. O farol no topo está inscrito nas cartas náuticas brasileiras."

Fonte: www.mangaldasgarcas.com.br

Figura 3.15: Farol de Belém

Fonte: www.casosecoisasdabonfa.blogspot.com

"A Reserva José Márcio Ayres, o Borbelatório, é um viveiro de borboletas e beija-flores, onde é permitida a visitação interna. Possui vegetação propícia às espécies, cascatas e espelhos d'água. A tela tipo sombrite que cobre o borboletário faz o controle natural da luz externa."

Figura 3.16: Borboletário

Fonte: www.flickr.com

A prática da Tirolesa é pouco realizada na nossa região, talvez pela falta de espaços apropriados para a sua prática ou pela falta de informação sobre o esporte. Se o esporte pudesse ser realizado e utilizando o topo do Farol de Belém e um ponto próximo ao Borboletário como pontos de atracação dos cabos de aço para a realização da atividade, determine o comprimento aproximado dos cabos que ligariam esses dois pontos de visitação sabendo que a altura, a distância do ponto e o ângulo formado pelo cabo de aço em relação ao farol, são respectivamente: 47 metros, 90 metros e 65°. (Dados $sen\ 65° \cong 0,90; cos\ 65° \cong 0,42; tg\ 65° \cong 2,14$)

MODELO MATEMÁTICO

A figura construída abaixo representa o modelo matemático da aplicação 7 em que, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ *e* $B\widehat{A}C$, *representam respectivamente, a altura do Farol de Belém, o comprimento do cabo de aço e o ângulo formado pelo farol e o cabo.*

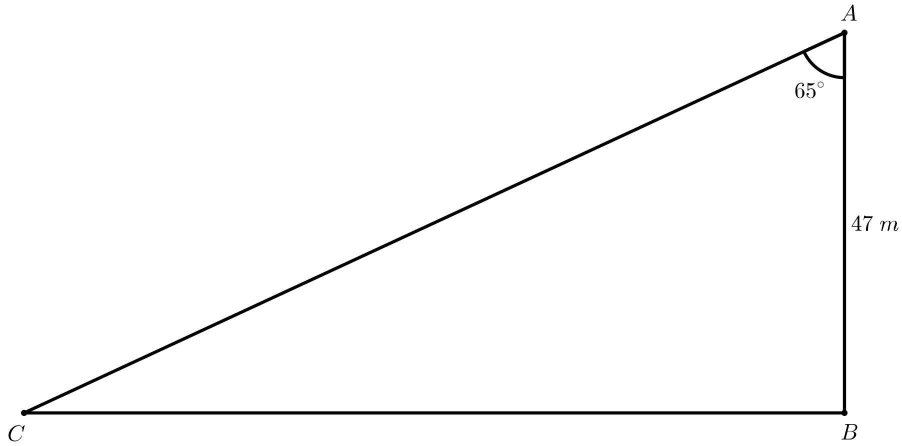

Figura 3.17: Modelo Matemático da Aplicação 07 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

O que precisamos determinar, caso fosse possível a prática da tirolesa no Mangal das Garças nas condições da atividade 7, é o comprimento aproximado do segmento $\overline{AC}$, *sendo conhecidos o tamanho de* $\overline{AB} = 47$ *e o ângulo* $B\widehat{A}C = 65°$, *isto é, precisamos determinar a hipotenusa de um triângulo retângulo, sendo conhecidos um ângudo agudo e o cateto adjacente a ele. Portanto, a razão trigonométrica a ser utilizada para a resolução da atividade é o cosseno de 65°. Logo:*

$$cos\ 65° = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$0,42 \cong \frac{42}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} \cong \frac{42}{0,42}$$

$$\overline{AC} \cong 100$$

Logo, o comprimento do cabo de aço deveria ser de 100 m.

