UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Campus de Presidente Prudente

ROSANGELA DOS SANTOS BELO

APRENDENDO POR MEIO DE EXPERIÊNCIAS COM SITUAÇÕES PROBLEMA

PRESIDENTE PRUDENTE
2016

ROSANGELA DOS SANTOS BELO

APRENDENDO POR MEIO DE EXPERIÊNCIAS COM SITUAÇÕES PROBLEMA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", polo de Presidente Prudente.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Rodrigues

Coorientador: Prof. Dr. Aylton Pagamisse

PRESIDENTE PRUDENTE
2016

ROSANGELA DOS SANTOS BELO

APRENDENDO POR MEIO DE EXPERIÊNCIAS COM SITUAÇÕES PROBLEMA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", polo de Presidente Prudente.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. José Carlos Rodrigues - UNESP - Presidente Prudente
Orientador

Prof^{a}.Dr^{a}. Vera Lucia Carbone - UFSCar - São Carlos

Prof. Dr. Marco Antonio Piteri - UNESP - Presidente Prudente

PRESIDENTE PRUDENTE
2016

Dedico este trabalho aos meus amigos, familiares e professores, que durante este mestrado me ajudaram a superar muitas dificuldades, dando suporte para a concretização desta importante etapa em minha vida.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, que sempre está presente em todos os momentos de minha vida.

Ao meu esposo Júlio e filha Ana Flávia, pela paciência e apoio.

Ao meu orientador Professor Doutor José Carlos Rodrigues, pelo incentivo, compromisso e prontidão na orientação deste trabalho.

A todo corpo docente do mestrado, pelo empenho e competência em transmitir seus conhecimentos.

Aos amigos de mestrado, pela convivênvia e companheirismo, que foram fundamentais para o sucesso desta caminhada.

À equipe gestora, docentes e aos discentes da 1ª série A do Ensino Médio do ano de 2014, da E.E. Profª Maria Evanilda Gomes, de Pirapozinho - S.P.

À minha família, pelo amor, compreensão e incentivo.

Resumo

Com o objetivo de expandir as experiências com a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas, visando o aprimoramento da prática do professor e a motivação ao uso desta estratégia metodológica em suas dinâmicas de aula, propõ-se a discussão de como os discentes podem aprender por meio da utilização de experiências com situações problema, afim de promover a superação de suas dificuldades e enganos, contribuir no aperfeiçoamento de seus argumentos e na validação de suas respostas.

No desenvolvimento deste projeto abordam-se alguns aspectos que se julgam pertinentes ao ensino da geometria, mais especificamente aos cálculos de perímetro e área de figuras planas. Ao relatar experiências coletadas dos trabalhos realizados com alunos da 1ª série A do Ensino Médio da Escola Estadual Profª Maria Evanilda Gomes, situada em Itororó do Paranapanema, distrito da cidade paulista de Pirapozinho, acompanhados à partir de agosto de 2014.

Para promover uma visão geral do rendimento escolar desta sala busca-se coletar os dados apresentados pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, no Relatório Pedagógico sobre o SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) 2013, IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo) 2013 e resultados obtidos das provas diagnósticas aplicadas referentes à turma em questão. Para tanto, utilizaram-se indicadores importantes que retratam a realidade da escola e que serviram de base para o desenvolvimento deste trabalho.

Palavras-chave: Geometria, figuras planas, perímetro, área, resolução de problemas.

Abstract

With the objective expand the experiences with the update of Methodology of Resolution of Problems, angled for best the practical of teacher and the motivation of the use this strategy methodological in their dynamics of class, propose the discussion of how the instructors can learn through of use of problem situation, in order to promote the overcoming of their difficulties and mistakes, contribute to the perfecting of their arguments and validation of their answers. In development this project approach some aspects that think relevant to geometry teaching, more specific of calculations of perimeters and area plane figures. To report experiences collected the work performed with first year of high school students in Profª Maria Evanilda Gomes school, located in Itororó do Paranapanema, district of Pirapozinho city, accompanied from august of 2014. To promote a vision general of school performance this class, search collect the informations submitted by Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, in Relatório Pedagógico about the SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) 2013, IDESP (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo) 2013 and results obtained in diagnostics tests referents the class in question. Therefore utilized important indicators that depict the reality of the school and that formed the basis for the development of this project.

Keywords: Geometry, plane figure, perimeters, area, resolution of problems.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

1 Introdução

Uma das vinte metas estabelecidas no Plano Nacional de Educação (PNE) [1], refere-se a melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem, de modo a atingir até 2021 as seguintes médias nacionais para o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica(IDEB): $6,0$ nos anos iniciais do ensino fundamental; $5,5$ nos anos finais do ensino fundamental; $5,2$ no ensino médio. Observa-se assim um grande desafio a ser alcançado, pois os dados apresentados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) [2], mostram que nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio as metas estabelecidas para o ano de 2013 não foram alcançadas. Portanto, conclui-se que é urgente assumir compromissos que visem a superação das fragilidades encontradas.

> De modo geral, fomentar a qualidade da educação básica implica enfrentar a desigualdade social existente no País e assegurar a educação como um dos direitos humanos. Implica também melhor definição e articulação entre os sistemas de ensino e unidades escolares, processos de organização e gestão do trabalho escolar, melhoria das condições de trabalho e valorização, formação e desenvolvimento profissional de todos aqueles que atuam na educação. É fundamental ainda definir e implementar dinâmicas curriculares que favoreçam aprendizagens significativas. (BRASIL, 2014, p.32, de acordo com [1])

É neste sentido que o presente trabalho propõe-se a compartilhar experiências, coletadas com a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas, visando disseminar a utilização desta estratégia metodológica, como alternativa para que os docentes implementem as dinâmicas de sala de aula, e possibilitem a efetiva participação discente no desenvolvimento da teoria e desta forma a otimização da aprendizagem.

O desenvolvimento deste projeto foi realizado na Escola Estadual Profª Maria Evanilda Gomes, situada no estado de São Paulo. Esta é a única escola que atende às famílias de Itororó do Paranapanema, distrito de Pirapozinho, distante deste, cerca de $50\ Km$. Localizado às margens do rio Paranapanema, este distrito possui aproximadamente 800 habitantes. Uma população humilde, que não possui, banco, farmácia e nem supermercado, ou seja, uma região muito carente e de difícil acesso.

As instalações da escola são compartilhadas com o Município que oferece os anos iniciais do ensino fundamental, no período da manhã, enquanto o Estado oferece os anos finais do ensino fundamental e o ensino médio, no período da tarde. Quanto à infraestrutura, há uma sala para cada ano/série, com condições pouco favoráveis aos estudos, pois são ambientes com pouca ventilação, alguns separados com divisórias, com poucos recursos e espaço insuficiente para se locomover entre as carteiras. Mas esta escola conta com um espaço natural exuberante, com muitas árvores, em sua grande maioria frutíferas, uma sala de leitura ampla, que também funciona como sala de reuniões, uma sala de informática, com poucos computadores em bom estado de funcionamento. Os reparos, muitas vezes são improvisados, ou demoram a ser realizados, o que se justifica pelo difícil acesso e pelas poucas condições da comunidade local.

O corpo gestor e docente é formado em sua grande maioria por profissionais que residem muito longe do distrito, e não são efetivos na escola, o que gera uma alta rotatividade nos cargos todos os anos, prejudicando a continuidade dos projetos implantados e refletindo assim no aprendizado dos discentes.

A escolha da turma, 1ª série A do Ensino Médio, por ser caracterizada nos conselhos de classe como uma classe apática, com problemas de comportamento, baixo rendimento e principalmente por não demonstrarem interesse e dificilmente realizarem as atividades propostas, tendo assim, um perfil de muita acomodação e resistência à execução das tarefas diárias, obsenvando-se uma baixa autoestima e pouca expectativa de avanços e continuidade nos estudos, apesar do esforço contínuo da equipe escolar, no desenvolvimento de projetos que visam reverter este quadro.

Quanto à escolha do conteúdo a ser trabalhado, verificou-se após consulta de diferentes documentos oficiais, a necessidade de se intensificar os estudos em geometria, principalmente no que se refere aos cálculos de área e perímentro de figuras planas, motivando assim a elaboração desta dissertação.

Inicialmente no Capítulo 2 são apresentados os estudos dos dados disponíveis nos diversos documentos oficiais referentes ao processo de ensino/aprendizagem e aos índices alcançados pela sala trabalhada, afim de se obter uma visão geral de seu rendimento escolar e poder superar as fragilidades encontradas. No Capítulo 3 são ressaltados alguns aspectos pertinentes a Resolução de Problemas.

O Capítulo 4 é destinado a teoria da geometria plana, mais especificamente ao estudo de comprimentos e áreas. No Capítulo 5 encontra-se o desenvolvimento das atividades, que podem ser observadas nos Anexos desta dissertação.

Durante o desenvolvimento deste projeto busca-se formas, mecanismos e situações para auxiliar na construção do pensamento lógico dos discentes, e utiliza-se problemas que contribuem para a evolução de algumas habilidades mentais. Neste processo de desenvolvimento julga-se importante mostrar aos discentes que a utilização de um sistema formal nos possibilita um maior poder de expressão e argumentação com uma menor complexidade. E que para realizar as atividades propostas necessitam de uma mudança de atitude, através de experiências, questionamentos e busca de informações, ou seja, efetuar um aprendizado constante que torne possível estruturar o seu conhecimento matemático e simplificar a apresentação de suas conclusões.

Tais reflexões sobre as ações de como trabalham-se e formulam-se os argumentos revela-se importante, pois são eles que em sua grande maioria servirão de modelo para que os discentes busquem soluções próprias, já que cotidianamente precisa-se julgar corretamente e fazer uso de argumentos formalmente válidos para se chegar a conclusões verdadeiras e determinar a validade do raciocínio. Assim justifica-se a utilização de símbolos universais que permitem uma estrutura facilmente reconhecível possibilitando formalizar um argumento fazendo uma modelagem matemática e evoluir na estruturação do raciocínio.

Percebe-se assim que ensinar a resolver problemas é uma tarefa que motiva o discente a pensar e contribui para que ideias produtivas se manifestem, sendo esta uma grande motivação para a escolha deste tema e para o desenvolvimento deste trabalho.

2 Estudo dos documentos oficiais

Para o desenvolvimento deste projeto julga-se pertinente o estudo dos documentos oficiais, no que se refere a Matemática, Geometria e da Metodologia de Resolução de Problemas.

2.1 IDESP: Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo

> O IDESP - Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo é o indicador que avalia a qualidade das escolas estaduais paulistas em cada ciclo escolar e permite fixar metas anuais para o aprimoramento da qualidade da educação no Estado.(SÃO PAULO, 2013, p.1, de acordo com [13])

Os pontos da escala do SARESP são agrupados em quatro níveis de proficiência, definidos a partir das expectativas de aprendizagem estabelecidos para cada ano/série e disciplina no Currículo do Estado de São Paulo, descritos da seguinte forma: Os alunos, neste nível, demonstram:

- **Abaixo do Básico:** Domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram;
- **Básico:** Domínio mínimo dos conteúdos, competências e habilidades, mas possuem as estruturas necessárias para interagir com o currículo no ano/série subsequente;
- **Adequado:** Domínio pleno dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para o ano/série escolar em que se encontram;
- **Avançado:** Conhecimento e domínio dos conteúdos, competências e habilidades acima do requerido no ano/série escolar em que se encontram.

No Boletim da Escola do ano de 2013, de acordo com [13], apresentado no ano de 2014, observa-se os seguintes dados referentes a sala trabalhada.

Tabela 2.1: IDESP 2013: Distribuição por Níveis de Desempenho em Matemática da E E Profª Maria Evanilda Gomes, 9º Ano do Ensino Fundamental.

Abaixo do básico	Básico	Adequado	Avançado
36%	64%	0%	0%

Assim conclui-se que no ano de 2013 nesta classe de 14 alunos, nenhum apresentou nível de proficiência adequado em matemática para o ano que cursava.

Coletando informações com docentes e coordenadores pedagógicos que trabalharam anteriormente com a sala soube-se que eles eram indisciplinados, desinteressados e que não possuiam há muitos anos um professor efetivo em matemática e que seus substitutos eram de outras disciplinas ou jovens ainda em formação acadêmica, o que é compreensível por se tratar de uma escola situada em um distrito de difícil acesso.

Outro dado apresentado neste mesmo boletim sobre a sala mostra que o desempenho destes alunos comparados a rede estadual esteve sempre abaixo, como pode-se constatar na Tabela 2.2 a seguir, pois nesta escola há apenas uma sala de cada ano/série.

Tabela 2.2: IDESP 2013: Rede Estadual e E E Profª Maria Evanilda Gomes, 9º Ano do Ensino Fundamental.

Escola	Diretoria	Município	Estado
1.79	2.60	3.14	2.50

Outros dados referentes aos 9º anos de toda a Rede Estadual estão contidos no Relatório Pedagógico - Matemática SARESP 2013.

> De modo especial, nosso Estado, além de participar das avaliações nacionais, promove a avaliação externa da Educação Básica por meio do SARESP, cujas características asseguram a identidade de processo avaliativo de sistema, em larga escala, orientado por uma matriz de referência distinta, que faz interlocução com o Currículo do Estado de São Paulo e tem fornecido ao longo das edições, contínuas informações sobre os resultados do aprendizado dos alunos, permitindo o acompanhamento periódico da evolução do desempenho e dos fatores que influenciam a qualidade do ensino no sistema.(SÃO PAULO, 2013, p.III, de acordo com [14])

Neste relatório estão presentes as seguintes informações:

Gráfico 30. - Percentagem de Acertos em Itens Agrupados por Competências de Área (CA)

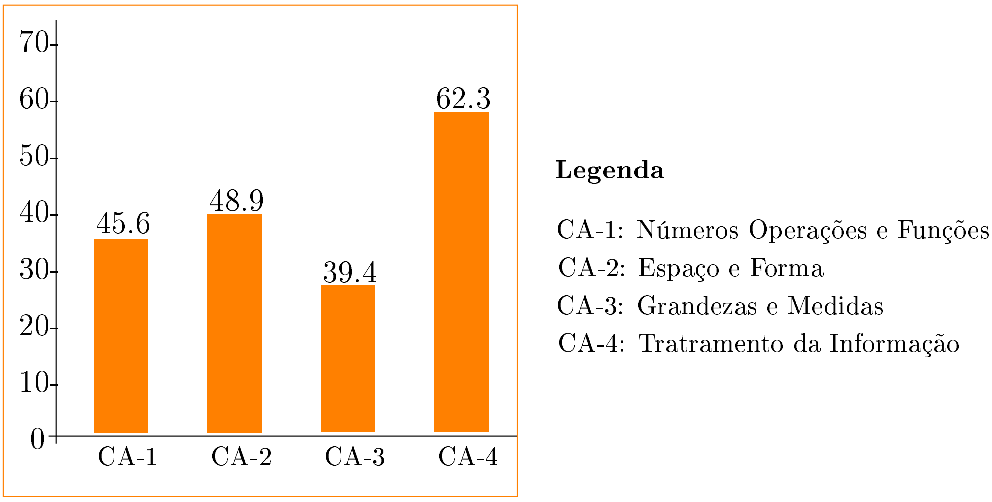


Figura 2.1: Fonte: SARESP 2013: Competências de Área - Matemática - 9ºAno do Ensino Fundamental.

Nessa edição, o tema Grandezas e Medidas foi o menos acertado, com 39,4%, mostrando, mais uma vez, que o tema com maior necessidade de ser trabalhado nesse ano escolar.(SÃO PAULO, 2013, p.106, de acordo com [14])

2.2 Avaliação da Aprendizagem em Processo (AAP)

Os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam na rede pública estadual do Estado de São Paulo desde 2011 recebem e aplicam em sala de aula, no início de cada semestre do ano letivo, cadernos de provas para diagnóstico de seus alunos, a fim de apoiar e subsidiar na elaboração de estratégias para reverter desempenhos insatisfatórios, através da análise de seus resultados como indicam os Comentários e Recomendações Pedagógicas direcionados aos professores e recebidos juntamente com os cadernos de provas.

> Espera-se que, agregados aos registros que o professor já possui, sejam instrumentos para a definição de pautas individuais e coletivas que, organizadas em um plano de ação, mobilizem procedimentos, atitudes e conceitos necessários para as atividades de sala de aula, sobretudo, aquelas relacionadas aos processos de recuperação da aprendizagem. (SÃO PAULO, 2014, p.2, de acordo com [11])

No estudo dos dados obtidos na tabulação das dificuldades nas resoluções destes problemas, um dos maiores índices apresentados foram nos problemas de geometria. Algumas questões, como as de realizar estimativas sobre as dimensões de um objeto com base na unidade adequada tiveram percentual de acertos em 33% dos casos e questões onde tiveram de efetuar tranformações de unidades para expressar adequadamente uma medida obtiveram percentual de acertos em 17% dos casos.

Pelos motivos expostos anteriormente, observa-se que os trabalhos realizados com o tema em geometria devem ser intensificados, desta forma, neste projeto enfatiza-se o estudo da geometria por meio da Metodologia de Resolução de Problemas, mais especificamente para os cálculos de comprimentos e áreas, pois alguns conceitos são estudados no Ensino Fundamental e devem ser consolidados e aprofundados no Ensino Médio, evitando a simples apresentação de fórmulas, mas sim, levando o discente a entender os processos que levam ao estabelecimento de tais.

Através da observação do ambiente escolar, tem-se notado os baixos resultados obtidos pelos discentes em provas internas e externas do 6º ano do ensino fundamental à 3º série do ensino médio, principalmente em atividades relacionadas a geometria. No caso da Matemática, modificar a metodologia empregada em sala de aula, deixando de ser como na grande maioria das vezes uma transmissão de conhecimento e passando a construção dos conceitos pelo próprio discente, se faz urgente. Essas duas concepções, a primeira mais presente e a segunda ainda pouco explorada em nossas salas de aula de Matemática também são citadas nas Orientações Curriculares.

> A primeira concepção dá origem ao padrão de ensino "definição $\rightarrow$ exemplo $\rightarrow$ exercícios", ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como "exercícios de fixação".
>
> Já na segunda concepção. tem-se o caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação-problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento. (BRASIL, 2006, p.81, de acordo com [3])

As Orientações Curriculares também alertam quanto a escolha do tipo de problema, que podem ser assim classificados:

- "**fechados**": o aluno identifica o conteúdo a ser utilizado, sem que haja maiores provocações quanto à construção do conhecimento matemático, ou seja, o problema neste caso passa a ser um mero exercício, pois basta operar com os números que estão presentes sem refletir sobre o resultado final;

- "**abertos**": leva o aluno à aquisição de procedimentos para resolução valorizando o conhecimento e não mais a memorização;

- "**situação-problema**": leva o aluno à construção de um novo conhecimento matemático, ou seja, é uma situação geradora cujo conceito deve ser construído pelo aluno.