3.8 Aplicação 08 - Perímetro percorrido

"Tombada pela capital paraense em 1983, a Praça Batista Campos faz uma homenagem a um personagem que teve destaque na Cabanagem (revolta em que índios e mestiços ficaram contra a elite política e tomaram o Pará): Cônego Batista Campos, que morreu em 1834. Antes a praça possuía 14 entradas, com o plano de jardim sem grades. Alguns anos depois, foi construído o coreto, cursos d'água com pontes e árvores nativas foram plantadas. Em 1986, o local foi reformado, restaurando os estilos do início do século XX. Em 1997, foi criada a AAPBC - Associação dos Amigos da Praça Batista Campos que ajuda na preservação do local, que, em 2005, ganhou o "Prêmio 100 Mais Brasil", como a mais bela praça. Três anos mais tarde, passou por uma nova restauração, com plantas ornamentais, córregos, pontes e reforma dos bancos e do coreto."

Fonte: www.guiadasemana.com.br

Figura 3.18: Praça Batista Campos no início do século XX

Fonte: www.elderguerreir.blogspot.com.br

Por ser um lugar arborizado e aconchegante, a Praça Batista Campos é muito utilizada por turistas ou por moradores da região para a prática esportiva. É facil visualizar diversas pessoas caminhando, correndo, alongando, durante os períodos diurno e noturno. Considerando a figura abaixo, obtida pelo Google Maps, e levando em consideração que o entorno da praça possa ser um trapézio e todas as medidas expostas na figura, determine qual a distância percorrida por um esportista ao fazer uma volta completa nesta praça. (Dados: $sen\ 116° = 0,90$, $sen\ 73° = 0,96$, $sen\ 100° = 0,98$, $sen\ 71° = 0,95$, $sen\ 34° = 0,56$, $sen\ 45° = 0,71$, $sen\ 42° = 0,67$, $sen\ 54° = 0,81$, $cos\ 116° = -0,44$, $cos\ 73° = 0,29$, $cos\ 100° = -0,17$, $cos\ 71° = 0,33$, $cos\ 34° = 0,83$, $cos\ 45° = 0,71$, $cos\ 42° = 0,74$, $cos\ 54° = 0,59$, $tg\ 116° = -2,05$, $tg\ 73° = 3,27$, $tg\ 100° = -5,67$, $tg\ 71° = 2,90$, $tg\ 34° = 0,67$, $tg\ 45° = 1$, $tg\ 42° = 0,90$, $tg\ 54° = 1.37$)

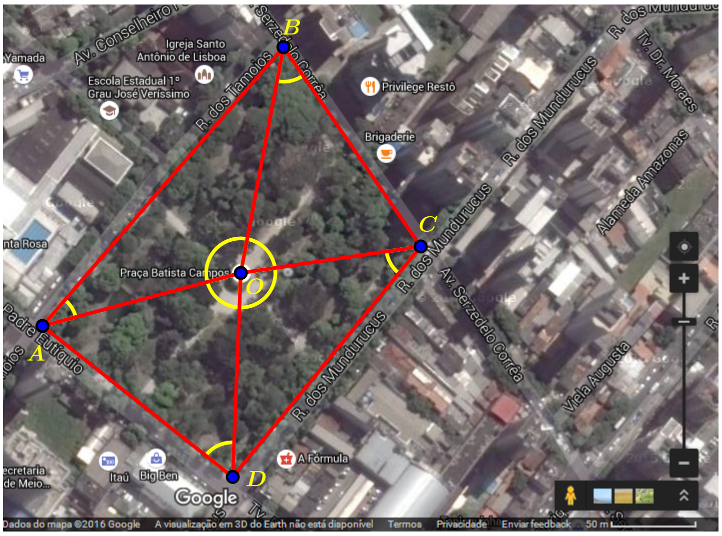

Figura 3.19: Praça Batista Campos vista pelo Google Maps

Fonte: Google Maps e Geogebra

Medidas relacionadas a figura acima: $\overline{AO} = 121m$, $\overline{BO} = 137m$, $\overline{CO} = 107m$, $\overline{DO} = 119m$, $A\widehat{O}B = 116°$, $B\widehat{O}C = 73°$, $C\widehat{O}D = 100°$, $D\widehat{O}A = 71°$, $O\widehat{A}B = 34°$, $O\widehat{B}C = 45°$, $O\widehat{C}D = 42°$, $O\widehat{D}A = 54°$.

MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático da atividade 8 está representado na figura abaixo e suas medidas estão descritas acima.