É notório que ainda é predominante a escolha de problemas "fechados", alguns "abertos" e poucas situações-problema, por ser mais fácil trabalhar com problemas "fechados", e gerar uma falsa aprendizagem, ou seja, uma forma ineficiente de mascarar resultados, que posteriormente em avaliações externas serão evidenciados. Mas através da dedicação aos estudos dos diversos assuntos abordados e do aprimoramento do conhecimento matemático, pode-se modificar a prática pedagógica e deste modo, melhorar o aprendizado de nossos discentes.

2.3 PCNs: Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCNs orientam quanto a função social da Matemática em nossa sociedade atual de forma a contribuir com a reflexão sobre a prática pedagógica dos docentes, o planejamento e execução de aulas, análise e seleção de materiais didáticos para que os discentes desenvolvam as competências e habilidades necessárias para cada ano.

Desta forma constata-se que nelas estão contidas algumas referências curriculares primordiais para uma atuação consciente e eficiente em sala de aula.

2.3.1 PCNs de Matemática para o Ensino Médio

A importância da Matemática na sociedade ocupa grande destaque nas considerações contidas nos PCNs.

> À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. (BRASIL, 2000, p.40, de acordo com [5])

Para que estas competências e habilidades sejam efetivamente desenvolvidas uma nova postura social se faz necessária como as mencionadas nos PCNs.

> Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 2000, p.40, de acordo com [5])

Quanto a prática pedagógica e as necessidades sociais, os PCNs alertam sobre o papel do professor no aprendizado dos discentes.

> Sem pretender estabelecer qualquer hierarquia de prioridades, rapidamente descrevemos alguns aspectos, conceitos ou instrumentos didáticos partilhados no ensino

> de todas as ciências e no da Matemática, começando por considerações sobre o papel do professor, que, conhecendo os conteúdos de sua disciplina e estando convicto da importância e da possibilidade de seu aprendizado por todos os seus alunos, é quem seleciona conteúdos, promove e media o diálogo educativo; favorece o surgimento de condições para que os alunos assumam o centro da atividade educativa, tornando-se agentes do aprendizado; articula abstrato e concreto, assim como teoria e prática; cuida da contínua adequação da linguagem, com a crescente capacidade do aluno, evitando a fala e os símbolos incompreensíveis, assim como as repetições desnecessárias e desmotivantes. (BRASIL, 2000, p.51, de acordo com [5])

Por este motivo neste projeto propõe-se a pesquisa de como trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula. Fundamentada, apoiada e orientada pelas referências curriculares contidas nos PCNs.

> Não somente em Matemática, mas até particularmente nessa disciplina, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 2000, p.52, de acordo com [5])

2.3.2 PCNs de Matemática para o Ensino Fundamental

Os PCNs indicam como um dos objetivos que ao final do ensino fundamental os discentes sejam capazes de:

> Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isto o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1998, p.8, de acordo com [4])

Em busca de construir de forma significativa o conhecimento, despertar o interesse e a participação efetiva dos discentes, deve-se atentar a não utilizar o problema como exercício, o que na grande maioria das vezes ocorre nas salas de aula. Propõe-se então procurar enfatizar aos discentes a importância do processo de resolução dos problemas, como alertam os PCNs.

> O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações para obter um resultado. Ou seja a solução

> não está disponível de início, mas é possível construí-la. Resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses), compare seus resultados com os de outros alunos e valide seus procedimentos. (BRASIL, 1998, *p*.41, de acordo com [4])

Para que desta forma os discentes sejam capazes de aumentar sua confiança no uso da Matemática, aprendendo a comunicar-se matematicamente e a fazer uso de processos de pensamento de nível mais elevado, como cita Pires, de acordo com [10] ao falar sobre os currículos de matemática.

Neste sentido é extremamente importante que os discentes tenham conhecimento que a utilização de símbolos de relação entre termos combinada ao uso de quantificadores universais possibilitam uma capacidade de expressão cada vez mais ampla, pois elas podem incidir não apenas sobre indivíduos ou objetos, mas também sobre funções ou proposições que são sentenças declarativas. Assim verificar se os procedimentos utilizados pelos discentes estão adequados na resolução de problemas, e observar se o argumento justifica ou não a conclusão apresentada, faz-se necessário sempre.

2.4 Orientações Curriculares para o Ensino Médio

As Orientações Curriculares visam subsidiar os debates entre professor e escola sobre a prática docente e apoiar a reflexão do professor sobre a necessidade de uma revisão de suas práticas pedagógicas, contribuindo para a melhoria do ensino. Assim atendendo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), que tem como uma de suas finalidades centrais o intuito de garantir ao estudante a preparação para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos, as Orientações Curriculares preocupam-se em tratar de três aspectos: a escolha de conteúdos; a forma de trabalhar os conteúdos; o projeto pedagógico e a organização curricular.

O foco neste momento será a forma de trabalhar os conteúdos, pois, nas Orientações Curriculares destacam-se a preocupação em agregar um valor formativo ao desenvolvimento do pensamento matemático, valorizando o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes. Propondo colocar os discentes a formular questões, questionar a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos e argumentar com fundamentação lógico-dedutiva, propiciando um processo investigativo que o auxilie na apropriação do conhecimento, ampliando e aprimorando suas estratégias de resolução em busca da validação de seus resultados.

De acordo com as Orientações Curriculares.

> O estudo da *Geometria* deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no es-

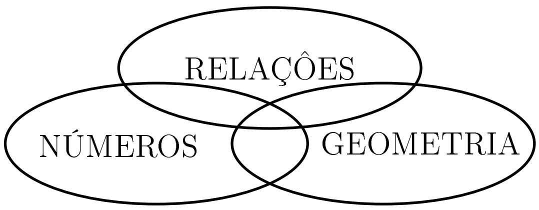
> paço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos- a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p.75, de acordo com [3])

2.5 Currículo do Estado de São Paulo

Este documento propõe alguns princípios orientadores para a prática educativa, ou seja, os Cadernos do Currículo orientam o trabalho do professor em sala de aula, visando assegurar aos discentes a aprendizagem dos conteúdos e a constituição das competências previstas no Currículo.

Quanto a organização dos conteúdos disciplinares de Matemática o Currículo apresenta três grandes blocos temáticos: **Números**, **Geometria** e **Relações**.

> Naturalmente, os conteúdos dos três blocos interpenetram-se permanentemente, sendo praticamente impossível abordar um deles sem a participação quase automática dos dois outros, e é importante mencionar a positividade de tal fato.



$$\text{Números}\begin{cases}\text{equivalência/ordem}\\ \text{simbolização/operações}\end{cases}$$

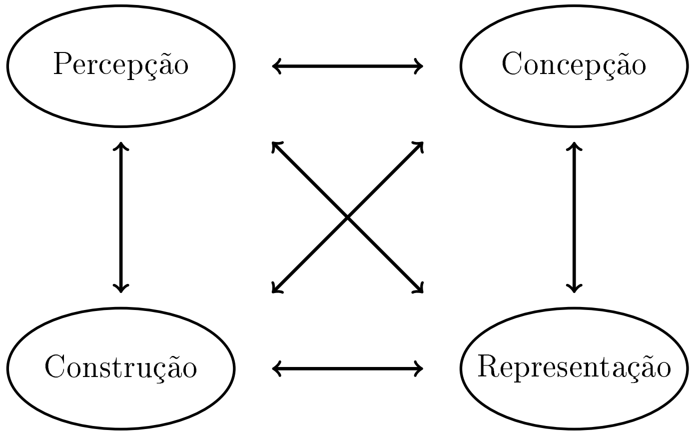
$$\text{Geometria}\begin{cases}\text{percepção/concepção}\\ \text{construção/representação}\end{cases}$$

$$\text{Relações}\begin{cases}\text{medidas/aproximações}\\ \text{proporcionalidade/}\\ \text{interdependência}\end{cases}$$

> De fato, os **Números** são construídos a partir das relações de equivalência e de ordem; na **Geometria**, um lugar de especial destaque é ocupado pelas relações

métricas; e praticamente todas as **Relações** que imaginarmos incluirão números ou formas geométricas.(SÃO PAULO, 2012, p.39, de acordo com [12])

Um aspecto importante a ser destacado na apresentação da Geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, é o fato de que o conhecimento geométrico apresenta quatro faces, que se relacionam permanentemente na caracterização do espaço: a **percepção**, a **concepção**, a **construção** e a **representação**. Não são fases, como as da Lua, que se sucedem linear e periodicamente, mas faces, como as de um tetraedro, que se tocam mutuamente, contribuindo para uma compreensão mais rica da natureza do espaço em que vivemos.



De fato, ainda que a iniciação em Geometria costume realizar-se por meio da percepção imediata das formas geométricas e de suas propriedades características, tendo por base atividades sensoriais como a observação e a manipulação de objetos, desde muito cedo tais atividades relacionam-se diretamente com a construção, a representação ou a concepção de objetos, existentes ou imaginados.(SÃO PAULO, 2012, p.42, de acordo com [12])

Pode-se assim evidenciar que a ideia de número nasce tanto da contagem quanto da medida e que o estudo da Geometria, principalmente os cálculos de comprimentos e áreas, envolvem relações métricas, que se iniciam com a comparação de uma grandeza com um padrão (segmentos e quadrados) unitário, expressando o resultado da comparação e culminam com a sua formalização em expressões literais que traduzem medidas e relações entre medidas. E neste processo de desenvolvimento da aprendizagem, optar pela resolução de problemas que levem os discentes a refletir para poder discernir o que é relevante no caminho para a resposta correta, contribui efetivamente na construção do pensamento matemático.