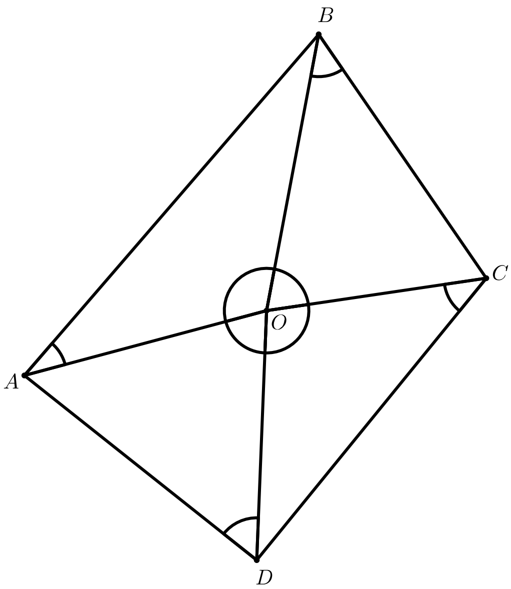

Figura 3.20: Modelo Matemático da Aplicação 08 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

Para determinarmos a distância percorrida pelo esportista no entorno da Praça Batista Campos, é preciso determinar o perímetro desta praça, considerando-a em forma de trapézio. Isto é, precisamos determinar o comprimento dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$. Para este cálculo, utilizaremos respectivamente, os triângulos ABO, BOC, COD e DOA. Em cada um desses triângulos, conhecemos dois ângulos e um lado oposto a um deles e precisamos determinar o lado oposto ao outro ângulo. Portanto, a relação que pode ser utilizada para cada um deles é a Lei dos Senos. Temos então que:

Cálculo de $\overline{AB}$

$$\frac{\overline{AB}}{sen\ 116^\circ} = \frac{\overline{BO}}{sen\ 34^\circ}$$

$$\frac{\overline{AB}}{0,90} \cong \frac{137}{0,56}$$

$$\overline{AB} \cong \frac{137 \cdot 0,90}{0,56}$$

$$\overline{AB} \cong \frac{123,3}{0,56}$$

$$\overline{AB} \cong 220,17$$

Logo, o comprimento do lado da praça adjacente a Rua dos Tamoios é de aproximadamente 220,17 metros.

Cálculo de $\overline{BC}$

$$\frac{\overline{BC}}{sen\ 73^\circ} = \frac{\overline{CO}}{sen\ 45^\circ}$$

$$\frac{\overline{BC}}{0,96} \cong \frac{107}{0,71}$$

$$\overline{BC} \cong \frac{107 \cdot 0,96}{0,71}$$

$$\overline{BC} \cong \frac{102,72}{0,71}$$

$$\overline{BC} \cong 144,68$$

Logo, o comprimento do lado da praça adjacente a Avenida Serzedelo Corrêa é de aproximadamente 144,68 metros.

Cálculo de $\overline{CD}$

$$\frac{\overline{CD}}{sen\ 100^\circ} = \frac{\overline{DO}}{sen\ 42^\circ}$$

$$\frac{\overline{CD}}{0,98} \cong \frac{119}{0,67}$$

$$\overline{CD} \cong \frac{119 \cdot 0,98}{0,67}$$

$$\overline{CD} \cong \frac{116,62}{0,67}$$

$$\overline{CD} \cong 174,05$$

Logo, o comprimento do lado da praça adjacente a Rua dos Mundurucus é de aproximadamente 174,05 metros.

Cálculo de $\overline{DA}$

$$\frac{\overline{DA}}{sen\ 71^\circ} = \frac{\overline{AO}}{sen\ 54^\circ}$$

$$\frac{\overline{DA}}{0,95} \cong \frac{121}{0,81}$$

$$\overline{DA} \cong \frac{121 \cdot 0,95}{0,81}$$

$$\overline{DA} \cong \frac{114,95}{0,81}$$

$$\overline{DA} \cong 141,91$$

Logo, o comprimento do lado da praça adjacente a Travessa Pe. Eutíqueo é de aproximadamente 141,91 metros.

Assim, o perímetro percorrido pelo esportista é de aproximadamente $220,17 + 144,68 + 174,05 + 141,91 = 650,81$ *metros.*

3.9 Aplicação 09 - Altura da faixada da Basílica de Nossa Senhora de Nazaré

"A única Basílica da Amazônia brasileira tem sua história atrelada à descoberta da imagem de Nossa Senhora de Nazaré pelo caboclo Plácido, em Belém do Pará, às margens do igarapé Murucutu, área que corresponde, atualmente, aos fundos da Basílica. O projeto, inspirado na Igreja de São Paulo, em Roma, foi assinado pelos arquitetos italianos Gino Coppede e Giuseppe Predasso. A Basílica tem 5 naves, 62 metros de comprimento, 24 metros de largura e 20 metros de altura, 2 torres com 42 metros de altura, 36 colunas de granito maciço, 54 vitrais (de Paris), 32 medalhões em mosaico de 1,5 metro de diâmetro, 19 estátuas do mais puro mármore de Carrara, 9 sinos eletrônicos, um órgão com três teclados e 1.100 tubos."

Fonte: www.basilio.fundaj.gov.br

Figura 3.21: Basílica de Nossa Senhora de Nazaré

Fonte: www.basilio.fundaj.gov.br

"A Praça Santuário de Nazaré é o local onde se encerra a procissão do Círio de Nazaré, uma das mais importantes festas religiosas do mundo, envolvendo mais de 2 milhões de pessoas, no segundo domingo de outubro. A praça foi reformada e preparada especialmente para este evento, que se repete há mais de 200 anos. Hoje, conhecida como Conjunto Arquitetônico de Nazaré "CAN", apresenta um palco para shows e atividades religiosas, além de uma área central onde eventos religiosos são realizados. Uma grande área para lazer, tendo ao fundo a belíssima igreja, fazem, no seu conjunto, um dos principais pontos turístico de Belém."

Fonte: www.minube.com.br

Figura 3.22: Praça Santuário de Nazaré

Fonte: www.skyscrapercity.com

Um turista, ao visitar o Conjunto Arquitetônico de Belém (CAN), localiza-se na Praça Santuário e visualiza o topo de uma das torres da Basílica de Nossa Senhora de Nazaré sob um ângulo de $21°$. Levando em consideração as informações contidas nos textos da atual atividade, determine a que distância aproximada o turista se encontra da Basílica. (Dados: $sen\ 21° = 0,36$, $cos\ 21° = 0,93$, $tg\ 21° = 0,38$)

MODELO MATEMÁTICO

A atividade 9 possui como modelo matemático a figura a seguir, onde $\overline{EC}$, $\overline{ED}$, $\overline{DB}$ e $D\widehat{B}C$, representam, respectivamente, a altura da torre, altura do turista, distância do turista à Basílica e o ângulo de visão ao topo da torre.