3 Resolução de Problemas

Para muitos educadores matemáticos, problema é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução.

Desta forma algumas interpretações sobre a Metodologia de Resolução de Problemas, relatadas por Dante, de acordo com [6] devem ser observadas.

3.1 Formulação e resolução de problemas

Quanto a formulação e resolução de problemas, elas estão divididas em:

- **Formulação e resolução de problemas como meta:** Nessa interpretação ensina-se matemática para que o discente aprenda a formular e resolver problemas, ou seja, a ênfase deve ser dada na resolução de problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas.

  Observa-se nesta interpretação que a resolução de problemas é o principal motivo de se estudar matemática, sendo o objetivo primordial a ser atingido;

- **Formulação e resolução de problemas como processo:** Nessa segunda abordagem, a aprendizagem da matemática aconteceria ensinando os processos de formulação e resolução de problemas aos discentes, tendo como foco principal apenas o processo e não a resposta, ou seja, o modo como o discente formula e resolve um problema, os métodos, as estratégias e os procedimentos que ele utiliza;

- **Formulação e resolução de problemas como habilidade básica:** Nessa concepção, a formulação e resolução de problemas é uma competência mínima, básica, onde os conteúdos e os métodos de solução são essenciais e que todos os indivíduos devem dominar para que se insiram no mundo do conhecimento e do trabalho;

- **Formulação e resolução de problemas como metodologia do ensino da matemática:** Essa interpretação leva em conta as três interpretações anteriores e faz uso de situações-problema, problematizando situações, onde conteúdo (conceitos, procedimentos e atitudes) e metodologia são inseparáveis.

3.2 Objetivos da formulação e da resolução de problemas

Quanto aos objetivos que a formulação e a resolução de problemas pretendem atingir destaca-se:

- **Fazer o aluno pensar produtivamente:** O pensamento produtivo produz novas e diferentes soluções, inventando, buscando e usando novos métodos, enquanto o pensamento reprodutivo apenas reproduz a aplicação de métodos já conhecidos;
- **Desenvolver o raciocínio do aluno:** Promovendo o desenvolvimento da habilidade de elaborar raciocínios lógicos e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia;
- **Ensinar o discente a enfrentar situações novas:** Buscando desenvolver nele iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência;
- **Dar ao discente a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática:** Favorecendo o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação a matéria e o uso conveniente dos algoritmos das quatro operações ou das passagens na resolução de situações-problema;
- **Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras:** Trabalhar de modo ativo desperta o prazer de estudar matemática, aumenta a autoestima, suscita a curiosidade e desencadeia um comportamento de pesquisa, diminuindo a passividade e conformismo;
- **Equipar o discente com estratégias para resolver problemas:** Esse mecanismo auxilia a análise e a solução de problemas em que um ou mais elementos desconhecidos são procurados e podem ser aplicadas em outras situações;
- **Dar uma boa base matemática às pessoas:** Formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas cotidianos, para que desenvolva desde cedo a capacidade de enfrentar situações-problema;
- **Liberar a criatividade do aluno:** Promover a coleta e combinação de informações com experiências anteriores e conhecimentos acumulados, produzir várias soluções possíveis e desenvolver critérios para avaliar, julgar, testar e decidir qual a melhor solução.

> Assim, parece bastante razoável trabalhar com a formulação e a resolução de problemas a fim de fazer emergir e desenvolver características criativas nas crianças. É claro que não há uma maneira de ensinar as crianças “como devem pensar” produtivamente diante de um problema. O mais importante é oferecer a elas “oportunidade para pensar” e discutir as várias maneiras empregadas nesse processo.(DANTE, 2010, p.23, de acordo com [6])

3.3 Os vários tipos de problema

Dentre os diversos tipos de problemas tem-se:

- **Exercícios de reconhecimento:** Seu objetivo é fazer com que o discente reconheça, indentifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade etc;
- **Exercícios de algoritmos:** Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores;
- **Problemas-padrão:** O objetivo desses problemas é recordar e fixar os fatos básicos por meio dos algoritmos das quatro operações fundamentais. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam;
- **Problemas-processo ou heurísticos:** O objetivo desses problemas é levar o discente a pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução correta, utilizando uma grande variedade de processos de pensamento. A solução do problema não esta contida explicitamente no enunciado, portanto permitem que o discente desenvolva a criatividade, a iniciativa e o espírito explorador;
- **Problemas de aplicação:** São também chamados de situações-problema contextualizadas. Seu objetivo é matematizar uma situação real, que por meio de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos, possa-se organizar os dados em tabelas, traçar gráficos, fazer operações etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados;
- **Problemas de quebra-cabeça:** Seu objetivo é envolver e desafiar os discentes. Também chamada matemática recreativa, e sua solução depende da percepção de alguma regularidade, que é a chave da solução.

3.4 Como se resolve um problema

Segundo o esquema de Polya, citado por Dante, de acordo com [6] são quatro as etapas principais para a resolução de um problema:

- compreender o problema;
- elaborar um plano;
- executar o plano;
- fazer o retrospecto ou verificação.

Lembrando que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis. Ajudam o solucionador a se orientar durante o processo de resolução do problema. Eis alguns questionamentos aplicados em cada uma dessas etapas.

1ª etapa: compreender o problema

Para resolver o problema é preciso ler atentamente e compreendê-lo, para responder questões como:

a) Você leu e compreendeu corretamente o problema?

b) O que se pede no problema?

c) Quais são os dados e as condições do problema?

d) É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama?

e) É possível estimar a resposta?

2ª etapa: elaborar um plano

Nesta etapa, faz-se a conexão entre os dados do problema e o que ele pede. Pode-se nesta fase realizar algumas perguntas como:

a) Qual é o seu plano para resolver o problema?

b) Que estratégia você tentará desenvolver?

c) Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?

d) Tente organizar os dados em tabelas e gráficos.

e) Tente resolver o problema por partes.

f) Há alguma outra estratégia?

3ª etapa: executar o plano

Nesta etapa, verifica-se cada passo a ser dado. Efetua-se os cálculos necessários e realiza-se as seguintes verificações:

a) Executar o plano elaborado, desenvolvendo-o passo a passo;

b) Efetuar todos os cálculos indicados no plano;

c) Executar todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

4ª etapa: fazer o retrospecto ou verificação

Nesta etapa, faz-se a análise da solução obtida e de todo o caminho trilhado, para detectar e corrigir possíveis enganos. Tomando os seguintes cuidados:

a) Examinar se a solução obtida está correta;

b) Há outra maneira de resolver o problema?

c) É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

> Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor.(Dante, 2010, p.36, de acordo com [6])

4 A Geometria Plana

A Geometria segundo Eves, de acordo com [7], se desenvolveu a partir da nessecidade do ser humano de partilhar terras, construir casas, prever o movimento dos astros e muitas outras tarefas cotidianas, que sempre dependeram de operações geométricas. Grandes civilizações antigas - chinesa, hindu, mesopotâmica, egípcia - possuíam e utilizavam informações geométricas, mas o faziam de maneira não sistematizada, mas foi a civilização grega, entre 300 a.C. e 150 a.C., a responsável pela organização da geometria como ciência dedutiva. Muitos grandes matemáticos se dedicaram às pesquisas e ao ensino na cidade de Alexandria, pois os reis gregos construiram e proveram financeiramente uma grande universidade onde se estabeleceram grandes estudiosos dentre eles Euclides, autor de muitos trabalhos sendo o mais importante a obra *Elementos* contendo treze livros que abordam aritmética, álgebra e geometria, utilizado até hoje como texto fundamental de geometria com milhares de exemplares vendidos em todo o mundo.

Em geometria plana pode-se relacionar os seguintes conteúdos:

- Ponto, reta e plano;
- Posições relativas entre retas e planos;
- Ângulos e medidas;
- Polígonos
- Perímetro e área de figuras planas

No entanto neste trabalho fala-se sobre perímetro e área de figuras planas poligonais que é tema deste projeto.

4.1 Comprimento e Áreas de Superfícies Planas

Na aplicação deste trabalho utiliza-se atividades envolvendo perímetro e área de figuras planas, contendo desenhos e imagens que fornecem modelos abstratos de objetos do mundo físico e que lidam com conceitos geométricos e da relação entre eles, pois estes conceitos devem ser adquiridos ao longo das várias fases da escolaridade. Deste modo tomando como referência o livro Áreas e Volumes de Lima, de acordo com [8], discuti-se como se mede o comprimento de um segmento de reta e a área de algumas figuras planas.

4.1.1 Medida de um segmento

Indica-se com o símbolo $\overline{AB}$ a medida, ou comprimento do segmento de reta AB, onde $\overline{AB}$ é um número que deve exprimir quantas vezes o segmento AB contém um segmento u, fixado previamente, que se convencionou tomar como unidade de comprimento, ou como segmento unitário.

Começa-se fixando um segmento de reta u, que chama-se de *segmento unitário* (ou unidade de comprimento). Por definição, o comprimento de u será igual a 1.

Todos os segmentos de reta congruentes a u terão (ainda por definição) o comprimento 1.

Dado um segmento de reta AB se existir um ponto intermediário C (situado em AB) tal que os segmentos AC e CB sejam congruentes a u, então o comprimento de AB será 2. Escrevemos então $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = 2$.

Mais geralmente, dado um número inteiro positivo n, se for possível obter $n-1$ pontos intermediários A_1, A_2, ..., A_{n-1} no segmento AB, de tal modo que os n segmentos AA_1, A_1A_2, ..., $A_{n-1}B$ sejam todos congruentes ao segmento unitário u, então o comprimento de AB será n. Escreve-se então:

$$\overline{AB} = \overline{AA_1} + \overline{A_1A_2} + \ldots + \overline{A_{n-1}B} = 1 + 1 + \ldots + 1 = n$$

Figura 4.1: Segmentos u (unitário) e AB (inteiro).

Para descrever esta situação, diz-se que $\overline{AB} = n$ porque AB se decompõe em n segmentos de reta justapostos, todos de comprimento 1, como observa-se na Figura 4.1.

Estes são os segmentos de reta cujos comprimentos são números inteiros. Quando $\overline{AB} = n$ (n inteiro), é natural dizer que AB contém n vezes o segmento unitário u.

Suponha-se agora que $\overline{AB}$ não é um número inteiro, ou seja AB não contém u um número inteiro de vezes, mas existe um segmento menor w, tal que u contém w n vezes e AB contém w m vezes, sendo n e m números inteiros.

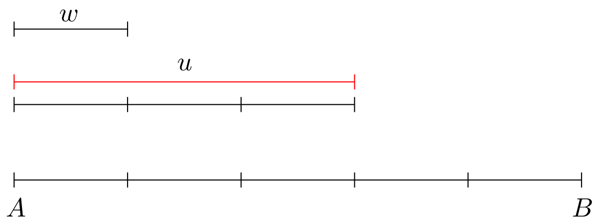


Figura 4.2: Segmentos u (unitário), w e AB (fracionários).

O segmento unitário u contém 3 vezes o segmento w enquanto AB contém 5 vezes w. Logo $\overline{AB} = \frac{5}{3}$, como pode-se observar na Figura 4.2.

O segmento w é o que se chama um *submúltiplo comum* de AB e u. Neste caso. dizemos que os segmentos AB e u são *comensuráveis*. Como u contém w n vezes, é natural dizer que a medida de w é $\frac{1}{n}$ e, portanto, que o comprimento de AB é m vezes $\frac{1}{n}$, ou seja, $\overline{AB} = \frac{m}{n}$.

Em resumo: fixado o segmento unitário u, o comprimento de um segmento AB é um número racional $\frac{m}{n}$, quando existe um segmento w que esteja contido n vezes em u e m vezes em AB. Neste caso, w e u se dizem *comensuráveis*.

Tome-se agora um segmento AB não comensurável com a unidade de comprimento u. Sua medida $\overline{AB}$ é portanto um número irracional.

Seja dado um número inteiro positivo n. (Por exemplo, $n = 1000$ ou $n = 1000000$.) Dividimos o segmento unitário u em n partes iguais. Cada uma dessas partes é um segmento que mede $\frac{1}{n}$. Seja w uma dessas partes. Existe um inteiro positivo m tal que AB contém m segmentos congruentes a w e ainda sobra alguma coisa, mas $m+1$ segmentos congruentes a w, justapostos, formam um segmento maior do que AB. Quando isto ocorrer, tem-se $\frac{m}{n} < \overline{AB} < \frac{m+1}{n}$. Ou seja, o número racional $\frac{m}{n}$ é uma aproximação por falta para o comprimento de AB, com erro inferior a $\frac{1}{n}$. Da mesma forma, $\frac{m+1}{n}$ é uma aproximação por excesso do número irracional AB, com erro inferior a $\frac{1}{n}$.

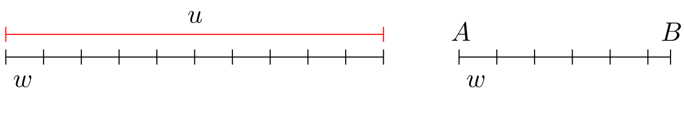


Figura 4.3: Segmentos u (unitário), w (racional) e AB (irracional).

Como observa-se na Figura 4.3, o segmento w é $0,1$ da unidade u. O segmento

AB contém um pouco mais do que 5 segmentos congruentes a w, porém, não chega a conter 6. Logo o comprimento de AB satisfaz $0,5 < \overline{AB} < 0,6$. Isto é, $0,5$ e $0,6$ são valores aproximados de $\overline{AB}$, por falta e por excesso, ambos com erro inferior a $0,1$.

Concluí-se assim a discussão sobre a medida $\overline{AB}$ (ou comprimento) de um segmento de reta AB. Essa medida pode ser inteira, fracionária ou irracional. Os primeiros casos ocorrem quando AB é comensurável com a unidade de comprimento escolhida. O último caso se dá quando AB e o segmento unitário são incomensuráveis, isto é, não possuem um submúltiplo comum. Neste caso, dado qualquer inteiro n, pode-se obter aproximações racionais $\frac{m}{n}$ e $\frac{m+1}{n}$, por falta e por exesso, para o comprimento $\overline{AB}$. O erro cometido é, portanto, inferior a $\frac{1}{n}$. Como $\frac{1}{n}$ pode se tornar um valor tão pequeno quanto o desejado (bastando para isso tornar n grande) ve-se que é possível obter valores aproximados para $\overline{AB}$ com erro tão insignificante quanto se queira.

4.1.2 Áreas

Pode-se tratar agora de medir a porção do plano ocupada por uma figura plana F. Para isso, compara-se F com a unidade de área. O resultado dessa comparação será um número, que deverá exprimir quantas vezes a figura F contém a unidade de área. Veja como se pode dar um significado preciso a esta idéia.

Primeiro, convenciona-se em tomar como unidade de área um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento. Ele será chamado o *quadrado unitário*.

Qualquer quadrado cujo lado mede 1 terá, por definição, área igual a 1.

Um quadrado Q cujo lado tem para medida o número inteiro n pode ser decomposto, por meio de paralelas aos seus lados, em n^2 quadrados justapostos, cada um deles com lado unitário e portanto com área 1. Segue-se que o quadrado Q deve ter área n^2.

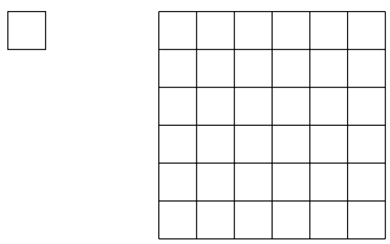


Figura 4.4: Quadrados , decomposto em quadrados unitários.

Na Figura 4.5, pode-se observar quadrados de lado 6, decomposto em $6^2 = 36$ quadrados unitários.

De modo análogo, se o lado de um quadrado Q tem por medida $\frac{1}{n}$, onde n é inteiro, então o quadrado unitário se decompõe, através de paralelas aos seus lados, em n^2 quadrados justapostos, todos congruentes a Q. Estes n^2 quadrados congruentes a Q compondo um quadrado de área 1, segue-se que a área de Q deve satisfazer à condição $n^2\times$ (área de Q) $= 1$ e portanto, área de $Q = \frac{1}{n^2}$.

Mais geralmente, se o lado de um quadrado Q tem por medida o número racional $\frac{m}{n}$, então pode-se decompor cada lado de Q em m segmentos, cada um dos quais tem comprimento $\frac{1}{n}$. Traça-se paralelas aos lados de Q a partir dos pontos de divisão, obtem-se uma decomposição de Q em m^2 quadrados, cada um dos quais tem lado $\frac{1}{n}$. Portanto, a área de cada um desses quadrados menores é $\frac{1}{n^2}$. Segue-se que a área de Q deve ser $m^2 \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{m^2}{n^2}$, ou seja, área de $Q = \left(\frac{m}{n}\right)^2$.

Pode-se então concluir que a área de um quadrado Q cujo lado tem para medida um número racional $a = \frac{m}{n}$ é dada pela expressão:

$$\boxed{\text{área de } Q = a^2}$$

Mas existem quadrados cujos lados são incomensuráveis com o segmento unitário. Seja Q um desses: o lado de Q tem para medida o número *irracional* a. Observa-se agora que, ainda neste caso, deve-se ter área de $Q = a^2$.

Raciociona-se de modo indireto. Dado qualquer número $b < a^2$, mostra-se que deve ser $b <$ área de Q. Em seguida, prova-se que $a^2 < c$ implica área de $Q < c$. Isto mostrará que a área de Q não pode ser menor nem maior do que a^2. Portanto, conclui-se que área de $Q = a^2$. Demonstrada somente a primeira parte deste argumento. A segunda é inteiramente análoga.

Seja, pois, b um número tal que $b < a^2$. Toma-se um número racional r, inferior a a. porém tão próximo de a que se tenha $b < r^2 < a^2$. (Basta tomar r, uma aproximação por falta de a, com erro inferior a $a - \sqrt{b}$, então $\sqrt{b} < r < a$ e portanto $b < r^2 < a^2$.)

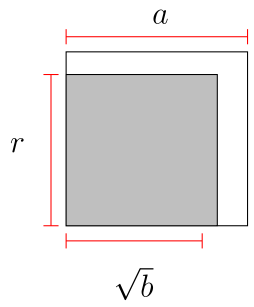


Figura 4.5: Quadrado de lado r contido no quadrado de lado a.