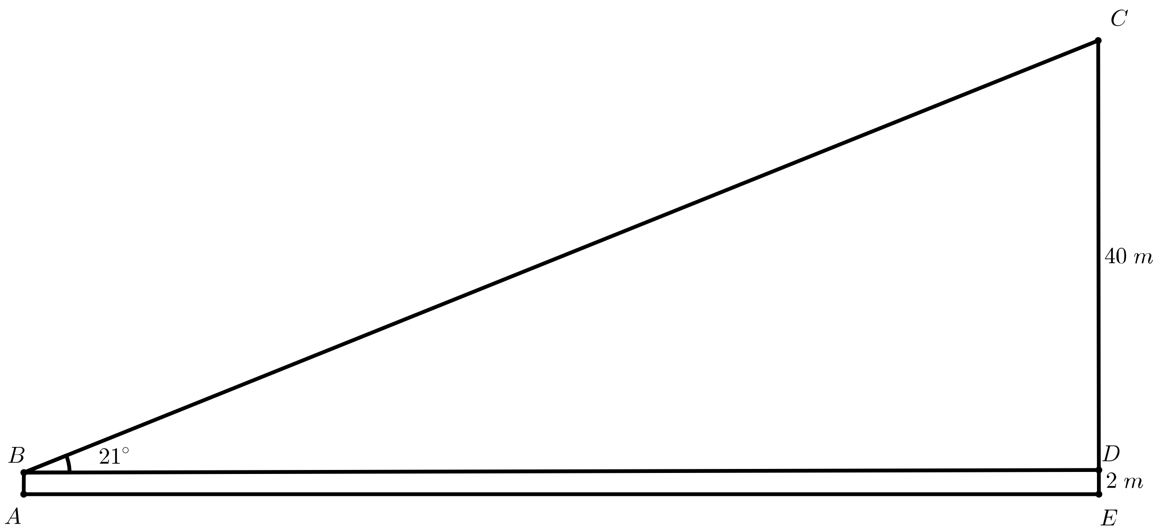

Figura 3.23: Modelo Matemático da Aplicação 09 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

A distância entre o turista e a Basílica de Nossa Senhora de Nazaré pode ser calculada utilizando as informações da altura e do ângulo de visão do turista ao topo da torre. Tais informações representam *um ângulo agudo de um triângulo retângulo e o seu cateto oposto correspondente. O objetivo é então determinar o tamanho do cateto adjacente ao ângulo dado na atividade. Portanto, a razão trigonométrica a ser usada é a tangente de 21°. Logo:*

$$tg\ 21^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$$

$$0,38 \cong \frac{40}{\overline{BD}}$$

$$\overline{BD} \cong \frac{40}{0,38}$$

$$\overline{BD} \cong 105,26$$

Assim, a distância do turista a Basílica é de aproximadamente 105,26 metros.

3.10 Aplicação 10 - Menor distância

"O complexo do Ver-o-Peso, constitui-se de um importante patrimônio edificado, situado no centro histórico de Belém, datado dos séculos XVII, XVIII e XIX, uma síntese da conformação arquitetônica da cidade em vários estágios e estilos: edificação militar, barroco jesuítico, arquitetura civil colonial e pós-colonial, estilo neoclássico, estilo eclético e arquitetura industrial. Mas o que faz do Ver-o-Peso um lugar muito especial não é apenas o patrimônio material expresso em sua arquitetura exemplar. Numa tradição bicentenária, todos os anos, em outubro, o cortejo de mais de um milhão de pessoas em homenagem à Virgem de Nazaré tem no Mercado um de seus pontos altos, de vívida demonstração de fé e paixão popular: um "carnaval devoto". Dentro do Mercado de Ferro, um altar dedicado a Nossa Senhora de Nazaré é ponto de passagem obrigatório dos feirantes e frequentadores da feira do Ver-o-Peso."

"O Mercado de Ferro do Ver-o-Peso é um dos pontos turísticos mais importantes da cidade de Belém. Situado na confluência dos rios Guamá e Pará, na região conhecida como Baía de Guajará, é uma das construções de maior destaque do complexo do Ver-o-Peso, com sua estrutura toda em ferro oriunda da Inglaterra. Inaugurado em 1901 pelo então intendente Antônio Lemos, é considerado cartão-postal da cidade. Em seu interior há 67 boxes onde são comercializados peixes e camarões frescos; a área externa é composta por lanchonete, uma barbearia, bares, pontos comerciais de produtos religiosos, de material para pesca, esportivo e descartáveis, e é onde se realiza também a venda de caranguejos vivos."

Fonte: www.ufpa.br/cma/verosite/historico

Figura 3.24: Mercado de Ferro

Fonte: www.acercandoelmundo.com

"O Solar da Beira é uma construção em estilo neoclássico onde funcionava o antigo órgão responsável pela fiscalização municipal. Atualmente é um espaço misto, de múltiplos usos: abriga o Museu do Índio e parte da administração da Feira, serve de base para guardas municipais e dispõe de banheiros abertos 24 horas por dia, que são geridos por uma cooperativa, na parte inferior do Solar."

Fonte: www.ufpa.br/cma/verosite/historico

Figura 3.25: Solar da Beira

Fonte: www.culturaamazonica.com.br

"O Mercado Francisco Bolonha, popularmente conhecido como Mercado de Carne, abriga lojistas e feirantes, em sua maioria comercializando carnes e vísceras, mas também alguns que se dedicam ao comércio de refeições, polpas de frutas e produtos religiosos. Embora outras mercadorias também sejam vendidas, é unicamente neste lugar, dentro do complexo do Ver-o-Peso, que se faz o comércio de carne."