Observa-se na Figura 4.5 que o quadrado de lado r está contido no quadrado Q, de lado a. Logo $r^2 <$ área de Q. Como $\sqrt{b} < r$, temos $b < r^2 <$ área de Q.

No interior de Q, toma-se um quadrado Q' de lado r. Como r é racional, a área deste quadrado é r^2. Como Q' está contido no interior de Q, deve-se ter área de $Q' <$ área de Q, ou seja $r^2 <$ área de Q. Mas sabe-se que $b < r^2$. Conclusão: $b <$ área de Q.

Assim, todo número real b, inferior a a^2, é também menor do que a área de Q. Da mesma maneira se prova que todo número real c, maior que a^2, é maior do que a área de Q. Assim, a área de Q não pode ser menor nem maior do que a^2. Por exclusão, deve-se então ter área de $Q = a^2$.

Concluí-se, desta maneira, que a área de um quadrado Q, cujo lado mede a, deve ser expressa pela fórmula

$$\boxed{\text{área de } Q = a^2}$$

Na fórmula acima, a é um número real qualquer: inteiro, fracionário ou irracional.

Considera-se agora a área do retângulo.

Se os lados de um retângulo R têm para medidas os números inteiros m e n, então, mediante paralelas aos lados, podemos decompor R em $m \cdot n$ quadrados unitários, de modo que se deve ter área de $R = m \cdot n$.

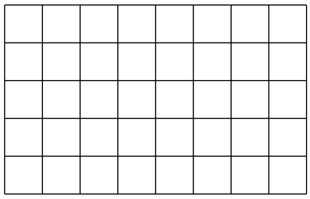


Figura 4.6: Retângulo decomposto em quadrados unitários.

Na Figura 4.6 o retângulo R, cujos lados medem 5 e 8, subdividido em $5 \times 8 = 40$ quadrados unitários. Tem-se área de $R = 8 \times 5 = 40$.

Mais geralmente, se os lados do retângulo R têm como medidas dois números racionais a e b, podemos escrever estes números como duas frações $a = \frac{p}{q}$ e $b = \frac{r}{q}$, com o mesmo denominador q. Dividi-se cada lado de R em segmentos de comprimento $\frac{1}{q}$. O lado que mede a ficará decomposto em p segmentos justapostos, cada um deles medindo $\frac{1}{q}$. O lado que mede b ficará subdividido em r segmentos iguais, de comprimento $\frac{1}{q}$. Traçando paralelas aos lados a partir dos pontos de subdivisão, o retângulo R ficará subdividido em $p \cdot r$ quadrados, cada um deles de lado $\frac{1}{q}$. A área de cada um desses quadradinhos é $\left(\frac{1}{q}\right)^2 = \frac{1}{q^2}$. Logo a área de R deverá ser igual a $(p \cdot r) \times \left(\frac{1}{q^2}\right) = \frac{pr}{q^2} = \frac{p}{q} \cdot \frac{r}{q}$, ou seja, área de $R = a \cdot b$.

Vê-se assim que, quando os lados de um retângulo R têm para medidas os números racionais a e b, a área de R deve ser expressa pela fórmula:

$$\boxed{\text{área de } R = a \cdot b}$$

Diz-se, então, que a área do retângulo é o produto da base pela altura.

Isto foi mostrado acima apenas quando a e b são números racionais, mas é uma fórmula geral, válida mesmo que os números a e b sejam irracionais (ou um deles seja racional e o outro irracional).

Para não alongar demasiadamente estas considerações, omiti-se a discussão do caso geral e passa-se a usar a fórmula da área do retângulo mesmo que a e b não sejam ambos racionais.

Da área do retângulo, passa-se facilmente para a área do paralelogramo. Um *paralelogramo* é um quadrilátero no qual os lados opostos são paralelos.

Quando se toma um lado do paralelogramo como base, chama-se *altura* do paralelogramo a um segmento da perpendicular que liga a base ao lado oposto.

Dado o paralelogramo $ABCD$, sejam b o comprimento da base AB e h o comprimento da altura DE. Então, $ABCD$ tem a mesma área que o retângulo $EFCD$ obtido quando se remove o triângulo DAE para a posição CBF. Portanto, a área de $ABCD$ é igual a $b \cdot h$.

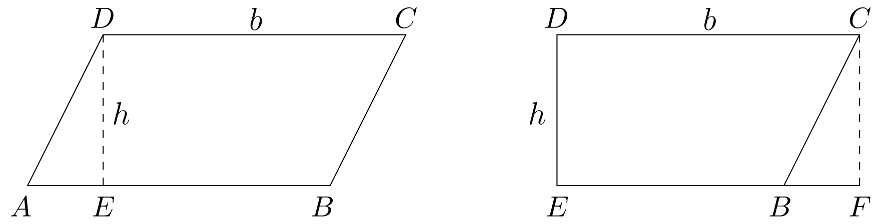


Figura 4.7: Paralelogramo $ABCD$ e retângulo $EFCD$.

Removendo-se o triângulo DAE da esquerda e colocando-o à direita, na posição CBF, transforma-se o paralelogramo $ABCD$ no retângulo $EFCD$, sem alterar a área, nem a base nem a altura, como observa-se na Figura 4.7.

Assim, a área de um paralelogramo é igual ao produto do comprimento de qualquer uma de suas bases pelo comprimento da altura correspondente.

Em particular, vê-se que o produto do comprimento da altura correspondente é constante (não depende da base escolhida). Este fato não é óbvio sem considerações de áreas.

Da área do paralelogramo, passa-se imediatamente para a área do triângulo, pois todo triângulo é a metade de um paralelogramo.

Mais precisamente, dado um triângulo ABC, cuja área deseja-se calcular, traça-se, pelos vértices C e B, respectivamente, paralelas aos lados AB e AC. Estas paralelas se encontram no ponto D e fornecem um paralelogramo $ABDC$. Tome-se a altura CE deste paralelogramo. Se $\overline{AB} = b$ e $\overline{CE} = h$, sabe-se que a área de $ABDC = b \cdot h$. Ora, os triângulos ABC e BCD são congruentes (2º caso de igualdade de triângulos) e logo têm a mesma área.

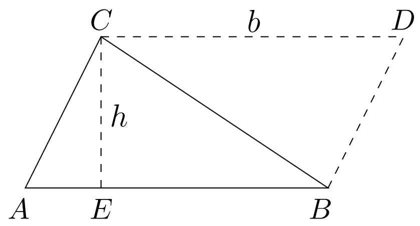


Figura 4.8: Triângulo ABC e BCD.

Como observa-se na Figura 4.8 os triângulos ABC e BCD são congruentes (pois têm um lado comum, compreendido entre dois ângulos iguais), logo tem a mesma área. Portanto, (área de $ABDC = 2) \times$ (área de ABC) e por conseguinte:

$$\boxed{\text{área de } ABC = \frac{b \cdot h}{2}}$$

Isto se exprime dizendo que a área de um triângulo é a metade do produto de uma base pela altura correspondente.

Num triângulo, temos 3 escolhas para base b e, portanto, 3 escolhas para a altura h. Seja qual for a escolha, o produto $b \cdot h$ será o mesmo, pois, em cada caso ele fornece o dobro da área do triângulo.

Para um polígono qualquer, o processo de calcular sua área consiste em subdividí-lo em triângulos, paralelogramos ou quaisquer outras figuras cujas áreas sabe-se calcular. A área do polígono procurada será a soma das áreas das figuras em que foi decomposto.

Por exemplo, seja $ABCD$ um *trapézio*. Isto significa que AB e CD são paralelos.

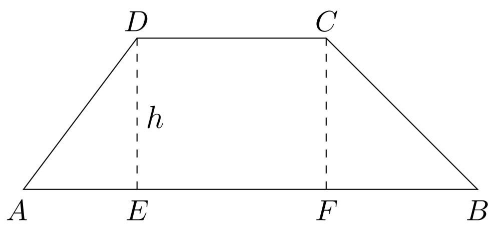


Figura 4.9: Trapézio $ABCD$.

Sejam DE e CF perpendiculares a AB. Indique com h o comprimento dessas duas perpendiculares. Sejam $b_1 = \overline{AB}$ e $b_2 = \overline{CD}$. A área do trapézio $ABCD$ é igual à soma das áreas dos triângulos AED e FBC, mais a área do retângulo $EFCD$. Portanto:

$$\text{área de } ABCD = \frac{\overline{AE} \times h}{2} + \overline{EF} \times h + \frac{\overline{FB} \times h}{2} = \frac{\overline{AE} + 2\overline{EF} + \overline{FB}}{2} \times h$$

Levando em conta que $\overline{EF} = \overline{CD}$, tem-se que $2\overline{EF} = \overline{EF} + \overline{CD}$.

Logo:

$$\text{área de } ABCD = \frac{\overline{AE} + \overline{EF} + \overline{FB} + \overline{CD}}{2} \times h = \frac{b_1 + b_2}{2} \times h$$

Assim, a área do trapézio é igual à semi-soma das bases vezes a altura.

Em resumo, mostra-se que se pode associar a cada polígono P um número real não negativo, chamado a *área de* P, com as seguintes propriedades:

1) Polígonos congruentes têm áreas iguais;

2) Se P é um quadrado com lado unitário, então área de $P = 1$;

3) Se P pode ser decomposto como reunião de n polígonos convexos $P_1, \ldots, P_n$ tais que dois quaisquer deles têm em comum no máximo um lado, então a área de P é a soma das áreas dos P_i, $1 \leq i \leq n$.