Fonte: www.ufpa.br/cma/verosite/historico

Figura 3.26: Mercado Francisco Bolonha - Mercado de Carne

Fonte: www.skyscrapercity.com

Um usuário do Complexo Ver-o-Peso realiza suas compras semanais visitando vários espaços nessa região, inclusive no Mercado de Ferro e no Mercado de Carnes. Devido o transito ser bastente intenso no período da manhã nesta área, ele sai do Mercado de Ferro, caminha aproximadamente 76 metros até o Solar da Beira e atravessa a rua perpendicularmente até o Mercado de Carne, caminhando um valor próximo a 20 metros. Determine, caso fosse possível, o comprimento do menor percurso entre os dois mercados, sabendo que o ângulo entre as linhas que os ligam e a linha de ligação entre o Mercado de Ferro e o Solar da Beira é de aproximadamente 15°. (Dados $sen\ 15° \cong 0,26, cos\ 15° \cong 0,97, tg\ 15° \cong 0,27$)

MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático da atividade 10 está descrito na figura abaixo onde $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $B\widehat{A}C$, representam respectivamente, a distância do Mercado de Ferro ao Solar da Beira, do Solar da Beira ao Mercado de Carne e o ângulo sitado no enunciado da atividade.

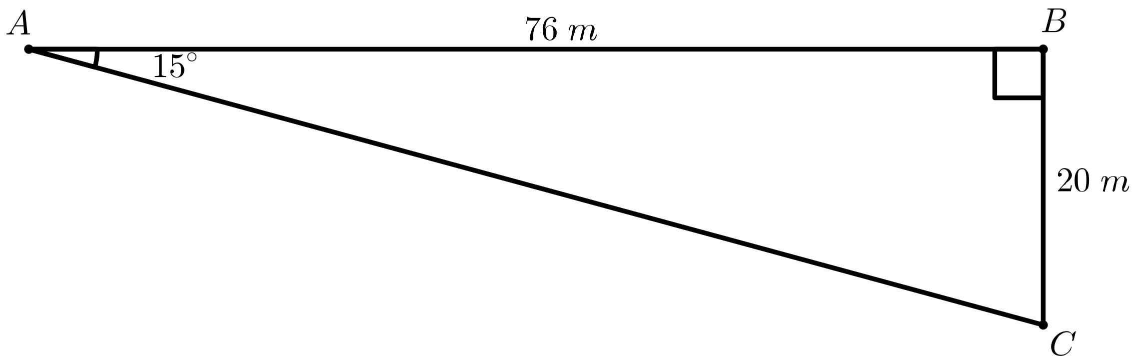

Figura 3.27: Modelo Matemático da Aplicação 10 - Geogebra

UMA SOLUÇÃO

O objetivo da atividade é calcular o comprimento do segmento $\overline{AC}$ que representa a menor distância entre os dois mercados, isto é, a hipotenusa do triângulo retângulo em questão. Para isso, temos um ângulo agudo e os catetos dessa figura. Portanto, poderíamos utilizar as razões trigonométricas seno de 15° ou cosseno de 15°. Utilizaremos o seno. Logo:

$$sen\ 15° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$0,26 \cong \frac{20}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} \cong \frac{20}{0,26}$$

$$\overline{AC} \cong 76,92$$

Assim, a menor distância que usuário poderia percorrer entre os dois mercados, caso fosse possível, é de 76,92 metros.

Considerações Finais

Durante todo processo de produção deste trabalho de conclusão de curso, foi possível detectar algumas dificuldades como a elaboração de questões consistentes e com uma aproximação do que acontece na realidade. No entanto, os objetivos foram cumpridos, estabelecendo um elo entre o ensino da Matemática e a concretização desse conhecimento. Resgatar alguns traços da história de Belém foi de suma importância para levantar variáveis que direcionaram a produção deste documento.

Com este material voltado para professores do segundo ano do ensino médio, há uma satisfação em criar materiais para a assimilação do conteúdo ministrado, além de aproximar um contexto paraense nas aulas de matemática. Nesse percurso, sugere-se que haja sempre um diálogo sobre o passado e o presente de uma cidade que passou por diversas fases até se consolidar como "Metrópole da Amazônia".

É possível que haja situações que podem criar certas barreiras nesse processo de ensino aprendizagem. Contudo, a resolução de problemas como uma metodologia de ensino da matemática contribui de forma eficaz na produção do conhecimento. Cabe ao professor fazer intervenções e reflexões sobre a importância desse método.

Acerca dos conteúdos envolvidos, ficou claro que há um leque de aplicações que podem nos aproximar de um contexto histórico. As principais razões trigonométricas no triângulo retângulo, bem como a Lei dos Senos podem ter significados diferente a partir dessa abordagem sugerida.

Nessa perspectiva, o professor torna-se peça fundamental meio a esse processo de ensino. Cabendo a ele despertar o entusiasmo do corpo discente, com isso, desenvolvendo a capacidade de formular seus próprios conceitos sobre o que está se pretendendo.

No entanto, esse ciclo se concretiza se for desenvolvido um pensamento crítico no aluno, fazendo com que ele seja capaz de entender o problema, elaborar um plano, executá-lo e, em seguida, verificar se o resultado condiz com o que está sendo requisitado.

Referências Bibliográficas

[1] BARBOSA, João Lucas Marques **GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA**. Segrac, 2007.

[2] BIACHINI, Edwaldo **MATEMÁTICA BIACHINI**. São Paulo: Moderna, 2011.

[3] BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática). Brasília: A Secretaria, 1998.

[4] DANTE, Luiz Roberto. **MATEMÁTICA: contextos e aplicações**. São Paulo: Ática, 2013.

[5] DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

[6] IEZZI, Gelson. **FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR 3 - TRIGONOMETRIA**. São Paulo: Atual, 2004.

[7] DOLCE, Osvaldo. **FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR 9 - GEOMETRIA PLANA**. São Paulo: Atual, 2005.

[8] LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática.** Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004.

[9] NETO, Antonio Caminha Muniz. **GEOMETRIA, Coleção PROFMAT**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[10] POLYA, G. A. **A arte de Resolver Problemas. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo.** Interciência, 1978.

[11] RIBEIRO, J. **MATEMÁTICA: ciência, linguagem e tecnologia**. São Pàulo: Scipione, 2011.

[12] SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **MATEMÁTICA: ensino médio, volume 2**. São Paulo: Saraiva, 2010.

[13] www.basilicadenazare.com.br/pagina/historico-da-basilica

[14] www.belemdopara.tur.br/atracoes-turisticas/335-mercado-ver-o-peso.html

[15] www.blog.turismo.gov.br/pelo-brasil/regi

[16] www.ciriodenazare.com.br/portal/historia.php

[17] www.culturapara.art.br/museus-galerias

[18] www.diariodopara.com.br/N-125605-PRACA+DA+REPUBLICA

[19] www.enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa206974/antonio-landi, acesso em: 29 de janeiro de 2016.

[20] www.estacaodasdocas.com.br/institucional/sobre

[21] www.mangaldasgarcas.com.br/sobre/

[22] www.museu-goeldi.br

[23] www.noticias.orm.com.br

[24] www.overmundo.com.br/overblog/rodrigues-alves-o-jardim-botanico-da-amazonia

[25] www.panoramadoturismo.com.br/belem-complexo-ver-o-peso-celebra-386-anos/

[26] www.portalamazonia.com.br/cultura/turismo/forte-do-presepio-marco-da-colonizacao-do-para/

[27] www.portal.ufpa.br/imprensa/noticia.php?cod=7863, acesso em: 29 de janeiro de 2016.

[28] www.revistamuseu.com.br/naestrada/naestrada.asp?id=3947

[29] www.saojoseliberto.com.br/institucional

[30] www.theatrodapaz.com.br

[31] www.ufpadoispontozero.wordpress.com/2013/07/30/paroquia-de-santana-da-campina-de-1727-a-1952/