Nota-se que as fórmulas para as áreas do quadrado, do retângulo, do paralelogramo, do triângulo e do trapézio, obtidas acima, foram todas deduzidas a partir destas 3 propriedades.

Mas não tem-se uma definição geral para a área de uma figura plana. Em particular, não se sabe como obter a área do círculo, da elipse, etc.

Veja agora como se define a área de uma figura plana F arbitrária.

A área da figura plana F deve ser um número real não negativo, que indica-se com $a(F)$. Ele ficará bem determinado conhecendo-se seus valores aproximados, por falta ou por excesso.

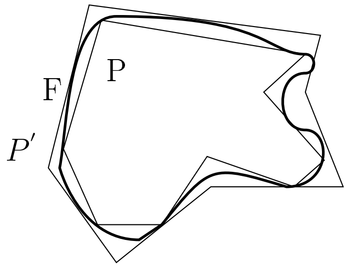


Figura 4.10: Figura plana F, contida num polígono P' e contendo um polígono P.

A área de P é uma aproximação por falta e a área de P' uma aproximação por excesso, para a área de F.

Os valores de $a(F)$ aproximados por falta são, por definição, as áreas dos polígonos P contidos em F. Os valores de $a(F)$ aproximados por excesso são dos polígonos P' que contêm F. Por conseguinte, quaisquer que sejam os polígonos P (contido em F) e P' (contendo F), como pode-se observar na Figura 4.10, o número $a(F)$ satisfaz às desigualdades:

$$a(P) \leq a(F) \leq a(P')$$

Por simplicidade, limita-se a atenção aos polígonos retangulares, para os quais é mais fácil calcular a área.

Um *polígono retangular* é a reunião de vários retângulos justapostos (isto é, dois desses retângulos têm em comum no máximo um lado). A área de um polígono retangular é a soma das áreas dos retângulos que o compõem.

Ainda para maior simplicidade, limita-se a atenção a polígonos retangulares *contidos* na Figura F cuja área deseja-se calcular. Em outras palavras, consideram-se apenas aproximações por falta para $a(F)$.

Assim, define-se a área da Figura F como o número real cujas aproximações por falta são as áreas dos polígonos retangulares contidos em F, como observa-se na Figura 4.11.

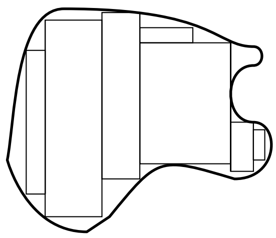


Figura 4.11: Polígono retangular P contido numa figura plana F.

A área de P é um valor aproximado por falta da área de F.

Pode-se, também, definir a área de F como o número real cujas aproximações por excesso são as áreas dos polígonos retangulares que contêm F.

5 Desenvolvimento das atividades

Utilizou-se neste projeto problemas encontrados nos Bancos de Questões da OBMEP, de acordo com [9]. É notório que muitos professores da rede do Estado de São Paulo não fazem uso deste material, e nem do Currículo do Estado de São Paulo [12], muitas vezes por ainda estarem realizando escolhas de problemas "fechados", pois estes problemas não promovem maiores esforços em sua execução, e envolvem basicamente a recordação de habilidades e conhecimentos já praticados. Os problemas, encontrados nos Anexos, visam possibilitar aos discentes um nível de pensamento mais elevado, ou seja, não busca-se qualquer tipo de comparação com os problemas ou com os resultados contidos nas avaliações do SARESP, pois como sabe-se estas avaliações possuem diferentes graus de dificuldades.

Por outro lado, trabalhar com situações-problema demanda tempo e muita organização, e neste sentido conta-se com o esforço constante da Secretaria da Educação do Estado em promover cursos de capacitação e orientações técnicas, com o intuito de complementar a proposta pedagógica e motivar a utilização de materiais diversificados, que na maioria das vezes permanecem empoeirados e esquecidos nas Salas de Leituras, das escolas estaduais paulistas.

Com a apresentação deste trabalho, espera-se contribuir para que muitos professores mudem suas dinâmicas em sala de aula e optem por situações problema desafiadoras, escolha que demanda uma nova postura, tanto de professores, como de discentes, que deixam de ser meros expectadores para serem protagonistas de seu aprendizado.

5.1 Apresentação

Nesta primeira aula foram apresentados os dados referentes a sala, já discutidos anteriormente no Conselho de Classe Participativo, já apresentados nesta dissertação, de acordo com Tabela 2.1, Tabela 2.2, Figura 2.1 e avaliações diagnósticas 2.2Avaliação da Aprendizagem em Processo(AAP), para sensibiliza-los sobre a importância de um novo enfoque nas dinâmicas das realizações de suas atividades, que seriam trabalhadas de uma forma semelhante a dinâmica do "café mundial", já trabalhado por outras disciplinas nesta escola, que objetiva uma conversação coletiva e construtiva, que visa a troca de conhecimento e o aumento no potencial de criação de seus participantes.

Julga-se importante que os discentes participem de todas as etapas do planejamento de suas ações, para que juntos reflitam sobre o processo de ensino e de aprendizagem, valorizem seu cotidiano escolar e as práticas pedagógicas bem sucedidas em outras disciplinas. Sugerindo assim mudanças e/ou reformulações em ações didáticas, contribuindo com o desenvolvimento de relações de autonomia e cooperação entre seus pares de forma flexível e dinâmica.

Desta forma ficou decidido que os grupos seriam formados por três participantes, com problemas diferentes e que a cada aula estes grupos trocariam seus problemas e posteriormente socializariam suas formas de resolução, discutindo sobre a que melhor expressou o resultado correto.

Sobre como trabalhar com resolução de problemas, utilizaram-se todas as orientações descritas por Dante, de acordo com [6], relatadas no Capítulo 3 desta dissertação, seguindo as quatro etapas de Polya, citadas na página 25, que como sabe-se, não são "rígidas" nem "milagrosas", mas contribuem para organização no processo de resolução de problemas:

1ª etapa: Compreender o problema;

2ª etapa: Traçar um plano;

3ª etapa: Colocar o plano em prática;

4ª etapa: Comprovar os resultados.

Os discentes foram levados a discutir sobre cada etapa, na 1ª etapa chegaram a conclusão que em um primeiro momento a leitura poderia ser individual e depois em grupo, na 2ª etapa sugeriram que o plano fosse discutido pelo grupo antes de ser montado, na 3ª etapa todos do grupo participariam e que a 4ª e última etapa fosse coletiva, neste momento os alertei que faria um acompanhamento dos grupos, realizando questionamentos, sugerindo material de pesquisa, esclarecendo algumas dúvidas pertinentes ao conteúdo, que poderiam ser imediatamente socializadas e alguns itens importantes colocados em lousa.

Assim realizaram-se as montagens dos grupos e realizações dos 5 problemas.

5.2 Observação dos resultados

Durante o desenvolvimento das atividades, contidas no Anexo A, os seguintes resultados foram observados, antes das socializações dos resultados:

5.2.1 Questão 1

Objetivo: Expressar o valor da área de um retângulo, formado por seis retângulos idênticos, conhecendo a medida de um de seus lados.

- 50% não souberam identificar a diferença entre unidades de comprimento e área;
- 36% calcularam o perímetro e atribuíram o valor para área;
- 14% calcularam corretamente a questão.

5.2.2 Questão 2

Objetivo: Expressar o valor da área de um retângulo, de uma figura formada por um triângulo e um retângulo, usando-se palitos iguais. Conhecendo a quantidade de palitos utilizados na construção da figura, a quantidade de palitos em cada lado do triângulo e o comprimento de cada palito.

- 43% calcularam o perímetro e atribuíram o valor para área;
- 36% calcularam corretamente a questão;
- 21% não responderam à questão.

5.2.3 Questão 3

Objetivo: Expressar o valor da área da cozinha contida na planta de uma casa. Sabendo as medidas das áreas dos outros cômodos e que o quarto e o quintal tem formato quadrado.

- 72% calcularam corretamente a questão;
- 14% não responderam a questão;
- 14% calcularam o valor da área da casa.

5.2.4 Questão 4

Objetivo: Expressar o valor do perímetro de um retângulo, que foi dividido em oito quadrados, conhecendo a medida do lado do menor quadrado.

- 43% calcularam apenas as medidas dos lados dos quadrados;
- 36% não responderam a questão;
- 21% calcularam corretamente a questão.

5.2.5 Questão 5

Objetivo: Expressar o valor da área de um trapézio, sabendo as medidas de seus lados paralelos, e que com quatro trapézios idênticos, podemos formar um quadrado que te um "buraco" quadrado no meio.

- 50% calcularam o valor da área dos quatro trapézios;
- 36% calcularam corretamente a questão;
- 14% não responderam a questão.

Depois da socialização das resoluções, com intensa discussão sobre os resultados obtidos, foi realizada a atividade individual, contida no Anexo B.

5.2.6 Atividade individual

Objetivos:

A : Expressar o valor do perímetro de um retângulo, conhecendo a medida de sua área e de um de seus lados;

B : Expressar o valor do perímetro de um retângulo branco, que unido a um quadrado cinzento, forma um novo retângulo, conhecendo a área do retângulo maior e do quadrado cinzento;

C : Expressar o valor da área de um quadrado, que unido a dois retângulos idênticos e a um quadradado menor, forma um novo quadrado, conhecendo o valor da área do quadrado maior e que o perímetro de um dos retângulos é três vezes o perímetro do quadrado menor.

Nesta atividade foram obtidos os seguintes resultados:

- 57% calcularam corretamente apenas o item A;
- 36% calcularam corretamente os itens A e B;
- 7% calcularam corretamente os três itens.

6 Considerações Finais

O material apresentado nesta dissertação tem como finalidade contribuir para disseminar a utilização da Metodologia da Resolução de Problemas nas dinâmicas de sala de aula, pois no contexto atual, diversificar se faz necessário, para atender as necessidades reais dos discentes.

Porém, deve-se enfatizar que trabalhar com a Resolução de Problemas requer uma nova postura, uma disponibilidade maior de tempo e de energia, sendo necessário realizar as devidas adaptações e respeitar as peculiaridades de cada lugar, é preciso planejar e a todo momento criar meios e questionamentos para que os discentes possam avançar em seu aprendizado.

Este é um campo onde o desequilíbrio e o equilíbrio devem ser gerados a todo momento, para que as reflexões possam desenvolver conceitos e habilidades, para que tanto discentes como doscentes possam aprender, aprimorar, atualizar e complementar suas ideias e evoluir seu pensamento matemático.

Vale a pena ressaltar que os estudos dos documentos oficiais, as disciplinas desse curso de mestrado, a interação com todos que estiveram direta ou indiretamente envolvidos com este projeto, contribuiram de forma primordial para o desenvolvimento desta produção. Pois assim como na Matemática, as relações são fundamentais no aprimoramento de toda formação acadêmica.

As atividades propostas proporcionaram comprovar que a abordagem metodológica aplicada contribuiu para um maior envolvimento dos discentes, mas isso por si só não garante o desenvolvimento pleno de suas potencialidades, mas aumenta a probabilidade de que elas se manifestem. Desta forma conclui-se que a resolução de problemas não é meramente um tema, e sim um processo que deve direcionar todo o trabalho, que pode ser aplicado em diversos conteúdos, sendo totalmente compatível com a proposta de organização curricular, que otimiza a aprendizagem, pois permitem iniciar a geração de ideias produtivas e promover uma ruptura na tradicional forma de se trabalhar as dinâmicas de sala de aula.

Através das dinâmicas aplicadas no trabalho coletivo com a Metodologia da Resolução de Problemas, pode-se também observar nesta turma uma melhora significativa nos trabalhos individuais e no comprometimento dos discentes na realização de suas tarefas diárias e uma postura mais ativa na construção de seu conhecimento, pois a pesquisa passou a fazer parte de sua rotina.

Importante destacar que este processo de aprendizagem não é “imediatista” e nem “milagroso”, mas visa, propocionar discussões e reflexões que auxiliem no planejamento e na geração de ações cada vez mais produtivas, tanto para discentes como para os docentes, oportunizando a possibilidade de se desenvolver um trabalho criativo.

Para finalizar deve-se considerar que o caminho para atingir o objetivo do ensino de Matemática está condicionado a circunstâncias locais, no entanto, não devemos delimitar o aprendizado da Matemática apenas aos cálculos, pois, observando os estudos contidos quanto a organização dos conteúdos, página 21, conclui-se que, entender números, geometria e relações é primordial para compreender matemática.

Referências

[1] BRASIL. Ministério da Educação. *Planejando a Próxima Década - Conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação.* Ministério da Educação/Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino(MEC/SASE), 2014. 63 p. Disponível em `http://pne.mec.gov.br/conhecendo-o-pne`. Acesso em: 15 ago. 2015.

[2] BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira(INEP). *Índice de Desenvolvimento da Educação Básica(IDEB) - Resultados e Metas*, 2015. 3 p. Disponível em `http://ideb.inep.gov.br/resultado/`. Acesso em: 20 ago. 2015.

[3] BRASIL. Secretaria da Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*; Volume 2 - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006. 140 p. Disponível em `http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf`. Acesso em: 21 ago. 2014.

[4] BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais:* Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 152 p. Disponível em `http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf`. Acesso em: 23 ago. 2014.

[5] BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*; Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000. 58 p. Disponível em `http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf`. Acesso em: 25 ago. 2014.

[6] DANTE, Luiz Roberto, *Formulação e resolução de problemas de matemática: Teoria e prática.* São Paulo, Ática, 2010. p. 12 - 35.

[7] EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*, tradução: Hygino H. Domingues. 3ª reimpressão. Campinas, SP: UNICAMP: 2008. p.60 - 61 ; p.166 - 168.

[8] LIMA, Elon Lages, *Áreas e volumes.* Rio de Janeiro, SBM: 1979. p. 1 - 18.

[9] OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. *Banco de Questões* 2010. p. 8 - 27. Disponível em `http://www.obmep.org.br/bq/bq2010.pdf`. Acesso em: 28 ago. 2014.

[10] PIRES, Célia Maria Carolino, *Currículos de Matemática:* da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000. p. 165.

[11] SÃO PAULO(Estado). Secretaria da Educação. *Avaliação da Aprendizagem em Processo - Comentários e Recomendações Pedagógicas/Avaliação de Matemática.* 7ª edição. São Paulo, 2014. 27 p.

[12] SÃO PAULO(Estado). Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo:* Matemática e suas tecnologias/ Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. São Paulo:SEE, 2011. 76 p. Disponível em `http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf`. Acesso em: 22 ago. 2014.

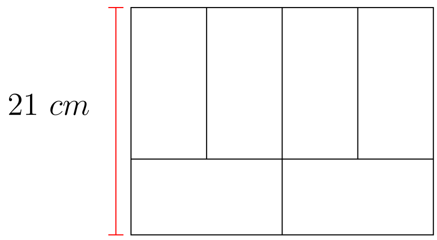
[13] SÃO PAULO(Estado). Secretaria da Educação. *IDESP - Índice de Desenvolvimento da Educação de Estado de São Paulo.* São Paulo, 2014. 3 p. Disponível em `http://idesp.edunet.sp.gov.br/arquivos2013/040162.pdf`. Acesso em: 17 ago. 2014.

[14] SÃO PAULO(Estado). Secretaria da Educação. *Relatório Pedagógico* 2013 *SARESP - Sistema de Avaliação Desenvolvimento da Educação de Estado de São Paulo.* São Paulo, 2013. 208 p. Disponível em `http://saresp.fde.sp.gov.br/2013/#`. Acesso em: 17 ago. 2014.

Anexos

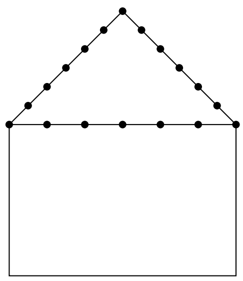
Anexo A – Atividade coletiva

1) **Seis retângulos** - Com seis retângulos idênticos formamos um retângulo maior, com um dos lados medindo 21 cm, como na figura. Qual é a área do retângulo maior em cm^2?



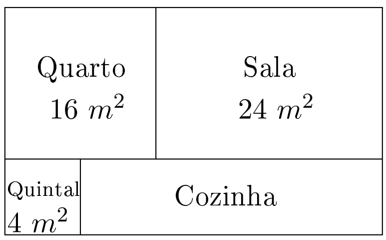
(a) 210
(b) 280
(c) 430
(d) 504
(e) 588

2) **Geometria com palitos** - A figura dada é formada por um triângulo e um retângulo, usando-se 60 palitos iguais. Para cada lado do triângulo são necessários seis palitos. Se cada palito mede 5 cm de comprimento, qual é a área (em cm^2) do retângulo da figura?

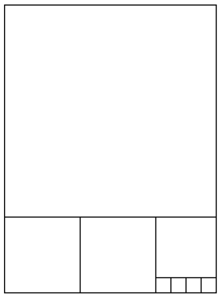


(a) 1200
(b) 1800
(c) 2700
(d) 3600
(e) 4500

3) **A casa da Rosa** - A figura mostra a planta da casa da Rosa. O quarto e o quintal são quadrados. Qual é a área da cozinha?



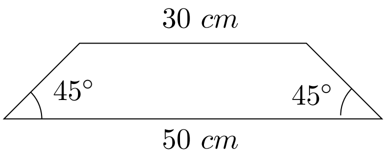
4) **Quadrados dentro de um retângulo** - O retângulo da figura está dividido em oito quadrados. O lado do menor quradrado mede 1 cm.



(a) Quanto mede o lado dos outros quadrados?

(b) Qual é o perímetro desse retângulo?

5) **Área de trapézios** - Unindo quatro trapézios idênticos, que têm lados não paralelos iguais e bases medindo 50 e 30 cm, como o da figura dada, podemos formar um quadrado de 2500 cm^2 de área, que tem um "buraco" quadrado no meio. Qual é a área, em cm^2, de cada um dos quatro trapézios?



(a) 200
(b) 250
(c) 300
(d) 350
(e) 400

Anexo B - Atividade individual

A Professora Clotilde desenhou três figuras no quadro negro, todas com área igual a $108\ cm^2$.

(A) A primeira figura é um retângulo que tem um lado de comprimento igual a $12\ cm$. Qual é o perímetro deste retângulo?

(B) A segunda figura é um retângulo dividido em um retângulo branco e um quadrado cinzento de área igual a $36\ cm^2$, como na figura. Qual é o perímetro do retângulo branco?

(C) A terceira figura é um quadrado, que ela dividiu em dois retângulos brancos e dois quadrados cinzentos R e S, como na figura. O perímetro de um dos retângulos é três vezes o perímetro do quadrado S. Qual é a área do quadrado R?